

# **OPTIMAL PRODUCT LINE PRICING IN THE PRESENCE OF BUDGET-CONSTRAINED CONSUMERS**


消費者預算限制下最佳化產品線定價

# 產品線定價&產品搭售

是一種增加產品附加價值的策略，主要是結合了二個或以上獨立的產品給予任何定價銷售，讓消費者知覺其產品所提供之效用增加

互補性產品

替代性產品



增加  
消費者預算限制  
對於產品線商品  
購買的定價

# 研究貢獻

1. 提出混合整數規劃模型探討預算限制下消費者購買行為。
2. 以分支界定法(Branch-and-bound)求解優化後的消費者行為模型。
3. 發現分支界定法明顯優於CPLEX執行速度。
4. 管理上的意義：若不考量消費者預算限制，則會使賣方利潤受損；而透過優化後的模型可明顯改善消費者預算限制之影響

# 符號介紹-INDICES

$i = 1, \dots, I$	消費者
$j, k, l = 1, \dots, J$	產品
$n, m = 1, \dots, N_j$	產品j 的定價點
$z = 1, \dots, 2^J$	替代品之指數
$K^z \subseteq \{1, \dots, J\}$	包含替代品z中的產品

# 符號介紹-PARAMETERS

$P_{jn}$  產品j的第n個價格點

$C_{0j}$  產品j的初始量(整數)

$v_{ij}$  消費者i對j產品預定價格

$q_{ijn}$  1,如果消費者滿意j產品在n點的價格(參與限制)。

$s_{ijn}$  消費者i預期價購買j品所產生盈餘

$s_{ijn}^{rel}$  消費者i預期價購買j品所產生盈餘/率

$B_i$  消費者i預算限制

$\varepsilon$  最小的數

$M_i, M_{ij}, M'_{ik}, M''_{ik}, M_{iz}$  Big M

# 符號介紹-決策變數

$x_{ijn}$  1, 當消費者i在n價格點選擇產品j

$\pi_{jn}$  1, 產品j提供價格P在Pjn點

$\gamma_{ijn}$  1, 如果  $\pi_{jn} = 1, q_{ijn} = 1$ , and  $c_{i-1} > 0$

$\beta_{iz}$  1, 如果消費者i足夠購買替代品z之產品

$\delta_{izkn}$  1, if  $\gamma_{ikn} = \beta_{iz} = 1$  for  $k \in Kz$

$\rho_{ijk}$  1, 當消費預算不足以購買j品時，需考慮所有k品購買決策。

$c_{ij}$  消費者i購買j品後剩餘之量

Table 1.

Exemplary sales process. 銷售過程舉例

					Optimal			Look-ahead			Greedy		
Product $j$					1	2	3	1	2	3	1	2	3
Prices $p_j$					60	40	50	60	40	50	60	40	50
Cons. $i$	Budget $B_i$	$v_{i1}$	$v_{i2}$	$v_{i3}$	$s_{i1}$	$s_{i2}$	$s_{i3}$	$s_{i1}^{rel}$	$s_{i2}^{rel}$	$s_{i3}^{rel}$	$s_{i1}$	$s_{i2}$	$s_{i3}$
1	90	75	53	56	15	13	6	0.25	0.33	0.12	15	13	6
2	115	73	49	60	13	9	10	0.22	0.23	0.2	13	9	10
3	98	70	98	49	10	58	(PC)	0.17	(c)	(PC)	(c)	58	(PC)

## 啟發式-貪婪性消費者行為

$$Max \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J \sum_{n=1}^{N_j} x_{ijn} p_{jn} \quad (4)$$

目標式一樣探求供應商收益最大化，若消費者*i* 在價格*n*點上購買產品*j* 時， $x_{ijn}$ 為1，而 $p_{jn}$  為消費價格點*n*



$$s.t. \sum_{n=1}^{N_j} \pi_{jn} = 1 \text{ for all } j \quad (5)$$

確保只有一個產品只會被選擇到一個價格點 (不同產品在不同價格點)

$$c_{ij} = c_{i-1,j} - \sum_{n=1}^{N_j} x_{ijn} \quad \text{for all } i, j \quad (6)$$

產品的容量會隨著上一個消費者選購而減少

$$\sum_{n=1}^{N_j} \gamma_{ijn} \leq c_{i-1,j} \quad \text{for all } i, j \quad (7)$$

如果 j 產品不能用的話，在這裡  $\gamma_{ijn}$  強制為0

$\gamma_{ijn}$  控制  $\pi_{jn}$  (產品  $j$  在價格  $p$  在  $p_{jn}$  點)，控制  $q_{ijn}$  消費者滿意的價格

$$\gamma_{ijn} \leq \pi_{jn} q_{ijn} \quad \text{for all } i, j, n \quad (8)$$

$$\gamma_{ijn} \leq q_{ijn} + \pi_{jn} - \frac{c_{i-1,j}}{c_{0j}} - 2 \quad \text{for all } i, j, n \quad (9)$$

消費者是否滿意的參與限制(1 · 0)

產品J是否有提供價格點(制定)

$$x_{ijn} \leq \gamma_{ijn} \quad \text{for all } i, j, n \quad (10)$$

$$\sum_{j=1}^J \sum_{n=1}^{N_j} x_{ijn} p_{jn} \leq B_i \quad \text{for all } i \quad (11)$$

消費者所選擇的價格購買不超過他的總預算

$$\begin{aligned}
 & B_i - \sum_{k=1}^J \sum_{m=1}^{N_k} x_{ikm} p_{km} + \varepsilon \leq \sum_{n=1}^{N_j} (\gamma_{ijn} - x_{ijn}) p_{jn} \\
 & + \left( 1 + \sum_{n=1}^{N_j} (x_{ijn} - \gamma_{ijn}) \right) M_i \text{ for all } i, j \quad (12)
 \end{aligned}$$

不允許消費者在(1)產品可購買 (2)預算允許範圍內

剩餘的預算購買後決定必須小於每一產品的價格

$$\left( \sum_{\substack{l=1 \\ l \neq j \wedge l \neq k}}^J \sum_{n=1}^{N_l} p_{ln} x_{iln} + \sum_{n=1}^{N_j} p_{jn} \pi_{jn} - B_i + \varepsilon \right) / M'_{ik} \\ \leq \rho_{ijk} \quad \text{for all } i, j, k : j \neq k \quad (14)$$

$$\left( B_i - \sum_{\substack{l=1 \\ l \neq j \wedge l \neq k}}^J \sum_{n=1}^{N_l} p_{ln} x_{iln} - \sum_{n=1}^{N_j} p_{jn} \pi_{jn} + \varepsilon \right) / M_{ij} \\ \leq (1 - \rho_{ijk}) \quad \text{for all } i, j, k : j \neq k \quad (13)$$

(13)和(14) 控制每一個消費者的產品都受  $\rho_{ijk}$  所控制



$$\sum_{m=1}^{N_k} x_{ikm} \leq 1 + \sum_{n=1}^{N_j} x_{ijn} + \left( \sum_{m=1}^{N_k} s_{ikm} \gamma_{ikm} - \sum_{n=1}^{N_j} s_{ijn} \gamma_{ijn} \right) / M''_{ik}$$

$$\leq \rho_{ijk} \quad \text{for all } i, j, k : j \neq k \quad (15)$$

限制根據盈餘  $s_{ijn}$  的價值遞減，決定購買決策

$$c_{ij} \geq 0 \quad \text{for all } i, j \quad (16)$$

$$\rho_{ijk} \in \{0, 1\} \quad \text{for all } i, j, k : j \neq k \quad (17)$$

$$x_{ijn}, \pi_{jn}, \gamma_{ijn} \in \{0, 1\} \quad \text{for all } i, j, n \quad (18)$$

非負限制式