

Logarithmusfunktionen - Test

Aufgabe 1

Löse folgende Gleichungen:

/5P

- a) $\lg(x) = 2$
- b) $\log_2(x - 4) = 7$
- c) $2 - 1,5^x = 1,5$
- d) $2 \times 5^x - 3 = 7$
- e) $\log_3(x) \times \log_3(1/x) = 2$

Aufgabe 2

Von einem Radioaktiven Stoff zerfallen jedes Jahr 10%.

/8P

- a) Gib eine Funktionsgleichung der Form $f(\text{Menge}) = \text{Zeit}$ an.
- b) Beschreibe den Graphen, zu der Funktion aus a).
- c) Nach wie vielen Jahren ist nur noch die Hälfte vorhanden?
- d) Wie wahrscheinlich ist es, dass ein bestimmtes Atom dieses Stoffes nach einem Jahr bzw. zwei Jahren zerfallen ist?

Aufgabe 3

Bestimme den Schnittpunkt der Funktionen:

/6P

- 1) $f(x) = 3$ und $g(x) = 2^x$
- 2) $h(x) = 2\log_3(x)$ und $k(x) = \log_2(x)$
- 3) $m(x) = \log_5(x + 2)$ und $n(x) = \log_5(x) + 2$
- 4) $p(x) = 2\log_4(x + 2)$ und $q(x) = \log_4(x)$

Gesamtpunktzahl:

/19P

Logarithmusfunktion - Lösungen

Aufgabe 1

Löse folgende Gleichungen:

/5P

a) $\lg(x) = 2$

b) $\log_2(x - 4) = 7$
 $e^2 = x \approx 7,39$

$$2^7 = x - 4$$

$$2^7 + 4 = x = 132$$

c) $2 - 1,5^x = 1,5$

$$2 - 1,5^x = 1,5$$

$$1,5^x = 0,5$$

$$\log_{1,5}(0,5) = x \approx -1.71$$

d) f $2 \times 5^x - 3 = 7$

$$2 \times 5^x - 3 = 7$$

$$2 \times 5^x = 10$$

$$5^x = 5$$

$$x = 1$$

Aufgabe 2

Von einem Radioaktiven Stoff zerfallen jedes Jahr 10%.

/8P

a) Gibt eine Funktionsgleichung der Form $f(\text{Menge}) = \text{Zeit}$ an.

$$f(x) = \log_{0,9}(x)$$

b) Beschreibe den Graphen, zu der Funktion aus a).

Definitionsbereich: $x \in \mathbb{R}^+$

Wertebereich: $y \in \mathbb{R}$

Symmetrie: keine

Monotonie: streng monoton fallend

Asymptoten: y-Achse

Nullstellen: $x_0 = 1$

- c) Nach wie vielen Jahren ist nur noch die Hälfte vorhanden?

$$f(1/2) = \log_{0,9}(1/2) \approx 6,58$$

- d) Wie wahrscheinlich ist es, dass ein bestimmtes Atom dieses Stoffes nach einem Jahr bzw. zwei Jahren zerfallen ist?

Nach einem Jahr sind 10% des Stoffes zerfallen. Die Wahrscheinlichkeit, dass das Atom bei diesen 10% dabei war, beträgt genau 10%.

Analog sind nach zwei Jahren 19% zerfallen. $(1 - f(2))$

Damit beträgt die Wahrscheinlichkeit nach zwei Jahren genau 19%.

Aufgabe 3

Bestimme den Schnittpunkt der Funktionen:

/6P

- a) $f(x) = 3$ und $g(x) = 2^x$

Um den Schnittpunkt von zwei Funktionen zu berechnen, muss man diese Gleichsetzen:

$$\begin{aligned} f(x) = 3 &= g(x) = 2^x & | \log \\ x &= \log_2(3) \approx 1,58 \end{aligned}$$

$$\text{Schnittpunkt: } S(1,58 | f(1,58)) = S(1,58 | 3)$$

- b) $h(x) = 2\log_3(x)$ und $k(x) = \log_2(x)$

$$h(x) = 2\log_3(x) = k(x) = \log_2(x)$$

$$2 \frac{\log_2(x)}{\log_2(3)} = \log_2(x) \quad | : \log_2(x)$$

$$2 \frac{1}{\log_2(3)} = 1$$

$$1,26 = 1 \quad \text{f. A.}$$

Die Funktionen haben keinen Schnittpunkt.

c) $m(x) = \log_5(x+2)$ und $n(x) = \log_5(x) + 2$

$$m(x) = \log_5(x+2) = n(x) = \log_5(x) + 2 \quad | - \log_5(x+2)$$

$$0 = \log_5(x) + 2\log_5(5) - \log_5(x+2)$$

$$0 = \log_5\left(\frac{25 \times x}{x+2}\right)$$

$$\frac{25 \times x}{x+2} = 5^0 = 1 \quad | \times (x+2)$$

$$25 \times x = x + 2 \quad | - x$$

$$24 \times x = 2 \quad | : 24$$

$$x = \frac{1}{12}$$

$$\text{Schrittpunkt: } S\left(\frac{1}{12} \mid f(1/12)\right) \approx S\left(\frac{1}{12} \mid 0,46\right)$$

d) $p(x) = 2\log_4(x+2)$ und $q(x) = \log_4(x)$

$$p(x) = 2\log_4(x+2) = q(x) = \log_4(x) \quad | - 2\log_4(x+2)$$

$$0 = \log_4(x) - 2\log_4(x+2)$$

$$0 = \log_4\left(\frac{x}{(x+2)^2}\right)$$

$$\frac{x}{(x+2)^2} = 5^0 = 1 \quad | \times (x+2)$$

$$x = (x+2)^2 = x^2 + 4x + 4 \quad | - x$$

$$0 = x^2 + 3x + 4 \quad | p - q - \text{Formel}$$

$$x = -\frac{3}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{3}{2}\right)^2 - 4}$$

$$x = -\frac{3}{2} \pm \sqrt{-1,75}$$

Da der Wert unter der Wurzel negativ ist, gibt es keine Lösung für x.