

# Übung zur Vorlesung BERECHENBARKEIT UND KOMPLEXITÄT

## Blatt 2

### Aufgabe 2.1

(4 Punkte)

Gegeben sei die Turingmaschine  $M = (\{q_1, q_2, q_3\}, \{0, 1\}, \{0, 1, B\}, B, q_1, q_2, \delta)$  mit  $\delta$  wie folgt:

	0	1	B
$q_1$	$(q_3, 1, N)$	$(q_1, 0, R)$	$(q_2, B, L)$
$q_3$	$(q_1, 0, L)$	$(q_3, 1, L)$	$(q_1, B, R)$

Berechnen Sie die Gödelnummer  $\langle M \rangle$  von  $M$  wie in der Vorlesung definiert.

### Aufgabe 2.2

(5 Punkte)

Sei  $M = (Q, \Sigma, \Gamma, B, q_0, \bar{q}, \delta)$  eine 1-Band-TM, deren Speicherplatzbedarf für eine Eingabe der Länge  $n$  maximal  $s(n)$  beträgt. Zeigen Sie: Wenn  $M$  auf einer Eingabe  $w$  der Länge  $n$  hält, dann hält  $M$  auf  $w$  nach spätestens  $(|Q| - 1) \cdot |\Gamma|^{s(n)} \cdot s(n) + 1$  Schritten.

In den folgenden Aufgaben ist es **nicht** notwendig, die Turingmaschinen explizit anzugeben. Eine Beschreibung ihrer Arbeitsweise und Laufzeit in den einzelnen Arbeitsschritten genügt.

### Aufgabe 2.3

(3 + 3 Punkte)

Sei  $L = \{w\#w \mid w \in \{0, 1\}^*\}$  (über dem Alphabet  $\Sigma = \{0, 1, \#\}$ ).

- (a) Beschreiben Sie eine möglichst effiziente 1-Band-TM, die  $L$  entscheidet. Analysieren Sie den Zeit- und den Speicherplatzbedarf der von Ihnen entworfenen Maschine.
- (b) Beschreiben Sie eine möglichst effiziente 2-Band-TM, die  $L$  entscheidet. Analysieren Sie den Zeit- und den Speicherplatzbedarf der von Ihnen entworfenen Maschine.

**Hinweis:** Überlegen Sie sich zuerst, wie ein zweites Band die Erkennung eines Wortes in  $L$  schneller machen kann.

### Aufgabe 2.4

(5 Punkte)

Zeigen Sie, dass jede 1-Band-TM durch eine 1-Band-TM mit einseitig unendlichem Band, d.h., durch eine Turingmaschine, die die Positionen  $p < 0$  nie benutzt, simuliert werden kann. Wie groß ist der Zeitverlust?