

数论 2024-12-3

选择题（共 10 题）

1. x^{17} 的个位数为 9, x 可能为 A:3,B:7,C:9,D:5
2. 在 100 到 999 中, 有多少个三个位置数字均不同且为奇数的数
3. 理论知识判断题（正确/错误）
4. 求最大公约数: $(-1859, 1573)$
5. 序列 $O_n = n + 5$ 的常数生成函数是?
6. 从 1 到 30 中选取 3 个不同的数, 其和能被 3 整除的组合有多少种
7. 计算勒让德符号: $(\frac{131}{259})$
8. $7|n$ 、 $11|n$ 、 77 是否整除 n
9. 除 7 余 3, 除 3 余 2, 除 11 余 4, 共有多少个三位数符合条件
10. 20 盏路灯中开启 10 盏, 相邻的至少开一盏, 求方案数

解答题（共 7 题）

1. 已知 $[a^2, b] = [a, b]$, 证明 $[a^2, b] = b$ 。
2. 证明: $pq | a^{p+q} - a^{p+1} - a^{q+1} + a^2$
3. $(x^2 - 3x + 5) \equiv 0 \pmod{79}$ 是否存在整数解
4. 解同余方程组:

$$\begin{cases} 2x \equiv 1 \pmod{7} \\ 3x \equiv 1 \pmod{11} \end{cases}$$
5. 递推关系 $f(n+2) = \text{某个数} * f(n+2) + \text{某个数} * f(n+1) + \text{某个数} * f(n)$, 求其递推关系与生成函数。已知初始条件:

$$y_0 = 1, \quad y_1 = 2, \quad y_2 = 8$$

（书上有一道类似题）

6. 证明: $a^7 \equiv a \pmod{63}$
7. 2 学分课程有 5 门, 3 学分课程有 4 门, 4 学分课程有 5 门。修读的课不多于 4 门, 求恰好修满 10 号学分的选课方案数。