Algoritmos e Estruturas de Dados III

4.2 Árvores B

Prof. Hayala Curto 2022



Estrutura do Índice

Problema

- Uma busca sequencial em um arquivo de índice pode não ter muita valia
- Pode-se fazer busca um pouco mais eficiente (ex. busca binária), se o arquivo de índice estiver ordenado

Solução:

- Assumir que os índices não são estruturas sequenciais, e sim hierárquicas
- Melhor opção: Árvores de Múltiplos Caminhos (Árvore B, Árvore B*, Árvore B+)

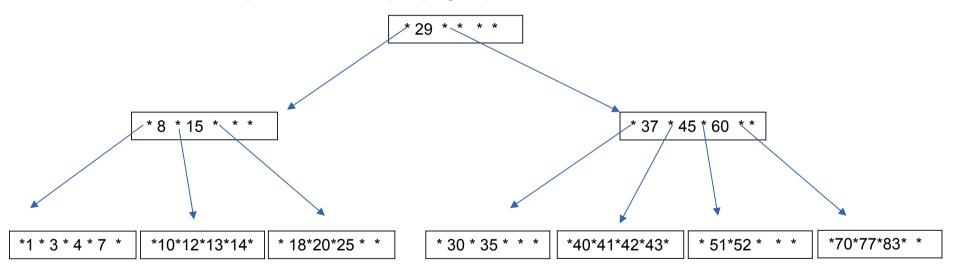
Árvores de Múltiplos Caminhos

- Têm altura bem menor que as árvores binárias
- As árvores são "baixas", sendo necessários poucos acessos em disco até chegar ao ponteiro para o bloco que contém o registro desejado
- Ideais para uso como índice de arquivos em disco

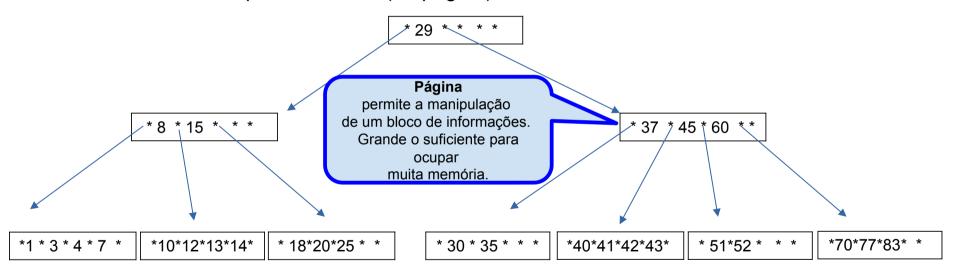
- Conceitos
 - Ordem:
 - Diz qual é o número máximo de filhos que cada página pode ter
 - Página:
 - Nó da árvore B

- Regras da árvore B:
 - Cada página (exceto a raiz) deve ter pelo menos 50% de ocupação
 - O número de filhos de cada página (exceto as folhas) deve ser igual ao seu número de chaves mais um
 - Todas as folhas estão no mesmo nível (a árvore cresce para cima).

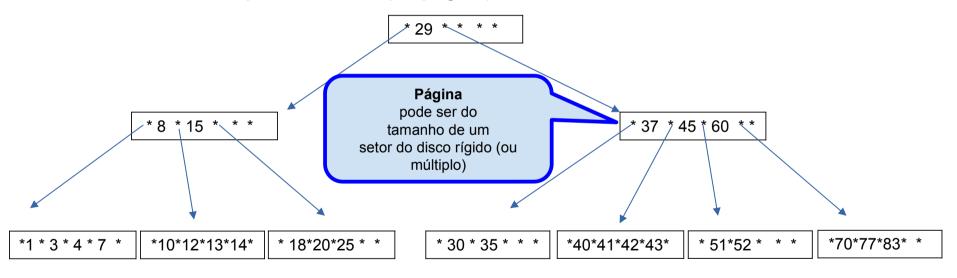
Árvore de busca em que cada nodo (ou página) contém mais de 1 elemento



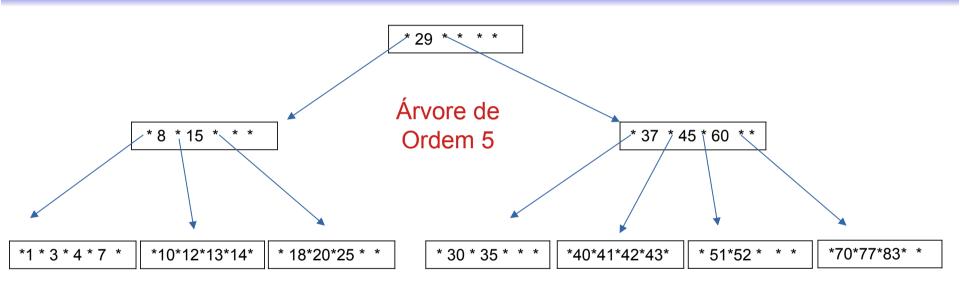
Árvore de busca em que cada nodo (ou página) contém mais de 1 elemento



Árvore de busca em que cada nodo (ou página) contém mais de 1 elemento



Árvore B - Ordem

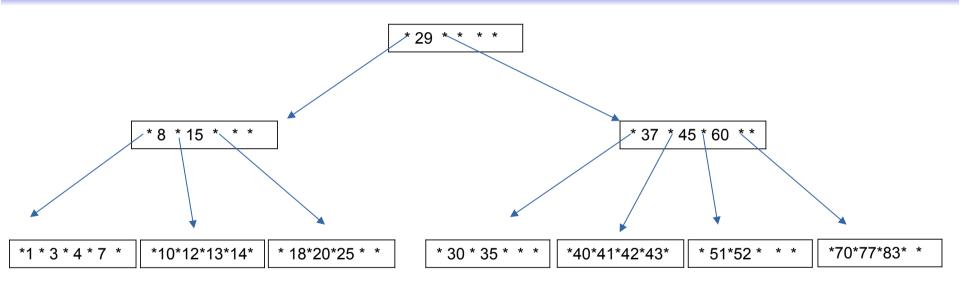


Número mínimo de elementos que cada página (exceto raiz) pode ter (Cormen, 2001; Bayer e McCreight, 1972)



Número de filhos que cada página pode ter (Knuth, 1978)

Árvore B - Regras



- Cada página deve ter pelo menos 50% de ocupação (considerar ordem da árvore), exceto a raiz: Otimização
- O número de filhos (exceto folha) deve ser o número de chaves + 1: Balanceamento
- Todas as folhas estão no mesmo nível (o crescimento é para cima)

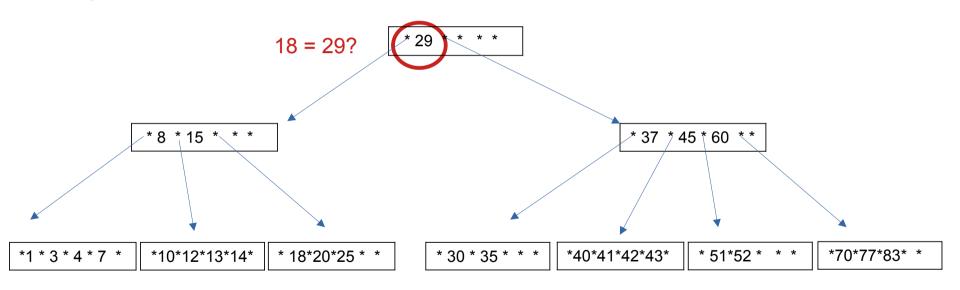
Árvore B - Propriedades

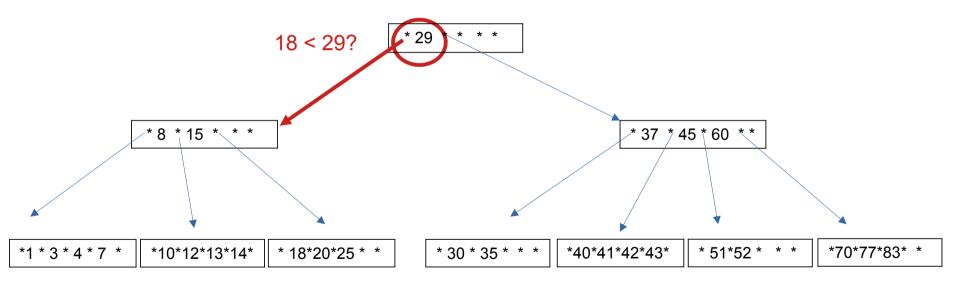
Para uma Árvore-B de ordem m

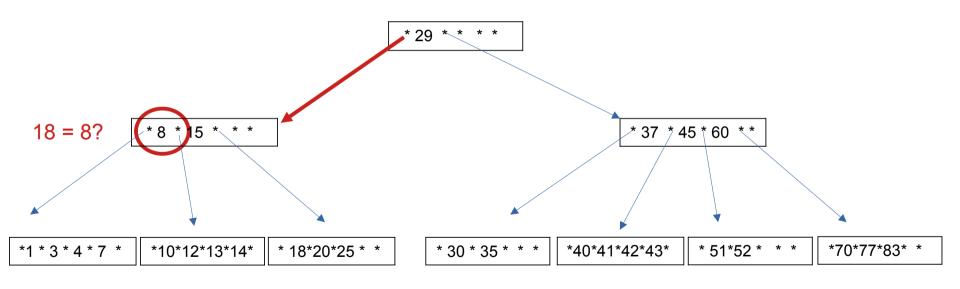
- Cada página tem, no máximo, m descendentes
- Cada página, exceto a raiz e as folhas, tem no mínimo teto(m/2) descendentes
- A raiz tem, no mínimo, dois descendentes a menos que seja uma folha
- Todas as folhas estão no mesmo nível
- Uma página não folha que possui k descendentes contém k-1 chaves
- Uma página folha contém, no mínimo teto(m/2) -1 e, no máximo, m-1 chaves

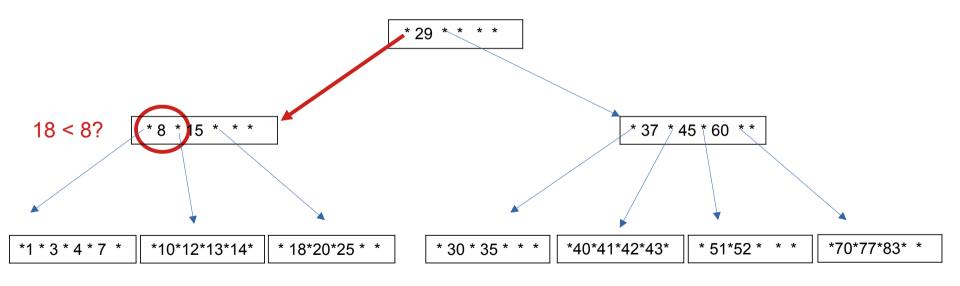
Busca em Árvore B

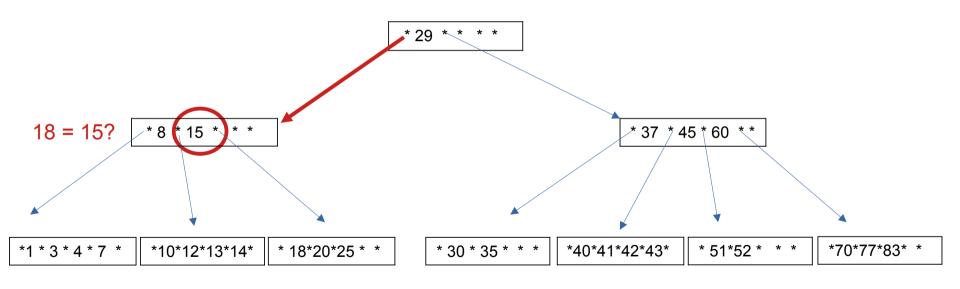


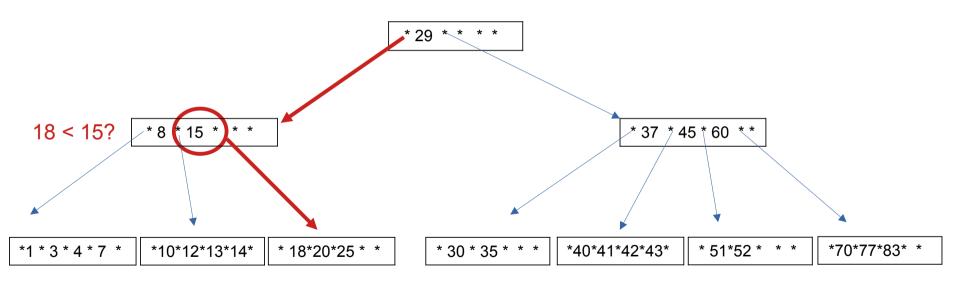




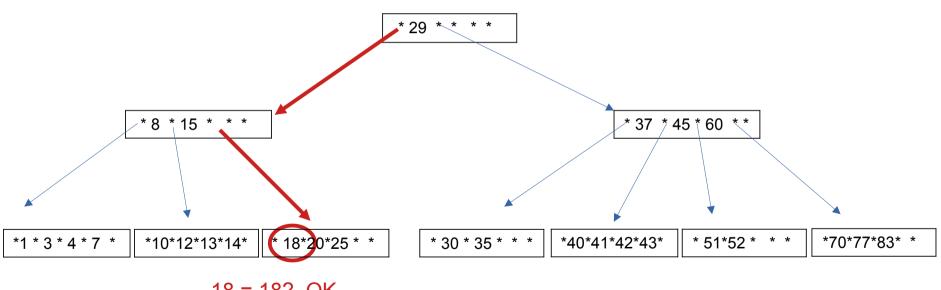








Exemplo: Localizar a chave 18

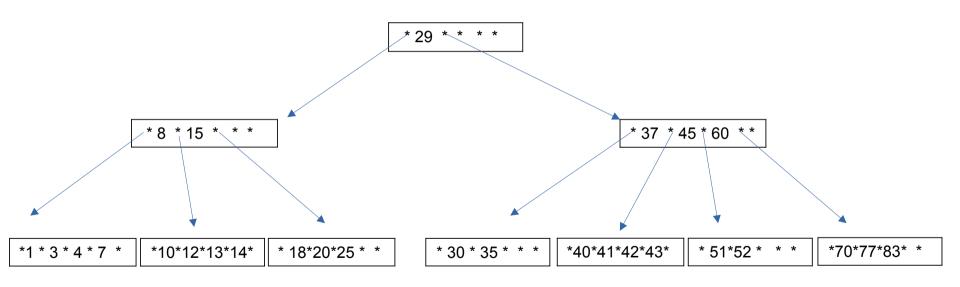


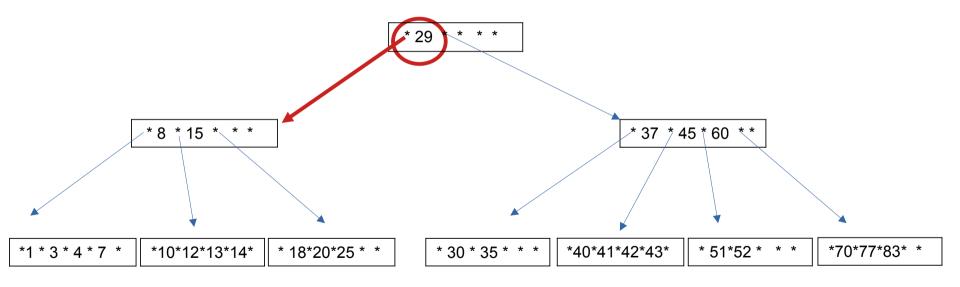
18 = 18? OK

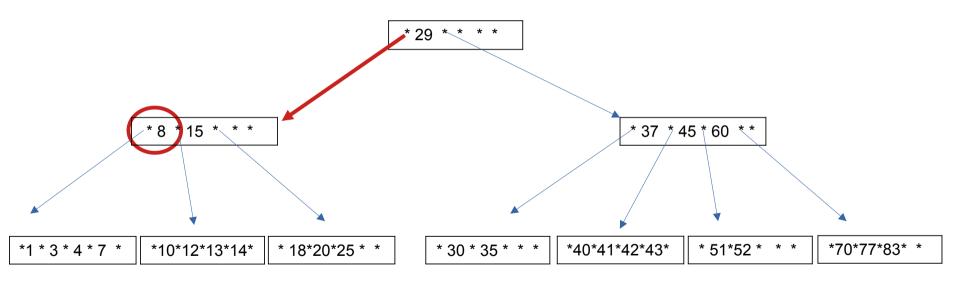
Inserção em Árvore B

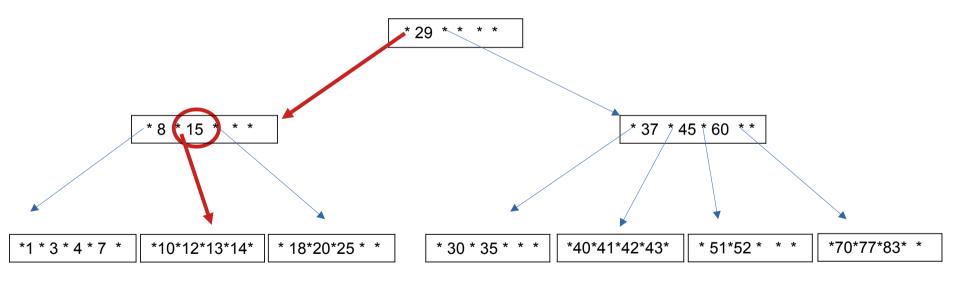


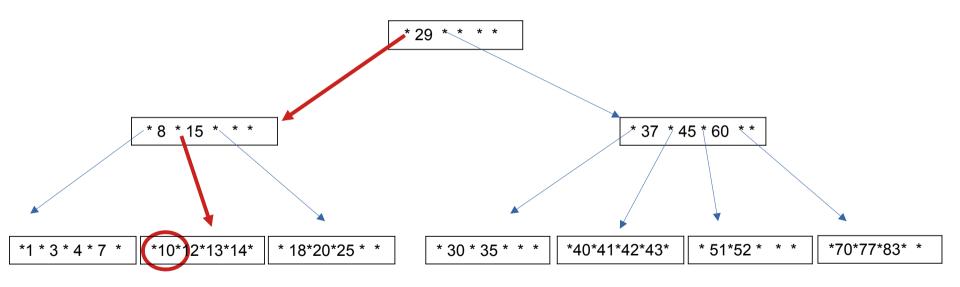
- Se o elemento couber na página, basta inclui-lo deforma ordenada
- Se n\u00e3o couber, a p\u00e1gina deve ser dividida em duas (split) e o elemento do meio deve ser promovido

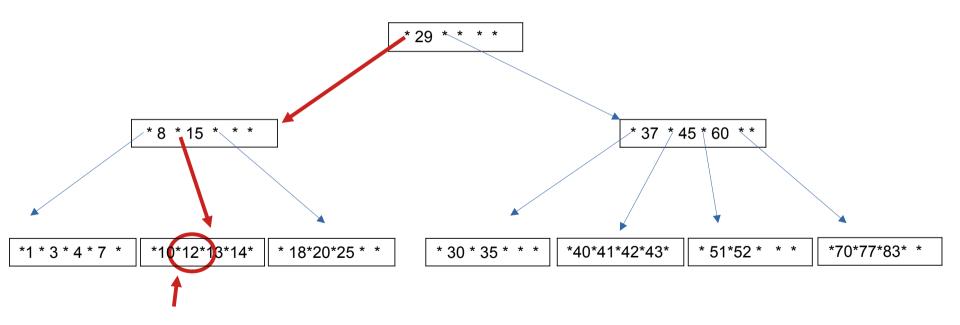


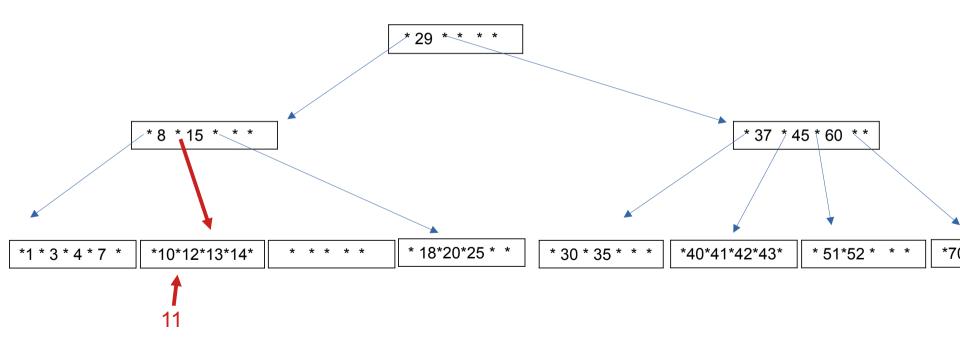


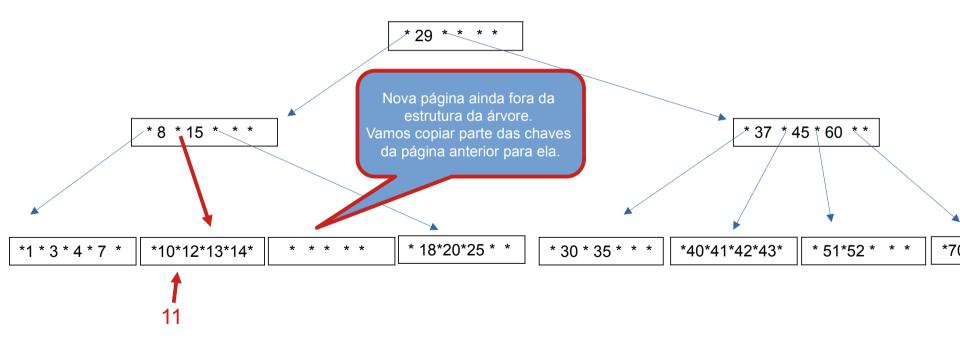


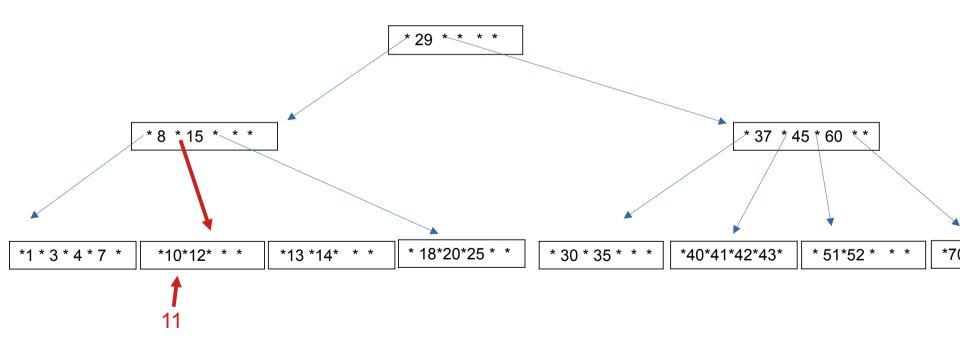


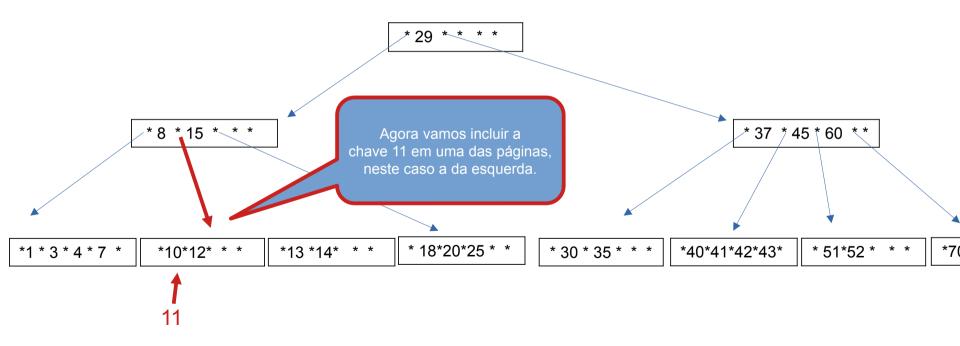


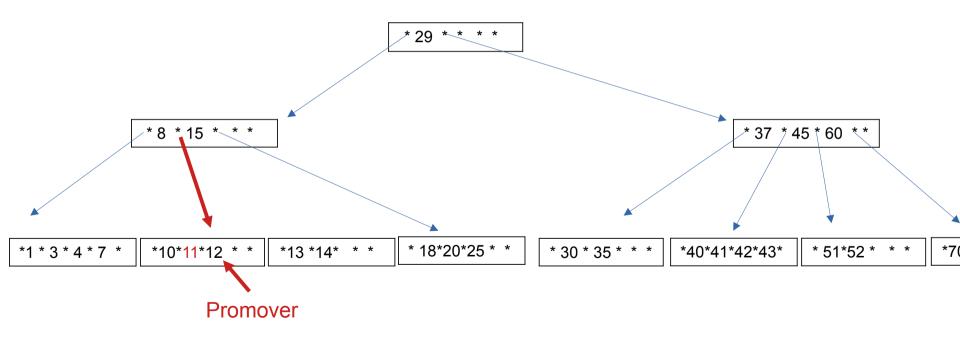


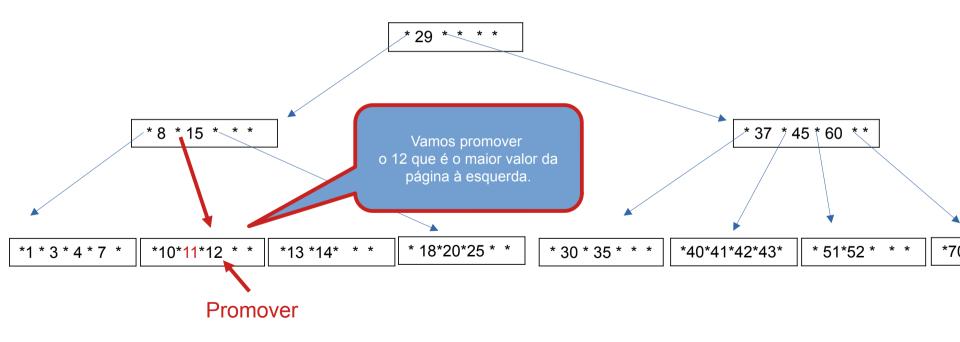


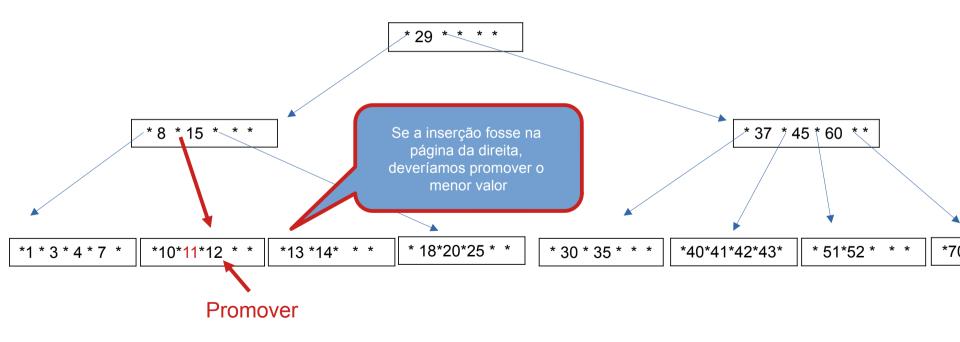


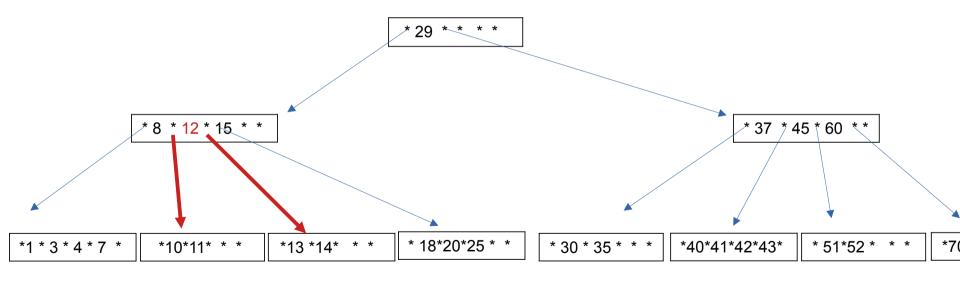












Construindo árvore



Características

Árvore de ordem 4 que recebe 10 inserções

Inserir os seguintes elementos:

30, 40, 50, 20, 10, 5, 15, 2, 7, 1

Operação: inserção do elemento de chave 30

. 30 . . .

Total de elementos: 1

Operação: inserção do elemento de chave 40

. 30 . 40 . .

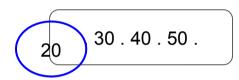
Total de elementos:

Operação: inserção do elemento de chave 50

. 30 . 40 . 50 .

Total de elementos: 3

Operação: inserção do elemento de chave 20



Total de elementos: 4

Operação: inserção do elemento de chave 20

Total de elementos:

4

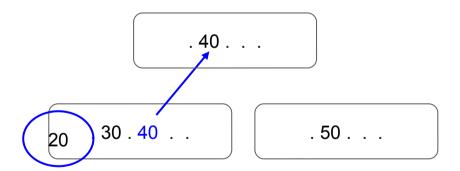




. 50 . . .

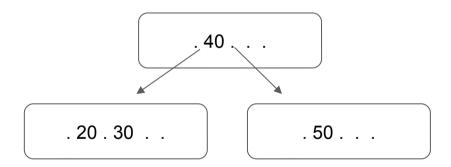
Operação: inserção do elemento de chave 20

Total de elementos:



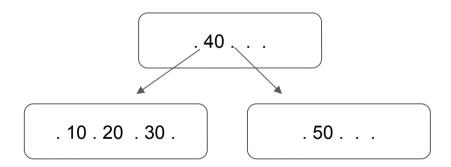
Operação: inserção do elemento de chave 20

Total de elementos:



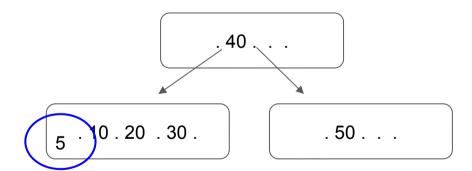
Operação: inserção do elemento de chave 10

Total de elementos:



Operação: inserção do elemento de chave 5

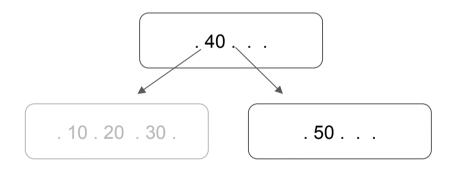
Total de elementos:



Operação: inserção do elemento de chave 5

Total de elementos:

6

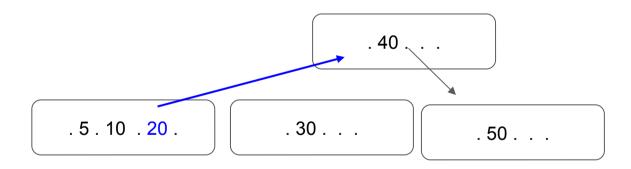


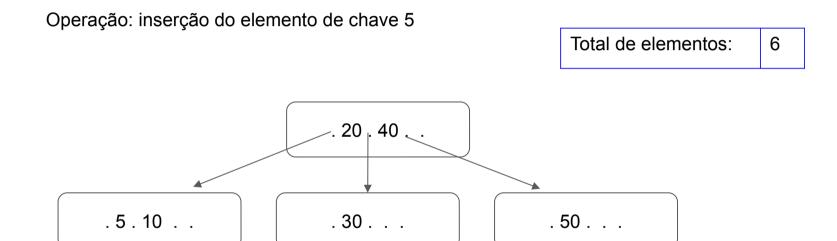


. 30 . . .

Operação: inserção do elemento de chave 5

Total de elementos:





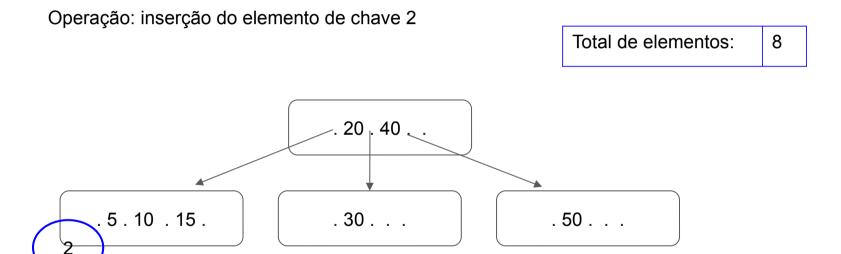
Operação: inserção do elemento de chave 15

Total de elementos: 7

. 30 . . .

. 50 . . .

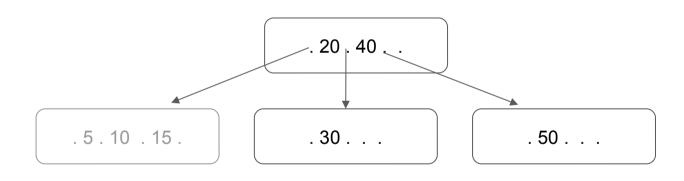
.5.10.15.



Operação: inserção do elemento de chave 2

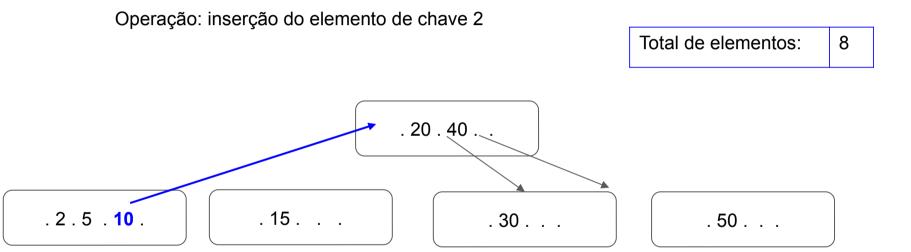
Total de elementos:

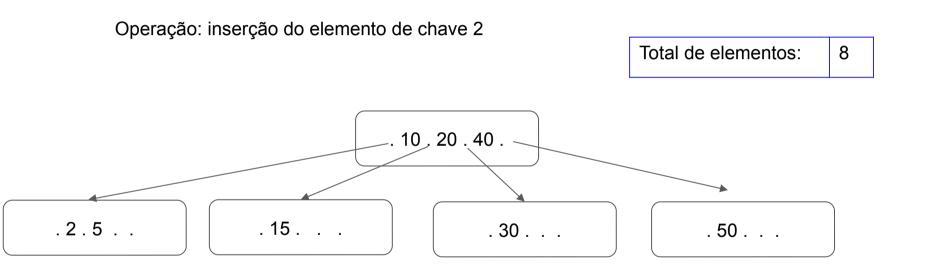
8

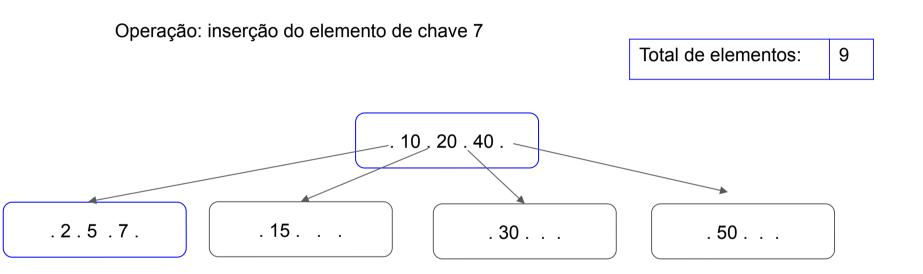


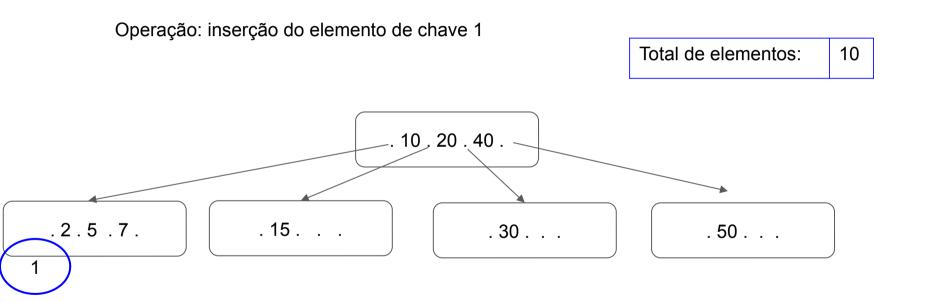
2 . 5 . 10 . .

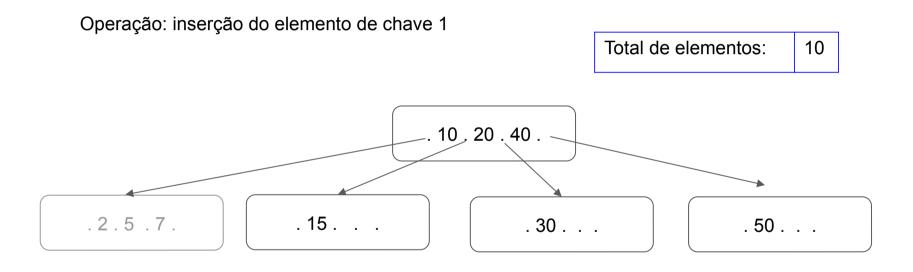
. 15 . . .



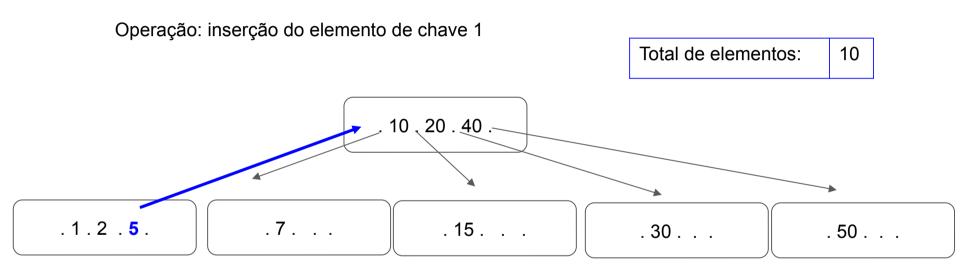


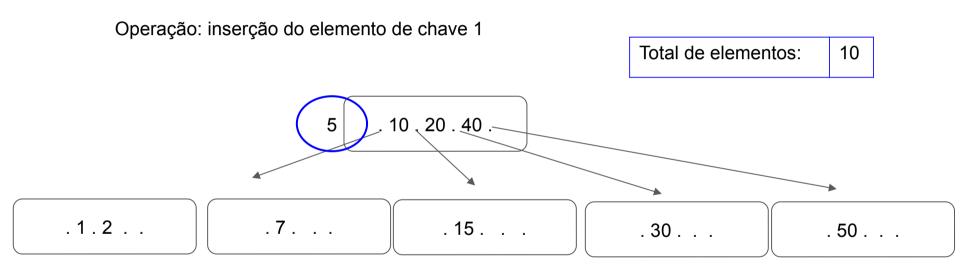


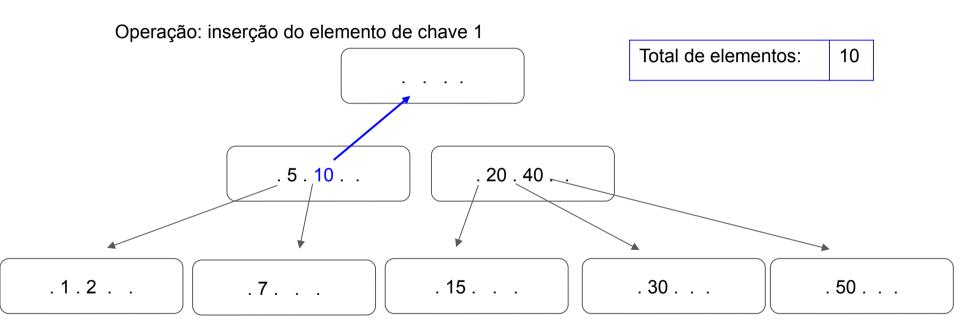


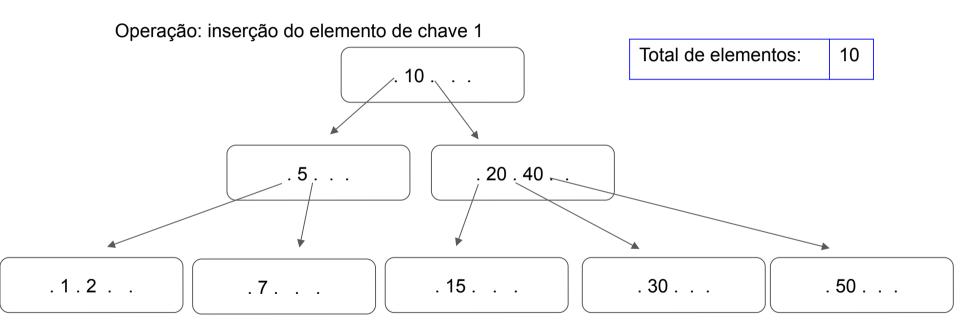












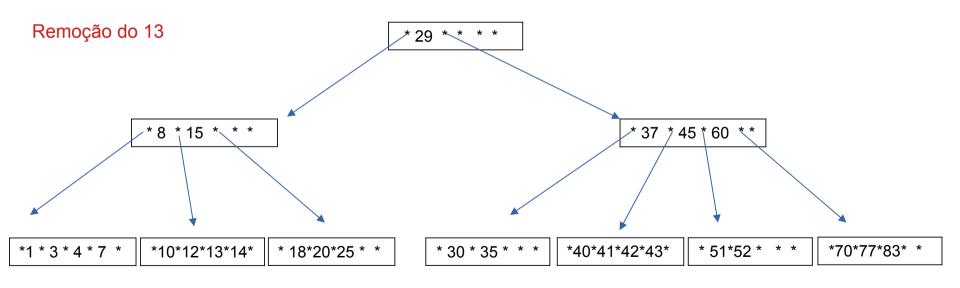
Remoção em Árvore B



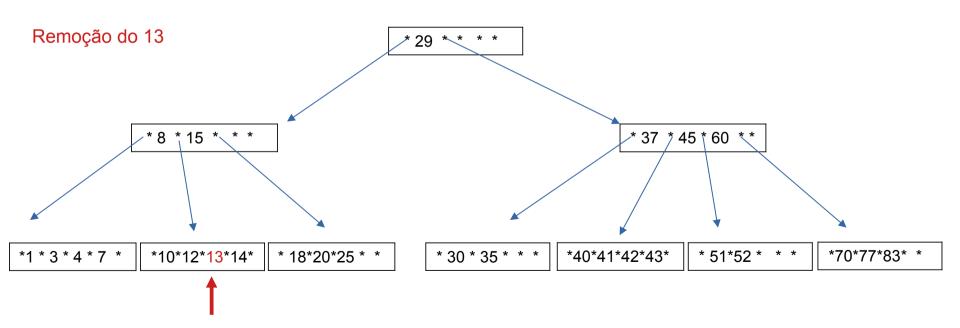
Árvore B - Removendo elemento

- Caso 1: se o elemento ESTIVER em uma folha e a folha mantiver 50% de ocupação, basta removê-lo
- Caso 2: se o elemento NÃO ESTIVER em uma folha, trocá-lo pelo seu antecessor
- Caso 3: se a folha ficar com menos de 50% de ocupação, mas a página irmã puder ceder uma chave
- Caso 4: se a folha ficar com menos de 50% de ocupação e as páginas irmãs não puderem ceder uma chave

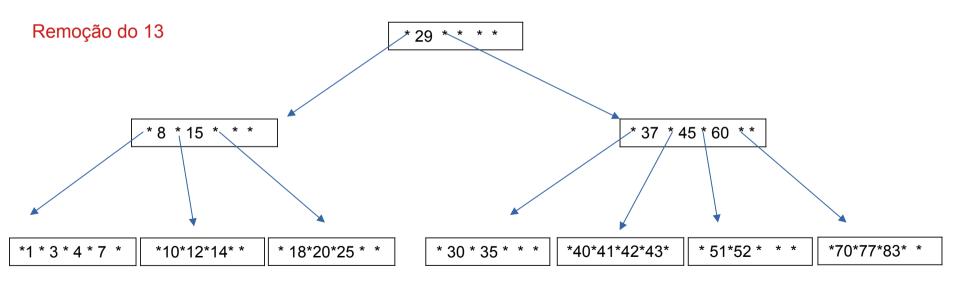
Caso 1: se o elemento ESTIVER em uma folha e a folha mantiver 50% de ocupação, basta removê-lo



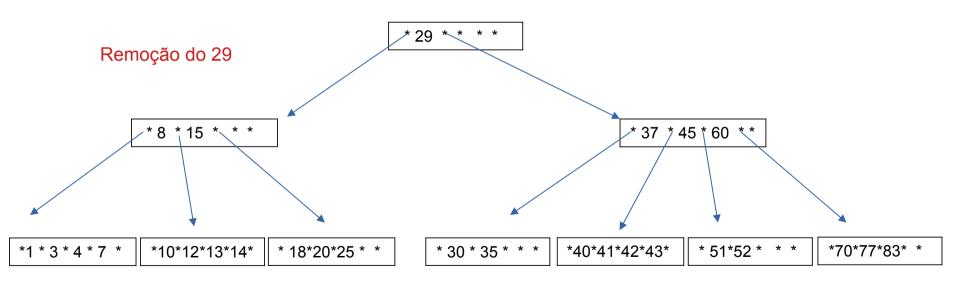
Caso 1: se o elemento ESTIVER em uma folha e a folha mantiver 50% de ocupação, basta removê-lo



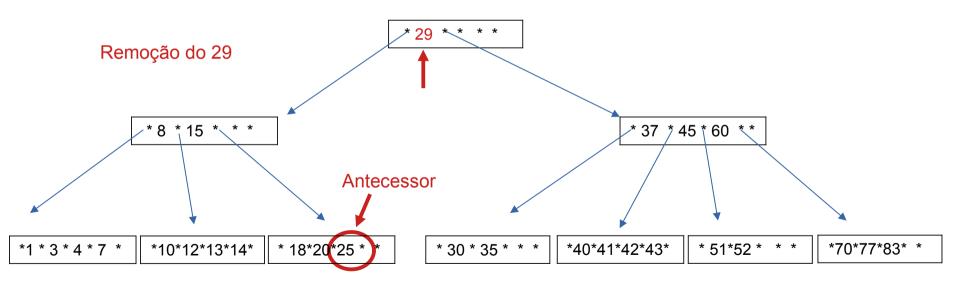
Caso 1: se o elemento ESTIVER em uma folha e a folha mantiver 50% de ocupação, basta removê-lo



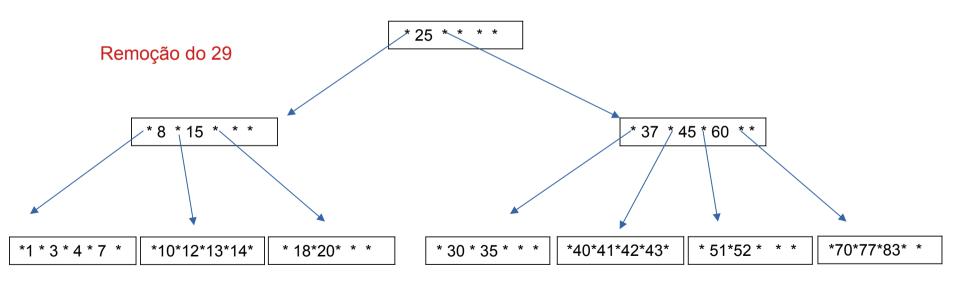
Caso 2: se o elemento NÃO ESTIVER em uma folha, trocá-lo pelo seu antecessor



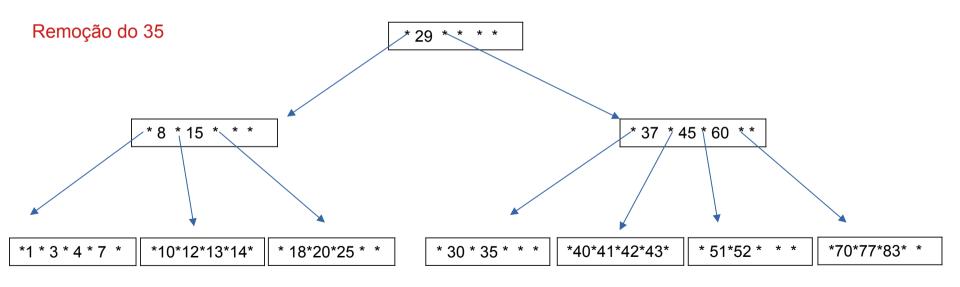
Caso 2: se o elemento NÃO ESTIVER em uma folha, trocá-lo pelo seu antecessor



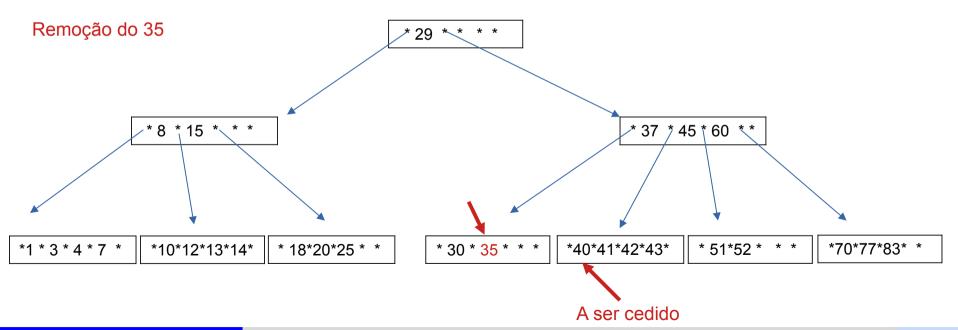
Caso 2: se o elemento NÃO ESTIVER em uma folha, trocá-lo pelo seu antecessor



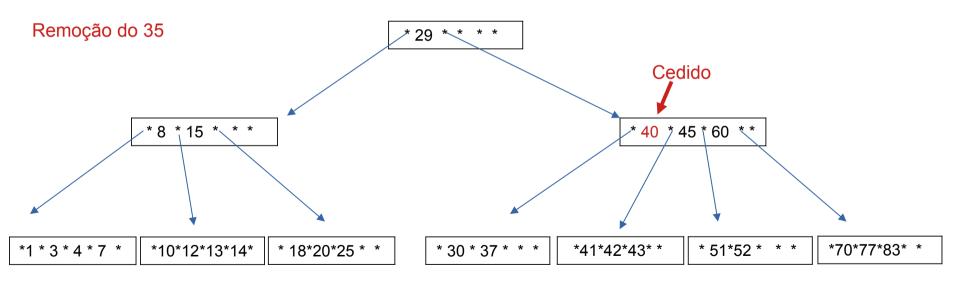
Caso 3: Se a folha ficar com menos de 50% de ocupação, mas a página irmã puder ceder uma chave



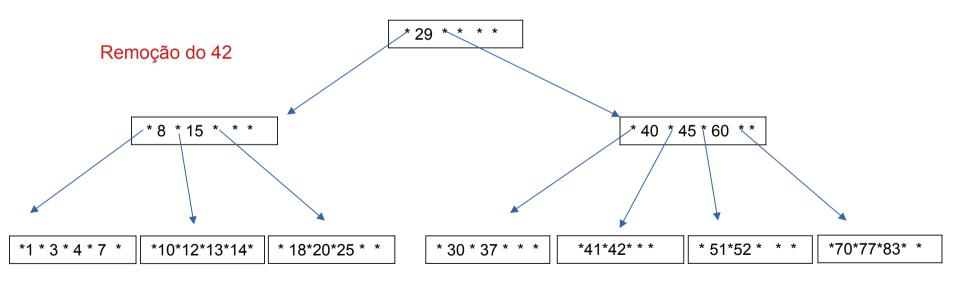
Caso 3: Se a folha ficar com menos de 50% de ocupação, mas a página irmã puder ceder uma chave

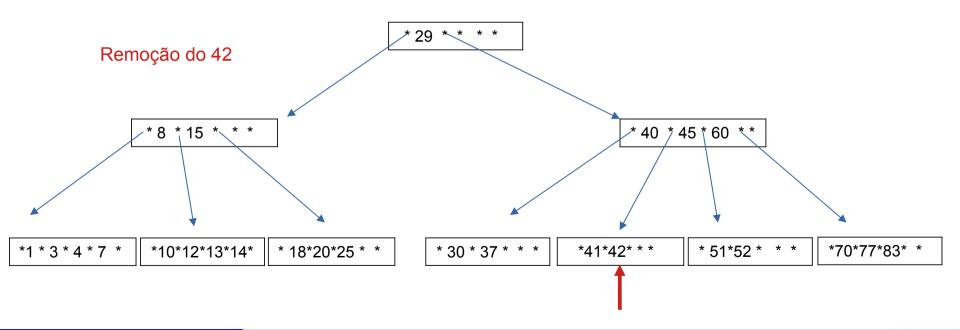


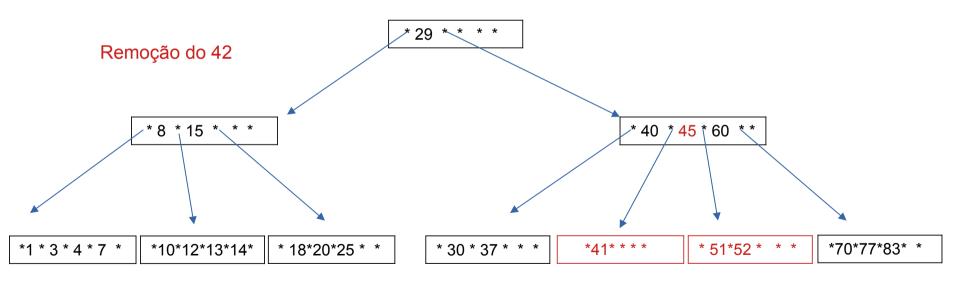
Caso 3: Se a folha ficar com menos de 50% de ocupação, mas a página irmã puder ceder uma chave

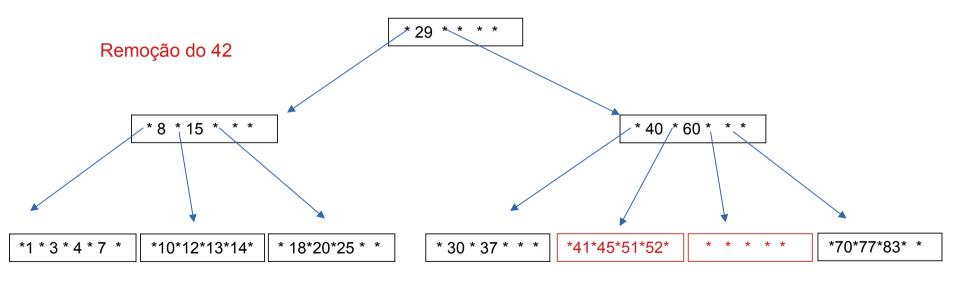


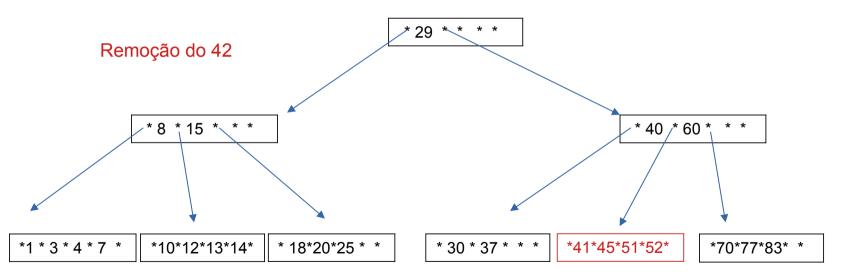
Caso 4: se a folha ficar com menos de 50% de ocupação e as páginas irmãs não puderem ceder uma chave











Estrutura da Página (tamanho fixo)



N	P0	C0D0	P1	C1D1	P2	C2D2	P3	C3D3	• • • • • • • • • • • • • • • • • • • •	Pn-1	Cn-1 Dn-1	Pn	
---	----	------	----	------	----	------	----	------	---	------	-----------	----	--

Em que:

- N número de elementos presentes na página
- Ci chave do registro (geralmente um código)
- Di dados (ex.: endereço do registro no arquivo)
- Pi ponteiro para o i-ésimo filho

Obs: Registros de tamanho fixo armazenados em um arquivo



