

UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DO RIO DE JANEIRO

INSTITUTO DE CIÊNCIAS SOCIAIS APLICADAS

DEPARTAMENTO DE ECONOMIA

FELLIPE GOMES DA SILVA TAVARES

COMPARAÇÃO DE MODELOS CLÁSSICOS DE BOX E JENKIS E
LINEAR DINÂMICO BAYESIANO PARA SÉRIE DO IPCA NO PERÍODO
DE 1995 A 2016

SEROPÉDICA

2018

FELLIPE GOMES DA SILVA TAVARES

COMPARAÇÃO DE MODELOS CLÁSSICOS DE BOX E JENKIS E
LINEAR DINÂMICO BAYESIANO PARA SÉRIE DO IPCA NO PERÍODO
DE 1995 A 2016

Monografia apresentada no curso graduação da
Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro,
Instituto de Ciências Sociais Aplicadas, curso
de Economia como requisito parcial para
obtenção do título de Bacharel em Economia.

Orientação: Prof. Dr. Daniel Ribeiro de
Oliveira.

Coorientação: Prof.^a Dr.^a Josiane da Silva
Cordeiro Coelho.

SEROPÉDICA

2018

FELLIPE GOMES DA SILVA TAVARES

COMPARAÇÃO DE MODELOS CLÁSSICOS DE BOX E JENKIS E
LINEAR DINÂMICO BAYESIANO PARA SÉRIE DO IPCA NO PERÍODO
DE 1995 A 2016

Monografia apresentada no curso graduação da
Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro, Instituto de Ciências Sociais Aplicadas, curso
de Economia como requisito parcial para obtenção do título de Bacharel em Economia.

Data da defesa:

Resultado: _____

Banca Examinadora

Daniel Ribeiro de Oliveira

UFRRJ

Prof. Dr. _____

Josiane da Silva Cordeiro Coelho

UFRRJ

Prof. Dr^a. _____

Felipe Leite Coelho da Silva

UFRRJ

Prof. Dr. _____

Joilson de Assis Cabral

UFRRJ

Prof. Dr. _____

Agradecimentos

Agradeço a Deus pela oportunidade que cada dia me concede de viver e de poder aprender. Por sua imensa graça, e pelas muitas bênçãos que me deu nessa vida.

Também sou grato aos meus pais por terem me ensinado a trilhar caminhos justos e honestos e por me incentivarem a sempre alcançar meus objetivos. A paciência que tiveram quando eu estava estressado tentando terminar esta monografia. A minha irmã que me ajudou revisar todo esse texto.

Aos meus amigos que sempre me apoiaram e me ajudaram. Aos que moraram comigo na grande república Venezuela e em especial ao Sidrack que nessa jornada se tornou um irmão.

Agradeço a professora Josiane Cordeiro que desde o primeiro dia que a procurei nunca se negou a me ajudar. Seu incentivo, suas cobranças e sua amizade fizeram grande diferença na minha graduação, e sem dúvidas levarei todos seus conselhos e ensinamentos para minha vida. Pelas tardes de terças e quintas que perdia fazendo contas comigo, por escrever um trabalho que é simples, mas que fez diferença na minha vida. Agradeço também pela ajuda quando perdi minha bolsa de monitoria e me incentivou a fazer outra prova, que me possibilitou exercer por mais dois anos.

Ao professor Felipe Leite, pelas contribuições ao meu estudo de séries temporais e pelas dicas que fazia bastante diferença nos momentos de dúvidas.

Ao professor Daniel Ribeiro que me possibilitou ser seu estagiário e pelos diversos momentos que não mediu esforços em me ajudar. Agradeço pela amizade e confiança que tem comigo.

Resumo

Este trabalho se propôs em comparar um modelo autorregressivo com médias móveis e um modelo linear dinâmico bayesiano para a modelagem e previsão da inflação no Brasil no período de janeiro de 1995 até dezembro de 2016. Neste trabalho, foi feita uma breve revisão sobre as teorias de expectativas que tratam sobre a inflação inercial. Além disso, são apresentados os conceitos de inferência bayesiana e séries temporais. A fim de modelar as séries do IPCA, diversos modelos de séries temporais foram ajustados. Dentre os modelos aplicados, os resultados mostraram que o modelo linear dinâmico bayesiano teve um melhor desempenho no ajuste aos dados, enquanto o modelo clássico autorregressivo com médias móveis apresentou uma melhor previsão dos dados.

Palavras-chave: Modelo linear dinâmico; Inflação inercial; Inferência bayesiana;

Abstract

This work was proposed to compare an autoregressive - moving averages model and a dynamic linear model for modeling and forecasting of inflation in Brazil from January 1995 to December 2016. In this work, a brief review was made on the theory of expectations that deal with inertial inflation. In addition, the concepts of Bayesian inference and time series are presented. In order to model the IPCA series, several time series models were adjusted. Among the applied models, the results showed that the Bayesian dynamic linear model had a better performance in adjusting the data, while the classic autoregressive - moving averages model presented a better prediction of the data.

Key words: Dynamic linear model; inertial inflation; Bayesian inference.

LISTA DE FIGURAS, QUADROS E GRÁFICOS

Figura 1 – Variação mensal do Índice de preços ao consumidor amplo (IPCA) no período de 1995 à 2016.

Figura 2 – Gráfico da série do IPCA decomposta em componentes de séries temporais.

Figura 3 – Gráfico da função de autocorrelação da série do IPCA.

Figura 4 – Gráfico da função de autocorrelação parcial da série do IPCA.

Figura 5 – Ajuste do modelo ARMA(1,0,12) (linha cheia) aos dados do Índice Nacional de Preços ao Consumidor Amplo (“+”) no período de janeiro de 1995 a dezembro de 2015. Previsão (linha azul) para o horizonte de 12 meses à frente, com seu respectivo intervalo de confiança de 95% (linha tracejada), sobrepostos aos valores observados neste período (círculos).

Figura 6 – Gráfico da função de autocorrelação dos resíduos do modelo ARMA(1,12).

Figura 7 – Gráfico da função de autocorrelação parcial dos resíduos do modelo ARMA(1,12).

Figura 8 - Ajuste do modelo linear dinâmico (linha cheia) aos dados do Índice Nacional de Preços ao Consumidor Amplo (“+”) no período de janeiro de 1995 a dezembro de 2015. Previsão (linha azul) para o horizonte de 12 (doze) meses à frente sobrepostos aos valores observados neste período (círculos).

LISTA DE SIGLAS

AR – Autorregressivos

ARMA – Autorregressivos de Médias Móveis

BCB – Banco Central do Brasil

DF – Dickey Fuller

FAC – Função de Autoorrelação

FACP – Função de Autocorrelação Parcial

IBGE – Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística

IPCA – Índice de Preços ao Consumidor Amplo

MA – Médias Móveis

MAD - Desvio Padrão Absoluto da Média

MAPE – Erro Médio Absoluto Percentual

MCMC – Monte Carlo Via Cadeias de Markov

MLD – Modelo Linear Dinâmicos

SMAPE – Erro Médio Simétrico Percentual

MSE – Erro Quadrático Médio

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO.....	1
CAPÍTULO 1. TEORIAS DE EXPECTATIVAS E INFLAÇÃO INERCIAL	3
1.1 Expectativas adaptativas.....	3
1.2 Expectativas racionais	4
1.3 Curva de Phillips Novo Keynesiana.....	5
1.4 Inflação Inercial.....	6
CAPÍTULO 2. INFERÊNCIA BAYESIANA	9
2.1 Teorema de Bayes.....	9
2.2 Distribuição <i>a Posteriori</i>	11
2.3 Métodos computacionais	11
CAPÍTULO 3. SÉRIES TEMPORAIS	14
3.1 Definição	14
3.2 Tendência.....	14
3.3 Sazonalidade.....	15
3.4 Termo aleatório.....	16
3.5 Autorregressivos (AR).....	16
3.6 Médias móveis (MA).....	17
3.7 Modelo misto (ARMA)	17
3.8 Modelo linear dinâmico (MLD)	18
3.9 Métricas para comparação de modelos.....	19
CAPÍTULO 4. ANÁLISE ECONOMETRICA.....	22
4.1 Modelo ARMA.....	23
4.2 Modelo linear dinâmico.....	26
4.3 Comparações entre os modelos arma e linear dinâmico.....	28
CONSIDERAÇÕES FINAIS	29
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	31
APÊNDICE A.....	33
APÊNDICE B.....	35
APÊNDICE C.....	39
APÊNDICE D	44

INTRODUÇÃO

Ao longo da história econômica, a inflação foi objeto de grandes debates, tanto no âmbito acadêmico quanto na política. A definição mais básica para inflação é o aumento generalizado dos preços. Alguns economistas também fazem uso do termo para explicar um aumento da oferta monetária. De fato, a inflação é um fenômeno que impacta diretamente o poder aquisitivo dos agentes econômicos e é parâmetro para decisões tanto destes quanto dos formuladores de políticas públicas, e é considerado um indicador crítico para a determinação da estabilidade macroeconômica (Iqbal e Naveed, 2016).

Na tentativa de explicar a formação de preços, muitos economistas propuseram que eles são formados pelas expectativas dos agentes. O estudo das expectativas é importante para a determinação do comportamento das variáveis de um modelo, para que o mesmo seja especificado dentro de um campo teórico, dado as diversas escolas de pensamento econômico. A teoria das expectativas adaptativas veio como pioneira na tentativa de explicar esse processo de formação de preços, onde os indivíduos formulam suas expectativas dado as informações passadas. Para muitos economistas, esse pensamento é muito simplificado, então, formularam a teoria das expectativas racionais, que parte da crítica de que os agentes não apenas observam a informação passada, mas utiliza toda informação que ele tem acesso para formular suas previsões.

As mudanças de políticas econômicas tem seu efeito defasado sobre a economia, e um dos objetivos de prever a inflação é auxiliar a autoridade monetária a definir os seus instrumentos de política no presente e no futuro (Santos, Ferreira e Castelar, 2016). No Brasil, em que se utiliza o sistema de metas de inflação, é importante prever a se a inflação estará no centro da meta estipulada em algum período específico. Atualmente, o índice de preços ao consumidor amplo (IPCA) é o indicador oficial para a inflação no Brasil, e para este que o Banco Central define a meta de inflação.

Uma grande classe de modelos econométricos são utilizados para determinar a previsão da inflação, principalmente por meio das autoridades monetárias, como o Banco Central, que utiliza modelos estruturais e semiestruturais que estimam a curva de Phillips. Iqbal e Naveed (2016) utilizam modelos autorregressivos integrados com médias móveis para a previsão da inflação do Paquistão. No trabalho de Brasil et. al (1986), encontra-se o modelo linear dinâmico bayesiano para a previsão da inflação no Brasil. Santos, Ferreira e Castelar (2016) utilizam,

além do modelo de vetores autorregressivos (VAR), o modelo de índice de difusão (DI) inserido numa regressão simples para a previsão da inflação.

A inferência bayesiana entra como alternativa aos métodos tradicionais clássicos, que utilizam de métodos determinísticos para determinar seus parâmetros. A inferência bayesiana tem como base o uso da probabilidade como grau de informação e tem como característica o poder de combinar novas evidências com conhecimentos anteriores através do uso da regra de Bayes (Maioli, 2014). Em modelos econômicos seu uso pode ser usado para reduzir o nível de incerteza sobre os parâmetros, e estimá-los através de distribuições de probabilidade. Um dos fatores de seu baixo uso, é seu alto custo computacional, pois sua estrutura depende de algoritmos de geração de números aleatórios que podem ser simples ou muito complexos para implementação.

O objetivo deste trabalho é propor um modelo para fazer previsão do índice de preços ao consumidor amplo (IPCA) no Brasil, baseado nos dados de janeiro de 1995 até dezembro de 2016. Para isto, foram ajustados modelos clássicos de Box & Jenkins e um modelo linear dinâmico bayesiano aos dados disponíveis. Foram aplicadas diferentes medidas de comparação, a fim de identificar qual modelo teve um melhor desempenho tanto no ajuste quanto na previsão.

No capítulo 1, apresenta-se uma breve revisão das teorias de expectativas para inflação inercial. No capítulo 2, encontra-se conceitos de inferência bayesiana. No capítulo 3, é introduzido a teoria de séries temporais. No capítulo 4, apresenta-se os resultados dos modelos utilizados para os dados do IPCA. Finalmente, conclui-se o trabalho apontando os principais resultados e possíveis extensões nas Considerações Finais.

CAPÍTULO 1. TEORIAS DE EXPECTATIVAS E INFLAÇÃO INERCIAL

Após a segunda guerra, a ciência econômica passou por novas formulações, onde os teóricos desta ciência dedicaram esforços para compreender o comportamento das variáveis econômicas, como desemprego, inflação, PIB. Destas variáveis, compreender o processo inflacionário foi alvo de diversas propostas. Dentre essas propostas, pode-se destacar a teoria da inflação inercial.

O conceito de inflação inercial propõe que a inflação corrente é determinada pela inflação passada, logo, os agentes incorporam suas expectativas baseada em períodos anteriores. O processo de indexação de contratos e salários é um exemplo de como os agentes incorporam essas expectativas.

O primeiro a discorrer sobre as expectativas adaptativas foi Cagan (1956), em que chama de *Backward – looking*. Mais tarde, novos trabalhos como de Muth (1961), abordam uma nova teoria para expectativas, a de que os agentes incorporam variáveis futuras para a formação de preços, que ficou conhecido como *Forward – looking*, ou expectativas racionais.

O objetivo deste capítulo é apresentar algumas concepções de expectativas que a literatura aborda, tal como introduzir o conceito de inflação inercial.

1.1 Expectativas adaptativas

As expectativas adaptativas afirmam que a melhor forma de se obter a previsão de uma variável econômica é a observando em um tempo anterior, ou somando sua defasagem nos tempos passados. Quando os indivíduos cometem erros de previsões, há uma correção chamado de erro de previsão.

Cagan (1956) utilizou esta hipótese para a determinação da inflação: “a taxa de mudança dos preços esperada é revisada, a cada período, por uma proporção da diferença entre a taxa atual e a taxa que foi esperada” (Cagan, 1956, p315, tradução nossa). A expressão que melhor formaliza esta hipótese é dada por:

$$\pi_t = \pi_{t-1}^e + \beta(\pi_{t-1} - \pi_{t-1}^e), \quad (\text{Equação 1})$$

em que π_t é a inflação do tempo atual, π_{t-1}^e a inflação esperada com defasagem de 1 período e π_{t-1} a inflação do período anterior.

Para realizar a modelagem econométrica da inflação, nessa perspectiva, pode ser utilizado um processo autorregressivo integrado com média móvel (ARIMA). Laidler e Parkin (1975) tratam sobre essa modelagem:

A previsão de séries como essa podem ser descritas como um processo ARIMA (autorregressivo integrado com média móvel) em que mantém se o erro de aprendizagem corrente, mas também a média pondera de todos erros passados. (LAIDLER, 1977, tradução nossa)

As expectativas não apresentam dificuldades para capturar o fenômeno da inércia inflacionária, uma vez que esta depende do somatório de seus valores defasados no tempo. Mas, as expectativas dos agentes não podem se limitar as expectativas passadas, mas englobam outras dimensões que esse modelo não é capaz de capturar. Para tentar retirar esse limite, outros teóricos formularam as expectativas racionais, que será apresentada a seguir.

1.2 Expectativas racionais

A busca pela assertividade de previsões das variáveis econômicas levou muitos teóricos a buscar explicações para os resultados das políticas econômicas. Sobretudo, a expectativa dos agentes é uma variável que impacta diretamente o resultado das políticas propostas pelos *polity makers*. A partir da década de 70, a teoria das expectativas racionais mostrou como que as expectativas do público podem influenciar nos resultados das políticas, e enfatiza que essas expectativas são formadas por todas informações disponíveis, incluindo possíveis atitudes futuras do governo.

No artigo “*Rational Expectations and the Theory of Price Movements*”, Muth (1961) introduz o conceito das expectativas racionais ou *forward looking*. De acordo com essa perspectiva, os indivíduos são racionais, e por isso incorporam em suas previsões todas as informações disponíveis, não apenas as informações passadas. A hipótese pode ser melhor reformulada da seguinte forma:

As expectativas das firmas (ou, mais genericamente, a distribuição probabilística subjetiva dos resultados) tendem a ser distribuídas, para um mesmo conjunto de informação, ao redor da previsão da teoria (ou as distribuições de probabilidade “objetivas” dos resultados). (MUTH, 1961, Pag. 316, tradução nossa)

Desse trecho, vem a hipótese de que os agentes não desperdiçam as informações disponíveis em dado momento. A crítica de Muth às expectativas adaptativas é também por essa teoria levar em consideração apenas resultados obtidos anteriormente, como se os agentes não capturassem informações disponíveis no tempo presente ou para tempos futuros. Para Muth (1961), as firmas ao olharem as informações, tomam suas decisões e caso a previsão da teoria for melhor do que as suas expectativas, as firmas poderiam se aproveitar e maximizar seus lucros, tal como ela poderia ter perdas caso contrário. Deste modo, percebe-se que as expectativas dos agentes não são formadas por equações e elas não são perfeitas.

1.3 Curva de Phillips Novo Keynesiana

A escola de pensamento Novo Keynesiana apresenta três aspectos em que os economistas dessa corrente se baseiam para suas abordagens. A primeira delas é a rigidez de preços, a segunda o fato de adotarem as hipóteses de expectativas racionais e a terceira a de utilizarem métodos de otimizações na análise macroeconômica, como os modelos de equilíbrio geral estocástico e dinâmico (DSGE).

Os pressupostos supracitados, foram utilizados pela primeira vez, para explicar a inflação, por Calvo (1983). Em seu trabalho, ele assume que a mudança de preços nominais não está sujeita a contínuas revisões por partes dos agentes, e essas revisões não são sincronizadas. Para ele, essas mudanças de valores nominais se dão por parte das firmas, que altera seu preço sempre que aparece um sinal aleatório. Este sinal assume uma distribuição geométrica e é independente de períodos passados, além de ser estocasticamente independente de outras empresas. Isso explica a hipótese de rigidez de preços, ou seja, a mudança de preços não é incorporada de maneira rápida, e essa mudança de preços é dada pelas expectativas futuras, o que garante a hipótese de expectativas racionais.

Com o objetivo de compreender a persistência do desemprego ao longo do tempo, Taylor (1980) em seu trabalho assume alguns pressupostos que também leva a compreender o processo

inflacionário por meio da perspectiva novo keynesiana. O primeiro pressuposto é que os contratos de salários da economia são fragmentados, ou seja, nem todas as decisões de salários na economia são tomadas ao mesmo tempo. Uma segunda hipótese é que as empresas, ao tomarem as suas decisões de salários, olham as taxas de salários de outras firmas que estarão em vigor durante o mesmo período de tempo. Com isso percebe-se um efeito multiplicador de contratos, que o próprio autor cita em seu trabalho. Dentro desse contexto, tanto firmas como sindicatos estabelecerão as taxas de salários nominais olhando tanto para o passado (*backward-looking*) quanto para o futuro (*forward-looking*).

Gali e Gertler (1999), propõem uma nova curva de Phillips, dentro do pensamento novo keynesiano. Em seu novo modelo, ele substitui o hiato do produto por uma medida de custo marginal real. Além disso, ele inclui uma variável da inflação passada (*backward-looking*), que fundamentará a teoria de inflação inercial. A equação da nova curva de Phillips pode ser vista a seguir:

$$\pi_t = \gamma_f E_t \pi_{t+1} + \gamma_b \pi_{t-1}, \quad (\text{Equação 2})$$

em que γ_f é o conjunto de empresas que ajustam seus preços de forma *forward-looking*, γ_b o conjunto de firmas que ajustam seus preços de forma *backward-looking*.

A partir deste contexto, pode-se utilizar as duas expectativas simultaneamente nos modelos para a explicação da formação de preços. Então, o pensamento novo keynesiano pode ser utilizado como fundamento teórico para a inercia inflacionária, que até então era vista por meio das expectativas adaptativas, e agora não somente, mas também pelo uso das expectativas racionais.

1.4 Inflação Inercial

Rever periodicamente e automaticamente as prestações a partir de algum índice de preços é uma prática comum entre os setores da economia. Embora encontre muitos defensores, essa prática é objeto de certas peculiaridades. É, de fato, um mecanismo importante para que se corrija a distorção causada pela perda monetária causada pela inflação, mas como será visto a seguir, essa prática também leva a mais inflação.

Simonsen (1970), em seu livro “Inflação: Gradualismo x Tratamento de Choque”, mostra três componentes para a determinação da inflação: Uma componente autônoma, componente de realimentação e a de regulação pela demanda.

A componente autônoma, é aquela que independe da inflação do período anterior. Esta componente é determinada por fatores de ordem institucional, como por exemplo, ajustes arbitrários de salários, da taxa de câmbio, impostos diretos, ou de natureza accidental, como altas de preços provenientes de más safras.

A componente realimentação é definida como aquela que resulta da inflação do período anterior. A tentativa de reconstituição dos preços por partes dos agentes, faz com que a inflação se perpetue em períodos futuros, enquanto se manter a indexação nos preços. Esse é um dos componentes mais característicos do processo persistente da inflação inercial, pois a tentativa de recompor essas perdas monetárias que a inflação causa, induz à realimentação do processo de inflação.

Simonsen (1970) também enfatiza o efeito na alta de preços por conta da intensidade da demanda. Caso a demanda cresça acima da capacidade produtiva, haverá um efeito de alta nos preços para que esse efeito de escassez seja regulado. Da mesma forma que, se a demanda sofrer um desaquecimento, haverá uma tendência a baixa dos preços para que se alcance o equilíbrio. Em termos analíticos, a inflação é definida pela seguinte equação:

$$r_t = \frac{P_t}{P_{t-1}} - 1, \quad (\text{Equação 3})$$

tal que, r_t é a inflação do período, p o preço no período e p_{t-1} o preço no período anterior.

Numa versão linear, o modelo descrito por Simonsen pode ser descrito a partir da seguinte equação:

$$r_t = a_t + br_{t-1} + g_t. \quad (\text{Equação 4})$$

Neste modelo, a_t é a inflação autônoma no período t , br_{t-1} é o componente de realimentação, g_t a componente de regulação pela demanda. O parâmetro b é chamado de coeficiente de realimentação, indicando o grau de automatismo da inflação, ou seja, o impacto da taxa de inflação do período anterior sobre a taxa de inflação do período atual. Ele supõe que o mesmo esteja em um intervalo entre zero e um. Em um ambiente de inflação crônica, b se aproximaria de um, sendo que, em processos explosivos, b seria superior a um.

A hipótese de que a inflação inercial é influenciada pelo processo de realimentação de inflações passadas é a base do uso de modelos univariados para a modelagem e previsão da inflação. Neste trabalho, será considerado que o modelo clássico para modelagem baseada nas expectativas adaptativas, a inflação em tempos anteriores fornece um peso para a modelagem de inflações futuras. O modelo bayesiano, trabalha com a concepção de que os parâmetros são estimados através de distribuições de probabilidade, como destaca a teoria das expectativas racionais, em que os indivíduos observam toda informação disponível ao redor da teoria para basear suas previsões. No próximo capítulo será apresentada uma breve noção da inferência bayesiana, que dará um pequeno suporte para entender a modelagem a partir do modelo dinâmico bayesiano, em que se propõe esse trabalho.

CAPÍTULO 2. INFERÊNCIA BAYESIANA

Na econometria, existe o interesse em encontrar modelos que expliquem algum fenômeno econômico através de relações entre variáveis. Independente do modelo empregado, todos possuem parâmetros que na maior parte dos casos são desconhecidos. A partir da necessidade de encontrar um valor que possa servir como estimador para esse parâmetro que utiliza-se a inferência estatística. Neste capítulo, será introduzido a inferência bayesiana comparando-a com a inferência clássica.

Na abordagem clássica, assume-se que a probabilidade é uma declaração que descreve o resultado de um experimento em eventos que podem ser repetidos, nas mesmas condições (Greenberg, 2012). Nesse sentido, os dados observados formam apenas um dos muitos resultados possíveis. Logo, na inferência, deve ser levado em consideração a variabilidade presente em todas as amostras, e a forma que isto é feito é levando em consideração que os dados são obtidos de uma variável aleatória X , que possui uma função de distribuição de probabilidade, que será escolhida com base em experimentações passadas ou conhecimentos que levem a propor tal família de funções de distribuição de probabilidades. A partir dessa função de probabilidade escolhida, será possível fazer inferências sobre o parâmetro desconhecido θ , mas muitas vezes essa suposição não é conveniente. Logo, é útil realizar inferências sobre θ , no ponto de vista bayesiano.

Na inferência bayesiana, um parâmetro desconhecido θ pode ser pensado como uma variável aleatória θ que assume distribuição de probabilidade $\pi(\theta)$. Essa distribuição de probabilidade é a informação inicial disponível a respeito do parâmetro antes da realização do experimento. Portanto, $\pi(\theta)$ é chamado de distribuição *a priori*. Com a retirada de uma amostra da população que possui θ , é possível encontrar a informação sobre este parâmetro através do teorema de Bayes que será definido a seguir.

2.1 Teorema de Bayes

O teorema de Bayes descreve a probabilidade de um evento baseado em uma informação inicial, definida como distribuição *a priori*. A vantagem da utilização do teorema de Bayes é a fácil atualização de probabilidades de eventos futuros, onde basta substituir a distribuição *a priori* pelas novas evidências para o evento. Segundo DeGroot (2012), o teorema de Bayes pode ser definido por:

$$Pr(B_i|A) = \frac{Pr(B_i)Pr(A|B_i)}{\sum_{j=1}^k Pr(B_j)Pr(A|B_j)}, \quad (\text{Equação 5})$$

Em que B_1, \dots, B_k são eventos tais que $Pr(B_j) > 0$ para $j=1, \dots, k$ e, A um evento tal que $Pr(A) > 0$ e $i = 1, \dots, k$

Como discorrido anteriormente, tem-se que $Pr(B)$ é a informação inicial sobre o evento B , definida como distribuição a priori. E, dada a informação de que o evento A ocorreu, em $Pr(A|B)$, pode-se atualizar a probabilidade inicial chegando a $Pr(B|A)$, que é chamada de distribuição a posteriori. Na modelagem, existe a preocupação com a estimação dos parâmetros, dado uma variável aleatória em estudo, logo, a equação (5) pode ser readaptada, como será visto a diante.

Suponha uma variável observável X de interesse, e seja $p(x|\theta)$ seu modelo probabilístico que depende da quantidade desconhecida θ . A informação de θ é aumentada de acordo com que se observa $X = x$. E, pelo teorema de Bayes, a equação (5) é readaptada da seguinte forma:

$$p(\theta|x) = \frac{p(x|\theta)p(\theta)}{p(x)}. \quad (\text{Equação 6})$$

Com um valor fixo da amostra x , a função $l(\theta; x) = p(x; \theta)$ fornece a função de verossimilhança de cada um dos possíveis valores de θ , enquanto $p(\theta)$ é a distribuição *a priori* de θ . Quando combinados a função de verossimilhança com a distribuição *a priori*, obtem-se a distribuição *a posteriori* de θ , definida por $p(\theta|x)$. Desta forma, o teorema de Bayes pode ser simplificado, substituindo a igualdade da equação (6) por uma proporcionalidade:

$$p(\theta|x) \propto l(\theta; x)p(\theta), \quad (\text{Equação 7})$$

pois $p(x)$ não depende de θ .

É importante compreender que o conceito de distribuição *a priori* e distribuição *a posteriori* é em relação a observação do momento. Logo, $P(\theta|x)$ é a distribuição *a posteriori* em relação a x , mas é a distribuição *a priori* de θ em relação a y , que será a nova observação.

2.2 Distribuição *a Posteriori*

A distribuição *a posteriori* é central para a inferência bayesiana porque ela incorpora toda informação acerca do parâmetro θ e também as informações contidas na variável aleatória X , através da função de verossimilhança. Segundo Brewer (2018), a distribuição *a priori* “dá uma completa descrição sobre o estado θ de conhecimento e a incerteza sobre o valor do parâmetro desconhecido”. Após o conhecimento da distribuição *a posteriori* pode-se calcular a probabilidade desejada. Para exemplificar, suponha uma distribuição *a posteriori* conhecida para $p(\theta|x)$ da qual o interesse é saber a probabilidade de θ ser maior ou igual a 100. Então, tem-se que, para o caso contínuo:

$$P(\theta \geq 100|x) = \int_{100}^{\infty} p(\theta|x)d\theta, \quad (\text{Equação 8})$$

ou para o caso discreto:

$$P(\theta \geq 100|x) = \sum_{100}^{\infty} p(\theta|x). \quad (\text{Equação 9})$$

A partir deste exemplo, percebe-se que a distribuição *a posteriori* pode gerar muitos valores, e que muitas das vezes não é fácil pensar sobre o tamanho da informação gerada. Para solucionar esse problema, é preciso sintetizar esses valores gerados. A proposta de sintetizar os dados é a mesma de quando é necessário analisar um conjunto de dados a partir da estatística descritiva, e como o interesse é o valor de um parâmetro desconhecido, apenas um único valor, que será uma estimativa pontual, é utilizado. Em geral, essa estimativa pontual pode ser a média, mediana ou a moda da distribuição *a posteriori*.

2.3 Métodos computacionais

Diferente da inferência clássica, a bayesiana necessita de métodos computacionais para sua utilização. Isso se deve ao fato de algumas integrais não serem triviais para a resolução analítica. Um método para realizar este procedimento é o de Monte Carlo via Cadeias de Markov (MCMC). A seguir será introduzido o método de Monte Carlo.

Uma das primeiras aplicações do método de Monte Carlo foi na resolução de integrais que são difíceis ou impossíveis de se resolver analiticamente. O objetivo é escrever a integral que se deseja calcular como um valor esperado. Para exemplificar, considere a integral de $g(\theta)$ como de interesse.

$$I = \int_a^b g(\theta) d(\theta) \quad (\text{Equação 10})$$

que, pelo teorema do valor médio (Leithold (1994)), pode ser reescrita como:

$$I = (b - a) \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N g(\theta_i) \quad (\text{Equação 11})$$

em que θ é uma variável aleatória que representa a distribuição uniforme contínua no intervalo de $U[a,b]$ e $\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N g(\theta_i)$ pode ser reescrito como $E[g(\theta)]$.

Para calcular $E[g(\theta)]$, basta encontrar uma amostra aleatória de tamanho n , da distribuição $U[a,b]$. Assim, é obtida as amostras das distribuições $g(\theta_1), g(\theta_2), \dots, g(\theta_n)$, e a integral da equação (10) pode ser estimada pela média amostral.

No método de monte Carlo via cadeias de Markov (MCMC), a geração de valores aleatórios é dada de forma iterativa, ou seja, os valores gerados não são mais independentes. As cadeias de Markov são processos estocásticos em que para se calcular a probabilidade do evento seguinte basta apenas a do tempo atual, e assim sucessivamente. É um processo marcado por perda de memória, dado que apenas o tempo atual possui relevância para o seguinte (Brewer, 2018). Um método comum para geração de distribuição a posteriori através de MCMC é o algoritmo de Gibbs, que será detalhado posteriormente.

O Amostrador de Gibbs é o exemplo mais simples de implementação do método MCMC. Supondo que exista um vetor aleatório $Y = (y_1, y_2 \dots, y_n)$ com n variáveis aleatórias. Estas variáveis são dependentes, ou seja, são altamente correlacionadas e possuem relações complexas entre si. Os passos do Amostrador de Gibbs é dado a seguir:

Passo 1: Arbitre os valores iniciais para o vetor $y^{(0)} = (y_1^{(0)}, \dots, y_k^{(0)})$ e inicialize o contador de iterações da cadeia $j = 1$;

Passo 2: Obtenha um novo valor $y^{(j)} = (y_1^{(j)}, \dots, y_k^{(j)})$ através de sucessivas gerações de valores:

$$\begin{aligned} y_1^{(j)} &\sim f\left(y_1 \mid y_2^{(j-1)}, \dots, y_k^{(j-1)}\right) \\ y_2^{(j)} &\sim f\left(y_2 \mid y_2^{(j-1)}, \dots, y_k^{(j-1)}\right) \\ &\vdots \\ y_k^{(j)} &\sim f\left(y_k \mid y_2^{(j-1)}, \dots, y_{k-1}^{(j-1)}\right); \end{aligned}$$

Passo 3: Incrementar o contador de j para $j + 1$ e retorne ao Passo 2 até obter convergência.

Cada iteração se completa a cada k movimentos, sendo k o número de parâmetros. A atualização de cada variável é imediata, um valor de $y_1^{(i-1)}$ em um passo k amostrado anteriormente é logo ignorado em passos seguintes (ASSUNÇÃO, 2017). E, à medida que o número de iterações aumenta, a cadeia se aproxima à condição de equilíbrio.

O método de Gibbs será utilizado para gerar as cadeias das variâncias do modelo linear dinâmico, que será apresentado no Capítulo 3. Neste próximo Capítulo, será dada uma breve introdução às teorias de séries temporais, discutindo os modelos que serão aplicados aos dados do IPCA.

CAPÍTULO 3. SÉRIES TEMPORAIS

3.1 Definição

Uma série temporal pode ser definida como um conjunto de observações sequenciais ao longo do tempo. Quando a série é observada sem um recorte temporal, ela é denominada contínua e quando se observa apenas um recorte temporal, é denominada como discreta. Em geral, uma série discreta é obtida a partir de uma amostragem de uma série contínua. Uma das características das séries temporais é a dependência entre as observações adjacentes, e a partir dessas relações existe o interesse de modelagem das séries.

Segundo Morettin e Toloi (2006), dado uma série $Z(t_1), \dots, Z(t_N)$, observada nos tempos t_1, \dots, t_N , há o interesse nos seguintes itens:

- I) Investigar o mecanismo gerador da série temporal;
- II) Fazer previsões dos valores futuros da série;
- III) Descrever apenas o comportamento da série;
- IV) Procurar periodicidades relevantes nos dados.

Independente de qual seja o objetivo de estudo de uma série temporal, deve-se partir do princípio que toda série possui componentes básicos e que devem ser analisados pelo pesquisador. Em modelos clássicos para séries temporais, podemos decompor a série $Z(t)$ em três componentes básicos: Uma tendência T_t , uma componente sazonal S_t e um termo aleatório A_t . A equação a seguir denota a forma aditiva desses componentes em uma série temporal:

$$Z_t = T_t + S_t + A_t \quad (\text{Equação 12})$$

Cada componente da série temporal possui uma forma específica de ser estudada, e merecem uma atenção específica dado cada uma de suas características. A seguir será descrito com mais detalhe cada componente.

3.2 Tendência

Um dos interesses ao se estudar uma série temporal é compreender se ela possui tendência. Visualmente, uma série demonstra a tendência como um crescimento ou um decrescimento. Quando uma série não possui essas características, ou seja, ela mantém o mesmo nível ao longo do tempo, ela é estacionária. Quando a série possui tendência, não é estacionária, no caso mais simples ela está variando ao longo de uma reta

“Modelos estacionários assumem que o processo permanece em equilíbrio estatístico com propriedades probabilísticas que não mudam ao longo do tempo, em particular, variando em um nível médio constante e com variância constante” (BOX, 1994, Pag. 7, tradução nossa)

A maioria dos procedimentos em séries temporais, supõem que sejam estacionárias. Quando esse critério não é satisfeito, deve ser realizado procedimentos de transformações nos dados. Segundo Morettin e Toloi (2006), uma das transformações mais comuns consiste em tomar diferenças sucessivas da série original. A primeira diferença de $Z(t)$ é definida por:

$$\Delta Z_t = Z_t - Z_{t-1}, \quad (\text{Equação 13})$$

A segunda diferença é dada por:

$$\Delta^2 Z_t = Z_t - 2Z_{t-1} + Z_{t-2}. \quad (\text{Equação 14})$$

Em casos normais, para tornar uma série estacionária, basta tomar uma ou duas diferenças da série.

Uma forma de verificar a estacionariedade em uma série temporal, é utilizar o teste de Dickey – Fuller (DF). Nesse teste, verifica-se a presença de raiz unitária no polinômio autorregressivo. A hipótese nula desse teste, verifica a presença de raiz unitária, em outras palavras, a série é não estacionária.

3.3 Sazonalidade

Uma outra característica presente em série temporal, é a de possuir flutuações que se repetem a cada t períodos de tempo chamada de sazonalidade. Como afirma Morettin e Toloi (2006), é difícil definir conceitualmente o que seja sazonalidade, mas pode-se considerar como movimentos regulares que se repetem de ano para ano.

3.4 Termo aleatório

Quando se remove as componentes de tendência (T_t) e sazonalidade (S_t), o que resta é o termo aleatório (A_t), também conhecido como resíduo. A ideia a priori, é que este termo seja um processo estocástico puramente aleatório, ou seja, um ruído branco. Em alguns casos considera-se que sua distribuição seja uma normal com média zero e variância constante.

Para a análise de séries temporais através de modelos paramétricos, existe a metodologia de Box e Jenkins que ganhou uma grande atenção durante os últimos anos. Esse método consiste no ajuste de modelos autorregressivos - integrados - médias móveis aos dados. Para a escolha do modelo, deve-se seguir uma estratégia baseada em um ciclo iterativo. Os estágios do ciclo são:

- I) Uma classe geral de modelos é considerada para a análise (especificação);
- II) Há a identificação de um modelo, com base na análise de autocorrelações e autocorrelações parciais;
- III) Seguido da fase de estimação, onde os parâmetros do modelo identificado são estimados;
- IV) Por último, verifica-se os resíduos para observar se este é adequado para os fins em vista.

Caso o modelo encontrado não seja adequado para os dados, o ciclo deve ser repetido a fim de encontrar um modelo que se adéque aos objetivos. Dentre os modelos que podem ser utilizados, primeiramente será detalhado o modelo autorregressivo (AR) a seguir.

3.5 Autorregressivos (AR)

Os modelos autorregressivos possuem similaridade com modelos de regressão, onde os regressores são tempos passados. Supondo que X_t seja um processo autorregressivo de ordem p , $AR(p)$, e que ϵ seja um processo puramente aleatório (ruído branco) com média zero e variância σ_ϵ^2 , tem-se que:

$$X_t = \alpha_1 X_{t-1} + \dots + \alpha_p X_{t-p} + \epsilon_t. \quad (\text{Equação 15})$$

Neste modelo, α_p é um parâmetro autorregressivo, e para se conhecer a quantidade de parâmetros do modelo, pode ser utilizado a inspeção do gráfico de autocorrelação parcial, onde os *lags* com significativos (que estão fora do intervalo de confiança), podem indicar a quantidade de ordens autorregressivas.

3.6 Médias móveis (MA)

Uma outra classe de modelos utilizadas em séries temporais é a de Médias móveis (MA). Uma forma de abordar esse modelo é tratar como uma extensão de ruídos branco. Segundo Morettin e Toloi (2006), o processo de médias móveis pode ser definido por:

$$X_t = \epsilon_t + \beta + 1\epsilon_{t-1} + \dots + \beta_q \epsilon_{t-q}. \quad (\text{Equação 16})$$

Neste modelo, ϵ_t é o ruído branco no tempo t , β o parâmetro descreve como X_t se relaciona com ϵ_{t-q} . A quantidade de parâmetros que esse modelo terá, poderá ser definido a partir do gráfico de autocorrelação, onde os *lags* fora do intervalo de confiança indicam as quantidades possíveis de parâmetros.

3.7 Modelo misto (ARMA)

O modelo autorregressivo e de médias móveis de ordem (p,q), denominado ARMA(p,q), é um modelo formado por um processo autorregressivo de ordem (p) e um processo de médias móveis de ordem (q). De forma geral,

$$X_t = \alpha_1 X_{t-1} + \dots + \alpha_p X_{t-p} + \epsilon_t + \beta_1 \epsilon_{t-1} + \dots + \beta_q \epsilon_{t-q}. \quad (\text{Equação 17})$$

A utilização deste modelo é apropriada quando a série não possui tendência, ou seja, é estacionária. A identificação dos parâmetros desse modelo, se dá pelo mesmo critério dos modelos AR e MA.

3.8 Modelo linear dinâmico (MLD)

A abordagem de modelos de espaço de estados teve início na engenharia na década de sessenta, porém, sua utilização por estatísticos só teve início dez anos depois (Petrís et al. 2006). Desde então, o interesse em utilizar modelos dinâmicos vem crescendo significativamente.

Modelos dinâmicos podem ser utilizados para modelar séries que possuem tendência, sazonalidade e ainda combinar componente regressiva. Sobretudo, sua estrutura probabilística que evolui ao longo do tempo, garante flexibilidade ao modelo e permite sua ampla utilização em diversas áreas do conhecimento.

Segundo West e Harrison (1997), para a observação Y_t , o modelo linear dinâmico bayesiano é definido por:

$$Y_t = F_t \theta_t + \nu_t, \quad \nu \sim N(0, V_t) \quad (\text{Equação 18})$$

$$\theta_t = G_t \theta_{t-1} + \omega_t, \quad \omega \sim N(0, W_t) \quad (\text{Equação 19})$$

em que $F_t(1 \times k)$ é a matriz de regressão dinâmica, V_t é a variância observacional, $G_t(k \times k)$ é a matriz de evolução dos estados $\theta_t(k \times 1)$ e $W_t(k \times 1)$ é a matriz de variância da evolução. Os erros ω_t e ν_t são internamente e mutuamente independentes. A equação de observação, definida pela equação (18), relaciona as observações Y_t à matriz de estados G_t e, a equação de evolução

de estados, definida pela equação (19), descreve a evolução temporal dos estados. A fim de completar a especificação do modelo, suponha que $\theta_t|D_0 \sim N(m_0, C_0)$ para m_0 e C_0 conhecidos e $N(m_0, C_0)$ representa uma distribuição normal com vetor de médias m_0 e matriz de covariâncias C_0 .

A estrutura markoviana de um modelo dinâmico permite chegar numa distribuição *a priori* de hoje, baseado numa distribuição *a posteriori* de ontem, ou seja, com as últimas informações obtidas no passado é possível conhecer o presente. E o método bayesiano permite com que se chegue, a partir da distribuição *a priori* de hoje, na distribuição *a posteriori* de hoje (Migon, 2004). Este ciclo continua se repetindo para períodos futuros. Este ciclo pode ser definido em três fases: evolução, previsão e atualização. Considerando D_t a informação obtida até o tempo t , esta relação pode ser esquematizada da seguinte forma:

$$\begin{array}{ccccc}
 \theta_{t-1}|D_{t-1} & \longrightarrow & \theta_t|D_{t-1} & \longrightarrow & \theta_t|D_t \\
 \textit{Posteriori} & & \textit{Priori} & & \textit{Posteriori} \\
 & & \downarrow & & \\
 & & y_t|D_{t-1} & & \\
 & & \textit{Previsão} & &
 \end{array}$$

A evolução é a passagem de $\theta_{t-1}|D_{t-1}$ para $\theta_t|D_{t-1}$, previsão é a obtenção de $y_t|D_{t-1}$, e atualização é a passagem de $\theta_t|D_{t-1}$ para $\theta_t|D_t$.

3.9 Métricas para comparação de modelos

A fim de comparar os modelos utilizados nesse trabalho, será utilizada as métricas listadas abaixo. Em todas estas, temos como A_t o valor observado no tempo t , F_t o valor obtido na modelagem ou na previsão no tempo t , onde $t = 1, \dots, k$. A diferenciação da utilização na modelagem ou na previsão, será detalhada na apresentação dos resultados, no Capítulo 5.

Erro quadrático médio (MSE): Esta métrica, muito comum na estatística, mede a média dos quadrados dos erros, ou seja, mede a variância dos valores estimados (previstos) entre os valores observados. Essa métrica, é estritamente positiva e quanto mais próximo de 0 (zero) seu resultado, melhor a qualidade da previsão. O erro médio quadrático pode ser definido pela equação a seguir:

$$MSE = \frac{1}{k} \sum_{t=1}^k (A_t - F_t)^2 \quad (\text{Equação 20})$$

Erro médio absoluto percentual (MAPE): Esta medida é também muito comum para a precisão de previsões, e é definida como na equação (21).

$$MAPE = \left[\frac{\sum_{t=1}^k \frac{|A_t - F_t|}{|A_t|}}{k} \right] \cdot (100) \quad (\text{Equação 21})$$

O MAPE possui uma desvantagem quando se tem séries que passam pelo valor zero; se algum dos valores observados for igual a zero, o MAPE tenderá ao infinito (Miranda, 2014) .

Erro médio simétrico absoluto percentual (SMAPE): Embora o erro médio quadrático seja muito utilizado para comparar modelos, este pode apresentar um problema de assimetria que favorece erros abaixo do valor real. Armstrong (1885) propôs a seguinte métrica para eliminar o problema de assimetria:

$$SMAPE = \left[\frac{\sum_{t=1}^k \left[\frac{|A_t - F_t|}{(A_t + f_t)/2} \right]}{k} \right] \cdot (100) \quad (\text{Equação 22})$$

U-Theil: Esta métrica mede quanto os resultados obtidos pelo modelo são melhores que da previsão ingênua, ou seja, quando a melhor estimativa para do valor no tempo seguinte é seu valor no tempo atual.

$$U = \sqrt{\frac{\sum_{t=1}^k (A_t - F_t)^2}{\sum_{t=2}^k (A_t - A_{t-1})^2}} \quad (\text{Equação 23})$$

Quando o coeficiente U-Theil possui um valor maior que 1 (um), o erro do modelo é maior do que o erro na previsão ingênua. Quando o resultado do coeficiente é menor que 1 (um),

o erro do modelo é menor que na previsão ingênua. Quanto mais próximo de zero for o resultado deste coeficiente, melhor será o resultado da previsão.

Erro Absoluto Médio (MAE): Essa métrica mede o desvio padrão do ajuste em relação às observações. É definida como a equação (24):

$$\sum_{i=1}^k \frac{|(y_t - \hat{y}_t)|}{k} \quad (\text{Equação 24})$$

Quanto mais próximo de zero for o resultado dessa métrica, melhor o modelo se ajustou aos dados.

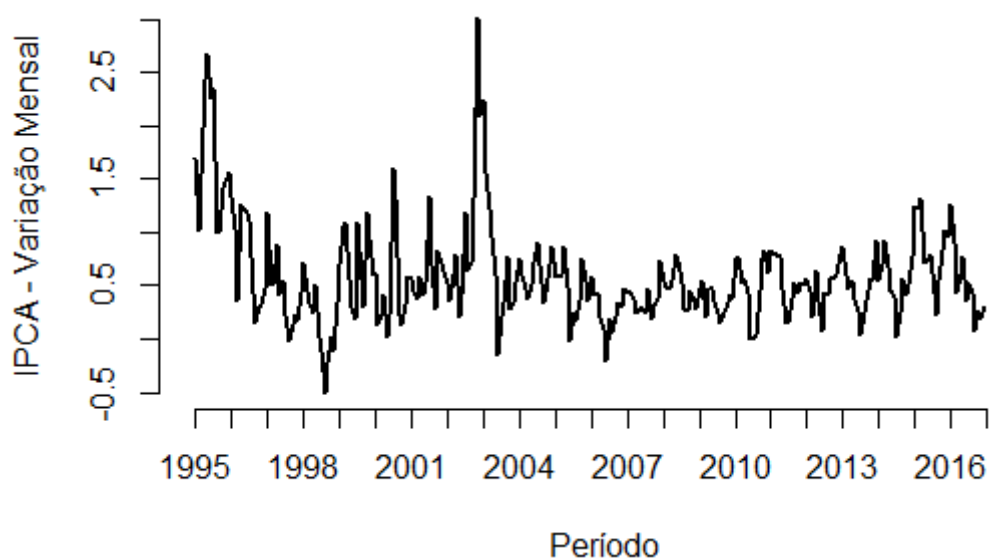
Todas essas métricas serão utilizadas para verificar os modelos que serão utilizados na análise do IPCA. Todos os resultados serão encontrados no Capítulo a seguir.

CAPÍTULO 4. ANÁLISE ECONOMETRICA

Para a realização do estudo foi utilizada a série do Índice de Preços ao Consumidor Amplo (IPCA) do período de Janeiro de 1995 até Dezembro de 2016. Os dados foram separados em dois períodos para realizar modelagem e previsão, sendo de Janeiro de 1995 até Dezembro de 2015 para a modelagem, e de Janeiro de 2016 à Dezembro de 2016 para comparar com a previsão gerada para o mesmo período. Os dados estão disponíveis no sítio eletrônico do Banco Central do Brasil (BCB). Todos os resultados e Gráficos foram gerados a partir do *Software* livre *R project*. No apêndice está descrito o programa utilizado.

Na figura 1, observa-se a série do IPCA no período citado acima. A partir de 1995, observa-se uma inflação muito baixa e decrescente em relação aos meses anteriores. Desde então, a inflação brasileira teve uma tendência a queda, se estendendo até 1998. Em 2002, a inflação mostrou sua maior alta desde a implementação do plano real. O instituto Brasileiro de Geografia e Estatística – (IBGE, 2002) afirma que a elevação da inflação foi devido ao repasse da alta do dólar sobre os preços ao consumidor. Em novembro deste mesmo ano, a variação mensal foi de 3,02% - até então, a maior alta registrada desde a implementação do Plano Real.

Figura 1 – Variação mensal do Índice de preços ao consumidor amplo (IPCA) no período de 1995 à 2016

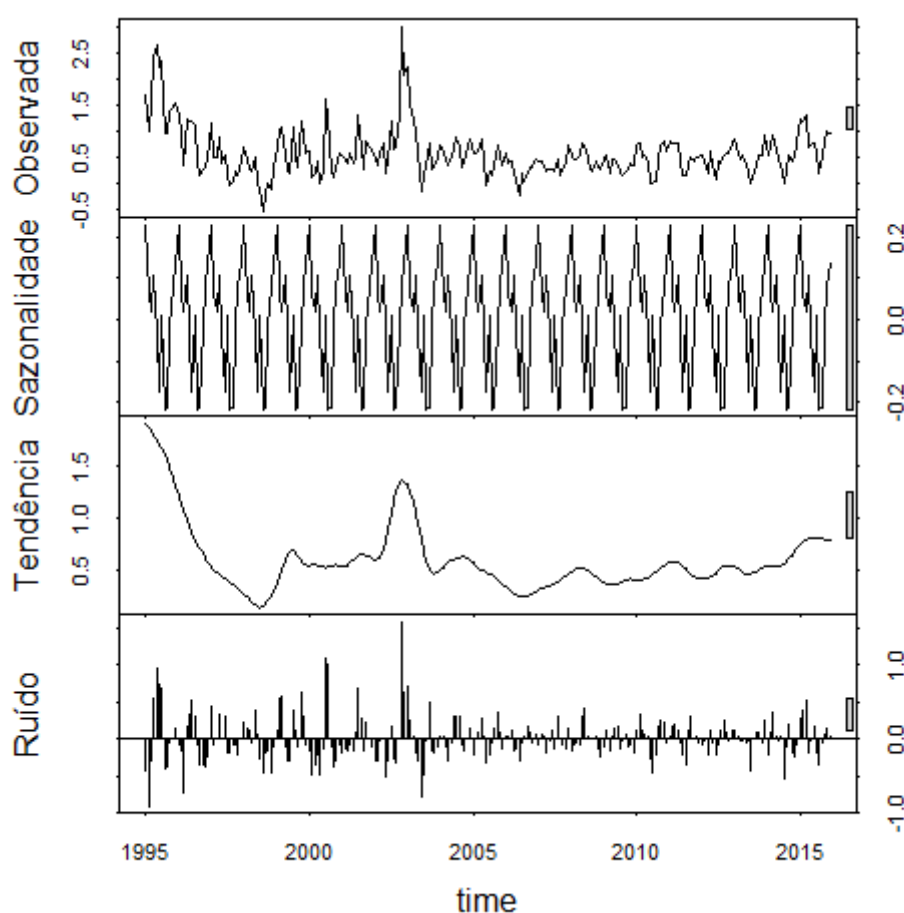


Fonte: Banco Central do Brasil. Elaboração: O autor.

4.1 Modelo ARMA

Na figura 2, tem-se a série mensal do índice de preços ao consumidor amplo decomposta em componentes da série temporal. No período de 1995 até 1998, pode ser percebido uma leve tendência à queda da inflação, pois devido a implementação do plano real, esse indicador teve uma desaceleração, levando a série se tornar estacionária ao longo dos anos.

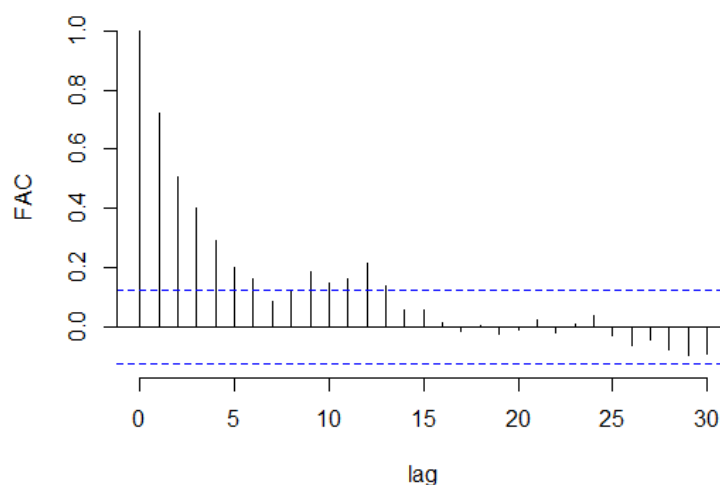
Figura 2 – Gráfico da série do IPCA decomposta em componentes de séries temporais.



Elaboração: O autor.

Para identificar o modelo, é necessário analisar os gráficos da função de autocorrelação (figura 3) e de autocorrelação parcial (Figura 4). Observa-se no gráfico da função de autocorrelação um decaimento exponencial após o *lag* 1, o que sugere a hipótese de estacionariedade. E, através do teste de Dickey-Fuller (Dickey - Fuller = -5,8976, p-valor = 0,01), aceita-se a hipótese de estacionariedade, ao nível de significância de 5%. Portanto, um modelo ARMA é suficiente para modelar os dados.

Figura 3 – Gráfico da função de autocorrelação da série do IPCA.

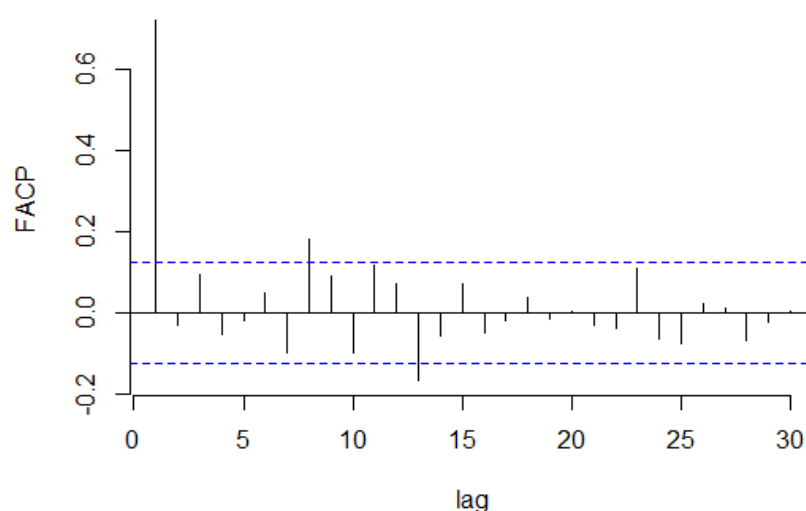


Elaboração: O autor.

O gráfico da função de autocorrelação, figura (3), informa as possíveis ordens de média móvel que o modelo poderá ter. Neste caso, foram testadas 4, 5 e 12 médias móveis. A possibilidade de ter 12 médias móveis é pelo fato de ser uma série com sazonalidade anual.

Além disso, para se definir a quantidade de ordens autorregressivas, analisa-se o gráfico de autocorrelação parcial, figura (4), que o *lag* mais significativo é o 1, indicando a existência de uma ordem autorregressiva. Logo, os modelos ARMA que serão comparados serão: ARMA(1,4), ARMA(1,5) E ARMA(1,12).

Figura 4 – Gráfico da função de autocorrelação parcial da série do IPCA.



Elaboração: O autor.

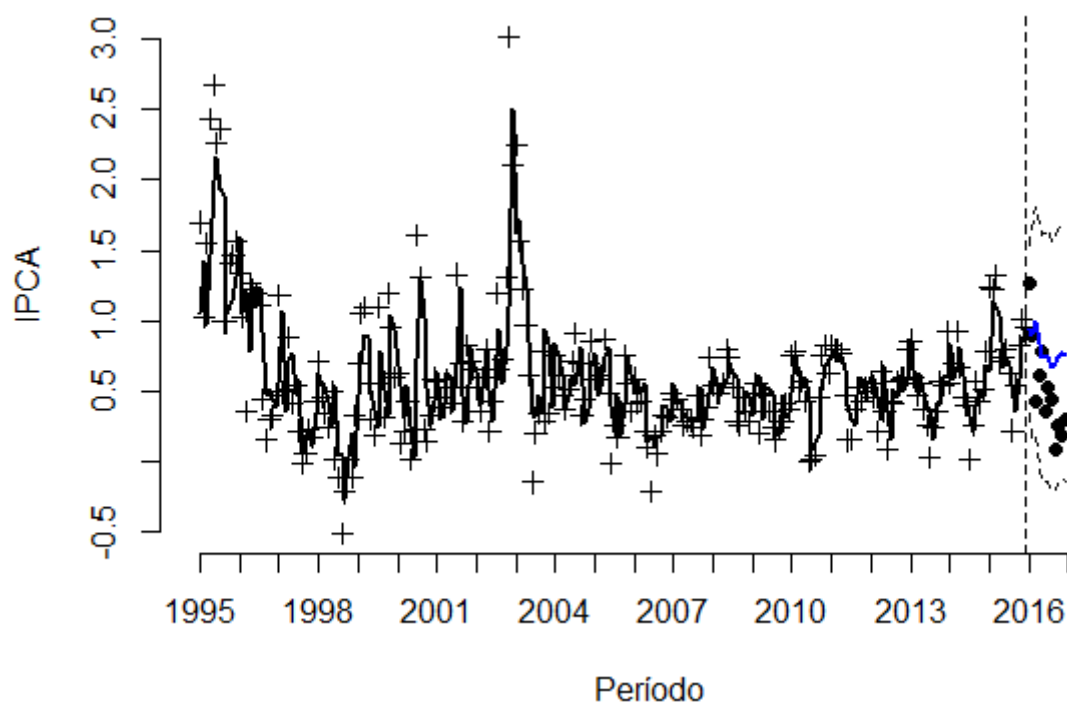
Tabela 1 – Comparação dos modelos ARMA(1,4),ARMA(1,5),ARMA(1,12) pelas métricas: MSE, MAD, e U-THEIL.

Modelos	MSE	MAE	U-Theil
ARMA (1,4)	0,10	0,23	0,93
ARMA (1,5)	0,10	0,23	0,92
ARMA (1,12)	0,09	0,21	0,88

Elaboração: O autor.

De acordo com os resultados da tabela, o modelo que melhor se ajustou aos dados foi o ARMA(1,12). A figura (5) mostra o gráfico dos ajustes e previsões do modelo ARMA(1,12). A previsão foi feita para um horizonte de 12 meses à frente. O intervalo de confiança para a previsão foi feito considerando um nível de confiança de 95%. Os gráficos de autocorrelação e autocorrelação parcial dos resíduos dos modelos testados se encontram no Apêndice A.

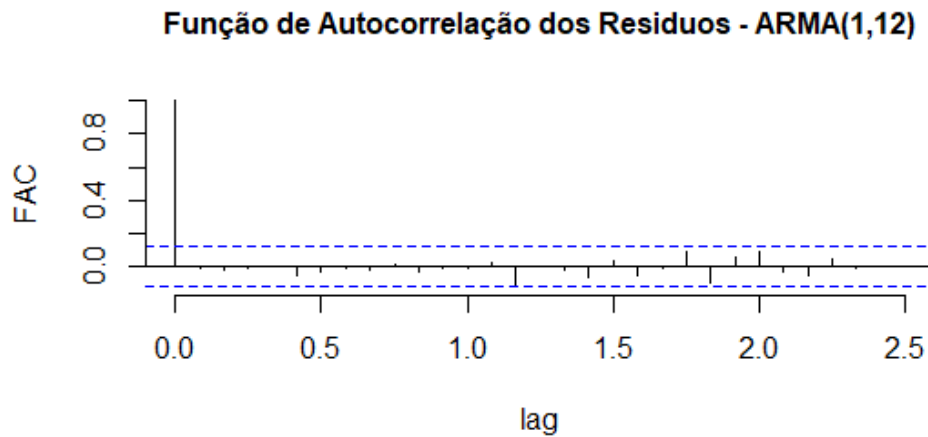
Figura 5 – Ajuste do modelo ARMA(1,0,12) (linha cheia) aos dados do Índice Nacional de Preços ao Consumidor Amplo (“+”) no período de janeiro de 1995 a dezembro de 2015. Previsão (linha azul) para o horizonte de 12 meses à frente, com seu respectivo intervalo de confiança de 95% (linha tracejada), sobrepostos aos valores observados neste período (círculos).



Elaboração: O autor

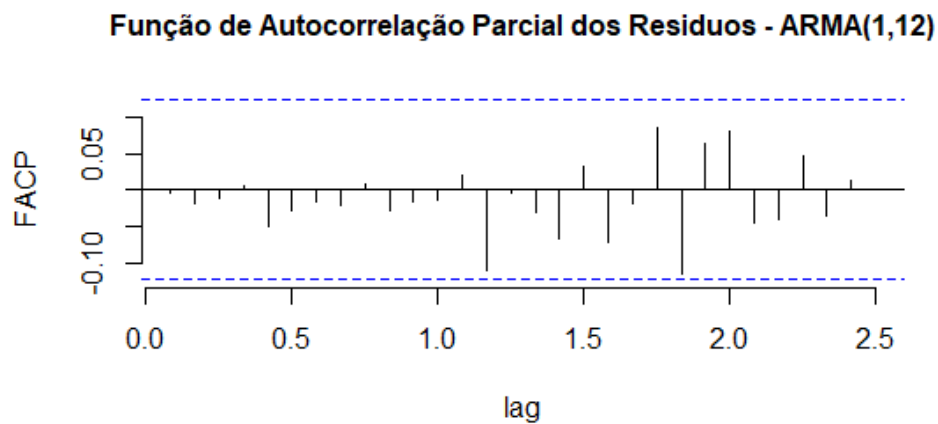
Os gráficos de autocorrelação e autocorrelação parcial dos resíduos mostra que estes não estão correlacionados, validando assim o modelo ARMA(1,12).

Figura 6 – Gráfico da função de autocorrelação dos resíduos do modelo ARMA(1,12).



Elaboração: O autor.

Figura 7 – Gráfico da função de autocorrelação parcial dos resíduos do modelo ARMA(1,12).



Elaboração: O autor.

4.2 Modelo linear dinâmico

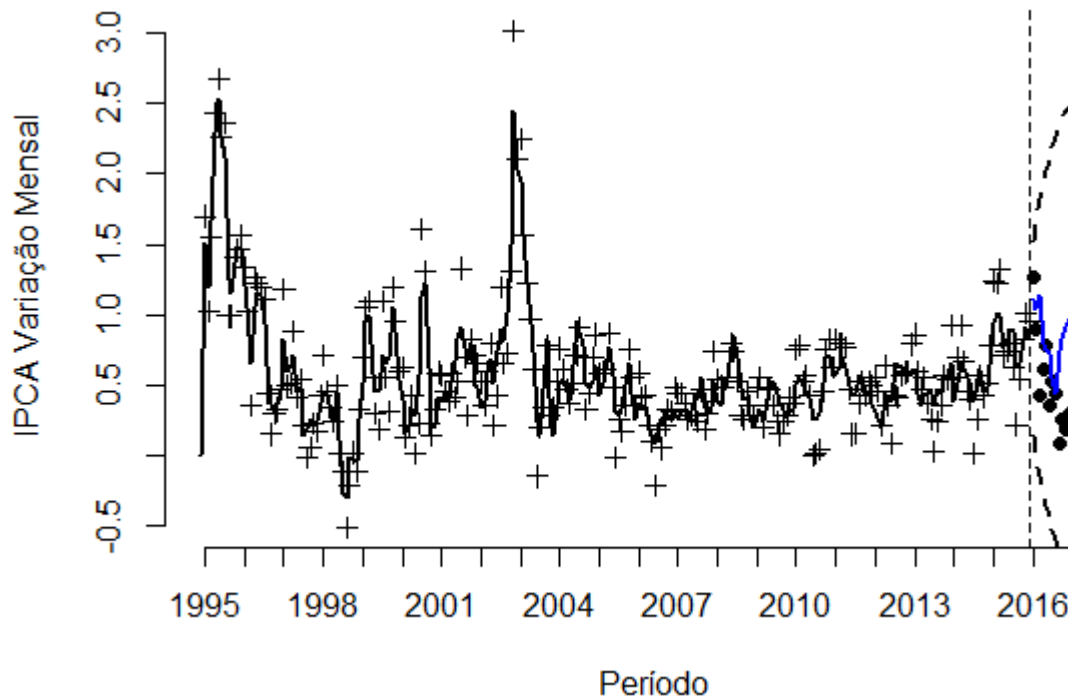
A série histórica do IPCA no período em análise, não apresenta crescimento por ser uma série estacionária. Portanto, foi utilizado um modelo com apenas nível e sazonalidade, definido pelas equações (18) e (19). A implementação do modelo foi a partir do pacote *dln* disponível no *software R*. A variância das observações (V_t) e dos parâmetros de estado (W_t) foram estimadas através do algoritmo de Gibbs, e os resultados das cadeias se encontram no Apêndice

B. A variância observacional estimada para série foi 0,00693. A matriz de regressão dinâmica (F_t) e a matriz de evolução dos estados (G_t) foram definidas conforme as matrizes abaixo:

$$F = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad G = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Na figura (6), pode-se ver o gráfico do ajuste e previsão para o modelo linear dinâmico. Foi gerado um intervalo de credibilidade de 95% para as previsões do modelo.

Figura 8 – Ajuste do modelo linear dinâmico (linha cheia) aos dados do Índice Nacional de Preços ao Consumidor Amplo (“+”) no período de janeiro de 1995 a dezembro de 2015. Previsão (linha azul) para o horizonte de 12 meses à frente, com seu respectivo intervalo de credibilidade de 95% (linha tracejada), sobrepostos aos valores observados neste período (círculos).



Elaboração: O autor.

4.3 Comparações entre os modelos arma e linear dinâmico

Para realizar a comparação dos modelos, foram utilizadas as métricas descritas no capítulo 3. De acordo com as métricas apresentadas na tabela, o modelo linear dinâmico se ajustou melhor aos dados do IPCA, em comparação com o modelo ARMA(1,12).

Tabela 2 – Comparação da modelagem dos modelos ARMA(1,12) e Linear dinâmico pelas métricas: MSE, SMAPE, MAD E U-THEIL.

Modelos	MSE	MAE	SMAPE	U-Theil
ARMA(1,12)	0,09	0,21	34,74	0,88
Modelo Linear Dinâmico	0,03	0,13	26,17	0,52

Elaboração: O Autor.

As métricas da tabela a seguir comparam os modelos em relação à previsão do IPCA. O modelo ARMA(1,12) foi o que apresentou melhores resultados na previsão do IPCA

Tabela 3 – Comparação da previsão dos modelos ARMA(1,12) e Linear dinâmico pelas métricas: MSE, MAPE, SMAPE E U-THEIL.

Modelos	MSE	MAPE	SMAPE	U-Theil
ARMA(1,12)	0,15	154,33	63,48	1,52
Modelo Linear Dinâmico	0,21	167,67	61,06	1,73

Elaboração: O autor.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste trabalho, foi exposto a teoria da inércia inflacionária dentro de algumas perspectivas teóricas. Inicialmente, foi discutido a teoria das expectativas adaptativas, que mostra que os agentes formam suas previsões a partir da inflação passada. A modelagem a partir dessa perspectiva se deu pelo processo de componentes autorregressivas e médias móveis como aconselha a literatura. Em seguida, foi apresentado a teoria das expectativas racionais, que se opõe às adaptativas no que tange o indivíduo observar apenas a inflação passada. Nesta teoria, os agentes utilizam de toda informação disponível no momento de sua previsão. Muth (1961), ainda define que essa previsão se dá por meio de distribuições de probabilidade que o indivíduo possui em relação a teoria do momento. Em seguida, foi apresentada, em breves parágrafos, a teoria da curva de Phillips novo keynesiano, que utiliza tanto a perspectiva das expectativas adaptativas e quanto das expectativas racionais. A partir desta abordagem, foi proposto a utilização da modelagem bayesiana, pois além de incorporar as expectativas passadas, os parâmetros são estimados utilizando distribuições de probabilidade, como uma alternativa ao abordado pelas expectativas racionais. Vale ressaltar que o objetivo desse trabalho não foi testar as teorias de expectativas. A introdução das expectativas foi apenas para embasar a utilização dos modelos, tal cuidado que muitos autores não possuem no momento de realizar previsões.

No segundo capítulo foi introduzida uma breve abordagem sobre a inferência bayesiana. Foi visto que uma das diferenças em relação à inferência clássica está na estimação dos parâmetros. Na clássica, a estimação dos parâmetros é, em geral, realizada através de métodos de mínimos quadrados, ou pelo método de máxima verossimilhança. Já na bayesiana, estima-se através distribuições de probabilidade, combinando-se a distribuição *a priori* com alguma outra informação, que pode ser outra distribuição e obtem-se uma distribuição *a posteriori*. Um dos pontos críticos a essa metodologia é seu alto custo computacional, que exige muitos cálculos e acaba se tornando pouco lucrativo em relação aos modelos clássicos. Mas, o avanço da computação tem tornado essa distância cada vez menor, dado que os processamentos estão se tornando cada vez mais rápido.

A modelagem da inflação foi feita através dos modelos de séries temporais autorregressivo e médias móveis (ARMA) e do modelo linear dinâmico bayesiano (MLD). O objetivo deste trabalho foi comparar os resultados do ajuste e previsão desses dois modelos que são construídos a partir de abordagens diferentes, aplicados aos dados do IPCA disponíveis. O resultado obtido apontou que na modelagem o modelo linear dinâmico foi superior, através das

métricas utilizadas. Já para o período da previsão, o modelo ARMA(1,12) foi superior, pois conseguiu minimizar o erro entre dados observados e previstos.

Uma alternativa para trabalhos futuros é utilizar outros modelos clássicos que melhor se adaptam a fatores sazonais. No contexto dos modelos dinâmicos, uma alternativa seria flexibilizar mais a estrutura a partir de um estudo mais aprofundado da teoria desta classe de modelos. Além disso, a utilização de fator de desconto nas variâncias poderia melhorar a estimação do modelo. Como foi utilizado um pacote do software R para a estimação do modelo linear dinâmico (pacote “dlm”), também seria interessante a sua implementação manual.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

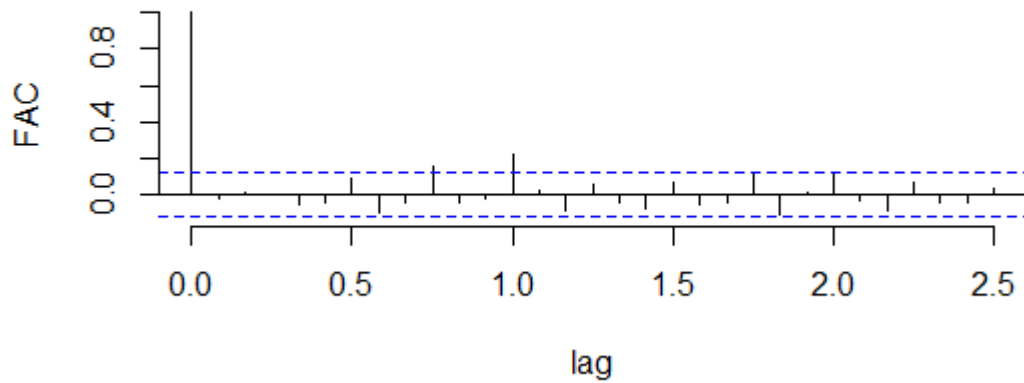
- ARMSTRONG, J. S. *Long-range forecasting*. New York ETC.: Wiley, 1985.
- ASSUNÇÃO, R. *MCMC - Amostrador de Gibbs*. 2017. Modelos gráficos Probabilísticos. Belo Horizonte, 2017
- BOX, G. E. P.; JENKINS, G. M.; REINSEL, G. C. *Time Series Analysis: Forecasting and Control*. 3ª ed., Prentice-Hall, 1994.
- BANCO CENTRAL DO BRASIL. SGS – Sistema Gerenciador de Séries Temporais – V2.1. Disponível em: <http://www3.bcb.gov.br/sgspub/consultavalores/consultarValoresSeries.do?method=consultarValores>. Acesso em: 24/03/2017.
- BRASIL. IBGE. *Índice Nacional ao Consumidor Amplo - IPCA*. Comentários. Disponível em: http://www.ibge.gov.br/home/estatistica/indicadores/precos/inpc_ipca/coment122002.shtm. Acesso em: 26/03/2017.
- BRASIL, G. H. et al. *Modelos de previsão para séries de produção e preços: metodologia Bayesiana e Box-Jenkins para séries temporais*. 1986.
- BREWER, B. *Introduction to Bayesian Statistics*. New Zealand, 2018.
- CAGAN, P. *The monetary dynamics of hyperinflation*. Studies in the Quantity Theory of Money, 1956.
- CALVO, G. A. *Staggered prices in a utility-maximizing framework*. Journal of monetary Economics, v. 12, n. 3, p. 383-398, 1983.
- DEGROOT, M. H.; SCHERVISH, M. J. *Probability and statistics*. Pearson Education, 2012.
- GALI, J.; GERTLER, M.; LOPEZ-SALIDO, J. D. *European inflation dynamics*. European economic review, v. 45, n. 7, p. 1237-1270, 2001.
- GREENBERG, E. *Introduction to Bayesian econometrics*. Cambridge University Press, 2012.
- IQBAL, M.; NAVEED, A. *Forecasting Inflation: Autoregressive Integrated Moving Average Model*, European Scientific Journal, 2016, Vol.12 (1), p.83 (10) Cengage Learning, Inc.
- LAILER, E. W.; PARKIN, J. M. *Inflation: a survey*. In: Surveys of Applied Economics. Palgrave Macmillan, London, 1977. p. 169-237.

- LEITHOLD, L. *O Cálculo com Geometria Analítica*. Terceira edição. [S.l.]: Editora HARBRA Ltda, 1994.
- MIGON, H.; GAMERMAN, D.; RODRIGUEZ, R. *Introdução aos Modelos Dinâmicos Bayesianos*. In: XXVI Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional – SBPO, São João Del Rey, 2004.
- Maiolli, M. C. *Inferência bayesiana como um procedimento de decisão*. Campinas, 2014.
- MORETTIN, P. A.; TOLOI, C. *Análise de séries temporais*. In: *Análise de séries temporais*. 2006.
- MUTH, J. F. *Rational expectations and the theory of price movements*. *Econometrica: Journal of the Econometric Society*, p. 315-335, 1961.
- PETRIS, G.; PETRONE, S.; CAMPAGNOLI, P. *Dynamic Linear Models with R*. New York: Springer, 2009.
- R Core Team (2018). *R: A language and environment for statistical computing*. R Foundation for Statistical Computing, Vienna, Austria. URL <https://www.R-project.org/>.
- SANTOS, C.; FERREIRA, R. T.; CASTELAR, I. *Prevendo a inflação no Brasil com grande conjunto de dados: uma aplicação do modelo de fatores comuns*. 2016.
- SIMONSEN, M. H. *Inflação: gradualismo x tratamento de choque*. Apec Editora, 1970.
- WEST, M.; Harrison, J. *Bayesian Forecasting and Dynamic Models*. Springer, New York, 1997.

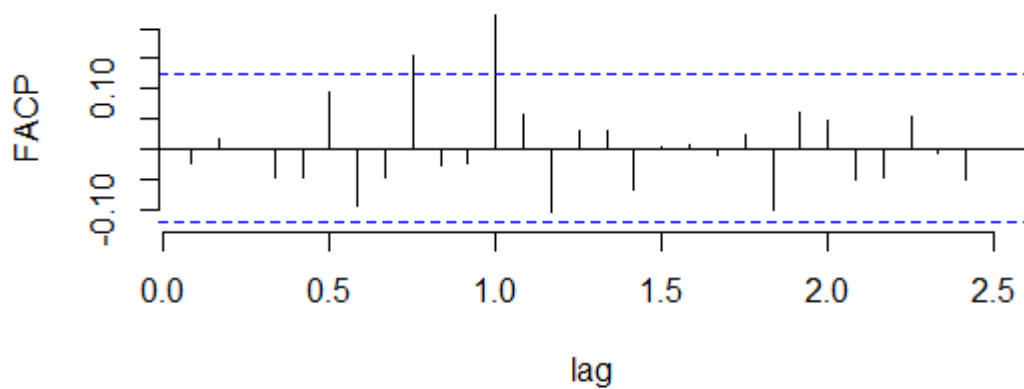
APÊNDICE A

Gráficos das funções de autocorrelação e autocorrelação parciais dos resíduos dos modelos ARMA(1,4), ARMA(1,5) e ARMA(1,12).

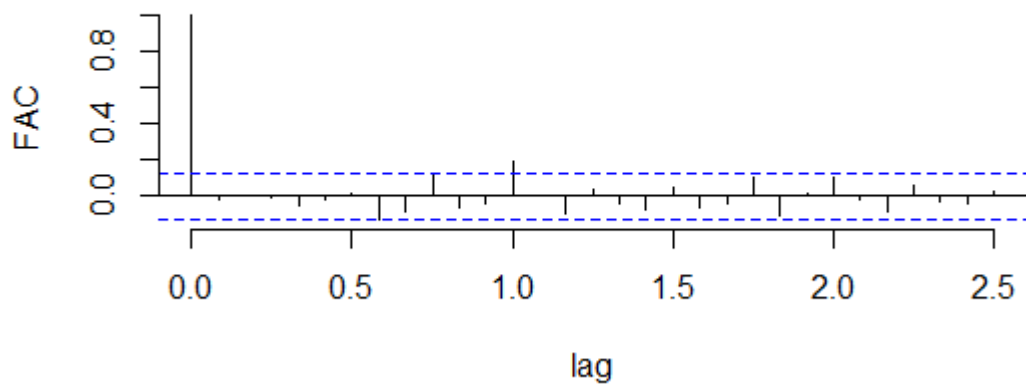
Função de Autocorrelação dos Resíduos - ARMA(1,4)

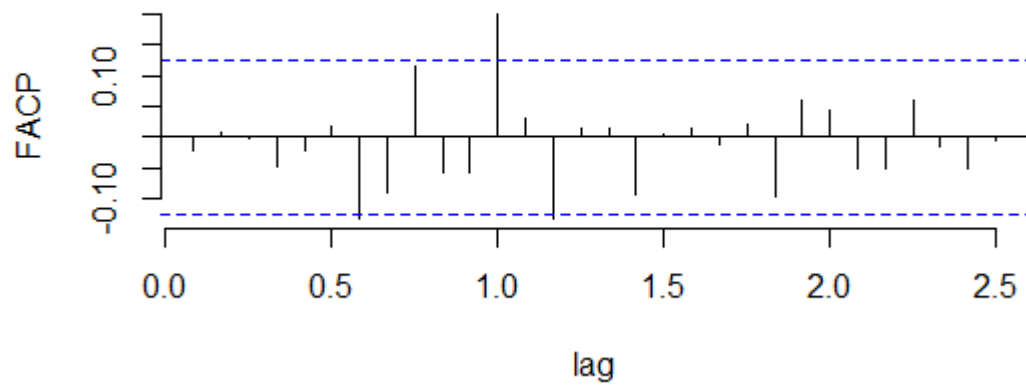


Função de Autocorrelação Parcial dos Resíduos - ARMA(1,4)



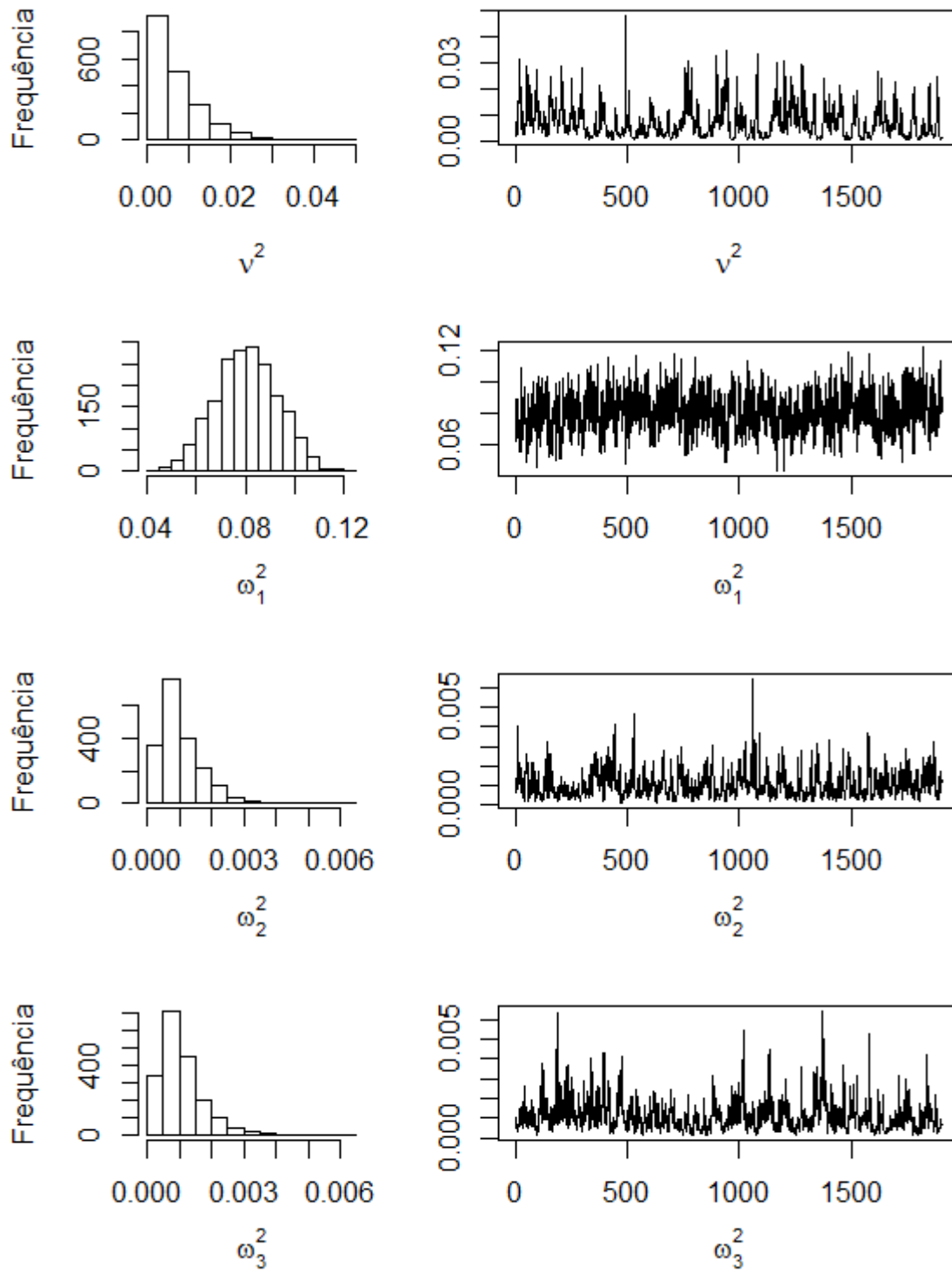
Função de Autocorrelação dos Resíduos - ARMA(1,5)

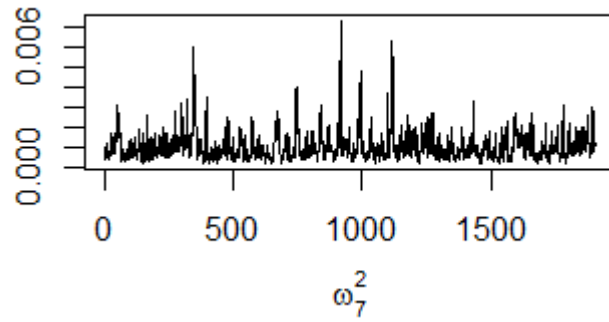
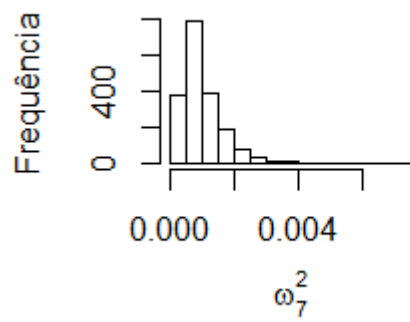
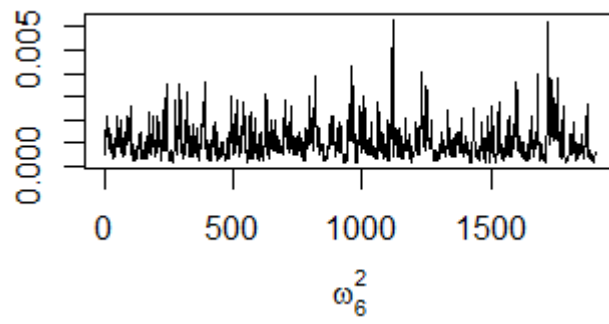
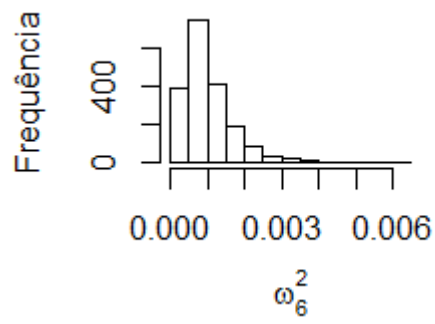
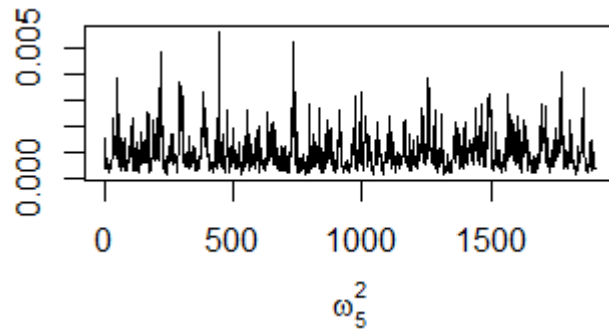
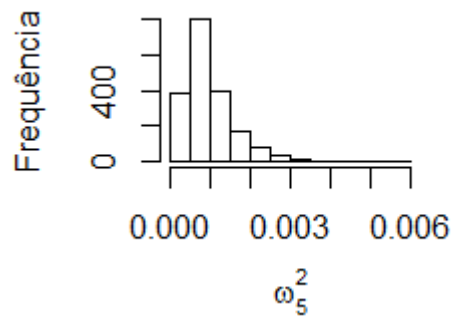
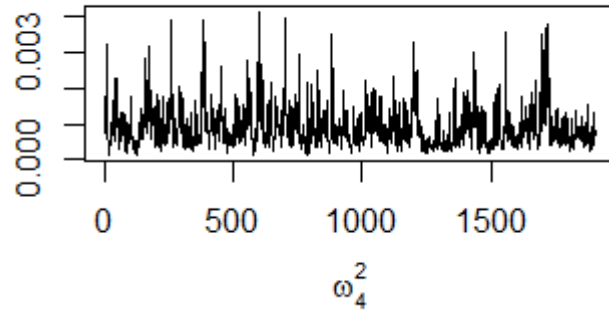
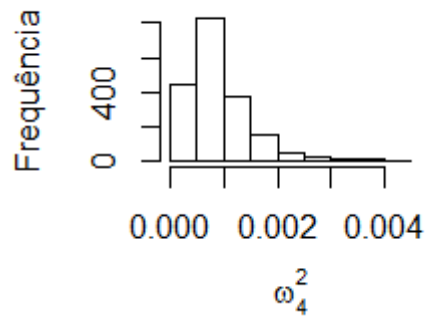


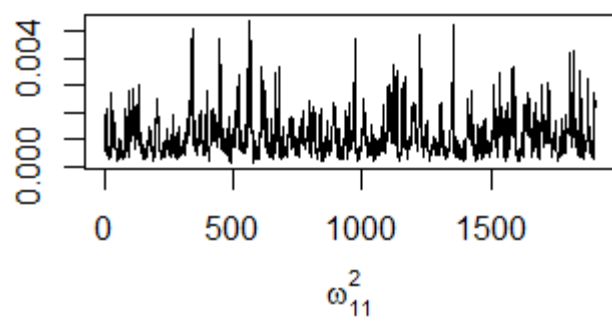
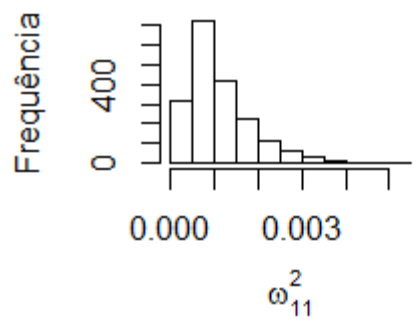
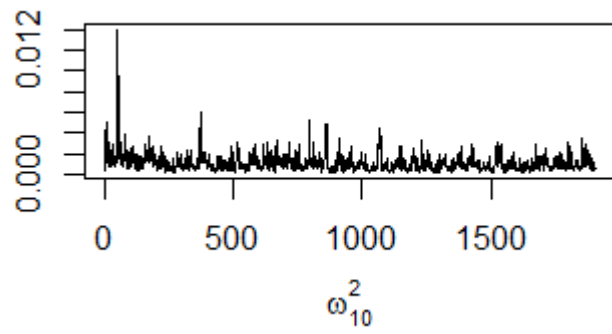
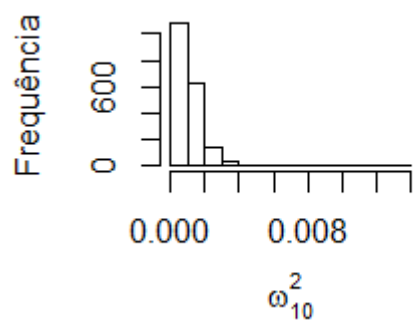
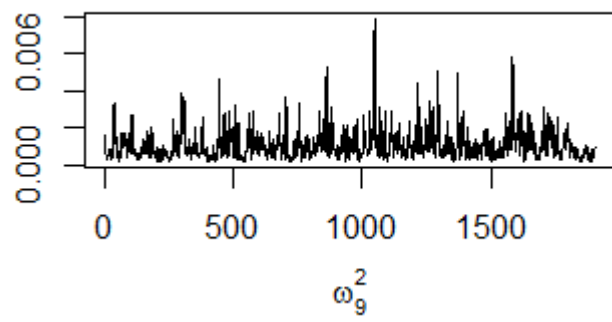
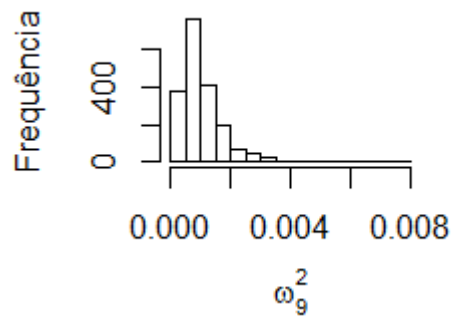
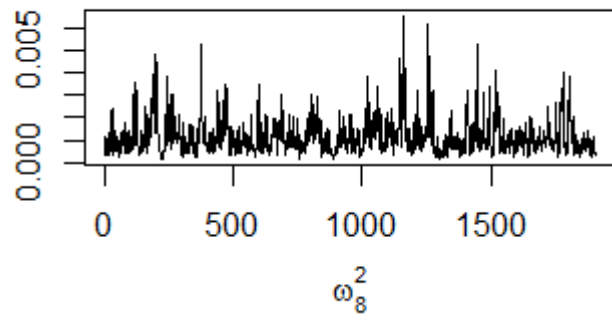
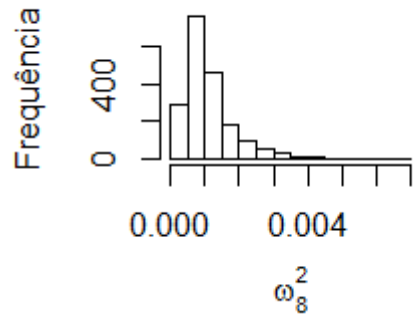
Função de Autocorrelação Parcial dos Resíduos - ARMA(1,5)

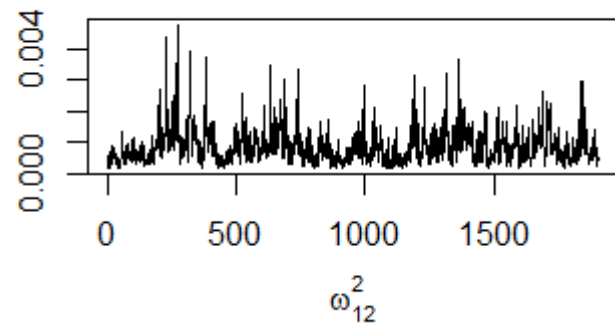
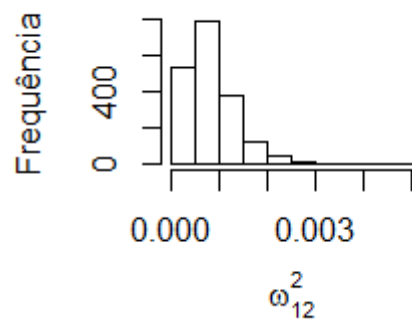
APÊNDICE B

Histogramas e cadeias das distribuições a posteriori das variâncias geradas a partir do Amostrador de Gibbs.









APÊNDICE C

Programa para a geração do modelo ARMA.

```
rm(list=ls(all=TRUE))

library("forecast")
library("tseries")

#####
#                               Leitura dos dados do IPCA                               #
#####

dados<-read.table("IPCA.txt",header=T,sep=",")
dados[,2]
attach(dados)
names(dados)

#####
#                               Dados corrigidos para o periodo correto 1995 – 2015       #
#####

ipca<-c(IPCA[181:432])
ts.ipca=ts(ipca,frequency=12,start=c(1995)) #start=c(1994,7)

#####
#                               Gráfico de IPCA 1995 – 2016                             #
#####

x11(3.94,3.15)
plot(IPCA[181:444],main="",type="l",xlab="",xlim=c(0,276),ylab="",axes=FALSE,lwd=2)#IPCA 1994 - 2016
title(ylab="IPCA - Variação Mensal",cex.lab=1)
title(xlab="Período",cex.lab=1)
#title(main="IPCA no periodo de 1995 - 2016",cex.main=2)
axis(1,seq(1,276,12),(1995:2017),cex.axis=1)
axis(2,cex.axis=1)

#####
#                               Gráficos de Autocorrelação e Autocorrelação Parcial       #
#####

x11(16.188976,6.69291)
par(mfrow=c(1,2))
x11(5.75,4.5)
```



```

acf(ipca,lag.max=30,ylab="FAC",main="",xlab="lag",axes=FALSE)
#title(main="Função de autocorrelação",cex.main=1.5)
axis(1,lwd=1,cex.axis=1)
axis(2,lwd=1,cex.axis=1)
pacf(ipca,lag.max=30,main="",cex.main=2,ylab="FACP",xlab="lag",axes=FALSE)
#title(main="Função de autocorrelação parcial",cex.main=1.5)
axis(1,lwd=1,cex.axis=1)
axis(2,lwd=1,cex.axis=1)

#####
#                                     Testes de Estacionariedade                                #
#####

adf.test(ts.ipca) # Dickey-Fuller
pp.test(ts.ipca) # Phillips-Perron

#####
#                                     Decomposição da série                                #
#####

x11(5.11,5.11)
plot(stl((ts.ipca), "per"),labels=rbind("Observada","Sazonalidade","Tendência","Ruído"))
plot(stl((ts.ipca), "per"),main="teste",labels=cbind("teste"))

decomposta=stl((ts.ipca, "per"))

decompose.ipca=decompose(ts.ipca)
plot(decompose.ipca)
names(decompose.ipca)
decompose.ipca$x
decompose.ipca$seasonal
decompose.ipca$trend
decompose.ipca$random

#####
#                                     Ajustando o Modelo ARMA                                #
#####

ipca_fit_arma=arima(ts.ipca, order=c(1,0,12)) # q=4, 5 ou 14, period=12

ipca_fit_arma$coef
ipca_fit_arma$sigma2 #510810
confint(ipca_fit_arma)
residuo=ipca_fit_arma$residuals

```

```

acf(residuo,lag.max=30,main="",cex.main=2,ylab="FACP",xlab="lag",axes=FALSE)
title(main="Função de Autocorrelação dos Resíduos - ARMA(1,12)",cex.main=1)
axis(1,lwd=1,cex.axis=1)
axis(2,lwd=1,cex.axis=1)

ipca_fit_arma4=arima(ts.ipca, order=c(1,0,4)) # q=4, 5 ou 14, period=12
residuo4 = ipca_fit_arma4$residuals
ipca_fit_arma5=arima(ts.ipca, order=c(1,0,5)) # q=4, 5 ou 14, period=12
residuo5 = ipca_fit_arma5$residuals

x11(16.188976,6.69291)
par(mfrow=c(1,2))
x11(5.75,3)
acf(residuo,lag.max=30,ylab="FAC",main="",xlab="lag",axes=FALSE)
title(main="Função de Autocorrelação dos Resíduos - ARMA(1,12)",cex.main=1)
axis(1,lwd=1,cex.axis=1)
axis(2,lwd=1,cex.axis=1)
pacf(residuo,lag.max=30,main="",cex.main=2,ylab="FACP",xlab="lag",axes=FALSE)
title(main="Função de Autocorrelação Parcial dos Resíduos - ARMA(1,12)",cex.main=1)
axis(1,lwd=1,cex.axis=1)
axis(2,lwd=1,cex.axis=1)

ipca_fit_arma1=arima(ts.ipca, order=c(1,0,1)) # q=4, 5 ou 14, period=12
residuo1 = ipca_fit_arma1$residuals

acf(residuo1,lag.max=30,main="",cex.main=2,ylab="FACP",xlab="lag",axes=FALSE)
title(main="Função de Autocorrelação dos Resíduos - ARMA(1,1)",cex.main=1)
axis(1,lwd=1,cex.axis=1)
axis(2,lwd=1,cex.axis=1)

#####
#                               Previsões                               #
#####

#previsão para 12 meses
prev<-predict(ipca_fit_arma,12)

#####
#                               Critérios de Comparação de Modelos          #
#####

aic=ipca_fit_arma$aic
smape=100*sum((abs(residuo))/((2*ts.ipca-residuo)/2))*(1/length(ts.ipca))#coloquei a subtração

```

```
utheil=sqrt((sum(residuo)^2))/(sqrt(sum(ts.ipca)+sqrt(sum(ts.ipca+residuo)^2))) #verificar esta equação
print(rbind(aic,smape,utheil))
```

```
real = IPCA[253:264]
residuo1 = prev$pred-IPCA[253:264]
ipca_prev = real
F = prev$pred
ajustado = ipca-residuo
```

```
mad = (1/length(prev$pred))*sum(abs(prev$pred-IPCA[253:264]))
mse = (1/length(prev$pred))*sum((prev$pred-IPCA[253:264])^2)
mape = 100*((1/length(prev$pred))*sum(abs(residuo1/real)))
```

```
MSE = 1/length(ts.ipca)*(sum((ts.ipca - ajustado)^2));MSE
```

```
MAPE = ((sum(2*abs((ts.ipca - ajustado))/(ts.ipca + ajustado)))/length(ipca_prev))*100;MAPE
```

```
SMAPE = ((sum(abs((ts.ipca - ajustado))/ts.ipca))/length(ts.ipca))*100
```

```
U=sqrt( (sum((ts.ipca - ajustado)^2))/(sum((ts.ipca[2:252] - ts.ipca[1:251])^2)) );U
```

```
# Data frame com resultados das métricas
resultado = data.frame(MSE,MAPE,U,SMAPE)
# Gerar uma tabela que será visualizada no documento.
knitr::kable(resultado, format = "pandoc", digits = c(2,2,2), align = 'c')
```

```
#####
MSE = 1/length(real)*(sum((real - F)^2));MSE
```

```
MAPE = ((sum(2*abs((ipca_prev - F))/(ipca_prev + F)))/length(ipca_prev))*100;MAPE
```

```
SMAPE = ((sum(abs((ipca_prev - F))/ipca_prev))/length(ipca_prev))*100
```

```
U=sqrt( (sum((ipca_prev - F)^2))/(sum((ipca_prev[2:12] - ipca_prev[1:11])^2)) );U
```

```
# Data frame com resultados das métricas
resultado = data.frame(MSE,MAPE,U,SMAPE)
# Gerar uma tabela que será visualizada no documento.
knitr::kable(resultado, format = "pandoc", digits = c(2,2,2), align = 'c')
```

```
#gráfico com os valores ajustados.
```

```
ajustado<-(ipca-residuo)
```

```
ajustado
```

```
x<-seq(1,length(ipca),1)
```

```
y<-1:264
```

```
k<-253:264
```

```
x11(5.75,3.54)
```

```
plot(IPCA[181:444],main="",type="l",xlab="",ylab="",axes=FALSE,lwd=2)#IPCA 1994 - 2016
```

```
title(ylab="IPCA Variação Mensal",cex.lab=1.5)
```

```
title(xlab="Período",cex.lab=1.5)
```

```
axis(1,seq(1,length(IPCA[181:444]),12),(1995:2016),lwd=1.6,cex.axis=1.4)
```

```
axis(2,lwd=1.6,cex.axis=1.4)
```

```
#####  
#                GRÁFICO DE AJUSTE COM OBSERVADO E PREVISTO                #  
#####
```

```
x11(5.90,2.43)
```

```
plot(ipca,pch=20,axes=FALSE,ylab="",xlab="",xlim=c(0,276),cex.lab=1,cex=1,cex.axis=1)
```

```
axis(1,at=seq(1,276,12),(1995:2017),cex.axis=1)
```

```
axis(2,cex.axis=1)
```

```
title(ylab="IPCA Variação Mensal",cex.lab=1)
```

```
title(xlab="Período",cex.lab=1)
```

```
#title(main="Ajuste e previsão do IPCA pelo ARIMA(1,0,12)",cex.lab=1)
```

```
lines(x,ajustado,type="l",lty=1,lwd=2)
```

```
lines(k,IPCA[253:264],type="p",cex.lab=1.4,pch=19)
```

```
abline(v=252,lty=2)
```

```
lines(k,prev$pred,lty=1,lwd=2,col="blue")
```

```
lines(k,prev$pred+1.96*prev$se,lty=2)
```

```
lines(k,prev$pred-1.96*prev$se,lty=2)
```

APÊNDICE D

Programa para a geração do modelo linear Dinamico Bayesiano.

```
rm(list=ls(all=TRUE))

library("dlm")
library("forecast")
library("tseries")

dados<-read.table("IPCA.txt",header=T,sep=",")
attach(dados)

#dados corrigidos para o periodo correto 1995 - 2015
ipca<-c(IPCA[181:432])
ts.ipca=ts(ipca,frequency=12,start=c(1995))

#####
#                                     DLM utilizado no Trabalho                                     #
#####

m = rep(0,12)
c = 1e-6 * diag(12)
F = matrix(c(1,1,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0), nr=1)

G = bdiag(1,matrix(c(
-1,-1,-1,-1,-1,-1,-1,-1,-1,-1,-1,-1,
1,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,
0,1,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,
0,0,1,0,0,0,0,0,0,0,0,0,
0,0,0,1,0,0,0,0,0,0,0,0,
0,0,0,0,1,0,0,0,0,0,0,0,
0,0,0,0,0,1,0,0,0,0,0,0,
0,0,0,0,0,0,1,0,0,0,0,0,
0,0,0,0,0,0,0,1,0,0,0,0,
0,0,0,0,0,0,0,0,1,0,0,0,
0,0,0,0,0,0,0,0,0,1,0,0,
0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,1,0),nr=11,byrow=TRUE))
V = 0.003
W = diag(c(1,1, 0, 0,0,0,0,0,0,0,0,0), nr=12)

model.1 = dlm(m0 = m, C0 = c, FF = F , GG = G, V = V, W = W )
output.1 = dlmFilter(ts.ipca,model.1)
Suaviz.1 = dlmSmooth(output.1)
```

```

plot(ts.ipca, type="p", ylab="Expenditure")
lines(output.1$m[,1],type="l", col = "red")

#####
#                                     Estimando variâncias – Gibbs                                     #
#####

set.seed(5672)
time_ini = Sys.time()
MCMC <- 20000 #20000
gibbsOut.2 <- dlmGibbsDIG(ts.ipca, mod = model.1, a.y = 1,b.y = 1000, a.theta = 1, b.theta = 1000, n.sample =
MCMC,thin = 0, save.states = FALSE)

burn = 1000
thin = 10
length(seq(burn,MCMC,thin))
#cadeia = seq(burn,MCMC,thin)
cadeia = seq(burn,MCMC,thin)

plot(gibbsOut.2$dW[cadeia,1],type="l")

hist(gibbsOut.2$dW[,5])
gibbsOut.2$dW
plot(ergMean(gibbsOut.2$dV[-(1:burn)], from), type="l", xaxt="n",xlab="", ylab="")
at <- pretty(c(0,use),n=3); at <- at[at>=from]
axis(1, at=at-from, labels=format(at))

mcmcMeans(cbind(gibbsOut.2$dV[-(1:burn)], gibbsOut.2$dW[-(1:burn),]))

matriz_w <- mcmcMeans(gibbsOut.2$dW[seq(burn,MCMC,thin),])
matriz_v <- mcmcMeans(gibbsOut.2$dV[seq(burn,MCMC,thin)])
matriz_w
matriz_v
#####
#                                     Modelo com novas variâncias                                     #
#####

W = diag(c(matriz_w[1,]), nr=12)
V = matriz_v[1]

model.2 = dlm(m0 = m, C0 = c, FF = F , GG = G, V = V, W = W )
output.2 = dlmFilter(ts.ipca,model.2)
Suaviz.2 = dlmSmooth(output.2)

```

```
#####
```

```
#x11(16.18,6.70)
```

```
k<-253:264
```

```
x<-seq(0,length(ipca),1)
```

```
attach(fore)
```

```
hwidth = qnorm(0.05/2, lower = FALSE) * sqrt(unlist(fore$Q))
```

```
pl <- fore$a[,1] + qnorm(0.05, lower = FALSE) * sqrt(unlist(fore$Q))
```

```
pu <- fore$a[,1] + qnorm(0.95, lower = FALSE) * sqrt(unlist(fore$Q))
```

```
#fore2 <- cbind(f, as.vector(f) + hwidth %o% c(-1, 1))
```

```
#x11(5.90,2.43)
```

```
plot(ipca, xlab="", ylab="",type="p",main="",pch=19,xlim=c(0,276),  
ylim=c(),lwd=1 ,cex.lab=1,cex=1,cex.axis=1,axes=FALSE)
```

```
title(ylab=list(expression("IPCA Variação Mensal")),cex.lab=1)
```

```
title(xlab=list(expression("Período")),cex.lab=1)
```

```
axis(2,cex.axis=1)
```

```
axis(1,seq(1,276,12),(1995:2017),cex.axis=1)
```

```
#lines(x,output.2$m[,1],lty=1,lwd=2,col="green") #ajuste hw
```

```
lines(x,Suaviz.2$s[,1],lty=1,lwd=2) #ajuste hw
```

```
lines(k,pl, col ="red",lty = 2,lwd=2)
```

```
lines(k,pu, col = "red",lty = 2,lwd=2)
```

```
abline(v=252,lty=2)
```

```
lines(k,IPCA[253:264],type="p",cex.lab=1.4,pch=19)
```

```
lines(k,f,lty=1,lwd=2,col="blue") # previsao
```

```
#points(fore$newObs[[2]], pch = 16, col = "6")
```

```
#####
```

```
#                               Comparações                               #
```

```
#####
```

```
N = length(output.2$m[,1])
```

```
n = length(ts.ipca)
```

```
MSE = 1/length(ts.ipca)*(sum((ts.ipca - output.2$m[2:N,1])^2));MSE
```

```
MAPE = ((sum(2*abs((ts.ipca - output.2$m[2:N,1]))/(ts.ipca + output.2$m[2:N,1])))/length(ts.ipca))*100;MAPE
```

```
U =sqrt( (sum((ts.ipca - output.2$m[2:N,1])^2))/(sum((ts.ipca[2:n] - ts.ipca[1:n-1])^2)) );U
```

```
# Data frame com resultados das métricas
```

```
resultado = data.frame(MSE,MAPE,U)
```

```

# Gerar uma tabela que será visualizada no documento.
knitr::kable(resultado, format = "pandoc", digits = c(2,2,2), align = 'c')

ipca_prev = IPCA[253:264]
MSE = 1/length(ipca_prev)*(sum((ipca_prev - f)^2));MSE
MAPE = ((sum(2*abs((ipca_prev - f))/(ipca_prev + f))/length(ipca_prev))*100;MAPE
SMAPE = ((sum(abs((ipca_prev - f)/ipca_prev))/length(ipca_prev))*100
U =sqrt( (sum((ipca_prev - f)^2))/(sum((ipca_prev[2:12] - ipca_prev[1:11])^2)) );U

# Data frame com resultados das métricas
resultado = data.frame(MSE,MAPE,U,SMAPE)

# Gerar uma tabela que será visualizada no documento.
knitr::kable(resultado, format = "pandoc", digits = c(2,2,2), align = 'c')

#####
#                               Histograma das posteriores                               #
#####

x11(5.91,5.91)
par(mfrow=c(4,4))
for (i in 1:12)
{
  if (i == 1) {
    hist(gibbsOut.2$dV[cadeia],main="",xlab="V")
    hist(gibbsOut.2$dW[seq(burn,MCMC,thin),i],main="",xlab=paste0("W ",i))
  } else {
    hist(gibbsOut.2$dW[seq(burn,MCMC,thin),i],main="",xlab=paste0("W ",i))
  }
}

x11(6,7)
par(mfrow=c(4,4))
for (i in 1:12)
{
  if (i == 1){
    plot(gibbsOut.2$dV[cadeia],main="",xlab="V",type="l",ylab="")
    plot(gibbsOut.2$dW[cadeia,i],type="l",main="",xlab=paste0("W ",i),ylab="")
  } else {
    plot(gibbsOut.2$dW[cadeia,i],type="l",main="",xlab=paste0("W ",i),ylab="")
  }
}

```