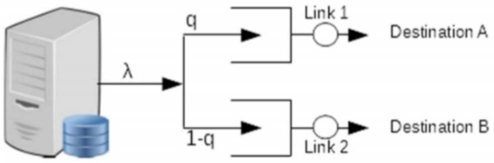
Ejercicio 1

Un servidor envía datos hacia los destinos A y B a través de dos enlaces. Los paquetes con destino A se envían por el enlace 1, mientras que los dirigidos a B van por el enlace 2. Cada enlace tiene una capacidad de 1 Mbps y cada enlace tiene su correspondiente buffer o cola de espera para paquetes.

El servidor genera paquetes según un proceso de Poisson con tasa λ=600 paquetes/segundo. Dicho tráfico se distribuye a través de los enlaces 1 y 2 en función de las probabilidades de enrutamiento "q" y "1-q". En concreto, la probabilidad "q" determina la parte de tráfico que sale por el enlace 1, mientras que "1-q" determina la proporción que sale por el enlace 2.

La longitud de los paquetes enviados por el enlace 1 sigue una distribución exponencial de media 1000 bits. En cambio, la longitud de los paquetes enviados por el enlace 2 sigue una distribución uniforme entre 800 y 1200 bits.

La figura de abajo muestra el modelo de colas a utilizar, donde se consideran colas de tamaño infinito.



M/M/1

M/G/1

a) Si q=3/4, calcular el retardo medio de un paquete con destino A.
b) Si q=3/4, calcular el retardo medio de un paquete con destino B.
c) Determinar el valor de "q" para que el retardo medio de un paquete con destino A sea igual al de un paquete con destino B.

$\lambda = 600$ paq/s

$C = 1$ Mbps

$\ell_1 \equiv$ exponencial, 1000 bits/paq

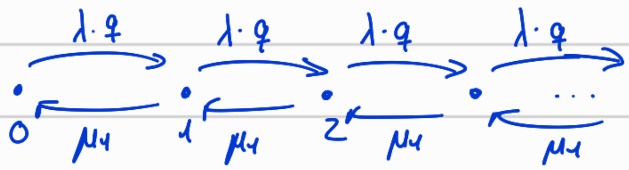
$\ell_2 \equiv$ uniforme 800-1200 bits/paq

$$\mu_1 = \frac{C}{\ell_1} = \frac{10^6}{1000} = 10^3 \text{ paq/seg}$$

$$E(x) = \frac{a+b}{2} \qquad \sigma_x^2 = \frac{(b-a)^2}{12}$$

A) ¿$E(T_A)$? si $q = \frac{3}{4}$ | M/M/1

$$E(T_A) = \frac{E(n)}{\lambda}$$



Por ser M/M/1: $E(T_A) = \frac{1}{\mu - \lambda_A} = \frac{1}{1000 - 600\cdot\frac{3}{4}} = \frac{1}{1000-450} = 1{,}818\cdot 10^{-3}$ segundos

B) ¿$E(T_B)$? si $1-q = q' = \frac{1}{4}$ | M/G/1

$$\rho = \frac{\lambda_2}{\mu_2} = \frac{600 \text{ paq/seg} \cdot 1/4}{10^3} = 0{,}15$$

$$E(T_B) = \frac{1}{\mu_2\cdot(1-\rho)}\cdot\left(1-\frac{\rho}{2}\right) \longrightarrow E(T_B) = \frac{1}{10^3\cdot(1-0{,}15)}\cdot\left(1-\frac{0{,}15}{2}\right) = 1{,}0882\cdot 10^{-3} \text{ segundos}$$

$$\mu_2 = \frac{1}{E_2(\tau)} \quad \text{con} \quad E_2(\tau) = \frac{\frac{800+1200}{10^6}}{2} = 10^{-3} \text{ paq/seg}$$

$$\mu_2 = \frac{1}{10^{-3}} = 10^3 \text{ paq/seg}$$

c) ¿q? para que $E(T_A) = E(T_B)$

$$E(T_A) = \frac{1}{\mu_1 - \lambda_1} = \frac{1}{1000 - 600q}$$

$$E(T_B) = \frac{1}{\mu_2\cdot\left(1-\frac{\lambda\cdot(1-q)}{\mu_2}\right)}\cdot\left(1-\frac{\frac{\lambda\cdot(1-q)}{\mu_2}}{2}\right)$$

$$= \frac{1}{10^3\cdot\left(1-\frac{600\cdot(1-q)}{10^3}\right)}\cdot\left(1-\frac{\frac{600\cdot(1-q)}{10^3}}{2}\right)$$

Igualando y despejando q: $q = 0{,}38$

EXTENSIÓN DEL EJERCICIO ↗ derivada

d) Determinar el valor de "q" para que el retardo medio global de un paquete sea mínimo.

e) Representar gráficamente la variación de "q" con respecto a λ cuando dicho valor de "q" posibilita alcanzar el retardo medio global mínimo. Se considerará el rango de valores de λ en el que el sistema es estable.

D) ¿q? para $E(T)$ mínimo

$E(T) = q \cdot E(T_A) + (1-q) \cdot E(T_B)$ derivar e igualar a 0.

$$\frac{d}{dq} E(T) = 0 \longrightarrow \frac{d}{dq} \left[q \cdot E(T_A) + (1-q) E(T_B) \right] = 0$$

$q = 0{,}3998 \simeq 0{,}40$ Chat GPT

$0{,}3978$ Matlab