

## Trabalho Computacional II

### *Otimização Restrita*

**Questão 1.** [3, 4] Seja a treliça de três barras mostrada na Figura 1. O comprimento de cada barra é denotada por  $A_1$ ,  $A_2$  e  $A_3$  e, neste problema, iremos assumir que o comprimento das duas barras exteriores são iguais (isto é,  $A_1 = A_3$ ). O espaçamento horizontal entre as barras e a distância até a ponta serão denotadas por uma mesma constante  $H$ . O parâmetro  $P$  denota a força-peso da carga que é colocada na treliça e é constante no nosso problema.

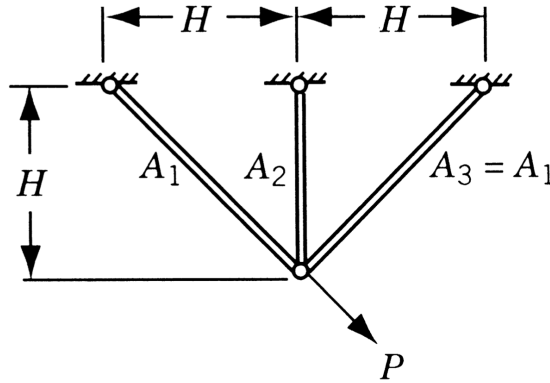


Figura 1: Treliça de três barras.

O objetivo é determinar o comprimento de cada barra que minimiza o peso da treliça. Seja  $x_1 = A_1$  e  $x_2 = A_2$ . O problema de otimização pode ser descrito da seguinte forma:

$$\min f(x_1, x_2) = (2\sqrt{2})x_1 + x_2 \quad (1a)$$

$$\text{sujeito a : } P \frac{x_2 + x_1\sqrt{2}}{x_1^2\sqrt{2} + 2x_1x_2} \leq 20 \quad (1b)$$

$$P \frac{1}{x_1 + x_2\sqrt{2}} \leq 20 \quad (1c)$$

$$-P \frac{x_2}{x_1^2\sqrt{2} + 2x_1x_2} \leq -5 \quad (1d)$$

$$0.1 \leq x_1, x_2 \leq 5 \quad (1e)$$

onde a eq.(1a) é a função-objetivo que representa o peso da treliça; as equações (1b) e (1c) representam o estresse máximo que as barras 1 e 2 podem suportar; a eq.(1d) representa o estresse mínimo na terceira barra e (1e) representa os limites das variáveis.

Seja  $P = 20$ . A partir dessas informações, aplique os três métodos de otimização restrita estudados na disciplina: Penalidade Interior, Penalidade Exterior e Lagrangeano Aumentado. Informe a configuração adotada para os métodos e discuta os resultados obtidos. Sugestão de ponto inicial:  $(x_1, x_2) = (1, 3)$ .

**Questão 2.** [2, 1] Em um sistema elétrico de potência, múltiplas unidades geradoras (turbinas a vapor, turbinas a gás, motores diesel, etc.) operam simultaneamente para suprir a demanda de energia. Cada unidade possui características operacionais distintas, incluindo custos operacionais diferentes, limites de capacidade, entre outros. O despacho econômico é um dos problemas fundamentais na operação de sistemas elétricos de potência, consistindo na determinação da distribuição ótima de geração entre as unidades geradoras disponíveis para atender à demanda de energia elétrica ao menor custo possível. Considere 3 unidades geradoras para atender uma demanda de 850 MW. A potência gerada por cada unidade é denotada por  $P_1$ ,  $P_2$  e  $P_3$ . As curvas de custo de geração para cada unidade são dadas por:

$$C_1(P_1) = 0.15P_1^2 + 38P_1 + 756$$

$$C_2(P_2) = 0.1P_2^2 + 46P_2 + 451$$

$$C_3(P_3) = 0.25P_3^2 + 40P_3 + 1049$$

onde  $C_i(P_i)$  é o custo de geração da unidade  $i$  em reais por hora e  $P_i$  é a potência gerada pela unidade  $i$  em MW. O problema de despacho econômico pode ser formulado como:

$$\min f(P_1, P_2, P_3) = C_1(P_1) + C_2(P_2) + C_3(P_3) \quad (2a)$$

$$\text{sujeito a : } P_1 + P_2 + P_3 = 850 + PL \quad (2b)$$

$$150 \leq P_1 \leq 600, \quad (2c)$$

$$100 \leq P_2 \leq 400, \quad (2d)$$

$$50 \leq P_3 \leq 200, \quad (2e)$$

onde  $PL$  é a potência perdida na transmissão e pode ser calculada através de:

$$PL = \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 P_i B_{ij} P_j \quad (3)$$

onde  $B_{ij}$  é o coeficiente de perda de potência entre as unidades  $i$  e  $j$ . Neste problema, considere a seguinte matriz de coeficientes de perda:

$$B = \begin{bmatrix} 0.000049 & 0.000014 & 0.000015 \\ 0.000014 & 0.000045 & 0.000016 \\ 0.000015 & 0.000016 & 0.000039 \end{bmatrix} \quad (4)$$

Determine a distribuição ótima de geração entre as unidades geradoras utilizando dois métodos de otimização restrita estudados na disciplina: Penalidade Exterior e Lagrangeano Aumentado. Informe a configuração adotada para os métodos e discuta os resultados obtidos.

## Observações Gerais

- O relatório com a discussão da implementação e resultados obtidos nos exercícios, bem como os códigos fonte dos métodos implementados, deverão ser enviados ao professor via Moodle (trabalhos enviados por e-mail não serão considerados). Templates para a escrita do relatório estão disponíveis na página da disciplina, mas não são obrigatórios.
- Espera-se um relatório discutindo as abordagens estudadas e seus resultados nos exercícios. Relatórios contendo apenas códigos e/ou figuras serão penalizados.
- Vocês podem utilizar a linguagem de programação que preferir. Minha sugestão: Python ou MATLAB (preferencialmente Python).
- Uma biblioteca com as implementações dos métodos de otimização está disponível na tarefa do Moodle: `otimo.py`

## Referências

- [1] F. N. Al Farsi, M. H. Albadi, N. Hosseinzadeh, and A. H. Al Badi. Economic dispatch in power systems. In *2015 IEEE 8th GCC Conference & Exhibition*, pages 1–6. IEEE, 2015.
- [2] F. Marzbani and A. Abdelfatah. Economic dispatch optimization strategies and problem formulation: A comprehensive review. *Energies*, 17(3):550, 2024.
- [3] S. S. Rao. *Engineering optimization: theory and practice*. John Wiley & Sons, 2019.
- [4] E. Sandgren. Nonlinear integer and discrete programming in mechanical design. In *International design engineering technical conferences and computers and information in engineering conference*, volume 26584, pages 95–105. American Society of Mechanical Engineers, 1988.