Métodos Numéricos para Ingeniería
Método de Extrapolación

Algoritmo del Método de Extrapolación

Para aproximar la solución del problema de valor inicial

$$y' = f(t, y), \quad a \leq t \leq b, \quad y(a) = \alpha,$$

con error de truncamiento local dentro de una tolerancia determinada:

ENTRADA extremos a, b; condición inicial α; tolerancia TOL; tamaño máximo de paso $hmax$; tamaño mínimo de paso $hmin$.

SALIDA T, W, h, donde W aproxima $y(t)$ y se usa el tamaño de paso h o un mensaje de que se excedió el tamaño mínimo de paso.

PASO 1 Inicialice el arreglo $NK = (2, 4, 6, 8, 12, 16, 24, 32)$.

PASO 2 Determine $TO = a$;
$WO = \alpha$;
$h = hmax$;
$FLAG = 1$. (Se usa $FLAG$ para salir del ciclo en el paso 4.)

PASO 3 Para $i = 1, \ldots, 7$
para $j = 1, \ldots, i$
determine $Q_{i,j} = (NK_{i+1}/NK_j)^2$. (Nota: h_j^2/h_{i+1}^2.)

PASO 4 Mientras $(FLAG = 1)$ haga los pasos 5-20

PASO 5 Determine $k = 1$;
$NFLAG = 0$. (Cuando se alcanza la precisión deseada, $NFLAG$ se configura en 1.)

PASO 6 Mientras ($k \leq 8$ y $NFLAG = 0$) haga los pasos 7-14.

PASO 7 Determine $HK = h/NK_k$;
$T = TO$;
$W2 = WO$;
$W3 = W2 + HK \cdot f(T, W2)$; (Primer paso de Euler.)
$T = TO + HK$.

PASO 8 Para $j = 1, \ldots, NK_k - 1$
determine $W1 = W2$;
$W2 = W3$;
$W3 = W1 + 2HK \cdot f(T, W2)$; (Método de punto medio.)
$T = TO + (j + 1) \cdot HK$.

PASO 9 Determine $y_k = [W3 + W2 + HK \cdot f(T, W3)]/2$.
(Corrección de extremo para calcular $y_{k,1}$.)

PASO 10 Si $k \geq 2$ haga los pasos 11-13
(Nota: $y_{k-1} \equiv y_{k-1,1}, y_{k-2} \equiv y_{k-2,2}, \ldots, y_1 \equiv y_{k-1,k-1}$ ya que sólo se guarda la fila previa de la tabla.)

PASO 11 Determine $j = k$;
$v = y_1$. (Guarda $y_{k-1,k-1}$)

PASO 12 Mientras $(j \geq 2)$ haga

determine $y_{j-1} = y_j + \dfrac{y_j - y_{j-1}}{Q_{k-1,j-1} - 1}$

(Extrapolación para calcular $y_{j-1} \equiv y_{k,k-j+2}$.)

$\left(\text{Nota: } y_{j-1} = \dfrac{h_{j-1}^2 y_j - h_k^2 y_{j-1}}{h_{j-1}^2 - h_k^2}.\right)$

$j = j - 1$.

PASO 13 Si $|y_1 - v| \leq TOL$ entonce haga $NFLAG = 1$.
(y_1 aceptado como w nueva.)

PASO 14 Determine $k = k + 1$. (Termina paso 6)

PASO 15 Determine $k = k - 1$. (Parte del paso 4)

PASO 16 Si $NFLAG = 0$ haga los pasos 17 y 18 (Resultado rechazado.)
si no haga los pasos 19 y 20 (Resultado aceptado.)

PASO 17 Determine $h = h/2$. (Valor nuevo para w rechazado, h disminuye.)

PASO 18 Si $h < hmin$ entonces
SALIDA ('$hmin$ excedida')
Determine $FLAG = 0$. (Termina paso 16)
(Rama verdadera completada, el siguiente paso regresa al paso 4.)

PASO 19 Determine $WO = y_1$;
$TO = TO + h$;
SALIDA (TO, WO, h).

PASO 20 Si $TO \geq b$ entonces determine $FLAG = 0$
(Procedimiento completado con éxito.)
si no si $TO + h > b$ entonces determine $h = b - TO$
(Termina en $t = b$.)
si no si $(k \leq 3$ y $h < 0.5hmax)$ entonces determine $h = 2h$
(Incrementa tamaño de paso, de ser posible)
(Fin del paso 4 y 16)

PASO 21 PARE.

Actividades

(1) Implemente en Python el Algoritmo de Extrapolación, siguiendo estrictamente las instrucciones del documento. No se deben utilizar variantes alternativas del algoritmo.

(2) Aplique el Algoritmo del Método de Extrapolación con tolerancia $TOL = 10^{-9}$, $hmax = 0.05$ y $hmin = 0.005$ para aproximar la solución del siguiente problema de valor inicial.

$$y' = \cos(2t) + \sin(3t), \quad 0 \leq t \leq 1, \quad y(0) = 1.$$

(3) Determine la solución real del problema de valor inicial y compare gráficamente sus resultados.