

离散数学（2023）作业 02 - 谓词逻辑

March 6, 2023

Problem 1

定义： $P(x)$ 表示 x 是存在着的鬼，那么“鬼存在”应当表示为 $\exists x P(x)$ 。题目中的推理可以形式化为：

1. $\exists x P(x) \rightarrow \forall x P(x)$
2. $\exists x P(x)$
3. $\forall x P(x)$

推理是错误的，因为由“存在”一个鬼存在无法推出“任意”鬼存在。

Problem 2

1. 对于所有整数，如果它是奇数，则它的平方也是奇数
2. $\neg \exists x (\exists k (x = 4 \cdot k + 3) \rightarrow \exists t (x = t \cdot t))$

Problem 3

$$(\exists \epsilon \in \mathbb{R}^+)(\exists \delta \in \mathbb{R}^+)(\forall x \in \mathbb{R})[(0 < |x - a| < \delta) \rightarrow (|f(x) - l| \geq \epsilon)]$$

Problem 4

$$(\forall c_1 \in \mathbb{R})(\forall c_2 \in \mathbb{R}) \dots (\forall c_n \in \mathbb{R})[(c_i \text{不全为零}) \rightarrow (\sum_{i=1}^n c_i \mathbf{x}_i \neq 0)]$$

Problem 5

当公共论域中含有一个或者两个元素时，条件语句为真，当公共论域中含有超过两个元素时，条件语句为假。

Problem 6

1. $\exists x \exists y P(x) \vee Q(y) \vee A$ 。
2. $\exists x \exists y \neg (P(x) \vee Q(y))$ 。
3. $\forall x \exists y (P(x) \rightarrow Q(y))$ 。

Problem 7

$$\neg \exists x \forall y P(x, y) \Leftrightarrow \forall x (\neg \forall y P(x, y)) \Leftrightarrow \forall x \exists y \neg P(x, y)$$

Problem 8

1. **True**
2. **False**(除非论域只包含一个元素)
3. **True**

Problem 9

1. 分两种情况：
第一种情况，如果 A 为真，那么 $(\forall x P(x)) \vee A$ 为真，且 $\forall (P(x) \vee A)$ 为真，则 $\forall x (P(x) \vee A)$ 为真，等式成立；
第二种情况，如果 A 为假。如果 $\forall x P(x)$ 为真，那么左边为真，而右边也为真。如果 $\forall x P(x)$ 为假，则两边都为假。
综上所述，两边等式成立。
2. 分两种情况：
第一种情况，如果 A 为真，那么 $(\exists x P(x)) \vee A$ 为真，且 $\exists (P(x) \vee A)$ 为真，则等式成立；
第二种情况，如果 A 为假。如果 $\exists x P(x)$ 为真，那么左边为真，而右边也为真。如果 $\exists x P(x)$ 为假，则两边都为假。
综上所述，两边等式成立。

Problem 10

1. **True**
2. **False**
3. **True**
4. **False**