Gruppe $\boxed{\textbf{17}}$ Philipp Hochmann, 356148
Berechenbarkeit & Komplexität Felix Kiunke, 357322

Blatt 11

Aufgabe 11.1

Reduktionsabbildung: Jede Klausel $(a \vee b \vee c)$ der Eingabe wird transformiert zu

$$(*) \qquad (a \vee b \vee \bar{x}) \wedge (a \vee c \vee \bar{y}) \wedge (c \vee b \vee \bar{z}) \wedge (x \vee y \vee z)$$

wobei x, y, z o.B.d.A. keine Literale in der Eingabe sind. Dies ist sicherlich polynomiell (linear in der Anz. der Klauseln).

Beweis. *Korrektheit*

$w \in$ 3SAT
$\Longrightarrow$ In jeder Klausel $(a \vee b \vee c)$ von w kommt mindestens ein wahres Literal vor
$\Longrightarrow$ Es können x, y, z so gewählt werden, dass im Ausdruck $(*)$ in jeder Klausel mindestens ein Literal wahr und ein Literal falsch auftritt:
(a) Sind mehr als ein Literal von a, b, c wahr, so setze x und y jeweils auf *wahr* und z auf $falsch$
(b) Ist nur eines wahr, so setze x auf $falsch$, wenn es c ist, y auf $falsch$, wenn es b ist, und z auf $falsch$, wenn es a ist.
$\Longrightarrow$ Jede Klausel von $(*)$ hat mind. ein wahres und mind. ein falsches Literal, insb. ist die Belegung dann erfüllend
$\Longrightarrow$ $w \in$ Not-all-equal-SAT

$w \notin$ 3SAT
$\Longrightarrow$ In mind. einer Klausel $(a \vee b \vee c)$ von w kommt kein wahres Literal vor
$\Longrightarrow$ $(*)$ könnte dann nur erfüllend gemacht werden, wenn x, y, z jeweils auf $falsch$ gesetzt werden, dies ist wegen der letzten Klausel von (*) allerdings nicht erlaubt
implies Es gibt keine erfüllende Belegung von $(*)$
$\Longrightarrow$ $w \notin$ Not-all-equal-SAT

Es gilt daher 3SAT $\leq_p$ Not-all-equal-SAT.

Aufgabe 11.2

Algorithmus:
Solange der Graph noch Kanten enthält, wähle zufällig eine Kante, füge ihre Endknoten zum Ergebnis hinzu, und entferne alle zu diesen ihren Endknoten inzidenten Kanten.

Beweis 2-Approximation:
Ein Endknoten ist auf jeden Fall auch Teil der optimalen Lösung. Der Andere nicht notwenigerweise. Deshalb ist die berechnete Approximation schlimmstenfalls doppelt so groß.

Aufgabe 11.3