



## HOMEWORK 2

### CONTENTS

INSTRUÇÕES E PRAZOS	1
HOMEWORK - EXERCISES	3
EXERCISE 1 . . . . .	3
EXERCISE 2 . . . . .	3
EXERCISE 3 . . . . .	4
EXERCISE 4 . . . . .	5

### INSTRUÇÕES E PRAZOS

O objetivo do HW2 é revisar e se familiarizar com os conceitos de análise de sistemas dinâmicos e testá-los na linguagem de programação de sua escolha. Você pode se referir aos slides das aulas (de L11 a L19) e os capítulos 4 e 7 do Nise para o embasamento teórico. The purpose of HW2 is to review and become familiar with the concepts of dynamic systems analysis and test it in the programming language of your choice. You might refer to the lecture slides (from L11 to L19) and Nise's chapter 4 and 7 for the theoretical background].

GUIDELINES: Resolver cada exercício usando cálculos teóricos e relatando as principais etapas de sua resolução. Compare, em seguida, os resultados no ambiente de programação de sua preferência. O máximo de cada questão é de 25 pontos. O resolução tem que ser enviada em um único documento e tem que deve incluir [You must solve each exercise using theoretical calculations and reporting the main steps of your resolution. Then, you compare the results on the programming environment of your choice. Each exercise pays max 25 points. The resolution must be sent in a single document and it must include]:

- o REPORT: O relatório tem que conter (i) uma breve explicação da base teórica associada a cada exercício; (ii) os passos relevantes dos cálculos, os resultados, os gráficos (quando necessário) e, principalmente, seus comentários sobre os resultados e/ou gráficos [The report must include (i) a brief explanation of the theoretical background associated to each exercise; (ii) the relevant steps of your calculations, the results, the graphs (when required) and especially, your comments on the results and/or graphs].
- o CODE LISTING: O código que você usou para resolver os exercícios. Independentemente da linguagem escolhida, seu código deve ser executável/funcionante. O código (e as

funções relevantes, quando necessário) pode ser colado na parte final do relatório (por exemplo, como um apêndice) ou arquivado junto com o relatório em uma pasta .zip. [The code you used to solve the exercises. Regardless of your programming choice, your code must be executable/functioning. The code (and the relevant functions, when needed) can be either pasted at the end of the report (for instance as an appendix) or packaged together with the report as a zip file].

Se optar por utilizar ferramentas de IA durante a realização do HW, faça isso de forma responsável. Por exemplo, para esclarecer conceitos ou verificar seu raciocínio, e não para gerar soluções completas, o que compromete seu aprendizado e pode violar as normas de integridade acadêmica. É obrigatório reconhecer adequadamente o uso dessas ferramentas, citando-as corretamente; por exemplo, pode considerar incluir a saída gerada pela IA em um apêndice do seu relatório de atividades [If you choose to use AI tools during HW, do so responsibly. For example, to clarify concepts or check your reasoning, not to generate full solutions, which undermines your learning and may violate academic integrity policies. You must properly acknowledge the use of such tools by citing them appropriately; for instance, you may consider including the AI-generated output in an appendix of your homework report].

TEAM WORK: Os trabalhos podem ser feitos individualmente ou em dupla [The works can be done individually or in pairs].

DEADLINES: A resolução do homework deve ser enviada através do SIGAA até o dia especificado no SIGAA. Note que os atrasos serão penalizados (<24h: 20% de penalização; <48h: 40% de penalização; etc.) [The homework solution must be submitted through SIGAA by the date specified in SIGAA. Note that late submissions will be penalised (less than 24h: 20% penalty; less than 48h: 40% penalty; etc.)].

## HOMEWORK - EXERCISES

### EXERCISE 1

As respostas ao degrau unitário de dois sistemas  $A$  e  $B$  foram gravadas e dadas nos arquivos anexados à tarefa. Em cada arquivo, a primeira coluna apresenta o vetor de tempo,  $t$ , e a segunda coluna fornece a resposta da saída,  $y(t)$ , para os sistemas  $A$  (no arquivo `HW2_ex1_dataA.csv`) e  $B$  (no arquivo `HW2_ex1_dataB.csv`). Faça o seguinte [The unit steps responses of two systems  $A$  and  $B$  are recorded and reported in the files attached to the homework assignment. In each file, the first column gives the time vector,  $t$ , and the second column provides the output response,  $y(t)$ , for the systems  $A$  (in `HW2_ex1_dataA.txt`) and  $B$  (in `HW2_ex1_dataB.txt`). Do the following:

1. Carregue os dados<sup>1</sup> e faça os gráficos das respostas para os sistemas  $A$  e  $B$  [Load the data<sup>2</sup> and plot the responses for systems  $A$  and  $B$ ].
2. Identifique a ordem dos sistemas. Com base nos gráficos, estime as características de resposta transitória, tais como constante de tempo, tempo de acomodação, tempo de subida, tempo de pico e porcentagem de overshoot. Escreva as respectivas funções de transferência  $T_A(s)$  e  $T_B(s)$  para os sistemas  $A$  e  $B$ , respectivamente [Identify the order of the systems. Based on the plots, estimate the transient response characteristics, such as time constant, settling time, rise time, peak time and percentage of overshoot. Write the corresponding transfer functions  $T_A(s)$  and  $T_B(s)$  for the systems  $A$  and  $B$ ].
3. No gráfico obtido no item (1) deste exercício, adicione e compare a resposta ao degrau unitário dos sistemas  $T_A(s)$  com os dados fornecidos em `HW2_ex1_dataA.csv`. Faça o mesmo com a resposta ao degrau unitário de  $T_B(s)$  com os dados fornecidos em `HW2_ex1_dataB.csv`. Comente seus resultados [In the plot obtained in item (1) of this exercise, add and compare the unit step response of the systems  $T_A(s)$  with the data provided in `HW2_ex1_dataA.csv`. Do the same with the unit step response of  $T_B(s)$  with the data provided in `HW2_ex1_dataB.csv`. Comment on your results].

### EXERCISE 2

É dado o modelo de espaço de estados em [It is given the state-space model in] (1).

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -5 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \end{bmatrix} u(t) \\ y(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} \end{cases} \quad (1)$$

---

<sup>1</sup> Para importar os dados .csv, pode usar a função `readtable` no Matlab ou `read_csv` na biblioteca Panda do Python [To import the .csv data, you might use the function `readtable` in Matlab or `read_csv` in Python's Panda's library]

1. Calcule e explique a função de transferência correspondente ao sistema em [Compute and explain the transfer function corresponding to the system in] (1).
2. Explique brevemente o conceito de estabilidade *bounded-input, bounded-output* (BIBO). Avalie a estabilidade BIBO para o sistema dado [Briefly explain the concept of *bounded-input, bounded-output* (BIBO) stability. Evaluate BIBO stability for the given system].
3. Explique brevemente o conceito de estabilidade de Lyapunov. Avalie a estabilidade de Lyapunov para o sistema dado. [Briefly explain the concept of Lyapunov stability. Evaluate Lyapunov stability for the given system].
4. Discuta como a teoria da estabilidade BIBO e a estabilidade de Lyapunov diferem para sistemas LTI. Compare e explique os resultados do item (2) e (3) deste exercício [Discuss how BIBO stability theory and Lyapunov stability differ for LTI systems. Compare and explain the results of item (2) and (3) of this exercise].

### EXERCISE 3

Para o sistema com retroalimentação unitária representado na Figura (1),  $G(s)$  é dado conforme a Equação [For the unit feedback system in figure (1),  $G(s)$  is given as in] (2).

$$G(s) = \frac{s + 4}{s(s^2 + 3.2s + 2.4)} \quad (2)$$

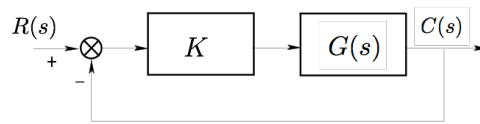


Figure 1: Malha de retroalimentação negativa considerada no Exercício [Negative feedback loop considered in Exercise] 3.

1. Utilize o critério de Routh-Hurwitz para determinar [Use the Routh-Hurwitz criterion to define]:
  - O intervalo de valores de  $K$  que proporciona estabilidade ao sistema em malha fechada [The range of  $K$  that provides stability to the closed-loop system].
  - O intervalo de valores de  $K$  que faz o sistema oscilar [The range of  $K$  that makes the system oscillate].
2. Plote e discuta as respostas ao degrau para valores de  $K$  estáveis e oscilatórios [Plot and discuss the step responses for stable and oscillatory values of  $K$ ].

#### EXERCISE 4

Dado o sistema com retroalimentação negativa mostrado na Figura 2, realize o seguinte [Given the negative feedback system shown in Figure 2, do the following]:

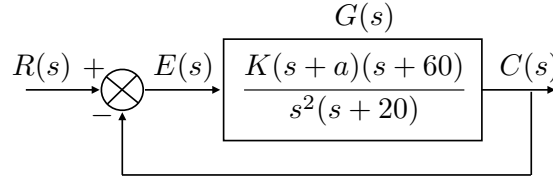


Figure 2: Malha de retroalimentação negativa considerada no Exercício [Negative feedback loop considered in Exercise] 4.

1. Para [For]  $a = 40$

- Utilizando a linguagem de programação de sua escolha, plote o lugar das raízes à medida que o parâmetro  $K$  varia [Explique os principais passos necessários para esboçá-lo manualmente. Using the programming language of your choice, plot the root locus when the parameter  $K$  varies. Explain the main steps required for sketching it by hand].
- Com cálculos exatos, verifique no lugar das raízes: (i) o ponto e o ganho em que o lugar cruza o eixo  $j\omega$ ; (ii) os pontos de saída e entrada (breakaway e break-in) no eixo real [With exact calculations, verify on the root locus (i) the point and gain where the locus crosses the  $j\omega$ -axis; (ii) the breakaway and break-in points on the real axis].

2. Para [For]  $K = 20$

- Encontre o erro em regime permanente,  $e(\infty)$ , em função de  $a$  para as seguintes entradas de teste: (i)  $r(t) = 2$ ; (ii)  $r(t) = 3t$ ; e (iii)  $r(t) = t^2$  [Find the steady state error,  $e(\infty)$ , as a function of  $a$  for the following test inputs (i)  $r(t) = 2$ ; (ii)  $r(t) = 3t$ ; and (iii)  $r(t) = t^2$ ].
- Utilizando a linguagem de programação de sua escolha, plote o lugar das raízes à medida que o parâmetro  $a$  varia [Using the programming language of your choice, plot the root locus when the the parameter  $a$  varies].
- Com cálculos exatos: (i) defina a posição das assíntotas; (ii) determine o ponto e o ganho em que o lugar das raízes cruza a linha de amortecimento  $\zeta = 0,175$ ; (iii) discuta a validade da aproximação de segunda ordem [With exact calculations, (i) define the position of the asymptotes; (ii) define the point and gain where the root locus crosses the  $\zeta = 0.175$  line; (iii) discuss the validity of the second order approximation].