

MÉTODO COMPUTACIONAL PARA ENCONTRAR ALTURA CRÍTICA EN CANALES RECTANGULARES Y TRAPEZOIDALES

Gabriel Correa)
 e-mail: gjcorrea@miuandes.cl
 Felipe Mizón
 e-mail: femizon@miuandes.cl
 Tomás Guzmán
 e-mail: tmguzman@miuandes.cl
 Matías Chau
 e-mail: mfchau@miuandes.cl

RESUMEN: En este trabajo se elaboró un método iterativo (Newton-Raphson) para encontrar una expresión en el cual se pueda ilustrar la altura crítica de un canal abierto tanto rectangular como trapezoidal. Los canales a estudiar tendrán pendiente inferior de 0,001, con un flujo de 30 metros cúbicos por segundo. El ancho del canal inferior es de 10 metros y las pendientes laterales de las paredes laterales del canal son 2H a 1V y un "n" de manning de 0,013. De lo anterior, para un canal rectangular se obtuvo una altura crítica de 0,74509 y para un canal trapezoidal se obtuvo una altura crítica de 0,7517. Además se utilizó las ecuaciones de Saint Venant para modelar los cambios de caudal y nivel del agua a lo largo del tiempo y del espacio.

PALABRAS CLAVE: Altura crítica, Newton-Raphson, canales abiertos, ecuación de Saint Venant

1 INTRODUCCIÓN

En este trabajo se ilustra un método iterativo (Newton-Raphson) en el cual se buscará poder encontrar la altura crítica de un canal tanto rectangular como trapezoidal además de modelar los cambios de caudal en el tiempo y espacio.

2 DESARROLLO

Para poder determinar la altura crítica de un canal, es necesario derivar la ecuación de la Energía Específica, ya que para encontrar la altura crítica se minimiza la Energía. La ecuación de la energía viene dada por:

$$E = y + \frac{V^2}{2g} \quad (1)$$

Luego se deriva esta ecuación obteniéndose una función $F(Y_c)$ la cual se ilustra a continuación:

$$F(Y_c) = \frac{A^2}{T_c} + \frac{Q^2}{g} \quad (2)$$

donde T_c corresponde a la derivada del área crítica con respecto a la altura crítica y A es igual a la área de la sección, y Q su respectivo Caudal. Luego al derivar $F(Y_c)$ se obtiene $F'(Y_c)$ el cual se muestra a continuación

$$F'(Y_c) = 3A^2 - \frac{A^3 * 2SS}{T_c^2} \quad (3)$$

Finalmente se utilizará el algoritmo de Newton-Raphson para encontrar una expresión que muestre la altura crítica

$$Y_{i+1} = Y_i + \frac{F(Y_i)}{F'(Y_i)} \quad (4)$$

Ahora, para modelar la onda cinemática, se hará uso de las ecuaciones de Saint Venant, las cuales se usan, como ya se mencionó anteriormente, para modelar los cambios de caudal y nivel de agua en el espacio y tiempo. Se asume flujo uniforme y permanente antes de que ingrese el caudal lateral, por lo tanto se conoce C , A y V en el instante $T = 0$

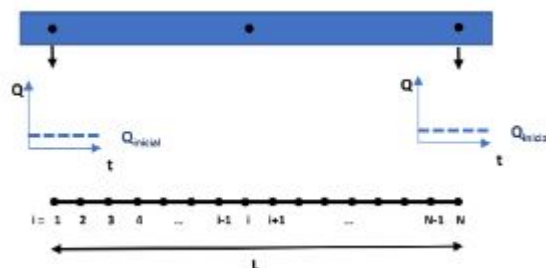


Figura 2.1. Esquema discretización de puntos

Luego para $i = 1$ y $k = 1$ faltaría conocer Q_{i+1} , el cual se despejará mediante la siguiente ecuación

$$Q_{i+1}^{k+1} = Q_i^{k+1} - \frac{T}{X} (A_i^{k+1} - A_i^k) \quad (5)$$

Finalmente, gracias a la ecuación de Manning (Figura 6), es posible obtener la Área y por la ecuación de continuidad, es posible obtener la Velocidad. Con esto tendríamos todos los valores del nuevo nodo y ya podemos mover el estencil al nuevo modo.

$$A = \left(\frac{n P^{2/3}}{C_m S_0^{1/2}} \right)^{3/5} Q_{i+1}^{k+1 3/5} \quad (6)$$

3 RESULTADOS

Se realizan los cálculos ya ilustrados con los datos del problema mencionados en la introducción obteniéndose una altura crítica de 0,74509 para un canal rectangular y 0,7517. para un canal trapezoidal.. Además se realiza la discretización de puntos, calculándose el Caudal y Velocidad en cada punto. Se realiza un código con el programa "Python" para realizar una animación de la onda cinemática.

4 CONCLUSIONES

Finalmente es posible notar que este es un método eficaz para estimar la altura crítica de un canal ya que nos acercamos lentamente a la raíz de esta función la cual, en este ejemplo, es la altura crítica de este canal. El algoritmo funcionó sin ningún problema obteniéndose las alturas críticas ya antes mencionadas en el desarrollo.

También destacar que gracias a las ecuaciones de Saint Venant, fue posible realizar un modelamiento de la variación de Caudal a lo largo de un canal en tiempo y espacios determinados.

5 REFERENCIAS

- [1] Chau, Correa, Guzman & Mizón. [En Línea]
Available at: <https://github.com/Felipemizon/MCOC-Proyecto-3>