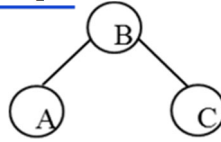


EJERCICIOS DE TEORÍA DE COLAS

Ejercicio 3 – Colas con prioridades

Considérese la red de datos de la figura compuesta por 3 nodos (A, B y C). Los nodos A y B están conectados por un enlace bidireccional simétrico de 30 Mbps, mientras que entre los nodos B y C hay otro enlace bidireccional simétrico de 15 Mbps.



El tráfico que se intercambia entre los 3 nodos es de dos tipos: voz y datos. Para asegurar la calidad de servicio de la voz, se priorizan los paquetes de voz frente a los de datos con una política de prioridad sin desocupación. El tráfico que circula por la red viene dado por las siguientes matrices:

Tráfico de voz en Mbps

		Destinos		
		A	B	C
Orígenes	A		4	2
	B	4		3
	C	2	3	

Tráfico de datos en Mbps

		Destinos		
		A	B	C
Orígenes	A		15	6
	B	15		3
	C	6	3	

Supóngase que las llegadas de paquetes a la red siguen procesos de Poisson, que los paquetes que transportan la voz siguen una distribución exponencial de media 500 bits y que la longitud de los paquetes de datos que circulan por la red siguen una distribución hipereexponencial con parámetros $p_1=0.4$, $l_1=1000$ bits, $p_2=0.6$, $l_2=1500$ bits.

- Calcular el retardo medio de los paquetes de voz y de los paquetes de datos cuyo origen es el nodo A y cuyo destino es el nodo C.
- Calcular el retardo medio de los paquetes de voz y de los paquetes de datos intercambiados entre cada par de nodos.

A) Relando A-C

$$\mu = \frac{C}{P} \rightarrow \mu_{AB_{voz}} = \frac{30 \cdot 10^6 \text{ bits/s}}{500 \text{ bits/paq}} = 60000 \text{ paq/s}$$

$$\mu_{AB_{datos}} = p_1 \cdot \mu_{AB_{voz}} + p_2 \cdot \mu_{AB_{voz}} = 0,4 \cdot \frac{30 \cdot 10^6 \text{ bits/s}}{1000 \text{ bits/paq}} + 0,6 \cdot \frac{30 \cdot 10^6 \text{ bits/s}}{1500 \text{ bits/paq}} = 24000 \text{ paq/s}$$

\downarrow \downarrow
 $\frac{C}{P_1}$ $\frac{C}{P_2}$

$$\lambda_{AB_{voz}} = \lambda_{AB_{voz}} + \lambda_{AC_{voz}} = \frac{4 \cdot 10^6 \text{ bits/s}}{500 \text{ bits/paq}} + \frac{2 \cdot 10^6 \text{ bits/s}}{500 \text{ bits/paq}} = 12000 \text{ paq/s}$$

$$\lambda_{AB_{datos}} = \lambda_{AB_{datos}} + \lambda_{AC_{datos}} = 0,4 \cdot \frac{24 \cdot 10^6 \text{ bits/s}}{1000 \text{ bits/paq}} + 0,6 \cdot \frac{24 \cdot 10^6 \text{ bits/s}}{1500 \text{ bits/paq}} = 16800 \text{ paq/s}$$

$$\lambda_{AB} = \lambda_{AB_{voz}} + \lambda_{AB_{datos}} = 12000 \text{ paq/s} + 16800 \text{ paq/s} = 28800 \text{ paq/s}$$

$$E(T_{sAB_{voz}}^2) = \frac{2}{\mu_{AB_{voz}}^2} = \frac{2}{(60000 \text{ paq/s})^2} = 5,5 \cdot 10^{-10} (\text{paq/s})^{-2}$$

$$E(T_{sAB_{datos}}^2) = \frac{2}{\mu_{AB_{datos}}^2} \cdot 0,4 + \frac{2}{\mu_{AB_{datos}}^2} \cdot 0,6 = \frac{2}{(130000 \text{ paq/s})^2} \cdot 0,4 + \frac{2}{(20000 \text{ paq/s})^2} \cdot 0,6 = 3,8 \cdot 10^{-9} (\text{paq/s})^{-2}$$

$$E(T_{sAB}^2) = \frac{\lambda_{AB_{voz}}}{\lambda_{AB}} \cdot E(T_{sAB_{voz}}^2) + \frac{\lambda_{AB_{datos}}}{\lambda_{AB}} \cdot E(T_{sAB_{datos}}^2) =$$

$$= \frac{12000 \text{ paq/s}}{28800 \text{ paq/s}} \cdot 5,5 \cdot 10^{-10} (\text{paq/s})^{-2} + \frac{16800 \text{ paq/s}}{28800 \text{ paq/s}} \cdot 3,8 \cdot 10^{-9} (\text{paq/s})^{-2} = 2,45 \cdot 10^{-9} (\text{paq/s})^{-2}$$

$$E_n \text{ M/G/1: } E(T_0) = \frac{1}{2} \cdot E(T_s^2)$$

$$E(T_0) = \frac{\lambda_{AB}}{2} \cdot E(T_{sAB}^2) = \frac{28800 \text{ paq/s}}{2} \cdot 2,45 \cdot 10^{-9} (\text{paq/s})^{-2} = 3,53 \cdot 10^{-5} \text{ s/paq}$$

$$E(W)_{AB_{voz}}^{\text{AB}} = \frac{E(T_0)_{AB}}{1 - \rho_{AB_{voz}}^{\text{AB}}} = \frac{3,53 \cdot 10^{-5}}{1 - 0,2} = 4,41 \cdot 10^{-5} \text{ s/paq}$$

$$E(W)_{AB_{datos}}^{\text{AB}} = \frac{E(T_0)_{AB}}{(1 - \rho_{AB_{voz}}^{\text{AB}}) \cdot (1 - \rho_{AB_{voz}}^{\text{AB}} - \rho_{AB_{datos}}^{\text{AB}})} = \frac{3,53 \cdot 10^{-5} \text{ s/paq}}{(1 - 0,2) \cdot (1 - 0,2 - 0,7)} = 4,41 \cdot 10^{-4} \text{ s/paq}$$

$$\rho_{AB_{voz}}^{\text{AB}} = \frac{\lambda_{AB_{voz}}^{\text{AB}}}{\mu_{AB_{voz}}^{\text{AB}}} = \frac{12000 \text{ paq/s}}{60000 \text{ paq/s}} = 0,2$$

$$\rho_{AB_{datos}}^{\text{AB}} = \frac{\lambda_{AB_{datos}}^{\text{AB}}}{\mu_{AB_{datos}}^{\text{AB}}} = \frac{16800 \text{ paq/s}}{24000 \text{ paq/s}} = 0,7$$

$$\mu_{BC}^{voz} = \frac{15 \cdot 10^6 \text{ bits/s}}{500 \text{ bits/paq}} = 30000 \text{ paq/s}$$

$$\mu_{BC}^{datos} = 0,4 \cdot \frac{15 \cdot 10^6 \text{ bits/s}}{1000 \text{ bits/paq}} + 0,6 \cdot \frac{15 \cdot 10^6 \text{ bits/s}}{1500 \text{ bits/paq}} = 12000 \text{ paq/s}$$

$$\lambda_{BC}^{voz} = \lambda_{AC}^{voz} + \lambda_{BC}^{voz} = \frac{2 \cdot 10^6 \text{ bits/s}}{500 \text{ bits/paq}} + \frac{2 \cdot 10^6 \text{ bits/s}}{500 \text{ bits/paq}} = 10000 \text{ paq/s}$$

$$\lambda_{BC}^{datos} = \lambda_{AC}^{datos} + \lambda_{BC}^{datos} = \frac{0,4 \cdot 9 \cdot 10^6 \text{ bits/s}}{1000 \text{ bits/paq}} + \frac{0,6 \cdot 9 \cdot 10^6 \text{ bits/s}}{1500 \text{ bits/paq}} = 7200 \text{ paq/s}$$

$$\lambda_{BC} = \lambda_{BC}^{voz} + \lambda_{BC}^{datos} = 10000 \text{ paq/s} + 7200 \text{ paq/s} = 17200 \text{ paq/s}$$

$$E(Z_{BC}^{voz}) = \frac{2}{\mu_{BC}^{voz}} = \frac{2}{(30000 \text{ paq/s})^2} = 2,2 \cdot 10^{-9} (\text{paq/s})^{-2}$$

$$E(Z_{BC}^{datos}) = \frac{2}{\mu_{BC}^{datos}} p_1 + \frac{2}{\mu_{BC}^{datos}} p_2 = \frac{2}{(15000 \text{ paq/s})^2} \cdot 0,4 + \frac{2}{(10000 \text{ paq/s})^2} \cdot 0,6 = 1,5 \cdot 10^{-8} (\text{paq/s})^{-2}$$

$$E(T_{BC}) = \frac{\lambda_{BC}^{voz}}{\lambda_{BC}} \cdot E(Z_{BC}^{voz}) + \frac{\lambda_{BC}^{datos}}{\lambda_{BC}} \cdot E(Z_{BC}^{datos}) =$$

$$= \frac{10000 \text{ paq/s}}{17200 \text{ paq/s}} \cdot 2,2 \cdot 10^{-9} (\text{paq/s})^{-2} + \frac{7200 \text{ paq/s}}{17200 \text{ paq/s}} \cdot 1,5 \cdot 10^{-8} (\text{paq/s})^{-2} = 7,8 \cdot 10^{-9} \text{ s/paq}$$

$$E(T_{0BC}) = \frac{\lambda_{BC}}{2} \cdot E(Z_{BC}) = \frac{17200 \text{ paq/s}}{2} \cdot 7,8 \cdot 10^{-9} = 6,709 \cdot 10^{-5} \text{ s}$$

$$E(w)_{BC}^{voz} = \frac{E(T_{0BC})}{1 - \rho_{BC}^{voz}} = \frac{6,709 \cdot 10^{-5} \text{ s}}{1 - 1/3} = 1,006 \cdot 10^{-4} \text{ s}$$

$$E(w)_{BC}^{datos} = \frac{E(T_{0BC})}{(1 - \rho_{BC}^{voz}) \cdot (1 - \rho_{BC}^{voz} - \rho_{BC}^{datos})} = \frac{6,709 \cdot 10^{-5} \text{ s}}{(1 - 1/3) \cdot (1 - 1/3 - 8/18)} = 1,5098 \cdot 10^{-3} \text{ s}$$

$$\rho_{BC}^{voz} = \frac{\lambda_{BC}^{voz}}{\mu_{BC}^{voz}} = \frac{10000 \text{ paq/s}}{30000 \text{ paq/s}} = \frac{1}{3} \quad \rho_{BC}^{datos} = \frac{\lambda_{BC}^{datos}}{\mu_{BC}^{datos}} = \frac{7200 \text{ paq/s}}{12000 \text{ paq/s}} = \frac{3}{5}$$

$$E(w)_{voz}^{AC} = E(w)_{voz}^{AB} + E(w)_{voz}^{BC} = 4,44 \cdot 10^{-5} + 1,006 \cdot 10^{-4} = 1,447 \cdot 10^{-4} \text{ s}$$

$$E(w)_{datos}^{AC} = E(w)_{datos}^{AB} + E(w)_{datos}^{BC} = 4,44 \cdot 10^{-4} + 1,5098 \cdot 10^{-3} = 1,95 \cdot 10^{-3} \text{ s}$$

$$E(T) = E(W) + \frac{1}{\mu}$$

$$E(T)_{voz}^{AC} = E(W)_{voz}^{AC} + \frac{1}{\mu_{voz}^{AB}} + \frac{1}{\mu_{voz}^{BC}} = 1,447 \cdot 10^{-4} + \frac{1}{60000 \text{ paq/s}} + \frac{1}{30000 \text{ paq/s}} = 1,947 \cdot 10^{-4} \text{ s}$$

$$E(T)_{datos}^{AC} = E(W)_{datos}^{AC} + \frac{1}{\mu_{datos}^{AB}} + \frac{1}{\mu_{datos}^{BC}} = 1,96 \cdot 10^{-3} + \frac{1}{24000 \text{ paq/s}} + \frac{1}{12000 \text{ paq/s}} = 2,075 \cdot 10^{-3} \text{ s}$$

B) Retardo medio de cada tipo entre cada par de nodos

$$E(T)_{AB} = E(W)_{AB} + \frac{1}{\mu_{AB}}$$

$$E(T)_{voz}^{AB} = E(W)_{voz}^{AB} + \frac{1}{\mu_{voz}^{AB}} = 4,44 \cdot 10^{-5} + \frac{1}{60.000 \text{ paq/s}} = 6,076 \cdot 10^{-5} \text{ s}$$

$$E(T)_{datos}^{AB} = E(W)_{datos}^{AB} + \frac{1}{\mu_{datos}^{AB}} = 4,44 \cdot 10^{-4} + \frac{1}{24.000 \text{ paq/s}} = 4,826 \cdot 10^{-4} \text{ s}$$

$$E(T)_{voz}^{BC} = E(W)_{voz}^{BC} + \frac{1}{\mu_{voz}^{BC}} = 1,006 \cdot 10^{-4} + \frac{1}{30000 \text{ paq/s}} = 1,34 \cdot 10^{-4} \text{ s}$$

$$E(T)_{datos}^{BC} = E(W)_{datos}^{BC} + \frac{1}{\mu_{datos}^{BC}} = 1,5095 \cdot 10^{-4} + \frac{1}{12000 \text{ paq/s}} = 2,343 \cdot 10^{-4} \text{ s}$$