# Mathématiques

COLLECTION PHARE

Livre du professeur



### Roger BRAULT

Professeur au Lycée du Maréchal Soult à Mazamet (81)

### Isabelle DARO

Professeur au Collège Jean-Auguste Ingres à Montauban (82)

### Christine FERRERO

Professeur au Collège Bellevue à Toulouse (31)

### Dominique PERBOS-RAIMBOURG

Professeur au Collège Pierre de Fermat à Toulouse (31)

### Christophe TELMON

Professeur au Collège Grand Selve à Grenade-sur-Garonne (31)

programme 2007



BAT-001a105.indd 1 25/07/07 8:48:24

Édition : Anne-Sylvie Stern

Maquette intérieure : Frédéric Jély Mise en page : CMB Graphic Dessins techniques : Gilles Poing

ISBN: 978-2-01-125520-4

 $\ ^{\odot}$  Hachette Livre 2007, 43, quai de Grenelle, 75905 Paris Cedex 15.

www.hachette-education.com

Tous droits de traduction, de reproduction et d'adaptation réservés pour tous pays.

Le Code de la propriété intellectuelle n'autorisant, aux termes des articles L. 122-4 et L. 122-5, d'une part, que les « copies ou reproductions strictement réservées à l'usage privé du copiste et non destinées à une utilisation collective », et, d'autre part, que les analyses et les courtes citations dans un but d'exemple et d'illustration, « toute représentation ou reproduction intégrale ou partielle, faite sans le consentement de l'auteur ou de ses ayants droit ou ayants cause, est illicite ».

Cette représentation ou reproduction, par quelque procédé que ce soit, sans autorisation de l'éditeur ou du Centre français de l'exploitation du droit de copie (20, rue des Grands-Augustins 75006 Paris), constituerait donc une contrefaçon sanctionnée par les articles 425 et suivants du Code pénal.

BAT-001a105.indd 2 25/07/07 8:48:26

# > Sommaire

Introduction pour le cycle central
■ Introduction pour la classe de quatrième
■ Thèmes de convergence
NOMBRE ET CALOUI
NOMBRES ET CALCUL
1 Nombres relatifs 7
Nombres relatifs en écriture fractionnaire
Puissances 29
4 Calcul littéral
<b>5</b> Équations du premier degré à une inconnue
6 Ordre et opérations 65
ORGANISATION ET GESTION DE DONNÉES
7 Proportionnalité
8 Traitement de données 84
GÉOMÉTRIE
9 Triangle et parallèles 92
10 Triangle rectangle et cercle circonscrit
Distance – Tangente – Bissectrices
Le théorème de Pythagore et sa réciproque
13 Le théorème de Thalès
14 Cosinus d'un angle aigu d'un triangle rectangle 157
15 Pyramide – Cône de révolution
GRANDEURS ET MESURES
16 Aires et volumes
17 Vitesse moyenne

# > Introduction pour le cycle central

### 1. FINALITÉS ET OBJECTIFS

Les objectifs généraux et l'organisation de l'enseignement des mathématiques décrits dans l'introduction générale des programmes de mathématiques pour le collège demeurent valables pour le cycle central : consolider, enrichir et structurer les acquis des classes précédentes, conforter l'acquisition des méthodes et des modes de pensée caractéristiques des mathématiques, développer la capacité à utiliser les mathématiques dans différents domaines (vie courante, autres disciplines), notamment à l'occasion de l'étude de thèmes de convergence.

Comme en classe de sixième, l'enseignement des mathématiques renforce la formation intellectuelle des élèves, et concourt à celle du citoyen en développant leur aptitude à chercher, leur capacité à critiquer, justifier ou infirmer une affirmation, et en les habituant à s'exprimer clairement aussi bien à l'oral qu'à l'écrit.

Le travail expérimental (calculs numériques avec ou sans calculatrice, représentations à l'aide ou non d'instruments de dessin et de logiciels) permet d'émettre des conjectures. La résolution de problèmes vise à donner du sens aux connaissances travaillées, puis à en élargir les domaines d'utilisation. Ces démarches s'accompagnent de la formulation de définitions et de théorèmes.

Elles s'inscrivent tout à fait dans le cadre de la démarche d'investigation décrite dans l'introduction commune à l'ensemble des disciplines scientifiques. Les élèves sont conduits à distinguer conjecture et théorème, à reconnaître les propriétés démontrées et celles qui sont admises.

L'initiation au raisonnement déductif permet aux élèves de passer de l'utilisation consciente d'une propriété mathématique au cours de l'étude d'une situation à l'élaboration complète d'une démarche déductive dans des cas simples, dans le domaine numérique comme dans le domaine géométrique.

Si l'activité de l'élève est indispensable, les temps de synthèse qui rythment les acquisitions communes ne doivent pas être négligés.

Les activités de formation ne peuvent pas se réduire à la mise en œuvre des compétences exigibles et doivent donc être aussi riches et diversifiées que possible. Elles sont l'occasion de mobiliser et de consolider les acquis antérieurs dans une perspective élargie.

### 2. ORGANISATION DES CONTENUS

# • Organisation et gestion de données, fonctions :

- affermir la maîtrise des principaux raisonnements qui permettent de traiter les situations de proportionnalité (notamment au niveau de ses applications : pourcentages, indices, changements d'unités...);
- initier les élèves au repérage sur une droite graduée ou dans le plan muni d'un repère;
- acquérir les premiers outils statistiques (organisation et représentation de données, fréquence, moyenne) utiles dans d'autres disciplines et dans la vie de tout citoyen.

### • Nombres et calculs :

- poursuivre la pratique du calcul mental et l'utilisation rationnelle des calculatrices;
- assurer la maîtrise des calculs sur les nombres décimaux relatifs et sur les nombres en écriture fractionnaire (quatre opérations, puissances);
- initier les élèves au calcul littéral : priorités opératoires, développement, mise en équation et résolution.

### • Géométrie :

- connaître et utiliser les propriétés et les relations métriques relatives à des figures de base (triangles, parallélogrammes, cercles);
- se familiariser avec les représentations de figures de l'espace;
- poursuivre l'étude des symétries (symétrie centrale);
- s'initier aux propriétés laissées invariantes par un agrandissement ou une réduction de figure.

### • Grandeurs et mesures :

- compléter les connaissances relatives aux longueurs, aux angles, aux masses et aux durées;
- savoir calculer les aires et volumes de figures ou de solides usuels;
- poursuivre l'étude du système d'unités de mesure des volumes;
- commencer l'étude de grandeurs quotients (vitesse moyenne).

Ce programme traduit la volonté de mieux équilibrer les notions étudiées au cours du cycle central et en classe de troisième.

Comme en classe de sixième, le vocabulaire et les notations nouvelles ( $\leq$  ,  $\geq$  ,  $a^{n}$ ,  $a^{-n}$ , cos) sont introduits au fur et à mesure de leur utilité.

# © Hachette Livre 2007, Mathématiques 4º, collection PHARE, livre du professeur. La photocopie non autorisée est un délit.

# > Introduction pour la quatrième

### • Organisation et gestion de données, fonctions :

Le programme de la classe de quatrième propose d'approfondir et de prolonger l'étude de notions introduites dans les classes antérieures.

Le lien avec les autres disciplines, notamment scientifiques, et avec l'éducation à la citoyenneté est maintenu et renforcé, en particulier à l'occasion de l'étude de thèmes de convergence. Comme en classe de cinquième, le mot « fonction » est employé, chaque fois que nécessaire, en situation, et sans qu'une définition formelle de la notion de fonction soit donnée.

Les tableurs grapheurs, dont l'usage a été introduit dès la classe de cinquième, donnent accès à une façon particulière de désigner une variable : par l'emplacement de la cellule où elle se trouve dans le tableau. Cette nouveauté est un enrichissement pour le travail sur la notion de variable, effectué sur des exemples variés. La pertinence de l'utilisation de tel ou tel graphique dans une situation donnée est examinée en comparant l'information mise en valeur par différentes représentations.

### • Nombres et calculs :

La résolution de problèmes (issus de la géométrie, de la gestion de données, des autres disciplines, de la vie courante) constitue l'objectif fondamental de cette partie du programme. Elle nourrit les activités, tant dans le domaine numérique que dans le domaine littéral. Les exercices de technique pure ne sont pas à privilégier. La pratique du calcul numérique (exact ou approché) sous ses différentes formes en interaction (calcul mental, calcul à la main, calcul à la machine ou avec un ordinateur) a pour objectifs :

- la maîtrise des procédures de calcul effectivement utilisées,
- l'acquisition de savoir-faire dans la comparaison des nombres,
- la réflexion et l'initiative dans le choix de l'écriture appropriée d'un nombre suivant la situation.

Le calcul littéral qui a fait l'objet d'une première approche en classe de cinquième, par le biais de la transformation d'écritures, se développe en classe de quatrième, en veillant à ce que les élèves donnent du sens aux activités entreprises dans ce cadre, en particulier par l'utilisation de formules issues des sciences et de la technologie.

### • Géométrie:

En classe de quatrième, la représentation d'objets géométriques usuels du plan et de l'espace, le calcul de grandeurs attachées à ces objets demeurent des objectifs majeurs. S'y ajoutent de nouvelles caractérisations pour certains d'entre eux (triangle rectangle, cercle, bissectrice).

Dans le plan, les travaux portent sur les figures usuelles déjà étudiées (triangle, cercle, quadrilatères particuliers), pour lesquelles il est indispensable de continuer à faire fonctionner les résultats mis en place. L'étude plus approfondie du triangle rectangle et d'une nouvelle configuration (celle de triangles déterminés par deux droites parallèles coupant deux sécantes) permet d'aborder quelques aspects numériques fondamentaux de la géométrie du plan. Certaines propriétés géométriques d'un agrandissement ou d'une réduction d'une figure sont également étudiées. L'effet sur les aires et les volumes n'est abordé qu'en classe de troisième.

Les activités de découverte, d'élaboration et de rédaction d'une démonstration sont de natures différentes et doivent faire l'objet d'une différenciation explicite. Le travail sur la caractérisation des figures usuelles est poursuivi, en veillant à toujours la formuler à l'aide d'énoncés séparés.

Dans l'espace, les travaux sur les solides étudiés exploitent largement les résultats de géométrie plane.

### • Grandeurs et mesures :

Comme en classes de cinquième et sixième, cette rubrique s'appuie sur la résolution de problèmes souvent empruntés à la vie courante et aux autres disciplines. Le travail sur les aires et les volumes se poursuit. Il permet en particulier d'aborder la variation d'une grandeur en fonction d'une autre.

Les notions de mouvement uniforme et de vitesse ont été travaillées en classe de cinquième dans le cadre de la proportionnalité.

La notion de vitesse en tant que grandeur quotient est abordée en classe de quatrième. Elle est la première grandeur quotient étudiée.

Comme dans les classes précédentes, l'utilisation d'unités dans les calculs sur les grandeurs est légitime. Elle est de nature à en faciliter le contrôle et à en soutenir le sens.

5

# > Thèmes de convergence

Les thèmes de convergence font partie des programmes des disciplines. Ce dispositif a pour but de donner plus de cohérence à la formation que reçoivent les élèves dans différents domaines tels que la santé, la sécurité, l'environnement... qui sont essentiels pour le futur citoyen.

Les six thèmes ont été choisis parmi des sujets importants pour la société et proches des préoccupations quotidiennes des élèves.

### THÈME 1 - ÉNERGIE

Le terme énergie appartient à la vie courante, il est indispensable que l'école puis le collège préparent à sa manipulation : utilisation d'un langage adapté, image qualitative.

Au collège, il est possible de proposer une approche qualitative du concept d'énergie : l'énergie possédée par un système est une grandeur qui caractérise son aptitude à produire des actions.

La formulation qualitative donnée à l'école conduit à une première classification : énergie cinétique, énergie potentielle, énergie électrique, énergie chimique, énergie nucléaire.

### THÈME 2 - ENVIRONNEMENT ET DÉVELOPPEMENT DURABLE

L'étude de l'environnement doit se placer dans la perspective d'un développement durable. On considère que le développement durable s'appuie sur quatre piliers : environnemental, social, économique et culturel.

En fin de collège, l'élève doit avoir pris conscience de tout ce que son mode de vie doit aux progrès des sciences et des techniques.

### THÈME 3 - MÉTÉOROLOGIE ET CLIMATOLOGIE

La météorologie est la science qui étudie les phénomènes atmosphériques; la climatologie, celle qui étudie les climats et leur évolution dans le temps.

La météorologie joue un rôle important dans :

- la sécurité de certaines pratiques sportives : sortie en mer, ski hors piste, randonnée en montagne, canoë...;
- la sécurité routière (prévision des risques de brouillard, de verglas, de fortes pluies, de tempête...);
- la sécurité de la navigation aérienne;
- la pollution atmosphérique.

### THÈME 4 - L'IMPORTANCE DU MODE DE PENSÉE STATISTIQUE DANS LE REGARD SCIENTIFIQUE SUR LE MONDE

Il est nécessaire, dès le collège, de doter les élèves d'un langage et de concepts statistiques communs pour traiter l'information apportée dans chaque discipline.

Au collège, la statistique descriptive constitue l'essentiel de l'apprentissage.

Trois types d'outils peuvent être distingués :

- les outils de synthèse des observations : tableaux, effectifs, regroupement en classes, pourcentages, fréquences (et en classe de 4<sup>e</sup> : effectifs cumulés, fréquences cumulées);
- les outils de représentation : diagrammes à barres, diagrammes circulaires ou semi-circulaires, histogrammes, graphiques divers;
- les outils de caractérisation numérique d'une série statistique (en classes de 4<sup>e</sup> et de 3<sup>e</sup>) : caractéristiques de position (moyenne, médiane, quartile), caractéristiques de dispersion (étendue).

### THÈME 5 - SÉCURITÉ

Les enseignements donnés au collège doivent permettre :

- d'identifier les risques (électriques, chimiques biologiques, sportifs...);
- d'évaluer les risques de façon rationnelle;
- d'apprendre à adopter des comportements qui réduisent les risques.

Toutes les disciplines doivent contribuer à l'effort d'information et de formation à la sécurité routière.

### THÈME 6 - SANTÉ

La plupart des comportements nocifs s'acquièrent pendant l'enfance (habitudes alimentaires) et l'adolescence (tabac, alcool, imprudence).

Il faut donc faire comprendre aux élèves que la santé ne doit pas être considérée comme un don de la nature mais comme le résultat d'un effort quotidien.

Six objectifs sont visés:

- lutte contre le tabagisme;
- alimentation, besoins et apports nutritionnels : l'obésité :
- environnement et santé : cancers de la peau, rythmes de vie et sommeil :
- lutte contre les maladies sexuellement transmissibles;
- régulation des naissances.

# Les nombres relatifs

# > Programme

### Programme de la classe de quatrième

### **COMPÉTENCES**

- Calculer le produit de nombres relatifs simples.
- Déterminer une valeur approchée du quotient de deux nombres décimaux (positifs ou négatifs).

### Commentaires

Toute étude théorique des propriétés des opérations est exclue.

Les élèves ont une pratique de la multiplication des nombres positifs en écriture décimale ou fractionnaire. Les calculs relevant de ces opérations sont étendus au cas des nombres relatifs. La mise en place des règles de calcul peut s'appuyer sur le problème de l'extension de tables de multiplication aux entiers négatifs ou à la généralisation de règles provenant de l'addition, par exemple :  $3 \times (-2) = (-2) + (-2) + (-2) = -6$ .

Sur des exemples, la propriété de distributivité de la multiplication par rapport à l'addition est mobilisée pour justifier la règle des signes.

### **COMPÉTENCES**

- Sur des exemples numériques, écrire en utilisant correctement des parenthèses, des programmes de calcul portant sur des sommes ou des produits de nombres relatifs.
- Organiser et effectuer à la main ou à la calculatrice les séquences de calcul correspondantes.

### Commentaires

À la suite du travail entrepris en classe de cinquième avec des nombres décimaux positifs, les élèves s'entraînent au même type de calculs avec des nombres relatifs. Ils sont ainsi familiarisés à l'usage des priorités opératoires intervenant dans les conventions usuelles d'écriture ainsi qu'à la gestion d'un programme de calcul utilisant des parenthèses.

### Programme de la classe de cinquième

### COMPÉTENCE

Effectuer une succession d'opérations donnée sous diverses formes (par calcul mental, posé ou instrumenté), uniquement sur des exemples numériques.

### Commentaires

L'acquisition des priorités opératoires dans un cadre numérique sera réinvestie dans la pratique du calcul algébrique. Les questions posées à propos de résultats obtenus à l'aide de calculatrices peuvent offrir une occasion de dégager les priorités opératoires usuelles.

### COMPÉTENCE

Écrire une expression correspondant à une succession donnée d'opérations.

### Commentaires

L'ambiguïté introduite par la lecture courante, comme par exemple « 3 multiplié par 18 plus 5 » pour  $3 \times (18 + 5)$ , pour l'auditeur qui n'a pas l'écriture sous les yeux, conduit à privilégier l'utilisation du vocabulaire et de la syntaxe appropriés, par exemple : « le produit de 3 par la somme de 18 et de 5 ». C'est l'occasion de faire fonctionner le vocabulaire associé : terme d'une somme, facteur d'un produit.

### **COMPÉTENCES**

- Utiliser la notion d'opposé.
- Ranger des nombres relatifs courants en écriture décimale.

### Commentaires

La notion de nombre relatif est introduite à partir d'un problème qui en montre la nécessité (par exemple pour rendre la soustraction toujours possible).

Une relation est faite avec la possibilité de graduer entièrement la droite, puis de repérer le plan. Les nombres utilisés sont aussi bien entiers que décimaux. L'étude de l'ordre sur les nombres relatifs est liée aux questions de graduation et ne donne pas lieu à des formalisations excessives.

La notion de valeur absolue n'est pas introduite.

### COMPÉTENCES

- Calculer la somme ou la différence de deux nombres relatifs.
- Calculer, sur des exemples numériques, une expression dans laquelle interviennent uniquement les signes +, et éventuellement des parenthèses.
- Sur des exemples numériques, écrire en utilisant correctement des parenthèses, un programme de calcul portant sur des sommes ou des différences de nombres relatifs.

### Commentaires

Il est établi que soustraire un nombre, c'est ajouter son opposé.

Les élèves sont entraînés à organiser et gérer un programme de calcul mettant en jeu des additions et des soustractions avec ou sans calculatrice.

Les règles de suppression de parenthèses à l'intérieur d'une somme algébrique sont étudiées en classe de quatrième.

Chap. 1 - Les nombres relatifs

🔘 Hachette Livre 2007, Mathématiques 4º, collection PHARE, livre du professeur. La photocopie non autorisée est un délit

BAT-001a105.indd 7 25/07/07 8:48:29

### Programme de la classe de troisième

Une partie d'**arithmétique** offre l'occasion d'une première synthèse sur les nombres, intéressante tant du point de vue de l'histoire des mathématiques que pour la culture générale des élèves. Le fait que tous les nombres ne sont pas rationnels est mis en évidence.

# En résumé

- → En classe de cinquième, les élèves découvrent et apprennent à comparer, additionner et soustraire des nombres relatifs.
- → Dans ce chapitre, les élèves revoient l'addition et la soustraction des nombres relatifs.

Ils découvrent la multiplication et la division.

La notion d'inverse sera traitée dans le chapitre « Nombres relatifs en écriture fractionnaire ».

→ Le calcul des valeurs approchées du quotient de deux nombres relatifs est présenté sur un exemple et reprend la représentation d'un nombre et de son opposé sur une droite graduée.

# > Activités

### ACTIVITÉ D'OUVERTURE

### COMMENTAIRES

On revoit dans cette activité:

• ce que représente un nombre négatif :

ici, une profondeur (3 850 m au-dessous du niveau de la mer se note – 3 850 m).

• l'addition de nombres relatifs.

### CORRIGÉ

- 1) Le point culminant de la partie arrière de l'épave se situe à -3758 m de profondeur.
- -3850 + 110 18 = -3758.
- 2) Une valeur approchée de la longueur du Titanic est 270 m.  $3850:14,3\approx270.$

# 1 J'AI DÉJÀ VU

### J'additionne deux nombres relatifs

Objectif	Réviser les règles de calcul vues en 5 <sup>e</sup> .		
Pré requis	<ul> <li>Règle d'addition de deux nombres relatifs de même signe.</li> <li>Règle d'addition de deux nombres relatifs de signes contraires.</li> </ul>		
Paragraphe introduit	Addition et soustraction     Calculer une somme		

### COMMENTAIRES

Le commentaire de Maréva incite les élèves à utiliser l'écriture simplifiée pour calculer.

### CORRIGÉ

1) Règle pour additionner deux nombres relatifs de même signe :

La somme de deux nombres relatifs de même signe est un nombre relatif qui a :

- pour signe, le signe commun aux deux nombres;
- pour distance à zéro, la somme des distances à zéro.

2) Règle pour additionner deux nombres relatifs de signes contraires :

La somme de deux nombres relatifs de signes contraires est un nombre relatif qui a :

- pour signe, le signe du nombre ayant la plus grande distance à zéro;
- pour distance à zéro, la différence des distances à zéro.

3)

+	-5	-2	3
0	-5	-2	3
5	0	3	8
-2	-7	-4	1

4)

1)		
a) (+12,8) + (+1,2) = 12,8 + 1,2 = 14	b) (-12,8) + (+1,2) = -12,8 + 1,2 = -11,6	c) $(-12,8) + (-1,2)$ = $-12,8 - 1,2$ = $-14$
d) (+12,8) + (-1,2) = 12,8 - 1,2 = 11,6	e) (-13,58) + (+13,58) = -13,58 + 13,58 = 0	f) (+14,8) + 0 = 14,8

# 2 J'AI DÉJÀ VU

### Je soustrais deux nombres relatifs

Objectif	Réviser les règles de calcul vues en 5 <sup>e</sup> .	
Pré requis	Règle de soustraction de deux nombres relatifs.	
Paragraphe introduit	Addition et soustraction     Calculer une différence	

### COMMENTAIRES

Revoir la soustraction de deux nombres relatifs, en transformant chaque soustraction en addition.

### CORRIGÉ

1) « Soustraire un nombre relatif revient à ajouter son opposé. »

c) 
$$(-12)$$
 -  $(+3)$  =  $-12$  +  $(-3)$  =  $-12$  -  $3$  =  $-15$ ;

d) 
$$(-4) - (-5) = -4 + (+5) = 1$$
;

e) 
$$(-13) - (+13) = -13 + (-13) = -13 - 13 = -26$$
;

f) 
$$(-14) - (-14) = -14 + (+14) = 0$$
.

# (3) JE DÉCOUVRE

### Je multiplie un nombre relatif par (-1)

Objectif	Découvrir et justifier que le produit d'un nombre relatif par (-1) est égal à son opposé.	
Pré requis	<ul> <li>Addition de deux nombres relatifs.</li> <li>Distributivité de la multiplication par rapport à l'addition.</li> </ul>	
Paragraphe introduit	2) Multiplication. a) Calculer le produit d'un nombre relatif par (–1)	

### COMMENTAIRES

Le résultat démontré dans cette activité va nous permettre de justifier la règle des signes de la multiplication de deux nombres relatifs.

### CORRIGÉ

1) a) 
$$2 \times (-1) = (-1) + (-1) = (-2)$$

$$3 \times (-1) = (-1) + (-1) + (-1) = (-3)$$

$$4 \times (-1) = (-1) + (-1) + (-1) + (-1) = (-4).$$

b) 
$$125 \times (-1) = -125$$
.

- c) Le produit de 125 par (-1) est l'opposé de 125.
- 2) *a* désigne un nombre relatif.
- a)  $a \times [(-1) + 1] = a \times 0 = 0$ .

On a aussi : 
$$a \times [(-1) + 1] = a \times (-1) + a \times 1$$
  
=  $a \times (-1) + a$ 

On en déduit que :  $a \times (-1) + a = 0$ .

- b) Le nombre  $a \times (-1)$  désigne donc l'opposé du nombre a.
- c) « Lorsque je multiplie un nombre relatif par (-1), j'obtiens son opposé ».



### (4) JE DÉCOUVRE

### Je multiplie deux nombres de signes contraires

Objectif	Découvrir le produit de deux nombres relatifs de signes contraires.	
Pré requis	Activité 3 : multiplier un nombre relatif par (–1).	
Paragraphe introduit	Multiplication     Calculer le produit de deux     nombres de signes contraires	

### COMMENTAIRES

On conjecture que le produit de deux nombres de signes contraires est un nombre négatif.

On justifie ce résultat pour deux exemples.

### CORRIGÉ

1) a) 
$$1 \times (-5,2) = -5,2$$
;  $3 \times (-5,2) = (-5,2) + (-5,2) + (-5,2) = -15,6$ ;

$$2 \times (-5,2) = (-5,2) + (-5,2) = -10,4;$$

$$4 \times (-5,2) = (-5,2) + (-5,2) + (-5,2) + (-5,2) = -20,8.$$

- b) Chaque produit est négatif.
- c) Le signe du produit de deux nombres de signes contraires semble négatif.
- 2) On veut prouver que le produit  $2.8 \times (-1.5)$  est un nombre négatif.

$$-1.5 = (-1) \times 1.5$$
;

ainsi, 
$$2.8 \times (-1.5) = 2.8 \times (-1) \times 1.5 = (-1) \times 2.8 \times 1.5$$
  
=  $-(2.8 \times 1.5)$ 

3) Le signe du produit de deux nombres de signes contraires semble négatif.

### (5) JE DÉCOUVRE

### Je multiplie deux nombres négatifs

Objectif	Découvrir le produit de deux nombres négatifs.	
Pré requis	Activité 3 : multiplier un nombre relatif par (–1).	
Paragraphe introduit	Multiplication     Calculer le produit de deux     nombres de même signe	

### COMMENTAIRES

On conjecture que le produit de deux nombres de même signe est un nombre positif.

À partir d'un exemple et en utilisant la conclusion de l'activité 3, on justifie le signe du produit de deux nombres relatifs de même signe.

### CORRIGÉ

- 1) On cherche le signe du produit  $(-1,8) \times (-3,5)$ .
- a)  $(-1,8) = (-1) \times 1,8$ ;
- b)  $(-3,5) = (-1) \times 3,5$ ;
- c)  $(-1) \times (-1) = 1$  car  $-1 \times (-1)$  est égal à l'opposé de (-1)soit (+ 1):
- d)  $(-1.8) \times (-3.5) = (-1) \times 1.8 \times (-1) \times 3.5 = (-1) \times (-1)$  $\times 1.8 \times 3.5 = 1.8 \times 3.5.$
- 2) Le produit de deux nombres négatifs semble être un nombre positif.

### (6) JE DÉCOUVRE

### Je divise par un nombre relatif non nul

Objectifs	<ul> <li>Définition du quotient de deux nombres relatifs.</li> <li>Calcul du quotient d'un nombre relatif par un nombre relatif non nul.</li> </ul>
Pré requis	<ul> <li>Définition du quotient de deux nombres (vue en 6<sup>e</sup>).</li> <li>Activités 4 et 5 : multiplication de deux nombres relatifs.</li> </ul>
Paragraphes introduits	<ul> <li>a) Division</li> <li>a) Définition du quotient de deux nombres relatifs</li> <li>b) Calculer le quotient d'un nombre relatif par un nombre relatif non nul</li> </ul>

Chap. 1 - Les nombres relatifs

### COMMENTAIRES

On étend la définition du quotient aux nombres négatifs.

### CORRIGÉ

1) « Le quotient de (-35) par 7 est le nombre qui, multiplié *par 7, donne – 35.* »

2)  $7 \times (-5) = -35$ donc, (-35): 7 = (-5);

 $(-3) \times 9 = 27$ donc, 27:(-3)=9;  $(-8) \times 6 = -48$ donc, (-48): (-8) = 6.

3) a) lorsque *a* et *b* sont de signes contraires, le quotient  $\frac{a}{a}$  est un nombre négatif;

b) lorsque a et b sont de même signe, le quotient  $\frac{a}{b}$  est un nombre positif.

# Savoir-faire

### 1 Calculer un produit ou un quotient

1 a) 
$$(+2) \times (+3) = 6$$
;

b) 
$$(-2) \times 3 = -6$$
;

c) 
$$5 \times (-7) = -35$$
;

d) 
$$(-7) \times (-5) = 35$$
.

2 a) 
$$(-0.2) \times (-13) = 2.6$$
; b)  $(-0.2) \times 13 = -2.6$ ;

(b) 
$$(-0,2) \times 13 = -2,6$$

c) 
$$0.5 \times (-0.7) = -0.35$$
;

d) 
$$(-0.7) \times (-0.5) = 0.35$$
.

3 a) 
$$(-4): 2 = -2;$$

b) 
$$4:(-2)=-2;$$

c) 
$$(-8): (-4) = 2;$$

d) 
$$(-8): 4 = -2$$
.

4 a) 
$$(-1,4): 2 = -0,7;$$

b) 
$$1.4:(-2)=-0.7;$$

c) 
$$(-2.8)$$
:  $(-4)$  = 0.7;

d) 
$$(-2,8): 4 = -0,7$$
.

5 a) 
$$(-2,5) \times 3 = -7,5$$
;

b) 
$$(-2,5) \times (-3) = 7,5$$
;

c) 
$$3,2:(-8)=-0,4;$$

d) 
$$(-3,2)$$
:  $8 = -0,4$ .

### 6 a) **\*** est un nombre positif;

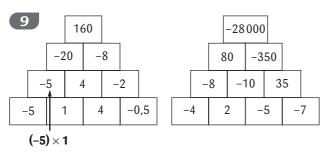
- b) \* est un nombre négatif;
- c) \* est un nombre négatif;
- d) \* est un nombre négatif.

### 7 Calculer

- a)  $(-1) \times 2 \times (-3) \times 4 \times 5 = 120$ ;
- b)  $(-1) \times 2 \times (-3) \times 4 \times (-5) = -120$ ;
- c)  $(-1) \times (-2) \times (-3) \times 4 \times (-5) = 120$ ;
- d)  $(-1) \times (-2) \times (-3) \times (-4) \times (-5) = -120$ .

### 8 a) $(-3.8) \times 5.7 = -21.66$ ;

- b)  $(-3.8) \times (-5.7) = 21.66$ ;
- c)  $3.8 \times (-5.7) = -21.66$ ;
- d) 21,66:3,8=5,7;
- e) (-21,66): (-3,8) = 5,7;
- f) 21,66:(-5,7)=-3,8.



### 2 Calculer une expression algébrique

10 
$$A = 3 \times 2 - 10 = 6 - 10 = -4;$$
  
 $B = 3 \times (2 - 10) = 3 \times (-8) = -24;$   
 $C = 7 \times 2 - (-8) = 14 + 8 = 22;$   
 $D = 7 \times [2 - (-8)] = 7 \times (2 + 8) = 7 \times 10 = 70.$ 

### 11 $A = 5 - 6 \times 4 = 5 - 24 = -19$ ;

$$B = (5 - 6) \times 4 = -1 \times 4 = -4;$$

$$C = 7 \times 2 - 5 \times 8 = 14 - 40 = -26;$$

$$D = 7 \times (2 - 5) \times 8 = 7 \times (-3) \times 8 = -168.$$

12 
$$A = 16 - 7 \times 8 = 16 - 56 = -40$$
;

$$B = (16 - 7) \times 8 = 9 \times 8 = 72;$$

$$C = 9 \times 3 - 4 \times 8 = 27 - 32 = -5;$$

$$D = 9 \times (3 - 4) \times 8 = 9 \times (-1) \times 8 = -72.$$

13 
$$A = 16 - 12 : 4 = 16 - 3 = 13;$$

$$B = (16 - 12) : 4 = 4 : 4 = 1;$$

$$C = 8 : 4 - 2 \times 4 = 2 - 8 = -6;$$

$$D = 8 : (4 - 2) \times 4 = 8 : 2 \times 4 = 4 \times 4 = 16.$$

### 14 A = 24 - 64 : 8 = 24 - 8 = 16;

$$B = (24 - 64) : 8 = (-40) : 8 = -5;$$

$$C = 36 : 4 - 2 \times 5 = 9 - 10 = -1;$$

$$D = 36 : (4-2) \times 5 = 36 : 2 \times 5 = 18 \times 5 = 90.$$

а	b	a + b	a – b	$(a+b)\times(a-b)$
2	-3	-1	5	-5
-1	6	5	-7	-35
-4	-5	-9	1	<b>-</b> 9
-1,2	3,2	2	-4,4	-8,8

16 A = 
$$10 - (6 \times 9 - 34) = 10 - (54 - 34) = 10 - 20$$

$$B = (10 - 6) \times 9 - 34 = 4 \times 9 - 34 = 36 - 34 = 2;$$

$$C = 5 \times (-8) - (-8) \times 4 = -40 - (-32) = -40 + 32 = -8;$$

$$D = 5 \times [(-8) - (-8)] \times 4 = 5 \times 0 \times 4 = 0.$$

### 17

а	b	a + b	a – b	(a+b):(a-b)
2	-3	-1	5	-0,2
-4	6	2	-10	-0,2
-4	-5	-9	1	<b>-</b> 9
-1,5	4,5	3	-6	-0,5

18 
$$A = 2 \times (-3) + (-2) = -6 - 2 = -8;$$

$$B = (-3) - 2 \times (-2) = -3 + 4 = 1.$$

19 
$$A = 2[(-3) - (-2)] = 2 \times (-3 + 2) = 2 \times (-1) = -2;$$
  
 $B = -[(-3) + 4] \times (-2) - 10$   
 $= -(-3 + 4) \times (-2) - 10$   
 $= -1 \times (-2) - 10 = 2 - 10 = -8.$ 

20 a) 
$$4.2:0.6 = 7$$
;  
b)  $0.6 \times 0.6 = 0.36$ .  
21 a)  $[2 \times (-2)] \times [6:3] = -4 \times 2 = -8$ ;  
b)  $(18 \times 3):[(-12):2] = 54:(-6) = -9$ .

# Je m'entraine

### À l'oral

- 22 a) Le produit de deux nombres relatifs de même signe est positif.
- b) Le produit de deux nombres relatifs de signes contraires est négatif.
- c) Le quotient de deux nombres relatifs de même signe est positif.
- d) Le quotient de deux nombres relatifs de signes contraires est négatif.
- a) La somme de deux nombres opposés est égale
- b) Le produit de deux nombres opposés est négatif.
- c) Le quotient de deux nombres opposés est égal à -1.
- a) Quand on multiplie un nombre relatif par 0, on obtient 0.
- b) Quand on multiplie un nombre relatif par 1, on obtient ce même nombre relatif.
- c) Quand on multiplie un nombre relatif par (-1), on obtient son opposé.
- (25) a) -8.2 + 9.657 est positive;
- b) -8.5 + (-0.53) est négative;
- c) 5,42 13,68 est négative;
- d) 1,28 + (-1,28) est égale à 0; donc elle est positive et négative;
- e) 342 (–85) est positive;
- f) -45 43 est négative.
- 26 a) -82 × 96 est négative;
- b)  $-85 \times (-53)$  est positive;
- c)  $5,42 \times (-3,68)$  est négative;
- d)  $1,28 \times (-1,28)$  est négative;
- e) 342 : (-85) est négative;
- f) (-45): 43 est négative.
- 27 a) -5 + 3 = -2;
- b) 5 3 = 2;
- c) -7 + 7 = 0;
- d) 7 + 7 = 14.
- 28 a) -5 3 = -8;
- b) 5 (-3) = 8; d) 7 - (-7) = 14.
- c) -7 7 = -14;
- 29 a)  $(-3) \times 2 = -6$ ; c)  $(-3) \times (-2) = 6$ ;
- b)  $3 \times (-1) = -3$ ; d)  $0 \times (-4) = 0$ ;

- e)  $(-4) \times (+4) = -16$ ;
- f)  $(-4) \times (-4) = 16$ .
- 30 a) -9:3=-3;
- b) -9:(-3)=3;
- c) 0:(-3)=0;
- d) 36:(-1)=-36;
- e) -36:(-4)=9;
- f) 36: (-4) = -9.

- 31 a)  $(-1) \times (-1) \times (-1) = -1$ ;
- b)  $(-1) \times (-1) \times (-1) \times (-1) \times (-1) \times (-1) = 1$ ;
- c)  $(-1) \times 1 \times (-1) \times 1 \times (-1) \times 1 = -1$ .
- 32 a)  $-3 \times 5 2 = -15 2 = -17$ ;
- b)  $-3 \times (-2) + 5 = 6 + 5 = 11$ ;
- c)  $-3-2\times 5=-3-10=-13$ :
- d)  $10 3 \times 4 = 10 12 = -2$ ;
- e)  $10 \times (-3) + 4 = -30 + 4 = -26$ ;
- f)  $10 \times 4 3 = 40 3 = 37$ .
- 33 a)  $-3 \times (5-2) = -3 \times 3 = -9$ ;
- b)  $-3 \times (-2 + 5) = -3 \times 3 = -9$ ;
- c)  $(-3-2) \times 5 = -5 \times 5 = -25$ ;
- d)  $(10-3) \times 4 = 7 \times 4 = 28$ ;
- e)  $10 \times (-3 4) = 10 \times (-7) = -70$ ;
- f)  $10 \times (-4 + 3) = 10 \times (-1) = -10$ .
- 34 a)  $(-8) \times 7 = (-56)$ ; b)  $(-8) \times (-7) = 56$ ;
- c) 56:(-7)=(-8); e)  $(-8) \times (-9) = 72$ ;
- d) (-56):(-7)=8; f) 9 = (-45) : (-5).

- 35 a)  $(-2,5) \times (-3) = 7,5$ ; b)  $(-2) \times 3,5 = (-7)$ ;
  - d) -9 = (-27) : 3
- c) 37:(-2)=-18,5;
- 36 a) Ce nombre est (-6) car  $(-6) \times (-8) = 48$ .
- b) Ce nombre est (-40) car (-40): (-5) = 8.

### Additionner ou soustraire

- 37 a) 15 25 = -10;
- b) -25 + 40 = 15;
- c) 10 (-15) = 10 + 15 = 25;
- d) -30 (-45) = -30 + 45 = 15.
- 38 a) -7.5 + 3.2 = -4.3; b) -7.5 3.2 = -10.7;
- c) 4.8 9.8 = -5;
- d) -4.8 9.8 = -14.6.
- 39 a) -1,25 + 1,25 = 0;
- b) -13.5 (-13.5) = -13.5 + 13.5 = 0;
- c) -3,48 9,1 = -12,58;
- d) -4.8 (-9.8) = -4.8 + 9.8 = 5.
- 40 a) -3 + (1-2) (4-5)
- = -3 1 (-1) = -3 1 + 1 = -3;
- b) -(3+1)-2-(4-5)
- = -4 2 (-1) = -4 2 + 1 = -5;
- c) -3 + 1 (2 4) 5
- = -3 + 1 (-2) 5 = -3 + 1 + 2 5 = -8 + 3 = -5.

**41** A = -11 + 4 + 17 - 9 - 1

A = -21 + 21 = 0;

Chap. 1 - Les nombres relatifs

$$\begin{split} B &= -(11+4)+17-(9-1)\\ B &= -15+17-8\\ B &= -23+17\\ B &= -6;\\ C &= -(11+4+17)-(9-1)\\ C &= -32-8\\ C &= -40. \end{split}$$

$$\begin{array}{c} \textbf{42} \quad D=\ 6.8-4.7-0.8-(-0.7) \\ D=6.8-4.7-0.8+0.7 \\ D=6-4 \\ D=2; \\ E=6.8-(4.7-0.8)-(-0.7) \\ E=6.8-3.9+0.7 \\ E=2.9+0.7 \\ E=3.6; \\ F=(6.8-4.7)-(0.8-(-0.7)) \\ F=2.1-(0.8+0.7) \\ F=2.1-1.5 \\ F=0.6. \end{array}$$

$$A = 6 - 7 + 4 - 3 + 2 - 8$$

$$A = 6 + 4 + 2 - 7 - 3 - 8$$

$$A = 12 - 18$$

$$A = -6;$$

$$B = -75 + 32 - 25 + 18$$

$$B = -75 - 25 + 32 + 18$$

$$B = -100 + 50 = -50;$$

$$C = 1,4 - 3,7 + 0,6 - 1,3$$

$$C = 1,4 + 0,6 - 3,7 - 1,3$$

$$C = 2 - 5$$

$$C = -3.$$

D = 2.5 - 4 - 2 + 3.5 + 7

$$D = 2,5 + 3,5 + 7 - 4 - 2$$

$$D = 6 + 7 - 6$$

$$D = 7;$$

$$E = -5 + 4 - (-5) - 3 - 1$$

$$E = -5 + 4 + 5 - 3 - 1$$

$$E = 4 - 4$$

$$E = 0;$$

$$F = 1,5 - 36,4 - 1,5 + 6,4$$

$$F = -30.$$

### 45

а	b	С	<i>b</i> – <i>c</i>	a-(b-c)
-3	2	-5	7	-10
1,5	-2	2,5	-4,5	6
-1,3	-0,4	-1	0,6	-1,9
2,5	-10	-0,5	-9,5	12

46 a) 
$$x - 3.5 = -3.5 - 3.5 = -7$$
  
 $-x + 2.5 = -3.5 + 2.5 = -1$ .  
On a:  $-7 \neq -1$ ; donc, l'égalité est fausse pour  $x = -3.5$ .  
b)  $x - 3.5 = 3 - 3.5 = -0.5$   
 $-x + 2.5 = -3 + 2.5 = -0.5$ .  
On a:  $-0.5 = -0.5$ . Donc, l'égalité est vraie pour  $x = 3$ .

47 a) 
$$-x + 5 = -(-5,5) + 5 = 5,5 + 5 = 10,5$$
  
 $-(-x - 12) + 4 = -[-(-5,5) - 12] + 4$   
 $= -(5,5 - 12) + 4 = -(-6,5) + 4 = 6,5 + 4 = 10,5$ .  
On a: 10,5 = 10,5. Donc, l'égalité est vraie pour  $x = -5,5$ .

b) 
$$-x + 5 = -(-1) + 5 = 1 + 5 = 6$$
  
 $-(-x - 12) + 4 = -[-(-1) - 12] + 4$   
 $= -(1 - 12) + 4 = -(-11) + 4 = 11 + 4 = 15$ .  
On a:  $6 \ne 15$ . Donc, l'égalité est fausse pour  $x = -1$ .

### **Multiplier**

48 a)  $-3.6 \times 24.6 \times (-5.5)$  est positive car il y a deux facteurs négatifs;

b)  $13.7 \times (-1.6) \times (-4.9) \times (-0.5)$  est négative, car il y a trois facteurs négatifs;

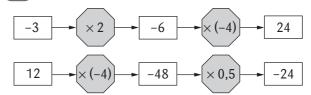
c) –1,25  $\times$  4,5  $\times$  (–15)  $\times$  4 est positive car il y a deux facteurs négatifs.

49 a)  $-12 \times (-3,4) \times (-5) \times (-0,6) \times (-2,9)$  est négative, car il y a cinq facteurs négatifs;

b)  $12 \times (-2.8) \times (-0.5) \times 10.7 \times (-5.8)$  est négative, car il y a trois facteurs négatifs;

c)  $-12 \times 43.1 \times (-15) \times (-0, 1) \times (-7.1)$  est positive car il y a quatre facteurs négatifs.

50



A =  $(-1) \times (-5) \times (-7) \times (-2)$  est positif car c'est le produit de quatre facteurs négatifs.

A = +70

B =  $7 \times (-3) \times (-7) \times 3$  est positif car le produit contient deux facteurs négatifs.

B = +441;

C =  $(-15) \times (-0.1) \times 4 \times (-6)$  est négatif, car le produit contient trois facteurs négatifs.

C = -36.

52

а	b	С	$a \times b$	$a \times b \times c$
2	-3	4	-6	-24
-1	5	-2	-5	10
1,5	-2	-0,5	-3	1 ,5
20,1	-1	-0,3	-20,1	6,03

53 
$$A = (-2) \times (-3,6) \times 50$$
  
 $A = -100 \times (-3,6)$   
 $A = 360$ ;  
 $B = 25 \times 4,58 \times (-4)$   
 $B = -100 \times 4,58$   
 $B = -458$ ;  
 $C = 0,1 \times (-39) \times (-2) \times (-10)$   
 $C = -1 \times 78$   
 $C = -78$ ;  
 $D = (-3,5) \times 4 \times (-2) \times (-25) \times 0,1$   
 $D = -(100 \times 3,5 \times 0,1)$   
 $D = -35$ .

12

54 
$$A = 3 \times (-20) \times (-0.5)$$

$$A = 3 \times 10$$

$$A = 30;$$

$$B = (-2,5) \times 4 \times (-5)$$

$$B = 10 \times 5$$

$$B = 50;$$

$$C=(-0,1)\times 2\times (-3)\times 4\times (-10)$$

$$C = -(1 \times 24)$$

$$C = -24;$$

$$D = 0.05 \times (-12.8) \times 20 \times (-2.5) \times (-4)$$

$$D = -(1 \times 10 \times 12.8)$$

$$D = -128$$
.

**55** A = 
$$1 \times (-2) \times 3 \times (-4) \times 5 \times (-6)$$

$$A = -(10 \times 12 \times 6)$$

$$A = -720$$
:

$$B = -13,25 \times (-0,5) \times 10 \times (-2)$$

$$B = -(13,25 \times 1 \times 10)$$

$$B = -132,5$$
;

$$C = 0.78 \times (-25) \times (-10) \times 0.4$$

$$C = 10 \times 10 \times 0,78$$

$$C = 78;$$

$$D = (-50) \times (-13,6) \times (-0,2) \times (-0,5)$$

$$D = 10 \times 0.5 \times 13.6$$

$$D = 5 \times 13,6$$

$$D = 68.$$

### **Diviser**

b) 
$$18:(-2)=-9;$$

c) 
$$18: (-0.2) = -90;$$

d) 
$$-18:(-1,8)=10.$$

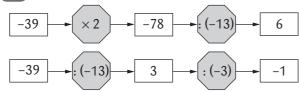
57 a) 
$$-56:8=-7$$
;

b) 
$$56: (-0.08) = -700;$$

c) 
$$48:(-1,2)=-4;$$

d) 
$$-64:(-3,2)=20.$$

### 58



59 a) 
$$64:[16:(-8)] = 64:(-2) = -32;$$

b) 
$$[64:16]:(-8)=4:(-8)=-0.5.$$

### Calculer des valeurs approchées

60 Une valeur approchée par défaut au dixième de :

a) -1:3 est -0.4;

b) -1:(-7) est 0.1:

c) 56: (-34) est -1,7;

d) (-97): (-23) est 4,2.

61 Une valeur approchée par défaut au dixième de :

a) -225: 3,5 est -64,3;

b) -203,4 : (-35) est 5,8;

c) 1,4 : (-27) est -0,6;

d) (-8): (-0,3) est 26.

62 Une valeur approchée par excès au centième de :

a) -8:13,5 est -0,59;

b) -12: (-7) est 1,72;

c) 5.6: (-7.1) est -0.78;

d) (-58): (-0,3) est 193,34.

Une valeur approchée par excès au centième de :

a) -22.5:5.3 est -4.24;

b) -23.4 : (-1.4) est 16.72;

c) 0,14: (--9,8) est -0,01; d) (-62): (-0,7) est 88,58.

### **Calculer des expressions**

**64** 
$$A = 7 \times 8 + 9 \times (-9) + 3$$

$$A = 56 - 81 + 3$$

$$A = 59 - 81$$

$$A = -22;$$

$$B = 7 \times 8 + 9 \times (-9 + 3)$$

$$B = 56 + 9 \times (-6)$$

$$B = 56 - 54$$

$$B = 2$$
;

$$C = (12,5-4) \times (-5,8-4,2)$$

$$C = 7.5 \times (-10)$$

$$C = -75$$
;

$$D = 12.5 - 4 \times (-5.8) - 4.2.$$

$$D = 12,5 + 23,2 - 4,2$$

D = 31,5.

65 
$$A = [(-3) \times 12] : [(-6) \times 2]$$

$$A = (-36) : (-12)$$

A = 3;

$$B = (-48) : 4 - 6 : 2$$

$$B = -12 - 3$$

$$B = -15$$
:

$$C = [0.75 - (-0.25)] \times (-31.6 - 3.4)$$

$$C = 1 \times (-35)$$

$$C = -35$$
;

$$D = 18,7 - 18,7 \times 2 - 2$$

$$D = 18,7 - 37,4 - 2$$

$$D = -18,7 - 2$$

$$D = -20.7$$
.

66 a) Calcul de E pour 
$$a = -3$$
;  $b = -4$  et  $c = -1$ .

$$E = -3 \times (-4) - (-1)$$

$$E = 12 + 1$$

$$E=13;$$

b) Calcul de E pour 
$$a = 3.5$$
;  $b = -10$  et  $c = -6$ .

$$E = 3.5 \times (-10) - (-6)$$

$$E = -35 + 6$$

$$E = -29$$
.

### 67 a) Calcul de F pour a = -6; b = 2 et c = -3.

$$F = -6 : (2 - 3)$$

$$F = -6 : (-1)$$

$$F = 6$$
;

b) Calcul de F pour 
$$a = 25$$
;  $b = -5$  et  $c = 2,5$ .

$$F = 25 : (-5 + 2,5)$$

$$F = 25 : (-2,5)$$

$$F = -10$$
.

### 68

_							
а	b	С	ab	ас	ab + ac	b + c	a(b+c)
-2	3	-4	-6	8	2	-1	2
1,5	-2	-2	-3	-3	-6	-4	-6
-5	3,8	2,2	-19	-11	-30	6	-30
0,1	12,5	-2,5	1,25	-0,25	1	10	1

On remarque que les résultats de la sixième et de la huitième colonne sont identiques.

# Écrire des expressions algébriques

69 a)  $[-5,2 + (-3,8)] \times 7,2 = -9 \times 7,2 = -64,8$ .

b) 
$$[(-12) - (-2)] : (-5) = (-12 + 2) : 5 = -2$$
.

70 a)  $(-3) \times [(-2,6) - (+0,4)] = (-3) \times (-3) = 9$ .

b) E = [(-6) - (-1,5)] : [1,8 + (-0,9)]E = (-6 + 1.5) : (1.8 - 0.9)

E = (-4,5) : (0,9) = -5.

Chap. 1 - Les nombres relatifs

# > J'approfondis

- 81 a)  $(-15) \times (+6) = -90$ ;
- b) (-121): (-11) = 11;
- c)  $(-1,3) \times (-2) \times (-2) = -5,2$ ;
- d)  $(-3,2): (-0,8 \times (-2)) = -2.$
- **82** a) [(-2): (-0,1)]: (-5) est une expression négative.
- [(-2):(-0,1)]:(-5)=20:(-5)=-4;
- b) (-2,5):(-5):(-5) est une expression négative.
- (-2,5):(-5):(-5)=0,5:(-5)=-0,1;
- c) [(-4,8):(-0,8)]:2 est une expression positive.
- [(-4,8):(-0,8)]:2=6:2=3;
- d) (-4,9): (-0,7): (-7) est une expression négative.
- (-4,9):(-0,7):(-7)=7:(-7)=-1.
- 83 A = -(12,5-3): (-5,5-(-1,5))
- A = -9.5 : (-5.5 + 1.5)
- A = -9.5 : (-4)
- A = 2,375;
- $B = [-0.5 \times (-1.5 + 3.5) \times (-4)] : (-3 1)$
- $B = [-0.5 \times 2 \times (-4)] : (-4)$
- B = 4 : (-4) = -1.
- 84  $-4 \times (-2) \times (-1) = -8$ ;
- $-4 \times 2 \times 1 = -8$ ;
- $4\times(-2)\times1=-8;$
- $4 \times 2 \times (-1) = -8$ ;
- $-4 \times 2 \times 1 = -8$ ;
- $4 \times (-2) \times 1 = -8;$
- $4 \times 2 \times (-1) = -8;$
- $2 \times 2 \times (-2) = -8$ .

Ces huit produits sont égaux. Donc, ce carré est multiplicativement magique.

### 85

-18	1	12
4	-6	9
3	36	-2

- **86** 1) E = 10 28 + 30 + 13
- E = 53 28
- E = 25.
- 2) a)  $E = 10 7 \times (4 6) \times (-5) + 13 = -47$ ;
- b)  $E = (10 7) \times 4 6 \times [(-5) + 13] = -36$ .
- 87 a)  $(-28-2) \times 4-4=-124$ ;
- b)  $-28 2 \times (4 4) = -28$ ;
- c)  $-28 (2 \times 4 4) = -32$ .
- 88 a)  $20 100 : [(5 3) \times 10] = 15;$
- b)  $20 (100:5 3 \times 10) = 30;$
- c)  $(20-100):(5-3)\times 10=-400.$
- a) ab est positif;
- b) a(-b) est négatif;
- c) -ab est négatif;
- d) (-a) (-b) est positif;

- e)  $\frac{a}{h}$  est positif;
- f)  $\frac{-a}{h}$  est négatif;
- g)  $\frac{a}{-h}$  est négatif;
- h)  $\frac{-a}{-b}$  est positif.
- 90 a) Pour x = 2:
- $3x + 8 = 3 \times 2 + 8 = 6 + 8 = 14$
- $2 5x = 2 5 \times 2 = 2 10 = -8$ .
- L'égalité n'est pas vraie pour x = 2;
- b) Pour x = -1:
- $3x + 8 = 3 \times (-1) + 8 = -3 + 8 = 5$
- $2 5x = 2 5 \times (-1) = 2 + 5 = 7.$
- L'égalité n'est pas vraie pour x = -1;
- c) Pour x = -3:
- $3x + 8 = 3 \times (-3) + 8 = -9 + 8 = -1$
- $2 5x = 2 5 \times (-3) = 2 + 15 = 17.$
- L'égalité n'est pas vraie pour x = -3.
- 91 a) Pour x = 1:
- $7 3x + x^2 = 7 3 \times 1 + 1^2 = 7 3 + 1 = 5$
- $-6x + 5 = -6 \times 1 + 5 = -6 + 5 = -1$ .
- Donc, l'égalité n'est pas vraie pour x = 1;
- b) Pour x = -2:
- $7 3x + x^2 = 7 3 \times (-2) + (-2)^2$
- = 7 + 6 + 4 = 17
- $-6x + 5 = -6 \times (-2) + 5 = 12 + 5 = 17.$
- Donc, l'égalité est vraie pour x = -2;
- c) Pour x = -1:
- $7 3x + x^2 = 7 3 \times (-1) + (-1)^2$
- = 7 + 3 + 1 = 11
- $-6x + 5 = -6 \times (-1) + 5 = 12 + 5 = 17.$
- Donc, l'égalité n'est pas vraie pour x = -1.
- 92 E = 12 (4.5 + 1.5) : (4.5 1.5)
- E = 12 (4,3 + 1)E = 12 - 6 : 3
- E = 12 2
- E = 10;
- $F = [12 (4,5 + 1,5)] : 3 \times 4,5 1,5$
- $F = (12 6) : 3 \times 4,5 1,5$
- $F = 2 \times 4,5 1,5$
- F = 9 1.5
- F = 9 1, F = 7.5.
- **93** 1) -2*x* + 1= -47
- a)  $-2 \times (-24) + 1 = 48 + 1 = 49$ .  $49 \neq -47$ .
- Donc, l'égalité n'est pas vraie pour x = -24;
- b)  $-2 \times 24 + 1 = -48 + 1 = -47$ .
- Donc, l'égalité est vraie pour x = 24.
- 2) -x: 8 + 2,5 = 3.
- a) -x: 8+2,5=-(-4): 8+2,5=4: 8+2,5= 0,5+2,5=3.
- Donc, l'égalité est vraie pour x = -4;
- b) -x: 8+2,5 = -(-2): 8+2,5 = 2: 8+2,5 = 0,25+2,5 = 2,75.
- Donc, l'égalité n'est pas vraie pour x = -2.

**94** a) Le produit de m par p est positif donc m et p ont le même signe. Leur somme est négative.

Donc les nombres m et p sont négatifs.

b) Le produit de m par p est négatif, donc m et p sont de signe contraire. Leur différence est positive.

Si m - p est positif, alors m est positif et p est négatif. Si p - m est positif, alors p est positif et m est négatif.

- c) Le quotient de m par p est positif, donc m et p sont de même signe. Leur somme est positive, donc m et p sont positifs.
- d) Le quotient de m par p est négatif, donc m et p sont de signe contraire. Leur différence est positive.
- Si m p est positif, alors m est positif et p est négatif. Si p - m est positif, alors p est positif et m est négatif.

### **95** a) Proposition vraie.

Le produit d'un nombre relatif non nul par son opposé est négatif. En effet c'est le produit de deux nombres relatifs non nuls de signe contraire.

b) Proposition fausse.

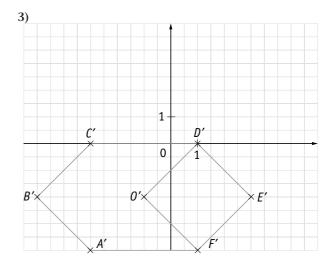
Contre exemple : -3:(3)=-1

c) Proposition fausse.

Contre exemple : -25:5=-5.

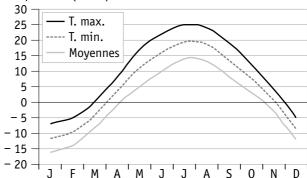
**96** 1) O(0; 0); A(1; 2); B(2; 0); C(1; -2); D(-1; -2); E(-2; 0); F(-1; 2).

2) O'(-1; -2); A'(-3; -4); B'(-5; -2); C'(-3; 0); D'(1; 0); E'(3; -2) et F'(-1; -4).



### 97

Température (en °C)



Mois	J	F	M	A	M	J
T. moy. (en °C)	-11,5	-9,5	-4	3,5	11	16
Mois	J	A	S	О	N	D
T. moy. (en °C)	19,5	18,5	13,5	7,5	0,5	-8,5

# DEVOIR À LA MAISON

98  $A = -2 \times [-3 - (-2)]$ 

 $A = -2 \times (-3 + 2)$ 

 $A = -2 \times (-1)$ 

A = 2;

B = 25 : (-0.5 - 2)

B = 25 : (-2,5)

B = -10:

 $C = (-50) \times (-0.0158) \times 25 \times (-4) \times 2$ 

 $C = -100 \times -100 \times (-0.0158)$ 

 $C = 10000 \times (-0.0158)$ 

C = -158;

D = -[3,5 - (-2)] : (-7 - 4)

D = -(3,5+2):(-11)

D = 5.5 : 11

D = 0.5.

99 Tester l'égalité -x - 4.5 = 3x + 7.5

a) -x - 4.5 = -1 - 4.5 = -5.5

 $3x + 7.5 = 3 \times (-1) + 7.5 = -3.5 + 7.5 = 4.$ 

L'égalité n'est pas vraie pour x = 1;

b) -x - 4.5 = -(-3) - 4.5 = 3 - 4.5 = -1.5

 $3x + 7.5 = 3 \times (-3) + 7.5 = -1.5.$ 

L'égalité est vraie pour x = -3;

c) -x - 4.5 = -(-2.5) - 4.5 = 2.5 - 4.5 = -2 $3x + 7.5 = 3 \times (-2.5) + 7.5 = 0$ .

L'égalité n'est pas vraie pour x = -2,5.

100 Le produit de deux nombres relatifs de même signe est un nombre relatif positif.

Donc, *ab* est un nombre positif.

La somme de deux nombres relatifs négatifs est un nombre relatif négatif.

Donc a + b est un nombre relatif négatif.

Ainsi,  $\frac{a}{a+b}$  est le quotient de deux nombres de signes contraires, donc, c'est un nombre relatif négatif.

a) Cette proposition est fausse. En effet,  $(-3) \times (-1) = 3$ , et 3 est un nombre positif.

b) On considère un nombre relatif a, non nul. Son opposé est le nombre relatif -a.

On a alors:  $\frac{a}{-a} = -\frac{a}{a} = -1$ .

Le quotient d'un nombre non nul par son opposé est toujours égal à -1.

c) Cette proposition est fausse.

En effet,  $(-1) \times (-2) = 2$ , et 2 est positif.

d) Cette proposition est fausse.

En effet, (-5) + 15 = 10, et 10 est positif.

© Hachette Livre 2007, Mathématiques 4º, collection PHARE, livre du professeur. La photocopie non autorisée est un délit

Chap. 1 - Les nombres relatifs

# JE CHERCHE

102 Il y a au total un quart de facteurs négatifs.

C'est-à-dire : 60 : 4 = 15. 15 facteurs négatifs.

Comme il y a un nombre impair de facteurs négatifs, le produit de ces soixante nombres est négatifs.

Facteurs négatifs	

103 C'est zéro, car parmi ces nombres, il y a zéro.

104

2	-12	1	3	-4
4	-1	-2	4	9
-4	-12	-6	1	-1
-3	1	-8	6	2
3	-2	-3	4	4

# > J'utilise la calculatrice

105  $A = 7 \times (3 - 9) : 6$ 

A = -7;

B = -15 : 2 : (-2,5)

B = 3;

 $C = -5 \times [4,5 - (-6,5)]$ 

C = -55;

D = -25: [3,5-(-1,5)]

D = -23D = -5. 106  $A = -3.6 \times 24.6 \times (-5.5)$ 

A = 487,08;

 $\rm B = 13.7 - [-1.6 \times (-4.9) - (-0.5)]$ 

B = 5,36;

 $C = -66,72 : [-1,6 \times (-4,9) - (-0,5)]$ 

C = -8;

 $D = 10.4 : (-1.5 \times 2 - 1) - [36.4 - 21.6 : (-0.6)]$ 

D = -75.

# > Je découvre le monde des mathématiques

Voir les corrigés détaillés dans le livre élève, page 299.

# > Programme

### Programme de la classe de quatrième

### **COMPÉTENCE**

Comparer deux nombres relatifs en écriture décimale ou fractionnaire, en particulier connaître et utiliser l'équivalence entre  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$  et ad = bc (b et d étant non nuls).

### Commentaires

Cette équivalence est notamment utile pour justifier la propriété dite « d'égalité des produits en croix », relative aux suites de nombres proportionnelles.

### **COMPÉTENCES**

- Connaître et utiliser l'égalité :  $\frac{a}{b} = a \times \frac{1}{b}$ .
- Multiplier ou diviser deux nombres écrits sous forme fractionnaire dont le numérateur et le dénominateur sont des nombres décimaux relatifs.

### Commentaires

Un travail est mené sur la notion d'inverse d'un nombre non nul et les notations  $\frac{1}{x}$  et  $x^{-1}$  sont utilisées, ainsi que

les touches correspondantes de la calculatrice. À cette occasion, le fait que diviser par un nombre non nul revient à multiplier par son inverse est mis en évidence.

### COMPÉTENCE

Calculer la somme de nombres relatifs en écriture fractionnaire.

### Commentaires

L'addition de deux nombres relatifs en écriture fractionnaire demande un travail sur la recherche de multiples communs à deux ou plusieurs nombres entiers dans des cas où un calcul mental est possible. La recherche du PPCM et du PGCD pour l'obtention de la forme irréductible est hors programme.

## Programme de la classe de cinquième

### COMPÉTENCES

- Utiliser l'écriture fractionnaire comme expression d'une proportion.
- Utiliser sur des exemples numériques des égalités du type  $\frac{ac}{bc} = \frac{a}{c}$ .

### ■ Commentaires

La classe de cinquième s'inscrit, pour le travail sur les écritures fractionnaires, dans un processus prévu sur toute la durée du Collège. Au cycle 3, l'écriture fractionnaire a été introduite en relation avec la signification « partage »  $(\frac{3}{5}$ , c'est 3 fois  $\frac{1}{5}$ ). En sixième, la signification a été étendue :  $\frac{3}{5}$  désigne le cinquième de 3 (le nombre dont le produit par 5 est égal à 3). En relation avec le travail sur la notion de fréquence, une nouvelle signification est introduite :  $\frac{3}{5}$  exprime la relation entre une partie d'une population et la population totale (la proportion de filles dans le collège est de  $\frac{3}{5}$ ). Un travail de mise en relation de ces différentes significations est conduit avec les élèves.

L'égalité  $\frac{ac}{bc} = \frac{a}{c}$  fait l'objet d'une justification à l'aide d'un exemple générique.

En classe de sixième, la simplification a été abordée et est donc utilisée en classe de cinquième. C'est l'occasion d'envisager la notion de fraction irréductible, mais aucune compétence n'est exigible à ce sujet.

### COMPÉTENCES

Additionner et soustraire deux nombres en écriture fractionnaire dans le cas où les dénominateurs sont les mêmes et dans le cas où le dénominateur de l'un est un multiple du dénominateur de l'autre.

### ■ Commentaires

Dans le cadre de la résolution de problèmes, les élèves sont confrontés à des sommes de fractions du type  $\frac{3}{4} + \frac{7}{6}$ : pour les traiter, ils utilisent des procédures réfléchies (qui participent alors du problème à résoudre), mais l'objectif n'est pas d'aboutir à une règle de calcul. Celle-ci sera établie en classe de quatrième.

### COMPÉTENCE

Effectuer le produit de deux nombres écrits sous forme fractionnaire ou décimale, le cas d'entiers étant inclus.

### Commentaires

Le travail porte à la fois sur les situations dont le traitement fait intervenir le produit de deux nombres en écritures fractionnaires (en relation avec différentes significations de ces écritures) et sur la justification du procédé de calcul.

Exemples de calculs:  $\frac{7}{8} \times \frac{5}{3}$ ;  $6 \times \frac{22}{7}$ ;  $\frac{5,24}{2,1} \times \frac{2}{3}$ .

Chap. 2 - Nombres relatifs en écriture fractionnaire

- Déterminer si deux entiers donnés sont premiers
- Simplifier une fraction donnée pour la rendre irréductible.

### Commentaires

Depuis la classe de cinquième, les élèves ont appris à simplifier les écritures fractionnaires grâce à la pratique du calcul mental et aux critères de divisibilité. En troisième, la question de l'irréductibilité de la fraction est posée. Pour cela, plusieurs méthodes peuvent être envisagées. La connaissance de relations arithmétiques entre nombres que la pratique du calcul mental a permis de développer permet d'identifier des diviseurs communs au numérateur et au dénominateur.

Après avoir remarqué que la somme et la différence de deux multiples d'un nombre entier sont euxmêmes multiples de cet entier il est possible de construire un algorithme, celui d'Euclide ou celui des soustractions successives, qui, donnant le PGCD de deux nombres entiers permet d'apporter une solution au problème dans tous les cas. Les tableurs et logiciels de calcul formel peuvent, pour ce sujet, être exploités avec profit.

Le recours à une décomposition en produits de facteurs premiers ou obtenus à partir des critères de divisibilité vus en cinquième est possible dans des cas simples, mais ne doit pas être systématisé. À ce propos, la notion de nombre premier est introduite sans donner lieu à un développement particulier ni à des exercices systématiques de décomposition en facteurs premiers.

# En résumé

- → En classe de 5<sup>e</sup>, les élèves ont utilisé, pour des nombres positifs en écriture fractionnaire :
- les règles d'addition et de soustraction dans le cas où un dénominateur est multiple de l'autre;
- la règle de multiplication.
- → En classe de 4<sup>e</sup>, on démontre, pour des nombres relatifs:
- la propriété des quotients égaux;
- les règles d'addition et de soustraction pour des dénominateurs quelconques;
- la règle de multiplication.

La notion d'inverse d'un nombre non nul est introduite afin d'établir la règle de division par un nombre en écriture fractionnaire.

- → La propriété d'égalité des produits en croix est démontrée dans ce chapitre et sera utilisée dans les chapitres 7: « Proportionnalité »; 13: « Le théorème de Thalès »; 14: « Cosinus d'un angle aigu d'un triangle rectangle »; 17: « Vitesse moyenne ».
- → En classe de 3<sup>e</sup>, les élèves seront amenés à rendre irréductibles des fractions à l'aide du PGCD.

# Activités

### ACTIVITÉ D'OUVERTURE

### COMMENTAIRES

Cette activité permet de rappeler le calcul d'une proportion. Elle met en évidence la nécessité de savoir effectuer la division par une fraction.

### CORRIGÉ

- 1)  $1^{er}$  rebond 1,87 m;  $2^{e}$  rebond 1,87  $\times \frac{11}{20}$  = 1,0285;  $3^{e}$  rebond 1,0285  $\times \frac{11}{20}$  = 0,565675;  $4^{e}$  rebond 0,565675  $\times \frac{11}{20}$  = 0,31112125;  $5^{e}$  rebond 0,31112125  $\times \frac{11}{20}$  = 0,1711166875.

La hauteur du 5<sup>e</sup> rebond est environ 0,17 m.

2)												
Hauteur initiale (en m)	3	3,1	3,2	3,3	3,4	3,5	3,6	3,7	3,8	3,9	4	
Hauteur du 1 <sup>er</sup> rebond (en m)	1,65	1,705	1,76	1,815	1,87	1,925	1,98	2,035	2,09	2,145	2,2	

La hauteur initiale est 3,4 m.

3) On obtiendrait la hauteur initiale en effectuant : 1,87 :  $\frac{11}{20}$ .

### (1) JE DÉCOUVRE

### Je démontre la propriété d'égalité des quotients

Objectif	Démontrer la propriété des quotients égaux avec des nombres relatifs.
Pré requis	<ul><li>Propriété des quotients égaux avec des nombres positifs.</li><li>Définition du quotient.</li></ul>
Paragraphe introduit	Égalité de quotients    Propriété des quotients égaux

### COMMENTAIRES

La partie B propose la démonstration de l'égalité  $\frac{a}{b} = \frac{a \times k}{b \times k}$  en utilisant la définition du quotient.

### CORRIGÉ

### A: Conjecture

1) a) 
$$\frac{2}{3} = \frac{6}{9}$$
;

$$\frac{4}{7} = \frac{30}{35}$$

1) a)  $\frac{2}{3} = \frac{6}{9}$ ;  $\frac{4}{7} = \frac{30}{35}$ . b) Un quotient ne change pas lorsque l'on multiplie ou l'on divise son numérateur et son dénominateur par un même nombre non nul.

2) a) 
$$\frac{-3}{5} = -0.6$$
;  $\frac{12}{-20} = -0.6$ .

b) 
$$\frac{-3}{5} = \frac{12}{-20}$$

b) 
$$\frac{-3}{5} = \frac{12}{-20}$$
.  
c)  $\frac{-3}{5} = \frac{-3 \times (-4)}{5 \times (-4)} = \frac{12}{-20}$   
**B**: **Démonstration**

D'après la définition du quotient :  $q \times b = a$ D'où:

Ainsi, le nombre q, multiplié par  $b \times k$ , donne  $a \times k$ .

Donc: 
$$q = \frac{a \times k}{b \times k}.$$

On peut conclure que :  $\frac{a}{b} = \frac{a \times k}{b \times k}$ 



### (2) JE DÉCOUVRE

### Je démontre l'égalité des produits en croix

Objectif	Démontrer la propriété d'égalité des produits en croix.
Pré requis	Propriété des quotients égaux.
Paragraphe introduit	Égalité de quotients    Égalité des produits en croix

### COMMENTAIRES

La démonstration proposée s'appuie sur la propriété des quotients égaux démontrée dans l'activité 1.

### CORRIGÉ

### A : Deux quotients sont égaux

1) a) 
$$\frac{221}{136} = 1,625$$
;  $\frac{247}{152} = 1,625$ . On constate que :  $\frac{221}{136} = \frac{247}{152}$ .

b)  $221 \times 152 = 33592$ ;  $136 \times 247 = 33592$ . On constate que :  $221 \times 152 = 136 \times 247$ .

2) a)  $\frac{a}{b} = \frac{a \times d}{b \times d}$  et  $\frac{c}{d} = \frac{b \times c}{b \times d}$  d'après la propriété des quotients égaux.

Comme 
$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$
, on a:  $\frac{a \times d}{b \times d} = \frac{b \times c}{b \times d}$ 

Comme  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ , on  $a: \frac{a \times d}{b \times d} = \frac{b \times c}{b \times d}$ . Les dénominateurs sont égaux. Donc, les numérateurs sont égaux. Donc :  $a \times d = b \times c$ .

3) « Si 
$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$
, alors  $a \times d = b \times c$ . »  
**B**: Deux produits sont égaux

b) 
$$\frac{1.5}{3}$$
 = 0.5;  $\frac{2}{4}$  = 0.5. On constate que  $\frac{1.5}{3}$  =  $\frac{2}{4}$ .

2) 
$$a \times d = b \times c$$
. Donc:  $\frac{a \times d}{b \times d} = \frac{b \times c}{b \times d}$ .

On a :  $\frac{a \times d}{b \times d} = \frac{a}{b}$  et  $\frac{b \times c}{b \times d} = \frac{c}{d}$  d'après la propriété des

Comme  $\frac{a \times d}{b \times d} = \frac{b \times c}{b \times d}$ , on a:  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ .

### (3) JE DÉCOUVRE

### Je démontre les règles d'addition et de soustraction des fractions

Objectif	Démontrer les règles d'addition et de soustraction des fractions de même dénominateur.
Pré requis	<ul><li>Définition du quotient.</li><li>Factorisation.</li></ul>
Paragraphe introduit	Addition et soustraction     Les dénominateurs sont égaux

### COMMENTAIRES

La démonstration de la règle d'addition s'appuie sur la définition du quotient.

La démonstration de la règle de soustraction utilise la règle de soustraction des nombres relatifs.

Elle peut aussi se faire de la même manière que la démonstration de la règle d'addition.

### CORRIGÉ

**A: Conjecture**
1) a) 
$$\frac{-6}{5} = -1.2$$
;  $\frac{2}{5} = 0.4$ ;  $\frac{-6}{5} + \frac{2}{5} = -1.2 + 0.4$ 

b) 
$$-0.8 = \frac{-4}{5}$$
. Donc:  $\frac{-6}{5} + \frac{2}{5} = \frac{-4}{5}$ 

b)  $-0.8 = \frac{-4}{5}$ . Donc:  $\frac{-6}{5} + \frac{2}{5} = \frac{-4}{5}$ . 2) La règle apprise en  $5^e$  semble s'appliquer aux

### B : Démonstration de la règle d'addition

D'après la définition du quotient :  $q \times c = a$  et  $q' \times c = b$ .  $a + b = q \times c + q' \times c$ 

D'après la règle de distributivité :  $a + b = (q + q') \times c$ 

Donc:

# On peut conclure que : $\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}$ **C** : **Règle de soustration**

1) a) L'opposé de  $\frac{-3}{7}$  est  $\frac{3}{7}$ .

Chap. 2 - Nombres relatifs en écriture fractionnaire

2) L'opposé de  $\frac{b}{c}$  est  $-\frac{b}{c} = \frac{-b}{c}$ . Donc :  $\frac{a}{c} - \frac{b}{c} = \frac{a}{c} + \frac{-b}{c} = \frac{a + (-b)}{c} = \frac{a - b}{c}$ .

# (4) JE DÉCOUVRE

### J'additionne des fractions de dénominateurs différents

Objectif	Mettre en évidence sur un exemple la méthode à suivre pour additionner deux fractions de dénominateurs différents.
Pré requis	Règle d'addition des fractions de même dénominateur.
Paragraphe introduit	Addition et soustraction     b) Les dénominateurs sont différents

### COMMENTAIRES

Les nombres choisis pour les dénominateurs permettent d'obtenir un dénominateur commun qui n'est pas le produit des deux dénominateurs, mais la notion de PPCM n'est pas au programme de 4<sup>e</sup>.

### CORRIGÉ

1) On ne peut pas additionner facilement ces deux fractions car elles n'ont pas le même dénominateur.

tions car elles n'ont pas le même denominateur.  
2) a) 
$$\frac{-3}{8} = \frac{-6}{16} = \frac{-9}{24} = \frac{-12}{32} = \frac{-15}{40}$$
;  $\frac{5}{6} = \frac{10}{12} = \frac{15}{18} = \frac{20}{24}$   
 $= \frac{25}{30} = \frac{30}{36} = \frac{35}{42}$ .

b) On peut additionner facilement les fractions  $\frac{-9}{24}$  et

Le dénominateur de ces deux fractions est 24. 24 est à la fois un multiple de 8 et un multiple de 6.

c) 
$$\frac{-3}{8} + \frac{5}{6} = \frac{-9}{24} + \frac{20}{24} = \frac{-9 + 20}{24} = \frac{11}{24}$$

# (5) JE DÉCOUVRE

### Je démontre la règle de multiplication des fractions

Objectif	Démontrer la règle de multiplication des fractions.
Pré requis	Définition du quotient.
Paragraphe introduit	3) Multiplication

### COMMENTAIRES

La démonstration de la règle de multiplication s'appuie sur la définition du quotient.

### CORRIGÉ

### A: Conjecture

1) a) 
$$\frac{-11}{5} = -2.2$$
;  $\frac{7}{2} = 3.5$ .  $\frac{-11}{5} \times \frac{7}{2} = -2.2 \times 3.5$   
= -7.7.

b) 
$$-7.7 = \frac{-77}{10}$$
. Donc :  $\frac{-11}{5} \times \frac{7}{2} = \frac{-77}{10}$ .  
2) La règle apprise en  $5^e$  semble s'appliquer aux nombres

### **B**: Démonstration

D'après la définition du quotient :  $q \times b = a$  et  $q' \times d = c$  $q \times b \times q' \times d = a \times c$  $q \times q' \times b \times d = a \times c$ .

Le nombre  $q \times q'$ , multiplié par le nombre  $b \times d$ , donne le nombre  $a \times c$ .

Donc:

On peut conclure que :  $\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}$ 

# (6) JE DÉCOUVRE

### Je découvre la notion d'inverse

Objectifs	<ul> <li>Introduire l'inverse d'un nombre non nul.</li> <li>Établir la règle de division par une fraction.</li> </ul>		
Pré requis	<ul><li> Multiplication des nombres relatifs.</li><li> Multiplication des fractions.</li></ul>		
Paragraphe introduit	4) Inverse d'un nombre non nul 5) Division		

### COMMENTAIRES

La notion d'inverse d'un nombre non nul est introduite afin d'établir la règle de division par un nombre en écriture fractionnaire.

### CORRIGÉ

### A: Notion d'inverse

1) 
$$2 \times 0.5 = 1$$
;  $-0.5 \times (-2) = 1$ ;  $-0.1 \times (-10) = 1$ ;  $0.25 \times 4 = 1$ .

$$-0.1 \times (-10) = 1$$
;  $0.25 \times 4 = 1$ 

2) L'inverse de 2 est 0,5. L'inverse de -2 est -0,5. L'inverse de -0,1 est -10. L'inverse de 4 est 0,25. L'inverse de 1 est 1. L'inverse de -1 est -1.

3)  $x \times \frac{1}{x} = \frac{x}{x} = 1$ . L'inverse du nombre x est le nombre 1

4)  $\frac{a}{b} \times \frac{b}{a} = \frac{a \times b}{b \times a} = 1$ . L'inverse du nombre  $\frac{a}{b}$  est le

5) Il n'existe aucun nombre qui, multiplié par 0, donne 1. Donc, 0 n'a pas d'inverse.

1) 
$$a \times \frac{1}{b} = \frac{a \times 1}{b} = \frac{a}{b}$$

2) 
$$a: b = \frac{a}{b} = a \times \frac{1}{b}$$
.

3) « Diviser par un nombre non nul revient à multiplier par son inverse. »

4) L'inverse du nombre  $\frac{c}{d}$  est le nombre  $\frac{d}{c}$ .

Donc:  $\frac{a}{b}$ :  $\frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c}$ 

# > Savoir-faire

### 1 Additionner, soustraire des fractions

1 a) 
$$\frac{5}{3} + \frac{2}{3} = \frac{7}{3}$$
; b)  $\frac{-4}{11} + \frac{9}{11} = \frac{5}{11}$ ;

b) 
$$\frac{-4}{11} + \frac{9}{11} = \frac{5}{11}$$
;

c) 
$$\frac{4}{7} + \frac{-8}{7} = -\frac{4}{7}$$

c) 
$$\frac{4}{7} + \frac{-8}{7} = -\frac{4}{7}$$
; d)  $\frac{-2}{5} + \frac{-4}{5} = -\frac{6}{5}$ .

2 a) 
$$\frac{3}{13} - \frac{7}{13} = -\frac{4}{13}$$
; b)  $\frac{-7}{9} - \frac{4}{9} = -\frac{11}{9}$ ;  
c)  $\frac{-1}{17} - \frac{-6}{17} = \frac{5}{17}$ ; d)  $\frac{7}{5} - \frac{-6}{5} = \frac{13}{5}$ .

b) 
$$\frac{-7}{9} - \frac{4}{9} = -\frac{11}{9}$$
;

c) 
$$\frac{-1}{17} - \frac{-6}{17} = \frac{5}{17}$$

d) 
$$\frac{7}{5} - \frac{-6}{5} = \frac{13}{5}$$

3 a) 
$$\frac{1}{4} - \frac{3}{4} = -\frac{2}{4} = -\frac{1}{2}$$
; b)  $\frac{-8}{21} + \frac{1}{21} = -\frac{7}{21} = -\frac{1}{3}$ ; c)  $\frac{4}{-15} + \frac{8}{-15} = \frac{12}{-15} = -\frac{4}{5}$ ; d)  $\frac{-3}{16} - \frac{5}{16} = -\frac{8}{16} = -\frac{1}{2}$ .

b) 
$$\frac{-8}{21} + \frac{1}{21} = -\frac{7}{21} = -\frac{1}{3}$$
;

c) 
$$\frac{4}{-15} + \frac{8}{-15} = \frac{12}{-15} = -\frac{4}{5}$$

d) 
$$\frac{-3}{16} - \frac{5}{16} = -\frac{8}{16} = -\frac{1}{2}$$
.

a) 
$$\frac{1}{4} + \frac{1}{2} = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac$$

(a) 
$$\frac{-2}{-5} + \frac{7}{5} = \frac{2}{5} + \frac{7}{5} = \frac{9}{5}$$
;

c) 
$$1 - \frac{8}{7} = \frac{7}{7} - \frac{8}{7} = -\frac{1}{7}$$
;

(a) 
$$\frac{1}{4} + \frac{1}{2} = \frac{1}{4} + \frac{2}{4} = \frac{3}{4}$$
; b)  $\frac{-2}{-5} + \frac{7}{5} = \frac{2}{5} + \frac{7}{5} = \frac{9}{5}$ ;  
c)  $1 - \frac{8}{7} = \frac{7}{7} - \frac{8}{7} = -\frac{1}{7}$ ; d)  $\frac{-7}{15} - \frac{2}{3} = \frac{-7}{15} - \frac{10}{15} = -\frac{17}{15}$ .

5 a) 
$$\frac{5}{12} - \frac{3}{4} = \frac{5}{12} - \frac{9}{12} = -\frac{4}{12} = \frac{1}{3}$$
;

b) 
$$\frac{2}{3} + \frac{-4}{15} = \frac{10}{15} + \frac{-4}{15} = \frac{6}{15} = \frac{2}{5}$$
;

c) 
$$\frac{-7}{24} + \frac{5}{8} = \frac{-7}{24} + \frac{15}{24} = \frac{8}{24} = \frac{1}{3}$$
;

c) 
$$\frac{-7}{24} + \frac{5}{8} = \frac{-7}{24} + \frac{15}{24} = \frac{8}{24} = \frac{1}{3};$$
  
d)  $\frac{3}{20} - \frac{9}{10} = \frac{3}{20} - \frac{18}{20} = -\frac{15}{20} = -\frac{3}{4}$ 

6 a) 
$$\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{3}{6} + \frac{2}{6} = \frac{5}{6}$$
; b)  $\frac{3}{5} + \frac{7}{6} = \frac{18}{30} + \frac{35}{30} = \frac{53}{30}$ ; c)  $\frac{2}{7} - \frac{9}{4} = \frac{8}{28} - \frac{63}{28} = -\frac{55}{28}$ ; d)  $\frac{2}{5} - \frac{7}{3} = \frac{6}{15} - \frac{35}{15} = -\frac{29}{15}$ .

c) 
$$\frac{2}{7} - \frac{9}{4} = \frac{8}{28} - \frac{63}{28} = -\frac{55}{28}$$

d) 
$$\frac{2}{5} - \frac{7}{3} = \frac{6}{15} - \frac{35}{15} = -\frac{29}{15}$$
.

# 7 a) $\frac{-2}{3} + \frac{5}{2} = \frac{4}{6} + \frac{15}{6} = \frac{11}{6}$ ; b) $\frac{3}{4} - \frac{-4}{15} = \frac{15}{20} - \frac{-16}{20} = \frac{31}{20}$ ;

b) 
$$\frac{3}{4} - \frac{-4}{15} = \frac{15}{20} - \frac{-16}{20} = \frac{31}{20}$$
;

c) 
$$\frac{3}{-7} + \frac{5}{3} = \frac{-9}{21} + \frac{35}{21} = \frac{26}{21}$$

c) 
$$\frac{3}{-7} + \frac{5}{3} = \frac{-9}{21} + \frac{35}{21} = \frac{26}{21}$$
;  
d)  $\frac{5}{4} - \frac{11}{6} = \frac{15}{12} - \frac{22}{12} = -\frac{7}{12}$ 

8 a) 
$$2-\frac{4}{3}=\frac{6}{3}-\frac{4}{3}=\frac{2}{3}$$
;

b) 
$$\frac{8}{5} - 3 = \frac{8}{5} - \frac{15}{5} = -\frac{7}{5}$$
;

c) 
$$-1.5 + \frac{7}{2} = -\frac{3}{2} + \frac{7}{2} = \frac{4}{2} = 2$$
;

d) 
$$-\frac{4}{3} - 3,6 = -\frac{4}{3} - \frac{26}{10} = -\frac{40}{30} - \frac{108}{30} = -\frac{148}{30} = -\frac{74}{15}$$
.

9 a) 
$$\frac{1}{2} - \frac{2}{3} + \frac{1}{4} = \frac{6}{12} - \frac{8}{12} + \frac{3}{12} = \frac{1}{12}$$
;  
b)  $-\frac{1}{6} + \frac{5}{3} + \frac{1}{2} = -\frac{1}{6} + \frac{10}{6} + \frac{3}{6} = \frac{12}{6} = 2$ ;  
c)  $\frac{-3}{7} + \frac{5}{4} - \frac{9}{14} = -\frac{12}{28} + \frac{35}{28} - \frac{18}{28} = \frac{5}{28}$ ;  
d)  $3 - \frac{2}{5} - \frac{10}{3} = \frac{45}{15} - \frac{6}{15} - \frac{50}{15} = -\frac{11}{15}$ .

b) 
$$-\frac{1}{6} + \frac{5}{2} + \frac{1}{2} = -\frac{1}{6} + \frac{10}{6} + \frac{3}{6} = \frac{12}{6} = 2$$
;

c) 
$$\frac{-3}{7} + \frac{5}{4} - \frac{9}{14} = -\frac{12}{28} + \frac{35}{28} - \frac{18}{28} = \frac{5}{28}$$
;

d) 
$$3 - \frac{2}{5} - \frac{10}{3} = \frac{45}{15} - \frac{6}{15} - \frac{50}{15} = -\frac{11}{15}$$
.

### 2 Multiplier, diviser par une fraction

10 a) 
$$\frac{-3}{5} \times \frac{1}{2} = -\frac{3}{10}$$
; b)  $\frac{-1}{5} \times \frac{11}{-2} = \frac{11}{10}$ ;

b) 
$$\frac{-1}{5} \times \frac{11}{-2} = \frac{11}{10}$$

c) 
$$\frac{2}{-5} \times \frac{-8}{-9} = -\frac{16}{45}$$
; d)  $\frac{-2}{-5} \times \frac{-4}{-7} = \frac{8}{35}$ 

d) 
$$\frac{-2}{-5} \times \frac{-4}{-7} = \frac{8}{35}$$

11 a) 
$$\frac{4}{-11} \times \frac{5}{8} = -\frac{4 \times 5}{11 \times 2 \times 4} = -\frac{5}{22}$$
;

b) 
$$\frac{-8}{5} \times \frac{15}{-9} = \frac{8 \times 3 \times 5}{5 \times 3 \times 3} = \frac{8}{3}$$

c) 
$$\frac{2}{3} \times \frac{-6}{7} = -\frac{2 \times 2 \times 3}{3 \times 7} = -\frac{4}{7}$$

d) 
$$\frac{4}{-7} \times \frac{14}{-9} = \frac{4 \times 2 \times 7}{7 \times 9} = \frac{8}{9}$$

12 a) 
$$\frac{10}{21} \times \frac{7}{15} = \frac{2 \times 5 \times 7}{3 \times 7 \times 3 \times 3} = \frac{2}{9}$$
;  
b)  $-\frac{16}{22} \times \frac{33}{-24} = \frac{8 \times 2 \times 3 \times 11}{2 \times 11 \times 3 \times 8} = 1$ ;  
c)  $\frac{26}{-49} \times \frac{-28}{13} = \frac{2 \times 13 \times 7 \times 4}{7 \times 7 \times 13} = \frac{8}{7}$ ;  
d)  $\frac{56}{65} \times \frac{35}{-48} = -\frac{8 \times 7 \times 7 \times 5}{5 \times 13 \times 8 \times 6} = -\frac{49}{78}$ .

b) 
$$-\frac{16}{22} \times \frac{33}{-24} = \frac{8 \times 2 \times 3 \times 11}{2 \times 11 \times 3 \times 8} = 1$$

c) 
$$\frac{26}{-49} \times \frac{-28}{13} = \frac{2 \times 13 \times 7 \times 4}{7 \times 7 \times 13} = \frac{8}{7}$$

d) 
$$\frac{56}{65} \times \frac{35}{-48} = -\frac{8 \times 7 \times 7 \times 5}{5 \times 13 \times 8 \times 6} = -\frac{49}{78}$$

13 a) 
$$4 \times \frac{3}{8} = \frac{4 \times 3}{4 \times 2} = \frac{3}{2}$$

b) 
$$\frac{2}{5} \times (-15) = -\frac{2 \times 5 \times 3}{5} = -6$$

13 a) 
$$4 \times \frac{3}{8} = \frac{4 \times 3}{4 \times 2} = \frac{3}{2}$$
;  
b)  $\frac{2}{5} \times (-15) = -\frac{2 \times 5 \times 3}{5} = -6$ ;  
c)  $\frac{-2}{7} \times 3,5 = -\frac{2 \times 3,5}{7} = -\frac{7}{7} = -1$ ;

d) 
$$-0.9 \times \frac{15}{-3} = \frac{9}{10} \times \frac{15}{3} = \frac{9 \times 3 \times 5}{5 \times 2 \times 3} = \frac{9}{2}$$

14 a) 
$$\frac{-4}{3} \times \frac{5}{-3} \times \frac{-1}{7} = -\frac{20}{63}$$
;

14 a) 
$$\frac{-4}{3} \times \frac{5}{-3} \times \frac{-1}{7} = -\frac{20}{63}$$
;  
b)  $\frac{-5}{6} \times \frac{-3}{10} \times \frac{3}{-2} = -\frac{5 \times 3 \times 3}{3 \times 3 \times 5 \times 2 \times 2} = -\frac{1}{4}$ ;  
c)  $\frac{7}{8} \times (-6) \times \frac{-2}{21} = \frac{7 \times 2 \times 3 \times 2}{2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 7} = \frac{1}{2}$ ;

c) 
$$\frac{7}{8} \times (-6) \times \frac{-2}{21} = \frac{7 \times 2 \times 3 \times 2}{2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 7} = \frac{1}{2}$$
;

d) 
$$-0.25 \times \frac{3}{10} \times \frac{-4}{-9} = -\frac{1}{4} \times \frac{3}{10} \times \frac{4}{9} = -\frac{1 \times 3 \times 4}{4 \times 10 \times 3 \times 3} = -\frac{1}{30}$$

15 a) 
$$\frac{3}{4}$$
:  $\frac{5}{7} = \frac{3}{4} \times \frac{7}{5} = \frac{21}{20}$ ;

b) 
$$\frac{-1}{5}$$
:  $\frac{1}{3} = -\frac{1}{5} \times 3 = -\frac{3}{5}$ ;

c) 
$$\frac{4}{-3}: \frac{-7}{5} = \frac{4}{3} \times \frac{5}{7} = \frac{20}{21}$$

d) 
$$\frac{-5}{2}$$
:  $\frac{-1}{-3} = -\frac{5}{2} \times 3 = -\frac{15}{2}$ .

16 a) 
$$\frac{6}{5}$$
:  $\frac{3}{2} = \frac{6}{5} \times \frac{2}{3} = \frac{3 \times 2 \times 2}{5 \times 3} = \frac{4}{5}$ ;

b) 
$$\frac{7}{-4}: \frac{8}{7} = -\frac{7}{4} \times \frac{7}{8} = -\frac{49}{32}$$

c) 
$$\frac{-15}{8}$$
:  $\frac{-10}{4} = \frac{15}{8} \times \frac{4}{10} = \frac{3 \times 5 \times 4}{4 \times 2 \times 2 \times 5} = \frac{3}{4}$ 

b) 
$$\frac{7}{-4} : \frac{8}{7} = -\frac{7}{4} \times \frac{7}{8} = -\frac{49}{32};$$
  
c)  $\frac{-15}{8} : \frac{-10}{4} = \frac{15}{8} \times \frac{4}{10} = \frac{3 \times 5 \times 4}{4 \times 2 \times 2 \times 5} = \frac{3}{4};$   
d)  $\frac{3}{14} : \frac{-9}{7} = -\frac{3}{14} \times \frac{7}{9} = -\frac{3 \times 7}{2 \times 7 \times 3 \times 5} = -\frac{1}{6}.$ 

17 a) 
$$1: \frac{2}{3} = 1 \times \frac{3}{2} = \frac{3}{2}$$
;

b) 
$$\frac{-7}{3}$$
:  $(-3) = \frac{7}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{7}{9}$ ;

### Chap. 2 - Nombres relatifs en écriture fractionnaire

- c)  $-0.8 : \frac{5}{-2} = \frac{8}{10} \times \frac{2}{5} = \frac{8 \times 2}{2 \times 5 \times 5} = \frac{8}{25};$ d)  $\frac{-5}{-9} : 15 = \frac{5}{9} \times \frac{1}{15} = \frac{5 \times 1}{9 \times 3 \times 5} = \frac{1}{27}.$
- 18 a)  $\frac{\frac{7}{5}}{\frac{2}{3}} = \frac{7}{5} \times \frac{3}{2} = \frac{21}{10}$ ;
- b)  $\frac{\frac{-3}{10}}{\frac{4}{5}} \frac{3}{10} \times \frac{5}{4} = -\frac{3 \times 5}{5 \times 2 \times 4} = -\frac{3}{8}$ ;
- c)  $\frac{\frac{6}{-7}}{\frac{-12}{2}} = \frac{6}{7} \times \frac{11}{12} = \frac{6 \times 11}{7 \times 2 \times 6} = \frac{11}{14};$
- d)  $\frac{\frac{14}{15}}{\frac{21}{15}} = -\frac{14}{15} \times \frac{30}{21} = -\frac{7 \times 2 \times 15 \times 2}{15 \times 3 \times 7} = -\frac{4}{3}$ .

- 19 a)  $\frac{-3}{\frac{4}{5}} = -3 \times \frac{5}{4} = -\frac{15}{4}$ ;
- b)  $\frac{-3}{4} = -\frac{3}{4} \times \frac{1}{5} = -\frac{3}{20}$ ;
- c)  $\frac{\frac{1}{-6}}{12} = -\frac{1}{6} \times \frac{1}{12} = -\frac{1}{72}$ ;
- d)  $\frac{1}{\frac{-6}{6}} = -1 \times \frac{12}{6} = -2.$
- **20** a)  $\frac{3}{7} \times \frac{-2}{5} = -\frac{6}{25}$ ;
- b)  $-\frac{5}{21}: \frac{10}{14} = -\frac{5}{21} \times \frac{14}{10} = -\frac{5 \times 7 \times 2}{7 \times 3 \times 2 \times 5} = -\frac{1}{3}$ ;
- c)  $\frac{-2}{9}$ :  $\frac{1}{3} = \frac{2}{9} \times 3 = \frac{2 \times 3}{3 \times 3} = \frac{2}{3}$ .

# > Je m'entraine

### À l'oral

- Les nombres égaux à  $-\frac{2}{3}$  sont :
- $\frac{-4}{6}$ ;  $\frac{10}{-15}$ ;  $\frac{2}{-3}$ ;  $\frac{-1}{1.5}$
- 22 a)  $\frac{-6}{9} = -\frac{2}{3}$ ; b)  $\frac{25}{-15} = -\frac{5}{3}$ ; c)  $\frac{-6}{-24} = \frac{1}{4}$ ;
- d)  $\frac{-42}{35} = -\frac{6}{5}$ ; e)  $\frac{17}{-34} = -\frac{1}{2}$ ; f)  $\frac{-81}{-63} = \frac{9}{7}$ .

- 23 a)  $\frac{3}{5} + \frac{4}{5} = \frac{7}{5}$ ; b)  $\frac{-2}{3} + \frac{7}{3} = \frac{5}{3}$ ; c)  $\frac{-5}{7} + \frac{-3}{7} = \frac{-8}{7}$ ; d)  $\frac{11}{-13} + \frac{4}{-13} = \frac{-15}{13}$ ; e)  $\frac{5}{17} + \frac{-12}{17} = \frac{-7}{17}$ ; f)  $\frac{-1}{9} + \frac{8}{9} = \frac{7}{9}$ .

- **24** a)  $\frac{1}{7} \frac{9}{7} = -\frac{8}{7}$ ; b)  $\frac{-4}{3} \frac{1}{3} = -\frac{5}{3}$ ;

- c)  $\frac{7}{5} \frac{-2}{5} = \frac{9}{5}$ ; d)  $\frac{-9}{11} \frac{-5}{11} = -\frac{4}{11}$ ; e)  $\frac{7}{13} \frac{12}{13} = -\frac{5}{13}$ ; f)  $\frac{5}{-17} \frac{9}{-17} = \frac{4}{17}$ .
- **25** a)  $\frac{3}{2} + \frac{1}{4} = \frac{6}{4} + \frac{1}{4} = \frac{7}{4}$ ;
- b)  $\frac{-7}{3} + \frac{1}{6} = \frac{-14}{6} + \frac{1}{6} = -\frac{13}{6}$ ;
- c)  $\frac{2}{5} + \frac{-2}{15} = \frac{6}{15} + \frac{-2}{15} = \frac{4}{15}$ ; d)  $\frac{-1}{3} \frac{7}{12} = -\frac{4}{12} \frac{7}{12} = -\frac{11}{12}$ ; e)  $\frac{8}{15} \frac{-2}{5} = \frac{8}{15} \frac{-6}{15} = \frac{14}{15}$ ;
- f)  $\frac{5}{7} \frac{5}{14} = \frac{10}{14} \frac{5}{14} = \frac{5}{14}$

- **26** a)  $1 + \frac{1}{3} = \frac{4}{3}$ ; b)  $\frac{2}{5} 1 = -\frac{3}{5}$ ;
- c)  $1 \frac{9}{8} = -\frac{1}{8}$ ; d)  $\frac{-7}{4} + 1 = -\frac{3}{4}$ ;
- e)  $-2 + \frac{2}{3} = -\frac{4}{3}$ ; f)  $-2 \frac{3}{2} = -\frac{7}{2}$ .
- **27** a)  $\frac{1}{2} + \frac{2}{3} = \frac{3}{6} + \frac{4}{6} = \frac{7}{6}$ ;

- b)  $\frac{3}{4} + \frac{2}{5} = \frac{15}{20} + \frac{8}{20} = \frac{23}{20};$ c)  $\frac{4}{7} + \frac{8}{3} = \frac{12}{21} + \frac{56}{21} = \frac{68}{21};$ d)  $\frac{5}{9} \frac{3}{4} = \frac{20}{36} \frac{27}{36} = -\frac{7}{36};$ e)  $\frac{1}{2} \frac{1}{7} = \frac{7}{14} \frac{2}{14} = \frac{5}{14};$ f)  $\frac{3}{10} \frac{5}{3} = \frac{9}{30} \frac{50}{30} = -\frac{41}{30}.$ 

  - **28** a)  $\frac{2}{7} \times \frac{5}{3} = \frac{10}{21}$ ; b)  $\frac{-1}{8} \times \frac{3}{2} = -\frac{3}{16}$ ;
  - c)  $\frac{-2}{5} \times \frac{1}{-5} = \frac{2}{25}$ ; d)  $\frac{3}{-4} \times \frac{-5}{-7} = -\frac{15}{28}$ ; e)  $\frac{-11}{-3} \times \frac{-2}{-5} = \frac{22}{15}$ ; f)  $-\frac{-7}{-13} \times \frac{-3}{-2} = -\frac{21}{26}$

- 29 a)  $\frac{3}{2} \times \frac{2}{5} = \frac{3}{5}$ ; b)  $\frac{5}{-7} \times \frac{7}{9} = -\frac{5}{9}$ ; c)  $\frac{-1}{5} \times \frac{10}{-3} = \frac{2}{3}$ ; d)  $\frac{15}{-8} \times \frac{3}{5} = -\frac{9}{8}$ ; e)  $\frac{28}{13} \times \frac{-1}{7} = -\frac{4}{13}$ ; f)  $\frac{-3}{4} \times \frac{-5}{12} = \frac{5}{16}$ .
- 30 a)  $\frac{2}{5} \times 6 = \frac{12}{5}$ ; b)  $-5 \times \frac{3}{4} = -\frac{15}{4}$ ; c)  $\frac{-7}{2} \times 0,5 = -\frac{7}{4}$ ; d)  $\frac{-4}{7} \times (-21) = 12$ ;
- c)  $\frac{-7}{2} \times 0.5 = -\frac{7}{4}$ ;
- e)  $3 \times \frac{5}{-6} = -\frac{5}{2}$ ;
- f)  $\frac{1}{3} \times (-0.3) = -\frac{1}{10}$

32 a) 2 a pour opposé –2 et pour inverse  $\frac{1}{2}$ .

b) -5 a pour opposé 5 et pour inverse  $-\frac{1}{5}$ .

c) -6 a pour opposé 6 et pour inverse  $-\frac{1}{6}$ 

d)  $\frac{3}{2}$  a pour opposé  $-\frac{3}{2}$  et pour inverse  $\frac{2}{3}$ 

**33** a) 
$$\frac{1}{3} : \frac{2}{5} = \frac{1}{3} \times \frac{5}{2} = \frac{5}{6}$$
; b)  $\frac{2}{-5} : \frac{1}{3} = \frac{2}{-5} \times 3 = -\frac{6}{5}$ ; c)  $\frac{7}{4} : \frac{-2}{3} = -\frac{7}{4} \times \frac{3}{2} = -\frac{21}{8}$ ; d)  $\frac{5}{-2} : \frac{-3}{2} = \frac{5}{2} \times \frac{2}{3} = \frac{5}{3}$ ; e)  $\frac{-2}{7} : \frac{-7}{3} = \frac{2}{7} \times \frac{3}{7} = \frac{6}{49}$ ; f)  $\frac{5}{3} : \frac{5}{-2} = -\frac{5}{3} \times \frac{2}{5} = -\frac{2}{3}$ .

c) 
$$\frac{7}{4}: \frac{-2}{3} = -\frac{7}{4} \times \frac{3}{2} = -\frac{21}{8}$$
;

d) 
$$\frac{5}{-2}$$
:  $\frac{-3}{2} = \frac{5}{2} \times \frac{2}{3} = \frac{5}{3}$ ;

e) 
$$\frac{-2}{7} : \frac{-7}{3} = \frac{2}{7} \times \frac{3}{7} = \frac{6}{49}$$

f) 
$$\frac{5}{3}$$
:  $\frac{5}{-2} = -\frac{5}{3} \times \frac{2}{5} = -\frac{2}{3}$ 

34 a) 
$$\frac{3}{7}$$
:  $2 = \frac{3}{7} \times \frac{1}{2} = \frac{3}{14}$ ; b)  $\frac{-2}{3}$ :  $5 = -\frac{2}{3} \times \frac{1}{5} = -\frac{2}{15}$ ;

c) 
$$1: \frac{5}{-7} = -1 \times \frac{7}{5} = -\frac{7}{5}$$
;

c) 
$$1: \frac{5}{-7} = -1 \times \frac{7}{5} = -\frac{7}{5};$$
 d)  $\frac{\frac{3}{4}}{\frac{2}{11}} = \frac{3}{4} \times \frac{11}{2} = \frac{33}{8};$ 

e) 
$$\frac{-9}{\frac{3}{2}} = -9 \times \frac{2}{3} = -6$$

f) 
$$\frac{\frac{2}{13}}{\frac{5}{13}} = \frac{2}{13} \times \frac{13}{5} = \frac{2}{5}$$
.

### Égalité de quotients

35 a) 
$$\frac{5}{3} = \frac{20}{12}$$
; b)  $\frac{-2}{5} = \frac{-6}{15}$ ; c)  $\frac{-7}{4} = \frac{28}{-16}$ ; d)  $\frac{21}{14} = \frac{3}{2}$ ; e)  $\frac{-10}{15} = \frac{2}{-3}$ ; f)  $\frac{16}{-24} = \frac{4}{-6}$ .

b) 
$$\frac{-2}{5} = \frac{-6}{15}$$

c) 
$$\frac{-7}{4} = \frac{28}{-16}$$

d) 
$$\frac{21}{14} = \frac{3}{2}$$
;

e) 
$$\frac{4}{15} = \frac{2}{-3}$$
;

f) 
$$\frac{16}{-24} = \frac{4}{-6}$$
.

36 a) 
$$\frac{20}{25} = \frac{4}{5} = \frac{8}{10}$$
; b)  $\frac{-3}{12} = \frac{-1}{4} = \frac{5}{-20}$ ; c)  $\frac{-36}{24} = \frac{9}{-6} = \frac{-6}{4}$ ; d)  $-\frac{-25}{-100} = \frac{1}{4} = \frac{-3}{-12}$ 

b) 
$$\frac{-3}{12} = \frac{-1}{4} = \frac{5}{-20}$$
;

c) 
$$\frac{-36}{24} = \frac{9}{-6} = \frac{-6}{4}$$

d) 
$$-\frac{-25}{-100} = \frac{1}{4} = \frac{-3}{-12}$$

(37) a) 
$$\frac{12}{15} = \frac{4 \times 3}{5 \times 3} = \frac{4}{5}$$
; b)  $\frac{-25}{35} = -\frac{5 \times 5}{7 \times 5} = -\frac{5}{7}$ ; c)  $\frac{32}{-24} = -\frac{4 \times 8}{3 \times 8} = -\frac{4}{3}$ ; d)  $\frac{-27}{-45} = \frac{3 \times 9}{5 \times 9} = \frac{3}{5}$ .

b) 
$$\frac{-25}{35} = -\frac{5 \times 5}{7 \times 5} = -\frac{5}{7}$$

c) 
$$\frac{32}{-24} = -\frac{4 \times 8}{3 \times 8} = -\frac{4}{3}$$

d) 
$$\frac{-27}{-45} = \frac{3 \times 9}{5 \times 9} = \frac{3}{5}$$
.

38 a) 
$$\frac{-34}{51} = -\frac{2 \times 17}{3 \times 17} = -\frac{2}{3}$$
;  
b)  $\frac{65}{-39} = -\frac{5 \times 13}{3 \times 13} = -\frac{5}{3}$ ;  
c)  $\frac{-72}{126} = -\frac{4 \times 9 \times 2}{7 \times 9 \times 2} = -\frac{4}{7}$ ;  
d)  $\frac{-175}{-25} = \frac{7 \times 25}{1 \times 25} = 7$ ;  
e)  $\frac{38}{114} = \frac{1 \times 2 \times 19}{3 \times 2 \times 19} = \frac{1}{3}$ ;

b) 
$$\frac{65}{-39} = -\frac{5 \times 13}{3 \times 13} = -\frac{5}{3}$$
;

c) 
$$\frac{-72}{126} = -\frac{4 \times 9 \times 2}{7 \times 9 \times 2} = -\frac{4}{7}$$

d) 
$$\frac{-175}{-25} = \frac{7 \times 25}{1 \times 25} = 7$$

e) 
$$\frac{38}{114} = \frac{1 \times 2 \times 19}{3 \times 2 \times 19} = \frac{1}{3}$$

f) 
$$\frac{-126}{-78} = \frac{7 \times 3 \times 3 \times 3}{13 \times 3 \times 2} = \frac{21}{13}$$

**39** a) 
$$\frac{1,5}{5} = \frac{15}{50} = \frac{3 \times 5}{10 \times 5} = \frac{3}{10}$$
  
b)  $\frac{-2,7}{3,6} = \frac{27}{36} = -\frac{3 \times 9}{4 \times 9} = -\frac{3}{4}$ ;

b) 
$$\frac{-2.7}{3.6} = \frac{27}{36} = \frac{3 \times 9}{4 \times 9} = \frac{3}{4}$$

c) 
$$\frac{4,1}{-2,5} = -\frac{41}{25}$$
;

d) 
$$\frac{-1}{-0.25} = \frac{100}{25} = \frac{4 \times 25}{1 \times 5} = 4;$$

e) 
$$-\frac{1,21}{7,7} = -\frac{121}{770} = -\frac{11 \times 11}{70 \times 11} = -\frac{11}{70}$$

f) 
$$-\frac{-3.5}{-14} = -\frac{35}{140} = -\frac{1 \times 5 \times 7}{4 \times 5 \times 7} = -\frac{1}{4}$$

40  $16 \times 200 = 3200$  et  $23 \times 139 = 3197$ .

On constate que :  $16 \times 200 \neq 23 \times 139$ .

Donc: 
$$\frac{16}{23} \neq \frac{139}{200}$$
.

41  $156 \times 493 = 76908$  et  $377 \times 204 = 76908$ .

On constate que :  $156 \times 493 = 377 \times 204$ .

Donc: 
$$\frac{156}{377} = \frac{204}{493}$$

**42** 1) Si  $\frac{m}{3} = \frac{7}{4}$ , alors  $m \times 4 = 7 \times 3 = 21$ .

2) 
$$m = \frac{21}{4} = 5,25$$
.

**43** a) 
$$n = \frac{4 \times 3}{13} = \frac{12}{13}$$

e) 
$$\frac{-9}{\frac{3}{2}} = -9 \times \frac{2}{3} = -6$$
;  
f)  $\frac{\frac{2}{13}}{\frac{5}{13}} = \frac{2}{13} \times \frac{13}{5} = \frac{2}{5}$ .  
b)  $n = \frac{1,2 \times 18}{5} = \frac{12 \times 9 \times 2}{25 \times 2} = \frac{108}{25} = 4,32$ ;  
c)  $n = \frac{3,2 \times 9}{21} = \frac{32 \times 9}{21} = \frac{32 \times 3 \times 3}{7 \times 3} = \frac{96}{7}$ .

c) 
$$n = \frac{3.2 \times 9}{21} = \frac{32 \times 9}{21} = \frac{32 \times 3 \times 3}{7 \times 3} = \frac{96}{7}$$

44 a) 
$$p = \frac{-2 \times (-5)}{17} = \frac{10}{17}$$
;

b) 
$$p = \frac{-7 \times 19}{3} = -\frac{133}{3}$$
;

c) 
$$p = \frac{-6 \times (-14)}{-2,1} = -\frac{60 \times 14}{21} = -\frac{20 \times 3 \times 2 \times 7}{3 \times 7} = -40.$$

### Additionner ou soustraire

45

Le tableau à compléter est disponible sur le site www.hachette-education.com

а	b	a + b	a – b
<u>12</u> 7	$\frac{-4}{7}$	<u>8</u> 7	<u>16</u> 7
<u>-5</u> 2	$\frac{1}{4}$	$-\frac{9}{4}$	$-\frac{11}{4}$
$\frac{2}{3}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{17}{12}$	$-\frac{1}{12}$

46 a) 
$$\frac{-2.7}{5} + \frac{1.2}{5} = \frac{-1.5}{5} = -\frac{3}{10}$$

b) 
$$\frac{-5}{1.6} + \frac{3}{-0.4} = \frac{-5}{1.6} + \frac{-12}{1.6} = \frac{-17}{1.6} = -\frac{170}{16} = -\frac{85 \times 2}{8 \times 2} = -\frac{85}{8}$$
;

c) 
$$\frac{2,4}{3} + \frac{3,2}{4} = \frac{9,6}{12} + \frac{9,6}{12} = \frac{19,2}{12} = \frac{192}{120} = \frac{8 \times 2 \times 3 \times 4}{5 \times 2 \times 4 \times 3} = \frac{8}{5}$$
;

d) 
$$\frac{6}{1,2} - \frac{8}{1,2} = \frac{-2}{1,2} = \frac{-20}{12} = -\frac{5 \times 4}{3 \times 4} = -\frac{5}{3}$$
;

46 a) 
$$\frac{-2.7}{5} + \frac{1.2}{5} = \frac{-1.5}{5} = -\frac{3}{10}$$
;  
b)  $\frac{-5}{1.6} + \frac{3}{-0.4} = \frac{-5}{1.6} + \frac{-12}{1.6} = \frac{-17}{1.6} = -\frac{170}{16} = -\frac{85 \times 2}{8 \times 2} = -\frac{85}{8}$   
c)  $\frac{2.4}{3} + \frac{3.2}{4} = \frac{9.6}{12} + \frac{9.6}{12} = \frac{19.2}{12} = \frac{192}{120} = \frac{8 \times 2 \times 3 \times 4}{5 \times 2 \times 4 \times 3} = \frac{8}{5}$   
d)  $\frac{6}{1.2} - \frac{8}{1.2} = \frac{-2}{1.2} = \frac{-20}{12} = -\frac{5 \times 4}{3 \times 4} = -\frac{5}{3}$ ;  
e)  $\frac{-3}{2.4} - \frac{5}{0.8} = \frac{-3}{2.4} - \frac{15}{2.4} = -\frac{18}{2.4} = -\frac{180}{24} = -\frac{3 \times 6 \times 2 \times 5}{2 \times 2 \times 6} = -\frac{15}{2}$ ;

f) 
$$\frac{4}{0.7} - \frac{3}{10} = \frac{400}{70} - \frac{21}{70} = \frac{379}{70}$$

Chap. 2 - Nombres relatifs en écriture fractionnaire

b) 
$$\frac{-8}{12} + \frac{1}{6} = -\frac{4}{6} + \frac{1}{6} = -\frac{3}{6} = -\frac{1}{2}$$
;

c) 
$$\frac{24}{15} + \frac{-16}{-20} = \frac{8}{5} + \frac{4}{5} = \frac{12}{5}$$
;

d) 
$$\frac{2}{3} - \frac{30}{18} = \frac{2}{3} - \frac{5}{3} = -\frac{3}{3} = -1$$

e) 
$$\frac{-27}{12} - \frac{5}{4} = -\frac{9}{4} - \frac{5}{4} = -\frac{14}{4} = -\frac{7}{2}$$
;

f) 
$$\frac{48}{30} - \frac{12}{40} = \frac{16}{10} - \frac{3}{10} = \frac{13}{10}$$
.

48 a) 
$$\frac{4}{3} + \frac{7}{3} = \frac{11}{3}$$
; b)  $\frac{12}{11} - \frac{5}{11} = \frac{7}{11}$ ; c)  $\frac{-2}{3} + \frac{11}{6} = \frac{7}{6}$ ; d)  $\frac{3}{4} - \frac{-1}{12} = \frac{5}{6}$ .

b) 
$$\frac{12}{11} - \frac{5}{11} = \frac{7}{11}$$
;

c) 
$$\frac{-2}{3} + \frac{11}{6} = \frac{7}{6}$$

d) 
$$\frac{3}{4} - \frac{-1}{12} = \frac{5}{6}$$
.

$$\frac{3}{4} + \frac{4}{5} + \frac{4}{3} = \frac{45}{60} + \frac{48}{60} + \frac{80}{60} = \frac{173}{60}$$

Le périmètre du triangle est  $\frac{173}{60}$  cm.

$$50 \quad \frac{1}{5} + \frac{2}{3} = \frac{3}{15} + \frac{10}{15} = \frac{13}{15}$$

 $\frac{13}{15}$  des élèves sont nés en 1992 ou en 1993.

$$1 - \frac{13}{15} = \frac{15}{15} - \frac{13}{15} = \frac{2}{15}$$

 $\frac{2}{15}$  des élèves ne sont nés ni en 1992, ni en 1993.

### Inverser

- 51 a)  $4 \times (-4) = -16 \neq 1$ . Donc, 4 et -4 ne sont pas inverses.
- b)  $12.5 \times 0.08 = 1$ . Donc, 12.5 et 0.08 sont inverses.
- c)  $0.5 \times (-2) = -1 \neq 1$ . Donc, 0.5 et -2 ne sont pas inverses.

**52** a) 
$$\frac{1}{5} = 0.2$$
; b)  $\frac{1}{-4} = -0.25$ ;

b) 
$$\frac{1}{-4} = -0.25$$
;

c) 
$$\frac{1}{0.8}$$
 = 1,25

c) 
$$\frac{1}{0.8} = 1.25$$
; d)  $\frac{1}{-0.01} = -100$ .

**53** a) 
$$\frac{1}{3}$$
; b)  $-\frac{1}{11}$ ; c)  $\frac{3}{2}$ ; d) 1; e) -1.

b) 
$$-\frac{1}{11}$$

c) 
$$\frac{3}{2}$$
;

# 54



Le tableau à compléter est disponible sur le site

Nombre	2	-7	$\frac{4}{3}$	<u>-2</u> 5	8 9	$-\frac{11}{4}$	<u>1</u> -3	$-\frac{1}{5}$
Inverse	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{7}$	$\frac{3}{4}$	$-\frac{5}{2}$	<u>9</u> 8	$-\frac{4}{11}$	-3	-5
Opposé	-2	7	$-\frac{4}{3}$	<u>2</u> 5	<u>8</u> -9	<u>11</u> 4	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{5}$

### Multiplier ou diviser

### 55



Le tableau à compléter est disponible sur le site www.hachette-education.com

а	b	$a \times b$	a : b
$\frac{2}{7}$	<del>-3</del> <del>7</del>	$-\frac{6}{49}$	$-\frac{2}{3}$
$-\frac{5}{2}$	4	-10	$-\frac{5}{8}$
-7	$-\frac{3}{4}$	<u>21</u> 4	<u>28</u> 3
$\frac{3}{5}$	<u>-10</u> 11	$-\frac{6}{11}$	$-\frac{33}{50}$

56 
$$\frac{1}{4} \times \frac{2}{3} = \frac{1 \times 2}{2 \times 2 \times 3} = \frac{1}{6}$$
.  
Alexandra a dépensé le sixième de ses économies.

**57** 
$$\frac{3}{5}$$
:  $7 = \frac{3}{5} \times \frac{1}{7} = \frac{3}{35}$ .

Chaque personne recevra  $\frac{3}{35}$  de la récolte.

58 
$$78 : \frac{26}{17} = 78 \times \frac{17}{26} = \frac{3 \times 26 \times 17}{26} = 51.$$
 La longueur du rectangle est 51 cm.

**59** a) 
$$\frac{2}{5} \times \frac{7}{3} = \frac{14}{15}$$
; b)  $-\frac{3}{2} - \frac{1}{4} = -\frac{7}{4}$ ; c)  $\frac{1}{2} + \frac{-1}{3} = \frac{1}{6}$ ; d)  $\frac{14}{25} \times \frac{-5}{7} = -\frac{2}{5}$ ; e)  $\frac{3}{-4} : \frac{1}{3} = -\frac{9}{4}$ ; f)  $\frac{5}{12} + \frac{4}{3} = \frac{7}{4}$ .

b) 
$$-\frac{3}{2} - \frac{1}{4} = -\frac{7}{4}$$
;

c) 
$$\frac{1}{2} + \frac{-1}{3} = \frac{1}{6}$$
;

d) 
$$\frac{14}{25} \times \frac{-5}{7} = -\frac{2}{5}$$

e) 
$$\frac{3}{-4}:\frac{1}{3}=-\frac{9}{4}$$

f) 
$$\frac{5}{12} + \frac{4}{3} = \frac{7}{4}$$
.

60 
$$A = \left(\frac{1}{2} + \frac{4}{3}\right) \times \frac{6}{5} = \left(\frac{3}{6} + \frac{8}{6}\right) \times \frac{6}{5} = \frac{11}{6} \times \frac{6}{5} = \frac{11}{5};$$
 $B = -\frac{2}{5} \times \left(\frac{2}{7} - \frac{1}{3}\right) = -\frac{2}{5} \times \left(\frac{6}{21} - \frac{7}{21}\right) = -\frac{2}{5} \times \frac{-1}{21} = \frac{2}{105};$ 
 $C = \left(\frac{5}{8} - \frac{3}{5}\right) \times \left(\frac{5}{8} + \frac{3}{5}\right) = \left(\frac{25}{40} - \frac{24}{40}\right) \times \left(\frac{25}{40} + \frac{24}{40}\right) = \frac{1}{40} \times \frac{49}{40};$ 
 $C = \frac{49}{1600};$ 
 $D = 15 : \left(\frac{1}{4} - \frac{2}{3}\right) = 15 : \left(\frac{3}{12} - \frac{8}{12}\right) = 15 : \frac{-5}{12} = 15 \times \frac{12}{-5};$ 
 $D = -\frac{3 \times 5 \times 12}{5} = -36.$ 

61 
$$A = \frac{1}{9} - \frac{15}{9} \times \frac{1}{6} = \frac{1}{9} - \frac{3 \times 5 \times 9}{2 \times 3 \times 9}$$

$$A = \frac{1}{9} - \frac{5}{18} = \frac{2}{18} - \frac{5}{18} = -\frac{3}{18} = -\frac{1 \times 3}{6 \times 3} = -\frac{1}{6};$$

$$B = 2 - \frac{5}{2} : \frac{15}{4} = 2 - \frac{5}{2} \times \frac{4}{15} = 2 - \frac{5 \times 2 \times 2}{2 \times 3 \times 5} = 2 - \frac{2}{3} = \frac{6}{3} - \frac{2}{3}$$

$$B = \frac{4}{3};$$

$$C = \frac{5}{11} - \frac{8}{11} \times \frac{5}{4} = \frac{5}{11} - \frac{4 \times 2 \times 5}{11 \times 4} = \frac{5}{11} - \frac{10}{11} = -\frac{5}{11}.$$

62 
$$A = \frac{-\frac{3}{4} + \frac{1}{2}}{\frac{2}{5} - \frac{5}{2}} = \frac{-\frac{3}{4} + \frac{2}{4}}{\frac{4}{10} - \frac{25}{10}} = \frac{-\frac{1}{4}}{\frac{-21}{10}}$$

$$A = \frac{1}{4} \times \frac{10}{21} = \frac{1 \times 2 \times 5}{2 \times 2 \times 21} = \frac{5}{42};$$

$$B = \frac{3 - \frac{2}{3}}{\frac{4}{3} \times 7} = \frac{\frac{9}{3} - \frac{2}{3}}{\frac{28}{3}} = \frac{\frac{7}{3}}{\frac{28}{3}} = \frac{7}{3} \times \frac{3}{28} = \frac{7 \times 3}{3 \times 4 \times 7} = \frac{1}{4};$$

$$C = \frac{\frac{2}{3}}{\frac{5}{6}} - \frac{2}{5} = \frac{2}{3} \times \frac{6}{5} - \frac{2}{5} = \frac{2 \times 3 \times 2}{3 \times 5} - \frac{2}{5} = \frac{4}{5} - \frac{2}{5} = \frac{2}{5}.$$

**63** 1) 
$$\frac{1}{5} + \frac{1}{3} = \frac{3}{15} + \frac{5}{15} = \frac{8}{15}$$

M. Duval a versé  $\frac{8}{15}$  du prix après la livraison.

$$1 - \frac{8}{15} = \frac{15}{15} - \frac{8}{15} = \frac{7}{15} \ .$$

 $1 - \frac{8}{15} = \frac{15}{15} - \frac{8}{15} = \frac{7}{15}.$ Il lui reste  $\frac{7}{15}$  du prix à payer après la livraison.  $2) \frac{7}{15} : 14 = \frac{7}{15} \times \frac{1}{14} = \frac{7 \times 1}{15 \times 2 \times 7} = \frac{1}{30}.$ 

2) 
$$\frac{7}{15}$$
:  $14 = \frac{7}{15} \times \frac{1}{14} = \frac{7 \times 1}{15 \times 2 \times 7} = \frac{1}{30}$ 

Une mensualité représente  $\frac{1}{30}$  du prix.

# > Mon bilan

Voir les corrigés détaillés dans le livre élève, page 291.

# J'approfondis

(74) 1) On constate que la calculatrice affiche le même résultat (0,000007) pour les deux opérations.

2)  $1 \times 1000000 = 10000000$  et  $7 \times 142857 = 9999999$ . On constate que  $1 \times 10000000 \neq 7 \times 142857$ .

3) On a:  $1 \times 10000000 \neq 7 \times 142857$ . Donc:  $\frac{7}{1000000} \neq \frac{1}{142857}$ .

75 a) Le produit d'un nombre par son opposé est négatif.

b) Le produit d'un nombre par son inverse est égal à 1, donc positif.

c) La somme d'un nombre et de son opposé est égale à 0, donc, à la fois positive et négative.

d) La somme d'un nombre et de son inverse est positive lorsque le nombre est positif, négative lorsque le nombre est négatif.

76 1) L'inverse de  $\frac{-3}{4}$  est  $\frac{4}{-3} = -\frac{4}{3}$ . L'opposé de  $\frac{-3}{4}$  est  $\frac{3}{4}$ . 2) L'opposé de l'inverse de  $\frac{-3}{4}$  est  $\frac{4}{3}$ .

3) L'inverse de l'opposé de  $\frac{-3}{4}$  est  $\frac{4}{3}$ .

77 Soit *n* un nombre non nul. L'opposé de *n* est -n. L'inverse de -n est  $\frac{1}{-n} = -\frac{1}{n}$ . Donc,

l'inverse de l'opposé de n est  $-\frac{1}{n}$ . L'inverse de n est  $\frac{1}{n}$ . L'opposé de  $\frac{1}{n}$  est  $-\frac{1}{n}$ . Donc, l'opposé de l'inverse de n est  $-\frac{1}{n}$ .

Donc, l'inverse de l'opposé de n est égal à l'opposé de l'inverse de n.

78 1) a) L'inverse de  $\frac{5}{3}$  est  $\frac{3}{5}$ .

L'inverse de  $-\frac{2}{7}$  est  $\frac{7}{-2} = -\frac{7}{2}$ .

b) 
$$\frac{3}{5} \times \left(-\frac{7}{2}\right) = -\frac{21}{10}$$
.

2) a) 
$$\frac{5}{3} \times \frac{-2}{7} = -\frac{10}{21}$$

b) L'inverse de  $\frac{5}{3} \times \frac{-2}{7}$  est  $-\frac{21}{10}$ 

79 On appelle n et p les deux nombres relatifs non

Les inverses respectifs de n et p sont  $\frac{1}{n}$  et  $\frac{1}{n}$ . Le produit

des inverses de *n* et de *p* est donc :  $\frac{1}{n} \times \frac{1}{p} = \frac{1}{np}$ .

Le produit de n par p est np. L'inverse du produit de n par  $p \operatorname{est} \frac{1}{np}$ 

Donc, le produit des inverses de n et de p est égal à l'inverse du produit de n par p.

80 
$$\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{3}{6} + \frac{2}{6} = \frac{5}{6}$$
. Donc l'inverse de  $\frac{1}{2} + \frac{1}{3}$  est  $\frac{6}{5}$ .

81 On considère les nombres 4 et 3

La somme de leurs inverses est :  $\frac{1}{4} + \frac{1}{3} = \frac{3}{12} + \frac{4}{12} = \frac{7}{12}$ .

L'inverse de leur somme est l'inverse de 7, soit  $\frac{1}{2}$ .

Donc, la somme des inverses de ces deux nombres relatifs n'est pas égale à l'inverse de leur somme.

82 a) 
$$\frac{2}{3} + \frac{7}{5} = \frac{10}{15} + \frac{21}{15} = \frac{31}{15}$$
;

b) 
$$\frac{7}{8} \times \left(-\frac{3}{5}\right) = -\frac{21}{40}$$
;

c) 
$$-4:\frac{5}{3}=-4\times\frac{3}{5}=-\frac{12}{5}$$

c) 
$$-4: \frac{5}{3} = -4 \times \frac{3}{5} = -\frac{12}{5};$$
  
d)  $\frac{-7}{4} - 3 \times \frac{2}{5} = \frac{-7}{4} - \frac{6}{5} = \frac{-35}{20} - \frac{24}{20} = -\frac{59}{20}$ 

**83** 
$$A = \frac{1}{2} + \frac{2}{3} + \frac{3}{4} + \frac{4}{5} + \frac{5}{6} = \frac{30}{60} + \frac{40}{60} + \frac{45}{60} + \frac{48}{60} + \frac{50}{60} = \frac{213}{60} = \frac{71}{20};$$

$$B = \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{4} - \frac{1}{5} + \frac{1}{6} = \frac{30}{60} - \frac{20}{60} + \frac{15}{60} - \frac{12}{60} + \frac{10}{60} = \frac{23}{60};$$

$$= \frac{213}{60} = \frac{71}{20};$$

$$B = \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{4} - \frac{1}{5} + \frac{1}{6} = \frac{30}{60} - \frac{20}{60} + \frac{15}{60} - \frac{12}{60} + \frac{10}{60} = \frac{23}{60};$$

$$C = \frac{1}{2} - \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{4}\right) - \left(\frac{1}{5} + \frac{1}{6}\right) = \frac{30}{60} - \left(\frac{20}{60} + \frac{10}{60}\right) - \left(\frac{12}{60} + \frac{10}{60}\right)$$

$$= \frac{30}{60} - \frac{35}{60} - \frac{22}{60} = -\frac{27}{60} = -\frac{9}{20}.$$

**84** 
$$A = \left(\frac{2}{3} - \frac{1}{6}\right) : \left(\frac{1}{8} - \frac{3}{5}\right) = \left(\frac{4}{6} - \frac{1}{6}\right) : \left(\frac{5}{40} - \frac{24}{40}\right) = \frac{3}{6} : \frac{-19}{40}$$
$$A = \frac{3}{6} \times \frac{40}{-19} = -\frac{3 \times 2 \times 20}{3 \times 2 \times 19} = -\frac{20}{19};$$

$$B = \frac{\frac{1}{6} - \frac{1}{7}}{\frac{1}{7} - \frac{1}{8}} = \frac{\frac{7}{42} - \frac{6}{42}}{\frac{8}{56} - \frac{7}{56}} = \frac{\frac{1}{42}}{\frac{1}{56}} = \frac{1}{42} \times 56 = \frac{4 \times 2 \times 7}{3 \times 2 \times 7} = \frac{4}{3};$$

$$C = \frac{13}{4} - \left(\frac{7}{6} - \frac{3}{4}\right) = \frac{13}{4} - \left(\frac{14}{12} - \frac{9}{12}\right) = \frac{13}{4} - \frac{5}{12} = \frac{39}{12} - \frac{5}{12} = \frac{34}{12}$$

$$C = \frac{17}{6};$$

$$D = \left(\frac{3}{2} - \frac{7}{5}\right) \times \left(-\frac{5}{6}\right) - 3 = \left(\frac{15}{10} - \frac{14}{10}\right) \times \left(-\frac{5}{6}\right) - 3 = \frac{1}{10} \times \left(-\frac{5}{6}\right) - 3$$
$$D = -\frac{1}{12} - 3 = -\frac{1}{12} - \frac{36}{12} = -\frac{37}{12}.$$

**85** 
$$A = \left(\frac{3}{4} - \frac{2}{7} - 2\right) \times \frac{21}{4} = \left(\frac{21}{28} - \frac{8}{28} - \frac{56}{28}\right) \times \frac{21}{4}$$
$$A = -\frac{43}{28} \times \frac{21}{4} = -\frac{43 \times 3 \times 7}{7 \times 4 \times 4} = -\frac{129}{16};$$
$$B = -\frac{2}{3} + \frac{5}{3} \times \frac{12}{7} - 18 \times \frac{7}{27} = -\frac{2}{3} + \frac{20}{7} - \frac{14}{3}$$

$$B = -\frac{2}{3} + \frac{5}{3} \times \frac{12}{7} - 18 \times \frac{7}{27} = -\frac{2}{3} + \frac{20}{7} - \frac{14}{3}$$

$$B = -\frac{14}{21} + \frac{60}{21} - \frac{98}{21} = -\frac{52}{21};$$

$$B = -\frac{14}{21} + \frac{60}{21} - \frac{98}{21} = -\frac{52}{21};$$

$$C = \frac{1 + \frac{2}{7} + \frac{3}{2}}{\frac{2}{3} + \frac{2}{21}} = \frac{\frac{14}{14} + \frac{4}{14} + \frac{21}{14}}{\frac{14}{21} + \frac{2}{21}} = \frac{\frac{39}{14}}{\frac{16}{21}} = \frac{39}{14} \times \frac{21}{16}$$

$$C = \frac{39 \times 3 \times 7}{7 \times 2 \times 16} = \frac{117}{32}$$
;

$$C = \frac{39 \times 3 \times 7}{7 \times 2 \times 16} = \frac{117}{32};$$

$$D = 1 + \frac{\frac{5}{4} - \frac{2}{13}}{-2 + \frac{5}{13}} = 1 + \frac{\frac{65}{52} - \frac{6}{52}}{\frac{20}{13} + \frac{5}{13}} = 1 + \frac{\frac{57}{52}}{\frac{21}{13}} = 1 + \frac{57}{52} \times \left(-\frac{13}{21}\right)$$

$$D = 1 + \frac{3 \times 19 \times 13}{13} = 1 + \frac{19}{13} = 28 + \frac{19}{13} = 9$$

$$D = 1 - \frac{3 \times 19 \times 13}{4 \times 13 \times 3 \times 7} = 1 - \frac{19}{28} = \frac{28}{28} - \frac{19}{28} = \frac{9}{28}$$

86 
$$66: \frac{3}{25} = 66 \times \frac{25}{3} = \frac{3 \times 22 \times 25}{3} = 550.$$
La production totale d'électricité en France en 2006

s'élevait à 550 TWh.

87 
$$\frac{2}{3} \times \frac{2}{5} = \frac{4}{15}$$

87  $\frac{2}{3} \times \frac{2}{5} = \frac{4}{15}$ . 147000 km² représentent  $\frac{4}{15}$  de la superficie de la

$$147\,000: \frac{4}{15} = 551\,250.$$

La superficie de la France est 551250 km<sup>2</sup>.

$$88 \quad \frac{1}{3} + \frac{1}{5} = \frac{5}{15} + \frac{3}{15} = \frac{8}{15}$$

 $\frac{8}{15}$  des touristes étrangers sont Anglais ou Allemands.

Le reste représente  $\frac{7}{15}$  des touristes étrangers, soit 24,5 millions. 24,5 :  $\frac{7}{15}$  = 24,5 ×  $\frac{15}{7}$  = 52,5.

$$24.5 : \frac{7}{15} = 24.5 \times \frac{15}{7} = 52.5$$

On compte 52,5 millions de touristes sur une année en Espagne.

**89** 1) 
$$\frac{3}{4} \times \frac{7}{8}$$
:  $5 = \frac{21}{32} \times \frac{1}{5} = \frac{21}{160}$ 

L'aire d'un des 5 lots représente  $\frac{21}{160}$  de la superficie du

2) 
$$1 - \left(\frac{1}{8} + \frac{21}{160} \times 5\right) = 1 - \left(\frac{1}{8} + \frac{21}{32}\right) = 1 - \left(\frac{4}{32} + \frac{21}{32}\right) = \frac{32}{32} - \frac{25}{32}$$
  
=  $\frac{7}{32}$ .  
L'aire du 7<sup>e</sup> lot représente  $\frac{7}{32}$  de la superficie du terrain.

90 
$$\frac{3000}{1200} = 2.5$$

90  $\frac{3000}{1200}$  = 2,5. On obtient 2,5 L d'essence de Néroli.

2,5 : 
$$\frac{2}{3}$$
 = 2,5 ×  $\frac{3}{2}$  =  $\frac{5}{2}$  ×  $\frac{3}{2}$  =  $\frac{15}{4}$  = 3,75.  
On pourra remplir 3 bouteilles.

91 
$$\frac{3}{4} - \frac{4}{7} = \frac{21}{28} - \frac{16}{28} = \frac{5}{28}$$
.

91  $\frac{3}{4} - \frac{4}{7} = \frac{21}{28} - \frac{16}{28} = \frac{5}{28}$ . 2,5 € représentent  $\frac{5}{28}$  du prix du cadeau.

$$2.5 : \frac{5}{28} = 2.5 \times \frac{28}{5} = \frac{5}{2} \times \frac{28}{5} = 14.$$

**92** a) 
$$A = -\frac{2}{7} \times \frac{7}{8} + \frac{3}{4} = -\frac{1}{4} + \frac{3}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$
;

b) 
$$A = -\frac{2}{7} \times \left(-\frac{7}{2}\right) + \frac{3}{4} = 1 + \frac{3}{4} = \frac{4}{4} + \frac{3}{4} = \frac{7}{4}$$
;

b) 
$$A = -\frac{2}{7} \times \left(-\frac{7}{2}\right) + \frac{3}{4} = 1 + \frac{3}{4} = \frac{4}{4} + \frac{3}{4} = \frac{7}{4};$$
  
c)  $A = -\frac{2}{7} \times 1,25 + \frac{3}{4} = \frac{-2,5}{7} + \frac{3}{4} = -\frac{5}{14} + \frac{3}{4} = -\frac{10}{28} + \frac{21}{28} = \frac{11}{28};$   
d)  $A = -\frac{2}{7} \times (-2) + \frac{3}{4} = \frac{4}{7} + \frac{3}{4} = \frac{16}{28} + \frac{21}{28} = \frac{37}{28}.$ 

d) 
$$A = -\frac{2}{7} \times (-2) + \frac{3}{4} = \frac{4}{7} + \frac{3}{4} = \frac{16}{28} + \frac{21}{28} = \frac{37}{28}$$

**93** a) 
$$r s t = \frac{2}{7} \times \left(-\frac{2}{5}\right) \times (-3) = \frac{2 \times 2 \times 3}{3 \times 5} = \frac{4}{5}$$
;

b) 
$$\frac{rs}{t} = \frac{\frac{2}{3} \times \left(-\frac{2}{5}\right)}{\frac{-3}{3}} = \frac{-\frac{4}{15}}{\frac{-3}{3}} = -\frac{4}{15} \times \frac{1}{-3} = \frac{4}{45}$$
;

c) 
$$\frac{st}{r} = \frac{\frac{-2}{5} \times (-3)}{\frac{2}{3}} = \frac{\frac{6}{5}}{\frac{2}{3}} = \frac{6}{5} \times \frac{3}{2} = \frac{2 \times 3 \times 3}{5 \times 2} = \frac{9}{5};$$

d) 
$$\frac{r}{\frac{s}{t}} = \frac{\frac{2}{3}}{\frac{2}{5}} = \frac{\frac{2}{3}}{\frac{2}{5} + \frac{2}{3}} = \frac{\frac{2}{3}}{\frac{2}{15}} = \frac{2}{3} \times \frac{15}{2} = \frac{2 \times 5 \times 3}{3 \times 2} = 5.$$

94 Aire du triangle : 
$$\frac{AH \times BC}{2} = \frac{\frac{30}{7} \times 6}{2} = \frac{\frac{180}{7}}{2}$$

$$= \frac{180}{7} \times \frac{1}{2} = \frac{90}{7}.$$
L'aire du triangle est  $\frac{90}{7}$  cm<sup>2</sup>

L'aire du triangle est  $\frac{90}{7}$  cm<sup>2</sup>.

L'aire du triangle est aussi :  $\frac{AC \times BK}{2} = \frac{5 \times BK}{2} = \frac{5}{2} \times BK$ .

On a donc: 
$$\frac{5}{2} \times BK = \frac{90}{7}$$
.

D'où: 
$$BK = \frac{20}{7}$$
:  $\frac{5}{2} = \frac{90}{7} \times \frac{2}{5} = \frac{5 \times 18 \times 2}{7 \times 5} = \frac{36}{7}$ .  
 $BK = \frac{36}{7}$  cm.

95 1) 
$$E = \frac{\frac{a}{2} \times 2 \times \frac{b}{3}}{2} - \frac{\frac{a}{4} \times \frac{b}{3}}{2} = \frac{\frac{2ab}{6}}{2} - \frac{\frac{ab}{12}}{2}$$

$$E = \frac{2ab}{6} \times \frac{1}{2} - \frac{ab}{12} \times \frac{1}{2} = \frac{2ab}{12} - \frac{ab}{24} = \frac{4ab}{24} - \frac{ab}{24} = \frac{3ab}{24} = \frac{ab}{8}.$$

L'aire du quadrilatère jaune est  $\frac{ab}{c}$ 

2) Aire du triangle de contour vert :  $\frac{ab}{2}$ 

$$\frac{\frac{ab}{8}}{\frac{ab}{2}} = \frac{ab}{8} \times \frac{2}{ab} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}.$$

L'aire du quadrilatère jaune est égale à un quart de l'aire du triangle de contour vert.

96 
$$E = \frac{\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}}{\frac{1}{n+1} - \frac{1}{n+2}} = \frac{\frac{n+1}{n(n+1) - n(n+1)}}{\frac{n+2}{(n+1)(n+2) - (n+1)(n+2)}}$$

$$E = \frac{\frac{n+1-n}{n(n+1)}}{\frac{n+2-n-1}{(n+1)(n+2)}} = \frac{\frac{1}{n(n+1)}}{\frac{1}{(n+1)(n+2)}}$$

$$E = \frac{1}{n(n+1)} \times (n+1)(n+2) = \frac{n+2}{n}.$$

**97** a) 
$$-\frac{1}{5} + \frac{-1}{5} = -\frac{2}{5}$$
; b)  $\frac{7}{12} - \frac{3}{4} = -\frac{1}{6}$ ;

c) 
$$\frac{-3}{8} \times \frac{-16}{9} = \frac{2}{3}$$
; d)  $\frac{3}{-2} : \frac{5}{7} = -\frac{21}{10}$ 

d) 
$$\frac{3}{-2}$$
:  $\frac{5}{7} = -\frac{21}{10}$ 

**98** a) 
$$\frac{2}{3} + \frac{1}{4} = \frac{11}{12}$$
; b)  $\frac{7}{15} - \frac{4}{5} = -\frac{1}{3}$ ; c)  $\frac{-49}{35} \times \frac{27}{-63} = \frac{3}{5}$ ; d)  $\frac{35}{24} : \frac{14}{-8} = \frac{5}{6}$ .

b) 
$$\frac{7}{15} - \frac{4}{5} = -\frac{1}{3}$$

c) 
$$\frac{-49}{35} \times \frac{27}{-63} = \frac{3}{5}$$

d) 
$$\frac{35}{24} : \frac{14}{-8} = \frac{5}{6}$$

99 a) 
$$A = 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2}}} = 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{\frac{2}{2} + \frac{1}{2}}} = 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{\frac{3}{2}}}$$

$$A = 1 + \frac{1}{1 + \frac{2}{3}} = 1 + \frac{1}{\frac{3}{3} + \frac{2}{3}} = 1 + \frac{1}{\frac{5}{3}} = 1 + \frac{3}{5} = \frac{5}{5} + \frac{3}{5} = \frac{8}{5};$$

b) 
$$B = \frac{1 + \frac{1}{1 - \frac{1}{3}}}{1 - \frac{1}{1 + \frac{1}{3}}} = \frac{1 + \frac{1}{\frac{3}{3} - \frac{1}{3}}}{1 - \frac{1}{\frac{3}{3} + \frac{1}{3}}} = \frac{1 + \frac{1}{\frac{2}{3}}}{1 - \frac{1}{\frac{4}{3}}} = \frac{\frac{2}{2} + \frac{3}{2}}{1 - \frac{3}{4}} = \frac{\frac{5}{2}}{\frac{4}{4} - \frac{3}{4}} = \frac{\frac{5}{2}}{\frac{1}{4}}$$

$$B = \frac{5}{2} \times 4 = 10.$$

# DEVOIR A LA MAISON

1) a) 
$$M = \frac{2}{5} - \frac{4}{3} + \frac{7}{2} = \frac{12}{30} - \frac{40}{30} + \frac{105}{30} = \frac{77}{30}$$
;  
b)  $N = \frac{2}{3} - \frac{5}{3} \times \frac{3}{2} = \frac{2}{3} - \frac{15}{6} = \frac{4}{6} - \frac{15}{6} = -\frac{11}{6}$ ;

b) 
$$N = \frac{2}{3} - \frac{5}{3} \times \frac{3}{2} = \frac{2}{3} - \frac{15}{6} = \frac{4}{6} - \frac{15}{6} = -\frac{11}{6}$$

b) 
$$N = \frac{1}{3} - \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{3} - \frac{1}{6} = \frac{1}{6} - \frac{1}{6} = \frac{1}{6}$$
,  
c)  $L = \left(\frac{-7}{4} + \frac{1}{2}\right) : \left(\frac{2}{7} + \frac{1}{4}\right) = \left(\frac{-7}{4} + \frac{2}{4}\right) : \left(\frac{8}{28} + \frac{7}{28}\right) = \frac{-5}{4} : \frac{15}{28}$ 

$$= \frac{-5}{4} \times \frac{28}{15} = -\frac{5 \times 7 \times 4}{4 \times 3 \times 5} = -\frac{7}{3};$$

d) 
$$P = \frac{\frac{-28}{5}}{-21} = \frac{-28}{5} \times \frac{1}{-21} = \frac{7 \times 4 \times 1}{5 \times 3 \times 7} = \frac{4}{15}$$
.  
2) a) L'inverse du nombre  $M \operatorname{est} \frac{30}{77}$ .

b) L'opposé du nombre N est  $\frac{11}{6}$ .

3) a) 
$$M - N = \frac{77}{30} - \left(-\frac{11}{6}\right) = \frac{77}{30} + \frac{55}{30} = \frac{132}{30} = \frac{4 \times 11 \times 3}{3 \times 2 \times 5}$$
  
=  $\frac{22}{5}$ ;

b) 
$$N \times L = -\frac{11}{6} \times \left(-\frac{7}{3}\right) = \frac{77}{18}$$
;

c) 
$$M: N = \frac{77}{30}: \left(-\frac{11}{6}\right) = \frac{77}{30} \times \left(-\frac{6}{11}\right) = -\frac{11 \times 7 \times 6}{5 \times 6 \times 11} = -\frac{7}{5}$$

101 1) 
$$\frac{1}{3} + \frac{1}{5} = \frac{5}{15} + \frac{3}{15} = \frac{8}{15}$$
.

M. Leblanc et Mme Lenoir ont obtenu  $\frac{8}{15}$  des voix. Il reste  $\frac{7}{15}$ .

$$\frac{3}{7} \times \frac{7}{15} = \frac{3 \times 7}{7 \times 3 \times 5} = \frac{1}{5}$$

Mlle Lerouge a obtenu  $\frac{1}{5}$  des voix.

2) 
$$1 - \left(\frac{8}{15} + \frac{1}{5}\right) = 1 - \left(\frac{8}{15} + \frac{3}{15}\right) = 1 - \frac{11}{15} = \frac{15}{15} - \frac{11}{15} = \frac{4}{15}$$

M. Levert a obtenu  $\frac{4}{15}$  des voix.

3) 
$$1228 : \frac{4}{15} = 1228 \times \frac{15}{4} = 4605$$
.  
Le nombre de votants est 4605.

4) 
$$\frac{1}{3} \times 4605 = 1535$$
.

M. Leblanc a obtenu 1535 voix.

$$\frac{1}{5}$$
 × 4605 = 921.

Mme Lenoir et Mlle Lerouge ont obtenu 921 voix chacune.

# CHERCHE

102 L'aire du triangle BOD est égale à  $\frac{1}{8}$  de l'aire du trapèze ABCD.

 $7 \times 0 = 0$ . On en déduit que  $27457 \times 5831760$  se termine par 0.

 $5 \times 5 = 25$ . On en déduit que  $1898875 \times 84325$  se termine par 5.

On peut alors dire que  $27457 \times 5831760 \neq 1898875$ 

104 Chaque fois que le pédalier fait un tour, la roue fait  $\frac{53}{14}$  tours. Quand la roue fait un tour, le vélo parcourt

Chap. 2 - Nombres relatifs en écriture fractionnaire

le périmètre de la roue, soit  $\pi \times D$ , où D désigne le diamètre de la roue.

On a donc : 
$$\frac{53}{14} \times \pi \times D = 8,08$$
.

D'où : 
$$D = 8.08 : \left(\frac{53}{14} \times \pi\right)$$
.

D'où :  $D=8.08: \left(\frac{53}{14} \times \pi\right)$ .  $D\approx 0.68$  m. Le diamètre de la roue est environ 68 cm.

# > J'utilise la calculatrice

105 a) 
$$A = -\frac{59}{56}$$
; b)  $B = -\frac{1}{3}$ ; c)  $C = \frac{9}{5}$ ; d)  $D = -12$ ; e)  $E = -\frac{3}{4}$ .

b) 
$$B = -\frac{1}{3}$$
;

c) 
$$C = \frac{9}{5}$$
;

d) 
$$D = -12$$
;

e) 
$$E = -\frac{3}{4}$$

# > Je découvre le monde des mathématiques

Voir les corrigés détaillés dans le livre élève, page 299.

des nombres relatifs non nuls.

# Programme de la classe de quatrième

### COMPÉTENCE

Comprendre les notations  $a^n$  et  $a^{-n}$  et savoir les utiliser sur des exemples numériques, pour des exposants très simples et pour des égalités telles que :  $a^2 \times a^3 = a^5$ ;  $(ab)^2 = a^2 b^2$ ;  $\frac{a^2}{b^5} = a^{-3}$  où a et b sont

### Commentaires

Cette rubrique ne doit pas donner lieu à des calculs artificiels sur les puissances entières d'un nombre relatif. Pour des nombres autres que 10, seuls des exposants simples sont utilisés. Les résultats sont obtenus en s'appuyant sur la signification de la notation puissance et non par l'application de formules.

### COMPÉTENCE

Utiliser sur des exemples numériques les égalités :  $10^m \times 10^n = 10^{n+m}$ ;  $\frac{1}{10^n} = 10^{-n}$ ;  $(10^m)^n = 10^{m+n}$  où m et n sont des entiers relatifs.

### Commentaires

En liaison avec les sciences expérimentales, en particulier avec la physique, qui abordent le domaine microscopique d'une part, l'échelle astronomique d'autre part, les activités insistent sur l'usage des puissances de 10. À cet effet, les élèves utilisent largement la calculatrice dont ils doivent maîtriser l'utilisation des touches correspondantes.

### **COMPÉTENCES**

- Sur des exemples numériques, écrire un nombre décimal sous différentes formes faisant intervenir des puissances de 10.
- Utiliser la notation scientifique pour obtenir un encadrement ou un ordre de grandeur du résultat d'un calcul.

### Commentaires

Par exemple, le nombre 25 698,236 peut se mettre sous la forme : 2,569 823 6  $\times$  10<sup>4</sup> ou 25 698 236  $\times$  10<sup>-3</sup> ou 25,698 236  $\times$  10<sup>3</sup>.

# Programme de la classe de cinquième

Seules les notations  $a^2$  et  $a^3$  ont été introduites.

# Programme de la classe de troisième

### **COMPÉTENCE**

Connaître dans le cadre général et utiliser sur des exemples les égalités :

$$a^m.a^n = a^{m+n}; \frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}; (a^m)^n = a^{mn};$$
  
 $(ab)^n = a^nb^n; \left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}; \text{ où } a \text{ et } b \text{ sont des nombres}$   
non nuls et  $m$  et  $n$  des entiers relatifs.

### Commentaires

Les compétences en matière de calcul sur les puissances, notamment les puissances de dix, déjà travaillées en 4<sup>e</sup> sur des exemples numériques simples, sont à consolider. Comme en 4<sup>e</sup>, ces résultats sont construits et retrouvés, si besoin est, en s'appuyant sur la signification de la notation puissance qui reste l'objectif prioritaire. La mémorisation de ces égalités est favorisée par l'entraînement à leur utilisation en calcul mental.

# En résumé

- → En classe de 5<sup>e</sup>, les élèves ont utilisé les notations a<sup>2</sup> et a<sup>3</sup> dans les formules de calcul d'aire ou de volume.
- → En classe de 4<sup>e</sup>, sont définies les puissances entières d'un nombre relatif dans le cas où l'exposant est positif, puis dans le cas où l'exposant est négatif. Des règles de calcul sont établies uniquement pour des puissances de 10.

Les règles 
$$a^m a^n = a^{m+n}$$
;  $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$ ;  $(a^m)^n = a^{mn}$ ;

$$(ab)^n = a^n b^n$$
;  $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$  relèvent du programme de 3<sup>e</sup>.

Les élèves peuvent effectuer des calculs, dans le cas d'exposant simples, en utilisant les définitions.

Les élèves utilisent les écritures la forme  $a \times 10^n$  et notamment l'écriture scientifique.

L'utilisation de ces écritures pour obtenir des encadrements sera traitée dans le chapitre 6 : « Ordre et opérations ».

Chap. 3 - Puissances

### ACTIVITÉ D'OUVERTURE

### COMMENTAIRES

Le but de l'activité est de mettre en évidence la nécessité d'introduire d'autres écritures pour les grands nombres ou les nombres proches de 0.

### CORRIGÉ

- 1) Les nombres écrits dans le texte sont longs à écrire et difficiles à lire.
- 2) 0,000005 m = 0,005 mm et 0,00012 m = 0,12 mm.



### (1) JE DÉCOUVRE

### Je découvre la notation puissance

Objectif	Découvrir la notation puissance dans le cas où l'exposant est positif.
Pré requis	Vocabulaire lié à la multiplication.
Paragraphe introduit	Puissances d'un nombre relatif :     exposant entier positif     a) Définition

### COMMENTAIRES

Cette activité met en évidence la nécessité d'introduire la notation puissance dans le cas où l'exposant est positif. Elle explique le principe de cette nouvelle notation.

### CORRIGÉ

- 1) a) On compte 2 facteurs. Ils sont égaux à 5.
- b) « 5 × 5 est le produit de 2 facteurs égaux à 5. »
- 2) a) On compte 9 facteurs. Ils sont égaux à 5.
- b)  $5 \times 5 \times 5$  est le produit de 9 facteurs égaux à 5.
- b) Cette écriture est longue à écrire et difficile à lire.
- **4)** 5<sup>242</sup>
- 5)  $(-2)^{16}$



### (2) JE DÉCOUVRE

### J'énonce une propriété des puissances de 10

Objectif	Découvrir le cas particulier des puissances de 10 dans le cas où l'exposant est positif.	
Pré requis	Définition des puissances entières d'un nombre positif dans le cas où l'exposant est positif.	
Paragraphe introduit	Puissances d'un nombre relatif : exposant entier positif     Puissance de 10	

### COMMENTAIRES

L'activité montre le lien entre la notation puissance et l'écriture décimale pour les puissances de 10 à exposant positif.

### CORRIGÉ

- 1) 10<sup>2</sup> est le produit de 2 facteurs égaux à 10; donc :  $10^2 = 10 \times 10 = 100.$
- 2) a)  $10^4 = 10 \times 10 \times 10 \times 10 = 10000$ .
- b) L'écriture décimale de 10<sup>4</sup> est 10000. Elle est composée de un 1 et de quatre 0.
- 3)  $10^{21} = 100000000000000000000000$ .
- 4)  $1000000 = 10^6$  et  $1000000000 = 10^9$ .

# 3) JE DÉCOUVRE

### Je découvre les exposants négatifs

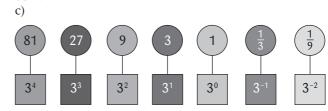
Objectif	Découvrir la notation puissance dans le cas où l'exposant est négatif.	
Pré requis	Définition des puissances entières d'un nombre positif dans le cas où l'exposant est positif. Inverse d'un nombre non nul.	
Paragraphe introduit	2) Puissances d'un nombre relatif : exposant entier négatif a) Définition	

### COMMENTAIRES

Cette activité fait le lien entre la notion d'inverse d'un nombre non nul et les exposants négatifs.

### CORRIGÉ

- 1) Pour chacune des trois pièces, les deux nombres sont égaux.
- 2) a) On passe d'un nombre inscrit sur un disque au nombre inscrit sur le disque suivant en divisant par 3.
- b) On passe d'un nombre inscrit sur un carré au nombre inscrit sur le carré suivant en diminuant l'exposant de 1.



- 3) a)  $3 = 3^1$ . On retrouve le cas particulier  $a^1 = a$ .
- b)  $1 = 3^{\circ}$ . On retrouve la convention  $a^{\circ} = 1$ .
- c) L'inverse de 3 est  $\frac{1}{3}$  . On a :  $\frac{1}{3}$  = 3<sup>-1</sup>. L'inverse de 3 peut donc s'écrire 3<sup>-1</sup>.
- d) L'inverse de  $3^2$  est  $\frac{1}{3^2} = \frac{1}{9}$ . On a  $\frac{1}{9} = 3^{-2}$ . L'inverse de
- $3^2$  peut donc s'écrire  $3^{-2}$ .  $3^{-2} = \frac{1}{3^2}$ .

### J'écris un nombre décimal sous différentes formes

Objectif	Montrer qu'un nombre décimal admet plusieurs écritures de la forme $a \times 10^{\rm n}$ .
Pré requis	Puissances de 10.
Paragraphe introduit	3) Écriture scientifique d'un nombre décimal

### COMMENTAIRES

Cette activité permet de mettre en évidence les particularités de l'écriture scientifique par rapport aux autres écritures de la forme  $a \times 10^n$ .

### CORRIGÉ

2) Cette écriture est le produit d'un nombre décimal à un seul chiffre non nul avant la virgule et d'une puissance de 10.

### JE DÉCOUVRE

### J'énonce des règles de calcul avec les puissances de 10

Objectif	Conjecturer les règles de calcul avec les puissances de 10.		
Pré requis	Puissances de 10.		
Paragraphe introduit	Calculer avec des puissances     Règles de calcul		

### COMMENTAIRES

Cette activité permet de mettre en évidence les règles de calcul avec les puissances de 10 à partir d'exemples. Les démonstrations sont possibles dans le cas général (pour *n* et *p* entiers relatifs).

### CORRIGÉ

### A: Produit

1) a)  $10^2 \times 10^3 = 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 = 10^5$ ;

b) 
$$10^{2} \times 10^{-5} = 10^{2} \times \frac{1}{10^{5}} = 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10$$
;  

$$= \frac{10 \times 10 \times 1}{10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10} = \frac{1}{10^{3}} = 10^{-3}.$$
2)  $10^{-3} \times 10^{4} = \frac{1}{10^{3}} \times 10^{4} = \frac{1}{10 \times 10 \times 10} \times 10 \times 10 \times 10$ 

$$= \frac{10 \times 10 \times 10 \times 10}{10 \times 10 \times 10} = 10.$$

$$10^{-2} \times 10^{-4} = \frac{1}{10^{2}} \times \frac{1}{10^{4}} = \frac{1}{10 \times 10} \times \frac{1}{10 \times 10 \times 10 \times 10}$$

$$= \frac{1}{10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10} = \frac{1}{10^{6}} = 10^{-6}.$$

$$= \frac{1}{10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10} = \frac{1}{10^6} = 10^{-6}$$

3)  $10^n \times 10^p = 10^{n+p}$ .

### **B**: Quotient

1) a) 
$$\frac{10^5}{10^2} = \frac{10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10}{10 \times 10} = 10^3$$

1) a) 
$$\frac{10^5}{10^2} = \frac{10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10}{10 \times 10} = 10^3;$$
  
b)  $\frac{10^{-3}}{10^2} = 10^{-3} \times \frac{1}{10^2} = \frac{1}{10^3} \times \frac{1}{10^2} = \frac{1}{10 \times 10 \times 10} \times \frac{1}{10 \times 10} = \frac{1}{10^5} = 10^{-5}.$ 

2) 
$$\frac{10^3}{10^5} = \frac{10 \times 10 \times 10}{10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10} = \frac{1}{10 \times 10} = 10^{-2}$$
.

$$\frac{10^{-4}}{10^{-2}} = \frac{\frac{1}{10^{4}}}{\frac{1}{10^{2}}} = \frac{1}{10^{4}} \times \frac{10^{2}}{1} = \frac{1}{10 \times 10 \times 10 \times 10} \times \frac{10 \times 10}{1}$$
$$= \frac{1}{10 \times 10} = 10^{-2}.$$

$$\frac{10^5}{10^{-3}} = \frac{10^5}{\frac{1}{10^3}} = 10^5 \times 10^3 = 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10$$

$$\times 10 = 10^8$$
.

$$3)\,\frac{10^n}{10^p}=10^{n-p}.$$

### C: Puissance d'une puissance

1) a) 
$$(10^2)^3 = 10^2 \times 10^2 \times 10^2$$

1) a) 
$$(10^2)^3 = 10^2 \times 10^2 \times 10^2$$
  
=  $10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 = 10^6$ .

1) a) 
$$(10^2)^3 = 10^2 \times 10^2 \times 10^2$$
  
 $= 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 = 10^6$ .  
b)  $(10^3)^{-2} = \frac{1}{(10^3)^2} = \frac{1}{10^3 \times 10^3} = \frac{1}{10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10}$   
 $= \frac{1}{10^6} = 10^{-6}$ .

2) 
$$(10^{-4})^2 = 10^{-4} \times 10^{-4} = \frac{1}{10 \times 10 \times 10 \times 10} \times \frac{1}{10 \times 10 \times 10 \times 10}$$

$$(10^{-2})^{-3} = \frac{1}{(10^{-2})^3} = \frac{1}{10^{-2} \times 10^{-2} \times 10^{-2}} = \frac{1}{10^{-2}} \times \frac{1$$

 $= 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 = 10^6$ .

3)  $(10^n)^p = 10^{n \times p}$ .

# Savoir-faire

# 1 Utiliser les règles de calcul des puissances de 10

a) 
$$10^4 \times 10^2 = 10^6$$
;  
c)  $10^5 \times 10^0 = 10^5$ ;

e)  $10^7 \times 10 \times 10^2 = 10^{10}$ .

b) 
$$10^3 \times 10^2 = 10^5$$
;

d) 
$$10^3 \times 10^4 \times 10^2 = 10^9$$
;

2 a) 
$$10^{-2} \times 10^{-3} = 10^{-5}$$
;

b) 
$$10^5 \times 10^{-2} = 10^3$$
;

c) 
$$10^2 \times 10^{-3} = 10^{-1}$$
;  
e)  $10^{-2} \times 10^{-3} \times 10^7 = 10^2$ .

d) 
$$10^{-4} \times 10^{4} = 10^{0}$$
;

Chap. 3 - Puissances

b) 
$$\frac{10^7}{10^3} = 10^4$$
;

c) 
$$\frac{10}{10} = 10^3$$
;

c) 
$$\frac{10^4}{10} = 10^3$$
; d)  $\frac{1}{10^6} = 10^{-6}$ ;  
e)  $\frac{10^5}{10^9} = 10^{-4}$ ; f)  $\frac{10^8}{10^8} = 10^0$ .

e) 
$$\frac{10^5}{10^9} = 10^{-4}$$

f) 
$$\frac{10^8}{10^8} = 10^0$$
.

4 a) 
$$\frac{10^{-3}}{10^4} = 10^{-7}$$
; b)  $\frac{10^{-5}}{10^3} = 10^{-8}$ ; c)  $\frac{10^2}{10^{-1}} = 10^3$ ; d)  $\frac{1}{10^{-5}} = 10^5$ ; e)  $\frac{10^{-6}}{10^{-2}} = 10^{-4}$ ; f)  $\frac{10^{-4}}{10^{-7}} = 10^3$ .

b) 
$$\frac{10^{-5}}{10^3} = 10^{-8}$$
;

c) 
$$\frac{10^2}{10^{-1}} = 10^3$$
;

d) 
$$\frac{1}{10^{-5}} = 10^5$$
;

e) 
$$\frac{10^{-6}}{10^{-2}} = 10^{-4}$$

f) 
$$\frac{10^{-4}}{10^{-7}} = 10^3$$

**5** a) 
$$(10^4)^2 = 10^8$$
; b)  $(10^3)^5 = 10^{15}$ ;

b) 
$$(10^3)^5 = 10^{15}$$
;

c) 
$$(10^2)^0 = 10^0$$
;

d) 
$$(10^0)^5 = 10^0$$
;

e) 
$$(10^7)^1 = 10^7$$
;

f) 
$$(10^1)^6 = 10^6$$
.

6 a) 
$$(10^{-2})^3 =$$

6 a) 
$$(10^{-2})^3 = 10^{-6}$$
; b)  $(10^3)^{-4} = 10^{-12}$ ;

c) 
$$(10^{-4})^{-2} = 10^8$$
;

d) 
$$(10^0)^{-7} = 10^0$$

e) 
$$(10^{-2})^{-1} = 10^2$$
;

f) 
$$(10^{-4})^0 = 10^0$$
.

7 a) 
$$\frac{10^2 \times 10^3}{10^4} = 10^1$$
; b)  $\frac{10^{-5} \times 10^7}{10^3} = 10^{-1}$ ; c)  $\frac{10^{-2} \times 10^{-2}}{10} = 10^{-5}$ ; d)  $\frac{10^6 \times 10^{-7}}{10^{-5}} = 10^4$ .

b) 
$$\frac{10^{-5} \times 10^7}{10^3} = 10^{-1}$$
;

c) 
$$\frac{10^{-2} \times 10^{-2}}{10} = 10^{-5}$$

d) 
$$\frac{10^6 \times 10^{-7}}{10^{-5}} = 10^4$$

8 a) 
$$\frac{10^6}{10^4 \times 10^7} = 10^{-5}$$
; b)  $\frac{10^{-2}}{10^4 \times 10^{-3}} = 10^{-3}$ ;  
c)  $\frac{10^{-1}}{10^{-5} \times 10^5} = 10^{-1}$ ; d)  $\frac{10^8}{10^3 \times 10^{-12}} = 10^{17}$ .

b) 
$$\frac{10^{-2}}{10^4 \times 10^{-3}} = 10^{-3}$$
;

c) 
$$\frac{10^{-1}}{10^{-5} \times 10^5} = 10^{-1}$$

d) 
$$\frac{10^8 \times 10^8}{10^3 \times 10^{-12}} = 10^{17}$$

9 a) 
$$\frac{10^3 \times 10^{-4}}{10^{-2} \times 10^5} = 10^{-4}$$
; b)  $\frac{10 \times 10^{-5}}{10^4 \times 10^2} = 10^{-10}$ ; c)  $\frac{10^{-5} \times 10^{-1}}{10^3 \times 10^{-7}} = 10^{-2}$ ; d)  $\frac{10^7 \times 10^6}{10^{-1} \times 10^{-8}} = 10^{22}$ .

b) 
$$\frac{10 \times 10^{-5}}{10^4 \times 10^2} = 10^{-10}$$
;

c) 
$$\frac{10^{-5} \times 10^{-1}}{10^3 \times 10^{-7}} = 10^{-2}$$

d) 
$$\frac{10^7 \times 10^6}{10^{-1} \times 10^{-8}} = 10^{22}$$
.

10 a) 
$$\frac{(10^5)^2}{10^4 \times 10^9} = 10^{-3}$$
;

b) 
$$\frac{10^{-3} \times 10^8}{(10^3)^{-3}} = 10^{14}$$
;

c) 
$$\frac{10^2 \times (10^3)^2}{10^{-2} \times 10^5} = 10^5$$

$$\begin{array}{lll} \textbf{10} & a) \; \frac{(10^5)^2}{10^4 \times 10^9} = 10^{-3}; & b) \; \; \frac{10^{-3} \times 10^8}{(10^3)^{-3}} = 10^{14}; \\ c) \; \frac{10^2 \times (10^3)^2}{10^{-2} \times 10^5} = 10^5; & d) \; \frac{10^2 \times 10^{-7} \times 10}{10^3 \times (10^{-2})^4} = 10^1. \end{array}$$

11 a) 
$$10^5 \times 10^9 = 10^{14}$$
; b)  $10^7 : 10^{-3} = 10^{10}$ ;

b) 
$$10^7 \cdot 10^{-3} = 10^{10}$$

c) 
$$(10^{10})^3 = 10^{30}$$
;

d) 
$$1: (10^8)^2 = 10^{-16}$$
.

# 2 Utiliser l'écriture scientifique d'un nombre

12 a) 
$$7500000 = 7.5 \times 10^6$$
;

- b)  $-254\,100 = -2,541 \times 10^5$ ;
- c)  $10000 = 1 \times 10^4$ ;
- d)  $0.000054 = 5.4 \times 10^{-5}$ ;
- e)  $-0.00004 = -4 \times 10^{-5}$ ; f)  $0.0000001 = 1 \times 10^{-7}$ .

13 a) 
$$69\,007\,000 = 6,900\,7 \times 10^7;$$

- b)  $2004 = 2,004 \times 10^3$ ;
- c)  $-80\,000 = -8 \times 10^4$ ;
- d)  $-0.001006 = -1.006 \times 10^{-3}$ ;
- e)  $0.00065 = 6.5 \times 10^{-4}$ ;
- f)  $0.00000002 = 2 \times 10^{-7}$ .

14 a) 
$$35 \times 10^2 = 3.5 \times 10^3$$
;

- b)  $-540 \times 10^4 = -5.4 \times 10^6$ ;
- c)  $0.012 \times 10^3 = 1.2 \times 10^1$ ;
- d)  $42 \times 10^{-1} = 4.2 \times 10^{0}$ ;
- e)  $-257 \times 10^{-3} = -2.57 \times 10^{-1}$ ;
- f)  $0.4 \times 10^{-5} = 4 \times 10^{-6}$ .

15 a) 
$$1.5 \times 10^4 \times 3 \times 10^5 = 4.5 \times 10^9$$
;

- b)  $1.2 \times 10^7 \times 4 \times 10^6 = 4.8 \times 10^{13}$ ;
- c)  $-6 \times 10^2 \times 5 \times 10^{-8} = -30 \times 10^{-6} = -3 \times 10^{-5}$ ;
- d)  $11 \times 10^{-4} \times 25 \times 10^{12} = 275 \times 10^{8} = 2,75 \times 10^{10}$ ;
- e)  $-7 \times 10^{-5} \times (-9) \times 10^{-3} = 63 \times 10^{-8} = 6.3 \times 10^{-7}$ ;
- f)  $6 \times 10^{-1} \times 0.5 \times 10 = 3 \times 10^{0}$ .

16 a) 
$$\frac{15 \times 10^7}{5 \times 10^4} = 3 \times 10^3$$
;

b) 
$$\frac{16 \times 10^2}{-4 \times 10^6} = -4 \times 10^{-4}$$

c) 
$$\frac{19 \times 10^{-7}}{4 \times 10^{-2}} = 4,75 \times 10^{-5}$$
;

16 a) 
$$\frac{15 \times 10^7}{5 \times 10^4} = 3 \times 10^3$$
;  
b)  $\frac{16 \times 10^2}{-4 \times 10^6} = -4 \times 10^{-4}$ ;  
c)  $\frac{19 \times 10^{-7}}{4 \times 10^{-2}} = 4,75 \times 10^{-5}$ ;  
d)  $\frac{-4,5 \times 10^{-7}}{15 \times 10^2} = -0,3 \times 10^{-9} = -3 \times 10^{-10}$ ;  
e)  $\frac{-2 \times 10^{-3}}{8 \times 10^{-5}} = -0,25 \times 10^2 = -2,5 \times 10^1$ ;  
f)  $\frac{10^{-3}}{2 \times 10^5} = 0,5 \times 10^{-8} = 5 \times 10^{-9}$ .

e) 
$$\frac{-2 \times 10^{-3}}{8 \times 10^{-5}} = -0.25 \times 10^2 = -2.5 \times 10^1$$
;

f) 
$$\frac{10^{-3}}{2 \times 10^5} = 0.5 \times 10^{-8} = 5 \times 10^{-9}$$
.

17 a) 
$$\frac{0.3 \times 10^2 \times 5 \times 10^{-3}}{4 \times 10^{-4}} = 0.375 \times 10^3 = 3.75 \times 10^2$$

17 a) 
$$\frac{0.3 \times 10^2 \times 5 \times 10^{-3}}{4 \times 10^{-4}} = 0.375 \times 10^3 = 3.75 \times 10^2;$$
  
b)  $\frac{49 \times 10^3 \times 6 \times 10^{-10}}{14 \times 10^{-2}} = \frac{7 \times 7 \times 2 \times 3}{7 \times 2} \times 10^{-5} = 21 \times 10^{-5}$   
=  $2.1 \times 10^{-2}$ ;

c) 
$$\frac{5 \times 10^{-2} \times 7 \times 10^{5}}{2 \times 10^{7}} = 17,5 \times 10^{-4} = 1,75 \times 10^{-3};$$

c) 
$$\frac{3 \times 10^{-5} \times 10^{-3}}{2 \times 10^{7}} = 17.5 \times 10^{-4} = 1.75 \times 10^{-3};$$
  
d)  $\frac{21 \times 10^{-3} \times 16 \times 10^{7}}{12 \times 10^{2}} = \frac{3 \times 7 \times 4 \times 4}{3 \times 4} \times 10^{2} = 28 \times 10^{2}$   
=  $2.8 \times 10^{3}$ .

18 a) 
$$\frac{3 \times 10^2 \times 1,2 \times (10^{-3})^4}{0,2 \times 10^{-7}} = 18 \times 10^{-3} = 1,8 \times 10^{-2};$$
  
b)  $\frac{7 \times 10^3 \times 5 \times 10^5}{14 \times (10^2)^3} = \frac{7 \times 5}{7 \times 2} \times 10^2 = 2,5 \times 10^2;$   
c)  $\frac{12 \times 10^2 \times (10^{-2})^3}{8 \times 10^{-3}} = \frac{4 \times 3}{4 \times 2} \times 10^{-1} = 1,5 \times 10^{-1};$   
d)  $\frac{(-2) \times 10^{-3} \times 25 \times (10^2)^2}{50 \times 10^5 \times (-0,1) \times 10^{-3}} = \frac{1}{0,1} \times 10^{-1} = 1 \times 10^0.$ 

b) 
$$\frac{7 \times 10^3 \times 5 \times 10^5}{14 \times (10^2)^3} = \frac{7 \times 5}{7 \times 2} \times 10^2 = 2.5 \times 10^2$$

c) 
$$\frac{12 \times 10^2 \times (10^{-2})^3}{8 \times 10^{-3}} = \frac{4 \times 3}{4 \times 2} \times 10^{-1} = 1.5 \times 10^{-1}$$
;

d) 
$$\frac{(-2) \times 10^{-3} \times 25 \times (10^2)^2}{50 \times 10^5 \times (-0.1) \times 10^{-3}} = \frac{1}{0.1} \times 10^{-1} = 1 \times 10^0$$

### 1) $4500000 \times 3000000000 = 4.5 \times 10^6 \times 3 \times 10^9$ $= 13.5 \times 10^{15}$ .

2) Un ordre de grandeur de 4502383 × 3012854689 est

### 20 a) $-2.5 \times 10^9 \times 5 \times 10^{-7} = -12.5 \times 10^2 = -1250$ .

Un ordre de grandeur de  $-2554478000 \times 0,0000000497$ est -1 250:

b)  $4 \times 10^{-4}$ :  $4 \times 10^{6} = 1 \times 10^{-10}$ .

Un ordre de grandeur de 0,000351674: 4127000 est

c)  $56 \times 10^9 : 7 \times 10^{-5} = 8 \times 10^{14}$ .

Un ordre de grandeur de 55 997 320 000 : 0,000 068 est

d)  $25 \times 10^6 + 175 \times 10^6 = 200 \times 10^6 = 2 \times 10^8$ .

Un ordre de grandeur de 24925701 + 174587267 est

# Je m'entraine

### À l'oral

- 2<sup>152</sup> représente le produit de 252 facteurs égaux
- 22 a)  $7 \times 7 \times 7 = 7^3$ ;
- b)  $(-5) \times (-5) \times (-5) \times (-5) \times (-5) = (-5)^5$ ;
- c)  $15 \times 15 \times 15 \times 15 \times 15 \times 15 = 15^6$ ;
- d)  $2 \times 3 \times 2 \times 3 = 6^2$ .
- 23 a)  $2^3 = 8$ ;
- b)  $3^2 = 9$ ;
- c)  $4^3 = 64$ ;
- d)  $5^0 = 1$ ;
- e)  $0^5 = 0$ ;
- f)  $(-2)^3 = -8$ ;
- g)  $(-3)^4 = 81$ ;
- h)  $(-2)^4 = 16$ .
- **24** a)  $4 = 2^2$ ;
- b)  $9 = 3^2$ ;
- c)  $-8 = (-2)^3$ ;
- d)  $49 = 7^2$ ;
- e)  $27 = 3^3$ ;
- f)  $16 = 4^2 = 2^4$ ;
- g)  $-125 = (-5)^3$ .
- **25** a)  $(-2)^4$  est positif;
  - b)  $-2^4$  est négatif;
- c)  $(-2)^5$  est négatif;
- d) -2<sup>5</sup> est négatif; f)  $(-2)^{157}$  est négatif;
- e)  $(-2)^{154}$  est positif; g)  $(-2)^1$  est négatif;
- h)  $(-2)^0$  est positif.
- 26 a)  $10^3 = 1000$ ;
- b)  $10^5 = 100000$ ;
- c)  $10^7 = 100000000$ ;
- d)  $10^6 = 1000000$ ;
- e)  $10^9 = 10000000000$ .
- 27 a)  $100 = 10^2$ ;
- b)  $10000 = 10^4$ ;
- c)  $10000000 = 10^7$ ;
- d)  $10 = 10^1$ ;
- e)  $1 = 10^{\circ}$ ;
- f) un million =  $10^6$ .
- La notation  $2^{-18}$  représente l'inverse de  $2^{18}$ .
- **29** a)  $3^{-2} = \frac{1}{9}$ ; b)  $2^{-3} = \frac{1}{8}$ ;
- c)  $5^{-1} = \frac{1}{5}$ ; d)  $6^{-2} = \frac{1}{36}$ ;
- e)  $4^{-2} = \frac{1}{16}$ ; f)  $7^{-1} = \frac{1}{7}$ .
- **30** a)  $(-2)^{-2} = \frac{1}{4}$ ; b)  $(-3)^{-3} = -\frac{1}{27}$ ;
- c)  $(-5)^{-2} = \frac{1}{25}$ ; d)  $(-2)^{-1} = -\frac{1}{2}$ ;
- e)  $(-7)^{-1} = -\frac{1}{7}$ ; f)  $(-2)^{-3} = -\frac{1}{8}$ .
- 31 a)  $(-2)^{-2}$  est positif;
- b)  $-2^{-2}$  est négatif;
- c)  $(-2)^{-3}$  est négatif;
- d)  $2^{-3}$  est positif;
- e)  $(-2)^{-17}$  est négatif;
- f)  $(-2)^{-18}$  est positif.
- g)  $(-2)^{-1}$  est négatif;
- h)  $-2^{-1}$  est négatif.
- (32) a)  $10^{-2} = 0.01$ ;
  - b)  $10^{-4} = 0,0001$ ;
- c)  $10^{-6} = 0.000001$ ;
- d)  $10^{-7} = 0.00000001$ ;
- e)  $10^{-9} = 0.000000001$ .

- 33 a)  $0.1 = 10^{-1}$ ; c)  $0,00001 = 10^{-5}$ .
- b)  $0.001 = 10^{-3}$ ;
- 34 a)  $5200 = 5.2 \times 10^3$ ; b)  $460000 = 4.6 \times 10^5$ ;
  - d)  $0.79 = 7.9 \times 10^{-1}$ ;
- c)  $-145000 = -1.45 \times 10^5$ ;
- e)  $-0.005 \ 40 = -5.4 \times 10^{-3}$ ;
- f)  $0,0000000105 = 1,05 \times 10^{-7}$ .
- 35 a)  $3^2 \times 3^3 = 3^5$ ;
- b)  $2 \times 2^3 = 2^4$ ;
- c)  $4^3 \times 4^0 = 4^3$ ;
- e)  $\frac{3^4}{3^2} = 3^2$ ;
- d)  $5^{-1} \times 5^3 = 5^2$ ; f)  $\frac{2^2}{2^5} = 2^{-3}$ ;
- g)  $\frac{5}{5^4} = 5^{-3}$ ;
- h)  $2^2 \times 3^2 = 6^2$ .
- 36 a)  $2 \times 5^2 = 2 \times 25 = 50$ ;
- b)  $3 + 4^2 1 = 3 + 16 1 = 18$ ;
- c)  $(3+4)^2-1=7^2-1=49-1=48$ ;
- d)  $4 \times 3^2 4^2 = 4 \times 9 16 = 36 16 = 20$ ;
- e)  $10^2 : 5^2 + 2^0 = 100 : 25 + 1 = 4 + 1 = 5$ ; f)  $2^2 + 2^{-2} = 4 + \frac{1}{4} = \frac{16}{4} + \frac{1}{4} = \frac{17}{4}$ .
- 37 a)  $10^2 \times 10^3 = 10^5$ ;
  - b)  $10^5 \times 10^{-2} = 10^3$ ;
- c)  $10^3 \times 10^7 = 10^{10}$ ; e)  $10 \times 10^6 = 10^7$ ;
- d)  $10^{-3} \times 10^{-4} = 10^{-7}$ ; f)  $10^{-5} \times 10 = 10^{-4}$ .
- (38) a)  $\frac{10^7}{10^4} = 10^3$ ;
- b)  $\frac{10^3}{10^5} = 10^{-2}$ ; d)  $\frac{10^{-4}}{10^{-2}} = 10^{-2}$ ;
- c)  $\frac{10^{-2}}{10^3} = 10^{-5}$ ;
- e)  $\frac{10^{-1}}{10^{-5}} = 10^4$ ;
- f)  $\frac{10}{10^{-3}} = 10^4$ .
- 39 a)  $(10^2)^3 = 10^6$ ;
- b)  $(10^3)^2 = 10^6$ ;
- c)  $(10^5)^{-2} = 10^{-10}$ ; e)  $(10^{-2})^{-4} = 10^8$ ;
- d)  $(10^{-3})^4 = 10^{-12}$ ; f)  $(10^{-3})^{-5} = 10^{15}$ ;

- g)  $(10^0)^7 = 10^0$ ;
- h)  $(10^{-5})^0 = 10^0$ .

### **Exposant positif**

- 40 a)  $2^6 = 64$ ;
- b)  $(-3)^5 = -243$ ;
- c)  $7^3 = 343$ ;
- d)  $17^2 = 289$ ;
- e)  $(-5)^4 = 625$ ; g)  $(0.2)^2 = 0.04$ ;
- f)  $(-15)^0 = 1$ ; h)  $(-0.5)^3 = -0.125$ ;
- i)  $1^{15} = 1$ ; k)  $(-1)^{17} = -1$ ;
- j)  $(-1)^{16} = 1$ ; 1)  $0^{24} = 0$ .
- 41 a)  $\left(\frac{1}{4}\right)^3 = \frac{1}{64}$ ;
- b)  $\left(\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{9}{4}$ ;
- c)  $\left(-\frac{2}{5}\right)^3 = -\frac{8}{125}$ ; e)  $\left(\frac{7}{5}\right)^4 = \frac{2401}{625}$ ;
- d)  $\left(-\frac{1}{7}\right)^3 = -\frac{1}{343}$ ;

Le tableau à compléter est disponible sur le site www.hachette-education.com

	<u> </u>						
а	$a^0$	$a^1$	$a^2$	$a^3$	$a^4$		
3	1	3	9	27	81		
-4	1	-4	16	-64	256		
<u>2</u> 3	1	<u>2</u> 3	<u>4</u> 9	<u>8</u> 27	16 81		

Chap. 3 - Puissances

🗟 Hachette Livre 2007, Mathématiques 4º, collection PHARE, livre du professeur. La photocopie non autorisée est un déli

e)  $-\frac{1}{8} = \left(-\frac{1}{2}\right)^3$ .

44 a)  $36 = 6^2$ ; b)  $-32 = (-2)^5$ ; c)  $625 = (-5)^4$ ;

d)  $81 = 9^2 = 3^4$ ;

e)  $64 = 64^1 = 8^2 = 4^3 = 2^6$ .

a) cent; b) dix mille;

c) un million; d) cent millions;

e) dix milliards.

46 a)  $10^3$ ; b)  $10^5$ ;

c)  $10^6$ ; d)  $10^9$ ;

e)  $10^{12}$ .

### **Exposant négatif**

47 a)  $2^{-2} = \frac{1}{4}$ ; b)  $3^{-3} = \frac{1}{27}$ ;

c)  $(-4)^{-2} = \frac{1}{16}$ ;

d)  $(-11)^{-1} = -\frac{1}{11}$ ;

e)  $(-12)^{-2} = \frac{1}{144}$ ; g)  $(-0,2)^{-3} = -125$ ; i)  $(-1)^{-13} = -1$ ;

f)  $(0,1)^{-2} = 100$ ;

h)  $1^{-12} = 1$ ;

**48** a)  $\left(\frac{1}{3}\right)^{-1} = 3;$  b)  $\left(\frac{2}{5}\right)^{-2} = \frac{25}{4};$ 

c)  $\left(\frac{3}{4}\right)^{-3} = \frac{64}{27}$ ;

d)  $\left(-\frac{1}{6}\right)^{-2} = 36$ ;

e)  $\left(-\frac{7}{5}\right)^{-3} = -\frac{125}{343}$ .

Le tableau à compléter est disponible sur le site www.hachette-education.com

	_			
а	$a^{-1}$	a <sup>-2</sup>	a <sup>-3</sup>	$a^{-4}$
3	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{27}$	$\frac{1}{81}$
-4	$-\frac{1}{4}$	$\frac{1}{16}$	$-\frac{1}{64}$	$\frac{1}{256}$
$\frac{2}{3}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{9}{4}$	<u>27</u> 8	<u>81</u> 16

50 a)  $\frac{1}{25} = 5^{-2}$ ; b)  $-\frac{1}{27} = (-3)^{-3}$ ;

c)  $\frac{1}{81}$  = 9<sup>-2</sup> = 3<sup>-4</sup>;

e)  $0.000 \ 1 = 10^{-4}$ .

a) un dixième;

c) un millionième;

b) un millième; d) un cent-millionième;

e) un dix-milliardième.

**52** a)  $10^{-2}$ ;

b)  $10^{-5}$ ;

c)  $10^{-7}$ ;

d) 10<sup>-9</sup>.



Le tableau à compléter est disponible sur le site www.hachette-education.com

Puissance de 10	10-3	10-2	10-4	10 <sup>-5</sup>
Écriture décimale	0,001	0,01	0,000 1	0,000 01
Écriture fractionnaire	$\frac{1}{1000}$	$\frac{1}{100}$	$\frac{1}{10000}$	$\frac{1}{100000}$

### Écritures $a \times 10^n$

54 a)  $5.2 \times 10^3 = 5200$ ; b)  $-14.5 \times 10^4 = -145000$ ;

c)  $0.375 \times 10^6 = 375\,000$ ; d)  $67 \times 10^{-5} = 0.000\,67$ ;

e)  $-0.4 \times 10^{-2} = -0.004$ ;

f)  $0.15 \times 10^{-3} = 0.00015$ .

55 a)  $64710 = 64,71 \times 10^3 = 6471 \times 10^1$ ;  $64710 = 6,471 \times 10^4 = 0,6471 \times 10^5$ .

b)  $0.0048 = 48 \times 10^{-4} = 0.048 \times 10^{-1}$ ;  $0.0048 = 4.8 \times 10^{-3} = 0.00048 \times 10^{1}$ 

56 a)  $125470 = 125,47 \times 10^3 = 1,2547 \times 10^5$ ;  $125470 = 0.012547 \times 10^7 = 1254700 \times 10^{-1}$ .

b)  $0.00053 = 5.3 \times 10^{-4} = 530 \times 10^{-6}$ ;  $0,00053 = 0,053 \times 10^{-2} = 0,0000053 \times 10^{2}$ .

**57** a)  $15400000 = 1,54 \times 10^7 = 15,4 \times 10^6 = 154 \times 10^5$ ;

b)  $0.000987 = 987 \times 10^{-6} = 98.7 \times 10^{-5} = 9.87 \times 10^{-4}$ ;

c)  $-350\,000 = -3.5 \times 10^5 = -35 \times 10^4 = -350 \times 10^3$ ; d)  $-0.000\,005 = -5 \times 10^{-6} = -0.5 \times 10^{-5} = -0.05 \times 10^{-4}$ ;

e)  $70 = 70 \times 10^0 = 7 \times 10^1 = 0.7 \times 10^2$ ;

f)  $-3 = -3 \times 10^0 = -0.3 \times 10^1 = -0.03 \times 10^2$ .

### Calculer avec des puissances

58 a)  $2^4 \times 2^2 = 2^6$ ;

b)  $(-3)^2 \times (-3)^3 = (-3)^5$ ;

c)  $4 \times 4^3 = 4^4$ ;

d)  $5^3 \times 5^3 = 5^6$ ;

e)  $2^{-1} \times 2^3 = 2^2$ ;

f)  $3^{-3} \times 3^2 = 3^{-1}$ ;

g)  $4^{-2} \times 4^{-1} = 4^{-3}$ ; i)  $4^{-5} \times 4^2 = 4^{-3}$ .

h)  $(-5)^{-3} \times (-5)^0 = (-5)^{-3}$ ;

**59** a)  $\frac{2^5}{2^3} = 2^2$ ; b)  $\frac{3^2}{3^6} = 3^{-4}$ ;

c)  $\frac{(-4)^4}{-4} = (-4)^3$ ; d)  $\frac{5}{5^2} = 5^{-1}$ ; e)  $\frac{(-7)^2}{(-7)^3} = (-7)^{-1}$ ; f)  $\frac{6^0}{6^2} = 6^{-2}$ .

**60** a)  $5^2 \times 4^2 = 20^2$ ;

c)  $6^{-1} \times 7^{-1} = 42^{-1}$ ;

b)  $(-3)^3 \times 2^3 = (-6)^3$ ; d)  $4^{-3} \times 2^{-3} = 8^{-3}$ .

61 a)  $3^2 \times 4 = 9 \times 4 = 36$ ;

b)  $5 \times 2^4 = 5 \times 16 = 80$ ;

c)  $2^3 \times 3^2 = 8 \times 9 = 72$ ;

d)  $2^3 + 3^3 = 8 + 27 = 35$ ; e)  $7^2 - 4^3 = 49 - 64 = -15$ ;

f)  $6^2: 2^3 = 36: 8 = 4.5$ .



Le tableau à compléter est disponible sur le site www.hachette-education.com

х	y	$(x+y)^2$	$x^2 + y^2$
3	4	$(3+4)^2 = 7^2 = 49$	$3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25$
5	-2	9	29
-4	1	9	17
-3	-2	25	13

On remarque que  $(x + y)^2 \neq x^2 + y^2$ .

© Hachette Livre 2007, Mathématiques 4º, collection PHARE, livre du professeur. La photocopie non autorisée est un délii

Le tableau à compléter est disponible sur le site www.hachette-education.com

х	y	$(x \times y)^2$	$x^2 \times y^2$
3	4	$(3 \times 4)^2 = 12^2 = 144$	$3^2 \times 4^2 = 9 \times 16 = 144$
5	-2	100	100
-4	1	16	16
-3	-2	36	36

On remarque que les résultats des deux dernières colonnes sont les mêmes.

2) 
$$(x \times y)^2 = x \times y \times x \times y = x \times x \times y \times y = x^2 \times y^2$$
.

64 a) 
$$(-3)^2 + 6 \times 2^2 = 9 + 6 \times 4 = 9 + 24 = 33$$
;  
b)  $7^2 - 5^2 \times 2^3 = 49 - 25 \times 8 = 49 - 200 = -151$ ;  
c)  $(-0.4)^2 \times 10^3 - 5 \times 3^2 + (-3)^3 \times 2 = 0.16 \times 1000 - 5 \times 9$ 

### Calculer avec des puissances de 10

65 a) 
$$10^2 + 10^{-2} = 100 + 0.01 = 100.01$$
;

b) 
$$10^2 - 10^{-2} = 100 - 0.01 = 99.99$$
;

 $+(-27) \times 2 = 160 - 45 - 54 = 61.$ 

c) 
$$10^2 \times 10^{-2} = 10^0 = 1$$
;

d) 
$$10^2 : 10^{-2} = 10^4 = 10000$$
.

(66) a) 
$$A \times B = 3 \times 10^4 \times 2 \times 10^3 = 6 \times 10^7$$
;  
b)  $A : B = \frac{3 \times 10^4}{2 \times 10^3} = 1,5 \times 10 = 15$ ;

b) 
$$A: B = \frac{3 \times 10^4}{2 \times 10^3} = 1.5 \times 10 = 15$$

c) 
$$A + B = 3 \times 10^4 + 2 \times 10^3 = 30000 + 2000 = 32000$$
;

d) 
$$A - B = 3 \times 10^4 - 2 \times 10^3 = 30000 - 2000 = 28000$$
.

67 a) 
$$10^2 \times 10^3 = 10^5$$
;

b) 
$$10^{-5} \times 10^{-2} = 10^{-7}$$
;

c) 
$$10^{-3} \times 10^{5} = 10^{2}$$
;

d) 
$$10^{-9} \times 10^4 = 10^{-5}$$
;

e) 
$$10^{-7} \times 10^4 = 10^{-3}$$
;

f) 
$$10^{-8} \times 10^8 = 1$$
.

68 a) 
$$\frac{10^5}{10^3} = 10^2$$
;

b) 
$$\frac{10^7}{10^3} = 10^4$$
;

c) 
$$\frac{10^{-1}}{10^2} = 10^{-3}$$
;  
e)  $\frac{10^{-2}}{10^3} = 10^{-5}$ ;

b) 
$$\frac{10^7}{10^3} = 10^4$$
;  
d)  $\frac{10^{-3}}{10^{-2}} = 10^{-1}$ ;  
f)  $\frac{10^1}{10^{-2}} = 10^3$ .

e) 
$$\frac{10^{-2}}{10^3} = 10^{-5}$$

f) 
$$\frac{10^1}{10^{-2}} = 10^3$$

69 a) 
$$(10^3)^2 = 10^6$$
;

b) 
$$(10^3)^4 = 10^{12}$$
;

c) 
$$(10^{-2})^5 = 10^{-10}$$
;

d) 
$$(10^4)^{-2} = 10^{-8}$$
;

e) 
$$(10^{-4})^{-5} = 10^{20}$$
;

f) 
$$(10^{-7})^{-1} = 10^{7}$$
.

70 a) 
$$3 \times 10^2 \times 10^3 = 3 \times 10^5 = 300000$$
;

b) 
$$-4 \times 0.2 \times 10^3 = -0.8 \times 10^3 = -800$$
;

c) 
$$5 \times 10^9 \times (-6) \times 10^{-7} = -30 \times 10^2 = -3000$$
;

d) 
$$2.4 \times 10^{-2} \times 15 \times 10^{-3} = 36 \times 10^{-5} = 0.00036$$
;

e) 
$$12 \times 10^{-1} \times 3 \times 10^{-2} = 36 \times 10^{-3} = 0,036$$
;  
f)  $7 \times 10^{-12} \times 0,8 \times 10^{12} = 5,6 \times 10^{0} = 5,6$ .

f) 
$$7 \times 10^{-12} \times 0.8 \times 10^{12} = 5.6 \times 10^{0} = 5.6$$
.

71 a) 
$$\frac{2 \times 10^8}{4 \times 10^5} = 0.5 \times 10^3 = 500$$

71 a) 
$$\frac{2 \times 10^8}{4 \times 10^5} = 0.5 \times 10^3 = 500;$$
  
b)  $\frac{3 \times 10^3}{12 \times 10^5} = 0.25 \times 10^{-2} = 0.0025;$ 

c) 
$$\frac{6 \times 10^3}{0.3 \times 10^4} = 20 \times 10^{-1} = 2;$$

d) 
$$\frac{0.3 \times 10^4}{12 \times 10^{-1}} = -1.75 \times 10^{-3} = -0.00175;$$
  
e)  $\frac{-10 \times 10^{-3}}{12 \times 10^{-3}} = -0.4 \times 10^1 = -4;$ 

e) 
$$\frac{-10 \times 10^{-3}}{25 \times 10^{-4}} = -0.4 \times 10^{1} = -4;$$

f) 
$$\frac{25 \times 10^{-4}}{36 \times 10^{-12}} = 1.8 \times 10^{-2} = 0.018.$$

72 a) 
$$\frac{3 \times 10^5 \times 5 \times 10^3}{20 \times 10^6} = \frac{3 \times 5}{4 \times 5} \times \frac{10^5 \times 10^8}{10^6} = 0.75 \times 10^2 = 75;$$

b) 
$$\frac{1,2 \times 10^{-2} \times 7 \times 10}{21 \times 10^{2}} = \frac{1,2 \times 7}{3 \times 7} \times \frac{10^{-2} \times 10}{10^{2}}$$
$$= 0,4 \times 10^{-3} = 0,0004;$$

c) 
$$\frac{39 \times 10^7 \times 4 \times 10^8}{26 \times 10^{12}} = \frac{13 \times 3 \times 2 \times 2}{13 \times 2} \times \frac{10^7 \times 10^8}{10^{12}}$$
$$= 6 \times 10^3 = 6000;$$

d) 
$$\frac{-6 \times 10^{-4}}{3 \times 10^{-2}} = \frac{-2 \times 3}{3 \times 7} \times \frac{10^{-4}}{10^{-2} \times 10^{-5}} = -0.4 \times 10^{3}$$
$$= -400.$$

73 a) 
$$\frac{2 \times 10^6}{3 \times 10^4} = \frac{2}{3} \times \frac{10^6}{10^4} = \frac{2}{3} \times 100 = \frac{200}{3}$$
;

73 a) 
$$\frac{2 \times 10^6}{3 \times 10^4} = \frac{2}{3} \times \frac{10^6}{10^4} = \frac{2}{3} \times 100 = \frac{200}{3}$$
  
b)  $\frac{3 \times 10^5 \times 2 \times 10^{-4}}{9 \times 10^2} = \frac{3 \times 2}{3 \times 3} \times \frac{10^5 \times 10^{-4}}{10^2}$   
 $= \frac{2}{3} \times \frac{1}{10} = \frac{2}{30} = \frac{1}{15};$ 

c) 
$$\frac{5 \times 10^5 \times 0.7 \times 10^{-8}}{2.1 \times 10^{-3}} = \frac{5 \times 0.7}{3 \times 0.7} \times \frac{10^5 \times 10^{-8}}{10^{-3}} = \frac{5}{3} \times 1 = \frac{5}{3}$$
;

$$9 \times 10^{2} = \frac{3 \times 3}{3} \times \frac{10^{2}}{10} = \frac{2}{30} = \frac{1}{15};$$
c) 
$$\frac{5 \times 10^{5} \times 0.7 \times 10^{-8}}{2.1 \times 10^{-3}} = \frac{5 \times 0.7}{3 \times 0.7} \times \frac{10^{5} \times 10^{-8}}{10^{-3}} = \frac{5}{3} \times 1 = \frac{5}{3};$$
d) 
$$\frac{16 \times 10^{-1} \times 2}{(10^{3})^{2} \times 10^{-6} \times 30} = \frac{16 \times 2}{15 \times 2} \times \frac{10^{-1}}{10^{6} \times 10^{-6}} = \frac{16}{15} \times 10^{-1} = \frac{16}{150} = \frac{8}{75}.$$

# > Mon bilan

Voir les corrigés détaillés dans le livre élève, page 292.

# J'approfondis

### 1) La distance en m parcourue par Léon est :

- a) le premier jour :  $2 = 2^1$ ;
- b) le deuxième jour :  $2^1 \times 2 = 2^2$ ;
- c) le troisième jour :  $2^2 \times 2 = 2^3$ ;
- d) le huitième jour : 2<sup>8</sup>.
- 2) La distance en m parcourue par Léon est :
- a) le huitième jour :  $2^8 = 256$ ;
- b) le quinzième jour :  $2^{15} = 32768$ ;

- c) le trentième jour :  $2^{30} = 1073741824$ .
- 3) Le programme concocté par le médecin de Léon est irréaliste!
- 85 a)  $1 \text{ km} = 10^3 \text{ m}$ ;
- b)  $1 \text{ hm}^2 = 10^4 \text{ m}^2$ ;
- c)  $1 \text{ dm}^3 = 10^3 \text{ cm}^3$ ;
- d)  $1 L = 10^1 dL$ :
- e) 1 cm =  $10^{-3}$  dam; g)  $1 \text{ cm}^3 = 10^{-6} \text{ m}^3$ ;
- f)  $1 \text{ cm}^2 = 10^{-4} \text{ m}^2$ ; h) 1 cL =  $10^{-4}$  hL.

Chap. 3 - Puissances

### 86

### Le tableau à compléter est disponible sur le site www.hachette-education.com

Préfixe	Symbole	Conversion
micro	μ	$1 \mu m = 10^{-6} m$
méga	M	$1 \text{ MW} = 10^6 \text{ W}$
nano	n	$1 \text{ nm} = 10^{-9} \text{ m}$
giga	G	$1 \text{ GHz} = 10^9 \text{ Hz}$
pico	p	$1 \text{ pm} = 10^{-12} \text{ m}$
exa	Е	$1 \text{ Em} = 10^{18} \text{ m}$

### 87 a) $2.5 \text{ kg} = 2.5 \times 10^3 \text{ g};$

- b)  $14 \text{ cg} = 14 \times 10^{-5} \text{ kg}$ ;
- c)  $210 \text{ m} = 2.1 \times 10^4 \text{ cm}$ ;
- d)  $0.4 \text{ mm} = 4 \times 10^{-4} \text{ m}$ ;
- e)  $57 \text{ km} = 5.7 \times 10^5 \text{ dm}$ ;
- f)  $1.2 \text{ cm} = 12 \times 10^{-6} \text{ km}$ .

88 1) a) 
$$1^5 = 1$$
;

- b)  $1^{12} = 1$ ;
- c)  $1^{-4} = 1$ ;
- d)  $1^{-27} = 1$ :
- e)  $1^0 = 1$ .
- On remarque que tous les résultats sont égaux à 1.
- 2)  $1^n = 1 \times .... \times 1 = 1$ .

### 89 1) a) $(-1)^5 = -1 \times (-1) \times (-1) \times (-1) \times (-1) = -1$ ; b) $(-1)^{12} = -1 \times (-1) \times (-1) \times (-1) \times (-1) \times (-1) \times (-1) \times (-1)$ $\times (-1) \times (-1) \times (-1) \times (-1) = 1;$

c) 
$$(-1)^{-4} = \frac{1}{(-1)^4} = \frac{1}{(-1) \times (-1) \times (-1) \times (-1)} = \frac{1}{1} = 1;$$
  
d)  $(-1)^{-9} = \frac{1}{(-1)^9}$ 

d) 
$$(-1)^{-9} = \frac{1}{(-1)^9}$$

$$= \frac{1}{(-1) \times (-1) \times (-1)}$$

$$= \frac{1}{-1} = -1.$$

2)  $(-1)^n = -1$  dans le cas où *n* est impair.

### 90 1) a) 3<sup>2</sup> est positif.

- b)  $(-3)^4$  est positif.
- c)  $(-3)^5$  est négatif.
- d) 3<sup>9</sup> est positif. e) 3<sup>-3</sup> est positif.
- f)  $(-3)^{-5}$  est négatif.
- g)  $(-3)^{-4}$  est positif.
- h)  $3^{-6}$  est positif.
- 2) Le nombre  $a^n$  est négatif dans le cas où a est négatif et *n* est impair.

91 a) 
$$\frac{1}{2^{-5}} = 2^5$$
; b)  $\frac{2^3}{2^{-2}} = 2^5$ ; c)  $\frac{2^2}{2^{-3}} = 2^5$ ; d)  $\frac{2^{-2}}{2^{-4}} = 2^2$ ;

- c)  $\frac{2^2}{2^{-3}} = 2^5$ ;
- e)  $\frac{2^{-3}}{2^2} = 2^{-5}$ .
- 92 a)  $24 = 2^3 \times 3^1$ ;
- b)  $18 = 2^1 \times 3^2$ ;
- c)  $72 = 2^3 \times 3^2$ ; d)  $\frac{8}{9} = 2^3 \times 3^{-2}$ ; e)  $1.5 = 2^{-1} \times 3^1$ ; f)  $32 = 2^5 \times 3^0$ .

- 93 a)  $100 = 2^2 \times 5^2$ ;
- b)  $147 = 3^1 \times 7^2$ ;
- c)  $45 = 3^2 \times 5^1$ ;
- d)  $160 = 2^5 \times 5^1$ :
- e)  $225 = 3^2 \times 5^2$ ;
- f)  $400 = 2^4 \times 5^2$ .

### **94** a) $45 \times 8 \times 6 = 2^4 \times 3^3 \times 5^1$ ;

- b)  $\frac{12 \times 15}{49} = 2^2 \times 3^2 \times 5^1 \times 7^{-2}$ ;
- c)  $\frac{56 \times 25}{3 \times 18} = 2^2 \times 3^{-3} \times 5^2 \times 7^1$ .
- 95 a)  $4 \times 2^3 = 2^5$ ;
- b)  $3 \times 27 = 3^4$ ;
- c)  $\frac{2^5}{8} = 2^2$ ;
- e)  $(-3)^4 \times 3^3 = 3^7$ ;
- d)  $3^2 \times 4 = 6^2$ ; f)  $\frac{5^2}{10^2} = 2^{-2}$ ;
- g)  $25^2 \times 5 = 5^5$ .

- **96** a)  $b^2 \times b^3 = b^5$ ; b)  $b^5 \times b^{-3} = b^2$ ; c)  $b^2 \times b^{-4} = b^{-2}$ ; d)  $b^{-2} \times b^{-3} = b^{-5}$ ; e)  $\frac{b^2}{b^5} = b^{-3}$ ; f)  $\frac{b^7}{b^4} = b^3$ ; g)  $(b^2)^3 = b^6$ ; h)  $(b^{-3})^4 = b^{-12}$ .

- **97** a)  $3b^2 \times b^3 = 3b^5$ ; b)  $4b^3 \times 5b^4 = 20 b^7$ ;
- c)  $2b^5 \times 3b^{-2} = 6b^3$ ;
- d)  $\frac{3b^5}{b^2} = 3b^3$ ;

- e)  $\frac{6b^4}{2b^3} = 3b$ ; g)  $(4b)^2 = 16b^2$ ;

### 98 $A = 5 - (7 - 3)^2 + (6 + 4)^3 = 5 - 4^2 + 10^3 = 5 - 16$ +1000 = 989;

- $B = (-4)^2 \times 10^{-2} 2^4 \times 7 + (0,1)^{-3} = 16 \times 0,01 16 \times 7$ +1000 = 0.16 - 112 + 1000 = 888.16;
- $C = 7 5^2 \times (19 3 \times 7)^3 = 7 5^2 \times (19 21)^3 = 7 5^2$  $\times (-2)^3 = 7 - 25 \times (-8) = 7 + 200 = 207;$
- $D = 2^{15} \times 3^{25} \times (3 \times 4 12)^8 = 2^{15} \times 3^{25} \times (12 12)^8$  $= 2^{15} \times 3^{25} \times 0^8 = 0.$

### 99 a) Pour x = 3:

- $A = 4 \times 3^2 3 \times 3 + 7 = 4 \times 9 3 \times 3 + 7 = 36 9 + 7 = 34;$
- b) Pour x = -2: A =  $4 \times (-2)^2 3 \times (-2) + 7$
- b) Four x = -2:  $A = 4 \times (-2) = 3 \times (-2) + 7$   $= 4 \times 4 3 \times (-2) + 7 = 16 + 6 + 7 = 29$ ; c) Pour  $x = \frac{2}{3}$ :  $A = 4 \times \left(\frac{2}{3}\right)^2 3 \times \frac{2}{3} + 7 = 4 \times \frac{4}{9} 3 \times \frac{2}{3} + 7$   $= \frac{16}{9} \frac{6}{3} + 7 = \frac{16}{9} \frac{18}{9} + \frac{63}{9} = \frac{61}{9}$ .

### 100 1) $3 \times 10^8$ m/s.

2)  $\frac{3}{4} \times 3 \times 10^8 = \frac{9}{4} \times 10^8 = 2,25 \times 10^8$ . La vitesse de la lumière dans l'eau est  $2.25 \times 10^8$  m/s.

### 101 a) $E = 4000000^2 \times (0,00000000005)^3$

- $E = (4 \times 10^6)^2 \times (5 \times 10^{-10})^3 = 16 \times 10^{12} \times 125 \times 10^{-30}$  $E = 2000 \times 10^{-18} = 2 \times 10^{-15}$ ;
- b)  $\frac{132000000000}{0,0000011} = \frac{132 \times 10^8}{11 \times 10^{-6}} = 12 \times 10^{14} = 1,2 \times 10^{15};$ c)  $2,5 \times 10^{15} + 3,5 \times 10^{14} = 25 \times 10^{14} + 3,5 \times 10^{14}$   $= (25 + 3,5) \times 10^{14} = 28,5 \times 10^{14} = 2,85 \times 10^{15};$ d)  $7,3 \times 10^{-12} 8,15 \times 10^{-11} = 0,73 \times 10^{-11} 8,15 \times 10^{-11}$
- $= (0.73 8.15) \times 10^{-11} = -7.42 \times 10^{-11}$ .

102 a)  $3 \times 10^{12} \times 7 \times 10^{-8} = 21 \times 10^{4} = 2.1 \times 10^{5}$ .

Un ordre de grandeur de  $3,158 \times 10^{12} \times 7,125 \times 10^{-8}$  est  $2,1 \times 10^5$ .

b)  $150 \times 10^8 + 100 \times 10^8 = 250 \times 10^8 = 2.5 \times 10^{10}$ .

Un ordre de grandeur de  $145 \times 10^8 + 95 \times 10^8$  est  $2.5 \times 10^{10}$ 

c) 
$$\frac{25 \times 10^{-7}}{5 \times 10^5} = 5 \times 10^{-12}$$
.

 $5 \times 10^{5}$  Un ordre de grandeur de  $\frac{25,1 \times 10^{-7}}{4,99 \times 10^{5}}$  est  $5 \times 10^{-12}$ ; d)  $3 \times 10^{8} + 2 \times 10^{-6} = 3 \times 10^{8} + 2 \times 10^{8} \times 10^{-14}$ 

d) 
$$3 \times 10^8 + 2 \times 10^{-6} = 3 \times 10^8 + 2 \times 10^8 \times 10^{-14}$$
  
=  $(3 + 2 \times 10^{-14}) \times 10^8$ .

Un ordre de grandeur de  $3,017 \times 10^8 + 1,99 \times 10^{-6}$  est  $3 \times 10^{8}$ .

103 1)  $1 L = 1 dm^3 = 10^6 mm^3$ .  $6000 \times 10^6 = 6 \times 10^9$ . Dans un litre de sang, on compte  $6 \times 10^9$  leucocytes.

2) a) 
$$5 L = 5 \times 10^6 \text{ mm}^3$$
.  $5000000 \times 5 \times 10^6$   
=  $25 \times 10^{12} = 2.5 \times 10^{13}$ .

Dans les cinq litres de sang de cette personne, on compte

2,5 × 10<sup>13</sup> érythrocytes. b) 2,5 × 10<sup>13</sup> × 7  $\mu$ m = 17,5 × 10<sup>13</sup>  $\mu$ m = 17,5 × 10<sup>7</sup> m =  $17.5 \times 10^4 \text{ km} = 175\,000 \text{ km}.$ 

Si on alignait les érythrocytes contenus dans le sang de cette personne, on obtiendrait une longueur de 175 000 km.

104 1)  $E = 1,216 \times 10^9 - 9,935 \times 10^8$  $E = 12,16 \times 10^8 - 9,935 \times 10^8 = 2,225 \times 10^8.$   $2,225 \times 10^{13} \times 100 \times 10^{2}$  $\frac{1,216 \times 10^{-3}}{1,216 \times 10^9} \times 100 \approx 18,3.$ 

En 2001, l'Allemagne avait réduit ses émissions d'envi-

2) 
$$\frac{21}{100} \times 1,216 \times 10^9 = 25,536 \times 10^7 = 2,553 6 \times 10^8$$
.

L'Allemagne devra émettre moins de  $2,5536 \times 10^8$ tonnes équivalent CO, de gaz à effet de serre en 2010 pour atteindre l'objectif du protocole de Kyoto.

105 1) 
$$17 \times 10^9 - 12 \times 10^9 = 5 \times 10^9$$
.

La consommation d'essence a baissé d'environ 5 milliards de litres entre 1988 et 2004.

2) 
$$E = 1,4463 \times 10^{10} - 3,425 \times 10^9$$

 $E = 14,463 \times 10^9 - 3,425 \times 10^9 = 11,038 \times 10^9.$ 

La consommation de diesel a augmenté de 11,038 milliards de litres entre 1988 et 2004.

3) 
$$E = 12329 \times 10^6 + 1,4463 \times 10^{10}$$

 $E = 1,232.9 \times 10^{10} + 1,446.3 \times 10^{10} = 2,679.2 \times 10^{10}$ . Le volume de carburant consommé en 2004 est  $2,6792 \times 10^{10}$  L.

# DEVOIR A LA MAISON

106 1) a)  $A = 1.2 \times 10^5 \times 7 \times 10^{-8} = 8.4 \times 10^{-3} = 0.0084$ ;

b) B = 
$$\frac{24 \times 10^5}{32 \times 10^{-3}} = \frac{8 \times 3}{8 \times 4} \times \frac{10^5}{10^{-3}} = 0,75 \times 10^8 = 7,5 \times 10^7;$$
  
C =  $\frac{25 \times 10^3 \times 21 \times 10^7}{35 \times 10^2} = \frac{5 \times 5 \times 7 \times 3}{7 \times 5} \times \frac{10^3 \times 10^7}{10^2}$ 

$$C = \frac{25 \times 10^{3} \times 21 \times 10^{7}}{35 \times 10^{2}} = \frac{5 \times 5 \times 7 \times 3}{7 \times 5} \times \frac{10^{3} \times 10^{7}}{10^{2}}$$

$$C = 15 \times 10^{8} = 1,5 \times 10^{9};$$

2) a)  $A \times B = 8.4 \times 10^{-3} \times 7.5 \times 10^{7} = 63 \times 10^{4} = 6.3 \times 10^{5}$ ;

b) 
$$\frac{B}{C} = \frac{7.5 \times 10^7}{1.5 \times 10^9} = 5 \times 10^{-2};$$
  
c)  $B + C = 7.5 \times 10^7 + 1.5 \times 10^9$ 

c) B + C = 
$$7.5 \times 10^7 + 1.5 \times 10^9$$

 $= 7.5 \times 10^7 + 1.5 \times 10^2 \times 10^7 = 157.5 \times 10^7 = 1.575 \times 10^9.$ 

107 1) a) 
$$5^2 \times 5^3 = 5^5$$
; b) 5

$$\frac{5^2}{5^5} = 5^{-3}$$
; d)  $\frac{5^7}{5^3} = 5$ 

5<sup>5</sup> 2) 
$$A = 3 \times (-5)^2 + 2 \times (-4)^3 = 3 \times 25 + 2 \times (-64) = 75 - 128$$
  
 $A = -53$ 

$$\begin{split} B &= 5^{-2} \times 10^3 - 23 \times 5^{-1} = \frac{1}{25} \times 1000 - 23 \times \frac{1}{5} = 40 - 4,6 \\ B &= 35,4; \\ C &= \frac{7^2 + 2^5}{3^5 - 2 \times 9^2} = \frac{49 + 32}{243 - 2 \times 81} = \frac{81}{243 - 162} = \frac{81}{81} = 1. \end{split}$$

108 1) 
$$2 \text{ cm} = 0.02 \text{ m} = 2 \times 10^{-2} \text{ m}.$$

	rayon du noyau	rayon de l'atome
Longueurs réelles (m)	$1,6 \times 10^{-14}$	$4 \times 10^{-10}$
Longueurs sur la représentation (m)	$2 \times 10^{-2}$	x

$$x = \frac{2 \times 10^{-2}}{1,6 \times 10^{-14}} \times 4 \times 10^{-10} = \frac{2 \times 4}{1,6} \times \frac{10^{-2} \times 10^{-10}}{10^{-14}}$$
$$x = 5 \times 10^{2} = 500.$$

Le rayon du cercle devrait être 500 m.

2) 
$$1 \text{ g} = 10^{-3} \text{ kg}$$

 $10^{-3}$ :  $4 \times 10^{-25} = 0.25 \times 10^{22} = 25 \times 10^{20}$ . On compte environ  $25 \times 10^{20}$  atomes dans un gramme d'uranium.

# CHERCHE

109 1)  $2^0 = (1)$ ;  $2^1 = 2$ ;  $2^2 = (4)$ ;  $2^3 = (8)$ ;  $2^4 = 16$ ;  $2^5 = 32$ ;  $2^6 = 64$ ;  $2^7 = 128$ ;  $2^8 = 256$ ;  $2^9 = 512$ .

Remarque : les chiffres des unités sont 2, 4, 8 et 6.

2) n est un nombre relatif positif. Si n est un multiple de 4, le chiffre des unités de  $2^n$  est 6.

Le chiffre des unités de  $2^{n+1}$  est 2; le chiffre des unités de  $2^{n+2}$  est 4 ; le chiffre des unités de  $2^{n+3}$  est 8.

 $33 = 32 + 1 = 8 \times 4 + 1$ . Le chiffre des unités de  $2^{33}$ est 2.

 $123 = 120 + 3 = 30 \times 4 + 3$ . Le chiffre des unités de  $2^{123}$ est 8.

110 Étape 1 : 1 carré blanc.

Étape 2:1+8=9 carré blancs.

Étape  $3: 1 + 8 + 8 \times 8 = 1 + 8 + 8^2 = 73$  carrés blancs.

Étape  $4: 1 + 8 + 8^2 + 8^3 = 585$  carrés blancs.

Étape  $5: 1 + 8 + 8^2 + 8^3 + 8^4 = 4681$  carrés blancs.

Étape 15:  $1 + 8 + 8^2 + 8^3 + 8^4 + 8^5 + 8^6 + 8^7 + 8^8 + 8^9 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8 + 8^8$  $8^{10} + 8^{11} + 8^{12} + 8^{13} + 8^{14}$ .

Chap. 3 - Puissances

🔿 Hachette Livre 2007, Mathématiques 4º, collection PHARE, livre du professeur. La photocopie non autorisée est un délit

# > J'utilise la calculatrice

# 111 Casio Collège 2D

a) 
$$6^7 = 279936$$
;

b) 
$$(-5)^8 = 390625$$
;

c) 
$$3^{28} \approx 2.287679245 \times 10^{13}$$

b) 
$$(-3) = 390023$$
,  
c)  $3^{28} \approx 2,287679245 \times 10^{13}$ ;  
d)  $(-2)^{-35} \approx -2,910383046 \times 10^{-11}$ ;  
e)  $4^{-5} = \frac{1}{1024}$ ;

e) 
$$4^{-5} = \frac{1}{1024}$$

f) 
$$(-8)^{-4} = \frac{1}{4096}$$
;

g) 
$$\left(\frac{2}{3}\right)^5 = \frac{32}{243};$$
  
h)  $\left(\frac{3}{4}\right)^{-3} = \frac{64}{27};$   
i)  $2^7 \times 2^5 = 4096;$ 

h) 
$$\left(\frac{3}{4}\right)^3 = \frac{64}{27}$$
;

i) 
$$2^{7} \times 2^{5} = 4096$$

j) 
$$3^{-3} \times 5^4 = \frac{625}{27}$$
.

# TI Collège

a) 
$$6^7 = 279936$$
;

b) 
$$(-5)^8 = 390625$$
;

c) 
$$3^{28} \approx 2,287679245 \times 10^{13}$$
;

c) 
$$3^{28} \approx 2,287679245 \times 10^{13}$$
;  
d)  $(-2)^{-35} \approx -2,910383046 \times 10^{-11}$ ;

e) 
$$4^{-5} \approx 0.0009765623$$

e) 
$$4^{-5} \approx 0,000976562$$
;  
f)  $(-8)^{-4} \approx 0,000244141$ ;

g) 
$$\left(\frac{2}{3}\right)^5 \approx 0.131687243$$
;

h) 
$$\left(\frac{3}{4}\right)^{-3} \approx 2,370\,370\,37;$$

i) 
$$2^{7} \times 2^{5} = 4096$$

i) 
$$2^{7} \times 2^{5} = 4096$$
;  
j)  $3^{-3} \times 5^{4} \approx 23,24814815$ .

112 
$$A = 2,66 \times 10^{40}$$
;  $B = -4,8 \times 10^{26}$ ;  $C = 30$ ;  $D = 2,4 \times 10^{-19}$ .

# > Je découvre le monde des mathématiques

Voir les corrigés détaillés dans le livre élève, page 299.

# Calcul littéral

# > Programme

# Programme de la classe de quatrième

### **COMPÉTENCES**

- Sur des exemples numériques, écrire en utilisant correctement des parenthèses, des programmes de calcul portant sur des sommes ou des produits de nombres relatifs.
- Organiser et effectuer à la main ou à la calculatrice les séquences de calcul correspondantes.

#### Commentaires

À la suite du travail entrepris en classe de cinquième avec des nombres décimaux positifs, les élèves s'entraînent au même type de calculs avec des nombres relatifs. Ils sont ainsi familiarisés à l'usage des priorités opératoires intervenant dans les conventions usuelles d'écriture ainsi qu'à la gestion d'un programme de calcul utilisant des parenthèses. En particulier, la suppression des parenthèses dans une somme algébrique est étudiée.

### **COMPÉTENCE**

Calculer la valeur d'une expression littérale en donnant aux variables des valeurs numériques.

### Commentaires

L'apprentissage du calcul littéral doit être conduit très progressivement à partir de situations qui permettent aux élèves de donner du sens à ce type de calcul.

L'intégration des lettres et des nombres relatifs dans les expressions algébriques représente une difficulté importante qui doit être prise en compte. À cette occasion, le test d'une égalité par substitution de valeurs numériques aux lettres prend tout son intérêt.

Le travail proposé s'articule autour de trois axes :

- utilisation d'expressions littérales donnant lieu à des calculs numériques;
- utilisation du calcul littéral pour la mise en équation et la résolution de problèmes divers;

– utilisation du calcul littéral pour prouver un résultat général (en particulier en arithmétique).

# COMPÉTENCE

Réduire une expression littérale à une variable, du type : 3x - (4x - 2);  $2x^2 - 3x + x^2$ ...

#### Commentaires

La transformation d'une expression littérale s'appuie nécessairement sur la reconnaissance de sa structure (somme, produit) et l'identification des termes ou des facteurs qui y figurent. L'attention de l'élève sera attirée sur les formes réduites visées du type ax + b ou  $ax^2 + bx + c$ .

Les situations proposées doivent exclure tout type de virtuosité et répondre à chaque fois à un objectif précis (résolution d'une équation, gestion d'un calcul numérique, établissement d'un résultat général). En particulier, les expressions à plusieurs variables introduites a priori sont évitées.

# COMPÉTENCE

Développer une expression de la forme : (a + b) (c + d).

### Commentaires

Les activités de développement prolongent celles qui sont pratiquées en classe de cinquième à partir de l'utilisation de l'identité k(a + b) = ka + kb.

Le développement de certaines expressions du type (a+b) (c+d) peut conduire à des simplifications d'écriture ou de calcul, mais les identités remarquables ne sont pas au programme. L'objectif reste de développer pas à pas l'expression puis de réduire l'expression obtenue.

Les activités de factorisation prolongent celles qui ont été pratiquées en classe de cinquième à partir de l'utilisation de l'identité ka + kb = k(a + b) et se limitent aux cas où le facteur commun est du type a, ax ou  $x^2$ .

# Programme de la classe de cinquième

# COMPÉTENCES

- Utiliser une expression littérale.
- Produire une expression littérale.

#### Commentaires

De nombreux thèmes du programme, notamment dans le domaine grandeurs et mesures, conduisent à utiliser des expressions littérales (formules).

De même dans le domaine numérique, certaines situations se prêtent particulièrement à la production d'expressions littérales, par exemple : recherche du « milieu » de deux nombres, expression du fait qu'un nombre est multiple de 7.

# COMPÉTENCE

Écrire une expression correspondant à une succession donnée d'opérations.

### Commentaires

L'ambiguïté introduite par la lecture courante, comme par exemple « 3 multiplié par 18 plus 5 » pour  $3 \times (18 + 5)$ , pour l'auditeur qui n'a pas l'écriture sous les yeux, conduit à privilégier l'utilisation du vocabulaire et de la syntaxe appropriés, par exemple :

« le produit de 3 par la somme de 18 et de 5 ».

C'est l'occasion de faire fonctionner le vocabulaire associé : terme d'une somme, facteur d'un produit.

Chap. 4 - Calcul littéral

BAT-001a105.indd 39 25/07/07 8:49:08

Sur des exemples numériques ou littéraux, utiliser dans les deux sens les égalités :

k(a+b) = ka + kb et k(a-b) = ka - kb.

#### Commentaires

L'utilisation de ces égalités recouvre deux types d'activités bien distinctes : le développement qui correspond au sens de lecture de l'égalité indiquée, et la factorisation qui correspond à la lecture « inverse » :

ka + kb = k (a + b).

L'intégration des lettres dans ce type d'égalités est une difficulté qu'il faut prendre en compte. Elle s'appuie sur des situations empruntées aux cadres numérique ou géométrique dans lesquels sont travaillées des identités comme :

5(x + 1) = 5x + 5; 2x + 2y = 2(x + y); 5(3x - 4) = 15x - 20.

La convention usuelle d'écriture bc pour  $b \times c$ , 3a pour  $3 \times a$  est mise en place, ainsi que les notations  $a^2$  et  $a^3$  utilisées dans les formules d'aires et de volumes.

# COMPÉTENCE

Tester si une égalité comportant un ou deux nombres indéterminés est vraie lorsqu'on leur attribue des valeurs numériques.

#### Commentaires

Une attention particulière est apportée à l'introduction d'une lettre pour désigner un nombre inconnu dans des situations où le problème ne peut pas être facilement résolu par un raisonnement arithmétique.

Les programmes du Collège prévoient une initiation progressive à la résolution d'équations, de manière à éviter la mise en œuvre d'algorithmes dépourvus de véritable sens. La classe de cinquième correspond à une étape importante avec le travail sur des égalités vues comme des assertions dont la vérité est à examiner. Par exemple, dans l'étude d'une situation conduisant à une égalité telle que 3y = 4x + 2, les élèves en testent la valeur de vérité pour diverses valeurs de x et y qu'ils sont amenés à choisir. Ce type d'activité permet de mettre en évidence une nouvelle signification du signe « = ». Des situations conduisant à des inégalités sont également étudiées.

# Programme de la classe de troisième

### **COMPÉTENCE**

Factoriser des expressions algébriques dans lesquelles le facteur est apparent.

### Commentaires

Les travaux se développent dans deux directions :

- l'utilisation d'expressions littérales donnant lieu à des calculs numériques;
- l'utilisation du calcul littéral pour la mise en équation et la résolution de problèmes.

Les activités visent la maîtrise du développement ou de la factorisation d'expressions *simples* telles que : (x + 1)(x + 2) + 5(x + 2);  $(2x + 1)^2 - (2x + 1)(x + 3)$ ;  $(x + 1)^2 + x + 1$ .

# COMPÉTENCE

Connaître les égalités remarquables :  $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$ ;  $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ ;  $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$  et les utiliser dans les deux sens sur des exemples numériques ou littéraux simples.

### Commentaires

La reconnaissance dans une expression algébrique d'une forme faisant intervenir une identité remarquable est difficile pour certains élèves. Un travail spécifique doit donc être conduit à ce sujet, dans des situations où le passage d'une expression à une autre est justifié, par exemple dans le cadre de la résolution d'équations ou dans certaines démonstrations.

# En résumé

→ Le calcul littéral a été abordé en classe de 5<sup>e</sup> pour les nombres positifs.

Il est poursuivi en 4<sup>e</sup> pour les nombres relatifs.

- → Les règles de suppression des parenthèses dans une somme algébrique sont étudiées en 4<sup>e</sup>.
- $\rightarrow$  En 5<sup>e</sup>, on développait les produits k(a + b) et k(a b) pour des nombres positifs.

En  $4^e$ , on développe avec k(a + b) pour les nombres relatifs et on découvre la règle de double distributivité.

→ En  $4^e$ , les activités de factorisation se limitent aux cas où le facteur commun est du type a, ax ou  $x^2$ . Les identités remarquables sont vues en  $3^e$  ainsi que le développement ou de la factorisation d'expressions simples telles que  $(2x+1)^2 - (2x+1)(x+3)$ .

# > Activités

### ACTIVITÉ D'OUVERTURE

### COMMENTAIRES

Cette activité permet de découvrir l'utilité, dans la vie courante, d'une formule mathématique d'apparence compliquée : le calcul du volume d'un tonneau à section circulaire.

De plus, en travaillant sur des lettres, on retrouve sur un cas particulier, une formule apprise en  $5^e$ : celle du volume d'un cylindre.

🔘 Hachette Livre 2007, Mathématiques 4º, collection PHARE, livre du professeur. La photocopie non autorisée est un délit.

40

1) 
$$\mathcal{V} = \frac{1}{15} \times \pi \times 93 \ (3 \times 27^2 + 4 \times 27 \times 34 + 8 \times 34^2)$$
  
 $\mathcal{V} = \frac{1}{15} \times \pi \times 93 (2187 + 3672 + 9248)$ 

 $\mathcal{V} = \frac{1}{15} \times \pi \times 1404951$ . Le volume de ce tonneau est donc environ  $300\,000$  cm<sup>3</sup> soit 0.3 m<sup>3</sup>.

2) Si 
$$R = r$$
, on  $a : \mathcal{V} = \frac{1}{15} \times \pi h (3r^2 + 4r \times r + 8r^2)$   
 $\mathcal{V} = \frac{1}{15} \times \pi h \times 15r^2 = \pi h r^2$ .

Donc,  $\mathcal{V} = \pi r^2 \times h$ .

On retrouve la formule du volume d'un cylindre de hauteur h et dont la base a pour rayon r.



# J'AI DÉJÀ VU

# Je calcule la valeur d'une expression littérale

Objectif	Revoir le calcul de la valeur d'une expression littérale.
Pré requis	<ul> <li>Priorités opératoires.</li> <li>Remplacer une lettre par une valeur numérique.</li> </ul>
Paragraphe introduit	1) Calculer la valeur d'une expression littérale

#### COMMENTAIRES

On réinvestit les règles de calcul des nombres relatifs et des fractions.

### CORRIGÉ

- 1) A = -3x + 2.
- a) pour x = 4:  $A = -3 \times 4 + 2 = -12 + 2 = -10$ ;
- b) pour x = -2:  $A = -3 \times (-2) + 2 = 6 + 2 = 8$ ;
- c) pour x = -1:  $A = -3 \times (-1) + 2 = 3 + 2 = 5$ ;
- d) pour  $x = \frac{2}{3}$ : A = -3 ×  $\frac{2}{3}$  + 2 = -2 + 2 = 0.
- 2)  $B = 3x^2 + x 2$
- a) pour x = 4:
- $B = 3 \times 4^2 + 4 2 = 3 \times 16 + 4 2$
- B = 48 + 4 2 = 52 2 = 50;
- b) pour x = -2:
- $B = 3 \times (-2)^2 + (-2) 2 = 3 \times 4 2 2 = 12 4 = 8;$
- c) pour x = -1:
- $B = 3 \times (-1)^2 + (-1) 2 = 3 \times 1 1 2 = 3 3 = 0$ ;
- d) pour  $x = \frac{2}{3}$ :

$$B = 3 \times \left(\frac{2}{3}\right)^2 + \left(\frac{2}{3}\right) - 2 = 3 \times \frac{4}{9} + \frac{2}{3} - \frac{6}{3} = \frac{4}{3} + \frac{2}{3} - \frac{6}{3} = 0.$$

- 3) a) pour x = 4; A = -10 et B = 50;
- l'égalité  $-3x + 2 = 3x^2 + x 2$  est fausse.
- b) pour x = -2; A = 8 et B = 8;
- l'égalité  $-3x + 2 = 3x^2 + x 2$  est vraie.
- c) pour x = -1; A = 5 et B = 0;
- l'égalité  $-3x + 2 = 3x^2 + x 2$  est fausse.
- d) pour  $x = \frac{2}{3}$ ; A = 0 et B = 0;
- l'égalité  $-3x + 2 = 3x^2 + x 2$  est vraie.

# 2) J'AI DÉJÀ VU

# Je développe un produit

Objectifs	<ul> <li>Utiliser la règle de distributivité avec des nombres relatifs.</li> <li>Faire une démonstration algébrique.</li> </ul>
Pré requis	Développer $k \times (a + b)$ avec $k$ positif.
Paragraphe introduit	Développer une expression littérale     a) Règle de distributivité

#### COMMENTAIRES

On savait développer en appliquant la formule  $k \times (a + b)$  avec k positif.

On admet cette règle avec des nombres relatifs. On démontre que k(a + b + c) = ka + kb + kc.

### CORRIGÉ

- 1)  $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ .
- 2)  $E = -3(x + 2) = -3 \times x + (-3) \times 2 = -3x 6$ .
- $F = -3 (y 5) = -3 \times y + (-3) \times (-5) = -3y + 15.$
- 3) Pour tous les nombres relatifs *k*, *a*, *b* et *c* on a :  $k \times (a+b+c) = k \times [(a+b)+c] = k \times (a+b) + k \times c$  $= k \times a + k \times b + k \times c.$
- 4)  $G = -5(x + 2y 4) = -5 \times x + (-5) \times 2y + (-5) \times (-4)$ G = -5x - 10y + 20.



# (3) JE DÉCOUVRE

# J'établis les règles de suppression des parenthèses

Objectif	Établir les règles de suppression des parenthèses.
Pré requis	<ul><li>Règle de distributivité.</li><li>Soustraction des nombres relatifs.</li></ul>
Paragraphe introduit	Développer une expression littérale     By Règles de suppression des parenthèses

### COMMENTAIRES

On démontre les règles en distribuant (+1) et (-1).

#### CORRIGÉ

- 1)  $(-1) \times (a+b) = (-1) \times a + (-1) \times b = -a + (-b) = -a b$  $(+1) \times (a+b) = (+1) \times a + (+1) \times b = (+a) + (+b) = a+b$
- **2)**  $a + (b + c) = a + (+1) \times (b + c) = a + (+1) \times b + (+1) \times c$ = a + b + c
- On a démontré que : a + (b + c) = a + b + c.
- « Pour ajouter une somme, on ajoute chacun de ses termes ».
- 3) a)  $\bullet$  -a = (-1)  $\times$  a peut s'énoncer : « L'opposé d'un nombre est égal au produit de ce nombre par (-1) »
- a b = a + (-b) peut s'énoncer : « Soustraire un nombre revient à ajouter son opposé ».
- b)  $a b = a + (-b) = a + (-1) \times b$ .
- **4)**  $a (b + c) = a + (-1) \times (b + c) = a + (-1) \times b + (-1) \times c$ = a + (-b) + (-c).
- On a démontré que : a (b + c) = a + (-b) + (-c).

Chap. 4 - Calcul littéral

# Je réduis une expression

Objectifs	<ul><li>Apprendre à réduire une expression.</li><li>Connaître le vocabulaire associé.</li></ul>	
Pré requis	Factorisation simple.	
Paragraphe introduit	Factoriser une expression     Réduire une expression littérale	

#### COMMENTAIRES

On apprend le vocabulaire : termes en  $x^2$ , termes en x, termes constants.

#### CORRIGÉ

# A : Réduction d'une somme de deux termes.

- 1)  $5x^2 3x^2 = (5 3)x^2 = 2x^2$ .
- 2)  $5x 8x = (5 8) \times x = -3x$ .
- 3)  $8x^2 5x = x(8x 5)$ . Les deux termes de départ n'ont pas la même partie littérale.
- On ne peut réduire à un seul terme l'expression  $8x^2 5x$ .
- 4) On peut réduire  $5x^2 3x^2$  car les termes de cette somme ont la même partie littérale  $x^2$ . Ce n'est pas le cas pour  $8x^2 + 5x$ .

### B: Réduction d'une expression.

- 1)  $A = (x) + (5x^2) (8x) (3x^2) + (2x) 4$ .
- 2)  $5x^2 x^2 = (5 1)x^2 = 4x^2$ .
- 3) x 8x + 2x = (1 8 + 2)x = -5x.
- 4)  $A = (5-1)x^2 + (1-8+2)x + (-3-4) = 4x^2 5x 7$ .

# (5) JE DÉCOUVRE

# l'établis la règle de double distributivité

Objectif	Établir la règle de double distributivité.
Pré requis	<ul><li>Règle de distributivité.</li><li>Aire du rectangle.</li></ul>
Paragraphe introduit	4) Développer et réduire une expression de la forme $(a + b)(c + d)$

#### COMMENTAIRES

On démontre la formule pour les nombres positifs en utilisant une interprétation géométrique. On la démontre algébriquement pour les nombres relatifs en utilisant la règle de distributivité.

# A: a, b, c et d sont des nombres positifs.

1) a) l'aire du rectangle vert est *ac*.

L'aire du rectangle rose est ad.

L'aire du rectangle bleu est bc.

L'aire du rectangle orange est bd.

- b) L'aire du rectangle IJKL est donc ac + ad + bc + bd.
- 2) IJ = a + b et JK = c + d.

L'aire du rectangle *IJKL* est (a + b)(c + d).

3) (a + b)(c + d) = ac + ad + bc + bd.

### B: a, b, c et d sont des nombres relatifs.

- 1)  $(a+b) \times (c+d) = a \times (c+d) + b \times (c+d)$  $= a \times c + a \times d + b \times c + b \times d$ = ac + ad + bc + bd.
- 2)  $(x + 3)(2 + y) = x \times 2 + x \times y + 3 \times 2 + 3 \times y$ = 2x + xy + 6 + 3y.

# Savoir-faire

# 1 Réduire une expression littérale



a) 2x + 3x = 5x;

- b) 14x 4x = 10x;
- c) 2x 7x = -5x;
- d) 14x 14x = 0;
- e) y + 7y = 8y;
- f) y 9y = -8y.

(2) a) 3a + 5a = 8a;

- b) 13c 8c = 5c;
- c) 6k 9k = -3k;
- d) 7x 7x = 0;
- e)  $y^2 + 10y^2 = 11y^2$ ;
- f)  $-x^2 3x^2 = -4x^2$ .

- (3) a) y + y = 2y;
- b) -x + x = 0;
- c) x + x + x = 3x;
- d) -a a a a a a = -6a;
- e)  $x^2 x^2 x^2 x^2 = -2x^2$ ; f) a + a a + a a = a.

4 a) 4x + 5x + 2x = 11x;

- b)  $-5x^2 9x^2 3x^2 = -17x^2$ ; c) -4a + 2a - 7a = -9a;
- d) 15y 11y y = 3y;
- e)  $15b^2 + 7b^2 3b^2 = 19b^2$ ; f)  $a^2 3a^2 15a^2 = -17a^2$ .

5 a) 7x + 15 - 15x = -8x + 15;

- b) 9x + 7 8x + 4 3 = x + 8;
- c)  $x^2 3x + 4x^2 = 5x^2 3x$ ;
- d)  $3x^2 + 2x 5x^2 6x = -2x^2 4x$ .

• A = x - 6 -  $5x^2$  -  $30 - x = -5x^2 - 36$ 

Si x = 1:

 $x - 6 - 5x^2 - 30 - x = 1 - 6 - 5 - 30 - 1 = -41$  $-5x^2 - 36 = -5 - 36 = -41.$ 

Mon expression réduite semble correcte.

- B =  $9x^2 x 6 + x^2 13 8x + 7 3x^2 = 7x^2 9x 12$ Si x = 1:
- $9x^2 x 6 + x^2 13 8x + 7 3x^2 = 9 1 6 + 1 13 8$ +7 - 3 = -14
- $7x^2 9x 12 = 7 9 12 = -14$ .

Mon expression réduite semble correcte.

- $C = 12x x^2 10 + x 3 8x^2 + 1 2x = -9x^2 + 11x 12$
- $12x x^2 10 + x 3 8x^2 + 1 2x = 12 1 10 + 1 3 8$ +1-2=-10
- $-9x^2 + 11x 12 = -9 + 11 12 = -10.$

Mon expression réduite semble correcte.

Si  $x = 1 : x^2 + 3x - 1 + x^2 - 15x - 2x + 4 - 5x^2$ = 1 + 3 - 1 + 1 - 15 - 2 + 4 - 5 = -14 $-3x^2 - 14x + 3 = -3 - 14 + 3 = -14.$ 

Mon expression réduite semble correcte.

•  $E = 12x^2 - 8 + 3x - 8x^2 + 7 + 7x - 3x = 4x^2 + 7x - 1$ Si  $x = 1 : 12x^2 - 8 + 3x - 8x^2 + 7 + 7x - 3x$ = 12 - 8 + 3 - 8 + 7 + 7 - 3 = 10 $4x^2 + 7x - 1 = 4 + 7 - 1 = 10$ .

Mon expression réduite semble correcte.

•  $F = 9a + 15a^2 - 15a - 11a^2 - 3a - 4a^2 + 2 = -9a + 2$ Si  $x = 1 : 9a + 15a^2 - 15a - 11a^2 - 3a - 4a^2 + 2$ = 9 + 15 - 15 - 11 - 3 - 4 + 2 = -7-9a + 2 = -9 + 2 = -7.

Mon expression réduite semble correcte.

8 
$$G = +3 - (a - b) + 5 + (-a + b) + a$$
  
 $G = +3 - a + b + 5 - a + b + a = 8 - a + 2b.$   
 $H = -3 - (-a + b) + 5a - 9 + (-3a - 5b)$   
 $H = -3 + a - b + 5a - 9 - 3a - 5b = 3a - 6b - 12.$ 

9 • I = 
$$-(3x^2 + 7) + 6x - 1 - (15x^2 + 7x - 3)$$
  
I =  $-3x^2 - 7 + 6x - 1 - 15x^2 - 7x + 3$   
I =  $-18x^2 - x - 5$   
Si  $x = 1 : -(3x^2 + 7) + 6x - 1 - (15x^2 + 7x - 3)$   
=  $-(3 + 7) + 6 - 1 - (15 + 7 - 3) = -10 + 5 - 19 = -24$   
 $-18x^2 - x - 5 = -18 - 1 - 5 = -24$ .

Mon expression réduite semble correcte. •  $J = x^2 - (3x^2 - 15x + 4) + (15x^2 - 12x^2 - x)$  $J = x^2 - 3x^2 + 15x - 4 + 15x^2 - 12x^2 - x$  $J = x^2 + 14x - 4$ Si x = 1:

 $x^2 - (3x^2 - 15x + 4) + (15x^2 - 12x^2 - x)$ J = 1 - (3 - 15 + 4) + (15 - 12 - 1) = 1 - (-8) + 2 = 11 $x^2 + 14x - 4 = 1 + 14 - 4 = 11$ .

Mon expression réduite semble correcte.

# 2 Développer puis réduire une expression littérale

a) 
$$2(x+3) = 2 \times x + 2 \times 3 = 2x + 6$$
;  
b)  $-3(y+5) = -3 \times y + -3 \times 5 = -3y - 15$ ;  
c)  $-2(x-6) = -2 \times x + (-2) \times (-6) = -2x + 12$ ;  
d)  $-3y(-9-y) = -3y \times (-9) + (-3y) \times (-y) = 27y + 3y^2$ .

11 a) 
$$3a(x-2) = 3a \times x + 3a \times (-2) = 3ax - 6a$$
;  
b)  $-3x(x+5) = -3x(x) + (-3x) \times 5 = -3x^2 - 15x$ ;  
c)  $x(2-5x) = x(2) + x(-5x) = 2x - 5x^2$ :

c)  $x(2-5x) = x(2) + x(-5x) = 2x - 5x^2$ ;

d) 
$$-5b(-a+b) = -5b(-a) + (-5b) \times b = 5ab - 5b^2$$
.

12 a) 
$$-4,1(2+3x) = -4,1 \times 2 + (-4,1) \times 3x$$
  
=  $-8,2-12,3x;$ 

b) 
$$2.5y(-4 - 0.2y) = 2.5y \times (-4) + 2.5y \times (-0.2y)$$
  
=  $-10y - 0.5y^2$ ;

c) 
$$-\frac{2}{3}(x-6) = -\frac{2}{3}x + 4;$$
  
d)  $-\frac{5}{7}a(3-\frac{7}{4}a) = -\frac{15}{7}a + \frac{5a^2}{4}.$ 

13 a) 
$$3(x-2) + 2x = 3 \times x + 3 \times (-2) + 2x$$
  
=  $3x - 6 + 2x = 5x - 6$ ;  
b)  $-3(x+2) + 5(x-3) = -3 \times x + (-3) \times 2 + 5 \times x + 5 \times (-3)$   
=  $-3x - 6 + 5x - 15 = 2x - 21$ ;

c)  $(-7 + a) \times (-4) + 6(11 - a) + 5a$  $= -7 \times (-4) + a \times (-4) + 6 \times 11 + 6 \times (-a) + 5a$ = 28 - 4a + 66 - 6a + 5a = -5a + 94;d) -2(4b-5)-(2+3b)+3(4b-1)=-8b+10-2-3b+12b-3=b+5.

14 a)  $(x + 2)(y + 3) = x \times y + x \times 3 + 2 \times y + 2 \times 3$ = xy + 3x + 2y + 6;

b) (a + 5)(7 + b) = 7a + ab + 35 + 5b;

c) (4a + 2)(1 + 5b) = 4a + 20ab + 2 + 10b;

d) (6y + 1)(9 + x) = 54y + 6xy + 9 + x.

15 a) 
$$(x + 2)(x + 3) = x \times x + 3 \times x + 2 \times x + 2 \times 3$$
  
=  $x^2 + 3x + 2x + 6 = x^2 + 5x + 6$ 

• Si x = 0:

(x + 2)(x + 3) = (0 + 2)(0 + 3) = +6 $x^2 + 5x + 6 = 0^2 + 5 \times 0 + 6 = 6$ .

Mon résultat semble correct.

• Si x = 1:

$$(x + 2)(x + 3) = (1 + 2)(1 + 3) = 3 \times 4 = 12$$

 $x^2 + 5x + 6 = 1^2 + 5 \times 1 + 6 = 1 + 5 + 6 = 12$ .

Mon résultat semble correct.

b) 
$$(x + 5)(7 + x) = 7x + x^2 + 35 + 5x = x^2 + 12x + 35$$

• Si x = 0:

$$(x + 5)(7 + x) = (0 + 5)(7 + 0) = 5 \times 7 = 35$$

 $x^2 + 12x + 35 = 0^2 + 12 \times 0 + 35 = 35$ .

Mon résultat semble correct. • Si x = 1 ·

$$(x + 5)(7 + x) = (1 + 5)(7 + 1) = 6 \times 8 = 48$$

$$x^2 + 12x + 35 = 1^2 + 12 \times 1 + 35 = 1 + 12 + 35 = 48.$$

Mon résultat semble correct.

16 a) 
$$(x+4)(x-6) = x^2 - 6x + 4x - 24 = x^2 - 2x - 24$$

• Si x = 0:

$$(x + 4)(x - 6) = (0 + 4)(0 - 6) = -24$$

$$x^2 - 2x - 24 = 0^2 - 2 \times 0 - 24 = -24$$
.

Mon résultat semble correct.

• Si x = 1

$$(x + 4)(x - 6) = (1 + 4)(1 - 6) = 5 \times (-5) = -25$$

$$x^2 - 2x - 24 = 1^2 - 2 \times 1 - 24 = 1 - 2 - 24 = -25.$$

Mon résultat semble correct.

b) 
$$(-1 + x)(x - 2) = -x + 2 + x^2 - 2x = x^2 - 3x + 2$$

• Si x = 0:

$$(-1 + x)(x - 2) = (-1 + 0)(0 - 2) = -1 \times (-2) = 2$$
  
 $x^2 - 3x + 2 = 0^2 - 3 \times 0 + 2 = 2$ .

Mon résultat semble correct.

• Si x = 1:

$$(-1 + x)(x - 2) = (-1 + 1)(1 - 2) = 0 \times (-1) = 0$$
  
 $x^2 - 3x + 2 = 1^2 - 3 \times 1 + 2 = 1 - 3 + 2 = 0.$ 

Mon résultat semble correct.

**17** a)

$$(5-x)(-11+x) = -55 + 5x + 11x - x^2 = -x^2 + 16x - 55$$

• Si 
$$x = 0$$
:  
 $(5 - x)(-11 + x) = (5 - 0)(-11 + 0) = 5 \times (-11) = -55$ 

 $-x^2 + 16x - 55 = -0^2 + 16 \times 0 - 55 = -55$ . Mon résultat semble correct.

• Si x = 1:

$$(5-1)(-11+1) = (5-1)(-11+1) = 4 \times (-10) = -40$$
  
 $-x^2 + 16x - 55 = -1^2 + 16 \times 1 - 55 = 1 + 16 - 55 = -40.$ 

Mon résultat semble correct.

b) 
$$(x-3)(-x-1) = -x^2 - x + 3x + 3 = -x^2 + 2x + 3$$

• Si x = 0:

$$(x-3)(-x-1) = (0-3)(-0-1) = (-3)(-1) = 3$$
  
 $-x^2 + 2x + 3 = -0^2 + 2 \times 0 + 3 = 3$ .

Mon résultat semble correct.

🗟 Hachette Livre 2007, Mathématiques 4º, collection PHARE, livre du professeur. La photocopie non autorisée est un délit

Chap. 4 - Calcul littéral

• Si x = 1:

$$(1-3)(-1-1) = (-2)(-2) = 4$$

$$-x^2 + 2x + 3 = -1^2 + 2 \times 1 + 3 = -1 + 2 + 3 = 4.$$

Mon résultat semble correct.

18 a) 
$$(x+5)(3x-1) = 3x^2 - x + 15x - 5 = 3x^2 + 14x - 5$$

• Si x = 0:

$$(x+5)(3x-1) = (0+5)(3\times 0 - 1) = 5\times (-1) = -5$$

$$3x^2 + 14x - 5 = 3 \times 0^2 + 14 \times 0 - 5 = -5$$
.

Mon résultat semble correct.

• Si x = 1:

$$(x + 5)(3x - 1) = (1 + 5)(3 \times 1 - 1) = 6 \times 2 = 12$$

$$3x^2 + 14x - 5 = 3 \times 1^2 + 14 \times 1 - 5 = 3 + 14 - 5 = 12.$$

Mon résultat semble correct.

b) 
$$(2x-5)(x-4) = 2x^2 - 8x - 5x + 20 = 2x^2 - 13x + 20$$

• Si x = 0:

$$(2x-5)(x-4) = (2 \times 0 - 5)(0 - 4) = (-5)(-4) = 20$$

$$2x^2 - 13x + 20 = 2 \times 0^2 - 13 \times 0 + 20 = 20$$
.

Mon résultat semble correct.

• Si x = 1:

$$(2x-5)(x-4) = (2 \times 1 - 5)(1-4) = (-3)(-3) = 9$$

$$2x^2 - 13x + 20 = 2 \times 1^2 - 13 \times 1 + 20 = 2 - 13 + 20 = 9.$$

Mon résultat semble correct.

19 a) 
$$(7x + 3)(x - 8) = 7x^2 - 56x + 3x - 24$$
  
=  $7x^2 - 53x - 24$ 

• Si x = 0:

$$(7x + 3)(x - 8) = (7 \times 0 + 3)(0 - 8) = 3 \times (-8) = -24$$

$$7x^2 - 53x - 24 = 7 \times 0^2 - 53 \times 0 - 24 = -24$$
.

Mon résultat semble correct.

• Si x = 1:

$$(7x + 3)(x - 8) = (7 \times 1 + 3)(1 - 8) = (+10) \times (-7) = -70$$
  
 $7x^2 - 53x - 24 = 7 \times 1^2 - 53 \times 1 - 24 = 7 - 53 - 24 = -70.$ 

Mon résultat semble correct.

b) 
$$(-4 + x)(9x - 2) = -36x + 8 + 9x^2 - 2x = 9x^2 - 38x + 8$$

• Si x = 0:

$$(-4 + x)(9x - 2) = (-4 + 0)(9 \times 0 - 2) = (-4)(-2) = 8$$

$$9x^2 - 38x + 8 = 9 \times 0^2 - 38 \times 0 + 8 = 8$$
.

Mon résultat semble correct.

• Si x = 1:

$$(-4 + x)(9x - 2) = (-4 + 1)(9 \times 1 - 2) = -3 \times 7 = -21$$

$$9x^2 - 38x + 8 = 9 \times 1^2 - 38 \times 1 + 8 = 9 - 38 + 8 = -21.$$

Mon résultat semble correct.

20 a) 
$$(2,1x + 5)(x - 0,8) = 2,1x^2 - 1,68x + 5x - 4$$
  
=  $2,1x^2 + 3,32x - 4$ .

• Si x = 0:

$$(2,1x+5)(x-0,8) = (2,1\times0+5)(0-0,8) = (+5)(-0,8) = -4$$
  
 $2,1x^2+3,32x-4=2,1\times0^2+3,32\times0-4=-4.$ 

Mon résultat semble correct.

• Si 
$$x = 1$$
:

$$(2,1x + 5)(x - 0,8) = (2,1 \times 1 + 5)(1 - 0,8) = 7,1 \times 0,2$$
  
= 1,42

$$2,1x^2 + 3,32x - 4 = 2,1 \times 1^2 + 3,32 \times 1 - 4 = 1,42.$$

Mon résultat semble correct.

b) 
$$(\frac{x}{2} - 3)(x - 2) = \frac{x^2}{2} - x - 3x + 6 = \frac{x^2}{2} - 4x + 6$$

$$(\frac{x}{2} - 3)(x - 2) = (0 - 3)(0 - 2) = 6$$

$$\frac{x^2}{2} - 4x + 6 = 0 - 4 \times 0 + 6 = 6.$$

Mon résultat semble correct.

• Si x = 1:

$$(\frac{x}{2} - 3)(x - 2) = (\frac{1}{2} - 3)(1 - 2) = (-\frac{5}{2}) \times (-1) = \frac{5}{2}$$

$$\frac{x^2}{2} - 4x + 6 = \frac{1}{2} - 4 \times 1 + 6 = \frac{1}{2} + 2 = \frac{5}{2}.$$

Mon résultat semble correct.

21 a) 
$$(x - \frac{3}{7})(7x - 14) = 7x^2 - 14x - 3x + 6$$
  
=  $7x^2 - 17x + 6$ 

$$(x - \frac{3}{7})(7x - 14) = (0 - \frac{3}{7})(7 \times 0 - 14) = (-\frac{3}{7})(-14) = 6$$
$$7x^2 - 17x + 6 = 7 \times 0^2 - 17 \times 0 + 6 = 6.$$

Mon résultat semble correct.

$$(x - \frac{3}{7})(7x - 14) = (1 - \frac{3}{7})(7 \times 1 - 14) = \frac{4}{7}(-7) = -4$$

 $7x^2 - 17x + 6 = 7 \times 1^2 - 17 \times 1 + 6 = 7 - 17 + 6 = -4.$ Mon résultat semble correct.

b) 
$$(3 + \frac{3}{8}x)(8 - x) = 24 - 3x + 3x - \frac{3x^2}{8} = -\frac{3x^2}{8} + 24$$

$$(3 + \frac{3}{8}x)(8 - x) = (3 + \frac{3}{8} \times 0)(8 - 0) = 3 \times 8 = 24$$

$$-\frac{3x^2}{8} + 24 = \frac{0}{8} + 24 = 24.$$

Mon résultat semble correct.

• Si x = 1:

$$(3 + \frac{3}{8}x)(8 - x) = (3 + \frac{3}{8} \times 1)(8 - 1) = (3 + \frac{3}{8}) \times 7 = \frac{27}{8} \times 7$$

= <u>189</u>

$$-\frac{3x^2}{8} + 24 = -\frac{3}{8} + 24 = \frac{(-3 + 192)}{8} = \frac{189}{8}.$$

Mon résultat semble correct.

# > Je m'entraine

# À l'oral

**22** 
$$A = -3x - 2$$

a) si 
$$x = 1$$
,  $A = -3 \times 1 - 2 = -3 - 2 = -5$ ;

b) si 
$$x = 0$$
,  $A = -3 \times 0 - 2 = 0 - 2 = -2$ ;

c) si 
$$x = -2$$
,  $A = -3 \times -2 - 2 = 6 - 2 = 4$ ;

d) si 
$$x = -7$$
,  $A = -3 \times -7 - 2 = 21 - 2 = 19$ .

$$B = x^2 + 3x + 1$$

a) si 
$$x = 0$$
,  $B = 0^2 + 3 \times 0 + 1 = 1$ ;

b) si 
$$x = 1$$
, B =  $1^2 + 3 \times 1 + 1 = 5$ ;

c) si 
$$x = -1$$
,  $B = (-1)^2 + 3 \times (-1) + 1 = 1 - 3 + 1 = -1$ ;

d) si 
$$x = -2$$
,  $B = (-2)^2 + 3 \times (-2) + 1 = 4 - 6 + 1 = -1$ .

# **24** C = 2x + 3y + 1

a) 
$$x = 2$$
 et  $y = 3$ ,  $C = 2 \times 2 + 3 \times 3 + 1 = 4 + 9 + 1 = 14$ ;

b) 
$$x = 1$$
 et  $y = 1$ ,  $C = 2 + 3 + 1 = 6$ ;

c) 
$$x = 0$$
 et  $y = 0$ ,  $C = 1$ ;

d) 
$$x = -1$$
 et  $y = -1$ ,  $C = -2 - 3 + 1 = -4$ .

**25** a) 
$$\mathcal{P} = c_1 + c_2 + c_3$$
 donc  $\mathcal{P} = 3 + 4 + 6 = 13$ ;

b) 
$$\mathcal{P} = 3 \times c \text{ donc } \mathcal{P} = 3 \times 5 = 15$$
;

🔘 Hachette Livre 2007, Mathématiques 4º, collection PHARE, livre du professeur. La photocopie non autorisée est un délit

- c)  $\mathcal{P} = 4 \times c$ , donc  $\mathcal{P} = 4 \times 7 = 28$ ;
- d)  $\mathcal{P} = 4 \times c$ , donc  $\mathcal{P} = 4 \times 1.5 = 6$ ;
- e)  $\mathcal{P} = 2(L + \ell)$ , donc  $\mathcal{P} = 2(10 + 4) = 28$ ;
- f)  $\mathcal{P} = 2(L + \ell)$ , donc  $\mathcal{P} = 2(8 + 9) = 34$ ;
- g)  $\mathcal{P} = d \times \pi$ , donc  $\mathcal{P} = 10 \times \pi = 10\pi$ ;
- h)  $\mathcal{P} = d \times \pi$ , donc  $\mathcal{P} = 1 \times \pi = \pi$ .
- **26** a)  $\mathcal{V} = c^3$ , donc  $\mathcal{V} = 2^3 = 8 \text{ m}^3$ ;
- b)  $\mathcal{V} = L \times \ell \times h$ , donc  $\mathcal{V} = 3 \times 4 \times 2 = 24$  cm<sup>3</sup>.
- **27** a)  $7(x+2) = 7 \times x + 7 \times 2 = 7x + 14$ ;
- b)  $-8 \times (7 + a) = -8 \times 7 + (-8) \times a = -56 8a$ ;
- c) (-3)(4 + y) = -12 3y;
- d)  $(b + 8) \times (-11) = -11b 88$ .
- 28 a)  $x(x-4) = x \times x + x \times (-4) = x^2 4x$ ;
- b) -4(9 y) = -36 + 4y;
- c) 2(x + y + 4) = 2x + 2y + 8;
- d)  $-4 \times (x + 9 + y) = -4x 36 4y$ .
- **29** a)  $(x + 3)(a + 5) = x \times a + x \times 5 + 3 \times a + 3 \times 5 = ax + 5x + 3a + 15;$
- b) (a + 6)(5 + b) = 5a + ab + 30 + 6b;
- c) (x + 2)(y 1) = xy x + 2y 2;
- b) (a-2)(b+4) = ab + 4a 2b 8.
- 30 a) 3 + (a + b) = 3 + a + b;
- b) 3 + (a b) = 3 + a b;
- c) 3 + (-a + b) = 3 a + b;
- d) 3 + (-a b) = 3 a b.
- 31 a) 5 (a + b) = 5 a b;
- b) 5 (a b) = 5 a + b;
- c) 5 (-a + b) = 5 + a b;
- d) 5 (-a b) = 5 + a + b.
- 32 a) 3 (a b + c) = +3 a + b c;
- b) a + (-x + b 6) = a x + b 6;
- c) -3 (-a + b + x) = -3 + a b x;
- d) -x + (-3a 5b y) = -x 3a + 5b y.
- 33 a)  $2 \times a + 2 \times 3 = 2 \times (a+3)$ ;
- b)  $4 \times 3.5 3.5 \times t = 3.5 \times (4 t)$ ;
- c)  $-3 \times x + (-3) \times y = -3(x + y)$ ;
- d)  $-8 \times m + 7 \times (-8) = -8(m + 7)$ .
- 34 a)  $-2a + (-2) \times 3 = -2 \times a + (-2) \times 3 = -2(a+3)$ ;
- b) -4x + (-4)y = -4(x + y);
- c) 3x 3y + 3z = 3(x y + z);
- d)  $-2a 8 = -2 \times a + (-2) \times 4 = -2(a + 4)$ .
- 35 a)  $13x + 4x = 13 \times x + 4 \times x = (13 + 4) \times x = 17x$ ;
- b) 7x 6x = (7 6)x = x;
- c) 11,5y + 2,5y = (11,5 + 2,5)y = 15y;
- d) -6.2y 2.8y = (-6.2 2.8)y = -9y.
- 36 a) x + x = 1x + 1x = (1 + 1)x = 2x;
- b) x + x + x + x + x = 5x;
- c) y y = 0;

BAT-001a105.indd 45

- d) x x x x x = x 4x = -3x.
- 37 a) x 4x = (1 4)x = -3x;
- b) -13y + y = (-13 + 1)y = -12y;
- c) -3a + 1.5a = -1.5a;
- d) -7b 2.3b = -9.3b.

- 38 a)  $2x^2 + 8x^2 = 10x^2$ ;
- b) 15b + 7b 3b = (15 + 7 3)b = 19b;
- c) a 3a 15a = (1 3 15)a = -17a;
- d)  $15y^2 12y^2 y^2 = (15 12 1)y^2 = 2y^2$ .
- 39 a)  $2x^2 + 8$ , impossible de réduire;
- b)  $15x^2 + 7x 3$ , impossible de réduire;
- c)  $x^2 3x 15x = x^2 18x$ ;
- d)  $15x^2 12x^2 x = 3x^2 x$ .

# Calculer la valeur d'une expression littérale

- **40** A =  $x^2 2x + 2$
- a) x = 0,  $A = 0^2 2 \times 0 + 2 = 2$ ;
- b) x = 1,  $A = 1^2 2 \times 1 + 2 = 1 2 + 2 = 1$ ;
- c) x = 3,  $A = 3^2 2 \times 3 + 2 = 9 6 + 2 = 5$ ;
- d) x = -1,  $A = (-1)^2 2 \times (-1) + 2 = 1 + 2 + 2 = 5$ ;
- e) x = -2,  $A = (-2)^2 2 \times (-2) + 2 = 4 + 4 + 2 = 10$ ;
- f) x = -3,  $A = (-3)^2 2 \times (-3) + 2 = 9 + 6 + 2 = 17$ .
- 41 B = -2x 3y 4
- a) x = 1 et y = -2,  $B = -2 \times 1 3 \times (-2) 4 = -2 + 6 4 = 0$ ;
- b) x = -1 et y = 2,  $B = -2 \times (-1) 3 \times 2 4 = 2 6 4 = 8$ ;
- c) y = -2 et x = -3,
- $B = -2 \times (-3) 3 \times (-2) 4 = 6 + 6 4 = 8;$
- d) y = -5 et x = 1,5,
- $B = -2 \times 1, 5 3 \times (-5) 4 = -3 + 15 4 = 8.$
- Le tableau à compléter est disponible sur le site www.hachette-education.com

х	у	Z	x(y-z)	xy – z	xy - xz
1	2	3	-1	-1	-1
7	-4	-5	7	-23	7
-0,5	1,5	2,5	0,5	-3,25	0,5

2) Les colonnes 4 et 6 donnent le même résultat car  $a \times (b-c) = a \times b - a \times c$ 

43

Le tableau à compléter est disponible sur le site www.hachette-education.com

а	b	С	a-(b+c)	a-b+c	a-b-c
0	-3	4	-1	7	-1
-1	-2	-3	4	-2	4
$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{4}$	$-\frac{1}{4}$	0	$-\frac{1}{2}$	0

Les colonnes 4 et 6 sont égales.

# Tester une égalité

- 44 a) x + 4 = -3 + 4 = 1
- 1 x = 1 (-3) = 1 + 3 = 4.

L'égalité n'est pas vraie pour x = -3.

- b)  $3 \times (x + 2) = 3 \times (-3 + 2) = 3 \times (-1) = -3$ .
- L'égalité est vraie pour x = -3.
- c)  $3x 2 = 3 \times (-3) 2 = -9 2 = -11$  $2x - 1 = 2 \times (-3) - 1 = -6 - 1 = -7$ .
- L'égalité n'est pas vraie pour x = -3.
- d)  $2x^2 + 5x 1 = 2 \times (-3)^2 + 5 \times (-3) 1 = 18 15 1 = 2$
- $3x + 11 = 3 \times (-3) + 11 = -9 + 11 = 2$ .

L'égalité est vraie pour x = -3.

Chap. 4 - Calcul littéral

45 a) 
$$9 - x = 9 - 2 = 7$$
  
 $y + 8 = -1 + 8 = 7$   
L'égalité est vraie pour  $x = 2$  et  $y = -1$ .  
b)  $5x + y = 5 \times 2 - 1 = 10 - 1 = 9$   
 $4y - 2x = 4 \times (-1) - 2 \times 2 = -4 - 4 = -8$ .  
L'égalité n'est pas vraie pour  $x = 2$  et  $y = -1$ .  
c)  $3(x + y) = 3 \times 1 = 3$   
 $9x + 15y = 18 - 15 = 3$   
L'égalité est vraie pour  $x = 2$  et  $y = -1$ .  
d)  $4y - 3x = -4 - 6 = -10$   
 $2(y - 5x) = 2(-1 - 10) = 2 \times (-11) = -22$ .  
L'égalité n'est pas vraie pour  $x = 2$  et  $y = -1$ .

### **Utiliser une formule**

Formule du volume du cylindre : 
$$\mathcal{V} = 2 \times \pi \times R \times h$$
  
 $\mathcal{V} = 2 \times \pi \times 1 \times 5 = 10\pi \text{ m}^3$ .

48 1) Le périmètre de ce rectangle est : 
$$\mathcal{P} = 2(L + \ell)$$

$$\mathcal{P} = 2\left(\frac{42}{5} + \frac{9}{2}\right) = \frac{84}{5} + 9 = \frac{84}{5} + \frac{45}{5} = \frac{129}{5} \text{ cm.}$$
2) L'aire du rectangle (en cm²)est :  $\mathcal{A} = L \times \ell$ 

$$\mathcal{A} = \frac{42}{5} \times \frac{9}{2} = \frac{42 \times 9}{5 \times 2} = \frac{378}{10} = 37.8 \text{ cm}^2$$
49  $D = 8 + 0.2V + 0.003V^2$ 

$$D = 8 + 0.2 \times 50 + 0.003 \times 50^2 = 8 + 10 + 0.003 \times 2500$$
  
= 18 + 7.5 = 25.5 m.  
La distance à respecter lorsque ces voitures roulent à

La distance à respecter lorsque ces voitures roulent à 50 km/h est 25,5 m.

- **50** a) x + 5 permet de calculer la longueur du rectangle ABCD;
- b)  $5 \times a$  permet de calculer l'aire du rectangle *EBGF*;
- c)  $(5 \times a)$ : 2 permet de calculer l'aire du triangle *EBG*;
- d) 2(5 + a) permet de calculer le périmètre du rectangle *EBGF*;
- e) 5 + a permet de calculer le demi périmètre du rectangle EBGF;
- f) 2x + 2y + 10 permet de calculer le périmètre du rectangle *ABCD*;
- g) y a permet de calculer la longueur GC;
- h)  $y \times (x+5)$  permet de calculer l'aire du rectangle *ABCD*; i)  $5 \times (y-a)$ : 2 permet de calculer l'aire du triangle *FGC*.

### Suppression de parenthèses

51 a) 
$$3 - (a - b) = 3 - a + b$$
;  
b)  $5 + (-x + b) = 5 - x + b$ ;  
c)  $-3 - (-a + b) = -3 + a - b$ ;  
d)  $-9 + (-3a - 5b) = -9 - 3a - 5b$ .

52 a) 
$$-4 + (3 - a + b) = -4 + 3 - a + b$$
;  
b)  $-9 + (-4 - 3x + x^2) = -9 - 4 - 3x + x^2$ ;  
c)  $-2 - (-3 - a + a^2) = -2 + 3 + a - a^2$ ;  
d)  $-a - (x - 3 - 2y) = -a - x + 3 + 2y$ .

53 
$$A = 2 + (a - b + 3) = 2 + a - b + 3 = a - b + 5;$$
  
 $B = 5 - (-x - 7 + b) = 5 + x + 7 - b = x - b + 12;$   
 $C = -(a + 6) - b - 1 - (-c - 3) + (d - 3)$   
 $= -a - 6 - b - 1 + c + 3 + d - 3 = -a - b + c + d - 7;$   
 $D = 7 + (a + b) + 7 + c - d - 7 - (7 - x - y)$   
 $= 7 + a + b + 7 + c - d - 7 - 7 + x + y = a + b + c - d + x + y.$ 

# Factoriser ou réduire une expression

b) 
$$3x + 2$$
 est un produit;  
b)  $3x + 2$  est une somme;  
c)  $5x - 15$  est une somme;

d) 
$$5(x-3)$$
 est une somme;

**55** a) 
$$-3x(2x + 4)$$
 est un produit;

b) 
$$(2x + 4) - 3x$$
 est une somme;

- c) (-3x)(2x + 4) est un produit;
- d) (2x + 4)(-3x) est un produit.

**56** a) 
$$x - 3(2x + 4)$$
 est une somme;  
b)  $(x - 3)(2x + 4)$  est un produit;  
c)  $-3(x^2 + 2x + 4)$  est un produit;

d) 
$$(2-x)(15+7x)-3$$
 est une somme.

**57** a) 
$$5x + 5b = 5 \times x + 5 \times b = 5 \times (x + b)$$
;  
b)  $3x - 3y = 3 \times x - 3 \times y = 3 \times (x - y)$ ;  
c)  $4x^2 - 3x^2 = 4 \times x^2 - 3 \times x^2 = (4 - 3)x^2 = x^2$ ;  
d)  $5,2x + 2,1x = 5,2 \times x + 2,1 \times x = (5,2 + 2,1)x = 7,3x$ .

58 a) 
$$2x + 2 = 2 \times x + 2 \times 1 = 2(x + 1)$$
;  
b)  $3 - 3y = 3 \times 1 - 3 \times y = 3(1 - y)$ ;  
c)  $4x^2 - 4 = 4 \times x^2 - 4 \times 1 = 4(x^2 - 1)$ ;  
d)  $x - 20x = x \times 1 - 20 \times x = x(1 - 20) = -19x$ .

59 a) 
$$2x - 10 = 2 \times x - 2 \times 5 = 2(x - 5)$$
;  
b)  $4y + 16 = 4 \times y + 4 \times 4 = 4(y + 4)$ ;  
c)  $6y + 12x = 6 \times y + 6 \times 2x = 6(y + 2x)$ ;  
d)  $5b - 25a = 5 \times b - 5 \times 5a = 5(b - 5a)$ .

60 a) 
$$2x^2 + 3x = x \times 2x + 3 \times x = x(2x + 3)$$
;  
b)  $xy - 5x = x \times y - 5 \times x = x(y - 5)$ ;  
c)  $7x^3 - x^2 = 7x \times x^2 - 1 \times x^2 = x^2(7x - 1)$ ;  
d)  $8a^2 + a^3 = 8 \times a^2 + a \times a^2 = a^2(8 + a)$ .

61 a) 
$$5x + 15x^2 = 5x \times 1 + 5x \times 3x = 5x(1 + 3x)$$
;  
b)  $-3y - 6y^2 = -3y \times 1 + (-3y) \times 2y = -3y(1 + 2y)$ ;  
c)  $8a - 2a^2 = 2a \times 4 - 2a \times a = 2a(4 - a)$ ;  
d)  $-5ab - 25a = -5a \times b + (-5a) \times 5 = -5a(b + 5)$ .

62 
$$A = 5x^2 - 4 - 3x^2 = (5 - 3)x^2 - 4 = 2x^2 - 4;$$
  
 $B = 3y + 4 + 2y + 7 = (3 + 2)y + 11 = 5y + 11;$   
 $C = 9a + 15 - 15a - 11 - a - 4a = (9 - 15 - 1 - 4)a + 4$   
 $= -11a + 4.$ 

63 
$$A = 9x^2 + 1 - 3x + 12x^2 = (9 + 12)x^2 - 3x + 1$$
  
 $A = 21x^2 - 3x + 1$ ;  
 $B = 3y + 4 + 2y + 7 - y^2 - 5y - 4y^2 - 3$   
 $B = (-1 - 4)y^2 + (3 + 2 - 5)y + 8 = -5y^2 + 8$ ;  
 $C = 7 + 15a^2 - 2a - 11a^2 - 2a - 4a^2 + a + 3$   
 $C = (15 - 11 - 4)a^2 + (-2 - 2 + 1)a + 10 = -3a + 10$ .

64 
$$A = -(a+b) - (a-b) + (-a-b) + (-a+b)$$
  
 $A = -a-b-a+b-a-b-a+b=-4a;$   
 $B = -(x+5) - x - 2 - (-x-4) + (x-1)$   
 $B = -x-5-x-2+x+4+x-1=-4;$ 

$$C = 3 - (a + b) - a - b - 3 + (3 - a - b)$$

$$C = 3 - a - b - a - b - 3 + 3 - a - b = -3a - 3b + 3.$$

# Développer et réduire une expression

65 
$$A = 3(x + 2) - x + 1 = 3 \times x + 3 \times 2 - x + 1$$
  
 $A = 3x + 6 - x + 1 = 2x + 7;$   
 $B = -4(-3x - 1) - (4x + 7)$   
 $B = -4 \times (-3x) + (-4) \times (-1) - 4x - 7 = 12x + 4 - 4x - 7$   
 $B = 8x - 3;$   
 $C = -7(-x + 3) + 3(x + 2) + 2(x - 1)$   
 $C = -7 \times (-x) + (-7) \times 3 + 3 \times x + 3 \times 2 + 2 \times x + 2 \times (-1);$   
 $C = 7x - 21 + 3x + 6 + 2x - 2 = 12x - 17.$ 

(66) 1) Le test de Christophe permet d'affirmer que le développement est faux.

2) 
$$A = 3x - 2 - 5(2x - 1)$$
  
 $A = 3x - 2 - 10x + 5$   
 $A = -7x + 3$ .  
Test pour  $x = 1$ :  
 $A = 3 - 2 - 5(2 - 1) = 3 - 2 - 5 = -4$ 

67 1) Le test d'Anne Hélène permet d'affirmer que le développement semble juste.

A = -7 + 3 = -4. Cette fois, le résultat semble juste.

2) Test pour 
$$x = 2$$
:  
 $A = 2(2 + 2) - 2(7 + 2) = 8 - 2 \times 9 = 8 - 18 = -10$   
 $A = 2 \times 2^2 - 5 \times 2 = 8 - 10 = -2$ 

Ce nouveau test permet d'affirmer que le résultat est faux. Donc, ce n'est pas parce qu'un test est réussi que l'on peut être sûr que notre résultat est juste pour toutes les valeurs de x.

68 • A = 
$$x(x - 5) - 2(3 + x)$$
  
A =  $x \times x - x \times 5 - 2 \times 3 + (-2) \times x = x^2 - 5x - 6 - 2x$   
A =  $x^2 - 7x - 6$ .  
Si  $x = 1$ :  
 $x(x - 5) - 2(3 + x) = -4 - 8 = -12$   
 $x^2 - 7x - 6 = 1 - 7 - 6 = -12$ .  
Le résultat semble correct.  
• B =  $-3x(2x + 4) - x(2 - 3x) = -6x^2 - 12x - 2x + 3x^2$   
B =  $-3x^2 - 14x$   
Si  $x = 1$ :  
 $-3x(2x + 4) - x(2 - 3x) = -3 \times 6 + 1 = -18 + 1 = -17$   
 $-3x^2 - 14x = -3 - 14 = -17$ .  
Le résultat semble correct.  
• C =  $-3(x^2 + 7) + (6x - 1) - x(15 + 7x) - 3$   
=  $-3x^2 - 21 + 6x - 1 - 15x - 7x^2 - 3$   
=  $-10x^2 - 9x - 25$   
Si  $x = 1$ :  
 $-3(x^2 + 7) + (6x - 1) - x(15 + 7x) - 3 = -3 \times 8 + 5 - 22 - 3$   
=  $-24 - 20 = -44$   
−  $10x^2 - 9x - 25 = -10 - 9 - 25 = -44$ .  
Le résultat semble correct.

# Mon bilan

Voir les corrigés détaillés dans le livre élève, page 292.

# J'approfondis

79 
$$B = x^2 + 3x - 4y^2 - 2$$
.  
a)  $x = 1$  et  $y = 2$ :  
 $B = 1^2 + 3 \times 1 - 4 \times 2^2 - 2 = 1 + 3 - 16 - 2 = -14$ ;  
b)  $x = 1$  et  $y = -2$ :  
 $B = 1^2 + 3 \times 1 - 4 \times (-2)^2 - 2 = 1 + 3 - 16 - 2 = -14$ ;  
c)  $x = -1$  et  $y = 2$ :  
 $B = (-1)^2 + 3 \times (-1) - 4 \times 2^2 - 2 = 1 - 3 - 16 - 2 = -20$ ;  
d)  $x = -1$  et  $y = -2$ :  
 $B = (-1)^2 + 3 \times (-1) - 4 \times (-2)^2 - 2 = 1 - 3 - 16 - 2 = -20$ .

80 Le volume du ballon de football est :  $\mathcal{V} = \frac{4}{3} \times \pi \times R^3$ . Donc  $\mathcal{V} = \frac{4}{3} \times \pi \times 13^3 = \frac{4}{3} \times \pi \times 2197$  $\approx 9202.77 \text{ cm}^3$ donc  $\mathcal{V} = 9202.8 \text{ cm}^3$  arrondi au dixième.

81 1) 
$$(3x + 1)^2 - 4$$
.  
2)  $\operatorname{si} x = 0$ :  $(3x + 1)^2 - 4 = (0 + 1)^2 - 4 = -3$ ;  
 $\operatorname{si} x = 1$ :  $(3x + 1)^2 - 4 = (3 \times 1 + 1)^2 - 4 = 16 - 4 = 12$ ;  
 $\operatorname{si} x = -1$ :  $(3x + 1)^2 - 4 = (3 \times (-1) + 1)^2 - 4 = (-2)^2 - 4$   
 $= 4 - 4 = 0$ ;  
 $\operatorname{si} x = -\frac{1}{3}$ :  $(3x + 1)^2 - 4 = (3(-\frac{1}{3}) + 1)^2 - 4 = (-1 + 1)^2 - 4$ 

82 1) a) Le prix de trois coffrets est  $x \times 3$  donc  $3x \in$ . b) Le prix d'un CD est  $\frac{x}{4} \in$ . 2) Le prix d'un CD est  $\frac{y}{12} \in$ .

83 Oui, car 
$$\frac{1}{3}(15-x) = 5 - \frac{1}{3}x$$
.

Oui, car  $\frac{1}{3}(15-x) = 5 - \frac{1}{3}x$ . En effet, en utilisant la distributivité on obtient :  $\frac{1}{3}(15-x) = \frac{1}{3} \times 15 - \frac{1}{3} \times x = 5 - \frac{1}{3}x$ .

84 a) 
$$(2x + 3)(3x + 8)$$
  
=  $2x \times 3x + 2x \times 8 + 3 \times 3x + 3 \times 8 = 6x^2 + 16x + 9x + 24$   
=  $6x^2 + 25x + 24$ ;  
b)  $(1 + 2x)(9x - 4) = 1 \times 9x + 1 \times (-4) + 2x \times 9x + 2x \times (-4)$   
=  $9x - 4 + 18x^2 - 8x = 18x^2 + x - 4$ ;  
c)  $(7 - 4x)(6x - 5)$   
=  $7 \times 6x + 7 \times (-5) + (-4x) \times 6x + (-4x) \times (-5)$   
=  $42x - 35 + 24x^2 + 20x = 24x^2 + 62x - 35$ .

a) 
$$(7x-3)(6x+1)$$
  
 $= 7x \times 6x + 7x \times 1 + (-3) \times 6x + (-3) \times 1$   
 $= 42x^2 + 7x - 18x - 3 = 42x^2 - 11x - 3$ ;  
b)  $(2x+3)(3-2x) = 6x - 4x^2 + 9 - 6x = -4x^2 + 9$ ;  
c)  $(-2-9x)(-4y-1) = 8y + 2 + 36xy + 9x$ ;  
d)  $(-10-3a)(2a-9) = -20a + 90 - 6a^2 + 27a$   
 $= -6a^2 + 7a + 90$ .

86 1) 
$$(x + 1)(x + 1) = x^2 + x + x + 1 = x^2 + 2x + 1$$
.  
Donc  $(x + 1)^2 = x^2 + 2x + 1$ .  
2)  $(x - 1)(x - 1) = x^2 - x - x + 1 = x^2 - 2x + 1$ .  
Donc  $(x - 1)^2 = x^2 - 2x + 1$ .  
3)  $(x + 4)^2 = (x + 4)(x + 4) = x^2 + 4x + 4x + 16 = x^2 + 8x + 16$   
 $(x - 3)^2 = (x - 3)(x - 3) = x^2 - 3x - 3x + 9 = x^2 - 6x + 9$ .

Chap. 4 - Calcul littéral

a) *EBGF* a 4 angles droits. C'est donc un rectangle. De plus il a 2 côtés consécutifs égaux : c'est donc un carré. Son périmètre est  $a \times 4$  donc 4a.

b) *ABCD* a 4 angles droits. C'est donc un rectangle. Son périmètre est  $2 \times 8 + 2 \times (8 + a)$ .

Donc,  $\mathcal{P} = 16 + 16 + 2a = 32 + 2a$ .

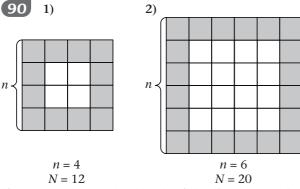
c) AEFGCD a pour périmètre :

8 + 8 + a + a + (8 - a) + 8 + a = 32 + 2a.

88 a) L'aire du carré EBGF est :  $c \times c = a \times a = a^2$ . b) L'aire du rectangle ABCD est  $L \times \ell = (8 + a) \times 8 = 64 + 8a$ . c) L'aire de AEFGCD est la différence des 2 aires précédentes :  $64 + 8a - a^2 = -a^2 + 8a + 64$ .

89 a) L'aire du triangle *EFG* est  $\frac{a^2}{2}$ .

b) L'aire du triangle *ADC* est (64 + 8a) : 2 donc 32 + 4a. c) L'aire du triangle *FGC* est  $(8 - a) \times a : 2$  donc  $\frac{8a - a^2}{2}$ .



3) Pour n = 10,  $N = 2 \times 10 + 2 \times (10 - 2) = 2 + 16 = 36$ . Pour n = 50,  $N = 2 \times 50 + 2 \times (50 - 2) = 100 + 96 = 196$ .

91 1) Par exemple,  $N = 2 \times n + 2 \times (n - 2)$ . 2) a) Développons et réduisons chaque formule : Roger : N = 4n - 4;

Isabelle : N = 2n + 2(n - 2) = 2n + 2n - 4 = 4n - 4; Christine : N = 4(n - 1) = 4n - 4;

Christophe : N = n + 2(n - 1) + (n - 2) = n + 2n - 2 + n - 2= 4n - 4;

Dominique :  $N = n^2 - (n-2)(n-2)$ =  $n^2 - (n^2 - 2n - 2n + 4) = 4n - 4$ .

On remarque que toutes donnent le même résultat. b) Voici le raisonnement qu'ont fait :

Roger: N = 4n - 4. 4 bandes oranges de n carreaux pour les 4 cotés du carré, moins 4 carreaux correspondants aux 4 sommets qui ont été comptés 2 fois;

Isabelle : N = 2n + 2 (n - 2). 2 bandes oranges horizontales de n carreaux et 2 bandes verticales sans les extrémités (donc de n - 2 carreaux);

Christine : N = 4(n - 1). 4 bandes oranges de n - 1 carreaux correspondant chacune à un côté du carré avec une seule extrémité;

Christophe : N = n + 2 (n - 1) + (n - 2). 1 bande orange horizontale de n carreaux et 2 bandes verticales privée chacune de son extrémité déjà prise en compte (donc de n - 1 carreaux) et 1 bande horizontale sans les extrémités (donc de n - 2 carreaux);

Dominique :  $N = n^2 - (n-2)(n-2)$ . La différence entre l'aire totale de la pièce  $n^2$ , et l'aire de la partie blanche centrale  $(n-2)^2$ , l'unité d'aire étant le carreau.

**92** 1) *n* + 1 et *n* + 2.

2) n, n + 1 et n + 2 sont 3 entiers consécutifs. Leur somme est : n + n + 1 + n + 2 = 3n + 3 = 3(n + 1). 3(n + 1) est un multiple de 3 car n + 1 est un entier. 93 n désigne un nombre entier relatif. Son suivant est n + 1, son précédent est n - 1.

Le produit de son suivant par son précédent est égal à :  $(n+1)(n-1) = n^2 - n + n - 1 = n^2 - 1$ .

94 1) Pour n = 0,  $2n = 2 \times 0 = 0$ ;

Pour n = 1,  $2n = 2 \times 1 = 2$ ;

Pour n = 2,  $2n = 2 \times 2 = 4$ ;

Pour n = 3, 2n = 6;

Pour n = 4, 2n = 8;

Pour n = 10, 2n = 20;

Pour n = 23, 2n = 46.

On remarque que ce sont tous des multiples de 2.

2) Pour n = 0, 2n + 1 = 1;

Pour n = 1, 2n + 1 = 3;

Pour n = 2, 2n + 1 = 5;

Pour n = 3, 2n + 1 = 7;

Pour n = 4, 2n + 1 = 9;

Pour n = 10, 2n + 1 = 21;

Pour n = 23, 2n + 1 = 47.

Tous sont des nombres impairs.

95 2n + 2 = 2(n + 1) donc 2n + 2 est pair car n + 1 est entier.

2n-2=2(n-1) donc 2n-2 est pair car n-1 est entier. 2n-3=(2n-2)-1 donc 2n-3 est impair car précédent d'un nombre pair.

 $4n = 2 \times 2n$  donc 4n est pair car 2n est entier.

2n + 5 = 2n + 4 + 1 = 2(n + 2) + 1 donc 2n + 5 est impair car n + 2 est entier.

4n + 3 = 4n + 2 + 1 = 2(2n + 1) + 1 donc 4n + 3 est impair car 2n + 1 est entier.

Soit n et p deux nombres entiers quelconques. 2n et 2p sont donc deux nombres pairs quelconques.  $2n + 2p = 2 \times (n + p)$ 

Comme n et p sont des nombres entiers, n+p aussi.  $2 \times (n+p)$  est donc un nombre pair.

La somme de deux nombres pairs est donc un nombre pair.

97 Soit n et p deux nombres entiers quelconques. 2n + 1 et 2p + 1 sont donc deux nombres impairs quelconques.

 $2n+1+2p+1=2n+2p+2=2\times(n+p+1)$ 

Comme n et p sont des nombres entiers, n + p + 1 aussi.  $2 \times (n + p + 1)$  est donc un nombre pair. La somme de deux nombres impairs est donc un nombre pair.

98 Soit n et n + 1 deux nombres entiers consécutifs. n + (n + 1) = 2n + 1.

Comme n est un nombre entier, 2n + 1 est un nombre impair. La somme de deux nombres entiers consécutifs est donc un nombre impair.

99 Soit *n* et *p* deux nombres entiers quelconques. 7*n* et 7*p* sont donc deux nombres multiples de 7 quelconques.

 $7n + 7p = 7 \times (n+p).$ 

Comme n et p sont des nombres entiers, n + p aussi.  $7 \times (n + p)$  est donc un multiple de 7.

La somme de deux multiples de 7 est un multiple de 7.

Soit n et p deux nombres entiers quelconques. 3n est un multiple de 3 quelconque et 5p un multiple de 5 quelconque.

 $3n \times 5p = 3 \times n \times 5 \times p = 15 \times np$ .

Comme n et p sont des nombres entiers,  $n \times p$  aussi.  $15 \times np$  est donc un multiple de 15.

Le produit d'un multiple de 3 et d'un multiple de 5 est donc un multiple de 15.

101 1) a) Le diamètre du cercle rose est 10, celui du cercle vert 2x et celui du cercle jaune 10 - 2x.

b) Le périmètre du cercle rose est  $10\pi$  , du cercle vert  $2x\pi$ , du cercle jaune  $(10 – 2x)\pi$ .

2)  $2x\pi + (10 - 2x)\pi = 2x\pi + 10\pi - 2x\pi = 10\pi$ .

Le périmètre du grand cercle est donc égal à la somme des périmètres des deux autres.

102 L'aire de la surface verte est :  $\pi \times R^2 = \pi \times (2r)^2 = \pi \times 4r^2 = 4\pi r^2$ .

103 1) Justifions la nature des figures :

ABCD est un rectangle car c'est un quadrilatère ayant 3 angles droits. De plus, ce rectangle a 2 côtés consécutifs égaux, ABCD est donc un carré.

HFCG a 4 côtés égaux, c'est donc un losange. De plus ce losange a un angle droit, c'est donc un carré.

EBFH a 3 angles droits car ABCD et HFCG sont des carrés; c'est donc un rectangle.

Comme EBFH est un rectangle, l'angle  $\widehat{AEH}$  est droit. Le quadrilatère AEGD a 3 angles droits, c'est donc un rectangle. 2) L'aire de ABCD est  $a^2$ ;

l'aire de *HFCG* est  $(a - b)^2 = (a - b)(a - b) = a^2 - 2ab + b^2$ ; l'aire de *EBFH* est  $b \times (a - b) = ab - b^2$ ;

l'aire de *AEGD* est  $a \times (a - (a - b)) = a \times b = ab$ .

3) ① + ② + ③ =  $a^2 - 2ab + b^2 + ab - b^2 + ab = a^2$ .

La somme des aires de ①, ② et ③ est bien égale à l'aire du quadrilatère ABCD.

#### MAISON DEVOIR

**104** 1) a)  $4x^2 + 4 = 4 \times x^2 + 4 \times 1 = 4 \times (x^2 + 1)$ ;

b)  $8 - 2a = 2 \times 4 - 2 \times a = 2 \times (4 - a)$ ;

c)  $5xy - 10x = 5x \times y - 5x \times 2 = 5x \times (y - 2)$ .

2) a)  $A = -7(x - 2) = -7 \times x + (-7) \times (-2) = -7x + 14$ .

 $B = (4x + 5)(x + 3) = 4x \times x + 4x \times 3 + 5 \times x + 5 \times 3$ 

 $B = 4x^2 + 12x + 5x + 15 = 4x^2 + 17x + 15.$ 

 $C = (9 + x) (3x - 1) = 9 \times 3x + 9 \times (-1) + x \times 3x + x \times (-1)$  $= 27x - 9 + 3x^2 - x = 3x^2 + 26x - 9$ 

D = (6x - 2)(5x - 3)

 $= 6x \times 5x + 6x \times (-3) + (-2) \times 5x + (-2) \times (-3)$ 

 $= 30x^2 - 18x - 10x + 6 = 30x^2 - 28x + 6.$ 

b) Pour *x*= 1 :

• A = -7 (1 - 2) = -7 (-1) = 7

-7x + 14 = -7 + 14 = 7.

Le résultat semble correct.

• B = (4x + 5)(x + 3) = (4 + 5)(1 + 3) = (9)(4) = 36.

 $4x^2 + 17x + 15 = 4 + 17 + 15 = 4x^2 + 17x + 15 = 36.$ 

Le résultat semble correct.

• C = (9 + 1)(3 - 1) = (10)(2) = 20

 $3x^2 + 26x - 9 = 3 + 26 - 9 = 29 - 9 = 20$ .

Le résultat semble correct.

• D =  $(6x - 2)(5x - 3) = (6 - 2)(5 - 3) = 4 \times 2 = 8$ 

 $30x^2 - 28x + 6 = 30 - 28 + 6 = 8$ .

Le résultat semble correct.

3) B - C =  $4x^2 + 17x + 15 - (3x^2 + 26x - 9)$ 

 $B = 4x^2 + 17x + 15 - 3x^2 - 26x + 9 = x^2 - 9x + 24.$ 

4) A - B + C - D =  $-7x + 14 - (4x^2 + 17x + 15) +$ 

 $(3x^2 + 26x - 9) - (30x^2 - 28x + 6)$ 

 $= -7x + 14 - 4x^2 - 17x - 15 + 3x^2 + 26x - 9 - 30x^2 + 28x - 6$  $= -31x^2 + 30x - 16.$ 

105 1) a) Le périmètre de la maison est a + b + c; b) Le périmètre de la parcelle de terrain est :

 $c + \frac{c \times \pi}{2} = c + \frac{\pi c}{2};$ 

c) Le périmètre de la partie fleurie est :

 $c + \frac{c \times \pi}{2} - c + a + b = \frac{\pi c}{2} + a + b.$ 2) Le périmètre de la maison est :

a + b + c = 9 + 12 + 15 = 36 m;

Le périmètre de la parcelle de terrain est :

 $c + \frac{\pi c}{2} = 15 + \frac{15\pi}{2} \approx 38,6$  m arrondi au dm; Le périmètre de la partie fleurie est :

 $\frac{\pi c}{2} + a + b = \frac{15\pi}{2} + 9 + 12 = \frac{15\pi}{2} + 21$ 

106 1) Le point C appartient à un cercle de diamètre  $[\overline{AB}]$ . Le triangle ABC est donc rectangle en C.

2) L'aire de la maison est  $\frac{a \times b}{2} = \frac{ab}{2}$ . L'aire totale du terrain est  $\frac{1}{2} \times (\pi \times \left| \frac{c}{2} \right|^2) = \frac{1}{2} \times \frac{\pi c^2}{4} = \frac{\pi c^2}{8}$ . 3) L'aire  $\mathcal{A}$  de la pelouse fleurie est la différence de l'aire

totale du terrain et de l'aire de la maison.

 $\mathcal{A} = \frac{\pi c^2}{8} - \frac{ab}{2} = \frac{1}{2} (\frac{\pi c^2}{4} - ab).$  **4)**  $\mathcal{A} = \frac{1}{2} (\frac{\pi 15^2}{4} - 9 \times 12) = \frac{1}{2} (\frac{\pi \times 225}{4} - 108)$  $=\frac{\pi \times 225}{2} - 54 \approx 300 \text{ m}^2.$ 

# CHERCHE

**107** 1) 3 + 9 + 12 + 21 + 33 + 54 = 132

 $4 \times 33 = 132$ .

On peut vérifier ce résultat avec d'autres nombres de départ, par exemple avec 1 et 10 :

 $1 + 10 + 11 + 21 + 32 + 53 = 128 = 4 \times 32$ .

2) Soient a et b les nombres quelconques choisis au départ.

Les termes de la suite de nombres sont : a, b, a + b, a + 2b, 2a + 3b, 3a + 5b.

La somme des termes de la suite de nombres est : a + b + a + b + a + 2b + 2a + 3b + 3a + 5b = 8a + 12b et  $4 \times (2a + 3b) = 8a + 12b$ .

La somme S de ces six nombres est bien égale à 4 fois le cinquième nombre de la liste quels que soient les nombres de départ.

Chap. 4 - Calcul littéral

Rang	1	2	3	4	5	6
Terme	а	b	a + b	a + 2b	2a + 3b	3a + 5b
Rang	7	7	8	3	9	10
Terme	5a -	⊦ 8 <i>b</i>	8a +	13 <i>b</i>	13a + 21b	21a + 34b

Somme des termes : 55a + 88b $11 \times (5a + 8b) = 55a + 88b$ .

La somme des dix premiers nombres vaut exactement 11 fois le septième, quels que soient les deux nombres de départ. 109 Le rayon du disque orange est x + y.

L'aire du disque orange complet est  $\pi \times R^2 = \pi \times (x + y)^2$ 

L'aire du disque bleu est  $\pi \times R^2 = \pi \times x^2$ 

L'aire du disque rose est  $\pi \times R^2 = \pi \times y^2$ 

L'aire de la partie orange est donc :

$$\pi \times (x + y)^{2} - \pi \times x^{2} - \pi \times y^{2} = \pi \times (x^{2} + y^{2} + 2xy) - \pi x^{2} - \pi y^{2}$$
$$= \pi x^{2} + \pi y^{2} + 2\pi xy - \pi x^{2} - \pi y^{2} = 2\pi xy.$$

L'aire de la surface orange est égale à  $2\pi xy$ .

# > J'utilise un tableur



Pour les exercices 110 à 112, voir les corrigés dans le CD-Rom.

# **110** ■ Étape 3 : Conclusion

- 1) Il semblerait que l'on trouve toujours le même résultat : le nombre 30.
- 2) Cette conjecture reste vraie en choisissant pour nombres de départ des nombres décimaux ou des nombres négatifs.
- 3) Démontrons cette conjecture. Soit *x* le nombre pensé au départ.

$$(2x-6)(-5) + 10x = -10x + 30 + 10x = 30.$$

On trouve bien 30 quel que soit le nombre pensé au départ.

2) a) Il semblerait que l'on trouve toujours le même résultat : le nombre –1.

b) Démontrons cette conjecture. Soit *n* le nombre entier pensé au départ.

 $(n+1)(n-1) - n^2 = n^2 - n + n - 1 - n^2 = -1$ 

On trouve bien –1.

Le résultat du problème est toujours le même, quelque soit le nombre pensé au départ.

(112 2) a) Il semblerait que l'on trouve toujours le même résultat : mon âge!!

b) Appelons x le nombre pensé au départ et notons a l'âge que j'ai aujourd'hui.

 $(x+3)(x-3) + (a+9) - x^2 = x^2 - 3x + 3x - 9 + a + 9 - x^2 = a$ On trouve bien a, donc l'âge que j'ai aujourd'hui.

Le résultat du problème est toujours le même, quelque soit le nombre pensé au départ.

# > Je découvre le monde des mathématiques

Voir corrigés détaillés dans le livre élève, page 300.

# Équations du premier degré à une inconnue

# > Programme

# Programme de la classe de quatrième

### **COMPÉTENCE**

Mettre en équation et résoudre un problème conduisant à une équation du premier degré à une inconnue.

#### COMMENTAIRES

Les problèmes issus d'autres parties du programme et d'autres disciplines conduisent à l'introduction d'équations et à leur résolution. À chaque fois sont dégagées les différentes étapes du travail : mise en équation, résolution de l'équation et interprétation du résultat.

Le choix des problèmes doit faire l'objet d'une attention particulière. Des situations qui aboutissent à une équation du type ax + b = cx + d permettent de mettre en évidence les limites des méthodes de résolution arithmétique ou par essais et ajustements et de faire percevoir l'intérêt de la méthode de résolution algébrique.

Tous les problèmes aboutissant à des équations produits, du type (x-2)(2x-3) = 0 sont hors programme.

# Programme de la classe de cinquième

### **COMPÉTENCE**

Tester si une égalité comportant un ou deux nombres indéterminés est vraie lorsqu'on leur attribue des valeurs numériques.

### Commentaires

Une attention particulière est apportée à l'introduction d'une lettre pour désigner un nombre inconnu dans des situations où le problème ne peut pas être facilement résolu par un raisonnement arithmétique.

Les programmes du Collège prévoient une initiation pro-

gressive à la résolution d'équations, de manière à éviter la mise en œuvre d'algorithmes dépourvus de véritable sens. La classe de cinquième correspond à une étape importante avec le travail sur des égalités vues comme des assertions dont la vérité est à examiner. Par exemple, dans l'étude d'une situation conduisant à une égalité telle que 3y = 4x + 2, les élèves en testent la valeur de vérité pour diverses valeurs de x et y qu'ils sont amenés à choisir. Ce type d'activité permet de mettre en évidence une nouvelle signification du signe « = ». Des situations conduisant à des inégalités sont également étudiées.

# Programme de la classe de troisième

# COMPÉTENCES

- Mettre en équation un problème conduisant à une équation, une inéquation ou un système de deux équations du premier degré et le résoudre.
- Résoudre une inéquation du premier degré à une inconnue à coefficients numériques.
- Représenter ses solutions sur une droite graduée.
- Résoudre algébriquement un système de deux équations du premier degré à deux inconnues admettant une solution et une seule; en donner une interprétation géométrique.

### Commentaires

Il est indispensable dans toute cette partie de ne pas multiplier les exercices systématiques de résolution sans référence au sens d'un problème. C'est la mise en équations ou inéquations qui justifie la résolution de l'équation, de l'inéquation ou d'un système. Les différentes étapes du travail sont identifiées à chaque occasion : mise en équation, résolution de l'équation et interprétation du résultat.

La représentation graphique des fonctions affines est exploitable dans trois directions :

- vérifier la validité de la solution algébrique;
- vérifier qu'une solution graphique évidente du système en est bien une:
- donner une solution approchée du système, précédant une éventuelle résolution algébrique.

Il s'agit de transposer un problème du cadre numérique au cadre graphique et réciproquement.

# COMPÉTENCE

Résoudre une équation mise sous la forme A(x).B(x) = 0, où A et B sont deux expressions du premier degré de la même variable x.

#### Commentaires

L'étude du signe d'un produit ou d'un quotient de deux expressions du premier degré de la même variable est hors programme.

Chap. 5 - Équations du premier degré à une inconnue

© Hachette Livre 2007, Mathématiques 4º, collection PHARE, livre du professeur. La photocopie non autorisée est un délit

BAT-001a105.indd 51 25/07/07 8:49:20

- → En classe de 5<sup>e</sup>, les élèves n'abordent pas la notion d'équation mais seulement d'égalité. Ils apprennent à tester si une égalité est vraie pour un nombre donné.
- → En 4<sup>e</sup>, sont introduits la notion d'équation et le vocabulaire associé. Les élèves apprennent à résoudre une équation du premier degré à une inconnue. Pour cela, les propriétés d'opérations des égalités sont mises en évidence puis admises. Les

élèves doivent également savoir résoudre un problème en utilisant une équation.

- → En classe de 3<sup>e</sup>, l'étude des équations est poursuivie par la résolution d'équations produits et par la résolution de systèmes de deux équations du premier degré à deux inconnues.
- → La notion d'équivalence n'est pas au programme du Collège. Il est donc nécessaire de vérifier chaque solution.

# Activités

### ACTIVITÉ D'OUVERTURE

#### COMMENTAIRES

Cette activité permet de découvrir l'origine de l'utilisation de la lettre x en mathématiques. Elle fait le lien avec l'usage de la lettre *x* dans le langage courant.

### CORRIGÉ

- a) On désigne par Monsieur X, un homme dont on ne connaît pas le nom.
- b) « Je vous le répète pour la  $x^e$  fois. » signifie que l'on déjà répété plusieurs fois et que c'est pour un nombre de fois inconnu que l'on répète.
- c) Les rayons X ont été découverts en 1895 par le physicien allemand Wilhelm Röntgen, qui a reçu pour cela le premier prix Nobel de Physique; il les nomma ainsi car ils étaient d'une nature inconnue. Ils sont une forme de rayonnement électromagnétique utilisé dans de nombreuses applications dont l'imagerie médicale.

Comme en mathématiques, dans ces trois cas, la lettre x désigne une inconnue.



# (1) J'AI DÉJÀ VU

### J'écris et je teste une égalité

Objectifs	<ul><li>Revoir la notion d'égalité.</li><li>Voir la notion d'équation.</li></ul>
Pré requis	Notion d'égalités de 5 <sup>e</sup> .
Paragraphe introduit	Généralités     Définitions

#### CORRIGÉ

- 1) a)  $3 \times 7 = 21$ ;
- $15 + (24 \div (-3)) = 7.$
- b) Chaque égalité est vraie.
- 2) a)  $\blacksquare$  + (-6) = 3  $\times$   $\blacksquare$
- b) 2 + (-6) = -4 et  $3 \times 2 = 6$ . Cette égalité est fausse lorsque ce nombre est 2.
- 0 + (-6) = -6 et  $3 \times 0 = 0$ . Cette égalité est fausse lorsque ce nombre est 0.
- -3 + (-6) = -9 et  $3 \times (-3) = -9$ . Cette égalité est vraie lorsque ce nombre est –3.

# 2) JE DÉCOUVRE

# Je découvre le vocabulaire lié aux équations

Objectif	Voir la définition d'une solution d'une équation.
Paragraphe introduit	1) Généralités a) Définitions

### COMMENTAIRES

Lors de cette activité, l'élève assimile une égalité à une balance en équilibre.

### CORRIGÉ

- 1) a) La masse posée sur le plateau de gauche est : 2m.
- b) 100 + 30 + 50 = 180. La masse posée sur le plateau de droite est 180 g.
- c) 2m = 180.
- 2) a)  $2 \times 50 = 100$ . La masse d'un CD n'est pas 50 g.
- $2 \times 120 = 240$ . La masse d'un CD n'est pas 120 g.
- $2 \times 90 = 180$ . Chaque CD pèse 90 g.
- b) 90 est une solution de cette équation.

### (3) JE DÉCOUVRE

### Je découvre des propriétés des égalités

Objectif	Découvrir qu'une égalité reste inchangée lorsqu'on :  – ajoute ou on soustrait le même nombre à chacun de ses membres;  – multiplie ou l'on divise chaque membre par un même nombre non nul.
Paragraphe introduit	Généralités     a) Propriétés

© Hachette Livre 2007, Mathématiques 4º, collection PHARE, livre du professeur. La photocopie non autorisée est un délit

#### COMMENTAIRES

L'activité met en évidence les propriétés des égalités en utilisant la comparaison avec une balance de Roberval. Ces propriétés, perçues comme évidentes, sont admises.

#### CORRIGÉ

- 1) a) 2m + 120 = m + 230.
- b) Lorsqu'on ajoute un DVD sur chaque plateau, la balance reste en équilibre. La nouvelle équation est : 3m + 120 = 2m + 230.
- c) Lorsqu'on enlève un DVD de chaque plateau, la balance reste en équilibre. La nouvelle équation est : m + 120 = 230.
- d) Lorsqu'on enlève 20 g du premier plateau et 30 g du second plateau, la balance ne reste pas en équilibre.
- 2) « On ne change pas une égalité lorsqu'on ajoute ou on soustrait le même nombre à chacun de ses membres. »
- 3) a) Lorsqu'on double la masse posée sur chaque plateau, la balance reste en équilibre. La nouvelle équation est :  $2 \times (2m + 120) = 2 \times (m + 230)$ .
- b) Lorsqu'on divise par deux la masse posée sur chaque plateau, la balance reste en équilibre. La nouvelle équation est :  $\frac{2m + 120}{m} = \frac{m + 230}{m}$ .
- c) On ne change pas une égalité lorsqu'on multiplie ou on divise chacun de ses membres par le même nombre non nul.



# (4) JE DÉCOUVRE

# Je résous une équation

Objectif  Utiliser des propriétés des égalités pour résoudre une équation.  Pré requis  Activité 3 : Propriétés des égalités.	

## COMMENTAIRES

L'activité utilise, sur un exemple, la comparaison avec une balance de Roberval qui constitue une aide visuelle pour les élèves.

#### CORRIGÉ

- 1) 3m + 20 = m + 150.
- 2) a) On enlève une balle de chaque plateau.
- b) 2m + 20 = 150.
- 3) a) On enlève 20 g de chaque plateau.
- b) 2m = 130.
- 4) a) On divise la masse de chaque plateau par 2.
- b) m = 65.

La masse d'une de ces balles rouges est 65 g.

### (5) JE DÉCOUVRE

# Je résous un problème en établissant une équation

Objectif	Résoudre un problème en utilisant une équation.
Pré requis	Résolution d'une équation.
Paragraphe introduit	3) Résoudre un problème

#### COMMENTAIRES

Cette activité met en évidence l'intérêt de la formalisation de la mise en équation d'un problème.

Je nomme x le nombre auquel je pense.

Je peux alors écrire :

$$x \times 6 - 2 = 3 \times x$$

$$6x - 2 = 3x$$

$$6x - 3x - 2 = 3x - 3x$$

$$3x - 2 = 0$$

$$3x - 2 + 2 = 0 + 2$$

$$3x = 2$$

$$\frac{3x}{3} = \frac{2}{3}$$

Le nombre auquel je pense est 
$$\frac{2}{3}$$
.  
En effet :  $\frac{2}{3} \times 6 = 2 \times 2 = 4$  puis  $4 - 2 = 2$ ,

et 
$$3 \times \frac{2}{3} = 2$$

# Savoir-faire

# 1 Résoudre une équation



a) 
$$x + 3 = 18$$

$$x + 3 - 3 = 18 - 3$$

x = 15.

Vérification : 15 + 3 = 18.

L'équation admet une solution : 15.

b) 5 + y = -20

5 + y - 5 = -20 - 5

y = -25.

Vérification : 5 + (-25) = -20.

L'équation admet une solution : –25.

c) 
$$a - 10 = 16$$

$$a - 10 + 10 = 16 + 10$$

$$a = 26$$
.

Vérification : 26 - 10 = 16.

L'équation admet une solution : 26.

d) -5 + t = -24

$$-5 + t + 5 = -24 + 5$$

$$t = -19$$
.

Vérification : -5 - 19 = -24.

L'équation admet une solution : –19.

# Chap. 5 - Équations du premier degré à une inconnue

🔘 Hachette Livre 2007, Mathématiques 4º, collection PHARE, livre du professeur. La photocopie non autorisée est un délit

2 a) 
$$37 + x = 15$$
  
 $37 + x - 37 = 15 - 37$   
 $x = -22$ .

Vérification : 37 + (-22) = 15.

L'équation admet une solution : –22.

b) 
$$\frac{-6}{5} = y - \frac{11}{5}$$
  
 $\frac{-6}{5} + \frac{11}{5} = y - \frac{11}{5} + \frac{11}{5}$   
 $\frac{5}{5} = y$ 

Vérification :  $1 - \frac{11}{5} = \frac{5}{5} - \frac{11}{5} = -\frac{6}{5}$ . L'équation admet une solution : 1.

c) 
$$13 - a = -52$$

$$13 - a + a = -52 + a$$

$$13 = -52 + a$$

$$13 = -52 + a$$

$$13 + 52 = -52 + a + 52$$

$$65 = a.$$

Vérification : 13 - 65 = -52.

L'équation admet une solution : 65.

L'équation admet une solution :  
d) 
$$\frac{7}{2} = -b - \frac{5}{4}$$
  
 $\frac{7}{2} + b = -b - \frac{5}{4} + b$   
 $\frac{7}{2} + b - \frac{7}{2} = -\frac{5}{4} - \frac{7}{2}$   
 $b = -\frac{5}{4} - \frac{14}{4}$   
 $b = \frac{-19}{4}$ .  
Vérification :  $\frac{19}{4} - \frac{5}{4} = \frac{14}{4} = \frac{7}{2}$ .

L'équation admet une solution :  $\frac{-19}{4}$ .

3 a) 
$$4x = 36$$

$$\frac{4x}{4} = \frac{36}{4}$$
$$x = 9.$$

Vérification :  $4 \times 9 = 36$ .

L'équation admet une solution : 9.

b) 
$$3y = -21$$

$$\frac{3y}{3} = -\frac{21}{3}$$
$$y = -7.$$

$$v = -7$$
.

Vérification :  $3 \times (-7) = -21$ .

L'équation admet une solution : –7.

c) 
$$18 = -4a$$

$$\frac{18}{-4} = \frac{-4a}{-4}$$

$$-4,5 = a.$$

$$-4.5 = a$$

Vérification :  $-4 \times (-4,5) = 18$ .

L'équation admet une solution : -4,5.

d) 
$$\frac{4}{5}m = \frac{2}{3}$$

$$\frac{4}{5}m \div \frac{4}{5} = \frac{2}{3} \div \frac{4}{5}$$

$$\frac{4}{5} \times \frac{5}{4} m = \frac{2}{3} \times \frac{5}{4}$$

$$m = \frac{2 \times 5}{3 \times 2 \times 2} = \frac{5}{6}$$

 $\frac{4}{5}m \div \frac{4}{5} = \frac{2}{3} \div \frac{4}{5}$   $\frac{4}{5} \times \frac{5}{4}m = \frac{2}{3} \times \frac{5}{4}$   $m = \frac{2 \times 5}{3 \times 2 \times 2} = \frac{5}{6}.$ Vérification :  $\frac{4}{5} \times \frac{5}{6} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}.$ 

L'équation admet une solution :  $\frac{5}{6}$ .

4 a) 
$$6x = -27$$

$$\frac{6x}{6} = -\frac{27}{6}$$
$$x = -\frac{9}{3}.$$

Vérification :  $6 \times \left(-\frac{9}{2}\right) = -3 \times 9 = -27$ .

L'équation admet une solution :  $-\frac{9}{3}$ .

b) 
$$-15 = -20y$$

$$-\frac{15}{-20} = \frac{-20y}{-20}$$
$$\frac{3}{4} = y.$$

Vérification :  $-20 \times \frac{3}{4} = -5 \times 3 = -15$ .

L'équation admet une solution :  $\frac{3}{4}$ .

c) 
$$-\frac{2}{3}t = -\frac{3}{2}$$

$$-\frac{2}{3}t \div \left(-\frac{2}{3}\right) = -\frac{3}{2} \div \left(-\frac{2}{3}\right)$$
$$-\frac{2}{3}t \times \left(-\frac{3}{2}\right) = -\frac{3}{2} \times \left(-\frac{3}{2}\right)$$
$$t = \frac{9}{4}.$$

$$t = \frac{9}{4}.$$

Vérification:  $-\frac{2}{3} \times \frac{9}{4} = -\frac{2 \times 3 \times 3}{3 \times 2 \times 2} = -\frac{3}{2}$ .

L'équation admet une solution :  $\frac{9}{4}$ .

d) 
$$1 + \frac{2}{3} = -4a$$

$$\frac{3}{3} + \frac{2}{3} = -4a$$

$$\frac{5}{2} \div (-4) = \frac{-4a}{4}$$

$$\frac{5}{3} \times \left(-\frac{1}{4}\right) = a$$

$$-\frac{5}{12} = a$$

Vérification :  $-4 \times \left(-\frac{5}{12}\right) = \frac{4 \times 5}{4 \times 3} = \frac{5}{3}$ .

L'équation admet une solution :  $-\frac{5}{12}$ .

$$5 \quad a) \ 2 + 3x = 8$$

$$2 + 3x - 2 = 8 - 2$$
$$3x = 6$$

$$\frac{3x}{3} = \frac{6}{3}$$

x = 2. Vérification :  $2 + 3 \times 2 = 2 + 6 = 8$ .

L'équation admet une solution : 2.

b) 
$$6x + 1 = -11$$

$$6x + 1 - 1 = -11 - 1$$

$$6x = -12$$

$$\frac{6x}{6} = -\frac{12}{6}$$

 $\frac{-6}{6} = \frac{-6}{6}$  x = -2.

Vérification :  $6 \times (-2) + 1 = -12 + 1 = -11$ . L'équation admet une solution : –2.

c) 
$$105 = -25x + 30$$

$$105 - 30 = -25x + 30 - 30$$

$$75 = -25x 
\frac{75}{-25} = \frac{-25x}{-25}$$

$$\frac{-25}{-25} = \frac{-25}{-25}$$

L'équation admet une solution : -3.

d) 
$$-8x + 7 = -49$$

$$-8x + 7 - 7 = -49 - 7$$

$$-8x = -56$$

$$\frac{-8x}{-8} = \frac{-56}{-8}$$

$$-8 -8 -8 = 7$$
.

Vérification :  $-8 \times 7 + 7 = -56 + 7 = -49$ .

L'équation admet une solution : 7.

6 a) 
$$-4 - x = 0$$
  
 $-4 - x + 4 = 0 + 4$   
 $-x = 4$   
 $x = -4$ .

Vérification : -4 - (-4) = -4 + 4 = 0.

L'équation admet une solution : -4.

b) 
$$-9 - 8x = 15$$

$$-9 - 8x + 9 = 15 + 9$$

$$-8x = 24$$

$$\frac{-8x}{-8} = \frac{24}{-8}$$

$$\begin{array}{c|c}
-8 & -8 \\
x = -3.
\end{array}$$

Vérification :  $-9 - 8 \times (-3) = -9 + 24 = 15$ .

L'équation admet une solution : -3.

c) 
$$-21 = x + 7 - 3x$$

$$-21 = 7 - 2x$$

$$-21 - 7 = 7 - 2x - 7$$

$$-28 = -2x$$

$$\frac{-28}{-2} = \frac{-2x}{-2}$$

$$\overline{14} = x$$

Vérification :  $14 + 7 - 3 \times 14 = 21 - 42 = -21$ .

L'équation admet une solution : 14.

d) 
$$\frac{1}{2} - x = \frac{5}{2}$$

$$\frac{1}{2} - x - \frac{1}{2} = \frac{5}{2} - \frac{1}{2}$$

$$-x = \frac{4}{2}$$

$$-x = 2$$

$$x = -2$$

Vérification :  $\frac{1}{2}$  - (-2) =  $\frac{1}{2}$  + 2 =  $\frac{1}{2}$  +  $\frac{4}{2}$  =  $\frac{5}{2}$ .

L'équation admet une solution : -2.

$$2x + 5 + 3x = 15 - 3x + 3x$$

$$5x + 5 = 15$$
$$5x + 5 - 5 = 15 - 5$$

$$5 - 5 = 15 -$$
$$5x = 10$$

$$\frac{5x}{5} = \frac{10}{10}$$

$$\frac{31}{5} = \frac{1}{5}$$

$$x = 2.$$

Vérification : •  $2 \times 2 + 5 = 4 + 5 = 9$ 

• 
$$15 - 3 \times 2 = 15 - 6 = 9$$
.

L'équation admet une solution : 2.

b) 
$$-6x + 4 = -1 - x$$

$$-6x + 4 + x = -1 - x + x$$

$$-5x + 4 = -1$$

$$-5x + 4 - 4 = -1 - 4$$

$$-5x = -5$$

$$-5x -5$$

$$\frac{-5x}{-5} = \frac{-5}{-5}$$

$$x = 1$$
.  
Vérification : • -6 × 1 + 4 = -6 + 4 = -2

• 
$$-1 - 1 = -2$$
.

L'équation admet une solution : 1.

c) 
$$7m + 10 = m - 8$$

$$7m + 10 - m - 10 = m - 8 - m - 10$$

$$6m = -18$$

$$\frac{6m}{}=\frac{-18}{}$$

$$6 6 m = -3.$$

Vérification : • 
$$7 \times (-3) + 10 = -21 + 10 = -11$$

L'équation admet une solution : -3.

d) 
$$-12y = 4 - 13y$$

$$-12y + 13y = 4 - 13y + 13y$$

$$y = 4$$
.

Vérification : •  $-12 \times 4 = -48$ 

• 
$$4 - 13 \times 4 = 4 - 52 = -48$$
.

L'équation admet une solution : 4.

# 

$$2x + 3 = 5 - 4x$$

$$2x + 3 + 4x - 3 = 5 - 4x + 4x - 3$$

$$6x = 2$$

$$x = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

• 
$$5 - 4 \times \frac{1}{3} = \frac{15}{3} - \frac{4}{3} = \frac{11}{3}$$

L'équation admet une solution :  $\frac{1}{2}$ 

b) 
$$B = C$$

$$5 - 4x = -\frac{1}{3} + x$$

$$5 = -\frac{1}{2} + x + 4$$

$$5 = -\frac{1}{3} + 5x$$

$$5 + \frac{1}{3} = 5$$

$$\frac{16}{3} = 5x$$

$$5 + \frac{1}{3} = 5x$$
$$\frac{16}{3} = 5x$$
$$\frac{16}{3} \div 5 = \frac{5x}{5}$$

$$\frac{16}{3} \times \frac{1}{5} = x$$

$$\frac{16}{15} = x.$$

$$\frac{16}{15} = x$$

Vérification : • 
$$5 - 4 \times \frac{16}{15} = \frac{75}{15} - \frac{64}{15} = \frac{11}{15}$$
.  
•  $-\frac{1}{3} + \frac{16}{15} = -\frac{5}{15} + \frac{16}{15} = \frac{11}{15}$ .

$$\bullet \ -\frac{1}{3} + \frac{16}{15} = -\frac{5}{15} + \frac{16}{15} = \frac{11}{15}.$$

L'équation admet une solution :  $\frac{16}{15}$ .

c) 
$$A = C$$

$$2x + 3 = -\frac{1}{3} + x$$

$$\frac{3}{2r-r-1}$$

$$3$$

$$x = -\frac{1}{2} - \frac{1}{2}$$

$$x = -\frac{3}{10}$$

Vérification: • 
$$2 \times \left(-\frac{10}{3}\right) + 3 = -\frac{20}{3} + \frac{9}{3} = -\frac{11}{3}$$
.

$$\bullet \ -\frac{1}{3} + \left(-\frac{10}{3}\right) = -\frac{11}{3} \ .$$

L'équation admet une solution :  $-\frac{10}{3}$ .

# Chap. 5 - Équations du premier degré à une inconnue

© Hachette Livre 2007, Mathématiques 4º, collection PHARE, livre du professeur. La photocopie non autorisée est un délii

# > Je m'entraîne

# À l'oral

- 9 a) non; b) non; c) oui; d) non.
- 10 a) non; b) non; c) oui; d) non.
- a) non; b) non; c) oui; d) oui; e) non.
- a) On ajoute (–6) à chaque membre de l'équation.
- b) On ajoute 2x à chaque membre de l'équation.c) On divise par 2 chaque membre de l'équation.

### 13

De la 1 <sup>re</sup> ligne à la 2 <sup>e</sup> ligne	On ne change pas une égalité lorsqu'on multiplie (ou on divise) chaque membre d'une équation par le même nombre <b>non nul</b> .	Jeanne multiplie par 2 chaque membre de l'équation.
De la 2 <sup>e</sup> ligne à la 3 <sup>e</sup> ligne	On ne change pas une égalité lorsqu'on ajoute (ou on soustrait) le même nombre à chacun de ses membres.	Elle ajoute 8 à chaque membre de l'équation.
De la 3 <sup>e</sup> ligne à la 4 <sup>e</sup> ligne	On ne change pas une égalité lorsqu'on ajoute (ou on soustrait) le même nombre à chacun de ses membres.	Elle enlève $10x$ à chaque membre de l'équation.
De la 4 <sup>e</sup> ligne à la 5 <sup>e</sup> ligne	Réduction.	Elle réduit chaque membre de l'équation.
De la 5 <sup>e</sup> ligne à la 6 <sup>e</sup> ligne	On ne change pas une égalité lorsqu'on multiplie (ou on divise) chaque membre d'une équation par le même nombre <b>non nul</b> .	Elle divise chaque membre par 8.

14 • 26 +  $\frac{x}{2}$  × 2 =  $-\frac{11}{2}$ . L'élève multiplie par 2 le nombre  $\frac{x}{2}$  alors qu'il aurait dû multiplier chaque membre

de l'équation par le même nombre.

- 26 + x = -11. L'élève n'a pas multiplié 26 par 2. Lorsqu'on multiplie chaque membre de l'équation par 2, on obtient 46 + x = -11.
- $\frac{x}{2} = 26 \frac{11}{2}$ . Pour obtenir  $\frac{x}{2}$  au premier membre, on doit enlever 26 à chaque membre de l'équation et non ajouter 26.

15 a) 
$$2 + x = 0$$

x = -2.

Vérification : 2 - 2 = 0.

L'équation admet une solution : -2.

b) 2 - x = 0

2 = x.

Vérification : 2 - 2 = 0.

L'équation admet une solution : 2.

c)  $2 \times x = 0$ 

x = 0.

Vérification :  $2 \times 0 = 0$ .

L'équation admet une solution : 0.

d)  $\frac{x}{2} = 0$ 

x = 0.

Vérification :  $\frac{0}{2} = 0$ .

L'équation admet une solution : 0.

16 a) 
$$5 + x = 2$$

x = 2 - 5

x = -3

Vérification : 5 - 3 = 2.

L'équation admet une solution : -3.

b) 
$$5 - x = -2$$

$$5 + 2 = x$$

$$7 = x$$
.

Vérification : 5 - 7 = -2.

L'équation admet une solution : 7.

c) 
$$-5 + x = 2$$

$$x = 5 + 2$$

$$x = 7$$
.

Vérification : -5 + 7 = 2.

L'équation admet une solution : 7.

d) 
$$5 + x = -2$$

$$x = -2 - 5$$

$$x = -7$$
.

Vérification : 5 + (-7) = -2.

L'équation admet une solution : -7.

# 17 a) 5y = 2

$$y = \frac{2}{5}$$

Vérification :  $5 \times \frac{2}{5} = 2$ 

L'équation admet une solution :  $\frac{2}{5}$ .

b) 
$$-5y = 2$$

$$y = -\frac{2}{5}.$$

Vérification :  $-5 \times \left(-\frac{2}{5}\right) = 2$ .

L'équation admet une solution :  $-\frac{2}{5}$ .

c) 
$$\frac{x}{x} = 1$$

$$x = 2 \times 5$$

$$x = 2 \times$$
  
 $x = 10$ .

Vérification :  $\frac{10}{5} = 2$ .

L'équation admet une solution : 10.

© Hachette Livre 2007, Mathématiques 4º, collection PHARE, livre du professeur. La photocopie non autorisée est un délit

d) 
$$-\frac{1}{5}x = -\frac{1}{2}$$
  
 $x = -\frac{1}{2} \times (-5)$   
 $x = \frac{5}{2}$ .  
Vérification:  $-\frac{1}{5} \times \frac{5}{2} = -\frac{1}{2}$ .

L'équation admet une solution :  $\frac{5}{2}$ .

18 a) 
$$x + 3 = 4$$
  
 $x = 4 - 3$   
 $x = 1$ .

Vérification : 1 + 3 = 4.

L'équation admet une solution : 1.

b) 
$$-8x = 16$$
$$x = \frac{16}{-8}$$
$$x = -2.$$

Vérification :  $-8 \times (-2) = 16$ .

L'équation admet une solution : -2.

c) 
$$m-5,5=13$$
  
 $m=13+5,5$   
 $m=18,5$ .

Vérification : 18,5 - 5,5 = 13.

L'équation admet une solution : 18,5.

d) 
$$-3 = 6x$$
$$\frac{-3}{6} = x$$
$$-\frac{1}{2} = x.$$

Vérification :  $6 \times \left(-\frac{1}{2}\right) = -\frac{6}{2} = -3$ .

L'équation admet une solution :  $-\frac{1}{2}$ 

19 a) 
$$7x - 2 = 5$$
  
 $7x = 5 + 2$   
 $7x = 7$   
 $x = \frac{7}{7}$   
 $x = 1$ .

Vérification :  $7 \times 1 - 2 = 7 - 2 = 5$ .

L'équation admet une solution : 1.

b) 
$$8 = 8 - 3x$$
  
 $8 - 8 = -3x$   
 $0 = -3x$   
 $\frac{0}{-3} = x$   
 $0 = x$ 

Vérification :  $8 - 3 \times 0 = 8$ .

L'équation admet une solution : 0.

c) 
$$\frac{x}{10} = 16.5$$
  
 $x = 16.5 \times 10$   
 $x = 165$ .  
Vérification :  $\frac{165}{10} = 16.5$ .

L'équation admet une solution : 165.

d) 
$$\frac{x}{2} = -\frac{15}{2}$$
  
 $x = -15$ .  
Vérification :  $\frac{-15}{2} = -\frac{15}{2}$ .

L'équation admet une solution : -15.

20 a) 
$$3x - 7 = 2x + 9$$
  
 $3x - 2x = 9 + 7$   
 $x = 16$ .

Vérification : •  $3 \times 16 - 7 = 48 - 7 = 41$ .

• 
$$2 \times 16 + 9 = 32 + 9 = 41$$
.

L'équation admet une solution : 16.

b) 
$$32 - 15x = -18 + 10x$$
  
 $32 + 18 = 10x + 15x$   
 $50 = 25x$   
 $\frac{50}{25} = x$   
 $2 = x$ .

Vérification : •  $32 - 15 \times 2 = 32 - 30 = 2$ .

• 
$$-18 + 10 \times 2 = -18 + 20 = 2$$
.

L'équation admet une solution : 2.

c) 
$$1,5x = 3,5x - 10$$
  
 $10 = 3,5x - 1,5x$   
 $10 = 2x$   
 $5 = x$ .

Vérification : •  $1,5 \times 5 = 7,5$ .

• 
$$3.5 \times 5 - 10 = 17.5 - 10 = 7.5$$
.

L'équation admet une solution : 5.

d) 
$$\frac{x}{2} + 14 = -\frac{x}{2} - 3$$
  
 $x + 28 = -x - 6$   
 $x + x = -6 - 28$   
 $2x = -34$   
 $x = -17$ .  
Vérification : •  $-\frac{17}{2} + 14 = -\frac{17}{2} + \frac{28}{2} = \frac{11}{2}$ .  
•  $-\frac{-17}{2} - 3 = \frac{17}{2} - \frac{6}{2} = \frac{11}{2}$ .  
L'équation admet une solution :  $-17$ .

21 1) Notons x la masse d'un stylo.

$$3x + 4 = 40.$$
2)  $3x = 40 - 4$ 

$$3x = 36$$

$$x = \frac{36}{3}$$

$$x = 12.$$

Vérification :  $12 \times 3 + 4 = 36 + 4 = 40$ .

La masse d'un stylo est 12 g.

22 1) Notons y la masse d'un verre.

3y + 40 = 500 + y.  
2) 2y = 500 - 40  
2y = 460  

$$y = \frac{460}{2}$$
  
 $y = 230$ .  
Vérification: • 3 × 230 + 40 = 690 + 40 = 730.  
• 500 + 273 = 730.

La masse d'un verre est 230 g.

# Égalités

a) On ajoute 5 à chaque membre de l'équation;

b) Les deux membres ont été intervertis;

c) On enlève 1 à chaque membre de l'équation;

d) On divise par deux chaque membre de l'équation;

e) On multiplie par 3 chaque membre de l'équation.

24 ① On ne change pas une égalité lorsqu'on multiplie chacun de ses membres par un même nombre non nul (ici 2).

2 On ne change pas une égalité lorsqu'on ajoute à chacun de ses membres un même nombre (ici 1).

(3) On ne change pas une égalité lorsqu'on multiplie chacun de ses membres par un même nombre non nul

# Chap. 5 - Équations du premier degré à une inconnue

© Hachette Livre 2007, Mathématiques 4º, collection PHARE, livre du professeur. La photocopie non autorisée est un délit

**25** a) 
$$6 - 3x = 5$$
;

b) 24 - 12x = 20;

c) 
$$-6x = -2$$
;

d) 6 - 3x = 5.

a) Fausse. Le premier membre a été divisé par 5 et le second par 3.

b) Vraie. On a ajouté 6x puis 5 à chaque membre de l'équation.

c) Fausse. On a ajouté 5 au premier membre de l'équation, mais on a enlevé 5 au deuxième. On a ajouté 6x au deuxième membre de l'équation, mais on a enlevé 6x au premier.

d) Vraie. L'équation obtenue en b) est vraie, on divise chacun de ses membres par 2.

e) Vraie. L'équation obtenue en b) étant vraie, on prend l'opposé de chaque membre (on multiplie chaque membre par (-1)).

f) Fausse. On enlève 9 au deuxième membre et 5 au premier.

# Solutions d'une équation

• 5 est solution de l'équation 14 - 3x = 2x - 11.

En effet :  $14 - 3 \times 5 = 14 - 15 = -1$ 

et  $2 \times 5 - 11 = 10 - 11 = -1$ .

• –2 est solution de l'équation x + 4 = 3x + 8.

En effet: -2 + 4 = 2 et  $3 \times (-2) + 8 = -6 + 8 = 2$ .

• 1,5 est solution de l'équation 2x + 4 = 7.

En effet :  $2 \times 1,5 + 4 = 3 + 4 = 7$ .

**28** a) 
$$14 \times 1 + 17 = 14 + 17 = 31 \neq -25$$
.

Le nombre 1 n'est pas solution de l'équation.

 $14 \times (-3) + 17 = -42 + 17 = -25$ .

Le nombre –3 est solution de l'équation.

b) 
$$\frac{3}{2} \times 1 - 5 = 1,5 - 5 = -3,5$$
 et  $-\frac{1}{2} \times 1 - 3 = -3,5$ .

Le nombre 1 est solution de l'équation.

c) 
$$2 \times 1^2 - 3 = 2 - 3 = -1$$
 et  $-5 \times 1 = -5$ .

Le nombre 1 n'est pas solution de l'équation.

 $2 \times (-3)^2 - 3 = 18 - 3 = 15$  et  $-5 \times (-3) = 15$ .

Le nombre -3 est solution de l'équation.  

$$2 \times \left(-\frac{1}{2}\right)^2 - 3 = 2 \times \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$$
.

$$-5 \times \frac{1}{2} = -\frac{5}{2}$$

Le nombre  $\frac{1}{2}$  n'est pas solution de l'équation.

# Résoudre une équation

29 1) a) 
$$A = 2(3 - 4x) = 6 - 8x$$
.

b) 
$$B = 10 - 3 \times x + 2 = 12 - 3x$$
.

2) 
$$A = B$$

© Hachette Livre 2007, Mathématiques 4º, collection PHARE, livre du professeur. La photocopie non autorisée est un délit

$$6 - 8x = 12 - 3x$$

$$6 - 8x + 8x = 12 - 3x + 8x$$

$$6 = 12 + 5x$$

$$6 - 12 = 12 + 5x - 12$$

$$-6 = 5x$$

$$\frac{-6}{5} = \frac{5x}{5}$$

$$-\frac{6}{5} = x.$$

$$\begin{aligned} \text{V\'erification} : \bullet & \ A = 2 \ (3 - 4 \times \left| -\frac{6}{5} \right|) = 2 \ (3 + \frac{24}{5}) \\ & = 2 \times \frac{39}{5} = \frac{78}{5} \ . \\ \bullet & \ B = 10 - 3 \times \left| -\frac{6}{5} \right| + 2 = 12 + \frac{18}{5} = \frac{78}{5} \ . \end{aligned}$$

L'équation admet une solution :  $-\frac{6}{5}$ .

**30** a) 
$$3x = 9(x - 8)$$

$$3x = 9x - 72$$

$$3x - 9x = 9x - 72 - 9x$$

$$-6x = -72$$

$$\frac{-6x}{1} = \frac{72}{6}$$

$$-6 -6$$
  
 $x = 12$ .

Vérification : •  $3 \times 12 = 36$ .

• 
$$9(12-8) = 9 \times 4 = 36$$
.

L'équation admet une solution : 12.

b) 
$$10x - 3(2x - 15) = 7x$$

$$10x - 6x + 45 = 7x$$

$$4x + 45 - 7x = 7x - 7x$$

$$-3x + 45 = 0$$

$$-3x + 45 - 45 = 0 - 45$$
$$-3x = -45$$

$$\frac{-3x}{-3} = \frac{-45}{-3}$$

$$x = 15.$$

Vérification : • 
$$10 \times 15 - 3(2 \times 15 - 15) = 150 - 3 \times 15$$
  
=  $150 - 45 = 105$ .

$$= 150 - 45 = 1$$
  
•  $7 \times 15 = 105$ .

L'équation admet une solution : 15.

31 a) 
$$3(2x + 5) = -7(3 - 2x)$$

$$6x + 15 = -21 + 14x$$

$$6x + 15 - 6x = -21 + 14x - 6x$$

$$15 = -21 + 8x$$
$$15 + 21 = -21 + 8x + 21$$

$$36 = 8x$$

$$\frac{36}{3} = \frac{8x}{3}$$

$$\frac{9}{2} = x.$$

Vérification : • 
$$3(2 \times \frac{9}{2} + 5) = 3(9 + 5) = 3 \times 14 = 42$$
.

• 
$$-7(3-2\times\frac{9}{2}) = -7(3-9) = -7\times(-6) = 42.$$

L'équation admet une solution : 
$$\frac{2}{9}$$
.

b) 
$$4(2-8x) - 3(-9x + 1) = 0$$
  
 $8 - 32x + 27x - 3 = 0$ 

$$5 - 5x = 0$$

$$5 - 5x + 5x = 0 + 5x$$

$$5 = 5x$$

$$1 = x.$$

Vérification:

$$4(2-8\times1) - 3(-9\times1 + 1) = 4\times(-6) - 3\times(-8)$$
  
= -24 + 24 = 0.

L'équation admet une solution : 1.

32 
$$2(3x+4) - 5(1-2x) = 7(2x-3) + 12$$

$$6x + 8 - 5 + 10x = 14x - 21 + 12$$

$$16x + 3 = 14x - 9$$

$$16x + 3 - 14x = 14x - 9 - 14x$$

$$2x + 3 = -9$$
$$2x + 3 - 3 = -9 - 3$$

$$2x = -12$$

$$\frac{2x}{2} = -\frac{12}{2}$$

x = -6.

• 
$$7(2 \times (-6) - 3) + 12 = 7 \times (-15) + 12$$
  
=  $-105 + 12 = -93$ .

L'équation admet une solution : -6.

33 1) D'après l'égalité des produit en croix, on a :  $(\overline{x+3}) \times 3 = 2 \times (1-2x).$ 

$$2) \quad 3x + 9 = 2 - 4x$$

$$3x + 9 + 4x = 2 - 4x + 4x$$

$$7x + 9 - 9 = 2 - 9$$

$$7x = -7$$

$$x = -1$$
.

Vérification : •  $(-1 + 3) \times 3 = 2 \times 3 = 6$ .

• 
$$2 \times (1 - 2 \times (-1)) = 2 \times 3 = 6$$
.

L'équation admet une solution : –1.

34 a) 
$$2 \times 5 = x \times 4$$

$$10 = 4x$$

$$x = \frac{10}{4} = \frac{5}{2}$$

b) 
$$12 \times x = -7 \times (-3)$$

$$12x = 21$$

$$x = \frac{21}{12}$$

$$x = \frac{7}{4}$$
.

35 a) 
$$x + 2 = -5 \times 6$$

$$x + 2 = -30$$

$$x + 2 - 2 = -30 - 2$$

$$x = -32$$
.

b) 
$$-8 \times (2x - 3) = 12$$

$$-16x + 24 = 12$$

$$-16x + 24 - 24 = 12 - 24$$

$$-16x = -12$$

$$x = -\frac{12}{-16}$$

$$c = \frac{3}{4}$$

$$36 \quad (x+3) \times 3 = 4 \times (5-2x)$$

$$3x + 9 = 20 - 8x$$

$$3x + 9 - 9 = 20 - 8x - 9$$

$$3x + 8x = 11 - 8x + 8x$$

$$11x = 1$$

$$x = \frac{11}{11} = 1.$$

$$37 \quad (3 - 8x) \times 4 = -5 \times (-1 + 7x)$$

$$12 - 32x = 5 + 35x$$

$$12 - 32x + 32x - 5 = 5 + 35x + 32x - 5$$

$$7 = -3x$$

$$\frac{7}{7} = x$$

$$\frac{7}{-3} = x.$$

# Résoudre un problème

38 1) 
$$\mathcal{P} = 2 \times (x + x + 3)$$
.

$$\mathfrak{P}=27$$

$$2 \times (x + x + 3) = 27$$

$$2(2x+3) = 27$$

$$4x + 6 = 27$$

$$4x = 21$$

$$x = \frac{21}{4}$$

x = 5,25.

Vérification : • 5,25 + 3 = 8,25.

• 
$$2(5,25+8,25) = 2 \times 13,5 = 27$$
.

Pour que le périmètre du rectangle soit de 27 cm, x doit être égal à 5,25 cm.

39 1) Dans un triangle, la somme des mesures des angles est égale à 180°.

Donc : x + 2x + 72 = 180

$$3x + 72 = 180$$

$$3x = 108$$

$$x = \frac{108}{3}$$

$$x = 36$$
.

Vérification :  $72 + 2 \times 36 + 36 = 72 + 72 + 36 = 180$ .

2) Le triangle possède deux angles de même mesure, c'est un triangle isocèle.

40 Si un parallélogramme a deux côtés consécutifs de même mesure alors c'est un losange.

$$AB = AD$$

$$2x - 3 = 4x + 5$$

$$2x - 3 - 4x = 4x + 5 - 4x$$
$$-2x - 3 = 5$$

$$-2x - 3 = 3$$
  
 $-2x - 3 + 3 = 5 + 3$ 

$$-2x = 8$$
$$-2x = 8$$

$$\frac{-2}{-2} = \frac{-2}{-2}$$

Si 
$$x = -4$$
,  $AB = 2(-4) - 3 = -8 - 3 = -11$ .

Or, une longueur est positive. Donc, le nombre x ne peut pas être égal à -4. Le parallélogramme ABCD ne peut pas être un losange.

41  $\mathcal{P}(EFGH) = 2 \times (EF + FG)$ 

$$D'o\dot{u}: 2 \times (x + 2 + x + 1) = 52$$

$$2 \times (2x + 3) = 52$$

$$4x + 6 = 52$$

$$4x + 6 - 6 = 52 - 6$$

$$4x = 46$$

$$\frac{4x}{x} = \frac{46}{x}$$

$$x = 11,5$$

Vérification:

- EF = EH = 11,5 + 2 = 13,5.
- FG = GH = 11.5 + 1 = 12.5.
- $\mathcal{P}(EFGH) = 13.5 \times 2 + 12.5 \times 2 = 27 + 25 = 52.$

Si x = 11,5 cm, le périmètre du quadrilatère *EFGH* est de

42 1) L'espérance de vie des femmes en 1750 est de 2x.

2) 
$$x + 2x = 42$$

$$3x = 42$$

$$\frac{3x}{3} = \frac{42}{3}$$

$$x = 14$$
.

L'espérance de vie des femmes au Moyen Âge était de 14 ans, au xvIII<sup>e</sup> siècle, elle était de 26 ans.

43 1) L'âge de la mère aujourd'hui est : x + 26.

2) L'âge de la fille dans 7 ans est x + 7.

L'âge de la mère dans 7 ans est : x + 26 + 7 soit x + 33.

3) 
$$x + 33 = 2 \times (x + 7)$$

$$x + 33 = 2x + 14$$

$$33 - 14 = 2x - x$$

$$19 = x$$
.

Vérification:

L'âge de la mère aujourd'hui est 19 + 26 = 45.

# Chap. 5 - Équations du premier degré à une inconnue

© Hachette Livre 2007, Mathématiques 4º, collection PHARE, livre du professeur. La photocopie non autorisée est un délit

L'âge de la mère dans 7 ans sera 45 + 7 = 52.

 $2 \times 26 = 52$ . Dans 7 ans, l'âge de la mère sera bien le double de l'âge de la fille.

4) La fille a 19 ans aujourd'hui.

44 Notons *x* le nombre d'années cherché.

$$x + 26 = 2(x + 11)$$

$$x + 26 = 2x + 22$$

$$26 - 22 = x$$

$$4 = x$$
.

Vérification : Dans 4 ans, Marc aura 15 ans et Pierre 30 ans, et  $15 \times 2 = 30$ .

Dans 4 ans, Pierre aura le double de l'âge de Marc.

45 1) Nombre de cartes de Teihotu : x + 3.

2) 
$$(x-2) \times 2 = x + 3 + 2$$

$$2x - 4 = x + 5$$

$$2x - 4 - x = x + 5 - x$$

$$x - 4 = 5$$

$$x - 4 + 4 = 5 + 4$$
  
 $x = 9$ .

$$x = 9$$
.

Vérification: Eva a 9 cartes, Teihotu a 12 cartes: 9 - 2 = 7 et 12 + 2 = 14. On a bien  $14 = 2 \times 7$ .

Donc, Eva possède 9 cartes et Teihotu 12 cartes.

46 Notons x le nombre de BD de Zouhir.

Le nombre de BD de Camille est alors de x + 15.

$$x + 15 - 3 = 2 \times x$$

$$x + 12 = 2x$$

$$x + 12 - x = 2x - x$$

$$12 = x$$
.

Vérification : • 12 + 15 = 27.

• 
$$27 - 3 = 24$$
.

On a bien  $24 = 2 \times 12$ .

Zouhir possède 12 BD et Camille 24.

47 Problème 1 et équation B.

Problème 2 et équation C.

Problème 3 et équation A.

48 Appelons x le nombre cherché.

$$3x + 5 = 2x - 7$$

$$3x - 2x = -7 - 5$$

$$x = -12$$
.

Vérification: •  $3 \times (-12) + 5 = -36 + 5 = -31$ .

• 
$$2 \times (-12) - 7 = -24 - 7 = -31$$
.

Le nombre cherché est -12.

49 Notons x l'âge de la benjamine.

L'âge de la cadette est alors de x + 2, celui de l'aînée est x + 2 + 2, soit x + 4.

$$x + 2 + x + 4 = 3 \times x$$

$$2x + 6 = 3x$$

$$2x + 6 - 2x = 3x - 2x$$

$$6 = x$$
.

Vérification : 8 + 10 = 18 et  $3 \times 6 = 18$ .

L'aînée a 10 ans, sa cadette 8 ans et la benjamine

# > Mon bilan

Voir les corrigés détaillés dans le livre élève, page 293.

# J'approfondis

**60** 1) 
$$\frac{1}{3}x - 7 = 2x + \frac{4}{3}$$

$$\frac{1}{3}x - 7 - 2x = 2x + \frac{4}{3} - 2x$$

$$(\frac{1}{3} - 2)x - 7 = \frac{4}{3}$$
$$-\frac{5}{3}x - 7 = \frac{4}{3}$$

$$-\frac{5}{3}x - 7 = \frac{4}{3}$$

$$-\frac{5}{3}x - 7 + 7 = \frac{4}{3} + 7$$

$$-\frac{3}{3}$$
  $-\frac{3}{3}$   $+\frac{3}{3}$   $+\frac{3}$   $+\frac{3}{3}$   $+$ 

$$-\frac{5}{3}x = \frac{4}{3} + \frac{21}{3}$$
$$-\frac{5}{3}x = \frac{25}{3}$$
$$-\frac{5}{3}x \times \left(-\frac{3}{5}\right) = \frac{25}{3} \times \left(-\frac{3}{5}\right)$$
$$x = -5.$$

L'équation admet une solution : -5.

2) a) 
$$\left(\frac{1}{3}x - 7\right) \times 3 = \left(2x + \frac{4}{3}\right) \times 3$$

$$x - 21 = 6x + 4$$
.  
b)  $x - 21 - x = 6x + 4 - x$ 

$$-21 = 5x + 4$$

$$-21 - 4 = 5x$$
  
 $-25 = 5x$ 

$$x = -\frac{25}{5}$$

$$x = -5$$
.  
L'équation admet une solution :  $-5$ .

**61** 1) a) 
$$\left(\frac{7}{5}x\right) \times 5 = \left(3x - \frac{1}{5}\right) \times 5$$
  
  $7x = 15x - 1$ .

b) 
$$7x - 7x + 1 = 15x - 1 - 7x + 1$$

$$1 = 8x$$
$$x = \frac{1}{8}.$$

L'équation admet une solution :  $\frac{1}{8}$ .

2) 
$$\frac{3x-1}{} = \frac{1}{}$$

$$5 \times (3x - 1) = 4 \times 1$$

$$(3x - 1) = 4 \times 1$$
  
  $15x - 5 = 4$ 

$$15x - 5 + 5 = 4 + 5$$

$$15x = 9$$

$$\frac{15x}{15} = \frac{9}{15}$$

$$x = \frac{3}{5}$$
.

L'équation admet une solution :  $\frac{3}{5}$ .

62 Pour résoudre chaque équation de cet exercice, on peut utiliser l'une ou l'autre des deux méthodes proposées à l'exercice précédent.

a) 
$$-\frac{5}{4} + \frac{x}{2} = -2 + \frac{3}{4}x$$

$$\left(-\frac{5}{4} + \frac{x}{2}\right) \times 4 = \left(-2 + \frac{3}{4}x\right) \times 4$$
$$-5 + 2x = -8 + 3x$$

$$-5 + 2x = -8 + 3x$$
  
$$-5 + 2x - 2x + 8 = -8 + 3x - 2x + 8$$

🔘 Hachette Livre 2007, Mathématiques 4º, collection PHARE, livre du professeur. La photocopie non autorisée est un délit

b) 
$$-\frac{x}{2} = \frac{2}{3}x + \frac{7}{6}.$$

$$-\frac{x}{2} = \frac{4}{6}x + \frac{7}{6}$$

$$-\frac{x}{2} = \frac{4x + 7}{6}$$

$$-x \times 6 = 2 \times (4x + 7)$$

$$-6x = 8x + 14$$

$$-6x - 8x = 8x + 14 - 8x$$

$$-14x = 14$$

$$-14x = 14$$

$$\frac{-14x}{-14} = \frac{14}{-14}$$

$$x = -1.$$

L'équation admet une solution : -1.

63 a) 
$$x-2=0$$
  
 $x-2+2=0+2$   
 $x=2$   
 $x=-1$ .

L'équation admet une solution : 2.

b) 0x = 2

Il est impossible de trouver un nombre qui multiplié par 0 donne 2. Cette équation n'a pas de solution.

Le produit d'un nombre par 0 est 0. Cette équation admet donc une infinité de solutions.

$$2x = 0$$

$$\frac{2x}{2} = \frac{0}{2}$$

$$x = 0.$$

L'équation admet une solution : 0.

e) 
$$\frac{x}{2} = 0$$
  
 $\frac{x}{2} \times 2 = 0 \times 2$   
 $x = 0$ .

L'équation admet une solution : 0.

f) 
$$\frac{0}{r} = 2$$
.

Le quotient de 0 par un nombre non nul est égal à 0. Cette équation n'a pas de solution.

64 a) 
$$-2(1-4x) = 13x + 5(1-x)$$
  
 $-2 + 8x = 13x + 5 - 5x$   
 $-2 + 8x = 8x + 5$   
 $-2 + 8x - 8x - 5 = 8x + 5 - 8x - 5$   
 $-7 = 0x$ .  
Cette équation n'a pas de solution.  
b)  $(x - 4) \times (-6) = 3(8 - 2x)$   
 $-6x + 24 = 24 - 6x$   
 $-6x + 24 + 6x - 24 = 24 - 6x + 6x - 24$ 

0x = 0. Cette équation admet donc une infinité de solutions.

65 1) 
$$(2x + 1)(5 - 6x) = 10x - 12x^2 + 5 - 6x$$
  
 $= -12x^2 + 4x + 5$   
 $-3x(4x - 1) = -12x^2 + 3x$ .  
2)  $-12x^2 + 4x + 5 = -12x^2 + 3x$   
 $-12x^2 + 4x + 5 + 12x^2 = -12x^2 + 3x + 12x^2$   
 $4x + 5 = 3x$ .  
3)  $4x + 5 - 3x - 5 = 3x - 3x - 5$   
 $x = -5$ .  
L'équation  $(2x + 1)(5 - 6x) = -3x(4x - 1)$  admet une solution :  $-5$ .

66 a) 
$$(2x-5)(1+x) = 2x(x-3)$$
  
 $2x + 2x^2 - 5 - 5x = 2x^2 - 6x$   
 $2x + 2x^2 - 5 - 5x - 2x^2 = 2x^2 - 6x - 2x^2$   
 $-3x - 5 = -6x$   
 $-3x - 5 + 6x + 5 = -6x + 6x + 5$   
 $3x = 5$   
 $x = \frac{5}{3}$ .  
L'équation admet une solution :  $\frac{5}{3}$ .

b) 
$$6x^2 - 2 + (3 - 2x)(4 + 3x) = 0$$
  
 $6x^2 - 2 + 12 + 9x - 8x - 6x^2 = 0$   
 $10 + x = 0$   
 $10 + x - 10 = 0 - 10$   
 $x = -10$ .

L'équation admet une solution : -10.

67 1) 
$$\mathcal{A}(ABM) = \mathcal{A}(AMC)$$

$$\frac{x \times 3}{2} = \frac{(5 - x) \times 3}{2}$$

$$3x = 15 - 3x$$

$$3x + 3x = 15$$

$$6x = 15$$

$$x = \frac{15}{6}$$

$$x = \frac{5}{2}$$

L'aire du triangle ABM est égale à celle du triangle ACM lorsque BM = 2.5 cm, c'est-à-dire lorsque M est le milieu du segment [BC].

2) Dans un triangle, une médiane partage ce triangle en deux triangles de même aire.

68 Le triangle GEF est rectangle en E. D'après le théorème de Pythagore, on a :

$$GF^2 = GE^2 + EF^2$$
  
 $GF^2 = 4^2 + 3^2$   
 $GF^2 = 16 + 9$   
 $GF^2 = 25$   
 $GF = \sqrt{25}$   
 $GF = 5$  cm.

 $\mathcal{A} \text{ latérale} = \frac{3}{4} \mathcal{A} \text{ totale.}$  $\mathcal{A} \text{ latérale } = (GE + EF + FG) \times EH = (4 + 3 + 5) \times x = 12x.$  $\mathcal{A}$  totale =  $\mathcal{A}$  latérale + 2 ×  $\mathcal{A}$  (EFG)

totale = 
$$\mathcal{A}$$
 laterale +  $2 \times \mathcal{A}$  (EFG)  
=  $12x + 2 \times \frac{4 \times 3}{2} = 12x + 12$ .

On a donc l'équation :  $12x = \frac{3}{4} \times (12x + 12)$ .

En multipliant par 4 les deux membres de l'équation, on obtient : 48x = 3(12x + 12)

En divisant par 3 les deux membres de l'équation, on obtient :

$$16x = 12x + 12$$

$$16x - 12x = 12$$

$$4x = 12$$

$$x = 3$$

Lorsque x = 3 cm, l'aire latérale de ce prisme est égale à  $\frac{3}{2}$  de son aire totale. 4

69 1) Désignons par x la longueur AM.

*x* est compris entre 0 et 6.

$$\mathcal{P}$$
 carré =  $4x$ .

$$\mathcal{P}$$
 rectangle =  $[(10 - x) + (6 - x)] \times 2 = (16 - 2x) \times 2 = 32 - 4x$ .

$$\mathcal{P}$$
 carré =  $\mathcal{P}$  rectangle  $4x = 32 - 4x$ 

Chap. 5 - Équations du premier degré à une inconnue

© Hachette Livre 2007, Mathématiques 4ª, collection PHARE, livre du professeur. La photocopie non autorisée est un déli

$$4x + 4x = 32$$

$$8x = 32$$

$$x = \frac{32}{8}$$

$$x = 4$$

Si AM = 4 cm, le périmètre du carré est égal à celui du rectangle.

2) Désignons par *x* la longueur *AM*.

*x* est compris entre 0 et 3.

$$\mathcal{P}$$
 rectangle =  $[(10 - x) + (3 - x)] \times 2 = (13 - 2x) \times 2 = 26 - 4x$ .

 $\mathcal{P}$  carré =  $\mathcal{P}$  rectangle

$$4x = 26 - 4x$$

$$4x + 4x = 26$$

$$8x = 26$$

$$x = \frac{26}{8}$$

$$x = 3,25$$

Le nombre *x* est compris entre 0 et 3 cm, il ne peut donc être égal à 3,25 cm. Donc le périmètre du carré ne peut être égal à celui du rectangle.

70 
$$I_0 = I_1 + I_2$$
  
 $0.52 = I_1 + 0.15 + I_1$   
 $0.52 = 2 I_1 + 0.15$   
 $0.52 - 0.15 = 2 I_1 + 0.15 - 0.15$   
 $0.37 = 2 I_1$   
 $0.37 = \frac{2 I_1}{2}$   
 $0.185 = I_1$ .

On alors  $I_2 = 0.185 + 0.15 = 0.335$ .

L'intensité de la lampe  $L_1$  est de 0,185 Ampères et celle de la lampe  $L_2$  est de 0,335 Ampères.

71 1) Nombre de DVD loués par Luc:

$$\frac{60-10}{2}=\frac{50}{2}=25.$$

Luc a loué 25 DVD dans l'année.

2) Nombre de DVD loués par Sam:

$$\frac{46-10}{2} = \frac{36}{2} = 18.$$

Sam a loué 18 DVD dans l'année.

3)  $25 \times 2.5 = 62.5$ .

Sans abonnement, Luc aurait payé 62,5 € au lieu de 60 €.  $18 \times 2,5 = 45$  €.

Sans abonnement, Sam aurait payé 45 € au lieu de 46 €. Seul Luc a rentabilisé son abonnement.

4) Notons x le nombre de DVD loués dans une année. Montant avec la formule sans abonnement : 2,5x.

Montant avec la formule avec abonnement : 10 + 2x.

$$2.5x = 10 + 2x$$

$$2,5x - 2x = 10 + 2x - 2x$$

$$0.5x = 10$$

$$x = \frac{10}{0.5}$$

$$x = 20$$

Les deux formules sont aussi intéressantes l'une que l'autre pour 20 DVD loués dans l'année.

y + 12 = 11 + 7v + 12 = 18

Cercle jaune: 
$$x + 2 + 1 + 4 = x + 7$$
.  
Cercle vert:  $-3 + 4 - 5 + 2x = -4 + 2x$ .  
 $x + 7 = -4 + 2x$   
 $7 = -4 + 2x - x$   
 $7 + 4 = x$   
 $11 = x$ .  
Cercle violet:  $y + 11 + 4 - 3 = y + 12$ .

Cercle bleu : 
$$4 + 1 + z - 5 = z$$
.  
 $z = 11 + 7$   
 $z = 18$ 

Finalement, x = 11, y = 6 et z = 18.

73 Désignons pas x le premier nombre. Son suivant est alors x + 1 et le troisième x + 2.

• 
$$x + x + 1 + x + 2 = 2007$$
  
 $3x + 3 = 2007$   
 $3x = 2007 - 3$   
 $3x = 2004$   
 $x = \frac{2004}{3}$   
 $x = 668$ .  
 $668 + 669 + 670 = 2007$ .

Il existe trois nombres entiers consécutifs dont la somme est égale à 2007 : 668, 669 et 670.

• 
$$x + x + 1 + x + 2 = 2008$$
  
 $3x + 3 = 2008$   
 $3x = 2008 - 3$   
 $3x = 2005$   
 $x = \frac{2005}{3}$ .

2005 n'étant pas divisible par 3, le nombre  $\frac{2005}{3}$  n'est pas entier.

Il n'existe pas trois nombres entiers consécutifs dont la somme est égale à 2008.

*n* désigne un nombre entier.

2n désigne le premier nombre, 2n + 2 le deuxième, 2n + 4 le troisième, 2n + 6 le quatrième et 2n + 8 le dernier.

$$2n + (2n + 2) + (2n + 4) + (2n + 6) + (2n + 8) = 180$$

$$10n + 20 = 180$$

$$10n = 180 - 20$$

$$10n = 160$$

$$n = \frac{160}{10} = 16.$$

$$32 + 34 + 36 + 38 + 40 = 180.$$

Les cinq nombres entiers pairs consécutifs dont la somme est 180 sont : 32, 34, 36, 38 et 40.

75 n désigne un nombre entier.

2n désigne le premier nombre, 2n + 2 le deuxième, 2n + 4 le troisième, 2n + 6 le quatrième et 2n + 8 le

$$2n + (2n + 2) + (2n + 4) + (2n + 6) + (2n + 8) = 165$$

$$10n + 20 = 165$$

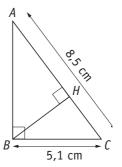
$$10n = 165 - 20$$

$$10n = 145$$

$$n = \frac{145}{10} = 14.5.$$

Or n désigne un nombre entier. Il n'existe donc pas 5 nombres pairs consécutifs tels que leur somme soit 165.

76



$$AC^2 = AB^2 + BC^2$$

$$AB^2 = AC^2 - BC^2$$

$$AB^2 = 8,5^2 - 5,1^2$$

$$AB^2 = 72,25 - 26,01$$

$$AB^2 = 46,24$$

$$AB = \sqrt{46,24}$$

AB = 6.8 cm.

$$AB = 6.8 \text{ cm}.$$
2)  $\mathcal{A}(ABC) = \frac{BC \times AB}{2}$ 

$$\mathcal{A}(ABC) = \frac{5,1 \times 6,8}{2}$$

$$A(ABC) = \frac{34,68}{2}$$
  
  $A(ABC) = 17,34 \text{ cm}^2$ .

$$A(ABC) = 17,34 \text{ cm}^2$$

D'autre part : 
$$\mathcal{A}(ABC) = \frac{BH \times AC}{2}$$

On a donc : 
$$17,34 = \frac{BH \times 8,5}{2}$$

$$17,34 \times 2 = BH \times 8,5$$

$$34,68 = BH \times 8,5$$

$$BH = \frac{34,68}{}$$

$$BH = \frac{1}{8.5}$$
  
 $BH = 4.08 \text{ cm}.$ 

77 1) APMQ est un rectangle donc : 
$$(PM) \perp (AB)$$
.

On a de plus :  $(AC) \perp (AB)$ .

Les droites (PM) et (AC) sont toutes les deux perpendiculaires à la droite (AB), elles sont donc parallèles.

On a donc :  $P \in [BA]$ ,  $M \in [BC]$  et (PM) // (AC). D'après le théorème de Thalès, on a :

$$\frac{BP}{BA} = \frac{BM}{BC} = \frac{PM}{AC}$$

$$\frac{x}{x} = \frac{BM}{B} = \frac{PM}{B}$$

$$\frac{1}{4} = \frac{1}{BC} = \frac{1}{3}$$

$$\frac{x}{4} = \frac{PM}{3}$$

$$x \times 3 = 4 \times PM$$

$$3x = 4 \times PM$$

$$\frac{3x}{4} = PM$$

$$PM = \frac{3}{4}x$$
.

$$PM = \frac{3}{4}x.$$
2)  $\mathcal{P} = 2 \times (AP + PM) = 2(4 - x + \frac{3}{4}x) = 2(4 - \frac{4}{4}x + \frac{3}{4}x)$ 

$$= 2(4 - \frac{1}{4}x) = 8 - \frac{1}{2}x$$

$$\mathcal{P} = 8 - \frac{x}{2}$$

3) a)  $P \in [AB]$ , donc la longueur BP, c'est-à-dire x, est comprise entre 0 et 4 cm.

b) 
$$\mathcal{P} = 7$$

$$\mathcal{P} = 4$$

$$8 - \frac{x}{4} - 4$$

$$\mathcal{P} = 10$$

$$8 - \frac{x}{2} - 10$$

$$8 - 4 = \frac{x}{2}$$

$$8 - 10 = \frac{x}{2}$$

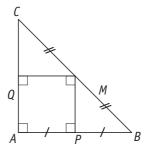
$$1 = \frac{x}{2}$$

$$4 = \frac{x}{2}$$

$$-2 = \frac{\lambda}{2}$$

La longueur x est comprise entre 0 et 4 cm. Donc le périmètre du rectangle APMQ ne peut être égal à 10 cm (sinon x est négatif), ni à 4 cm (sinon x > 4).

4) Le périmètre du rectangle APMQ peut être égal à 7 cm. Dans ce cas, le point P se situe au milieu du segment



#### A LA MAISON DEVOIR

78 Désignons par x le nombre de Gallois en millions. x + 2 représente alors le nombre d'Écossais en millions. 10(x + 2) représente le nombre d'Anglais en millions.

On a alors : 
$$x + x + 2 + 10(x + 2) = 58$$
  
  $2x + 2 + 10x + 20 = 58$ 

$$12x + 22 = 58$$

$$12x = 58 - 22$$

$$12x = 36$$
$$x = \frac{36}{12}$$

$$x = \frac{30}{12}$$

La Grande-Bretagne compte 3 millions de Gallois, 5 millions d'Écossais et 50 millions d'Anglais.

79 1) a) 
$$\mathcal{A}$$
 base =  $\frac{(x+11)\times 2}{2} = x+11$ .  
b)  $\mathcal{V} = \mathcal{A}$  base  $\times 5 = (x+11)\times 5 = 5x+55$ .

b) 
$$\mathcal{V} = \mathcal{A} \text{ base} \times 5 = (x + 11) \times 5 = 5x + 55$$

**2)** 
$$\mathcal{V} = 75$$

$$5x + 55 = 75$$

$$5x = 75 - 55$$

$$5x = 20$$

$$x = \frac{20}{5} = 4$$

Pour que la piscine contienne 75 m $^3$  d'eau, le nombre xdoit être égal à 4 m.

# CHERCHE

80 1) Désignons par x la part du paysan.

$$x + \frac{1}{5}x = 21$$

$$(1 + \frac{1}{5}) x = 21$$

$$\frac{6}{5}x = 21$$

$$x = 21 \times \frac{5}{6}$$

$$x = \frac{105}{6}$$

$$x = 17.5$$

Il reste au paysan 17,5 mesures.

2) Sur 6 mesures, 5 sont pour le paysan et une pour le

Les Égyptiens remarquent que :

$$21 = 6 + 12 + 3 = 6 + 2 \times 6 + \frac{6}{2}.$$

Le double de 5 est 10, sa moitié 2,5. 5 + 10 + 2,5 = 17,5.

Soit x le nombre de jours travaillés, 30 - x désigne alors le nombre de jours non travaillés.

$$x \times \frac{6}{30} + (30 - x) \times (-\frac{4}{30}) = 0$$

$$\frac{6}{30}x - \frac{4}{30}(30 - x) = 0$$

$$6x - 4(30 - x) = 0$$

$$6x - 120 + 4x = 0$$

$$10x = 120$$

$$x = 12.$$

Le salarié a travaillé 12 jours et s'est arrêté 18 jours.

# > J'utilise un logiciel



Pour les exercices 82 à 85, voir le CD-Rom.

82 Le nombre 3,6 est une solution de l'équation 24x - 15 = 4x + 57.

83 Le nombre 6,25 est une solution de l'équation 12x + 92 = 267 - 16x.

84 Le nombre 2,96 est une solution de l'équation

85 Cette méthode ne permet pas de trouver la valeur exacte de la solution de l'équation.

On ne trouve qu'une valeur approchée de la solution : 0,333... (La valeur exacte de la solution étant  $\frac{1}{3}$ ).

# > Je découvre le monde des mathématiques

Voir les corrigés détaillés dans le livre élève, page 293.

# Ordre et opérations

# > Programme

# Programme de la classe de quatrième

### **COMPÉTENCES**

- Comparer deux nombres relatifs en écriture décimale ou fractionnaire, en particulier connaître et utiliser :
- l'équivalence entre  $a \le b$  et  $a b \le 0$ ;
- l'équivalence entre  $a \ge b$  et  $a b \ge 0$ .

### Commentaires

Le fait que x est strictement positif (respectivement x strictement négatif) se traduit par x > 0 (respectivement x < 0) est mis en évidence.

Le fait que « comparer deux nombres est équivalent à chercher le signe de leur différence », intéressant notamment dans le calcul littéral, est dégagé.

Ces propriétés sont l'occasion de réaliser des démonstrations dans le registre littéral.

### **COMPÉTENCES**

- Utiliser le fait que des nombres relatifs de l'une des deux formes suivantes sont rangés dans le même ordre que a et b: a + c et b + c; a c et b c.
- Utiliser le fait que des nombres relatifs de la forme *ac* et *bc* sont dans le même ordre que *a* et *b* si *c* est strictement positif, dans l'ordre inverse si *c* est strictement négatif.
- Écrire des encadrements résultant de la troncature ou de l'arrondi à un rang donné d'un nombre positif en écriture décimale ou provenant de l'affichage d'un résultat sur une calculatrice (quotient...).
- Utiliser la notation scientifique pour obtenir un encadrement.

#### Commentaires

Les tests par substitution de valeurs numériques à des lettres sont utilisés pour mettre en évidence cette propriété qui peut être démontrée à partir de l'étude des signes de a - b et de ac - bc.

# Programme de la classe de cinquième

### COMPÉTENCE

Comparer deux nombres en écriture fractionnaire dans le cas où les dénominateurs sont les mêmes et dans le cas où le dénominateur de l'un est un multiple du dénominateur de l'autre.

### Commentaires

Différents cas peuvent être envisagés :

- dénominateurs égaux;
- numérateurs égaux;
- dénominateurs et numérateurs différents dans des exemples simples (la généralisation est faite en classe de quatrième).

Différentes procédures sont mises en œuvre dans ce dernier cas :

– comparaison à un même entier (exemple : comparer  $\frac{3}{5}$  et  $\frac{5}{4}$  à 1);

- mise au même dénominateur (dans des cas accessibles par le calcul mental);
- calcul des quotients approchés.

La systématisation de la réduction au même dénominateur est traitée en classe de quatrième.

# **COMPÉTENCE**

Ranger des nombres relatifs courants en écriture décimale.

#### Commentaires

L'étude de l'ordre sur les nombres relatifs est liée aux questions de graduation et ne donne pas lieu à des formalisations excessives.

La notion de valeur absolue n'est pas introduite.

# Programme de la classe de troisième

## COMPÉTENCES

- Utiliser le fait que des nombres relatifs de la forme *ac* et *bc* sont dans le même ordre que *a* et *b* si *c* est strictement positif, dans l'ordre inverse si *c* est strictement négatif.
- Mettre en inéquation un problème.

- Résoudre une inéquation du premier degré à une inconnue à coefficients numériques.
- Représenter les solutions sur une droite graduée.

#### Commentaires

Les tests par substitution de valeurs numériques à des lettres, déjà pratiqués dans les classes antérieures,

Chap. 6 - Ordre et opérations

Il est indispensable dans toutes cette partie de ne pas multiplier les exercices systématiques de résolution sans référence au sens d'un problème.

C'est la mise en inéquations qui justifie la résolution de

Les différentes étapes du travail sont identifiées à chaque occasion : Mise en inéquation, résolution de l'inéquation et interprétation du résultat.

# En résumé

- → En classe de 5<sup>e</sup>, les élèves ont essentiellement appris à ranger et à comparer des nombres relatifs, en particulier des écritures fractionnaires (ayant le même dénominateur ou le même numérateur ou lorsque le dénominateur de l'une est un multiple du dénominateur de l'autre).
- → En classe de 4<sup>e</sup>, les élèves découvrent deux nouveaux symboles mathématiques : ≤ et ≥ . Ils travaillent sur les inégalités.

Ils découvrent des propriétés liant l'ordre et l'addition (ou la soustraction) ainsi que des propriétés liant l'ordre et la multiplication (ou la division); en particulier, lorsqu'on multiplie chaque membre d'une inégalité par un nombre négatif.

Les propriétés des égalités ont été admises car perçues intuitivement. Ici, les propriétés liant l'ordre et les opérations sont démontrées.

- → La notion de valeurs approchées rencontrée en classe de 6<sup>e</sup> et 5<sup>e</sup>, est approfondie avec la détermination de la troncature, de l'arrondi ou d'un encadrement d'un nombre positif à une précision donnée (en particulier à partir d'une écriture scientifique).
- → La notion d'inéquation et la représentation graphique des solutions ne seront introduites qu'en classe de 3<sup>e</sup>. Et c'est au cours de leur résolution que seront réinvesties les propriétés des inégalités vues en 4<sup>e</sup>.

# Activités

# ACTIVITÉ D'OUVERTURE

### COMMENTAIRES

Cette activité permet :

- de revoir les signes < et >;
- de remarquer qu'une inégalité peut s'écrire dans les
- et de revoir l'écriture d'un encadrement.

### CORRIGÉ

- 1) a) x < 381;
- b) 381 > x.
- 2) 283 < *y* < 381.

### JE DÉCOUVRE

# Je découvre de nouveaux symboles mathématiques

Objectif	Découvrir les symboles « est inférieur ou égal à » et « est supérieur ou égal à ».
Pré requis	Comparaison de nombres relatifs.
Paragraphe introduit	1) Notations et définition

#### COMMENTAIRES

Cette activité permet d'introduire les symboles  $\leq$  et  $\geq$ . Une activité complémentaire est proposée à la page 14.

# CORRIGÉ

- 2)  $\widehat{A}$  1  $\diamond$  3,2 < 12,8
- © 1♦9,7 ..... 109,7
- (E) 134,45 ..... 13♦,45
- 3) (A) -1 + 3.2 < 12.8
- $\bigcirc$  1 \( \phi 9,7 \( \geq 109,7 \)
- (E) 134,45 ? 13♦,45
- (B) 7.1 > -7.84
- D -1589, ♦2 ..... -1589,02
- (B) -7,1 $\diamond$  > -7,84
- $\bigcirc$  -1589,  $\diamond$  2  $\leq$  -1589,02

# JE DÉCOUVRE

# Je détermine l'arrondi et la troncature d'un nombre

Objectifs	<ul> <li>Revoir la notion de troncature d'un nombre à une précision donnée.</li> <li>Découvrir la notion d'arrondi d'un nombre à une précision donnée.</li> </ul>
Paragraphe introduit	2) Troncature, arrondi d'un nombre positif

#### CORRIGÉ

- 1) a) 6 < b < 7.
- b) La troncature de b à l'unité est 6. L'arrondi à l'unité de *b* est 7.



- b) 6.8 < b < 6.9.
- c) La troncature au dixième de b est 6,8. L'arrondi au dixième de b est 6,8.

# 3 JE DÉCOUVRE

# Je découvre une propriété des inégalités

Objectif	Découvrir l'équivalence entre $a < b$ et $a - b < 0$ et l'équivalence entre $a > b$ et $a - b > 0$ .
Paragraphe introduit	3) Signe d'une différence

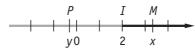
#### COMMENTAIRE

Cette propriété est admise car elle est perçue intuitivement.

### CORRIGÉ



1) 2) a) 3) a)



- b) x est strictement supérieur à 2; x > 2.
- c) Le nombre x 2 est strictement positif; x 2 > 0.
- 3) b) y est strictement inférieur à 2; y < 2.
- c) Le nombre y 2 est strictement négatif; y 2 < 0.
- **4)** a) b) et c)



# (4) JE DÉCOUVRE

# Je découvre des propriétés liant l'ordre et l'addition

Objectif	Découvrir que $a + c$ et $b + c$ puis $a - c$ et $b - c$ sont rangés dans le même ordre que $a$ et $b$ .
Pré requis	Activité 3 : l'équivalence entre $a < b$ et $a - b < 0$ .
Paragraphe introduit	4) Ordre et opérations a) Ordre et addition – Ordre et soustraction

# COMMENTAIRE :

La propriété est conjecturée puis démontrée en utilisant le résultat de l'activité 3.

# CORRIGÉ

## A : Conjecture

- 1) Myriam aura toujours plus d'argent de poche que son frère Karim.
- 2) Après cette dépense, Myriam aura plus d'argent de poche que Karim.

#### B: Démonstration

- 1) a) (a + c) (b + c) = a + c b c = a b.
- b) On sait que : a < b. Donc a b < 0. On en déduit que (a + c) (b + c) < 0.
- c) (a + c) < (b + c).
- 2) (a-c) (b-c) = a-c-b+c = a-b.

On a a < b. Donc a - b < 0.

On en déduit que (a - c) - (b - c) < 0.

Donc, (a - c) < (b - c).

- 3) a) « Les nombres a + c et b + c sont rangés dans le **même** ordre que les nombres a et b. »;
- b) « Les nombres a c et b c sont rangés dans **le même** ordre que les nombres a et b. ».

# 5 JE DÉCOUVRE

# Je multiplie une inégalité par un nombre donné

Objectif	Découvrir que <i>ac</i> et <i>bc</i> sont rangés dans le même ordre que <i>a</i> et <i>b</i> lorsque <i>c</i> est strictement positif et dans l'ordre inverse lorsque <i>c</i> est strictement négatif.
Pré requis	<ul> <li>La factorisation.</li> <li>Le signe d'un produit de facteurs.</li> <li>Activité 3 : l'équivalence entre a &lt; b et a - b &lt; 0 et l'équivalence entre a &gt; b et a - b &gt; 0.</li> </ul>
Paragraphe introduit	4) Ordre et opérations b) Ordre et multiplication

### COMMENTAIRE:

La propriété est conjecturée puis démontrée en utilisant le résultat de l'activité 3.

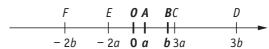
#### CORRIGÉ



Pour cette activité, le graphique en taille réelle est disponible sur le site <u>www.hachette-education.com</u>

# A : Conjecture

1) a) 2) a) 3) a)



- 1) b) a < b.
- 2) b) 3a < 3b.
- 3) b) -2a > -2b.

### **B**: Démonstration

- 1) ac bc = (a b)c
- 2) a) Cas où c > 0:

On sait que a < b. Donc a - b < 0. De plus c > 0. Le produit de deux nombres de signes contraires étant négatif, on a : (a - b)c < 0. On en déduit que ac - bc < 0. Donc ac < bc.

b) Cas où c < 0:

a-b < 0 et c < 0. Le produit de deux nombres de même signe est positif. Donc (a-b)c > 0.

On en déduit que ac - bc > 0. Donc ac > bc.

- 3) a) « Si c > 0, alors les nombres ac et bc sont rangés dans le même ordre que les nombres a et b.
- b) Si c < 0, alors les nombres ac et bc sont rangés dans l'ordre contraire que les nombres a et b.»

Chap. 6 - Ordre et opérations

# > Savoir-faire

# 1 Utiliser les propriétés des inégalités

1 a) 
$$x + 15 < 13$$
  
 $x + 15 - 15 < 13 - 15$ 

b) 
$$x < -2. \\ x - 8 > -2 \\ x - 8 + 8 > -2 + 8 \\ x > 6.$$

c) 
$$12 + x \le -16$$
  
 $12 + x - 12 \le -16 - 12$   
 $x \le -28$ .

d) 
$$x \le -28$$
.  
 $1 \ge -10 + x$   
 $1 + 10 \ge -10 + x + 10$   
 $11 \ge x$ .

a) 
$$x - 16 \le 16$$
  
 $x - 16 + 16 \le 16 + 16$   
 $x \le 32$ .

b) 
$$-17 > x + 56$$
$$-17 - 56 > x + 56 - 56$$
$$-73 > x.$$

c) 
$$12,5+x < 23,5$$
  
 $12,5+x-12,5 < 23,5-12,5$   
 $x < 11$ .

d) 
$$-12.5 + x \ge 0$$
  
 $-12.5 + x + 12.5 \ge 0 + 12.5$   
 $x \ge 12.5$ .

3 a) 
$$x + \frac{1}{2} > \frac{3}{2}$$
  
 $x + \frac{1}{2} - \frac{1}{2} > \frac{3}{2} - \frac{1}{2}$ 

b) 
$$x - \frac{3}{4} \le -\frac{1}{2}$$
$$x - \frac{3}{4} + \frac{3}{4} \le -\frac{1}{2} + \frac{3}{4}$$
$$x \le \frac{1}{4}.$$

c) 
$$-\frac{2}{3} \ge x - \frac{2}{3} \\ -\frac{2}{3} + \frac{2}{3} \ge x - \frac{2}{3} + \frac{2}{3} \\ 0 \ge x.$$

d) 
$$0 < -\frac{5}{6} + x$$
$$0 + \frac{5}{6} < -\frac{5}{6} + x + \frac{5}{6}$$
$$\frac{5}{6} < x.$$

4 a) 
$$\frac{1}{3}x > 2$$

$$\frac{1}{3}x \times 3 > 2 \times 3$$

$$x > 6$$

b) 
$$-\frac{1}{4}x \le 3$$

$$-\frac{1}{4}x \times (-4) \ge 3 \times (-4)$$

$$x \ge -12.$$

$$7 \le -\frac{1}{2}x$$

$$7 \times (-2) \ge -\frac{1}{2}x \times (-2)$$

$$-14 \ge x.$$

d) 
$$2 < -\frac{1}{5}x$$
  
  $2 \times (-5) > -\frac{1}{2}x \times (-5)$ 

$$-10 > x < (-5)$$

5 a) 
$$5x > 15$$
  
 $\frac{5x}{5} > \frac{15}{5}$   
 $x > 3$ .

b) 
$$\begin{array}{r}
-6x < 18 \\
-6x > \frac{18}{-6} \\
-6 & -6
\end{array}$$

$$x > -3.$$

c) 
$$-66 \le 11x$$
  
 $-66 \le 11x$   
 $\frac{-66}{11} \le \frac{11x}{11}$   
 $-6 \le x$ 

$$\frac{-6}{11} \leqslant \frac{11}{11}$$

$$-6 \leqslant x.$$

$$-\frac{1}{9}x \geqslant 9$$

$$-\frac{1}{9}x \times (-9) \leqslant 9x (-9)$$

$$x \leqslant -81.$$

6 a) 
$$\frac{3}{2}x \ge \frac{15}{2}$$
  
 $\frac{3}{2}x \times \frac{2}{3} \ge \frac{15}{2} \times \frac{2}{3}$ 

b) 
$$-\frac{7}{6} < \frac{3}{2}x$$
$$-\frac{7}{6} \times \frac{3}{2} < \frac{2}{3}x \times \frac{3}{2}$$
$$-\frac{7}{4} < x.$$

c) 
$$\frac{2}{3}x > -\frac{2}{3}$$
  
 $\frac{2}{3}x \times \frac{3}{2} > -\frac{2}{3} \times \frac{3}{2}$   
 $x > -\frac{4}{6}$ .

d) 
$$0 \le -\frac{3}{2}x$$
$$0 \times \left(-\frac{2}{3}\right) \ge -\frac{3}{2}x \times \left(-\frac{2}{3}\right)$$
$$0 \ge x$$

7 1) 
$$m+3 > -12$$
  
 $m+3-3 > -12-3$ 

$$m > -15.$$

$$8 \le -4m$$

$$\frac{8}{-4} \ge \frac{-4m}{4}$$

$$-2 \ge m.$$

3) 
$$-15 < m \le -2$$
.

8 • 
$$y-5 \le -1$$
  
 $y-5+5 \le -1+5$   
 $y \le 4$ .  
•  $23y > -46$   
•  $\frac{23y}{23} > \frac{-46}{23}$   
 $y > -2$ .

On a donc:  $-2 < y \le 4$ .

9 1) 
$$9 \le x < 12$$
.

2) 
$$9 \le x$$
 et  $x < 12$   
 $9 + 12 \le x + 12$  et  $x + 12 < 12 + 12$   
 $21 \le x + 12$  et  $x + 12 < 24$   
D'où  $21 \le x + 12 < 24$ .

10 1) 
$$-15 < y \le -6.5$$
.

2) 
$$-15 < y$$
 et  $y \le -6.5$   
 $-15 \times 3 < y \times 3$  et  $y \times 3 \le -6.5 \times 3$   
 $-45 < 3y$  et  $3y \le -19.5$ 

D'où 
$$-45 < 3y \le -19.5$$
.

# 2 Comparer deux nombres

13 a) 
$$\frac{75}{28} < \frac{84}{28}$$
; b)  $-\frac{61}{64} > \frac{-67}{64}$ ; c)  $\frac{15}{17} > -\frac{35}{17}$ ; d)  $\frac{105}{-101} < -\frac{99}{101}$ .

14 a) 
$$\frac{2}{9} = \frac{22}{99}$$
 et  $\frac{3}{11} = \frac{27}{99}$ .  $\frac{22}{99} < \frac{27}{99}$ . Donc  $\frac{2}{9} < \frac{3}{11}$ ;

b) 
$$\frac{9}{8} = \frac{27}{24} \text{ et } \frac{7}{6} = \frac{28}{24}.$$
Donc  $\frac{9}{8} < \frac{7}{6}$ ;

8 6 '
c) 
$$-\frac{6}{5} = -\frac{18}{15} \text{ et } -\frac{4}{3} = -\frac{20}{15} .$$
  $-\frac{18}{15} > -\frac{20}{15} .$ 

Donc 
$$-\frac{6}{5} > -\frac{4}{3}$$
;  
d)  $-\frac{15}{26} < \frac{10}{39}$ .

15 a) 
$$\frac{1}{8} = \frac{17}{136}$$
 et  $\frac{2}{17} = \frac{16}{136}$ .  $\frac{17}{136} > \frac{16}{136}$ 

Donc: 
$$\frac{1}{8} > \frac{2}{17}$$
;

b) 
$$-\frac{12}{18} < \frac{33}{34}$$
;

c) 
$$-\frac{8}{5} = -\frac{64}{40}$$
 et  $-\frac{17}{8} = -\frac{85}{40}$ .  $-\frac{64}{40} > -\frac{85}{40}$ 

Donc: 
$$-\frac{8}{5} > -\frac{17}{8}$$
;

d) 
$$-\frac{1}{5} = -\frac{9}{45}$$

17 
$$\frac{5}{3} > \frac{9}{7} > \frac{25}{21} > -\frac{6}{5} > -\frac{5}{4} > -\frac{3}{2}$$
.

18 a) 
$$2 \times 10^9 < 5 \times 10^9$$
; b)  $2 \times 10^8 > 0.5 \times 10^8$ ; c)  $-6 \times 10^{-4} > -7 \times 10^{-4}$ .

21 a) 
$$12 \times 10^{15} > 19 \times 10^{14}$$
;  
b)  $8,14 \times 10^{12} < 7,2 \times 10^{13}$ ;  
c)  $125 \times 10^{-20} > 32 \times 10^{-22}$ .

22 1) 
$$10^8 < 1.2 \times 10^8 < 10^9$$
;  
2) a)  $10^{14} < 1.9 \times 10^{14} < 10^{15}$ ;  
b)  $10^{21} < 2.72 \times 10^{21} < 10^{22}$ ;  
c)  $10^{-2} < 5 \times 10^{-2} < 10^{-1}$ ;

# Je m'entraine

# À l'oral

# Inégalités

a) 45 est strictement supérieur à 23,5;

b) 100 est inférieur ou égal à 106;

c) 89 est strictement inférieur à 101; d) 1,2 est supérieur ou égal à  $\frac{12}{10}$ .

**24** a) *x* est strictement supérieur à 5;

b) x est inférieur ou égal à -4;

c) x est supérieur ou égal à -7;

d) x est strictement supérieur à  $\frac{1}{2}$ .

(25) a) x est strictement positif;

b) x est strictement négatif;

c) x est positif ou nul;

d) *x* est négatif ou nul.

**26** a) vrai; b) faux; c) faux;

 $10^{-7} < 9.8 \times 10^{-7} < 10^{-6}$ 

a) vrai; b) faux; c) vrai; d) vrai.

a) vrai: b) vrai: d) faux. c) faux;

a) faux; b) vrai; c) vrai; d) faux.

# Comparaison de nombres

(a) 
$$\frac{19}{3} > \frac{19}{4}$$
; b)  $\frac{89}{56} > \frac{103}{132}$ ; c)  $\frac{42}{75} > -\frac{108}{91}$ ; d)  $-\frac{1}{4} > -\frac{1}{2}$ .

31 a) 
$$\frac{2}{3} > \frac{5}{9}$$
; b)  $\frac{11}{18} < \frac{7}{9}$ ;

$$\frac{3}{4} < \frac{5}{6}$$
; d)  $\frac{7}{12} < \frac{5}{8}$ .

Chap. 6 - Ordre et opérations

d) faux.

- $61 \times 10^{-4} > 9 \times 10^{-4}$ ; b)
- $51 \times 10^{11} > 5,1 \times 10^{11}$ ; c)
- $61 \times 10^{-24} > 10^{-24}$ .

# **Arrondis et troncatures**

# **Ordre et opérations**

36 a) 
$$a + 3 \ge 7$$
; b)  $a - 1 \ge 3$ ;

d) 
$$5 + a \ge 9$$
:

e) 
$$-12 + a \ge -8$$
;

36 a) 
$$a + 3 \ge 7$$
; b)  $a - 1 \ge 3$ ; c)  $a - 6 \ge -2$ ;  
d)  $5 + a \ge 9$ ; e)  $-12 + a \ge -8$ ; f)  $a - 12 \ge -8$ .

37 a) 
$$3t > 27$$
; b)  $-2t < -18$ ;

b) 
$$-2t < -18$$

c) 
$$-t < -9$$
;

d) 
$$0.8t > 7.2$$
;

e) 
$$11t > 99$$
;

f) 
$$-105t < -945$$
.

a) 
$$\frac{7}{2} + x \le 4$$

b) 
$$x - \frac{3}{2} \le -1$$

c) 
$$14x \le 7$$
;

d) 
$$-9x \ge -\frac{9}{2}$$
;

e) 
$$x + \frac{3}{4} \le \frac{5}{4}$$
;

a) 
$$\frac{7}{2} + x \le 4$$
; b)  $x - \frac{3}{2} \le -1$ ; c)  $14x \le 7$ ;  
d)  $-9x \ge -\frac{9}{2}$ ; e)  $x + \frac{3}{4} \le \frac{5}{4}$ ; f)  $-\frac{7}{4}x \ge -\frac{7}{8}$ .

# Inégalités

# 39

Nombre <i>n</i> de pulsations par minute	Effectif
52 ≤ n < 56	5
56 ≤ n < 60	9
60 ≤ n < 64	14
64 ≤ n < 68	4

- **40** a) 1,3 < 7,24;

- - -12 > -13;
- b) 103 > -103; d)  $0.5 = \frac{1}{2}$ .

- (41) a)  $\frac{15}{100} > -0.15$ ; b) -0.9 < -0.1; c)  $-\frac{1}{7} = -\frac{2}{14}$ ; d)  $\frac{23}{10} > \frac{23}{100}$ .

- 42 a)  $\frac{25}{8} < \frac{13}{4}$ ; b)  $-\frac{16}{18} = -\frac{24}{27}$ ; c)  $\frac{3}{4} > \frac{2}{3}$ ; d)  $-\frac{5}{17} > -\frac{11}{34}$ .

- 43 a) x > -2;

- x > 62;
- b)  $x \le \frac{1}{3}$ ; d)  $x \ge -7$ .
- 44 a) non;
- b)  $-2 < x \le 5$ ;
- c) non;
- d)  $15 < x \le 193$ .

- **45** a) x > y;
- b) x < y;
- y > x;
- d) x = y;

f) y < x.

# 46

La figure en taille réelle est disponible sur le site www.hachette-education.com



# Troncatures, arrondis, encadrements

- **47** 1) a) 168;
- b) 168,2;
- c) 168,29.

- 2) a) 168;
- b) 168,3;
- c) 168,3.

Dans cet exercie, le gris remplace le bleu et le gras,

- 1) 2) 3) a)  $15 < \frac{258}{17} < 16$ ;
- $15,1 < \frac{258}{17} < 15,2;$  $15,17 < \frac{258}{17} < 15,18.$
- 49 1)  $2 \times 10^{24} < x < 3 \times 10^{24}$ .
- $10^{24} < x < 10^{25}.$
- 50 1)  $y = 8.97 \times 10^{-12}$ .
- 2)  $8 \times 10^{-12} < y < 9 \times 10^{-12}$ .  $10^{-12} < y < 10^{-11}.$

# **Ordre et addition**

- -15 < -8; 51
- D'où -15 + 12,3 < -8 + 12,3.
- **52**  $-8 < -6 \text{ donc } -8 \frac{2}{7} < -6 \frac{2}{7}$ .
- **53**  $-11 > -12 \text{ donc } -11 + \frac{4}{3} > \frac{4}{3} 12.$
- 54 -7 > -9 donc  $\pi 7 > \pi 9$ .
- **55** a) a + 30 > b + 30;
- b) a-1.9 > b-1.9;
- b + 72 < a + 72;
- d) b 251 < a 251.
- **56** a)  $a + \frac{3}{4} \ge b + \frac{3}{4}$ ; b)  $b \frac{2}{3} \le a \frac{2}{3}$ ; c)  $a + \pi \ge b + \pi$ ; d)  $a \frac{\pi}{3} \ge b \frac{\pi}{3}$ .

- **57** a)  $a-2 \le b-\frac{6}{3}$ ; b)  $a+1,5 \le b+\frac{15}{10}$ ; c)  $b+\frac{15}{18} \ge a+\frac{5}{6}$ ; d)  $b+\frac{7}{3} \ge a-\frac{21}{9}$ .
- **58** 1) a)  $\frac{40}{13} = \frac{39}{13} + \frac{1}{3} = 3 + \frac{1}{13}$ ;
- b)  $\frac{46}{15} = \frac{45}{15} + \frac{1}{15} = 3 + \frac{1}{15}$
- 2)  $\frac{1}{13} > \frac{1}{15}$  donc  $3 + \frac{1}{13} > 3 + \frac{1}{15}$ .
- On conclut donc:  $\frac{40}{13} > \frac{46}{15}$ .

59 1) x > 0 car le nombre x désigne la longueur d'un segment.

 $x \le 3 + 4$  d'après l'inégalité triangulaire.

On a donc :  $0 < x \le 7$ .

2) 
$$\mathcal{P} = x + 7$$
.

$$0 < x$$
 et  $x \le 7$   
 $0 + 7 < x + 7$  et  $x + 7 \le 7 + 7$   
 $7 < x + 7$  et  $x + 7 \le 14$ .

Donc:  $7 < \mathcal{P} \le 14$ .

# **Ordre et multiplication**

60 a) 
$$-3 > -12$$
 et  $5 > 0$ ;

D'où  $-3 \times 5 > -12 \times 5$ .

b) -23 < -21 et -11 < 0;

D'où  $-23 \times (-11) > -21 \times (-11)$ .

61 
$$3 < 4$$
 et  $\pi > 0$  donc :  $3\pi < 4\pi$ .

62 
$$-2 > -5$$
 et  $\pi > 0$  donc :  $-2\pi > -5\pi$ .

**63** a) 
$$a \times 6 \leq b \times 6$$
;

b) 
$$14a \le 14b$$
;

$$2b \ge 2a$$
;

d) 
$$a \ge b$$
.

**64** a) 
$$a \times (-3) \le -3 \times b$$
; b)  $-21a \le -21b$ ;

b) 
$$-21a \le -21b$$

$$-8b \ge -8a$$

$$-8b \ge -8a;$$
 d)  $-\frac{2}{3}a \le -\frac{2}{3}b.$ 

b) 
$$-5a > -5$$

65 a) 
$$7a < 7b$$
; b)  $-5a > -5b$ ; c)  $\frac{3a}{8} < \frac{3b}{8}$ ; d)  $-\frac{5}{6}a > -\frac{2}{3}b$ .

d) 
$$-\frac{5}{6}a > -\frac{2}{3}b$$

**66** a) 
$$\frac{a}{3} > \frac{b}{3}$$

b) 
$$-\frac{a}{5} < -\frac{b}{5}$$

66 a) 
$$\frac{a}{3} > \frac{b}{3}$$
; b)  $-\frac{a}{5} < -\frac{b}{5}$ ; c)  $\frac{2b}{7} < \frac{2a}{7}$ ; d)  $-\frac{3}{4}b > -\frac{3}{4}a$ .

d) 
$$-\frac{3}{4}b > -\frac{3}{4}a$$

**67** Le périmètre du carré est 
$$\mathcal{P} = 4x$$
.

On a :  $1 \le x < 6$ , c'est-à-dire  $1 \le x$  et x < 6.

Alors :  $4 \le 4x$  et 4x < 24.

Donc:  $4 \le \mathcal{P} < 24$ .

68 1) a) 
$$a \times 10^{n} < b \times 10^{n}$$
;

b) 
$$a \times 10^{-n} < b \times 10^{-n}$$
.

2) a) 
$$45 \times 10^{14} < 54 \times 10^{14}$$
;

b) 
$$23.1 \times 10^{-6} > 12.3 \times 10^{-6}$$
.

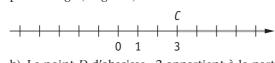
3) a) 
$$-17 \times 10^9 > -21 \times 10^9$$
;  
b)  $-8 \times 10^{-5} < -6 \times 10^{-5}$ .

# Mon bilan

Voir les corrigés détaillés dans le livre élève, page 293.

# J'approfondis

- 79 a) x > -1;
- **80** a)  $x \le -1$ ; b)  $x \ge -\frac{5}{3}$ ; c)  $x \ge \frac{1}{3}$ .
- 81 a)  $-2 \le x < 6$ ; b)  $-45 < x \le 5$ .
- 82 a) Le point C d'abscisse 3 n'appartient pas à la partie rouge (ici grisée).



b) Le point D d'abscisse -2 appartient à la partie rouge (ici grisée).



a) Le point *E* d'abscisse 0,5 appartient à la partie rouge (ici grisée).



b) Le point F d'abscisse -5 n'appartient pas à la partie rouge (ici grisée).



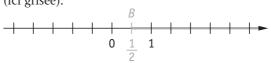
c) Le point G d'abscisse 15 appartient à la partie rouge



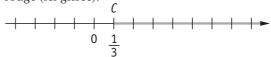
84 a) Le point A d'abscisse -250 n'appartient pas à la partie rouge (ici grisée).



b) Le point B d'abscisse  $\frac{1}{2}$  appartient à la partie rouge (ici grisée).



c) Le point C d'abscisse  $\frac{1}{3}$  n'appartient pas à la partie

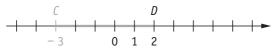


85 a) Soit A le point d'abscisse -1 et B le point

Les points A et B appartiennent à la partie rouge (ici grisée).



Chap. 6 - Ordre et opérations



**86** 1) 
$$A \approx 3,56$$
. 2)  $B \approx 0,358$ .

2) 
$$3 \le \pi < 4$$
.  
2)  $9 \le 3\pi < 12$ .

12-9=4 et  $4 \neq 1$ . Ce n'est pas un encadrement à l'unité

**88** 
$$2,625 \le a < 2,635$$
.

89 
$$13,45 \le x < 13,5$$
.

90 
$$13.4 \le y < 13.45$$
.

91 
$$1,6 \le z < 1,605$$
.

**92** a) 
$$2a \ge 2b$$
 donc  $2a - 7 \ge 2b - 7$ ;  
b)  $-3a \le -3b$  donc  $-3b + 5 \le -3b + 5$ .

93 1) 
$$6a < 6b$$
 donc  $6a - 1 < 6b - 1$ ;  
2)  $a + 9 < b + 9$  donc  $-4(a + 9) > -4(b + 9)$ .

**94** a) 
$$2(a+3) \le 4$$
; b)  $-5(a-8) \ge 45$ ; c)  $-3a+5 \ge 8$ ; d)  $8a-10 \le -18$ .

Notons 
$$b$$
 la masse d'un ballon de rugby.  $410 \le b \le 460$ .

 $3690 \le 9b \text{ et } 9b \le 4140$ La masse du filet de 9 ballons est comprise entre 3 690g

96 Désignons par 
$$t$$
 la masse d'une raquette de tennis.  
On a :  $240 \le t \le 325$ .  
Donc :  $720 \le 3t \le 975$ .

D'où : 
$$720 + 2535 \le 3t + 2535 \le 975 + 2535$$
  
 $3255 \le 3t + 2535 \le 3510$ .

La masse du sac contenant les trois raquettes est comprise entre 3,255 kg et 3,510 kg.

97 1) 
$$E = 4x - 5(3 + 2x)$$
.  
 $E = 4x - 15 - 10x$ 

$$E = 4x - 15 - 10x$$

$$E = -15 - 6x.$$

2) 
$$E \ge -1$$
.  
-15 - 6x  $\ge -1$ 

$$-15 - 6x + 15 \ge -1 + 15$$
$$-6x \ge 14$$
$$6x = 14$$

$$\frac{-6x}{-6} \leqslant \frac{14}{-6}$$
$$x \leqslant -\frac{7}{3}$$

**98** 1) a) 
$$x > 0$$
 et  $x \le 3 + 3$  c'est-à-dire  $x \le 6$ .

b) 
$$0 < x \le 6$$
.

2) 
$$\mathcal{P} = x + 6$$
.

$$0 + 6 < x + 6 \le 6 + 6$$

$$6 < \mathcal{P} \le 12$$
.

98 
$$\mathcal{A} = 2 \times \pi \times r \times h = 2 \pi \times r \times 5 = 10\pi r$$
.

On a: 
$$2.8 \le r \le 3.2$$
 et  $10\pi > 0$ .  
 $2.8 \times 10\pi \le 10\pi r \le 10\pi \times 3.2$ 

$$28\pi \leq A \leq 32\pi$$
.

100 1) 
$$0 < x < 6$$
.

$$2) a) \mathcal{A}(ABCD) = AP \times AB = x \times 6 = 6x.$$

Donc: 
$$0 < A(ABCD) < 36$$
.

b) 
$$\mathcal{P}(ABCD) = 2 \times (x + 6) = 2x + 12$$
.

$$0 + 6 < x + 6 < 6 + 6$$

$$0+6 < x+6 < 6+6$$
.  
 $6 < x+6 < 12$ .

$$2 \times 6 < 2 \times (x + 6) < 2 \times 12$$

$$12 < \mathcal{P}(ABCD) < 24$$

**101** 
$$\mathcal{V} = \pi \ r^2 h = \pi \times 0,5^2 \times h$$

 $\mathcal{V}=0.25\pi h.$ 

On a :  $0 \le h \le 7$  et  $0.25\pi > 0$ .

 $0 \times 0.25 \; \pi \le h \times 0.25 \; \pi \le 7 \times 0.25 \; \pi$ 

$$0 \le \mathcal{V} \le 1,75\pi$$

102 1) 
$$\frac{1}{5} < 1$$
. Alors  $\frac{1}{5} + a < a$ .  
2)  $\frac{1}{4} < 1$ .

Si 
$$a > 0$$
 alors  $\frac{1}{4}a < a$ .

Si 
$$a = 0$$
 alors  $\frac{1}{4} a = a = 0$ .

Si 
$$a < 0$$
 alors  $\frac{1}{4}a > a$ .

**103** 1) 
$$E = 6.022 \times 10^{23} \times 1.99 \times 10^{-26}$$

$$E = 6.022 \times 1.99 \times 10^{23} \times 10^{-26}$$

$$E = 6,022 \times 1,99 \times 10^{-8} \times 10^{-8} = 0,01198378.$$

La masse d'un tel paquet d'atomes est 0,01198378 kg.

2) La masse d'un tel paquet d'atomes est environ 0,012 kg soit 12 grammes.

# 1) $1,429 \times 10^9$ ; $149,6 \times 10^6 = 1,496 \times 10^8$ ; $7,4 \times 10^8$ .

$$\overline{45,04} \times 10^8 = 4,504 \times 10^9$$
;  $5,8 \times 10^7$ ;  $108 \times 10^6 = 1,08 \times 10^8$ .  
 $228 \times 10^6 = 2,28 \times 10^8$ ;  $2,875 \times 10^9$ .

2) 
$$5.8 \times 10^7 < 1.08 \times 10^8 < 1.496 \times 10^8 < 2.28 \times 10^8 < 7.4 \times 10^8 < 1.429 \times 10^9 < 2.875 \times 10^9 < 4.504 \times 10^9$$
.

3) La liste des planètes de la plus proche du Soleil à la plus éloignée est : Mercure, Vénus, Terre, Mars, Jupiter, Saturne, Uranus et Neptune.

•	1
Planètes	Distance planète – Soleil (en km)
Mercure	$5.8 \times 10^{7}$
Vénus	$108 \times 10^{6}$
Terre	$149,6 \times 10^6$
Mars	$228 \times 10^{6}$
Jupiter	$7.4 \times 10^{8}$
Saturne	$1,429 \times 10^9$
Uranus	$2,875 \times 10^9$
Neptune	$45,04 \times 10^8$

## DEVOIR A LA MAISON

106 1) 
$$\alpha = 6,486$$
.

2) 
$$\alpha = 6,494$$
.

**107** 
$$12,3 \le n < 12,305.$$

108 1) 
$$A = \frac{3 \times \frac{7}{3} - 2}{4} = \frac{7 - 2}{4} = \frac{5}{4}$$
.

L'inégalité  $\frac{3x-2}{4}$  < 2 est vraie pour  $x = \frac{7}{3}$ .

2) 
$$A = \frac{3 \times \frac{10}{3} - 2}{\frac{4}{3}} = \frac{10 - 2}{4} = \frac{8}{4} = 2$$

L'inégalité  $\frac{3x-2}{4} < 2$  est fausse pour  $x = \frac{10}{3}$ .

109 
$$-3x + 5 \ge -4$$
  
 $-3x + 5 - 5 \ge -4 - 5$   
 $-3x \ge -9$ 

$$\frac{-3x}{-3} \leqslant \frac{-9}{-3}$$

$$x \leqslant 3$$

110 1) 
$$-11 < -1 + 5x$$
  
 $-11 + 1 < -1 + 5x + 1$   
 $-10 < 5x$   
 $\frac{-10}{5} < \frac{5x}{5}$   
 $-2 < x$ .

2) a) b) Le point A d'abscisse –2 n'appartient pas à la partie rouge (ici grisée).



## JE CHERCHE

111 Le nombre cherché est 9,804.

112 1) 
$$(a-1)(a+1) = a^2 + a - a - 1 = a^2 - 1$$
.

2) On suppose que : 
$$a > 1$$
.

On a alors a - 1 > 0. On sait de plus que a + 1 > 2, donc a + 1 > 0.

Le produit de deux nombres strictement positifs étant strictement positif, on en déduit que (a-1)(a+1) > 0. C'est-à-dire  $a^2 - 1 > 0$ . Donc  $a^2 > 1$ .

On a démontré que : si a > 1 alors  $a^2 > 1$ .

3) On suppose que : a < 1.

On a alors a - 1 < 0. Mais on ne connaît pas le signe de a+1. a+1 < 2, on ne peut donc pas en déduire celui de (a-1)(a+1), c'est-à-dire de  $a^2 - 1$ .

Donc, si a < 1 alors on ne peut pas conclure que  $a^2 < 1$ .

#### 113 • 2 < x < 3.

On en déduit que : 2 < x et x < 3.

Le nombre y est strictement positif car il représente une longueur.

Donc: ① 2y < xy et ② xy < 3y.

• 5 < y < 6. On en déduit que : 5 < y et y < 6. Donc : ③ 10 < 2y et ④ 3y < 18.

• Des inégalités ① et ③, on déduit que : 10 < xy. Des inégalités ② et ④ on déduit que : xy < 3y.

Donc: 10 < xy < 18.

## J'utilise un tableur



Pour les exercices 114 à 115, voir le CD-Rom.

#### 114

Rang n	Arrondi de $\pi$		
0	3		
1	3,1		
2	3,14		
3	3,142		
4	3,1416		
5	3,14159		
6	3,141593		
7	3,1415927		
8	3,14159265		
9	3,141592654		
10	3,1415926535		

## > Je découvre le monde des mathématiques

Voir les corrigés détaillés dans le livre élève, page 300.

115

Hauteur <i>h</i>	Volume ${\mathcal V}$	Hauteur <i>h</i>	Volume ${\mathcal V}$
1	28,3	11	311
2	56,5	12	339,3
3	84,8	13	367,6
4	113,1	14	395,8
5	141,4	15	424,1
6	169,6	16	452,4
7	197,9	17	480,7
8	226,2	18	508,9
9	254,5	19	537,2
10	282,7	20	565,5

Le volume V du cylindre est compris entre 100 et 300 cm<sup>3</sup> pour h valant 4, 5, 6, 7, 8, 9 et 10 cm.

© Hachette Livre 2007, Mathématiques 4º, collection PHARE, livre du professeur. La photocopie non autorisée est un déli

## > Programme

### Programme de la classe de quatrième

#### COMPÉTENCE

Déterminer une quatrième proportionnelle.

#### Commentaires

Aux diverses procédures étudiées en classes de sixième et de cinquième pour rechercher une quatrième proportionnelle, s'en ajoute une nouvelle, communément appelée « produits en croix » qui doit être justifiée (en lien avec l'égalité de quotients).

Le fait que, dans une relation de proportionnalité, la correspondance est déterminée par un seul couple de valeurs homologues non nulles est mis en évidence.

#### **COMPÉTENCE**

Déterminer le pourcentage relatif à un caractère d'un groupe constitué de la réunion de deux groupes dont les effectifs et les pourcentages relatifs à ce caractère sont connus.

#### Commentaires

Des situations issues de la vie courante ou des autres disciplines demandent de mettre en œuvre un coeffi-

cient de proportionnalité, en particulier sous forme de pourcentage, et des quantités ou des effectifs.

En liaison avec d'autres disciplines (Géographie...) ou d'informations tirées de l'actualité, la notion d'indice donne lieu à illustrations et calculs mais sans développements théoriques.

#### COMPÉTENCE

Utiliser dans le plan muni d'un repère, la caractérisation de la proportionnalité par l'alignement de points avec l'origine.

#### Commentaires

Les élèves travaillent sur des exemples de situations de proportionnalité et de non proportionnalité. Ils peuvent démontrer que si les points sont alignés avec l'origine, alors il y a proportionnalité entre les suites définies par les abscisses et les ordonnées de ces points. La réciproque est admise. Cette propriété caractéristique de la proportionnalité prépare l'association, en classe de troisième, de la proportionnalité à la fonction linéaire.

### Programme de la classe de cinquième

#### **COMPÉTENCES**

- Compléter un tableau de nombres représentant une relation de proportionnalité dont les données sont fournies partiellement. En particulier, déterminer une quatrième proportionnelle.
- Reconnaître si un tableau complet de nombres est ou non un tableau de proportionnalité.

#### Commentaires

Il est possible d'envisager, dans une formule, des variations d'une grandeur en fonction d'une autre grandeur, toute autre variable étant fixée.

Des expressions telles que « en fonction de », « est fonction de » sont utilisées, mais toute définition de la notion de fonction est exclue.

Les procédures utilisées pour traiter une situation de proportionnalité sont :

- passage par l'image de l'unité;
- utilisation d'un rapport de linéarité exprimé, si nécessaire, sous forme de quotient;
- utilisation du coefficient de proportionnalité exprimé, si nécessaire, sous forme de quotient.

Mais leur usage par chaque élève évolue en fonction notamment de la meilleure maîtrise qu'il a de la notion de quotient. La propriété additive de la linéarité est également utilisée. L'utilisation répétée du coefficient de proportionnalité est l'occasion d'exploiter certaines fonctions de la calculatrice (opérateurs constants, mémoire...) ou d'un tableur.

L'usage du « produit en croix » est réservé à la classe de quatrième où il pourra être justifié en liaison avec l'égalité des quotients.

La constitution d'un tableau des abscisses et ordonnées de points d'une droite passant par l'origine dans le plan muni d'un repère amène à une première reconnaissance de la proportionnalité par une propriété graphique.

#### **COMPÉTENCES**

- Mettre en œuvre la proportionnalité dans les cas suivants :
- comparer des proportions,
- calculer et utiliser un pourcentage,
- calculer et utiliser l'échelle d'une carte ou d'un dessin.
- Reconnaître un mouvement uniforme à l'existence d'une relation de proportionnalité entre durée et distance parcourue, utiliser cette proportionnalité.

#### Commentaires

Un travail doit être conduit sur la comparaison relative d'effectifs dans des populations différentes ou de proportions dans un mélange. Il s'articule avec l'utilisation de l'écriture fractionnaire pour exprimer une proportion.

## Programme de la classe de troisième

#### **COMPÉTENCES**

- Déterminer par le calcul l'image d'un nombre donné et l'antécédent d'un nombre donné par une fonction linéaire.
- Déterminer l'expression algébrique d'une fonction linéaire à partir de la donnée d'un nombre non nul et de son image.

#### Commentaires

En classe de troisième, il s'agit de compléter l'étude de la proportionnalité. En effet, la notion de fonction linéaire offre un modèle mathématique pour le traitement des situations qui relèvent de la proportionnalité et permet une synthèse d'un apprentissage commencé à l'école primaire. Dans cet esprit, la définition d'une fonction linéaire de coefficient *a* s'appuie sur l'étude des situations de proportionnalité rencontrées dans les classes précédentes.

L'utilisation de tableaux de proportionnalité permet de mettre en place le fait que le processus de correspondance est décrit par une formulation du type « je multiplie par a », reliée à  $x \to ax$ . Pour des pourcentages d'augmentation ou de diminution, le fait que, par exemple, augmenter de 5 % c'est multiplier par 1,05 et diminuer de 5 % c'est multiplier par 0,95 est établi. Certains traitements des situations de proportionnalité uti-

lisés dans les classes précédentes sont reliés aux propriétés d'additivité et d'homogénéité de la fonction linéaire.

#### **COMPÉTENCES**

- Représenter graphiquement une fonction linéaire.
- Lire sur la représentation graphique d'une fonction linéaire l'image d'un nombre donné et l'antécédent d'un nombre donné.

#### Commentaires

L'énoncé de Thalès permet d'établir que les points dont les coordonnées sont obtenues à l'aide d'une fonction linéaire sont sur une droite passant par l'origine du repère. La relation y = ax entre les coordonnées (x, y) d'un point M est caractéristique de son appartenance à la droite représentative de la fonction linéaire  $x \to ax$ . Le nombre a est appelé coefficient directeur de la droite : c'est le nombre qui indique la direction de la droite, ce qui peut être constaté, à partir de différentes valeurs de ce coefficient.

L'interprétation graphique du coefficient directeur est donnée et utilisée, notamment, pour lire graphiquement le coefficient d'une fonction linéaire représentée par une droite.

## En résumé

- → En classe de 5<sup>e</sup>, le calcul d'une quatrième proportionnelle s'effectue à l'aide du coefficient de proportionnalité ou à l'aide des propriétés de linéarité de la proportionnalité.
- → L'utilisation de l'égalité des produits en croix (voir chapitre 2), permet aux élèves de 4<sup>e</sup> de calculer une quatrième proportionnelle sans utiliser le coefficient de proportionnalité.

Cette méthode est la plus souvent utilisée dans le manuel.

→ L'utilisation et le calcul de pourcentages sont poursuivis en classe de 4<sup>e</sup>.

Sur des exemples, la non additivité, ainsi que la non réciprocité, des pourcentages sont mises en évidence. La notion d'indice de référence est abordée en exercices.

→ Le vocabulaire « en fonction de » est utilisé dès la classe de 5<sup>e</sup>. La représentation point par point d'une fonction est poursuivie en 4<sup>e</sup>. Ce travail sera repris en classe de 3<sup>e</sup>, pour représenter les fonctions linéaires (cas particuliers de fonctions affines).

## > Activités

#### ACTIVITÉ D'OUVERTURE

#### COMMENTAIRES

Cette activité permet de revoir la notion de pourcentage.

#### CORRIGÉ

1) Le mot « carillon » vient du latin *quaternio* qui désigne un groupe de quatre objets, ce qui est le cas, vu qu'il y avait initialement quatre cloches.

2) Dans cet alliage, la masse de cuivre et la masse d'étain sont proportionnelles.

			_
Masse de cuivre (en kg)	х	76	76
Masse d'étain (en kg)	822	24	$\times \frac{1}{24}$

$$x = 822 \times \frac{76}{24} = \frac{822 \times 76}{24} = 2603.$$

La masse de cuivre de cette cloche est 2603 kg.

Chap. 7 - Proportionnalité



#### J'AI DÉJÀ VU

#### Je reconnais des grandeurs proportionnelles

Objectifs	<ul> <li>Calculer un coefficient de proportionnalité.</li> <li>Interpréter l'inverse de ce coefficient.</li> </ul>
Pré requis	<ul> <li>Notion de proportionnalité.</li> <li>Coefficient de proportionnalité.</li> <li>Inverse d'une fraction.</li> </ul>
Paragraphe introduit	Grandeurs proportionnelles     a) Définitions

#### COMMENTAIRES

En classe de 5<sup>e</sup>, on ne savait pas calculer l'inverse d'une fraction.

#### CORRIGÉ

1) 
$$\frac{18}{22} = \frac{9}{11}$$
;  $\frac{13.5}{16.5} = \frac{27}{33} = \frac{9}{11}$ ;  $\frac{12.1}{9.9} = \frac{121}{99} = \frac{9}{11}$ ;  $\frac{6.3}{7.7} = \frac{63}{77} = \frac{9}{11}$ .

Ces quotients sont égaux, donc le rayon intérieur et le rayon extérieur d'une rondelle sont proportionnels.

- 2) Le coefficient de proportionnalité qui permet de calculer:
- a) le rayon intérieur à partir du rayon extérieur est  $\frac{9}{11}$ ;
- b) le rayon extérieur à partir du rayon intérieur est  $\frac{11}{9}$ .
- 3) Ces coefficients de proportionnalité sont inverses I'un de l'autre :  $\frac{1}{9} = \frac{11}{9}$ .

#### (2) J'AI DÉJÀ VU

#### J'utilise un coefficient de proportionnalité

Objectif	Déterminer un coefficient de proportionnalité, à partir d'un couple de données non nulles.	
Pré requis	<ul><li>Coefficient de proportionnalité.</li><li>Inverse d'une fraction.</li></ul>	
Paragraphe introduit	Grandeurs proportionnelles     Définitions	

#### COMMENTAIRES

Le programme demande de faire remarquer que la donnée d'un couple de valeurs homologues non nulles suffit pour calculer un coefficient de proportionnalité.

#### CORRIGÉ

1) Lorsque la grandeur A vaut 15, la grandeur B vaut 35. Le coefficient de proportionnalité est  $\frac{35}{15} = \frac{7 \times 5}{3 \times 5} = \frac{7}{3}$ . Son inverse est  $\frac{3}{7}$ .

2)

grandeur A	12	6	0	18	9	15	4	<u>30</u> 7
grandeur B	28	14	0	42	21	35	$\frac{28}{3}$	10

#### (3) JE DÉCOUVRE

#### J'utilise l'égalité des produits en croix

Objectif	Utiliser l'égalité des produits en croix pour calculer une 4 <sup>e</sup> proportionnelle.		
Pré requis	Égalité des produits en croix.		
Paragraphe introduit	Grandeurs proportionnelles     Utilisation de l'égalité des produits en croix		

#### CORRIGÉ

- 1) a) Le prix est proportionnel à la durée de communication, donc:  $\frac{3}{25} = \frac{x}{7}$ .
- b) D'après l'égalité des produits en croix, on en déduit que :  $25 \times x = 3 \times 7$ .
- c) Ainsi :  $x = \frac{3 \times 7}{25} = \frac{21}{25} = 0.84$ .

Le prix à payer pour une communication durant 7 minutes est 0,84 €.

- 2) a) On a:  $\frac{9}{20} = \frac{54}{y}$  et donc  $9 \times y = 20 \times 5,4$ .
- b) Ainsi :  $y = \frac{20 \times 54}{9} = 12$ .

La durée d'une communication coûtant 5,40 € est 12 minutes.

- 3) a) On a:  $\frac{Z}{5} = \frac{4.5}{6}$  et donc  $z \times 6 = 4.5 \times 5$ .
- b) Ainsi :  $z = \frac{4.5 \times 5}{6} = 3.75$ .

Le prix à payer pour une communication durant 5 minutes est 3,75 €.



#### 4) JE DÉCOUVRE

#### J'applique un pourcentage

Objectif	Remarquer que des augmentations successives en pourcentages ne s'additionnent pas.
Pré requis	Appliquer un pourcentage.
Paragraphe introduit	2) Pourcentages

#### COMMENTAIRES

Dans cette activité, il est prévu qu'un nombre important d'élèves se trompe à la question 1), puis découvre son erreur à la question 2).

#### CORRIGÉ

- 1) La réponse **fausse** attendue est 115 €.
- 2) a)  $110 \times \frac{5}{100} = 5.5$ .

Deux augmentations successives ne s'additionnent donc

## (5) JE DÉCOUVRE

#### Je représente graphiquement une situation

Objectif	Représenter graphiquement une situation de proportionnalité et une situation de non proportionnalité.
Pré requis	Placer des points dans un repère.
Paragraphe introduit	3) Représentations graphiques

1) a) Par exemple :  $\frac{85}{10} = 0.85$  et  $\frac{9}{20} = 0.45$ . Ces quotients ne sont pas égaux.

La longueur  $\ell$  du ressort n'est pas proportionnelle à la masse suspendue.

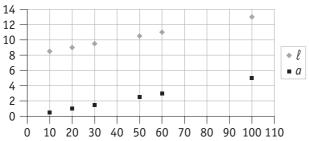
b) On a: 
$$\frac{0.5}{10} = 0.05$$
;  $\frac{1}{20} = 0.05$ ;  $\frac{1.5}{30} = 0.05$ ;  $\frac{2.5}{50} = 0.05$ ;  $\frac{3}{60} = 0.05$ ;  $\frac{5}{100} = 0.05$ .

$$\frac{2.5}{50} = 0.05$$
;  $\frac{3}{60} = 0.05$ ;  $\frac{5}{100} = 0.05$ .

Ces quotients sont égaux.

L'allongement a du ressort est proportionnel à la masse suspendue.

2) a) et b)



3) Les points sont alignés entre eux et avec l'origine du repère pour le graphique rouge (allongement a) qui correspond à une relation de proportionnalité.

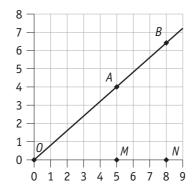
## (6) JE DÉCOUVRE

#### J'interprète un graphique

Objectif	Démontrer que si des points sont alignés avec l'origine d'un repère, alors leurs abscisses et leurs ordonnées sont proportionnelles.
Pré requis	Théorème de Thalès.
Paragraphe introduit	3) Représentations graphiques

#### CORRIGÉ

1)



2) Les droites (AM) et (BN) sont parallèles car elles sont perpendiculaires à la même droite (ON).

Dans le triangle OBN, les points O, A et B sont alignés, les points O, M et N sont alignés, les droites (AM) et (BN) sont parallèles.

Or, d'après le théorème de Thalès :  $\frac{OA}{OB} = \frac{OM}{ON} = \frac{AM}{BN}$ .

En particulier :  $\frac{OM}{ON} = \frac{AM}{BN}$ , d'où :  $ON \times AM = OM \times BN$  et

 $donc: \frac{AM}{OM} = \frac{BN}{ON}$ 

3) « AM correspond à l'ordonnée du point A et OM correspond à l'abscisse du point A.

BN correspond à l'**ordonnée** du point B et ON correspond à l'abscisse du point B.

Si les points O, A et B sont alignés, alors les ordonnées des points A et B sont proportionnelles à leurs abscisses. »

## Savoir-faire

## 1 Calculer une quatrième proportionnelle

Masse d'argent (en g)	925	1332	у
Masse de zinc (en g)	75	х	111

1) 
$$x = \frac{75 \times 1332}{225} = 108 \text{ g}$$

1) 
$$x = \frac{75 \times 1332}{925} = 108 \text{ g.}$$
  
2)  $y = \frac{925 \times 111}{75} = 1369 \text{ g.}$ 

2

Masse de sel (en g)	50	70	у
Masse de poivre (en g)	15	х	27

1) 
$$x = \frac{15 \times 70}{50} = 21 \, \text{g}$$

1) 
$$x = \frac{15 \times 70}{50} = 21 \text{ g.}$$
  
2)  $y = \frac{50 \times 27}{15} = 90 \text{ g.}$ 

Chap. 7 - Proportionnalité

Volume de peinture blanche (en L)	2,5	3,5	у
Colorant (en cL)	18	х	22,5

1) 
$$x = \frac{3.5 \times 18}{2.5} = 25.2 \text{ cL.}$$
  
2)  $y = \frac{2.5 \times 22.5}{18} = 3.125 \text{ L.}$ 

2) 
$$y = \frac{2.5 \times 22.5}{18} = 3.125 \text{ L}.$$

4

Volume de lait (en L)	480	186	у
Masse de sel (en kg)	2,56	х	2

1) 
$$x = \frac{2,56 \times 186}{480} = 0,992 \text{ kg} = 992 \text{ g}.$$
  
2)  $y = \frac{480 \times 2}{2,56} = 375 \text{ L}.$ 

2) 
$$y = \frac{480 \times 2}{2.56} = 375 \text{ L}$$

5

Volume d'huile (en L)	5	х
Volume d'essence (en L)	95	3,8

$$x = \frac{5 \times 3.8}{95} = 0.2 \text{ L} = 20 \text{ cL}.$$

6

Durée (en min)	60	х
Volume aspiré (en L)	12,5	60

$$x = \frac{60 \times 60}{12.5} = 288 \text{ min} = 4 \text{ h} 48 \text{ min}.$$

## m'entraine

#### À l'oral

7 1) Le périmètre d'un carré est proportionnel à la longueur d'un de ses côtés. Le coefficient de proportionnalité est 4.

2) L'aire d'un carré n'est pas proportionnelle à la longueur d'un de ses côtés : l'aire est le carré de la longueur du côté.

8 Le périmètre du triangle équilatéral du losange, du carré, de l'hexagone, etc., est proportionnel à la longueur d'un de ses côtés.

9 1) L'aire du triangle ABC est égale à :

$$\frac{AC \times h}{2} = \frac{AC}{2} \times h = \mathbf{k} \times h.$$

Le coefficient de proportionnalité est : 
$$k = \frac{AC}{2} = 7 + \frac{3}{2} = \frac{10}{2} = 5$$
.  
2)  $45 : 5 = 9$  cm.

Volume de ce parallélépipède rectangle :  $\mathcal{V} = 3 \times 5 \times L = 15 L.$ 

Le coefficient de proportionnalité est 15.

1) Le volume de ce prisme est :  $\mathcal{V} = B \times h = \frac{7}{5} \times h$ . Le coefficient de proportionnalité est  $\frac{7}{5}$ .

2) La hauteur de ce prisme est :  $h = \frac{5}{7} \times \mathcal{V}$ . Le coefficient de proportionnalité est  $\frac{5}{7}$ .

12 
$$x = \frac{8 \times 5}{10} = \frac{40}{10} = 4.$$

13 
$$y = \frac{3 \times 7}{2} = \frac{21}{2} = 10,5.$$

14 
$$z = \frac{7 \times 2}{5} = \frac{14}{5} = 2.8.$$

15 Damien, le personnage de gauche, se trompe. Maréva, le personnage de droite, aurait raison si les nombres de filles et de garçons étaient les mêmes. Teihotu, le personnage du centre, a raison.

16 1) 120 garçons vont à pied à ce collège.

2) 40 filles vont à pied à ce collège.

3) a) 160 élèves vont à pied à ce collège.

b) 16 % des élèves vont à pied au collège Thiers.

17 1)  $\frac{998}{136} \approx 7.3$  et  $\frac{752}{92} \approx 8.2$ . On constate que

 $\frac{998}{136} \neq \frac{752}{92}$  . Il n'y a pas proportionnalité.

2) Le prix d'une place de cinéma n'est pas une constante : tarif adultes, tarif enfants, tarifs réduits, etc.

Tous les véhicules doivent s'acquitter d'un même forfait.

La recette de ce parking est donc proportionnelle au nombre de véhicules garés.

Le coefficient de proportionnalité est le prix du forfait :  $\frac{437,4}{324}$  = 1,35 €.

19 1) Le périmètre du carré *ABCD* est le quadruple de la longueur AB.

Donc, le périmètre du carré ABCD est proportionnel à la longueur AB.

2) Le périmètre du triangle ABE est le triple de la longueur AB.

Donc le périmètre du triangle ABE est proportionnel à la longueur AB.

3)  $\tilde{\mathcal{P}}_{ABBCD} = AE + EB + BC + CD + DA = AB + AB + AB + AB$ 

Donc le périmètre de cette figure est proportionnel à la longueur AB.

Longueur AB (en cm)	2	3	5	2,5	$\frac{1}{3}$
Périmètre du carré (en cm)	8	12	20	10	$\frac{4}{3}$
Périmètre du triangle (en cm)	6	9	15	7,5	1

21 Notons *a* la longueur du côté *AB*.

Le périmètre du carré ABCD est :  $\mathcal{P} = 4a$ .

Le périmètre du triangle *ABE* est :  $\mathcal{P}' = 3a$ . Ainsi :  $\frac{\mathcal{P}'}{\mathcal{P}} = \frac{4a}{3a} = \frac{4}{3}$ .

Le périmètre du carré ABCD est donc proportionnel à celui du triangle ABE.

## Calculer un quatrième proportionnelle

22

Aluminium (Al)		
Volume (en cm <sup>3</sup> )	3,4	12
Masse (en g)	9,18	32,4

23

Argent (Ag)		
Volume (en cm <sup>3</sup> )	24	7
Masse (en g)	252	73,5

24

Étain (Sn)		
Volume (en cm <sup>3</sup> )	2,6	5,2
Masse (en g)	18,98	37,96

25

Nickel (Ni)		
Volume (en cm <sup>3</sup> )	7,3	14
Masse (en g)	64,97	124,6

26

Or (Au)		
Volume (en cm <sup>3</sup> )	2,1	22
Masse (en g)	40,53	424,6

27 Le coefficient de proportionnalité correspondant à l'exercice précédent est :

$$r = \frac{40,53}{2,1} = 19,3.$$

La masse volumique de l'or est de 19,3 g/cm<sup>3</sup>.

28 1) et 2)

#### **Utiliser des pourcentages**

$$29 1) 16 + 16 \times \frac{25}{100} = 20.$$

Le prix de ce mimosa sera de 20,00  $\in$  l'année suivante. 2)  $20 + 20 \times \frac{25}{100} = 25$ .

Le prix de ce mimosa sera de 25,00 € lorsqu'il aura 3 ans.

30 Début avril : 20 cm.

 $20 + 20 \times \frac{40}{100} = 28$ . Ce serpent mesure 28 cm début mai.

 $28 + 28 \times \frac{40}{100} = 39,2$ . Ce serpent mesure 39,2 cm début

Vendredi : 1250 personnes ont visité un musée. Samedi : 1250 – 1250 ×  $\frac{12}{100}$  = 1250 – 150 = 1100. Il y

a eu 1100 visiteurs le samedi.

Dimanche:  $1100 + 1100 \times \frac{12}{100} = 1100 + 132 = 1232$ .

Il y a eu 1232 visiteurs le dimanche.

Il y a eu moins de visiteurs le dimanche que le ven-

1) a) 
$$26000 \times \frac{90}{100} = 23400$$
.

Le nombre de poissons vivants est 23 400.

b) 32500 - 26000 = 6500.

Le nombre d'animaux d'autres espèces est 6500.

$$6500 \times \frac{20}{100} = 1300.$$

Le nombre d'animaux d'autres espèces vivants est 1300. 2) 23400 + 1300 = 24700.

Sur les 32500 animaux de ce musée, 24700 sont vivants.

 $\frac{24700}{100} \times 100 = 76.$ 

 $32\,500$ 

Le pourcentage d'animaux vivants est 76 %.

33 1) 
$$2800 \times \frac{60}{100} = 1680$$
.

1680 femmes travaillent dans cette entreprise.

$$1680 \times \frac{20}{100} = 336.$$

336 femmes de cette entreprise travaillent de nuit.

2) 2800 - 1680 = 1120.

1120 hommes travaillent dans cette entreprise.

$$1120 \times \frac{30}{100} = 336.$$

336 hommes de cette entreprise travaillent de nuit.

3)  $336 \times 2 = 672$ .

Ainsi 672 personnes travaillent de nuit dans cette entreprise.

$$\frac{672}{2\,800} \times 100 = 24.$$

24 % des employés travaillent de nuit dans cette entreprise.

## Représentations graphiques



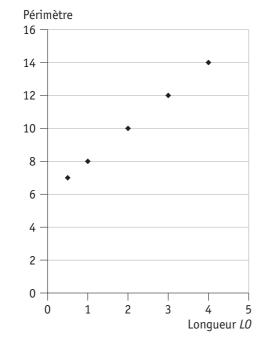
Le tableau à compléter est disponible sur le site www.hachette-education.com

LO (en cm)	0,5	1	2	3	4
Périmètre (en cm)	7	8	10	12	14

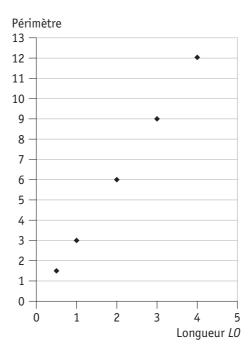
2) Par exemple:  $\frac{8}{1} = 8$  et  $\frac{10}{2} = 5$ . Ces quotients sont

différents, donc le périmètre de ce rectangle n'est pas proportionnel à la longueur du côté [LO].

Chap. 7 - Proportionnalité



3)



35 1)

Le tableau à compléter est disponible sur le site www.hachette-education.com

LO (en cm)	0,5	1	2	3	4
Aire (en cm²)	1,5	3	6	9	12

2)  $\frac{1.5}{0.5} = \frac{3}{1} = \frac{3}{2} = \frac{9}{3} = \frac{12}{14} = 3$ . En effet, l'aire du rectangle est le produit de *LO* et de 3.

L'aire de ce rectangle est proportionnelle à la longueur du côté [LO].

(36) 1) a) Pour 2 heures de connexion, le client va payer 3 €.

b) Pour 5 heures de connexion, le client va payer 6 €. c) Pour 0 heure de connexion, le client ne va rien payer.

2) Les points de ce graphique ne sont pas alignés entre eux, donc le prix à payer n'est pas proportionnel à la durée de connexion.

Il n'y a proportionnalité que durant les 2 premières heures de connexion.

## Mon bilan

Voir les corrigés détaillés dans le livre élève, page 294.

## J'approfondis

47 1) Le prix moyen de construction d'une maison en 2004 était 200 000 €.

Celui de 2005 était 218 000 €.

2) a) Ce prix a augmenté de 18000 € entre 2004 et 2005.

Prix 2004	200 000	100
Augmentation	18 000	Х

$$x = \frac{18000}{200000} \times 100 = 9.$$

Le prix a augmenté de 9 % entre 2004 et 2005.

Prix moyen de construction d'une maison :

• en 2002 : 172 000 €;

• en 2003 : 188 000 €;

Ce prix a augmenté de  $16\,000$   $\in$ .

$$\frac{16000}{172000} \times 100 \approx 9.3.$$

Le prix de construction d'une maison a augmenté d'environ 9,3 % entre 2002 et 2003.

49 1) Prix de construction d'un appartement de  $80 \text{ m}^2$ :

• en 2002 :  $2245 \times 80 = 179600 \in$ ;

• en 2005 : 2850 × 80 = 228000 €.

2) 228000 – 179600 = 48400. Ce prix a augmenté de 48 400 €.

 $\frac{48400}{100} \times 100 \approx 26.9.$  $179\,600$ 

Le prix de construction d'un appartement de 80 m<sup>2</sup> a augmenté de 26,9 % entre 2002 et 2005.

a) Population en 1900 : 5 280 habitants.

Population en 1960: 8380 habitants.

Augmentation: 8380 - 5280 = 3100 habitants.

Augmentation en pourcentage, par rapport à la popula-

tion de 1900 :  $\frac{3100}{2000} \times 100 \approx 58,7$ . 5280

La population de la région parisienne a augmenté de 58,7 % entre 1900 et 1960.

La population de la région parisienne a augmenté de 101,9 % entre 1900 et 1990.

c) Augmentation : 11640 - 5280 = 60360 habitants. Augmentation en pourcentage, par rapport à la population de  $1900 : \frac{6360}{300} \times 100 \approx 120,5$ . 5280

La population de la région parisienne a augmenté de 120,5 % entre 1900 et 2000.

(51) a) Indice base 100 année 1900 : 100.

Indice base 100 année 1960 : 158,7, soit une augmentation de l'indice de 58,7.

La population de la région parisienne a augmenté de 58,7 % entre 1900 et 1960.

b) Indice base 100 année 1900 : 100.

Indice base 100 année 1990 : 201,9, soit une augmentation de l'indice de 101,9.

La population de la région parisienne a augmenté de 101,9 % entre 1900 et 1990.

c) Indice base 100 année 1900 : 100.

Indice base 100 année 2000 : 220,5, soit une augmentation de l'indice de 120,5.

La population de la région parisienne a augmenté de 120,5 % entre 1900 et 2000.

#### **52** 1)

<u> </u>				
Année	1960	1975	1990	2000
Population	8380	9879	10660	11640
Indice base 100 année 1960	100	118	127	139

2) La population de la région parisienne a donc augmenté de 18 % entre 1960 et 1975, de 27 % entre 1960 et 1990 et de 39 % entre 1960 et 2000.

#### 53 1)

Année	2002	2003	2004	2005	2006
Foyers connectés	1495	2213	4 121	7 4 7 8	10439
Indice base 100 année 2002	100	148	276	500	698

- 2) Le nombre de foyers français connectés à Internet haut débit a :
- a) augmenté de 48 % entre 2002 et 2003;
- b) augmenté de 176 % entre 2002 et 2004;
- c) été multiplié par 5 entre 2002 et 2005;
- d) été multiplié par 7 entre 2002 et 2006.

(54) 1) a) La longueur de l'écran est égale au produit de sa largeur et de  $\frac{4}{3}$ .

La longueur de l'écran est proportionnelle à sa largeur. Le coefficient de proportionnalité est  $\frac{4}{3}$ 



Le tableau à compléter est disponible sur le site www.hachette-education.com

	Modèle A	Modèle B	Modèle C
largeur (en cm)	24	33	57
longueur (en cm)	32	44	76

2) a) L'écran du téléviseur étant rectangulaire, on peut appliquer le théorème de Pythagore pour calculer sa diagonale.

Modèle A :  $d^2 = 24^2 + 32^2 = 1600$ . D'où  $d = \sqrt{1600} = 40$ . d = 40 cm.

Modèle B :  $e^2 = 33^2 + 44^2 = 3025$ . D'où  $e = \sqrt{3025} = 55$ . e = 55 cm.

Modèle C :  $f^2 = 57^2 + 76^2 = 9025$ . D'où  $f = \sqrt{9025} = 95$ . f = 95 cm.

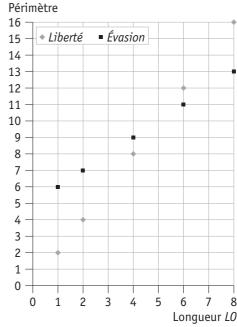
b) 
$$\frac{40}{32} = \frac{5}{4}$$
;  $\frac{55}{44} = \frac{5}{4}$  et  $\frac{95}{76} = \frac{5}{4}$ 

b)  $\frac{40}{32} = \frac{5}{4}$ ;  $\frac{55}{44} = \frac{5}{4}$  et  $\frac{95}{76} = \frac{5}{4}$ . La longueur de la diagonale est proportionnelle à la longueur gueur de l'écran, le coefficient de proportionnalité est  $\frac{5}{1}$ 

c) 
$$\frac{40}{24} = \frac{5}{3}$$
;  $\frac{55}{33} = \frac{5}{3}$  et  $\frac{95}{57} = \frac{5}{3}$ 

La longueur de la diagonale est proportionnelle à la largeur de l'écran, le coefficient de proportionnalité est  $\frac{5}{2}$ .

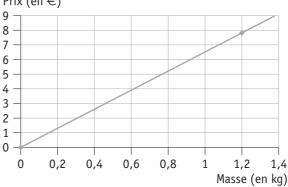
1) et 2) a) et b)



3) Pour le tarif *Liberté*, les points du graphique sont alignés entre eux et avec l'origine du repère. Le prix payé est donc proportionnel au nombre de demi-journées de location. Pour le tarif Évasion, les points du graphique sont alignés entre eux, mais pas avec l'origine du repère. Le prix payé n'est donc pas proportionnel au nombre de demijournées de location.

1) et 2) Comme le prix de ces chocolats est proportionnel à la masse de chocolats achetés, les points du graphique sont alignés entre eux et avec l'origine du repère. Il suffit donc de tracer la demi-droite d'origine O et passant par le point (1,2; 7,8).

Prix (en €)



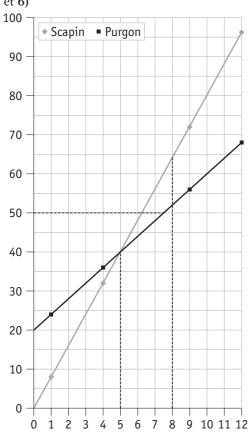
Chap. 7 - Proportionnalité

b)  $20 + 4 \times 4 = 20 + 16 = 36$ . Pour assister à 4 spectacles, M. Purgon va payer 36 €.

Le tableau à compléter est disponible sur le site www.hachette-education.com

Nombre de spectacles	1	4	9	12
Dépense de M. Scapin (en €)	8	32	72	96
Dépense de M. Purgon (en €)	24	36	56	68

3), 4) et 6)



5) Pour le tarif S, les points du graphique sont alignés entre eux et avec l'origine du repère. Sa dépense est donc proportionnelle au nombre de spectacles.

Pour le *tarif P*, les points du graphique sont alignés entre eux, mais pas avec l'origine du repère. Sa dépense n'est donc pas proportionnelle au nombre de spectacles.

- 6) a) Le nombre de spectacles pour lequel les deux tarifs sont égaux est 5.
- b) Le tarif le plus avantageux pour un spectateur qui assisterait à 8 spectacles est le *tarif P*.
- c) Sans dépenser plus de 50 € pour toute la saison :
- avec le tarif S, M. Harpagon pourrait assister à 6 spec-
- avec le *tarif P*, M. Harpagon pourrait assister à 7 spectacles.

Le *tarif P* est donc plus intéressant pour lui.

## DEVOIR À LA MAISON

**58** 1)  $140 + 140 \times \frac{5}{100} = 140 + 7 = 147$ .

 $147 + 147 \times \frac{3}{100} = 147 + 4,41 = 151,41 \text{ cm}.$ 

Naëlle mesure 151,41 cm à 11 ans.

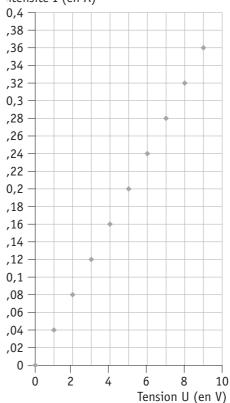
2)  $140 + 140 \times \frac{8}{100} = 140 + 11,2 = 151,2 \text{ cm}.$ 

Ce résultat est légèrement inférieur à la taille de Naëlle à

La taille de Naëlle n'a pas augmenté de 8 % entre 9 et

**59** 1)

ntensité I (en A)



2) Les points du graphique sont alignés entre eux et avec l'origine du repère, donc l'intensité et la tension mesurées sont proportionnelles.

3) Pour le dipôle étudié, on a I = 0,04 U et donc U =  $\frac{1}{0.04}$ I = 25 I.

La résistance de ce dipôle est de 25 Ohms.

#### JE CHERCHE

#### 60

Après la sècheresse	80	100
Après les nouvelles plantations	100	x

$$x = \frac{100 \times 100}{80} = 125.$$

Il faudra planter 25 % de plantes supplémentaires.

61 Un ouvrier récolte 49,5 tonnes de légumes par an. Un ouvrier récolte 12,375 tonnes de légumes par trimestre. 20 000 ouvriers récoltent 247 500 tonnes de légumes par trimestre.

62 18 poules pondent 60 œufs en 5 jours. 18 poules pondent 12 œufs en 1 jour.

1 poule pond  $\frac{12}{18}$  d'œuf en 1 jour, soit  $\frac{2}{3}$  d'œuf en

1 poule pond  $\frac{2}{3} \times 12$  œufs en 12 jours, soit 8 œufs.

7 poules pondent  $8 \times 7$  œufs en 12 jours, soit 56 oeufs.

**63** 
$$G \times (1 + \frac{p}{100}) \times (1 + \frac{q}{100}) = (1 + \frac{p}{100} + \frac{q}{100} + \frac{pq}{10000})$$
  
 $G = (2 + \frac{pq}{10000}) G = 2 G + \frac{pq}{10000} G$ 

## J'utilise un tableur



Voir également le CD-Rom.

Prix HT	10	50	100	150	200	500	750	1000
TVA	1,96	9,8	19,6	29,4	39,2	98	147	196
Prix TTC	11,96	59,8	119,6	179,4	239,2	598	897	1196

65 1) Le prix TTC d'un objet est proportionnel à son prix HT.

Le coefficient de proportionnalité est 1,196. Le prix TTC d'un objet est le produit de son prix HT et de 1,196.

Ainsi, le prix HT d'un objet est le quotient de son prix TTC par 1,196.



Voir également le CD-Rom.

Prix TTC	11,96	59,8	119,6	179,4	239,2	598	897	1196
Prix HT	10	50	100	150	200	500	750	1000

## > Je découvre le monde des mathématiques

Voir les corrigés détaillés dans le livre élève, page 300.

# Traitement de données

## > Programme

#### Programme de la classe de quatrième

#### **COMPÉTENCE**

Calculer la moyenne d'une série de données.

#### Commentaires

Les élèves sont confrontés à des situations familières où deux procédés de calcul différents de la moyenne sont mis en œuvre : somme des n données divisée par n ou moyenne pondérée des valeurs par leurs effectifs. Ils apprennent à interpréter des moyennes et à comprendre par exemple les différences constatées entre la moyenne annuelle des notes d'un élève calculée à partir de l'ensemble des notes de l'année ou à partir de la moyenne des moyennes trimestrielles. De même, le pourcentage relatif à un caractère sur toute la France n'est pas égal à la moyenne des pourcentages relatifs au même caractère, connus par région. Deux constats sont à dégager :

- la moyenne n'est pas forcément égale à l'une des données:
- la moyenne est rarement égale à la moyenne des valeurs extrêmes.

Le fait que la moyenne est toujours comprise entre les valeurs extrêmes fournit un moyen de contrôle pour le calcul.

Le calcul de fréquences cumulées n'est pas une compétence exigible, mais il peut être entrepris, en liaison avec d'autres disciplines, dans des situations où les résultats peuvent être interprétés.

Les tableurs permettent un traitement direct des calculs de moyennes : il n'est donc pas indispensable pour obtenir une valeur approchée d'une moyenne dans des situations à grands effectifs d'avoir recours à un regroupement en classes d'intervalles.

#### Programme de la classe de cinquième

#### **COMPÉTENCES**

- Calculer des effectifs et des fréquences.
- Regrouper des données en classes d'égale ampli-

#### Commentaires

Dans un premier temps, les calculs d'effectifs et de fréquences peuvent être réalisés indépendamment de la notion de classe.

Les élèves sont entraînés à lire, interpréter et représenter des données en utilisant un vocabulaire adéquat.

Le calcul d'effectifs cumulés n'est pas une compétence exigible, mais il peut être entrepris, en liaison avec d'autres disciplines dans des situations où les résultats peuvent être interprétés.

La notion de fréquence est souvent utilisée pour comparer des caractéristiques de populations d'effectifs différents. Les élèves sont sensibilisés aux problèmes engendrés par l'interprétation de ce type de comparaisons. Les écritures  $\frac{4}{10}$ ,  $\frac{2}{5}$ , 0,4 (ou en notation anglo-saxonne

0.4 ou .4), 40 % sont utilisées pour désigner une fréquence : elles permettent d'insister sur les diverses représentations d'un même nombre.

#### **COMPÉTENCES**

- Lire et interpréter des informations à partir d'un tableau, ou d'une représentation graphique (diagrammes divers, histogramme).
- Présenter des données sous la forme d'un tableau, les représenter sous la forme d'un diagramme ou d'un histogramme.

#### Commentaires

Le choix de la représentation est lié à la nature de la situation étudiée.

- Pour les données relatives à un caractère qualitatif trois types de représentations graphiques sont utilisés : le diagramme en tuyaux d'orgue, le diagramme en bandes (ou diagramme linéaire), le diagramme à secteurs (circulaires ou semi-circulaires).
- Pour les données à caractère quantitatif discret (ou à valeurs discontinues) le diagramme utilisé est le diagramme en bâtons.
- Pour les données à caractère continu, un histogramme est utilisé (en se limitant au cas de classes d'égale amplitude). L'utilisation d'un tableur permet d'enrichir ce travail en le prolongeant à des situations plus complexes que celles qui peuvent être traitées « à la main ».

### Programme de la classe de troisième

#### COMPÉTENCE

Une série statistique étant donnée (sous forme de liste ou de tableau ou par une représentation graphique) proposer une valeur médiane de cette série et en donner la signification.

#### Commentaires

Il s'agit essentiellement d'une part, de faire acquérir aux élèves les premiers outils de résumé de séries statistiques, d'autre part de les habituer à avoir une attitude de lecteurs responsables face aux informations de nature statistique.

#### COMPÉTENCE

Une série statistique étant donnée, déterminer son étendue.

#### Commentaires

« à la main ».

Les exemples ne doivent soulever aucune difficulté au sujet de la détermination des valeurs des paramètres étudiés. Aucune compétence n'est exigible au sujet des premier et troisième quartiles. La notion d'intervalle interquartile est abordée en classe de Seconde.

Le recours aux quartiles permet de préciser la dispersion d'une série par rapport à la seule notion d'étendue. La notion de dispersion est à relier, sur des exemples, au problème de la dispersion des mesures lors d'une activité expérimentale en particulier en physique et chimie. L'utilisation d'un tableur permet d'avoir accès à des situations plus riches que celles qui peuvent être traitées

## En résumé

En 5<sup>e</sup>, les élèves ont appris à lire, à interpréter, à représenter des données et à calculer des effectifs et des fréquences.

En 4<sup>e</sup>, on entretient ces compétences et, sur des exemples familiers, on apprend à calculer la moyenne de *n* données ou la moyenne de *n* valeurs pondérées par leur effectif.

Le calcul d'une valeur approchée de la moyenne de données regroupées en classe n'est plus une compétence du programme. La non additivité des moyennes a été traitée dans la partie exercice et notamment dans le « Je rédige... ».

En 3<sup>e</sup>, les notions de médiane et d'étendue seront étudiées.

La notion d'intervalle interquartile est abordée en classe de Seconde.

Le recours aux quartiles permet de préciser la dispersion d'une série par rapport à la seule notion d'étendue. Cependant, les notions de premier et troisième quartiles ne sont pas exigibles.

## > Activités

#### ACTIVITÉ D'OUVERTURE

#### COMMENTAIRES

Cette activité permet de rappeler les notions d'effectif et de calcul de pourcentage.

#### CORRIGÉ

- 1) Le Pop Art est un art qui utilise pour ses compositions des objets de la vie quotidienne et des images empruntées à la publicité.
- 2) On étudie la population des papillons de cette affiche.
- a) Il y a 78 papillons sur cette affiche. L'effectif total est égal à 78.

h)

	jaune et orange	vert	bleu	gris	rouge et marron	total
Effectif	40	10	7	12	9	78
Pourcentage	51 %	13 %	9 %	15 %	12 %	100 %

## 1 J'AI DÉJÀ VU

#### Je révise le vocabulaire des statistiques

Objectif	Revoir le vocabulaire des statistiques (population, caractère, valeurs, effectif, fréquence).
Pré requis	Calcul de fréquence.
Paragraphe introduit	1) Fréquence

#### CORRIGÉ

- 1) a) La population étudiée : les élèves d'une classe de 4<sup>e</sup>.
  b) Le caractère étudié : la note du contrôle commun de mathématiques.
- c) Les valeurs prises par ce caractère : 2; 4,5; 6,5; 7; 9; 10,5; 11; 13,5; 14; 15; 16; 17,5; 19; 20.
- 2) L'effectif total de la population étudiée s'obtient en ajoutant les effectifs de chaque valeur.
- 4 + 2 + 4 + 10 + 9 + 12 + 5 + 15 + 10 + 8 + 7 + 7 + 4 + 3 - 100

Chap. 8 - Traitement de données

🔘 Hachette Livre 2007, Mathématiques 4º, collection PHARE, livre du professeur. La photocopie non autorisée est un délil

BAT-001a105.indd 85 25/07/07 8:49:51

b) La fréquence de la note 11 est donc égale à :  $\frac{5}{100}$  = 0,05.

0,05 est la fréquence de la note 11.

## 2 J'AI DÉJÀ VU

#### Je représente des situations

Objectif	Revoir la représentation d'une répartition et la représentation d'une évolution.
Pré requis	<ul> <li>Construire un diagramme circulaire.</li> <li>Construire un diagramme en bâtons.</li> </ul>
Paragraphe introduit	2) Représentations graphiques

#### COMMENTAIRES

Cette activité a pour but de représenter deux situations, l'une étant une répartition et l'autre une évolution. Deux types de diagrammes (circulaire et en bâtons) ont été choisis ici pour représenter chacune de ces situations. Les autres types de diagrammes et graphiques seront revus dans les exercices.

#### CORRIGÉ

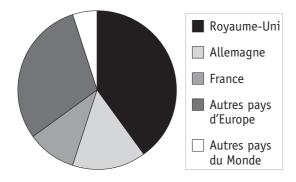
#### A: Répartition

1)

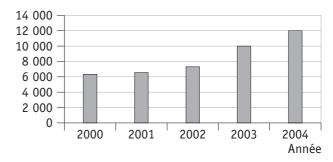
Provenances	Fréquence en pourcentage	Mesure de l'angle en degré
Royaume-Uni	40	144
Allemagne	15	54
France	10	36
Autres pays d'Europe	30	108
Autres pays du Monde	5	18
Total	100	360°

2)

#### Provenance des touristes étrangers



#### B : Évolution Évolution du nombre de touristes étrangers



## 3 JE DÉCOUVRE

#### Je calcule une moyenne

Objectif	Calculer une moyenne non pondérée
Paragraphe introduit	3) Moyenne d'une série de données

#### COMMENTAIRES

Cette activité fait appel à la pratique des élèves concernant le calcul de la moyenne de leurs notes.

On utilise le fait que les élèves savent calculer la moyenne de leurs notes pour introduire cette notion.

#### CORRIGÉ

- 1) Robin a répondu juste. Il a fait la somme des notes obtenues par Ariane et a divisé cette somme par le nombre de notes (soit 8).
- 2) Ariane se trompe, elle semble prendre pour note moyenne la note qui, lorsqu'on les range dans l'ordre croissant (ou décroissant), est la note située au centre de cette liste.

Farid se trompe. Il effectue la moyenne des notes extrêmes.

## (4)

#### JE DÉCOUVRE

#### Je calcule une moyenne à l'aide d'un tableur

Objectif	Utiliser un tableur pour le calcul de la moyenne d'un nombre important de données.
Pré requis	Savoir insérer et appliquer une fonction d'un logiciel tableur.
Paragraphe introduit	3) Moyenne d'une série de données

#### COMMENTAIRES

Le calcul d'une valeur approchée de la moyenne de données regroupées en classe n'est plus une compétence du programme. Par contre, un élève doit savoir utiliser un logiciel tableur pour pouvoir calculer la moyenne d'un grand nombre de données.

#### CORRIGÉ



Voir l'activité corrigée complète dans le CD-Rom.

44	194
45	157
46	130
47	186
48	177
49	164
50	152
51	161,18
52	

## 5) JE DÉCOUVRE

#### Je calcule une moyenne pondérée

Objectif	Calculer une moyenne de valeurs pondérées par leur effectif.
Pré requis	Calcul d'une moyenne de données.
Paragraphe introduit	4) Moyenne pondérée d'une série de valeurs

#### COMMENTAIRES

Seul le calcul de la moyenne d'une série de valeurs pondérées par leur effectif est exigible. Cependant, nous avons élargi cette notion, dans les exercices, au calcul de moyenne de notes pondérées par un coefficient entier.

2; 1; 6; 4; 6; 6; 3; 5; 4; 5; 6; 5; 3; 5; 1; 1; 6; 2; 3; 6; 3; 1; 3; 4; 6.

1) La moyenne des résultats obtenus est égale à :

(2+1+6+4+6+6+3+5+4+5+6+5+3+5+1+1 + 6 + 2 + 3 + 6 + 3 + 1 + 3 + 4 + 6): 25 = 97 : 25 =

2) a) 1; 1; 1; 1; 2; 2; 3; 3; 3; 3; 4; 4; 4; 5; 5; 5; 5; 6; 6; 6; 6; 6; 6; 6.

b) Les valeurs obtenues sont : 1; 2; 3; 4; 5; 6.

3) Autre méthode pour calculer la moyenne :

 $(1 \times 4 + 2 \times 2 + 3 \times 5 + 4 \times 3 + 5 \times 4 + 6 \times 7) : 25 = 97 : 25$ = 3.88.

4) Il faut effectuer la somme des produits des valeurs par leur effectif et diviser cette somme par l'effectif total.

## Savoir-faire

## 1 Calculer une moyenne pondérée

1 1) Il faut remplir le tableau :

Nombre de frères et soeurs	0	1	2	3	4	5	6
Effectif							

2) Calculer le nombre moyen de frères et sœurs en calculant la moyenne des valeurs pondérées par leur effectif.

$$\frac{36 \times 5 + 37 \times 3 + 38 \times 8 + 39 \times 6 + 40 \times 4 + 41 \times 1 + 41 \times 3}{5 + 3 + 8 + 6 + 4 + 1 + 1} = \frac{1073}{28} \approx 38.$$

La pointure moyenne de chaussures d'un élève de la classe arrondie à l'unité est 38.

$$\frac{0 \times 3 + 1 \times 12 + 2 \times 10 + 3 \times 3}{28} = \frac{41}{28} \approx 1,5.$$

Le nombre moyen de sports pratiqués par semaine pour un élève de cette classe arrondi au dixième est 1,5.

$$\frac{5 \times 1 + 8 \times 2 + 9,5 \times 2 + 11,5 \times 3 + 13 \times 2 + 14 \times 4 + 15,5 \times 6 + 18,5 \times 4 + 20 \times 1}{1 + 2 + 2 + 3 + 2 + 4 + 6 + 4 + 1} = \frac{303,5}{25} \approx 12,14.$$
 La moyenne des notes à ce contrôle est 12,14.

$$\frac{0 \times 15 + 5 \times 19 + 10 \times 21 + 15 \times 25}{15 + 19 + 21 + 25} = \frac{680}{80} \approx 8,5.$$

Le temps moyen mis par une personne du groupe interrogé pour prendre son petit déjeuner est 8,5 minutes, soit 8 minutes et 30 secondes.

## Je m'entraine

#### À l'oral

- 6 1) a) Ce diagramme est un diagramme en bande. b) La population étudiée est l'ensemble des français.
- c) Le caractère étudié est le type d'hébergement choisi pour les vacances.
- d) Ce diagramme représente une répartition.
- 2) a) Le type d'hébergement le plus fréquenté : la famille.
- L'hébergement le moins fréquenté : les clubs.
- b) Les deux types d'hébergement « camping » et « résidence secondaire » sont sensiblement autant choisis l'un que l'autre.
- c) La moitié des français part en vacances dans leur famille ou chez leurs amis. En effet, si on considère les deux parts représentant « la famille » et « les amis » à elles deux, elles représentent la moitié de la totalité de la bande.

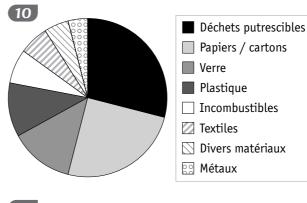
Chap. 8 - Traitement de données

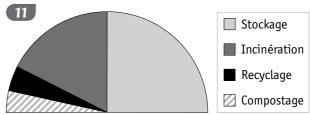
© Hachette Livre 2007, Mathématiques 4º, collection PHARE, livre du professeur. La photocopie non autorisée est un déli

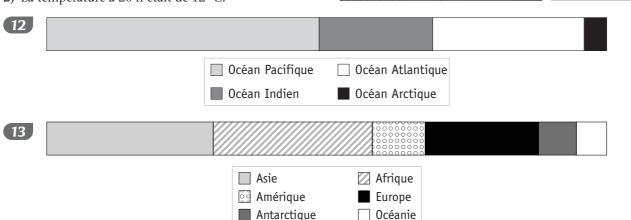
- b) La population étudiée est l'ensemble des élèves d'une classe de quatrième.
- c) Le caractère étudié est la moyenne annuelle de chacun de ces élèves.
- d) Ce diagramme représente une répartition.
- 2) a) L'effectif total de cette classe est égal à : 28.
- b) 15 élèves de cette classe ont une moyenne annuelle comprise entre 8 et 16. Donc, plus de la moitié des élèves de la classe ont une moyenne annuelle comprise entre 8 et 16.
- 8 1) a) Ce diagramme est un diagramme circulaire. b) La population étudiée est les victimes lors des catastrophes naturelles dans le monde de 1950 à 1999.
- c) Le caractère étudié est le nombre de victimes.
- d) Ce diagramme représente une répartition cependant du fait des répartitions dans le temps des victimes, il peut aussi nous renseigner sur l'évolution de ce nombre de victimes.
- 2) a) Le nombre de victimes entre 1970 et 1979 représente plus de la moitié des victimes des catastrophes naturelles recensées jusqu'en 1999.
- 4) Le nombre de victimes de 1960 à 1969 et le nombre de victimes de 1980 à 1989 est sensiblement le même.
- **9** 1) a) Ce graphique représente les températures relevées la journée du 03/12/06.
- b) Ce graphique représente une évolution.
- 2) La température à 20 h était de 12 °C.

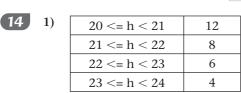
- 3) La température a été maximale à 15 heures; minimale à 6 heures.
- 4) La température est restée inférieure à 11 °C de 0 h à 11 h puis de 22 h à 24 h, soit pendant 13 heures.
- 5) La température est restée comprise entre 12 °C et 14 °C pendant 8 heures.

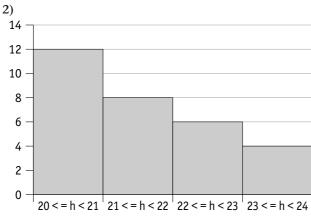
#### Construire des diagrammes











15 (900 + 1100 + 1000 + 1200 + 1160 + 1000) : 6 = 6360 : 6 = 1060.

Entre 1988 et 2000, 1060 bélugas en moyenne, ont séjourné dans l'estuaire du Saint-Laurent.

16 (3546402 + 2027451 + 1516324 + 3630676) : 4 = 10720853 : 4 = 2680213,25.

L'énergie moyenne (en kWh) fournie par trimestre par les éoliennes de ce parc en 2005 est égale à 2680213,25.

#### Calculer une moyenne pondérée

17 
$$\frac{90 \times 6 + 100 \times 10 + 105 \times 6 + 120 \times 3}{25} = \frac{2530}{25} \approx$$

Le temps moyen mis par un participant de ce groupe d'amis est 101,2 minutes.

© Hachette Livre 2007, Mathématiques 4º, collection PHARE, livre du professeur. La photocopie non autorisée est un délit

Note	9	10	12	13	15	16	17	18,5
Coefficient	1	1	5	2	5	1	5	2

$$\frac{9 \times 1 + 10 \times 1 + 12 \times 5 + 13 \times 2 + 15 \times 5 + 16 \times 1 + 17 \times 5 + 18,5 \times 2}{22} = \frac{318}{22} \approx 14,45.$$

La moyenne des notes du troisième trimestre pondérées par leur coefficient est égale à environ 14,45.

19 
$$\frac{1100 \times 3 + 1250 \times 4 + 1750 \times 8}{15} = \frac{22300}{15}$$

Le salaire mensuel moyen d'un employé de cette entreprise est égal à environ 1486,66 €.

$$20 \approx 2,25.$$
 
$$\frac{0 \times 12 + 1 \times 25 + 2 \times 23 + 3 \times 34 + 4 \times 22}{116} = \frac{261}{15}$$

Le nombre moyen d'enfants d'une des femmes interrogées est égal à 2,25.

21 
$$\frac{1 \times 6 + 2 \times 14 + 3 \times 13 + 4 \times 7}{40} = \frac{101}{40} \approx 2,525.$$

Le nombre moyen de micro-ordinateurs utilisés dans une de ces entreprises est 2,525.

$$\frac{90 \times 6 + 100 \times 10 + 105 \times 6 + 120 \times 3}{25} = \frac{75}{100}$$

$$\approx 0.75.$$

Le nombre moyen d'animaux domestiques par élève interrogé est égal à 0,75.

$$\frac{-2 \times 5 - 1 \times 8 + 0 \times 8 + 1 \times 2 + 2 \times 5 + 3,5 \times 3}{31} = \frac{4,5}{45} \approx 0,3.$$

La température moyenne à 8 h au mois de janvier est égale à 0,3 °C.

## > Mon bilan

Voir les corrigés détaillés dans le livre élève, page 294.

## J'approfondis

(34) 1) a) La population martiniquaise a augmenté de 2001 à 2002. Elle est passée de 386 000 à 388 000 habi-

b) Celle des femmes martiniquaises n'a pas augmenté. Elle a diminué de 1000 habitants.

2) a) Il y avait 58000 femmes de moins de 20 ans en Martinique en 2002.

b) Il y avait 180 000 hommes de moins de 60 ans en Martinique en 2001. (57 + 53 + 43 + 19 + 8 = 180)

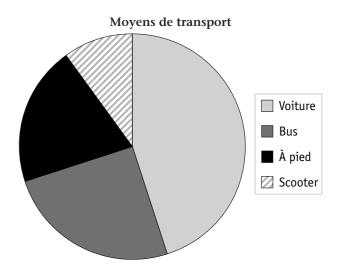
3) Le pourcentage de la population martiniquaise que représentaient les personnes de 75 ans et plus en 2001 est égal à :  $(21 / 386) \times 100$ , soit environ 5,4 %.

4)  $388 \times 150 = 58200 < 59342$ .

On peut dire que, en 2002, la population métropolitaine est plus de 150 fois supérieure à celle de la Martinique.



	voiture	bus	à pied	scooter	total
Fréquence (en %)	45	25	20	10	100
Angle	162	90	72	36	360



1) Une ville de France de plus de 100 000 habitants qui n'apparaît pas dans ce tableau : par exemple, Toulouse. Elle n'apparaît pas car en 2002, on n'a pas relevé un indice atmo supérieur ou égal à 8.

2) Le nombre moyen de jours de l'année 2002 pour lequel l'indice atmo a été supérieur ou égal à 8 dans ces villes est environ 96 : 31 soit 3,1.

37 1) Calcul de l'indice atmo moyen de l'année 2005 pour chacune de ces deux villes :

• Aix en Provence :

$$\frac{2 \times 5 + 3 \times 68 + 4 \times 124 + 5 \times 101 + 6 \times 38 + 7 \times 15 + 8 \times 11 + 9 \times 3}{5 + 68 + 124 + 101 + 38 + 15 + 11 + 3} = \frac{1663}{365} \approx 4,56.$$
• Bordeaux:

• Bordeaux :

• Bordeaux : 
$$\frac{2 \times 10 + 3 \times 137 + 4 \times 126 + 5 \times 57 + 6 \times 21 + 7 \times 14}{365} \approx 3,96.$$

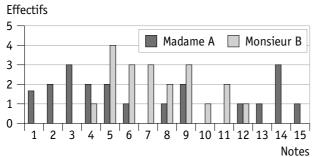
On donnera la valeur arrondie au centième.

2) L'indice atmo moyen de l'année 2005 pour la ville de Bordeaux est inférieur à celui de la ville d'Aix en Provence.

Chap. 8 - Traitement de données

Notes	Madame A	Monsieur B
3	1	0
5	2	0
6	3	0
7	2	1
8	2	4
9	1	3
10	0	3
11	1	2
12	2	3
13	0	1
14	0	2
15	1	1
16	1	0
18	3	0
20	1	0

1) Construction du diagramme en tuyaux d'orgue qui représente ces données.



- 2) Calcul de la moyenne de chaque série. Moyenne de la classe de Madame A : 10,5 Moyenne de la classe de Monsieur B : 10,5.
- 3) Les moyennes de ces deux classes sont égales, cependant, la classe de Madame A est plus hétérogène que celle de Monsieur B.

Les notes sont plus dispersées dans la classe de Madame A.

39

1)	Trimestre	1	2	3
	Notes	10,5;8	9,5; 14; 12,5; 14	10; 15; 19; 13
	Moyenne	9,25	12,5	14,25

- 2) La moyenne des moyennes des trois trimestres est égale à :
- (9,25 + 12,5 + 14,25) : 3 = 36 : 3 = 12.
- 3) La moyenne de toutes les notes de Pauline est égale à :
- (10,5+8+9,5+14+12,5+14+10+15+13+19):10
- 4) a) Les résultats des questions 2) et 3 sont différents.
- b) En effet, cette différence est liée au nombre de notes qui n'est pas le même dans les trois trimestres.
- 40 1) Calcul de la taille moyenne d'un de ces joueurs de volley-ball :

3513:20 = 175,65.

2) a)

Tailles t	Centre de la classe	Effectif
$160 \le t < 170$	165	4
$170 \le t < 180$	175	10
$180 \le t < 190$	185	6

b) Calcul de la moyenne des centres de classe pondérés par leur effectif :

$$\frac{165 \times 4 + 175 \times 10 + 185 \times 6}{20} = \frac{3520}{20} \approx 176.$$

- c) On ne retrouve pas la moyenne calculée à la question 1).
- d) On ne trouve qu'une valeur approchée de la moyenne.
- 41 Pour avoir une moyenne égale à 10, ayant quatre notes de même coefficient, il faut que la somme des quatre notes de Sophie soit égale à 40.

Or: 8.5 + 11 + 9 = 28.5.

Donc, Sophie doit avoir un 11,5 / 20.

1) Moyenne de Jean :

 $(11 \times 5 + 8 \times 3 + 9 \times 2) : 10 = 97 : 10 = 9,7.$ 

Jean n'est pas reçu : 9.7 < 10.

2) Moyenne de Rosalie :

 $7 \times 5 + 13 \times 3 = 74$ .

Pour que Rosalie soit reçue au concours, il faut que la somme de ses notes pondérées par leur effetif soit égale

Or, 100 - 74 = 26.

La note d'anglais étant coefficient 2, Rosalie doit au minimum obtenir 13 / 20.

## DEVOIR À LA MAISON

43 1) a) Calcul du nombre total de livres prêtés sur la semaine entière :

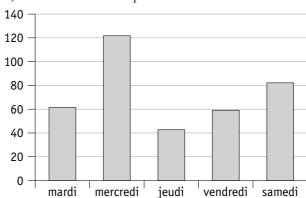
61 + 121 + 42 + 59 + 82 = 365

b) Calcul du nombre moyen de livres prêtés, par jour, durant cette semaine de cinq jours :

365:5=73.

73 livres sont prêtés en moyenne par jour.

#### 2) Nombre de livres prêtés



44 1) Calcul de la note moyenne de la classe à ce contrôle :

 $(6 \times 3 + 8 \times 5 + 10 \times 6 + 13 \times 7 + 14 \times 5 + 17) : 27 = 296 : 27 \approx 11.$ 

2) Calcul du pourcentage d'élèves ayant eu une note supérieure ou égale à 10 :

 $19:27 \approx 0,7037$ 

70,4 % des élèves ont obtenu donc une note supérieure ou égale à 10.

## JE CHERCHE

**45** 1) 
$$x = (-2 + 5) : 2 = 3 : 2 = 1,5$$
.

2) 7 = (5 + y) : 2.

14 = -5 + y, soit y = 19.

3) a = (8 + b) : 2. Donc,  $2 \times a = 8 + b$ .  $b = 2 \times a - 8$ . b = (a + 23) : 2. Donc,  $2 \times b = a + 23$ .

On a donc:  $2 \times b = 4 \times a - 16$  et  $2 \times b = a + 23$ .

 $4 \times a - 16 = a + 23$ .

 $3 \times a = 39$ .

a = 13.

$$b = 2 \times 13 - 8$$
  
 $b = 26 - 8 = 18$ .

On vérifie.

**46** Soit *x*, le nombre de filles dans la classe.

 $11 \times x + 9.5 \times (25 - x) = 25 \times 10.4$ 

 $11 \times x + 237,5 - 9,5 \times x = 260$ 

 $1,5 \times x = 22,5$ 

x = 15.

Il y a donc 15 filles et 10 garçons.

## > J'utilise la calculatrice

Calcul de la moyenne des notes obtenues en français lors de ce Brevet blanc : 10,13.

## > Je découvre le monde des mathématiques

Voir les corrigés détaillés dans le livre élève, page 300.

Hachette Livre 2007, Mathématiques 4º, collection PHARE, livre du professeur. La photocopie non autorisée est un délit.

# Triangle et parallèles

## > Programme

#### Programme de la classe de quatrième

#### **COMPÉTENCE**

Connaître et utiliser les théorèmes suivants relatifs aux milieux de deux côtés d'un triangle :

- Dans un triangle, si une droite passe par les milieux de deux côtés, elle est parallèle au troisième côté.
- Dans un triangle, si une droite passe par le milieu d'un côté et est parallèle à un second côté, elle coupe le troisième côté en son milieu.
- Dans un triangle, la longueur du segment joignant les milieux de deux côtés est égale à la moitié de celle du troisième côté.

#### Commentaires

Ces théorèmes peuvent être démontrés en utilisant la symétrie centrale et les propriétés caractéristiques du parallélogramme ou les aires.

#### Programme de la classe de cinquième

#### **COMPÉTENCE**

Connaître et utiliser une définition et les propriétés (relatives aux côtés, aux diagonales et aux angles) du parallélogramme.

#### Commentaires

Le travail entrepris sur la symétrie centrale permet de justifier des propriétés caractéristiques du parallélogramme que les élèves doivent connaître.

#### **COMPÉTENCE**

Figures simples ayant un centre de symétrie ou des axes de symétrie

Connaître et utiliser une définition et les propriétés (relatives aux côtés, aux diagonales, aux éléments de symétrie) du carré, du rectangle, du losange.

#### Commentaires

Un travail de synthèse est réalisé, faisant apparaître chacune de ces figures (rectangle, losange, carré) comme un parallélogramme doté de propriétés particulières, notamment en ce qui concerne les diagonales.

#### COMPÉTENCE

Construire, sur papier uni, un parallélogramme donné (et notamment dans les cas particuliers du carré, du rectangle, du losange) en utilisant ses propriétés.

#### ■ Commentaires

Les connaissances relatives aux quadrilatères usuels sont sollicitées dans des problèmes de construction et permettent de justifier les procédures utilisées pour construire ces quadrilatères. Ces problèmes sont l'occasion de mettre en œuvre droites et cercles et de revenir sur la symétrie axiale et les axes de symétrie. Ils peuvent également être proposés sur papier quadrillé ou pointé.

#### Programme de la classe de troisième

#### **COMPÉTENCE**

Connaître et utiliser la nature des sections du cube, du parallélépipède rectangle par un plan parallèle à une face, à une arête.

#### Commentaires

Des manipulations (sections de solides en polystyrène par exemple) ou l'utilisation de logiciels de géométrie dans l'espace permettent de conjecturer ou d'illustrer la nature des sections planes étudiées afin de contribuer à mettre en place des images mentales.

C'est aussi l'occasion de faire des calculs de longueur et d'utiliser les propriétés rencontrées dans d'autres rubriques ou les années antérieures. Les élèves sont également confrontés au problème de représentation d'objets à trois dimensions, ainsi qu'à celle de la représentation en vraie grandeur d'une partie de ces objets dans un plan (par exemple : section plane, polygone déterminé par des points de l'objet).

- → En 5<sup>e</sup>, les élèves ont démontré et utilisé les propriétés et les propriétés réciproques du parallélogramme, du rectangle, du losange et du carré.

  Dans la progression proposée dans ce manuel, ce chapitre est le premier chapitre de géométrie. Les propriétés énoncées ci-dessus y sont rappelées.
- → En 4<sup>e</sup>, on démontre et on utilise les théorèmes relatifs aux milieux des côtés d'un triangle. Ces théo-

rèmes sont des cas particuliers du théorème de Thalès et de la réciproque du théorème de Thalès qui seront étudiés ultérieurement.

Le théorème de Thalès sera étudié dans le chapitre 13, la réciproque du théorème de Thalès sera étudiée en classe de 3<sup>e</sup>.

→ Le concours des médianes d'un triangle est démontré (en devoir à la maison).

## > Activités

#### ACTIVITÉ D'OUVERTURE

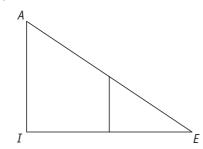
#### COMMENTAIRES

Cette activité d'ouverture permet, sur un exemple concret, de visualiser la position des extrémités d'un segment parallèle à un côté d'un triangle et dont la longueur est la moitié de ce côté.

#### CORRIGÉ

1) AI = 3.5 cm.

2)



La figure en taille réelle est disponible sur le site www.hachette-education.com

3) Les extrémités de cette suspente semblent se situer au milieu de chacun des câbles porteurs.

## **(1**)

#### 1) J'AI DÉJÀ VU

#### J'utilise des propriétés du parallélogramme

Objectifs	<ul> <li>Revoir les propriétés des côtés du parallélogramme.</li> <li>Revoir la propriété : « Si un quadrilatère non croisé a deux côtés parallèles et de la même longueur, alors c'est un parallélogramme. »</li> </ul>
Pré requis	Propriétés du parallélogramme.
Paragraphe introduit	1) Propriétés du parallélogramme

#### COMMENTAIRES

Cette première activité permet de faire le point sur les propriétés du parallélogramme et sur une propriété réciproque particulière qui sera utilisée dans l'activité 3.

#### CORRIGÉ

1) a) ABCD est un parallélogramme.

Or, si un quadrilatère est un parallélogramme, alors ses côtés opposés sont parallèles.

Donc, les droites (AD) et (BC) sont parallèles.

b) BEFC est un parallélogramme.

Or, si un quadrilatère est un parallélogramme, alors ses côtés opposés sont parallèles.

Donc, les droites (BC) et (EF) sont parallèles.

2) Les droites (AD) et (BC) sont parallèles et les droites (BC) et (EF) sont parallèles.

Or, si deux droites sont parallèles à la même droite, alors elles sont parallèles.

Donc, les droites (AD) et (EF) sont parallèles.

3) a) ABCD est un parallélogramme.

Or, si un quadrilatère est un parallélogramme, alors ses côtés opposés sont de la même longueur.

Donc,  $\overrightarrow{AD} = BC$ .

b) BEFC est un parallélogramme.

Or, si un quadrilatère est un parallélogramme, alors ses côtés opposés sont de la même longueur.

Donc, BC = EF.

- 4) On a ainsi : AD = BC et BC EF. Donc : AD = EF.
- 5) Le quadrilatère AEFD a :
- ses deux côtés [AD] et [EF] portés par des droites parallèles;
- ses deux côtés [AD] et [EF] de la même longueur.

Or, si un quadrilatère est non croisé et a deux côtés de la même longueur et parallèles, alors c'est un parallélogramme.

Donc, AEFD est un parallélogramme.

6) a) On sait que le quadrilatère AEFD est un parallélogramme

Or, les côtés opposés d'un parallélogramme sont parallèles. Donc, les droites (AE) et (DF) sont parallèles.

b) On sait que le quadrilatère AEFD est un parallélogramme.

Chap. 9 - Triangle et parallèles

© Hachette Livre 2007, Mathématiques 4º, collection PHARE, livre du professeur. La photocopie non autorisée est un délit

BAT-001a105.indd 93 25/07/07 8:49:58

Donc, les longueurs AE et DF sont égales.

#### 2) JE DÉCOUVRE

#### Je conjecture à l'aide d'un logiciel de géométrie

Objectif	Émettre une conjecture sur :  – la droite qui passe par les milieux de deux côtés d'un triangle.  – le segment qui joint les milieux de deux côtés d'un triangle.
Paragraphes introduits	<ul><li>2) Triangle et parallèle.</li><li>a) Théorème de la droite des milieux</li><li>b) Théorème</li></ul>

#### COMMENTAIRES

Cette activité peut être réalisée avec n'importe quel logiciel de géométrie.

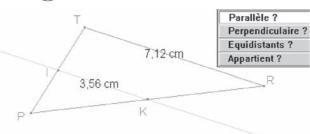
Elle peut aussi être réalisée sur papier en traçant, en mesurant des longueurs.

#### CORRIGÉ

1) et 2)



Voir la figure corrigée complète dans le CD-Rom.



- 3) Il semble que IK = TR : 2.
- 4) Il semble que les droites (IK) et (TR) soient paral-
- 5) Lorsqu'on déplace un sommet du triangle, les remarques faites aux questions 3) et 4) restent vala-
- 6) La droite qui passe par les milieux de deux côtés d'un triangle semble parallèle au troisième côté.
- 7) La longueur du segment qui joint les milieux de deux côtés d'un triangle semble être égale à la moitié de la longueur du troisième côté.



#### (3) JE DÉCOUVRE

#### Je démontre le théorème de la droite des milieux

Objectif	Démontrer les deux conjectures émises dans l'activité 2.
Pré requis	<ul> <li>Symétrique d'un point par rapport à un point.</li> <li>Propriétés du parallélogramme</li> <li>Propriétés réciproques du parallélogramme.</li> </ul>
Paragraphes introduits	<ul><li>2) Triangle et parallèle</li><li>a) Théorème de la droite des milieux</li><li>b) Théorème</li></ul>

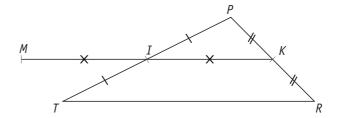
#### COMMENTAIRES

Cette activité est à faire juste après l'activité 2 : elle démontre les conjectures qui y sont faites.

Cette activité ne démontre pas uniquement le théorème de la droite des milieux. Elle donne une preuve des deux premiers théorèmes énoncés dans le cours.

#### CORRIGÉ

1) a) et b)



2) a) Le point *I* est le milieu du segment [*TP*].

Le point *M* est le symétrique du point *K* par rapport au point I. Par définition de la symétrie centrale, le point I est la milieu du segment [MK].

Le quadrilatère TMPK a ses diagonales [TP] et [MK] qui se coupent en I, leur milieu.

Or, si un quadrilatère a ses diagonales qui se coupent en leur milieu, alors c'est un parallélogramme.

Donc, le quadrilatère *TMPK* est un parallélogramme.

b) Le quadrilatère *TMPK* est un parallélogramme.

Or, si un quadrilatère est un parallélogramme, alors ses côtés opposés sont parallèles et ont la même longueur.

Donc: (TM) // (PK) et TM = PK.

3) a) Le point K est le milieu du segment [PR].

Donc, les points K, P et R sont alignés et PK = KR.

Ainsi, les droites (*PK*) et (*KR*) sont confondues.

D'après 2) b) les droites (TM) et (PK) sont parallèles.

Donc, les droites (TM) et (KR) sont parallèles.

b) D'après 2) b) TM = PK.

D'après 3) a) PK = KR.

On a donc : TM = KR.

c) Le quadrilatère non croisé TMKR a ses deux côtés [TM] et [KR] parallèles et de la même longueur.

Or, si un quadrilatère a deux de ses côtés parallèles et de la même longueur, alors c'est un parallélogramme.

Donc, le quadrilatère TMKR est un parallélogramme.

4) Le quadrilatère TMKR est un parallélogramme.

Or, si un quadrilatère est un parallélogramme, alors ses côtés opposés sont parallèles.

Donc les droites (TR) et (MK) sont parallèles.

Le point I est le milieu de [MK]. Ainsi, les droites (MK) et (IK) sont confondues.

Donc : les droites (IK) et (TR) sont parallèles.

5) Le quadrilatère *TMKR* est un parallélogramme.

Or, si un quadrilatère est un parallélogramme, alors ses côtés opposés sont de la même longueur.

Donc TR = MK.

Le point *I* est le milieu de [*MK*]. Ainsi,  $IK = \frac{MK}{2}$ .

Donc: 
$$IK = \frac{TR}{2}$$
.

6) « Dans un triangle, si une droite passe par les milieux de deux côtés, alors elle est parallèle au troisième côté. » 7) « Dans un triangle, si un segment a pour extrémités les milieux de deux côtés, alors sa longueur est égale à la moitié de la longueur du troisième côté. »

#### Je découvre une nouvelle propriété

Objectifs	<ul> <li>Émettre une conjecture concernant la droite qui passe par le milieu d'un côté d'un triangle et qui est parallèle à un autre côté.</li> <li>Démontrer cette conjecture.</li> </ul>
Pré requis	<ul> <li>Propriétés du parallélogramme.</li> <li>Propriétés réciproques du parallélogramme.</li> </ul>
Paragraphe introduit	2) Triangle et parallèle c) Théorème

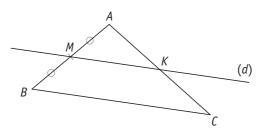
#### COMMENTAIRES

La première partie de cette activité peut être réalisée avec n'importe quel logiciel de géométrie. Elle peut aussi être réalisée sur papier.

#### CORRIGÉ

#### A : Conjecture

1

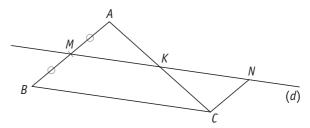


2) a) Il semble que le point K soit le milieu du segment [AC].

b) Il semble que la droite qui passe par le milieu d'un côté d'un triangle et qui est parallèle à un autre côté coupe le troisième côté en son milieu.

#### **B**: Démonstration

1) Construction du point *N*.



2) a) Le quadrilatère MNCB est un parallélogramme. Or, si un quadrilatère est un parallélogramme, alors ses côtés opposés sont parallèles et ont la même longueur. Donc : (MB) // (NC) et MB = NC.

Le point M est le milieu du segment [AB].

On a ainsi : - les points A, M et B alignés

- et AM = MB.

On en déduit que : les droites (AM) et (NC) sont parallèles et que : AM = NC.

b) Le quadrilatère *AMCN* a donc deux côtés parallèles et de la même longueur.

Or, si un quadrilatère non croisé a deux de ses côtés parallèles et de la même longueur, alors c'est un parallélogramme.

Donc, le quadrilatère AMCN est un parallélogramme.

3) Le quadrilatère *AMCN* est un parallélogramme.

Or, si un quadrilatère est un parallélogramme, alors ses diagonales se coupent en leur milieu.

Donc le point *K* est le milieu du segment [*AC*].

**4)** « Dans un triangle, si une droite passe par le milieu d'un côté et est parallèle à un autre côté, alors elle coupe le troisième côté en son milieu. »

## > Savoir-faire

# Démontrer en choissisant le théorème approprié

Dans le triangle ABC, le point I est le milieu du segment [BC] et le point K est le milieu du segment [AC]. Or, dans un triangle, si une droite passe par les milieux de deux côtés, alors elle est parallèle au troisième côté. Donc, la droite (IK) est parallèle à la droite (AB).

Dans le triangle STR, le point O est le milieu du segment [SR] et le point J est le milieu du segment [ST]. Or, dans un triangle, si un segment a pour extrémités les milieux de deux côtés, alors sa longueur est égale à la moitié de la longueur du troisième côté. Donc, OJ = TR : 2 = 2,5 cm.

Dans le triangle PMN, le point L est le milieu du segment [PM] et la droite (LH) est parallèle à la droite

Or, dans un triangle, si une droite passe par le milieu d'un côté et est parallèle à un autre côté, alors elle coupe le troisième côté en son milieu.

Donc, le point H est le milieu du segment [MN].

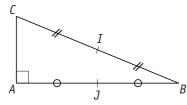
4 1) Dans le triangle *PQR*, le point *O* est le milieu du segment [*PQ*] et la droite (*OK*) est parallèle à la droite (*PR*). Or, dans un triangle, si une droite passe par le milieu d'un côté et est parallèle à un autre côté, alors elle coupe le troisième côté en son milieu.

Donc, le point K est le milieu du segment [QR].

2) Dans le triangle PQR, le point O est le milieu du segment [PQ] et le point K est le milieu du segment [QR]. Or, dans un triangle, si un segment a pour extrémités les milieux de deux côtés, alors sa longueur est égale à la moitié de la longueur du troisième côté.

Donc, OK = PR : 2 = 4,25 cm.





ABC est un triangle rectangle en A d'où les droites (AB) et (AC) sont perpendiculaires.

Dans le triangle ABC, le point I est le milieu du segment [BC] et le point J est le milieu du segment [AB].

Chap. 9 - Triangle et parallèles

© Hachette Livre 2007, Mathématiques 4º, collection PHARE, livre du professeur. La photocopie non autorisée est un délit

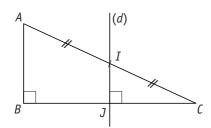
Or, dans un triangle, si une droite passe par les milieux de deux côtés, alors elle est parallèle au troisième côté. Donc, les droites (IJ) et (AC) sont parallèles.

On a : (IJ) // (AC) et (AB)  $\perp$  (AC).

Or, si deux droites sont parallèles, alors toute perpendiculaire à l'une est perpendiculaire à l'autre.

Donc, les droites (*IJ*) et (*AB*) sont perpendiculaires.





ABC est un triangle rectangle en B, d'où la droite (AB) est perpendiculaire à la droite (BC).

La droite (d) est la droite perpendiculaire à la droite (BC) qui passe par le point I.

Or, si deux droites sont perpendiculaires à une même droite, alors elles sont parallèles.

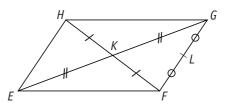
Donc, les droites (d) et (AB) sont parallèles.

Dans le triangle ABC, le point I est le milieu du segment [AC] et la droite (d) est parallèle à la droite (AB).

Or, dans un triangle, si une droite passe par le milieu d'un côté et est parallèle à un autre côté, alors elle coupe le troisième côté en son milieu.

Donc, le point *J* est le milieu du segment [*BC*].





1) EFGH est un parallélogramme de centre K.

Or si un quadrilatère est un parallélogramme, alors ses diagonales se coupent en leur milieu.

Donc, le point K est le milieu du segment [GE] et du segment [HF].

Dans le triangle *FGH*, le point *L* est le milieu du segment [*FG*] et le point *K* est le milieu du segment [*HF*].

Or, dans un triangle, si une droite passe par les milieux de deux côtés, alors elle est parallèle au troisième côté. Donc, les droites (KL) et (HG) sont parallèles.

2) Dans le triangle EFG, le point K est le milieu du segment [GE] et le point L est le milieu du segment [FG]. Or, dans un triangle, si un segment a pour extrémités les milieux de deux côtés, alors sa longueur est égale à la moitié de la longueur du troisième côté.

Donc, KL = EF : 2

## Je m'entraine

#### À l'oral

8 1) Les droites (*AD*) et (*BC*) sont parallèles. Si un quadrilatère est un parallélogramme, alors ses côtés opposés sont parallèles.

2) Les diagonales [AC] et [BD] se coupent en leur milieu. Si un quadrilatère est un parallélogramme, alors ses diagonales se coupent en leur milieu.

9 1) Un rectangle est un parallélogramme particulier.

Si un quadrilatère est un parallélogramme, alors ses côtés opposés sont parallèles.

Donc, les droites (AD) et (BC) sont parallèles.

- 2) Un rectangle est un quadrilatère qui possède quatre angles droits. Donc, les droites (AB) et (BC) sont perpendiculaires
- 3) Les diagonales d'un rectangle se coupent en leur milieu et ont la même longueur. Donc, les diagonales [AC] et [BD] se coupent en leur milieu et ont la même longueur.

10 1) Un losange est un parallélogramme particulier.

Si un quadrilatère est un parallélogramme, alors ses côtés opposés sont parallèles.

Donc, les droites (AD) et (BC) sont parallèles.

2) Les diagonales d'un losange se coupent en leur milieu et sont perpendiculaires. Donc, les diagonales [AC] et [BD] se coupent en leur milieu et sont perpendiculaires.

1) Un carré est un parallélogramme particulier. Si un quadrilatère est un parallélogramme, alors ses côtés opposés sont parallèles.

Donc, les droites (AD) et (BC) sont parallèles.

- 2) Un carré est un quadrilatère qui possède quatre angles droits. Donc, les droites (AB) et (BC) sont perpendiculaires.
- 3) Les diagonales d'un carré se coupent en leur milieu ont la même longueur et sont perpendiculaires. Donc, les diagonales [AC] et [BD] se coupent en leur milieu, ont la même longueur et sont perpendiculaires.

Si un quadrilatère a ses côtés opposés de la même longueur, alors c'est un parallélogramme.

Si un parallélogramme possède un angle droit, alors c'est un rectangle.

Donc, le quadrilatère est un rectangle.

Si un quadrilatère a ses diagonales qui se coupent en leur milieu, alors c'est un parallélogramme.

Si un parallélogramme a ses diagonales perpendiculaires, alors c'est un losange.

Donc, le quadrilatère est un losange.

Si un quadrilatère a ses diagonales qui se coupent en leur milieu et de la même longueur, alors c'est un rectangle.

Donc, le quadrilatère est un rectangle.

Si un quadrilatère a ses diagonales qui se coupent en leur milieu, alors c'est un parallélogramme.

Si un parallélogramme a deux côtés consécutifs de la même longueur, alors c'est un losange.

Donc, le quadrilatère est un losange.

Si un quadrilatère a ses diagonales qui se coupent en leur milieu, alors c'est un parallélogramme. Donc, le quadrilatère est un parallélogramme.

17 Si un quadrilatère a deux côtés parallèles et de la même longueur, alors c'est un parallélogramme.

Donc, le quadrilatère est un parallélogramme.

Le point I est le milieu du segment [AG]. Le point K est le milieu du segment [AF]. La droite (d) est parallèle à la droite (AG).

a) On utilise le théorème de la droite des milieux.

Dans un triangle, si une droite passe par les milieux de deux côtés, alors elle est parallèle au troisième côté. b) Les données utiles : le point I est le milieu du segment [AG] et le point K est le milieu du segment [AF].

On veut démontrer que IK = GF : 2

a) Dans un triangle, si un segment a pour extrémités les milieux de deux côtés, alors sa longueur est égale à la moitié de la longueur du troisième côté.

b) Les données utiles : le point I est le milieu du segment [AG] et le point K est le milieu du segment [AF].

a) Dans un triangle, si une droite passe par le milieu d'un côté et est parallèle à un autre côté, alors elle coupe le troisième côté en son milieu.

b) Le point K est le milieu du segment [AF]. Les droites (d) et (AG) sont parallèles.

Le quadrilatère *ABCD* possède trois angles droits. Le point I est le milieu du segment [*BC*].

a) Si un quadrilatère possède trois angles droits, alors c'est un rectangle.

Donc, ABCD est un rectangle.

b)  $\widehat{BAD}$ ,  $\widehat{BCD}$  et  $\widehat{ADC}$  sont des angles droits.

a) Dans un triangle, si une droite passe par le milieu d'un côté et est parallèle à un autre côté, alors elle coupe le troisième côté en son milieu.
b) Le point *I* est le milieu du segment [*BC*].

ABCD est un rectangle.

a) Dans un triangle, si une droite passe par les milieux de deux côtés, alors elle est parallèle au troisième côté.

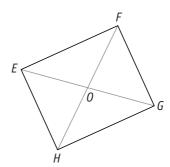
b) Le point *I* est le milieu du segment [*BC*]. Le point *O* est le milieu du segment [*BD*].

#### Construire des parallélogrammes

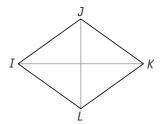
26



La figure en vraie grandeur est disponible sur le site www.hachette-education.com



La figure en vraie grandeur est disponible sur le site www.hachette-education.com



28 1) Le quadrilatère *ANGE* est un losange, d'où le triangle *NAG* est isocèle en *N*.

Dans le triangle *NAG*, on a :  $\widehat{NAG} = \widehat{NGA}$ .

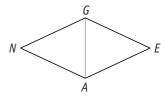
Or, la somme des mesures des angles d'un triangle est égale à  $180^{\circ}$ . Donc :

 $\widehat{NAG} = \widehat{NGA} = (180^{\circ} - 50^{\circ}) : 2 = 65^{\circ}.$ 

2)



La figure en vraie grandeur est disponible sur le site www.hachette-education.com



29 1) Le quadrilatère DROI est un rectangle de centre K d'où ses diagonales [DO] et [RI] se coupent en leur milieu K et sont de la même longueur.

On a : KR = KD = 4 cm.

Le triangle *GKR* est isocèle en *K*.

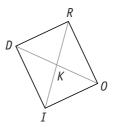
Or, la somme des mesures des angles d'un triangle est égale à 180°.

Donc,  $DKR = 180^{\circ} - 2 \times 50^{\circ} = 80^{\circ}$ .

2)



La figure en vraie grandeur est disponible sur le site www.hachette-education.com



Chap. 9 - Triangle et parallèles

97

© Hachette Livre 2007, Mathématiques 4º, collection PHARE, livre du professeur. La photocopie non autorisée est un délit

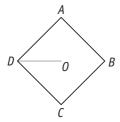
BAT-001a105.indd 97

30 1) Si un quadrilatère est un carré, alors ses diagonales se coupent en leur milieu, sont de la même longueur et sont perpendiculaires.

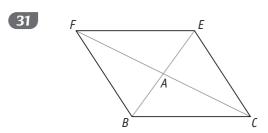
Ainsi, PO = OL et  $\widehat{POL} = 90^{\circ}$ .

Donc, le triangle POL est rectangle et isocèle en O.

2) La figure en vraie grandeur est disponible sur le site www.hachette-education.com



#### Utiliser les propriétés des parallélogrammes



1) Le point *E* est le symétrique du point *B* par rapport au point *A* d'où le point *A* est le milieu du segment [*BE*]. Le point *F* est le symétrique du point *C* par rapport au point *A* d'où le point *A* est le milieu du segment [*FC*].

2) Le quadrilatère *BFEC* a ses diagonales qui se coupent en leur milieu.

Or, si un quadrilatère a ses diagonales qui se coupent en leur milieu, alors ce quadrilatère est un parallélogramme.

Donc, le quadrilatère *BFEC* est un parallélogramme. Si, de plus, le triangle *ABC* est isocèle en *A*, alors les diagonales du parallélogramme *BFEC* ont la même longueur. Or, si un parallélogramme a des diagonales de la même longueur, alors c'est un rectangle.

Donc, BFEC est un rectangle.

32 1) Le quadrilatère *ABCD* a ses diagonales qui se coupent en leur milieu.

Or, si un quadrilatère a ses diagonales qui se coupent en leur milieu, alors c'est un parallélogramme.

Donc, le quadrilatère *ABCD* est un parallélogramme.

2) Le parallélogramme *ABCD* a ses diagonales perpendiculaires.

Or, si un parallélogramme a ses diagonales perpendiculaires, alors c'est un losange.

Donc, le parallélogramme ABCD est un losange.

3) Le triangle AOB est rectangle en O et possède un angle de  $45^{\circ}$ .

Or, la somme des angles aigus d'un triangle rectangle est égale à  $90^{\circ}$ .

Donc,  $\overrightarrow{BOA} = 90^{\circ} - \overrightarrow{ABO} = 45^{\circ}$ .

Ainsi, le triangle AOB est rectangle et a deux angles de même mesure.

Or, si un triangle a deux angles de même mesure, alors il est isocèle.

Donc, le triangle AOB est rectangle et isocèle en O.

4) On en déduit que OA = OB. Finalement, le losange ABCD a des diagonales de la même longueur. Or, si un losange a des diagonales de la même longueur, alors c'est un carré. Donc, ABCD est un carré.

# Utiliser des propriétés relatives aux milieux des côtés d'un triangle

Dans le triangle *RST* :

- le point *E* est le milieu du segment [*RT*] ;
- le point *F* est le milieu du segment [*RS*].

Or, dans un triangle, si un segment a pour extrémités les milieux de deux côtés, alors sa longueur est égale à la moitié de la longueur du troisième côté.

Donc, EF = TS : 2 = 8 : 2 = 4 cm.

34 Dans le triangle *RST* :

- le point *G* est le milieu du segment [*ST*] ;
- le point *F* est le milieu du segment [*RS*].

Or, dans un triangle, si une droite passe par les milieux de deux côtés, alors elle est parallèle au troisième côté. Donc, (GF) // (RT).

35 1) Dans le triangle *RST*:

- le point *G* est le milieu du segment [*ST*] ;
- le point E est le milieu du segment [RT].

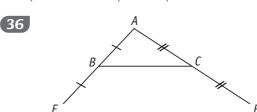
Or, dans un triangle, si une droite passe par les milieux de deux côtés, alors elle est parallèle au troisième côté. Donc : (*EG*) // (*RS*).

**2)** Dans le triangle *RST* :

- le point G est le milieu du segment [ST];
- le point *E* est le milieu du segment [*RT*].

Or, dans un triangle, si un segment a pour extrémités les milieux de deux côtés, alors sa longueur est égale à la moitié de la longueur du troisième côté.

Donc, EG = RS : 2 = 6.4 : 2 = 3.2 cm.



Le point E est le symétrique du point A par rapport au point B, d'où le point B est le milieu du segment [AE]. Le point F est le symétrique du point A par rapport au point C, d'où le point C est le milieu du segment [AF]. Dans le triangle AEF, le point B est le milieu du segment [AE] et le point C est le milieu du segment [AF].

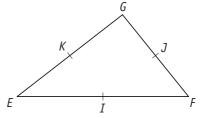
Or, dans un triangle, si un segment a pour extrémités les milieux de deux côtés, alors sa longueur est égale à la moitié de la longueur du troisième côté.

Donc, BC = FE : 2 soit :  $FE = 2 \times BC$ .



**D** 

La figure en taille réelle est disponible sur le site www.hachette-education.com



• le point *I* est le milieu du segment [*FE*] et le point *J* est le milieu du segment [*GF*].

Or, dans un triangle, si un segment a pour extrémités les milieux de deux côtés, alors sa longueur est égale à la moitié de la longueur du troisième côté.

Donc, IJ = GE : 2 = 3,3 cm.

• le point *I* est le milieu du segment [*FE*] et le point *K* est le milieu du segment [*GE*].

Or, dans un triangle, si un segment a pour extrémités les milieux de deux côtés, alors sa longueur est égale à la moitié de la longueur du troisième côté.

Donc,  $IK = GF : \bar{2} = 2.6$  cm.

• le point J est le milieu du segment [FG] et le point K est le milieu du segment [GE].

Or, dans un triangle, si un segment a pour extrémités les milieux de deux côtés, alors sa longueur est égale à la moitié de la longueur du troisième côté.

Donc, KJ = FE : 2 = 4.2 cm.

Ainsi, le périmètre du triangle IJK est égal à :

 $\mathcal{P} = 4.2 + 2.6 + 3.3 = 10.1 \text{ cm}.$ 

**38** Dans le triangle *ABC*, d'après les données de la figure, on a :

- le point *I* est le milieu du segment [*AB*],
- le point *J* est le milieu du segment [AC].

Or, dans un triangle, si un segment a pour extrémités les milieux de deux côtés, alors sa longueur est égale à la moitié de la longueur du troisième côté.

Donc, IJ = BC : 2 = 6.5 m.

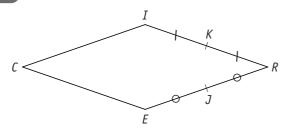
Dans le triangle AII, d'après les données de la figure, on a :

- le point *M* est le milieu du segment [*AI*],
- le point N est le milieu du segment [AJ].

Or, dans un triangle, si un segment a pour extrémités les milieux de deux côtés, alors sa longueur est égale à la moitié de la longueur du troisième côté.

Donc, MN = IJ : 2 = 3,25 m.





Le quadrilatère CIRE est un losange.

Or, si un quadrilatère est un losange, alors ses diagonales sont perpendiculaires.

Donc,  $(\overrightarrow{IE}) \perp (CR)$ .

Dans le triangle IRE :

- \* le point *K* est le milieu du segment [*IR*] ;
- \* le point *J* est le milieu du segment [*RE*].

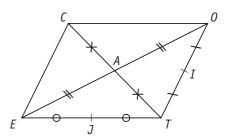
Or, dans un triangle, si une droite passe par les milieux de deux côtés, alors elle est parallèle au troisième côté. Donc : (*KJ*) // (*IE*).

Ainsi, les droites (KJ) et (IE) sont parallèles et la droite (CR) est perpendiculaire à la droite (IE).

Or, si deux droites sont parallèles, alors toute perpendiculaire à l'une est perpendiculaire à l'autre.

Donc les droites (KJ) et (CR) sont perpendiculaires.

40



Dans le triangle *OTE* :

- le point *A* est le milieu du segment [*OE*];
- le point *I* est le milieu du segment [*OT*].

Or, dans un triangle, si une droite passe par les milieux de deux côtés, alors elle est parallèle au troisième côté. Donc, (AI) // (ET).

De plus, le point J appartient au segment [TE]. Donc, (AI) // (JT).

Dans le triangle *OTE* :

• le point A est le milieu du segment [OE] ;

• le point *J* est le milieu du segment [*ET*].

Or, dans un triangle, si une droite passe par les milieux de deux côtés, alors elle est parallèle au troisième côté. Donc, (AJ) // (OT).

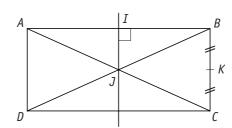
De plus, le point I appartient au segment [OT].

Donc, (AJ) // (TI).

Le quadrilatère *AITJ* a donc des côtés opposés parallèles

Donc, c'est un parallélogramme.

41



Le quadrilatère *ABCD* est un rectangle.

Or, si un quadrilatère est un rectangle, alors ses diagonales se coupent en leur milieu.

Donc, le point *J* est le milieu du segment [*AC*].

La droite (JI) est perpendiculaire à la droite (AB).

La droite (BC) est perpendiculaire à la droite (AB).

Or, si deux droites sont perpendiculaires à une même droite, alors elles sont parallèles.

Donc, les droites (IJ) et (BC) sont parallèles.

Dans le triangle ABC:

- le point *J* est le milieu du segment [*AC*];
- la droite (IJ) est parallèle à la droite (BC).

Or, dans un triangle, si une droite passe par le milieu d'un côté et est parallèle à un autre côté, alors elle coupe le troisième côté en son milieu.

Donc, le point I est le milieu du segment [AB]. Dans le triangle ABC:

- le point *J* est le milieu du segment [*AC*];
- le point *I* est le milieu du segment [*AB*].

Or, dans un triangle, si un segment a pour extrémités les milieux de deux côtés d'un triangle, alors sa longueur est égale à la moitié de la longueur du troisième côté.

IJ = BC : 2 = 3 cm.

De plus, le point K est le milieu du segment [BC] Donc, IJ = BK.

Chap. 9 - Triangle et parallèles

© Hachette Livre 2007, Mathématiques 4º, collection PHARE, livre du professeur. La photocopie non autorisée est un délit.

- le point *J* est le milieu du segment [*AC*];
- le point *K* est le milieu du segment [*BC*].

Or, dans un triangle, si un segment a pour extrémités les milieux de deux côtés d'un triangle, alors sa longueur est égale à la moitié de la longueur du troisième côté.

JK = AB : 2 = 4 cm.

De plus, le point I est le milieu du segment [AB]. Donc, IJ = BK.

Le périmètre du quadrilatère IBKJ est égal à :

 $\mathcal{P} = IB + BK + KJ + JI$ 

 $\mathcal{P} = 2 \times KJ + 2 \times JI$ 

 $\mathcal{P} = 2 \times 7 = 14$  cm.

#### 42 1) Dans le triangle FIE:

- le point *O* est le milieu du segment [*FI*];
- le point *P* est le milieu du segment [*FE*].

Or, dans un triangle, si une droite passe par les milieux de deux côtés, alors elle est parallèle au troisième côté.

2) De plus, les points O, P et N sont alignés d'une part et les points I, E et R sont alignés d'autre part. D'où, (PN) // (RE).

Dans le triangle FER:

- le point *P* est le milieu du segment [*FE*]
- la droite (PN) est parallèle à la droite (RE).

Or, dans un triangle, si une droite passe par le milieu d'un côté et est parallèle à un autre côté, alors elle coupe le troisième côté en son milieu.

Donc, le point *N* est le milieu du segment [*FR*].

#### 43 Dans le triangle *AMB*:

- le point *O* est le milieu du segment [*AM*],
- la droite (*OP*) est parallèle à la droite (*MB*).

Or, dans un triangle, si une droite passe par le milieu d'un côté et est parallèle à un autre côté, alors elle coupe le troisième côté en son milieu.

Donc, le point P est le milieu du segment [AB].

Dans le triangle *ABN*:

- le point *P* est le milieu du segment [*AB*],
- la droite (PR) est parallèle à la droite (BN).

Or, dans un triangle, si une droite passe par le milieu d'un côté et est parallèle à un autre côté, alors elle coupe le troisième côté en son milieu.

Donc, le point R est le milieu du segment [AN]. Dans le triangle AMN:

- le point O est le milieu du segment [AM] ;
- le point *R* est le milieu du segment [*AN*].

Or, dans un triangle, si une droite passe par les milieux de deux côtés, alors elle est parallèle au troisième côté. Donc, (OR) // (MN).

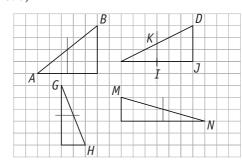
#### 44 1) Voir figure dans le manuel.

- 2) Dans le triangle *CDI*:
- a) le point I est le milieu du segment [CJ]
- c) la droite (IK) est parallèle à la droite (DJ).

Or, dans un triangle, si une droite passe par le milieu d'un côté et est parallèle à un autre côté, alors elle coupe le troisième côté en son milieu.

Donc, le point *K* est le milieu du segment [*CD*].

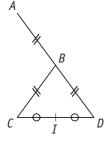
2) b) et 3)



## > Mon bilan

Voir les corrigés détaillés dans le livre élève, page 295.

## J'approfondis



- 1) Le triangle BCD est isocèle de sommet B. Le point I est le milieu du segment [DC].
- Or, dans un triangle isocèle, la hauteur relative à la base est aussi la médiane relative à cette base.

Donc, la droite (BI) est non seulement une médiane, mais aussi une hauteur.

La droite (BI) est perpendiculaire à la droite (DC).

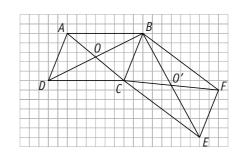
- 2) Dans le triangle ACD:
- le point *B* est le milieu du segment [*AD*];
- le point *I* est le milieu du segment [*CD*].

Or, dans un triangle, si une droite passe par les milieux de deux côtés, alors elle est parallèle au troisième côté. Donc, (BI) // (AC).

Or, si deux droites sont parallèles, alors toute perpendiculaire à l'une est perpendiculaire à l'autre.

Donc, la droite (AC) est perpendiculaire à la droite (CD).

56 1)



Or, si un quadrilatère est un parallélogramme, alors ses diagonales se coupent en leur milieu.

Donc, le point O est le milieu des segments [AC] et [BD].

BCEF est un parallélogramme de centre O'.

Or, si un quadrilatère est un parallélogramme, alors ses diagonales se coupent en leur milieu.

Donc, le point O' est le milieu des segments [CF] et [BE].

2) Dans le triangle *BDE* :

• le point O est le milieu du segment [BD] ;

• le point *O*'est le milieu du segment [*BE*].

Or, dans un triangle, si une droite passe par les milieux de deux côtés, alors elle est parallèle au troisième côté. Donc, (OO') // (DE).

3) Dans le triangle *ACF*:

• le point *O* est le milieu du segment [*AC*] ;

• le point *O*'est le milieu du segment [*CF*].

Or, dans un triangle, si une droite passe par les milieux de deux côtés, alors elle est parallèle au troisième côté. Donc, (OO') // (AF).

#### **57** Dans le triangle *RTI* :

• le point *C* est le milieu du segment [*TI*],

• le point *B* est le milieu du segment [*RT*]

Or, dans un triangle, si une droite passe par les milieux de deux côtés, alors elle est parallèle au troisième côté. Donc : (BC) // (RI).

Les angles  $\widehat{TBC}$  et  $\widehat{TRI}$  sont correspondants pour les droites (BC) et (RI) coupées par la sécante (TR).

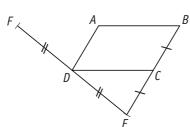
Or, si deux angles correspondants sont déterminés par deux droites parallèles, alors ils ont la même mesure. Donc, les angles  $\widehat{TBC}$  et  $\widehat{TRI}$  sont de la même mesure. Par suite :  $\widehat{TBC}$  = 63°.

 $\ddot{\mathrm{U}}$  Dans le triangle *TBC*, la somme des mesures des angles est égale à 180°.

D'où :  $\widehat{BTC} = 180^{\circ} - (63^{\circ} + 40^{\circ})$  $\widehat{BTC} = 77^{\circ}$ .



1)



Le point E est le symétrique du point B par rapport à C, d'où le point C est le milieu du segment [BE].

Le point F est le symétrique du point E par rapport à D, d'où le point D est le milieu du segment [FE].

2) Dans le triangle *EBF* :

• le point *C* est le milieu du segment [*BE*],

• le point *D* est le milieu du segment [*FE*].

Or, dans un triangle, si un segment a pour extrémités les milieux de deux côtés d'un triangle, alors sa longueur est égale à la moitié de la longueur du troisième côté. DC = FE : 2.

Le quadrilatère ABCD est un parallélogramme.

Or, si un quadrilatère est un parallélogramme, alors ses côtés opposés ont la même longueur.

Donc, DC = AB.

Or, FE = AB + AF = DC + AF

Comme  $FE = 2 \times AF$ , on a alors :  $2 \times AF = DC + AF$ . Soit DC = AF.

Donc, le point A appartient au segment [BF] et est à égale distance des points B et de F. Donc, A est le milieu du segment [BF].

#### 59 1) Dans le triangle *ABE*:

• le point O est le milieu du segment [AB],

• le point *O'* est le milieu du segment [*AE*].

Or, dans un triangle, si une droite passe par les milieux de deux côtés, alors elle est parallèle au troisième côté. Donc, (OO') // (BE).

Dans le triangle ABE:

• le point O est le milieu du segment [AB],

• le point *O'* est le milieu du segment [*AE*].

Or, dans un triangle, si un segment a pour extrémités les milieux de deux côtés d'un triangle, alors sa longueur est égale à la moitié de la longueur du troisième côté.

OO' = BE : 2. Soit,  $BE = 2 \times OO'$ .

2) Dans le triangle GFH:

• le point *O* est le milieu du segment [*GF*],

• le point O' est le milieu du segment [FH].

Or, dans un triangle, si une droite passe par les milieux de deux côtés, alors elle est parallèle au troisième côté. Donc, (OO') // (GH).

Dans le triangle GFH:

• le point *O* est le milieu du segment [*GF*],

• le point *O'* est le milieu du segment [*FH*].

Or, dans un triangle, si un segment a pour extrémités les milieux de deux côtés d'un triangle, alors sa longueur est égale à la moitié de la longueur du troisième côté. OO' = GH : 2. Soit,  $GH = 2 \times OO'$ .

3) On en déduit que les droites (GH) et (BF) sont parallèles car toutes les deux parallèles à la même droite (OO').

De plus, BE = GH.

Ainsi, le quadrilatère *GHEB* est non croisé et possède deux côtés parallèles et de la même longueur.

Or, si un quadrilatère non croisé a deux côtés parallèles et de la même longueur, alors c'est un parallélogramme.

Donc, *GHEB* est un parallélogramme.

#### 60 1) Dans le triangle *ACF* :

• le point *B* est le milieu du segment [*AC*]

• le point *E* est le milieu du segment [*AF*]

Or, dans un triangle, si une droite passe par les milieux de deux côtés, alors elle est parallèle au troisième côté. Donc, (*CF*) // (*BE*).

2) Dans le triangle *BDE* :

• le point *C* est le milieu du segment [*BD*]

• la droite (CF) est parallèle à la droite (BE).

Or, dans un triangle, si une droite passe par le milieu d'un côté et est parallèle à un autre côté, alors elle coupe le troisième côté en son milieu.

Donc, le point *G* est le milieu du segment [*DE*].

3) Dans le triangle *DEH*:

• le point *G* est le milieu du segment [*DE*]

• la droite (CF) est parallèle à la droite (DH).

Or, dans un triangle, si une droite passe par le milieu d'un côté et est parallèle à un autre côté, alors elle coupe le troisième côté en son milieu.

Donc, le point F est le milieu du segment [EH]. Finalement, FH = EF = AE.

Chap. 9 - Triangle et parallèles

2) b) Le point I est le milieu du segment [AC]. Le point D est le symétrique du point B par rapport à I. D'où, le point I est aussi le milieu du segment [BD]. Le quadrilatère ABCD a ses diagonales qui se coupent en leur milieu.

Or, si un quadrilatère a ses diagonales qui se coupent en leur milieu, alors c'est un parallélogramme.

Donc, le quadrilatère *ABCD* est un parallélogramme. 3) Le point *F* est le symétrique du point *B* par rapport à la droite (*AC*).

D'où la droite (AC) est la médiatrice du segment [BF]. Appelons J le milieu du segment [BF].

J est un point de la droite (AC).

Dans le triangle BDF:

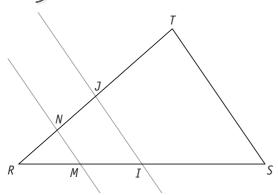
- le point *I* est le milieu du segment [*BD*]
- le point *J* est le milieu du segment [*BF*]

Or, dans un triangle, si une droite passe par les milieux de deux côtés, alors elle est parallèle au troisième côté. Donc, (IJ) // (DF).

Comme les points I et J sont deux points de la droite (AC), on a : les droites (DF) et (AC) sont parallèles.



La figure en vraie grandeur est disponible sur le site www.hachette-education.com



On considère le point I, milieu du segment [RS] et le point J, milieu du segment [RT].

D'où, RI = 6 cm et RI = 5 cm.

Dans le triangle *RTS* :

- le point *I* est le milieu du segment [*RS*],
- le point *J* est le milieu du segment [*RT*].

Or, dans un triangle, si un segment a pour extrémités les milieux de deux côtés d'un triangle, alors sa longueur est égale à la moitié de la longueur du troisième côté.

IJ = TS : 2 = 4 cm.

De plus RM = 3 cm. Par suite, le point M est le milieu du segment [RI].

Dans le triangle *RJI*:

- le point *M* est le milieu du segment [*RI*]
- la droite (MN) est parallèle à la droite (JI).

Or, dans un triangle, si une droite passe par le milieu d'un côté et est parallèle à un autre côté, alors elle coupe le troisième côté en son milieu.

Donc, le point N est le milieu du segment [RJ].

C'est-à-dire : RN = RJ : 2. RN = 2.5 cm.

Dans le triangle *RJI* :

- le point *M* est le milieu du segment [*RI*],
- le point N est le milieu du segment [RJ].

Or, dans un triangle, si un segment a pour extrémités les milieux de deux côtés d'un triangle, alors sa longueur est égale à la moitié de la longueur du troisième côté.

MN = IJ : 2 = 2 cm.

Finalement, le périmètre du triangle *RMN* est égal à : 2 + 2,5 + 3 = 7,5.

Le périmètre du triangle RMN est 7,5 cm.

#### 63 Dans le triangle *RFI* :

- le point *O* est le milieu du segment [*RF*]
- la droite (OJ) est parallèle à la droite (FI).

Or, dans un triangle, si une droite passe par le milieu d'un côté et est parallèle à un autre côté, alors elle coupe le troisième côté en son milieu.

Donc, le point *J* est le milieu du segment [*RI*]. Dans le triangle *RFI* :

- le point *O* est le milieu du segment [*RF*]
- le point *J* est le milieu du segment [*RI*]

Or, dans un triangle, si un segment a pour extrémités les milieux de deux côtés d'un triangle, alors sa longueur est égale à la moitié de la longueur du troisième côté. OI = FI : 2.

Dans le triangle *REI* :

- le point *J* est le milieu du segment [*RI*],
- la droite (KJ) est parallèle à la droite (RE).

Or, dans un triangle, si une droite passe par le milieu d'un côté et est parallèle à un autre côté, alors elle coupe le troisième côté en son milieu.

Donc, le point *K* est le milieu du segment [*EI*]. Dans le triangle *REI* :

- le point *J* est le milieu du segment [*RI*]
- le point *K* est le milieu du segment [*IE*]

Or, dans un triangle, si un segment a pour extrémités les milieux de deux côtés d'un triangle, alors sa longueur est égale à la moitié de la longueur du troisième côté.

JK = RE : 2.

On a alors :

OK = OJ + JK = FI : 2 + RE : 2

OK = (FI + RE) : 2.

1) Le quadrilatère *ABCD* est un rectangle.

Or, si un quadrilatère est un rectangle, alors ses diagonales se coupent en leur milieu et ont la même longueur. D'où : AC = BD = 2,5 cm.

Dans le triangle  $\overrightarrow{ABC}$ :

- le point *I* est le milieu du segment [*AB*];
- le point *J* est le milieu du segment [*BC*].

Or, dans un triangle, si un segment a pour extrémités les milieux de deux côtés d'un triangle, alors sa longueur est égale à la moitié de la longueur du troisième côté.

IJ = AC : 2 = 1,25 m.

Dans le triangle *BCD* :

- le point *J* est le milieu du segment [*BC*];
- le point *K* est le milieu du segment [*DC*].

Or, dans un triangle, si un segment a pour extrémités les milieux de deux côtés d'un triangle, alors sa longueur est égale à la moitié de la longueur du troisième côté.

 $J\bar{K} = BD : 2 = 1,25 \text{ m}.$ 

Dans le triangle ACD:

- le point *K* est le milieu du segment [*DC*];
- le point L est le milieu du segment [AD].

Dans le triangle *ADB* :

- le point *L* est le milieu du segment [*AD*];
- le point *I* est le milieu du segment [*AB*].

Or, dans un triangle, si un segment a pour extrémités les milieux de deux côtés d'un triangle, alors sa longueur est égale à la moitié de la longueur du troisième côté.

IL = BD : 2 = 1,25 m.

Finalement, la quadrilatère *IJKL* a ses côtés de la même longueur.

Or, si un quadrilatère a ses côtés de la même longueur, alors c'est un losange.

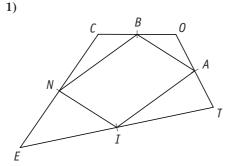
Donc *IJKL* est un losange.

2) Longueur du fer forgé:

 $4 \times 1,25 + 2 \times 2 + 2 \times 1,5 = 5 + 4 + 3 = 12.$ 

Il faudra 12 m de fer forgé au père d'Anaïs.





- 1) Dans le triangle *COT* :
- le point *B* est le milieu du segment [*OC*],
- le point A est le milieu du segment OT].

Or, dans un triangle, si une droite passe par les milieux de deux côtés, alors elle est parallèle au troisième côté. Donc, (CT) // (BA).

Dans le triangle COT:

- le point *B* est le milieu du segment [*OC*],
- le point A est le milieu du segment [OT].

Or, dans un triangle, si un segment a pour extrémités les milieux de deux côtés d'un triangle, alors sa longueur est égale à la moitié de la longueur du troisième côté. AB = CT : 2.

Dans le triangle CET:

- le point *N* est le milieu du segment [*CE*],
- le point *I* est le milieu du segment [*TE*].

Or, dans un triangle, si une droite passe par les milieux de deux côtés, alors elle est parallèle au troisième côté. Donc, (CT) // (NI).

Dans le triangle *CET* :

- le point *N* est le milieu du segment [*CE*],
- le point *I* est le milieu du segment [*TE*].

Or, dans un triangle, si un segment a pour extrémités les milieux de deux côtés d'un triangle, alors sa longueur est égale à la moitié de la longueur du troisième côté.

NI = CT : 2.

Ainsi, le quadrilatère *BAIN* est non croisé possède deux côtés parallèles et de la même longueur.

Or, si un quadrilatère est non croisé et a deux côtés parallèles et de la même longueur, alors c'est un parallélogramme.

Donc, BAIN est un parallélogramme.

- **2)** Dans le triangle *COE* :
- le point *B* est le milieu du segment [*OC*],
- le point *N* est le milieu du segment [*CE*].

Or, dans un triangle, si un segment a pour extrémités les milieux de deux côtés d'un triangle, alors sa longueur est égale à la moitié de la longueur du troisième côté.

NB = OE : 2.

Comme OE = CT, on a donc NB = CT : 2.

D'où : NB = AB.

Par suite, le parallélogramme *BAIN* a deux côtés consécutifs de la même longueur.

Or, si un parallélogramme a deux côtés consécutifs de la même longueur, alors c'est un losange. Donc, BAIN est un losange.

- 3) Dans le triangle *COE* :
- le point *B* est le milieu du segment [*OC*],
- le point *N* est le milieu du segment [*CE*].

Or, dans un triangle, si une droite passe par les milieux de deux côtés, alors elle est parallèle au troisième côté. Donc, (OE) // (BN).

Comme (OE) et (CT) sont perpendiculaires et (CT) et (BA) sont parallèles. On a alors : (BN) et (BA) perpendiculaires. Par suite, le parallélogramme BAIN a un angle droit. Or, si un parallélogramme a un angle droit, alors c'est un rectangle.

Donc, BAIN est un rectangle.

#### **66** Dans le triangle *BEG* :

- \* le point *I* est le milieu du segment [*BE*],
- \* le point *J* est le milieu du segment [*BG*].

Or, dans un triangle, si une droite passe par les milieux de deux côtés, alors elle est parallèle au troisième côté. Donc, (IJ) // (EG).

#### **67** Dans le triangle *CDF* :

- le point *J* est le milieu du segment [*CF*],
- le point *K* est le milieu du segment [*DF*].

Or, dans un triangle, si un segment a pour extrémités les milieux de deux côtés d'un triangle, alors sa longueur est égale à la moitié de la longueur du troisième côté.

KJ = CD : 2. Donc,  $CD = 2 \times KJ$ .

#### **68** Dans le triangle *TRA* :

- le point D est le milieu du segment [TR];
- le point *C* est le milieu du segment [*TA*].

Or, dans un triangle, si une droite passe par les milieux de deux côtés, alors elle est parallèle au troisième côté. Donc, (CD) // (RA).

Or, la droite (TH) est perpendiculaire à la droite (RA). On a alors : la droite (TH) est perpendiculaire à la droite (DC).

La droite (*TH*) est une hauteur pour le triangle *TDC*. Dans le triangle *TRA* :

- le point *D* est le milieu du segment [*TR*];
- le point *C* est le milieu du segment [*TA*].

Or, dans un triangle, si un segment a pour extrémités les milieux de deux côtés d'un triangle, alors sa longueur est égale à la moitié de la longueur du troisième côté. Donc, DC = RA : 2.

Or, dans un triangle, si une droite passe par le milieu d'un côté et est parallèle à un autre côté, alors elle coupe le troisième côté en son milieu.

Donc, le point I est le milieu du segment [TH].

On a alors TI = TH : 2.

Finalement, l'aire du triangle *TDC* est égale à :

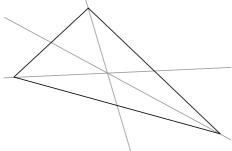
 $(DC \times TI) : 2 = [(RA : 2) \times (TH : 2)] : 2$ 

 $= [(RA \times TH) : 2] : 4.$ 

L'aire du triangle *TAR* est égale à quatre fois l'aire du triangle *TDC*.

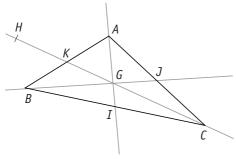
Chap. 9 - Triangle et parallèles

🔘 Hachette Livre 2007, Mathématiques 4º, collection PHARE, livre du professeur. La photocopie non autorisée est un déli



On constate que les trois médianes de ce triangle semblent concourantes.

B: Construction



C : On veut prouver que la droite (CG) est la troisième médiane du triangle ABC.

1) Le point *H* est le symétrique du point *C* par rapport à *G*. D'où : le point *G* est le milieu du segment [*CH*]. Dans le triangle *CBH* :

- le point *G* est le milieu du segment [*CH*];
- le point *I* est le milieu du segment [*BC*].

Or, dans un triangle, si une droite passe par les milieux de deux côtés, alors elle est parallèle au troisième côté. Donc, (GI) // (BH).

2) Dans le triangle *CAH*:

- le point *G* est le milieu du segment [*CH*];
- le point *J* est le milieu du segment [*AC*].

Or, dans un triangle, si une droite passe par les milieux de deux côtés, alors elle est parallèle au troisième côté. Donc, (GI) // (HA).

3) Les points A, G et I étant alignés, on a : (AG) // (HB). Les points B, G et J étant alignés, on a : (BG) // (HA).

Le quadrilatère AGBH a ses côtés opposés parallèles.

Or, si un quadrilatère a ses côtés opposés parallèles, alors c'est un parallélogramme.

Donc, AGBH est un parallélogramme.

4) a) AGBH est un parallélogramme.

Or, si un quadrilatère est un parallélogramme, alors ses diagonales se coupent en leur milieu.

Donc, le point K est le milieu du segment [AB].

- b) Par suite la droite (*CG*) est la médiane issue du point *C* pour le triangle *ABC*.
- 5) On vient de démontrer que : « Dans un triangle, les trois médianes sont concourantes. ».
- D : On veut préciser la position du point d'intersection des médianes d'un triangle.
- 1) Le point K est le milieu des diagonales du parallélogramme AGBH.

D'où : KG = KH.

2) Le point G est le milieu du segment [CH], d'où : CG = CH. Or,  $CH = 2 \times KG$ .

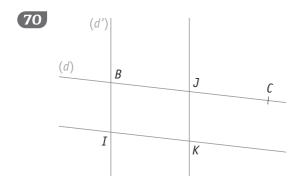
On a donc :  $CG = 2 \times KG$ .

3) Le point G appartient au segment [CK].

On a :  $CK = CG + GK = 2 \times KG + KG = 3 \times KG$ .

4) Par suite : KG = CK : 3. Il s'en suit que  $CG = 2 / 3 \times CK$ .

## JE CHERCHE



La droite (IK) est dite « droite des milieux » du triangle ABC.

On a: (IK) // (BC).

Or, *J* est le milieu du segment [*BC*].

Donc, les points B et C sont situés sur la parallèle à la droite (IK) passant par le point J.

On trace cette droite et on la nomme (d).

La droite (JK) est aussi dite « droite des milieux » du triangle ABC.

On a : (JK) // (BA).

Or, *I* est le milieu du segment [*BA*].

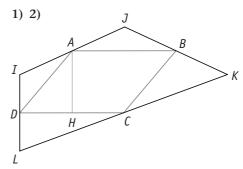
Donc, les points A et B sont situés sur la parallèle à la droite (JK) passant par le point I.

On trace cette droite et on la nomme (d').

Donc, le point d'intersection des droites (d) et (d') est le point A. Il existe car les points I, J et K ne sont pas alignés.

Par symétrie centrale par rapport à *I*, on construit le point *A*, puis par rapport à *K*, on construit le point *C*. Le triangle *ABC* d'après la construction est unique.





D'après le résultat trouvé dans l'exercice 68 : L'aire du triangle IJK,  $\mathcal{A}_1$ , est égale à 4 fois l'aire du triangle AJB;

© Hachette Livre 2007, Mathématiques 4º, collection PHARE, livre du professeur. La photocopie non autorisée est un délit.

L'aire du triangle ILJ, A3, est égale à 4 fois l'aire du triangle IAD;

L'aire du triangle JKL, A, est égale à 4 fois l'aire du triangle KBC.

On a de plus :  $\mathcal{A}_1 + \mathcal{A}_2 + \mathcal{A}_3 + \mathcal{A}_4 = 2 \times \text{aire du quadrilatère}$ IIKL.

Or, l'aire du quadrilatère IJKL est égale à la somme de l'aire du parallélogramme ABCD et de l'aire des triangles AJB, BCK, DLC et IAD.

$$\begin{split} & \text{D'où}: \mathcal{A}_1 + \mathcal{A}_2 + \mathcal{A}_3 + \mathcal{A}_4 = 2 \times \mathcal{A}_{IJKL} \\ & 4 \times (\mathcal{A}_{AJB} + \mathcal{A}_{BCK} + \mathcal{A}_{DLC} + \mathcal{A}_{LAD}) = 2 \times \mathcal{A}_{IJKL} \\ & 2 \times (\mathcal{A}_{AJB} + \mathcal{A}_{BCK} + \mathcal{A}_{DLC} + \mathcal{A}_{LAD}) = \mathcal{A}_{IJKL} \\ & \text{Or}: \mathcal{A}_{ABCD} + \mathcal{A}_{AJB} + \mathcal{A}_{BCK} + \mathcal{A}_{DLC} + \mathcal{A}_{LAD} = \mathcal{A}_{IJKL} \end{split}$$

Ainsi: 
$$2 \times (\mathcal{A}_{AJB} + \mathcal{A}_{BCK} + \mathcal{A}_{DLC} + \mathcal{A}_{IAD}) = \mathcal{A}_{ABCD} + \mathcal{A}_{AJB} + \mathcal{A}_{BCK} + \mathcal{A}_{DLC} + \mathcal{A}_{LAD}$$

$$\begin{array}{l} \text{D'où}: \mathcal{A}_{IAD} \\ \text{D'où}: \mathcal{A}_{ABCD} = \mathcal{A}_{AJB} + \mathcal{A}_{BCK} + \mathcal{A}_{DLC} + \mathcal{A}_{LAD}. \end{array}$$

Donc: 
$$\mathcal{A}_{IJKL} = 2 \times \mathcal{A}_{ABCD}$$

# J'utilise un logiciel de géométrie



72 1) 2) 3) et 5)



Voir la figure complète sur le CD-Rom.

4) a) Le point  $M_1$ , milieu du segment [AB], la droite  $(M_1)$  $N_1$ ) est parallèle à la droite (BC).

Or, dans un triangle, si une droite passe par le milieu d'un côté et est parallèle à un autre côté, alors elle coupe le troisième côté en son milieu.

Donc, le point N, est le milieu du segment [AC].

b) Le point  $M_2$ , milieu du segment  $[AM_1]$ , la droite  $(M_2)$  $N_2$ ) est parallèle à la droite (BC).

Or, dans un triangle, si une droite passe par le milieu d'un côté et est parallèle à un autre côté, alors elle coupe le troisième côté en son milieu.

Donc, le point  $N_2$  est le milieu du segment  $[AN_1]$ .

c) Le point  $M_3$  milieu du segment  $[AM_2]$ , la droite  $(M_3N_3)$ est parallèle à la droite (BC).

Or, dans un triangle, si une droite passe par le milieu d'un côté et est parallèle à un autre côté, alors elle coupe le troisième côté en son milieu.

Donc, le point  $N_3$  est le milieu du segment  $[AN_3]$ .

$$q_1 = \frac{AM_3}{AB}$$
 et  $q_2 = \frac{AN_3}{AC}$ 

6) 
$$AM_3 = \times AM_2$$
;  $AM_2 = \frac{1}{2} \times AM_1$ ;  $d'où : AM_3 = \frac{1}{4} \times AM_1$ .

$$AM_1 = \frac{1}{2} \times AB$$
. Donc,  $AM_3 = \frac{1}{8} \times AB$ .

$$q_1 = 0.125$$
.

On procède de la même façon pour q<sub>2</sub>.



Pour l'exercice 73, voir le corrigé dans le CD-Rom.

# □2 □3 □ rap □1 > < □ □ □ bis □ □ □ □ AN<sub>3</sub>:0.54 q<sub>2</sub>:0.125 AM3:0.46 q,:0.125

Fichier Créer Piloter Afficher Divers Editer Fenêtre Aide Options

## > Je découvre le monde des mathématiques

Voir les corrigés détaillés dans le livre élève, page 300.

## > Programme

#### Programme de la classe de quatrième

#### **COMPÉTENCES**

- Caractériser le triangle rectangle par son inscription dans un demi-cercle dont le diamètre est un côté du triangle.
- Caractériser les points d'un cercle de diamètre donné par la propriété de l'angle droit.

#### Commentaires

Le cas où le demi-cercle n'est pas apparent est étudié. La propriété : « Dans un triangle rectangle, la médiane relative à l'hypoténuse a pour longueur la moitié de celle de l'hypoténuse », ainsi que sa réciproque sont mises en place.

## Programme de la classe de cinquième

#### COMPÉTENCE

Construire le cercle circonscrit à un triangle.

#### Commentaires

La caractérisation de la médiatrice d'un segment à l'aide de l'équidistance a déjà été rencontrée en classe de sixième. Elle permet de démontrer que les trois médiatrices d'un triangle sont concourantes et justifie la construction du cercle circonscrit à un triangle.

#### **COMPÉTENCE**

Connaître et utiliser la définition d'une médiane et d'une hauteur d'un triangle.

#### Commentaires

Ces notions sont à relier au travail sur l'aire d'un triangle. Des activités de construction ou l'usage d'un logiciel de géométrie permettent de mettre en évidence les propriétés de concours des médianes et des hauteurs d'un triangle. La démonstration de ces propriétés n'est pas envisageable en classe de cinquième, mais possible en classe de quatrième.

#### Programme de la classe de troisième

#### COMPÉTENCE

Connaître et utiliser la relation entre un angle inscrit et l'angle au centre qui intercepte le même arc.

#### Commentaires

Le résultat relatif à l'angle droit, établi en classe de quatrième (sous une autre formulation) est ainsi généralisé. Cette comparaison entre angle inscrit et angle au centre permet celle de deux angles inscrits sur un même cercle interceptant le même arc.

## En résumé

→ En classe de 5<sup>e</sup>, les élèves ont démontré que les trois médiatrices d'un triangle sont concourantes. Ils connaissent donc la définition du cercle circonscrit à un triangle et savent le construire.

En ce qui concerne les hauteurs et les médianes d'un triangle, les élèves ont vu leur définition, ont pu constater leur concourance, mais ceci n'a pas été démontré.

- → En classe de 4<sup>e</sup>, on s'intéresse au cas particulier du triangle rectangle :
- on caractérise le triangle rectangle par son inscription dans son cercle circonscrit ou par la longueur de la médiane issue de l'angle droit;

- on caractérise les points d'un cercle de diamètre donné par la propriété de l'angle droit.
- → Dans ce chapitre, certains exercices utilisent le fait que les hauteurs d'un triangle sont concourantes. Une démonstration de cette propriété est proposée dans le chapitre « Quelques outils mathématiques » (n° 18 page 12). Une autre est proposée dans la rubrique « Je cherche » de ce chapitre (n°68 page 180).

Quant à la propriété de la concourance des médianes, elle est démontrée dans le devoir à la maison du chapitre 9.

→ En classe de 3<sup>e</sup>, sera étudiée la propriété sur les angles inscrits et les angles au centre interceptant le même arc.

🔘 Hachette Livre 2007, Mathématiques 4º, collection PHARE, livre du professeur. La photocopie non autorisée est un délit.

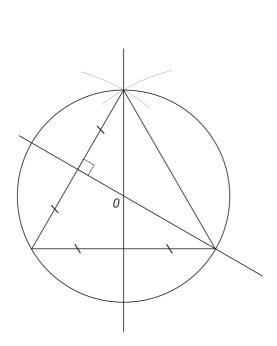
#### ACTIVITÉ D'OUVERTURE

#### COMMENTAIRES

La première question parait aisée mais la deuxième n'est pas évidente et peut être abordée de plusieurs façons.

#### CORRIGÉ

1)



2) × 0 5 cm

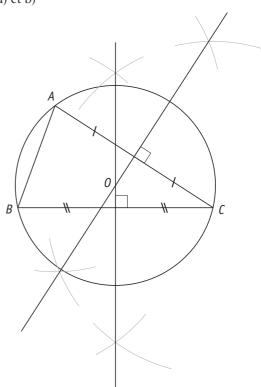
## 1 J'AI DÉJÀ VU

#### Je construis le cercle circonscrit à un triangle

Objectifs	<ul> <li>Revoir la définition,</li> <li>la construction d'un cercle</li> <li>circonscrit à un triangle.</li> <li>Voir la définition d'un triangle</li> <li>inscrit dans un cercle.</li> </ul>
Pré requis	• Construction du cercle circonscrit à un triangle
Paragraphe introduit	1) Triangle inscrit dans un cercle

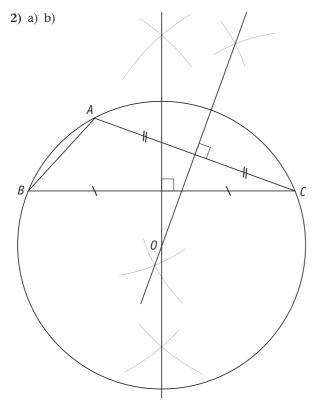
#### CORRIGÉ

1) a) et b)



Chap. 10 - Triangle rectangle et cercle circonscrit

© Hachette Livre 2007, Mathématiques 4º, collection PHARE, livre du professeur. La photocopie non autorisée est un délit.



3) Sur la 1<sup>re</sup> figure, le centre du cercle circonscrit se situe à l'intérieur du triangle tandis que sur la seconde figure, il se situe à l'extérieur du triangle.

## 2 JE DÉCOUVRE

#### Je découvre le cercle circonscrit à un triangle rectangle

Objectif	Démontrer que le centre d'un cercle circonscrit à un triangle rectangle est le milieu de son hypoténuse.
Pré requis	Chapitre 9.
Paragraphe introduit	2) Triangle rectangle et cercle a) Propriété

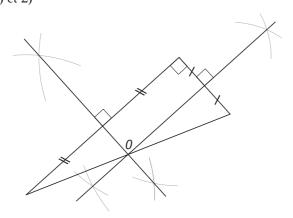
#### COMMENTAIRES

La propriété est d'abord conjecturée, puis démontrée.

#### CORRIGÉ

#### A: Conjecture

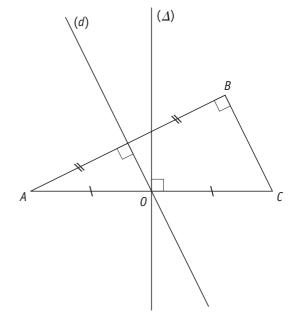
1) et 2)



3) Le centre du cercle circonscrit à un triangle rectangle semble situé au milieu de son hypoténuse.

#### **B**: Démonstration

1) et 3)



2) La droite (d) est la médiatrice du segment [AB]. Elle coupe donc le segment [AB] en son milieu et la droite (d) est perpendiculaire à la droite (AB).

Le triangle ABC est rectangle en B donc les droites (BC) et (AB) sont perpendiculaires.

Les droites (d) et (BC) sont toutes les deux perpendiculaires à la même droite (AB), elles sont donc parallèles. Dans le triangle ABC, la droite (d) passe par le milieu du segment [AB] et est parallèle à (BC).

Or, dans un triangle, si une droite passe par le milieu d'un côté et est parallèle à un autre côté, alors elle coupe le troisième côté en son milieu.

Donc, la droite (d) coupe [AC] en son milieu.

Le point O est donc le milieu du segment [AC].

- 3) La droite ( $\Delta$ ) est la médiatrice du segment [AC], elle passe donc par le milieu de [AC], c'est-à-dire le point O.
- 4) les droites (d) et  $(\Delta)$  sont deux médiatrices du triangle ABC et sont sécantes en O.

Or le centre du cercle circonscrit à un triangle est le point d'intersection de ses médiatrices.

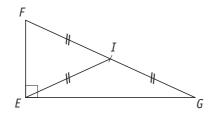
Donc le point *O* est le centre du cercle circonscrit au triangle *ABC*.

5) « Si un triangle est rectangle, alors le centre de son cercle circonscrit est **le milieu de son hypoténuse**. »

## 3 JE DÉCOUVRE

#### J'établis une conséquence

Objectif	Démontrer que si un triangle est rectangle alors la longueur de la médiane relative à l'hypoténuse est égale à la moitié de la longueur de l'hypoténuse.
Pré requis	<ul><li> Définition de la médiane.</li><li> Activité 2.</li></ul>
Paragraphe introduit	<ul><li>2) Triangle rectangle et cercle</li><li>b) Conséquence</li></ul>



b) Le triangle *EFG* est rectangle en *E*.

Or, si un triangle est rectangle alors le centre d'un cercle circonscrit est le milieu de son hypoténuse.

Donc le point *I* est le milieu du segment [*FG*].

c) La droite (*EI*) passe par un sommet du triangle et le milieu du côté opposé. Par définition, c'est une médiane du triangle *EFG*.

2) a) I est le centre du cercle circonscrit au triangle EFG. Donc les segments [EI], [FI] et [GI] sont des rayons de ce cercle. On a donc : EI = FI = GI.

b) Le point I est le milieu du segment [GF], donc FG = FI + IG.

Ainsi,  $FG = 2 \times FI = 2 \times EI$ . Donc :  $EI = \frac{FG}{2}$ .

c) « Si un triangle est rectangle, alors la longueur de la **médiane** relative à l'hypoténuse est égale à la **moitié** de la longueur de l'**hypoténuse**. »

## 4

#### JE DÉCOUVRE

#### Je conjecture une propriété réciproque

Objectif	Conjecturer que si le centre du cercle circonscrit à un triangle est le milieu d'un de ses côtés, alors ce triangle est rectangle.
Paragraphe introduit	Triangle rectangle et cercle     Propriété réciproque

#### COMMENTAIRES

Cette activité utilise le logiciel de géométrie Cabri Géomètre, mais elle peut être réalisée avec n'importe quel logiciel de géométrie.

Une figure terminée est proposée dans le CD-ROM pour les logiciels Cabri Géomètre et Géoplan.

#### CORRIGÉ

1) a) b) c)



Voir figure corrigée complète sur le CD-Rom.

d) Les points A, B et C appartiennent au cercle de centre O. Les segments [OA], [OB] et [OC] sont trois rayons de ce cercle. Donc OA = OB = OC. Ce cercle est le cercle circonscrit au triangle ABC.

2) a) b)



Voir figure sur le CD-Rom.

b) Le triangle *ABC* semble rectangle en *A*.

c) Lorsque le point A est confondu avec le point B ou le point C, le triangle ABC n'existe pas, l'angle  $\widehat{BAC}$  n'est pas défini.

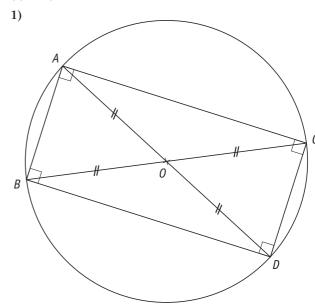
## 5

#### 5) JE DÉCOUVRE

# Je démontre cette propriété réciproque

Objectif	Démontrer la propriété conjecturée à l'activité précédente.
Pré requis	Si un quadrilatère a ses diagonales qui se coupent en leur milieu et sont de même longueur alors c'est un rectangle.
Paragraphes introduits	Triangle rectangle et cercle     Propriété réciproque     Conséquence     Cercle et angle droit

#### CORRIGÉ



2) a) [AD] et [BC] sont deux diamètres du cercle de centre O.

Donc AD = BC et O est le milieu des segments [AD] et [BC]. Les diagonales du quadrilatère ABDC se coupent en leur milieu et ont la même longueur.

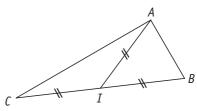
Or si un quadrilatère a ses diagonales qui se coupent en leur milieu et sont de même longueur alors c'est un rectangle.

Donc le quadrilatère ABDC est un rectangle.

b) Puisque ABDC est un rectangle, l'angle  $\overrightarrow{BAC}$  est droit. Donc le triangle ABC est rectangle en A.

3) « Si un triangle est inscrit dans un cercle de diamètre l'un de ses côtés, alors ce triangle est rectangle. »

**4**) a



Dans le triangle *ABC*, on a :  $AI = \frac{BC}{2}$ 

Ainsi, les points A, B, et C appartiennent au cercle de centre I et de rayon AI. Le triangle ABC est alors inscrit

Chap. 10 - Triangle rectangle et cercle circonscrit

dans le cercle de diamètre [BC]. D'après la propriété démontrée précédemment, le triangle est rectangle en A. b) *A*, *B* et *C* sont trois points.

Le point A, distinct de B et de C, appartient au cercle de diamètre [BC].

Le triangle ABC est donc inscrit dans le cercle de diamètre un de ses côté [BC].

D'après la propriété démontrée dans les questions précédentes, le triangle ABC est rectangle en A. Par conséquent, l'angle  $\overrightarrow{BAC}$  est droit.

## Savoir-faire

#### 1 Utiliser des propriétés du triangle rectangle

Le triangle AEI est rectangle en E. Le point O étant le milieu du segment [AI], [OE] est la médiane relative à [AI] dans le triangle AEI.

Or, si un triangle est rectangle, alors la longueur de la médiane relative à l'hypoténuse est égale à la moitié de la longueur de l'hypoténuse.

Donc  $OE = \frac{AI}{2} = \frac{5}{2} = 2,5$  cm.

Dans un triangle, la somme des mesures  $\widehat{MNP}$ des angles est égale à 180°.

Dans le triangle *MNP* :

 $\widehat{MNP} = 180^{\circ} - (\widehat{NMP} + \widehat{NPM}) = 180^{\circ} - (22^{\circ} + 68^{\circ})$ 

 $MNP = 180^{\circ} - 90^{\circ} = 90^{\circ}$ .

Le triangle MNP est donc rectangle en N.

Or si un triangle est rectangle, alors le milieu de l'hypoténuse est le centre de son cercle circonscrit.

Donc, le milieu du segment [MP] est le centre du cercle circonscrit au triangle MNP.

Les angles  $\widehat{AOB}$  et  $\widehat{BOC}$  sont adjacents, donc :

 $\widehat{AOB} + \widehat{BOC} = 76 + 14^{\circ} = 90^{\circ}$ .

Le triangle *AOC* est donc rectangle en *O*.

Or, si un triangle est rectangle, alors il est inscrit dans le cercle de diamètre son hypoténuse.

Donc le triangle AOC est inscrit dans le cercle de diamètre [AC].

Les points A, O et C appartiennent bien à un même cercle de centre le milieu de [AC].

4 ABCD est un losange de centre O.

Or, les diagonales d'un losange sont perpendiculaires. Donc les droites (AC) et (BD) sont perpendiculaires et le triangle *ABO* est rectangle en *O*.

Or, si un triangle est rectangle, alors il est inscrit dans le cercle de diamètre son hypoténuse.

Donc le triangle ABO est inscrit dans le cercle de diamètre [AB].

Le point O appartient bien au cercle de diamètre [AB].

Le triangle *PLS* est rectangle en *P*. Le point *U* est le milieu de l'hypoténuse [LS].

Or, si un triangle est rectangle, alors la longueur de la médiane relative à l'hypoténuse est égale à la moitié de la longueur de l'hypoténuse.

Donc 
$$PU = \frac{LS}{2}$$
.

Donc  $PU = \frac{LS}{2}$ . Alors  $LS = 2 \times PU = 2 \times 6,5 = 13$  cm.

6 1) TRI est un triangle rectangle en I. Or, si un triangle est rectangle, alors le milieu de l'hypoténuse est le centre de son cercle circonscrit.

Donc le milieu du segment [TR] est le centre du cercle circonscrit au triangle TRI.

Son rayon est  $\frac{TR}{2} = \frac{10.4}{2} = 5.2 \text{ cm}.$ 

2) Si un triangle est rectangle, alors la longueur de la médiane relative à l'hypoténuse est égale à la moitié de la longueur de l'hypoténuse.

Le triangle TRI étant rectangle en I, la longueur de la médiane issue du point I est égale au rayon du cercle circonscrit à ce triangle, c'est-à-dire 5,2 cm.

7 1) Le triangle ABC est rectangle en B.

Or, si un triangle est rectangle, alors il est inscrit dans le cercle de diamètre son hypoténuse.

Donc, le triangle ABC est inscrit dans le cercle de diamètre [AC].

2) De même, le triangle ADC étant rectangle en D, il est inscrit dans le cercle de diamètre [AC].

Les points A, B, C et D appartiennent tous les quatre au cercle de diamètre [AC]. Le quadrilatère ABCD est donc inscrit dans ce cercle.

#### 2 Démontrer qu'un triangle est rectangle

a) Le point L appartient au cercle de diamètre [OP]. Le triangle LOP est donc inscrit dans le cercle de diamètre [OP].

Or, si un triangle est inscrit dans un cercle de diamètre un de ses côtés, alors il est rectangle.

On peut donc conclure que le triangle LOP est rectangle en L.

b) On ne sait pas si le point *U* appartient au cercle de diamètre [OP], on ne peut donc pas conclure que le triangle est rectangle.

9 Le point M appartient au demi-cercle de diamètre [IJ].

Le triangle MIJ est alors inscrit dans le cercle de diamètre [IJ].

Or, si un triangle est inscrit dans un cercle de diamètre un de ses côtés, alors il est rectangle.

Donc le triangle MIJ est rectangle en M.

Les angles aigus d'un triangle rectangle étant complémentaires, on a:

 $\widehat{MIJ} = 90^{\circ} - \widehat{MJI} = 90^{\circ} - 38^{\circ} = 52^{\circ}.$ 

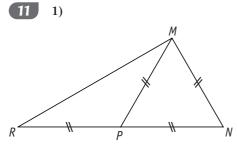
10 EF = EG = EH.

Les points F, G et H appartiennent alors au cercle de centre E et de rayon EF.

Le point E appartenant au segment [FH], [FH] est un diamètre de ce cercle.

Le triangle *FGH* est inscrit dans le cercle de diamètre [*HF*]. Or, si un triangle est inscrit dans un cercle de diamètre un de ses côtés, alors il est rectangle.

Donc le triangle *FGH* est rectangle en *G*.



2) Le point R est le symétrique du point N par rapport au point P, donc le point P est le milieu du segment [RN]. De plus, le triangle MNP étant équilatéral, on a : NP = PM.

Le point M appartient au cercle de diamètre [RN] et donc le triangle MRN est inscrit dans le cercle de diamètre [RN].

Or, si un triangle est inscrit dans un cercle de diamètre un de ses côtés, alors il est rectangle.

Donc, le triangle *MRN* est rectangle en *M*.

Le point I est le milieu du segment [FE]. Dans le triangle FER, le segment [IR] est donc la médiane relative à [FE].

De plus,  $IR = \frac{FE}{2}$ .

Or, si dans un triangle, la longueur de la médiane relative à un côté est égale à la moitié de la longueur de ce côté, alors ce triangle est rectangle et a pour hypoténuse ce côté.

Donc, le triangle FER est rectangle en R.

13 1) Le triangle *AEB* est inscrit dans le cercle ( $\mathscr{C}_1$ ) de diamètre [*AB*].

Or, si un triangle est inscrit dans un cercle de diamètre un de ses côtés, alors il est rectangle.

Donc le triangle AEB est rectangle en E, d'où :  $(AE) \perp (EB)$ .

2) • Le triangle BFC est inscrit dans le cercle  $(\mathscr{C}_2)$  de diamètre [BC].

Or, si un triangle est inscrit dans un cercle de diamètre un de ses côtés, alors il est rectangle.

Donc le triangle BFC est rectangle en F, d'où :  $(FC) \perp (BF)$ .

• Les points E, B et F sont alignés sur la droite (d). Les droites (AE) et (FC) sont toutes les deux perpendiculaires à la même droite (d); elles sont donc parallèles. Les droites (AE) et (FC) sont parallèles.

## > Je m'entraine

#### À l'oral

- a) Figure 1 : oui; b) Figure 1 : non; Figure 2 : oui; Figure 3 : non. Figure 3 : non.
- a) Figure 1 : oui; b) Figure 1 : oui; Figure 2 : oui; Figure 3 : non. Figure 3 : non.
- **16** a) *I*; b) *J*; c) *K*.
- a) vrai; b) vrai;

c) faux, il est inscrit dans un cercle de diamètre l'hypoténuse;d) vrai.

18 1) Donnée ①: non.

2) Donnée ②: oui.

Donnée  $\Im$  : non (il est rectangle en B).

Donnée 4 : non. Donnée 5 : oui.

- Aucune information n'est donnée sur le triangle *RTS*. On ne peut donc pas conclure que le point *T* appartient au cercle de diamètre [*RS*].
- La somme des mesures des angles d'un triangle est égale à 180°. Dans le triangle *RPS*, on a donc :  $\widehat{RPS} = 180^{\circ} \widehat{PRS} + \widehat{PSR} = 180^{\circ} (38^{\circ} + 62^{\circ}) = 180^{\circ} 90^{\circ}$   $\widehat{RPS} = 90^{\circ}$ .

Le triangle RPS est donc rectangle en P.

Or, si un triangle est rectangle, alors il est inscrit dans un cercle de diamètre son hypoténuse.

Donc, le triangle *RPS* est inscrit dans le cercle de diamètre [*RS*].

Le point P appartient donc à ce cercle.

• Le triangle *RSF* est rectangle en *F*.

D'après la même propriété, le triangle *RSF* est inscrit dans le cercle de diamètre [*RS*]. Le point *F* appartient donc à ce cercle.

• OR = OS = OM donc le point M appartient au cercle de diamètre [RS].

Le triangle ABC est rectangle en B.

Or, si un triangle est rectangle, alors la longueur de la médiane relative à l'hypoténuse est égale à la moitié de la longueur de l'hypoténuse.

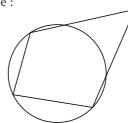
Donc, BI = IA = IC.

Le triangle AIB est alors isocèle en I et le triangle BIC équilatéral.

21 1) a) Les médiatrices d'un triangle sont concourantes en un point qui est le centre du cercle circonscrit à ce triangle. Tout triangle est donc inscriptible dans un cercle.

b) Non.

Contre-exemple :



- 2) a) c) Non. Les diagonales d'un parallélogramme ou d'un losange ne sont pas forcément de la même longueur. Les sommets ne sont donc pas équidistants du centre du parallélogramme ou du losange. Le parallélogramme et le losange ne sont pas inscriptibles dans un cercle.
- b) Oui. Les diagonales d'un rectangle se coupent en leur milieu et sont de même longueur.

Chap. 10 - Triangle rectangle et cercle circonscrit

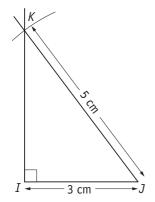
© Hachette Livre 2007, Mathématiques 4º, collection PHARE, livre du professeur. La photocopie non autorisée est un délit

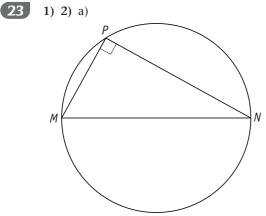
BAT-106a192.indd 111 25/07/07 8:53:06

Donc, les quatre sommets sont équidistants du point d'intersection des diagonales. Le rectangle est inscriptible dans un cercle.

d) Un carré étant un rectangle, il est inscriptible dans un cercle.

22

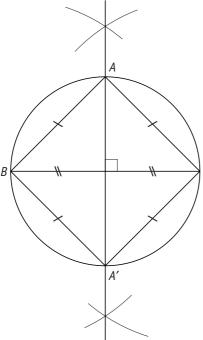




b) Il y a une infinité de points. Ils sont situés sur le cercle de diamètre [MN] privé des points M et N.

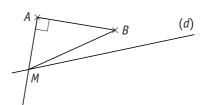
24

1) 2) a)

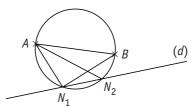


b) Il y a deux possibilités. Le point A se situe à l'intersection du cercle de diamètre [MN] et de la médiatrice du segment [BC].

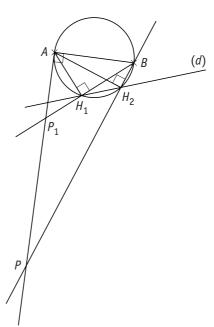
25



26

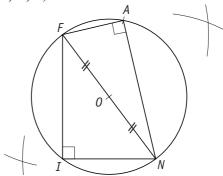


Le cercle de diamètre [AB] coupe la droite (d) en deux points  $N_1$  et  $N_2$ . Il y a donc deux possibilités.



Le cercle de diamètre [AB] coupe la droite (d) en deux points  $H_1$  et  $H_2$ . Il y a donc deux possibilités  $P_1$  et  $P_2$ intersections des droites  $(BH_1)$  et  $(BH_2)$  avec la perpendiculaire à (AB) en A.

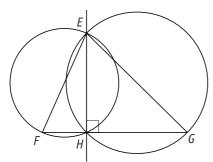
**28** 1) 2) a)



- b) Le point A appartient au cercle de diamètre [FN]. Or, si un triangle est inscrit dans un cercle de diamètre un de ses côtés, alors le triangle est rectangle.
- Donc, le triangle *FAN* est rectangle en *A*. c) - Construire au compas la médiatrice du segment
- placer le point O, point d'intersection de la médiatrice du segment [FN] et du segment [FN];

© Hachette Livre 2007, Mathématiques 4º, collection PHARE, livre du professeur. La photocopie non autorisée est un délit



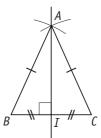


H est le pied de la hauteur issue de E. Donc  $(EH) \perp (FG)$ . Les triangles EHF et EHG sont donc rectangles en H.

Or, si un triangle est rectangle alors il est inscrit dans un cercle de diamètre son hypoténuse.

Donc le triangle EHF est inscrit dans le cercle de diamètre [EF] et le triangle EHG est inscrit dans le cercle de diamètre [EG]. Le point H appartient donc au cercle de diamètre [EF] et au cercle de diamètre [EG].

30



Le triangle ABC étant isocèle en A et I étant le milieu du segment [BC], la droite (AI) est donc la médiatrice du segment [BC]. Les droites (AI) et (BC) sont donc perpendiculaires. Les triangles ABI et ACI sont rectangles en A. Or, si un triangle est rectangle alors il est inscrit dans un cercle de diamètre un de ses côtés.

Donc le triangle ABI est inscrit dans le cercle de diamètre [AB] et le triangle ACI est inscrit dans le cercle de diamètre [AC].

Les points *A*, *T* et *I* appartiennent au cercle de centre *O*. Le triangle *ATI* est donc inscrit dans ce cercle et de plus il est rectangle.

Or, si un triangle est rectangle alors il est inscrit dans un cercle de diamètre son hypoténuse.

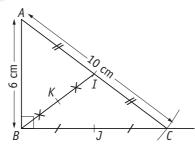
Donc le triangle ATI est inscrit dans le cercle de diamètre [AI].

Donc le segment [AI] est un diamètre du cercle, les points A, O et I sont donc alignés.

32



La figure en vraie grandeur est disponible sur le site www.hachette-education.com



1) Le triangle *ABC* est rectangle en *B*.

Or, si un triangle est rectangle, alors la longueur de la médiane relative à son hypoténuse est égale à la moitié de la longueur de son hypoténuse.

Donc 
$$BI = \frac{AC}{2} = \frac{10}{2} = 5$$
 cm.

2) Le point *I* est le milieu du segment [*AC*], le point *J* est le milieu du segment [*BC*].

Or, dans un triangle, la longueur qui joint les milieux de deux côtés est égale à la moitié de la longueur du troisième côté.

Donc 
$$IJ = \frac{AB}{2} = \frac{6}{2} = 3$$
 cm.

• La somme des mesures des angles d'un triangle est égale à 180°. Dans le triangle *ROE* :

 $\widehat{ROE} = 180^{\circ} - (\widehat{ORE} + \widehat{REO}) = 180^{\circ} - (32^{\circ} + 58^{\circ}) = 180^{\circ} - 90^{\circ}$ = 90°

L'angle ROE est droit.

• Les angles *REO* et *DEN* sont opposés par le sommet. Or deux angles opposés par le sommet ont la même mesure.

Donc  $\widehat{REO} = \widehat{DEN}$ .

En utilisant la même méthode que précédemment, on montre que l'angle  $\widehat{END}$  est droit.

• Les points O, E et D étant alignés,  $\widehat{ROE} = \widehat{ROD}$ . De même, les points R, E et N étant alignés;  $\widehat{DNE} = \widehat{DNR}$ . L'angle  $\widehat{ROD}$  est droit, donc le point O appartient au cercle de diamètre [RD].

L'angle  $\widehat{DNR}$  est droit, donc le point N appartient au cercle de diamètre [RD].

• Les points R, O, N et D appartiennent au même cercle de diamètre [RD].

Le quadrilatère ROND est inscrit dans le cercle de diamètre [RD].

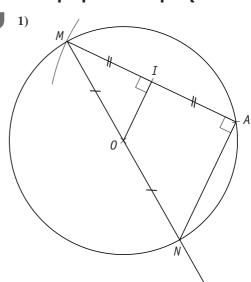
Les angles  $\widehat{FOR}$  et  $\widehat{FTR}$  sont droits.

Donc les points O et T appartiennent au cercle de diamètre [FR].

Le point E étant le milieu de ce segment, [EO] et [ET] sont deux rayons du cercle, ils ont donc même mesure. Le triangle EOT est donc isocèle en E.

#### Utiliser des propriétés réciproques

35



2) a) Les points A et M appartiennent au cercle de centre O. Donc OA = OM. Le triangle OAM est donc isocèle en O.

Chap. 10 - Triangle rectangle et cercle circonscrit

pendiculaires, on en déduit donc que les droites (IO) et (AM) sont perpendiculaires. Le triangle OIM est donc rectangle en *I*. c) N est le symétrique du point M par rapport au point

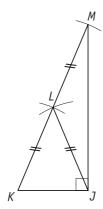
b) Les points I et O sont les milieux respectifs des seg-

O. Donc O est le milieu du segment [MN]. Le point Nappartient donc au cercle de centre O.

Le triangle ANM est inscrit dans le cercle de diamètre [MN].

Or, si un triangle est inscrit dans un cercle de diamètre un de ses côtés, alors le triangle est rectangle. Donc le triangle AMN est rectangle en A.

36 1)



2) Le triangle JKL est isocèle en L donc : LJ = LK. Le point M est le symétrique du point K par rapport au point *L*, donc : *L* est le milieu du segment [*KM*].

Or, si dans un triangle, le milieu d'un côté est équidistant de ses trois sommets, alors ce triangle est rectangle.

Donc, le triangle *KJM* est rectangle en *J*. Les droites (*KJ*) et (JM) sont alors perpendiculaires.

37 Le triangle *EFG* est inscrit dans le cercle de diamètre [EF].

Or, si un triangle est inscrit dans un cercle de diamètre un de ses côtés, alors ce triangle est rectangle.

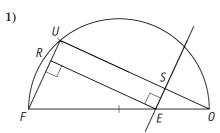
Donc le triangle *EFG* est rectangle en *G*.

Donc :  $(GF) \perp (EG)$ .

On sait de plus que :  $(EG) \perp (HI)$ .

Les droites (GF) et (HI) étant perpendiculaires à la même droite, elles sont parallèles.

38



2) Le triangle FUO est inscrit dans le cercle de diamètre

Or, si un triangle est inscrit dans un cercle de diamètre un de ses côtés, alors ce triangle est rectangle.

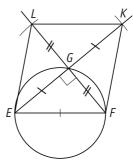
Donc le triangle FUO est rectangle en U.

Le quadrilatère RUSE possède trois angles droits : RUS, *ÚRE*, *RES*. C'est donc un rectangle.

39 1) 2) 3)



La figure en vraie grandeur est disponible sur le site www.hachette-education.com



1) Le triangle EFG est inscrit dans le cercle de diamètre

Or, si un triangle est inscrit dans un cercle de diamètre un de ses côtés, alors ce triangle est rectangle.

Donc, le triangle *EFG* est rectangle en *G*.

- 2) Le point K est le symétrique du point E par rapport au point G. Donc G est le milieu du segment [EK].
- 3) De même, L étant le symétrique du point F par rapport au point G, le point G est aussi le milieu du segment [FL].
- 4) Le quadrilatère EFKL a alors ses diagonales qui se coupent en leur milieu et sont perpendiculaires. C'est donc un losange.

a) Le triangle *EFH* est inscrit dans le cercle de diamètre [EH].

Or, si un triangle est inscrit dans un cercle de diamètre un de ses côtés, alors ce triangle est rectangle.

Donc le triangle *EFH* est rectangle en *F*.

De plus FE = FH, le triangle EFH est donc rectangle isocèle en F.

b) Le milieu F du segment [EG] est équidistant des points E, H et G.

Or, si dans un triangle, le milieu d'un côté est équidistant de ses trois sommets, alors ce triangle est rec-

Donc, EGH est rectangle en H.

D'après a), (FH)  $\perp$  (EF). De plus F est le milieu du segment [EG]. La droite (FH) est donc la médiatrice du segment [EG]. Le point H qui appartient à cette médiatrice est donc équidistant des points E et G. Le triangle EHG est isocèle en H.

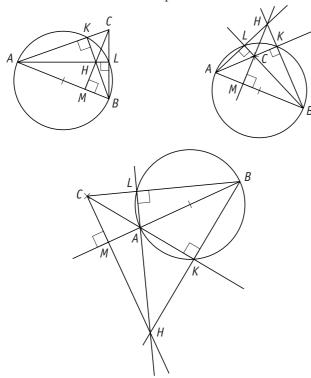
Finalement, le triangle EGH est rectangle isocèle en H. c) Aucune information ne permet de justifier que le triangle *HIE* est rectangle en *I*.

> Mon bilan

Voir les corrigés détaillés dans le livre élève, page 295.

## > J'approfondis

Pour les exercices 51, 52 et 53, la justification de la construction est la même pour les trois exercices.



La droite (AC) coupe le cercle en K et la droite (BC) en L. Les points K et L sont distincts de A et B et appartiennent au cercle de diamètre [AB].

Les angles  $\overrightarrow{AKB}$  et  $\overrightarrow{ALB}$  sont donc droits.

Les droites (BK) et (AL) sont donc deux hauteurs du triangle ABC et se coupent en H.

Les hauteurs d'un triangle sont concourantes en un point (appelé orthocentre).

La droite (*CH*), qui passe par un sommet du triangle et le point de concours des hauteurs, est donc la troisième hauteur de ce triangle.

Le point D, distinct de K et R, appartient au demicercle de diamètre [KR]. Donc l'angle  $\widehat{KDR}$  est droit.

Dans le triangle *DKR*, on a :

$$\overrightarrow{DKR} = 180^{\circ} - \overrightarrow{KDR} + \overrightarrow{DRK} = 180^{\circ} - (90^{\circ} + 55^{\circ})$$

$$\widehat{DKR} = 180^{\circ} - 145^{\circ} = 35^{\circ}.$$

Le triangle *KDO* est isocèle en *O*, les angles à la base sont donc de même mesure.

On a : 
$$\widehat{KOD} = 180^{\circ} - 2 \times \widehat{DKO} = 180^{\circ} - 2 \times 35^{\circ} = 110^{\circ}$$
.

• Le point D, distinct des points A et B, appartient au cercle de diamètre [AB], donc l'angle  $\widehat{ADB}$  est droit.

• De même, le point D, distinct des points A et C, appartenant au cercle de diamètre [AC], l'angle  $\widehat{ADC}$  est droit.

• Les angles  $\widehat{BDA}$  et  $\widehat{ADC}$  sont adjacents, donc :  $\widehat{BDC} = \widehat{BDA} + \widehat{ADC} = 90^{\circ} + 90^{\circ} = 180^{\circ}$ . Les points B, D et C sont donc alignés.

Le triangle AER est inscrit dans le cercle de diamètre le côté [AR]. Le triangle AER est donc rectangle en E.

De même, le triangle OFR étant inscrit dans le cercle de diamètre le côté [OR], il est rectangle en F.

Les droites (AE) et (OF) sont perpendiculaires à la même droite (ER), elles sont donc parallèles.

**57** 1) Le triangle *AER* est inscrit dans le cercle de diamètre le côté [*AR*]. Le triangle *AER* est donc rectangle en *E*.

2) Si deux droites sont parallèles, toute perpendiculaire à l'une est perpendiculaire à l'autre.

Les droites (AE) et (OF) sont parallèles et la droite (ER) est perpendiculaire à la droite (AE). Elle est donc perpendiculaire à la droite (OF).

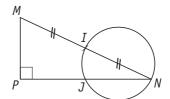
3) Le triangle *OFR* est rectangle en *F*.

Or, si un triangle est rectangle, il est inscrit dans le cercle de diamètre son hypoténuse.

Donc, le triangle  $\widehat{OFR}$  est inscrit dans le cercle de diamètre [OR], c'est-à-dire le cercle  $(\mathscr{C})$ .

Le point F appartient donc au cercle ( $\mathscr{C}$ ).

58



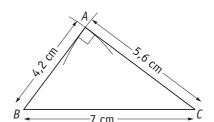
Le point J, distinct des points I et N, appartient au cercle de diamètre [IN], L'angle  $\widehat{IJN}$  est donc droit.

Les droites (IJ) et (MP) sont perpendiculaires à la même droite (PN). Elles sont donc parallèles.

Dans le triangle MNP, le point I est le milieu du segment [MN] et la droite (IJ) est parallèle à (MP). Or, dans un triangle, si une droite passe par le milieu d'un côté et est parallèle à un deuxième côté, alors elle coupe le troisième en son milieu.

Le point *J* est donc le milieu du segment [*PN*].

59



1) *ABC* est rectangle en *A*.

Donc 
$$\mathcal{A}(ABC) = \frac{AB \times AC}{2} = \frac{4.2 \times 5.6}{2} = \frac{23.52}{2} = 11.76 \text{ cm}^2.$$

2) a) 
$$\mathcal{A}(ABC) = \frac{abc}{AR}$$

Donc: 
$$11,76 = \frac{4,2 \times 5,6 \times 7}{4R}$$

$$11,76 = \frac{164,64}{4R}$$

$$11,76 \times 4R = 164,64$$

$$47,04 R = 164,64$$

$$R = \frac{164,64}{47.04} = 3,5 \text{ cm}.$$

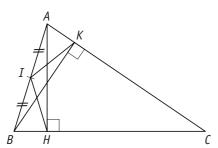
3) Oui, on pouvait prévoir ce résultat. En effet, le triangle *ABC* est rectangle en *A*. Par conséquent, le centre de son cercle circonscrit est le milieu de son hypoténuse

Chap. 10 - Triangle rectangle et cercle circonscrit

© Hachette Livre 2007, Mathématiques 4º, collection PHARE, livre du professeur. La photocopie non autorisée est un délit.

$$R = \frac{BC}{2} = \frac{6}{2} = 3.5$$
 cm.

60



1) Les droites (*AH*) et (*BK*) sont des hauteurs du triangle *ABC*, les triangles *ABH* et *ABK* sont donc rectangles respectivement en *H* et *K*.

Or, si un triangle est rectangle, alors le centre de son cercle circonscrit est le milieu de son hypoténuse.

Le point *I*, milieu du segment [*AB*], est donc le centre du cercle circonscrit aux triangles *ABH* et *ABK*.

Les segments [IH] et [IK] sont deux rayons du cercle de diamètre [AB].

Donc : IH = IK.

**61** 1)

2) La droite (IJ) est la médiatrice du segment [AC]. Donc : (IJ)  $\perp$  (AC). ABCD est un rectangle,

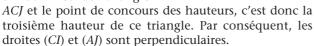
donc :  $(AB) \perp (CJ)$ . Les droites (IJ) et (AB) sont

donc deux hauteurs du triangle *ACJ* qui se coupent en *I*.

Les hauteurs d'un triangle sont concourantes.

Le point *I* est donc le point de concours des hauteurs du triangle *ACJ*.

3) La droite (CI) passe par un sommet du triangle

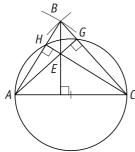


4) Les angles  $\widehat{ADC}$ ,  $\widehat{ABC}$  et  $\widehat{AKC}$  sont droits, les points D, B et K appartiennent donc au cercle de diamètre [AC].

62



La figure en grandeur réelle est disponible sur le site www.hachette-education.com



2) Le point H, distinct de A et C, appartient au cercle de diamètre [AC], l'angle  $\widehat{AHC}$  est donc droit.

De même, le point G, distinct de  $\widehat{A}$  et  $\widehat{C}$ , appartient au cercle de diamètre [AC], l'angle  $\widehat{AGC}$  est droit.

Les droites (AG) et (CH) sont deux hauteurs du triangle ABC.

Or, les hauteurs d'un triangle sont concourantes.

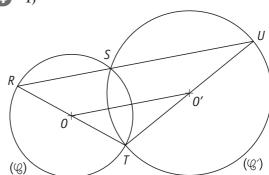
Le point E, point d'intersection des droites (AG) et (CH), est donc le point de concours des hauteurs du triangle ABC.

La droite (BE), qui passe par un sommet et le point de concours des hauteurs, est donc la troisième hauteur du triangle ABC. Par conséquent, les droites (BE) et (AC) sont perpendiculaires.

Les angles  $\widehat{BAC}$  et  $\widehat{BDC}$  sont droits. Les points A et D appartiennent donc au cercle de diamètre [BC]. Le point I étant le milieu du segment [BC], les segments [IA] et [ID] sont deux rayons de ce cercle. Donc IA = ID. Le point I est équidistant des points A et D, il appartient donc à la médiatrice du segment [AD]. De plus, le point I est le milieu du segment [AD], il appartient aussi à la médiatrice du segment [AD]. La médiatrice du segment [AD] est donc la droite (IJ).

Les droites (IJ) et (AD) sont alors perpendiculaires.

**64** 1)



2) Le triangle RST est inscrit dans le cercle (%) de diamètre [RT]. Il est donc rectangle en S.

Les droites (ST) et (RU) sont perpendiculaires, le triangle SUT est donc rectangle en S.

Or, si un triangle est rectangle, alors il est inscrit dans le cercle de diamètre son hypoténuse. Donc le triangle SUT est inscrit dans le cercle de diamètre [TU]. Les points S, T et U appartiennent au cercle  $(\mathscr{C}')$ . Le segment [TU] est donc un diamètre de  $(\mathscr{C}')$ .

3) Dans le triangle RUT, les points O et O' sont les milieux respectifs des segments [RT] et [TU]. D'après le théorème des milieux, les droites (OO') et (RU) sont parallèles.

On sait de plus que la droite (ST) est perpendiculaire à la droite (RU), on en déduit donc que la droite (ST) est perpendiculaires à la droite (OO').

**65** 1) Le point E est le symétrique du point H par rapport au point I, le point I est donc le milieu du segment [HE].

De plus, le point *I* est le milieu du segment [*BC*].

Or, si un quadrilatère a ses diagonales qui se coupent en leur milieu, alors c'est un parallélogramme. Donc, *HBEC* est un parallélogramme.

2) HBEC étant un parallélogramme, les droites (HC) et (BE) sont parallèles.

De plus, la droite (HC) est une hauteur du triangle ABC, donc la droite (AB) est perpendiculaire à la droite (HC).

On en conclut que les droites (AB) et (BE) sont perpen-

3) HBEC étant un parallélogramme, les droites (BH) et (EC) sont parallèles.

De plus, la droite (BH) est une hauteur du triangle ABC, donc la droite (AC) est perpendiculaire à la droite On en conclut que les droites (AC) et (EC) sont perpen-

4) Les angles  $\widehat{ABE}$  et  $\widehat{ACE}$  sont droits.

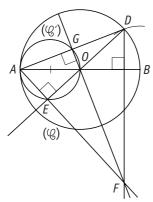
Donc les points B et C appartiennent au cercle de diamètre [AE].

Les point A, B, C et E appartiennent au même cercle de diamètre [AE].

#### DEVOIR A LA MAISON

#### 66 A : Construction de la figure





#### B: Raisonnement

1) a) Le point E est distinct des points A et O et appartient au cercle de diamètre [OA]. L'angle AEO est donc droit. Les points E, O et D étant alignés d'une part et les points E et F d'autre part étant alignés, on en déduit que les droites (DE) et (AF) sont perpendiculaires.

b) Dans le triangle ADF, la droite (AB) passe par le sommet A et est perpendiculaire à la droite (DF), c'est donc une hauteur du triangle.

De même, la droite (*DE*) est une hauteur de ce triangle. Or les hauteurs d'un triangle sont concourantes en un point.

Donc le point O, qui est le point d'intersection des droites (AB) et (DE), est le point de concours des hauteurs du triangle ADF.

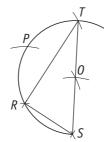
- c) La droite (FO) passe par un sommet du triangle et le point de concours des hauteurs. C'est donc la troisième hauteur de ADF. Donc (FO) est perpendiculaire à la droite (AD). Le point G étant le point d'intersection de ces deux droites, le triangle *OAG* est rectangle en *G*.
- d) Le triangle OAG étant rectangle en G, il est inscrit dans le cercle de diamètre l'hypoténuse [AO]. Donc le point G appartient au cercle de diamètre [AO], c'est-àdire au cercle ( $\mathscr{C}'$ ).
- 2) Les points A et D appartiennent au cercle ( $\mathscr{C}$ ) de centre Q. On en déduit que OA = OD. Le point O est équidistant des points A et D, il appartient donc à la médiatrice du segment [AD]. Cette médiatrice est donc la droite perpendiculaire à (AD) et passant par le point O, c'est donc la droite (GO). Le point G qui appartient au segment [AD] et à sa médiatrice est donc le milieu de ce
- 3) Le point F appartient à la médiatrice du segment [AD], il est donc équidistant des points A et D. On a donc : FA = FD. Le triangle ADF est donc isocèle en F.

## **CHEROHE**

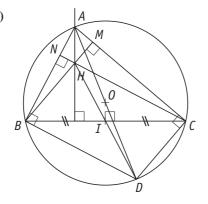
67 Construire un point O tel que ROS soit équilatéral.

Construire P distinct de S tel que ROP soit équilatéral.

Enfin, construire T distinct de R tel que POT soit équilatéral.



68 1)



2) a) D est le symétrique du point A par rapport au point O, donc [AD] est un diamètre du cercle.

Le point C appartient au cercle de diamètre [AD] donc l'angle ACD est droit. Les droites (AC) et (CD) sont perpendiculaires.

- b) Les droites (CD) et (BM) sont perpendiculaires à la même droite (AC), elles sont donc parallèles.
- 3) a) Le point *B* appartient au cercle de diamètre [AD] donc l'angle ABD est droit. Les droites (AB) et (BD) sont perpendiculaires.

Les droites (BD) et (CN) sont perpendiculaires à la même droite (AB), elles sont donc parallèles.

- $H \in (BM)$ , donc (BH) // (CD);  $H \in (CN)$ , donc (CH) // (BD). Le quadrilatère BHCD a ses côtés opposés parallèles, c'est donc un parallélogramme.
- b) Les diagonales d'un parallélogramme se coupent en leur milieu, donc le point *I*, centre du parallélogramme BHCD, est le milieu de [HD].
- 4) a) Dans le triangle AHD, O est le milieu de [AD] et I celui de [HD].

D'après le théorème des milieux, la droite (OI) est parallèle à la droite (AH).

b) Les points B et C appartiennent au cercle  $(\mathscr{C})$  de centre O, donc OB = OC. Le point O est alors équidistant

Chap. 10 - Triangle rectangle et cercle circonscrit

© Hachette Livre 2007, Mathématiques 4º, collection PHARE, livre du professeur. La photocopie non autorisée est un déli

BAT-106a192.indd 117 25/07/07 8:53:13 des points B et C, il appartient donc à la médiatrice du segment [BC]. I étant le milieu de [BC], il appartient aussi à cette médiatrice. Donc la droite (OI) est la médiatrice du segment [BC]. Par définition, elle est donc perpendiculaire à (BC).

On a alors : (AH) // (OI) et (OI)  $\perp$  (BC) donc (AH)  $\perp$  (BC).

La droite (AH) est donc la troisième hauteur du triangle ABC.

Les hauteurs d'un triangle sont donc concourantes.

## > J'utilise un logiciel de géométrie



Voir la correction complète des exercices 69 et 70 sur le CD-Rom.

## > Je découvre le monde des mathématiques

Voir les corrigés détaillés dans le livre élève, page 300.

# Distance — Tangente — Bissectrices

## > Programme

#### Programme de la classe de quatrième

#### **COMPÉTENCES**

- Savoir que le point d'une droite le plus proche d'un point donné est le pied de la perpendiculaire menée du point à la droite.
- Construire la tangente à un cercle en l'un de ses points.

#### Commentaires

L'inégalité triangulaire et la symétrie axiale, vues auparavant, permettent de démontrer le résultat relatif à la distance d'un point à une droite, lequel peut aussi être relié au théorème de Pythagore.

#### **COMPÉTENCES**

- Caractériser les points de la bissectrice d'un angle donné par la propriété d'équidistance aux deux côtés de l'angle.
- Construire le cercle inscrit dans un triangle.

#### Commentaires

Cette caractérisation permet de démontrer que les trois bissectrices d'un triangle sont concourantes et justifie la construction du cercle inscrit.

L'analogie est faite avec le résultat concernant les médiatrices des trois côtés du triangle vu en classe de cinquième.

#### Programme de la classe de cinquième

#### COMPÉTENCE

Connaître et utiliser l'inégalité triangulaire.

#### Commentaires

Dans chaque cas où la construction est possible, les élèves sont invités à remarquer que lorsqu'un côté est tracé, on peut construire plusieurs triangles, deux à deux symétriques par rapport à ce côté, à sa médiatrice et à son milieu.

L'inégalité triangulaire est mise en évidence à cette occasion et son énoncé est admis :

AB + BC = AC.

# Le cas de l'égalité AB + BC = AC est reconnu comme caractéristique de l'appartenance du point B au segment [AC].

#### **COMPÉTENCE**

Construire le cercle circonscrit à un triangle.

#### Commentaires

La caractérisation de la médiatrice d'un segment à l'aide de l'équidistance a déjà été rencontrée en classe de sixième. Elle permet de démontrer que les trois médiatrices d'un triangle sont concourantes et justifie la construction du cercle circonscrit à un triangle.

## Programme de la classe de troisième

## En résumé

- → La bissectrice a été définie en classe de sixième
- → En quatrième, on définit les notions de distance d'un point à une droite et tangente à un cercle en l'un de ses points.

La distance d'un point à une droite est définie comme la plus petite de toutes les longueurs possibles entre ce point et un point quelconque de la droite.

La démonstration du résultat: « l'hypoténuse d'un triangle rectangle est son côté le plus long » est traitée en exercice (51 p. 197).

La tangente à un cercle en l'un de ses points est définie comme la droite coupant le cercle en un seul point.

À partir de ces définitions sont démontrées les propriétés.

→ On démontre la propriété caractéristique de la bissectrice d'un angle : la bissectrice d'un angle est l'ensemble des points équidistants des côtés de l'angle. On justifie la construction du cercle inscrit dans un triangle.

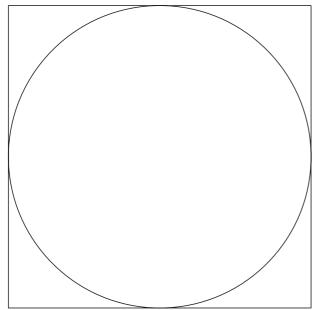
Chap. 11 - Distance - Tangente - Bissectrices

#### COMMENTAIRES

Cette activité permet d'émettre une conjecture sur la position du centre du cercle inscrit dans le triangle isocèle proposé.

#### CORRIGÉ

1)



- 2) Le centre du cercle ne semble être :
- a) ni le point d'intersection des médiatrices;
- b) ni le point d'intersection des médianes;
- c) ni le point d'intersection des hauteurs.

#### JE DÉCOUVRE

#### Je découvre la distance d'un point à une droite

Objectif	Définir la distance d'un point à une droite.
	<ul><li>1) Distance d'un point à une droite</li><li>a) Définition et propriété</li></ul>

#### COMMENTAIRES

Le but de cette activité est de faire constater aux élèves qu'ils peuvent « mesurer » la distance d'un point à une droite de différentes façons et qu'il est donc nécessaire d'en choisir une particulière.

#### CORRIGÉ

1) Sarah propose 4 cm, elle a mesuré la distance MD. Elle a tracé un segment horizontal.

Juliette propose 3 cm, elle a mesuré la distance MA. Elle a tracé un segment vertical.

Erwan propose 2,4 cm, il a mesuré la distance MB. Il semble avoir tracé la droite perpendiculaire à la droite (d) passant par le point M.

2) Le plus proche de la bonne réponse semble être Erwan.

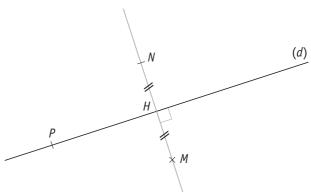
#### (2) JE DÉCOUVRE

#### Je détermine la distance d'un point à une droite

Objectif	Justifier que la distance d'un point $A$ à une droite $(d)$ est la distance entre le point $A$ et le pied de la perpendiculaire à la droite $(d)$ passant par le point $A$ .
Pré requis	<ul> <li>Définition de la distance d'un point à une droite.</li> <li>Inégalité triangulaire.</li> <li>Propriété de la symétrie axiale.</li> </ul>
Paragraphe introduit	Distance d'un point à une droite     Définition et propriété     Propriété

#### CORRIGÉ

1)



- 2) Dans le triangle MNP, la longueur d'un côté est inférieure à la somme des longueurs des deux autres côtés. On a donc : MN < PM + PN.
- 3) a) Les points M et N sont symétriques dans la symétrie par rapport à la droite (d).

Le point P a pour symétrique lui-même dans cette symétrie.

Or, dans une symétrie par rapport à une droite, le symétrique d'un segment est un segment de même longueur.

Donc le symétrique du segment [PM] est le segment [PN], et : PM = PN.

b) Les points M et N sont symétriques dans la symétrie par rapport à la droite (d). Donc, la droite (d) est la médiatrice du segment [MN].

Or, H est le pied de la droite perpendiculaire à la droite (d) passant par M.

Donc, d'après la définition de la médiatrice d'un segment, le point H est le milieu du segment [MN]. On a donc:  $MN = 2 \times MH$ .

4) D'après 2) on a : MN < PM + PN.

D'après 3) a) PM = PN et d'après 3) b)  $MN = 2 \times MH$ .

Donc :  $2 \times MH < 2 \times MP$ . On en déduit que : MH < MP.

5) « La distance du point M à la droite (d) est la distance  $MH \gg$ 

© Hachette Livre 2007, Mathématiques 4º, collection PHARE, livre du professeur. La photocopie non autorisée est un délit

## 3 JE DÉCOUVRE

#### Je découvre une droite tangente à un cercle

Objectif	Définir la droite tangente à un cercle en l'un de ses points
Paragraphe introduit	Tangente à un cercle en l'un de ses points     Définition et propriétés définition

#### COMMENTAIRES

Cette activité permet de donner une définition de la droite tangente à un cercle à partir de l'étymologie du mot « tangente ». Elle permet aussi d'étudier la position relative d'une droite et d'un cercle.

#### CORRIGÉ

1) Matéo a tracé une droite (d) qui n'a aucun point commun avec le cercle  $(\mathscr{C})$ . Donc, d'après la définition lue dans un dictionnaire, la droite (d) n'est pas une droite tangente au cercle  $(\mathscr{C})$ .

Lila a tracé une droite (d) qui semble avoir un seul point commun avec le cercle  $(\mathscr{C})$ . Donc, Il semble que Lila a tracé une droite tangente au cercle  $(\mathscr{C})$ .

Clémence a tracé une droite (d) sécante en deux points au cercle  $(\mathscr{C})$ . Elle n'a donc pas tracé de tangente.

2) « Une tangente à un cercle est une droite qui possède un seul point commun avec le cercle. »



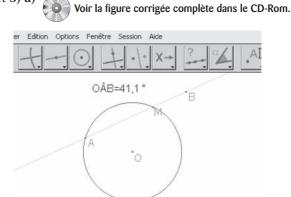
#### (4) JE DÉCOUVRE

#### J'observe la tangente à un cercle

Objectif	Découvrir la propriété : « Si une droite $(d)$ est la tangente à un cercle $(\mathscr{C})$ de centre $O$ en un point $A$ , alors elle est perpendiculaire à la droite $(OA)$ en $A$ . »
Pré requis	Définition de la tangente à un cercle.
Paragraphe introduit	2) Tangente à un cercle en l'un de ses points a) Définition et propriétés Propriété

#### COMMENTAIRES

Cette activité peut être réalisée à l'aide de n'importe quel logiciel de géométrie.



- 2) Mesure de l'angle *OAB*.
- 3) b) La droite (AB) est la tangente au cercle  $(\mathcal{C})$  en A, lorsque le point M est confondu avec le point A. Lorsque le point M semble se confondre avec le point A, la mesure de l'angle  $\widehat{OAB}$  semble être égale à 90°.

## 5 JE DÉCOUVRE

#### Je démontre une propriété de la tangente à un cercle

Objectif	Démontrer la propriété découverte dans l'activité 4.
Pré requis	<ul> <li>Activité 4.</li> <li>Définition de la tangente à un cercle en un point.</li> <li>Distance d'un point à une droite.</li> </ul>
Paragraphe introduit	2) Tangente à un cercle en l'un de ses points a) Définition et propriétés Propriété

#### COMMENTAIRES

Cette activité est une démonstration du résultat découvert dans l'activité 4. Elle nécessite deux raisonnements par l'absurde.

La propriété réciproque n'est pas démontrée.

#### CORRIGÉ

1) a) Si le point *B* était à l'intérieur du cercle (%), alors la droite (*d*) couperait le cercle en deux points et donc, la droite (*d*) ne serait pas la tangente au cercle (%) en *A*. Donc, le point *B* ne peut pas être à l'intérieur du cercle (%). b) Si le point *B* appartenait au cercle (%), alors la droite (*d*) couperait le cercle (%) en deux points *A* et *B* et donc la droite (*d*) ne serait pas la tangente au cercle en *A*. Donc, le point *B* ne peut pas appartenir au cercle (%). c) Par conséquent, le point *B* est à l'extérieur du cercle

Donc: OB > OA.

- 2) La distance du point O à la droite (d) est la plus petite distance entre le point O et n'importe quel point de la droite (d). D'après 2) c) la distance du point O à la droite (d) est la distance OA.
- 3) La distance du point O à la droite (d) est la distance OA.

Chap. 11 - Distance - Tangente - Bissectrices

Or, la distance d'un point O à une droite (d) est la distance entre ce point O et le pied de la perpendiculaire à la droite (d) passant par O. Donc, ici, le pied de la perpendiculaire à la droite (d) passant par O est le point A. Finalement, les droites (d) et (OA) sont perpendiculaires.

## 6

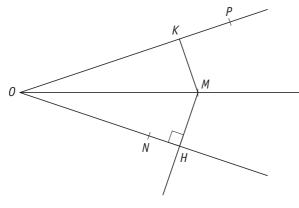
#### JE DÉCOUVRE

#### J'énonce une propriété de la bissectrice

Objectif	Démontrer la propriété : « Si un point appartient à la bissectrice d'un angle, alors ce point est à égale distance des côtés de l'angle ».
Pré requis	<ul> <li>Propriétés de la symétrie par rapport à une droite.</li> <li>Définition de la distance d'un point à une droite.</li> </ul>
Paragraphe introduit	3) Bissectrices et cercle inscrit dans un triangle a) Bissectrice d'un angle Propriété

#### CORRIGÉ

1)



- 2) On considère la symétrie d'axe (d) :
- a) Le symétrique de la droite (ON) est la droite (OP) car (d) est la bissectrice de l'angle  $\widehat{PON}$  et la bissectrice d'un angle est l'axe de symétrie de cet angle.
- b) Le symétrique du point H est le point K. Or, le point H appartient à la droite (ON), donc son symétrique appartient au symétrique de la droite (ON) par rapport à la droite (d). Comme ce symétrique est la droite (OP), le point K appartient à la droite (OP).
- 3) Le segment [MK] est le symétrique du segment [MH]. Donc : MH = MK.

L'angle  $\widehat{MHO}$  est un angle droit, donc l'angle  $\widehat{MKO}$  symétrique de l'angle  $\widehat{MHO}$  a la même mesure c'est-à-dire l'angle  $\widehat{MKO}$  = 90°.

- 4) a) Ainsi, la distance du point M à la droite (ON) est MH
- b) La distance du point *M* à la droite (*OP*) est *MK*.
- 5) « Si un point appartient à la bissectrice d'un angle, alors ce point est à égale distance des côtés de cet angle.»

## **(7)**

#### JE DÉCOUVRE

## J'énonce une autre propriété de la bissectrice

Objectif	Démontrer la propriété : « Si un point est situé à égale distance des côtés d'un angle, alors il appartient à la bissectrice de cet angle. »
Pré requis	<ul> <li>Propriétés des angles d'un triangle isocèle.</li> <li>Propriété de la médiatrice d'un segment.</li> <li>Propriété de la bissectrice d'un angle.</li> </ul>
Paragraphe introduit	3) Bissectrices et cercle inscrit dans un triangle a) Bissectrice d'un angle Propriété réciproque

#### COMMENTAIRES

Cette activité démontre la propriété réciproque de celle démontrée dans l'activité précédente.

#### CORRIGÉ

1) Le point M est situé à égale distance des droites (d) et  $(\Delta)$ . On a donc : ML = MJ.

Ainsi, le triangle LMJ est isocèle en M.

Or, si un triangle est isocèle, alors les angles à la base ont la même mesure.

Donc, les angles  $\widehat{JLM}$  et  $\widehat{LJM}$  ont la même mesure.

2) On a:

 $\widehat{OLJ} = 90^{\circ} - \widehat{JLM}$  et  $\widehat{OJL} = 90^{\circ} - \widehat{LJM}$ .

D'après 1), on a donc :

les angles  $\widehat{OLJ}$  et  $\widehat{OJL}$  ont la même mesure.

3) Dans le triangle OLJ, on a : OLJ = OJL.

Or, si dans un triangle, deux angles ont la même mesure alors ce triangle est isocèle.

Donc, le triangle *LOJ* est isocèle en *O*.

4) Le triangle LOJ étant isocèle en O:OL=OJ.

On a : ML = MJ et OL = OJ.

Or si un point est à égale distance des extrémités d'un segment, alors ce point appartient à la médiatrice de ce segment.

Donc, les points M et O appartiennent à la médiatrice du segment [LJ].

Donc, la droite (*OM*) est la médiatrice du segment [*LJ*].

5) Le triangle *LOJ* est isocèle en *O* et la droite (*OM*) est la médiatrice du segment [*LJ*].

Or dans un triangle isocèle, la médiatrice de la base est un axe de symétrie du triangle.

Donc, la droite (OM) est aussi la bissectrice de l'angle  $\widehat{LOI}$ .

6) « Si un point est équidistant des côtés d'un angle, alors ce point appartient à la bissectrice de cet angle. »

#### Je découvre le cercle inscrit dans un triangle

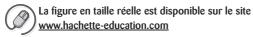
Objectif	Construire et découvrir le cercle inscrit dans un triangle.
Pré requis	<ul> <li>Propriétés des bissectrices d'un angle.</li> <li>Propriété de la tangente à un cercle en un point.</li> </ul>

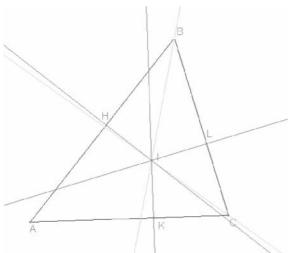
#### COMMENTAIRES

Cette activité est à réaliser avec les instruments de géométrie, mais peut aussi être réalisée à l'aide de n'importe quel logiciel de géométrie.

#### CORRIGÉ

1) et 2)





3) a) Le point I appartient à la bissectrice de l'angle  $\widehat{ABC}$ .

Or, si un point appartient à la bissectrice d'un angle, alors il est à égale distance des côtés de cet angle. Donc, le point I est équidistant des droites (AB) et (BC). b) Le point I appartient à la bissectrice de l'angle  $\widehat{ACB}$ . Or, si un point appartient à la bissectrice d'un angle, alors il est à égale distance des côtés de cet angle. Donc, le point I est équidistant des droites (AC) et (BC). 4) a) Le point I est équidistant des droites (AB) et (BC). Le point I est équidistant des droites (AB) et (BC). Donc, le point I est équidistant des droites (AB) et (AC).

Donc, le point I est équidistant des droites (AB) et (AC). Or, si un point est à égale distance des côtés d'un angle, alors ce point appartient à la bissectrice de cet angle. Donc, le point I appartient à la bissectrice de l'angle

CAB.
b) « Les bissectrices des angles d'un triangle sont concourantes. »

5) Le point I, point de concours des bissectrices du triangle est donc à égale distance des droites (AB), (AC) et (BC).

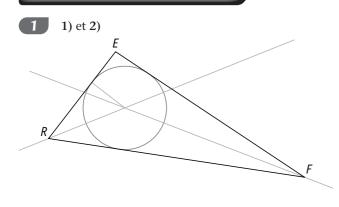
Donc, par propriété de la distance d'un point à une droite, on a : IH = IK = IL.

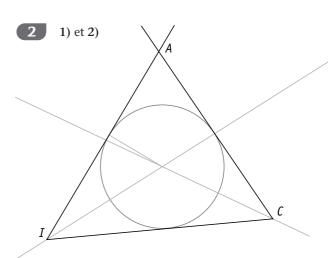
Donc, les points H, K et L appartiennent à un cercle de centre I

Ce cercle est le **cercle inscrit** dans le triangle *ABC*.

6) La droite (AC) est perpendiculaire à la droite (IK) et K est un point du cercle de centre I. Donc, (AC) est la droite tangente au cercle inscrit.

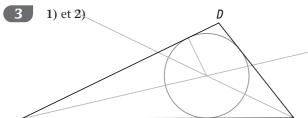
## > Savoir-faire

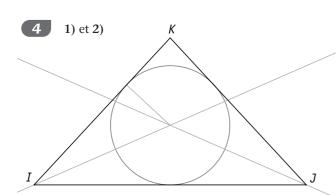


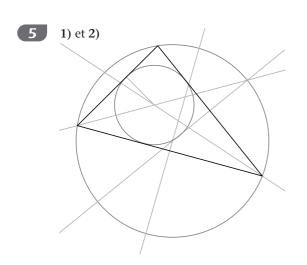


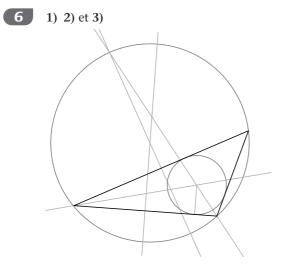
Chap. 11 - Distance - Tangente - Bissectrices

© Hachette Livre 2007, Mathématiques 4º, collection PHARE, livre du professeur. La photocopie non autorisée est un délil

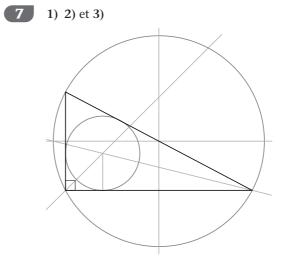




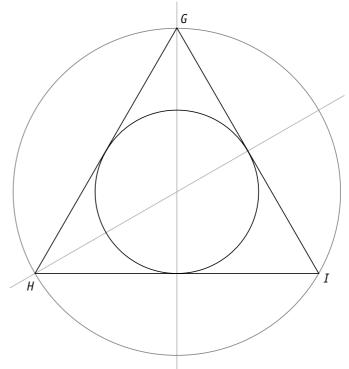








8 1) 2) et 3)



## > Je m'entraine

#### À l'oral

**9 Figure 1**: MH est le double de la distance du point M à la droite (d), car H est le symétrique de M par rapport à (d).

**Figure 2** : la distance du point M à la droite (d) est égale à zéro.

Donc, MH n'est pas la distance du point M à la droite (d). **Figure 3**: MH est la distance du point M à la droite (d). En effet, on a :  $H \in (d)$  et  $(MH) \perp (d)$ .

**Figure 4**: MH n'est pas la distance du point M à la droite (d). En effet, on a l'angle H du triangle tracé qui est égal à 89°. Donc, la droite (MH) n'est pas perpendiculaire à (d). **Figure 5**: MH n'est pas la distance du point M à la droite (d). En effet, on a l'angle H du triangle tracé qui est égal à 90°. Donc, la droite (MH) est perpendiculaire à (d) et H est un point de (d).

**Figure 6 :** MH est la distance du point M à la droite (d). En effet, le triangle MPH est inscrit dans un cercle de diamètre l'un de ses côtés. Donc, la droite (MH) est perpendiculaire à (d) et H est un point de (d).

1) Le centre du cercle circonscrit à un triangle est le point de concours des **médiatrices**.

2) Le centre du cercle inscrit dans un triangle est le point de concours des bissectrices.

3) Chaque côté d'un triangle est **tangent** au cercle inscrit dans ce triangle.

4) Le rayon du cercle inscrit dans un triangle est la distance du point d'intersection des bissectrices à chacun des côtés du triangle.

#### 11 Figure 1 :

Dans le triangle OPA, la somme des mesures de deux angles est égale à  $51^{\circ} + 39^{\circ}$  soit,  $90^{\circ}$ .

D'où, le triangle *OPA* est rectangle en *A*.

La droite (d) est ainsi perpendiculaire au rayon [OA] du cercle  $(\mathcal{C})$  en A. Donc, la droite (d) est tangente au cercle  $(\mathcal{C})$  en A.

#### Figure 2:

La longueur de la médiane issue du point *M* du triangle *MOP* est égale à la moitié de la longueur du côté [*OP*].

Or, si la longueur d'une médiane relative à un côté d'un triangle est égale à la moitié de la longueur de ce côté, alors ce triangle est rectangle. Donc, le triangle *MOP* est rectangle en *M*.

Ainsi, la droite (d) est perpendiculaire au rayon [OM] du cercle en M, point du cercle.

Donc, la droite (d) est tangente au cercle ( $\mathscr{C}$ ) en M.

a) *I* est le point d'intersection de deux bissectrices du triangle *ABC*. Donc, (*AI*) est la troisième bissectrice de ce triangle.

 $\widehat{BAI} = 78^{\circ} : 2 = 39^{\circ}.$ 

b) ABC est un triangle équilatéral. Donc ses hauteurs sont axes de symétries, d'où, ce sont les bissectrices des angles du triangle.

(AI) est donc une bissectrice.

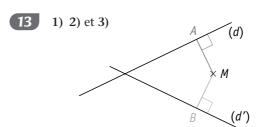
 $\widehat{BAI} = 60^{\circ} : 2 = 30^{\circ}.$ 

c) *ABCD* est un losange de centre *I*. Ses diagonales sont aussi les bissectrices de ses angles.

De plus deux de ses angles consécutifs sont supplémentaires.

Donc,  $\widehat{BAI} = 80^{\circ} : 2 = 40^{\circ}$ .

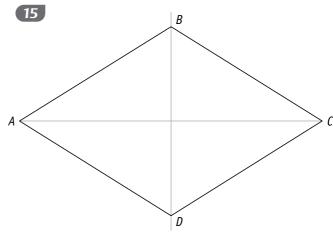
#### Distance d'un point à une droite



a) La droite (FI) est perpendiculaire à la droite (LI) au point I. Donc, la distance du point F à la droite (LI) est égale à FI, C'est-à-dire 5,3 cm.

b) La droite (IL) est perpendiculaire à la droite (EL) au point L. Donc, la distance du point I à la droite (EL) est IL, c'est-à-dire 2,7 cm.

c) Le point L est un point de la droite (FO). Donc, la distance du point L à la droite (FO) est égale à 0 cm.

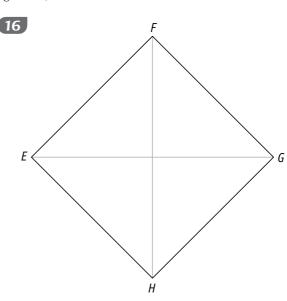


ABCD est un losange.

Or, dans un losange, les diagonales se coupent en leur milieu et sont perpendiculaires.

a) Donc, la distance du point A à la droite (BD) est égale à 4 cm.

b) De même, la distance du point B à la droite (AC) est égale à 2,5 cm.



Chap. 11 - Distance - Tangente - Bissectrices

© Hachette Livre 2007, Mathématiques 4º, collection PHARE, livre du professeur. La photocopie non autorisée est un délit.

EFGH est un carré.

Or, un carré a ses diagonales qui se coupent en leur milieu, ont la même longueur et sont perpendiculaires. a) Donc, la distance du point *E* à la droite (*FH*) est égale

b) De même, la distance du point F à la droite (EG) est égale à 3,2 cm.

17 Le triangle SOL est un triangle équilatéral.

Or, si un triangle est équilatéral, alors ses angles ont pour mesure 60°.

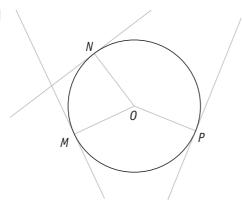
Donc l'angle  $\widehat{SOL}$  a pour mesure 60°.

Ainsi, la droite (OS) est perpendiculaire à la droite (d) au point  $S (60^{\circ} + 30^{\circ} = 90^{\circ})$ .

Donc, la distance du point O à la droite (d) est égale à OS. C'est-à-dire 6 cm.

#### n Tangente à un cercle

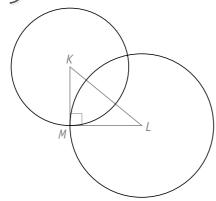




1) 2) et 3)



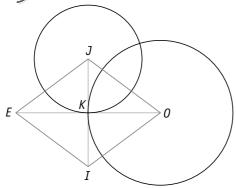
La figure en vraie grandeur est disponible sur le site www.hachette-education.com



1) 2) a) et 3) a)



La figure en vraie grandeur est disponible sur le site www.hachette-education.com



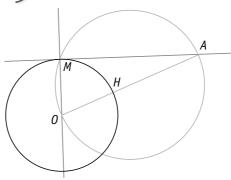
2) b) Le quadrilatère JOIE est un losange de centre K. D'où, ses diagonales [JI] et [OE] se coupent en leur milieu *K* et sont perpendiculaires.

Le cercle ( $\mathscr{C}$ ) de centre J de rayon 3 cm passe par le point *K* et la droite (*OE*) est perpendiculaire en *K* au rayon [*JK*]. Donc, la droite (OE) est la tangente au cercle ( $\mathscr{C}$ ) en K. 3) b) Le cercle ( $\mathscr{C}$ ) de centre O de rayon 4 cm passe par le

point K et la droite (II) est perpendiculaire en K au rayon [OK]. Donc, la droite (JI) est la tangente au cercle ( $\mathscr{C}'$ ) en K.

21 1) et 2)

La figure en vraie grandeur est disponible sur le site www.hachette-education.com



3) a) Le triangle OMA est inscrit dans un cercle de diamètre un de ses côtés.

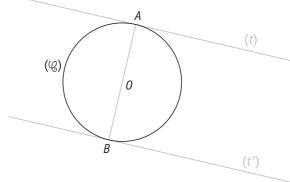
Donc, ce triangle est rectangle. Il est rectangle en M. Donc, les droites (OM) et (AM) sont perpendiculaires.

b) Ainsi, la droite (AM) est perpendiculaire à en M à un rayon du cercle (%).

Donc, la droite (AM) est tangente au cercle ( $\mathscr{C}$ ) en M.

4) De la même façon, on justifierait que la droite (AN)est la tangente en N au cercle ( $\mathscr{C}$ ).

1) a) b)



2) La droite (t) est la tangente au cercle ( $\mathscr{C}$ ) en A. Donc, les droites (t) et (OA) sont perpendiculaires.

La droite (t') est la tangente au cercle ( $\mathscr{C}$ ) en B. Donc, les droites (t') et (OB) sont perpendiculaires.

Or, les points A et B sont diamétralement opposés sur le cercle ( $\mathscr{C}$ ), d'où les points A, O et B sont alignés. Il en résulte que les droites (OA) et (OB) sont confondues. Ainsi, les droites (t) et (t') sont perpendiculaires à la même droite (AB). Donc les droites (t) et (t') sont parallèles.

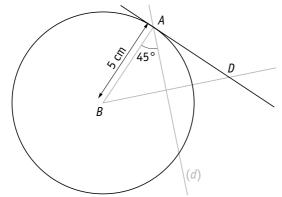
23 La droite (AT) est la tangente au cercle ( $\mathscr{C}$ ) en T.  $\overrightarrow{D'ou}$ , les droites (OT) et (AT) sont perpendiculaires. L'angle  $\widehat{OTA} = 90^{\circ}$ .

Dans le triangle *OAT*, on a :  $\overrightarrow{OAT} = 42^{\circ}$  et  $\overrightarrow{OTA} = 90^{\circ}$ . La somme des mesures des angles aigus d'un triangle rectangle est égale à 90°.

Donc :  $\widehat{AOT} = 90^{\circ} - 42^{\circ} = 48^{\circ}$ . La mesure de l'angle  $\widehat{AOT}$ est égale à 48°.

© Hachette Livre 2007, Mathématiques 4º, collection PHARE, livre du professeur. La photocopie non autorisée est un délit

La figure en vraie grandeur est disponible sur le site www.hachette-education.com



4) Le point D est le symétrique du point B par rapport à la droite (d).

D'où, l'angle  $\overrightarrow{BAD}$  admet comme axe de symétrie la droite (d). Ainsi, la droite (d) est la bissectrice de l'angle BAD.

 $\widehat{BAD} = 2 \times 45^{\circ} = 90^{\circ}$ .

Par conséquent, la droite (AD) est perpendiculaire à la droite (AB).

La cercle ( $\mathscr{C}$ ) passe par A et la droite (AD) est la perpendiculaire en A à son rayon [AB].

Donc, la droite (AD) est la tangente au cercle ( $\mathscr{C}$ ) en A.

#### n Bissectrices et cercle inscrit

25 Le quadrilatère *ABCD* est un parallélogramme. Or, si un quadrilatère est un parallélogramme, alors deux angles consécutifs sont supplémentaires.

Donc :  $\overrightarrow{ABC} = 60^{\circ}$ .

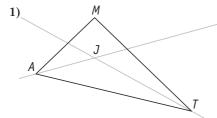
La droite (AI) est la bissectrice de l'angle  $\widehat{BAD}$ , d'où :  $\widehat{I}A\widehat{B} = \widehat{B}A\widehat{D} : 2 = 60^{\circ}.$ 

La droite (BI) est la bissectrice de l'angle  $\overrightarrow{ABC}$ , d'où :  $\widehat{IBA} = \widehat{ABC} : 2 = 30^{\circ}.$ 

Dans le triangle ABI, les angles IAB et IBA sont complémentaires. Ainsi, le triangle AIB est rectangle en I. Donc, les droites (AI) et (BI) sont perpendiculaires.



BAT-106a192.indd 127



2) Dans un triangle, les bissectrices sont concourantes. Les droites (AJ) et (TJ) sont deux bissectrices du triangle MAT et sont sécantes en J. Donc, (MJ) est la troisième bissectrice du triangle MAT. La droite (MJ) est la bissectrice de l'angle AMT.

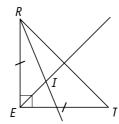
27 La bissectrice de l'angle  $\widehat{ABC}$  et la bissectrice de 1'angle ACB se coupent au point D.

Dans un triangle, les bissectrices sont concourantes. Donc, ici, les bissectrices se coupent en D. (AD) est donc la troisième bissectrice du triangle ABC.

Par définition,  $\overrightarrow{DAB} = 90^{\circ} : 2 = 45^{\circ}$ .

Donc, la mesure de l'angle  $\widehat{DAB}$  est égale à 45°. Justifier la réponse.

28



Le triangle *TER* est rectangle isocèle en *E*.

dans un triangle rectangle, isocèle, les angles à la base ont pour mesure 45°.

D'où :  $\widehat{E}R\widehat{T} = \widehat{E}T\widehat{R} = 45^{\circ}$ .

La bissectrice de l'angle  $\widehat{TER}$  et la bissectrice de l'angle *ERT* sont sécantes au point *I*.

Or, dans un triangle, les bissectrices sont concourantes. D'où : la droite (TI) est la troisième bissectrice.

Par définition de la bissectrice, on a :  $\widehat{ITR} = 45^{\circ}$  :  $2 = 22.5^{\circ}$ .

Les droites (AM) et (OA) sont perpendiculaires. D'où, la distance du point M à la droite (OA) est égale

Les droites (BM) et (OB) sont perpendiculaires. D'où, la distance du point *M* à la droite (*OB*) est égale à *MB*. De plus, MA = MB.

Le point M est à égale distance des droites (OA) et (OB). Or, si un point est situé à égale distance des côtés d'un angle, alors il appartient à la bissectrice de cet angle. Donc, M est un point de la bissectrice de l'angle  $\widehat{AOB}$ . Par définition de la bissectrice d'un angle, on a donc :  $\widehat{AOM} = 85^{\circ} : 2 = 42,5^{\circ}.$ 

Les droites (CN) et (AC) sont perpendiculaires.  $\overrightarrow{D'ou}$ , la distance du point N à la droite (AC) est égale

Les droites (EN) et (AE) sont perpendiculaires. D'où, la distance du point N à la droite (AE) est égale à NE. On a de plus, NC = NE.

Le point N est à égale distance des droites (AC) et (AE). Or, si un point est situé à égale distance des côtés d'un angle, alors il appartient à la bissectrice de cet angle. Donc, N est un point de la bissectrice de l'angle  $\widehat{CAE}$ . De la même façon, on démontre que le point *M* est aussi

Donc, les points A, M et N sont alignés sur la bissectrice de l'angle CAE.

un point de la bissectrice de l'angle CAE.

> Mon bilan

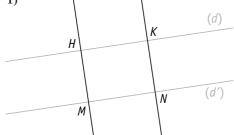
Voir les corrigés détaillés dans le livre élève, page 296.

© Hachette Livre 2007, Mathématiques 4º, collection PHARE, livre du professeur. La photocopie non autorisée est un déli

Chap. 11 - Distance - Tangente - Bissectrices

## J'approfondis





2) a) Les droites (d) et (d') sont parallèles.

Les droites (HM) et (KN) sont toutes deux perpendiculaires à la même droite (d).

Donc, les droites (HM) et (KN) sont parallèles.

Ainsi, le quadrilatère HKNM a ses côtés opposés parallèles. Or, si un quadrilatère a ses côtés opposés parallèles, alors c'est un parallélogramme.

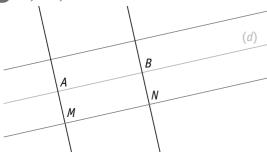
Donc, HKNM est un parallélogramme.

Il possède un angle droit, donc c'est un rectangle.

On a : MH = NK et MH est la distance du point M à la droite (d), NK est la distance du point N à la droite (d). b) Il en résulte que les distances du point *M* et du point N à la droite (d) sont égales.



1) et 3)



2) On a MA = NB = 2 cm et les droites (MA) et (NB) sont perpendiculaires à la droite (d).

Donc, les droites (MA) et (NB) sont parallèles.

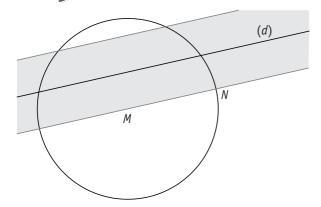
Ainsi, le quadrilatère MABN est non croisé et a deux côtés parallèles et de la même longueur. Par suite, ce quadrilatère est un parallélogramme.

Donc, ses côtés opposés sont parallèles et finalement les droites (MN) et (d) sont parallèles.

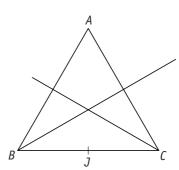
1) 2) 3) et 4)



La figure en vraie grandeur est disponible sur le site www.hachette-education.com



44



Le triangle ABC est isocèle en A et J est le milieu du segment [BC].

Or, si un triangle est isocèle en A, alors il admet un axe de symétrie.

Donc, (AJ) est un axe de symétrie pour le triangle ABC. C'est à dire que (AJ) est la bissectrice de l'angle  $\widehat{BAC}$ .

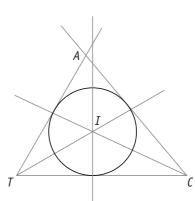
La bissectrice de l'angle  $\overrightarrow{ABC}$  et la bissectrice de l'angle  $\overrightarrow{ACB}$  sont sécantes au point I.

Or, les bissectrices d'un triangle sont concourantes.

Donc, *I* est un point de la droite (*AJ*).

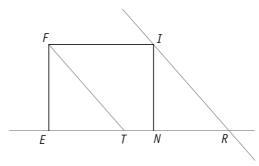
Démontrer que les points A, I et J sont alignés.

1)



**46** 1) 2) a)

La figure en vraie grandeur est disponible sur le site www.hachette-education.com



- b) Les quadrilatères FINE et FIRT ont la même aire
- 3) La distance du point R à la droite (FI) est donc égale à la distance du point N à la droite (FI). Car les droites (FI) et (NR) sont parallèles.

Donc, la distance du point R à la droite (FI) est égale à 5 cm.

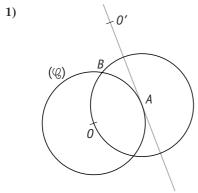
© Hachette Livre 2007, Mathématiques 4º, collection PHARE, livre du professeur. La photocopie non autorisée est un délit

 $\mathcal{A}_{ABC} = (BC \times AH) : 2$ On a alors : 15 = (6 × AH) : 2.  $30 = 6 \times AH$ .

Soit : AH = 5 cm.

Or, la droite (AH) est perpendiculaire à la droite (BC). Donc, AH est la distance du point A à la droite (BC). On conclut que la distance du point A à la droite (BC) est égale à 5 cm.

48



2) Le point O' est le symétrique du point O par rapport au point B, d'où B est le milieu du segment [OO'].

On a alors : OB = O'B = OO' : 2.

Or O est le centre du cercle (%) et les points B et A appartiennent au cercle (%).

Donc, OA = OB.

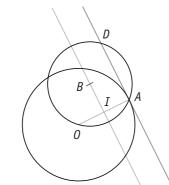
1)

Dans le triangle OAO', on a donc la médiane issue de A a pour longueur la moitié de la longueur du côté [OO']. Par suite, le triangle OAO' est rectangle en A.

Il en résulte que la droite (O'A) est perpendiculaire à la droite (OA) en A.

Donc, la droite (O'A) est la tangente au cercle  $(\mathscr{C})$  en A.

49



2) *B* est un point de la médiatrice du segment [*OA*]. Or, si un point appartient à la médiatrice d'un segment, alors il est à égale distance des extrémités de ce segment.

Donc : OB = OA.

Le cercle de centre O qui passe par B, passe aussi par le point A.

Ainsi, le triangle OAD est inscrit dans un cercle dont le côté [OD] est un diamètre.

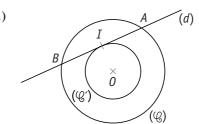
Or, si un triangle est inscrit dans un cercle dont un de ses côtés est un diamètre, alors ce triangle est rectangle.

Donc, le triangle *OAD* est rectangle en *A*.

La droite (AD) est perpendiculaire en A au rayon [OA] du cercle  $(\mathcal{C})$ .

Donc, la droite (AD) est la tangente au cercle ( $\mathscr{C}$ ) en A.

50



2) La droite (d) coupe le cercle ( $\mathscr{C}$ ) de centre O en deux points A et B.

Donc : OA = OB.

Or, si un point est à égale distance des extrémités d'un segment, alors il appartient à la médiatrice de ce segment.

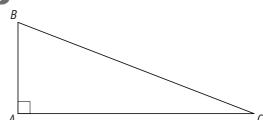
Donc le point O appartient à la médiatrice du segment [AB].

Le point I est le milieu du segment [AB], donc le point I appartient à la médiatrice du segment [AB].

La droite (OI) est la médiatrice de [AB].

Donc la droite (d) est perpendiculaire en I au rayon [OI]. Donc, la droite (d) est tangente en I au cercle ( $\mathscr{C}'$ ).

51



1) La distance du point B à la droite (AC) est égale à AB. Or, c'est la plus petite distance du point B à n'importe quel point de la droite (AC).

Donc, AB < BC.

2) La distance du point C à la droite (AB) est égale à AC

Or, c'est la plus petite distance du point C à n'importe quel point de la droite (AB).

Donc, AC < BC.

3) Dans un triangle rectangle, le côté le plus long est son hypoténuse.

**52** 1) a) *LOME* est un carré et *MOA* est un triangle équilatéral. On en déduit que le triangle *OAL* est isocèle en *Q*.

De plus :  $AOL = 90^{\circ} + 60^{\circ} = 150^{\circ}$ .

On a :  $\widehat{OLA} = \widehat{OAL} = (180^{\circ} - 150^{\circ}) : 2 = 15^{\circ}$ .

 $\widehat{OAL} = 15^{\circ}$ 

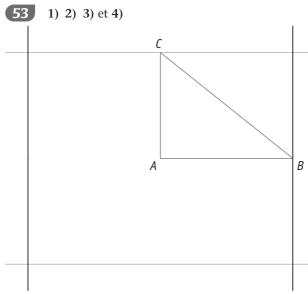
b) Le triangle *OAM* est isocèle en *A*. *K* est le milieu de [*OM*].
D'où : (*AK*) est un axe de symétrie pour le triangle *OAM*.
Par suite, la droite (*AL*) est la bissectrice de l'angle *OAK*.
2) a) Le triangle *KRM* est isocèle et rectangle en *M*, d'où : *KRM* = 45°.

Chap. 11 - Distance - Tangente - Bissectrices

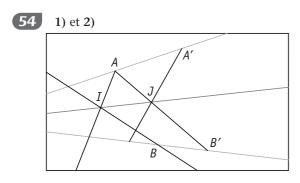
© Hachette Livre 2007, Mathématiques 4º, collection PHARE, livre du professeur. La photocopie non autorisée est un délit

 $O(\widehat{KA}) = 90^\circ$ . Par suite, la droite (KR) est la bissectrice de l'angle  $O(\widehat{KA})$ .

3) Dans le triangle *OKA*, les droites (*AJ*) et (*KJ*) sont les bissectrices de deux angles du triangle et se coupent en *J*. Or les trois bissectrices d'un triangle sont concourantes. Donc, (*OJ*) est la troisième bissectrice du triangle *OKA*.



4) Il y a 4 points situés à la fois à 3,5 cm de la droite (AC) et à 2,8 cm de la droite (AB)



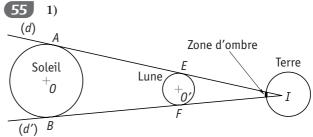
2) Dans le triangle OAB, je trace les bissectrices des angles  $\widehat{OAB}$  et  $\widehat{ABO}$ .

Elles sont sécantes en un point I qui appartient à la bissectrice de l'angle  $\widehat{AOB}$ .

Dans le triangle OA'B', je trace les bissectrices des angles  $\widehat{OA'B'}$  et  $\widehat{A'B'O}$ .

Elles sont sécantes en un point J qui appartient à la bissectrice de l'angle  $\widehat{AOB}$ '. C'est-à-dire la bissectrice de l'angle  $\widehat{AOB}$ .

Donc, la droite (*IJ*) est la portion de bissectrice tracée.



2) A et B sont deux points du cercle de centre O. D'où : OA = OB.

La droite (d) est tangente en A au Soleil et la droite (d') est tangente en B au Soleil.

Par suite, la droite (d) est perpendiculaire à la droite (OA).

Donc, OA est la distance du point O à la droite (d). De la même façon, la droite (d') est perpendiculaire à la droite (OB).

Donc, OB est la distance du point O à la droite (d'). Or, si un point est à égale distance des côtés d'un angle, alors ce point appartient à la bissectrice de cet angle.

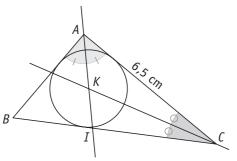
Donc, le point O appartient à la bissectrice de l'angle  $\widehat{AIB}$ . Par la même méthode, on montre que O' appartient à la bissectrice de l'angle  $\widehat{AIB}$ .

Donc, les points *I*, *O* et *O'* sont alignés.

## DEVOIR À LA MAISON

**56** 1)

La figure en vraie grandeur est disponible sur le site www.hachette-education.com



2) Dans le triangle ABC, la somme des mesures des angles est égale à  $180^{\circ}$ .

On a ainsi :  $\widehat{ABC} = 180^{\circ} - (2 \times 50^{\circ} + 2 \times 15^{\circ})$ =  $180^{\circ} - 130^{\circ} = 50^{\circ}$ .

Or, les droites (AK) et (CK) sont des bissectrices de deux angles du triangle.

Comme les bissectrices des angles d'un triangle sont concourantes, (BK) est la bissectrice issue de B.

 $\widehat{KBC} = 50^{\circ} : 2 = 25^{\circ}.$ 

4) a) Dans le triangle AIC, on a :

 $\widehat{AIC} + \widehat{ICA} + \widehat{ACI} = 180^{\circ}.$ 

 $\widehat{AIC} = 180^{\circ} - (50^{\circ} + 15^{\circ}) = 180^{\circ} - 65^{\circ} = 115^{\circ}.$ 

b) Dans le triangle *BKC*, on a :

 $\overrightarrow{BKC} + \overrightarrow{BCK} + \overrightarrow{KCB} = 180^{\circ}$ .

 $\widehat{BKC} = 180^{\circ} - (25^{\circ} + 15^{\circ}) = 180^{\circ} - 40^{\circ} = 140^{\circ}.$ 

Dans le triangle *IKC*, on a :

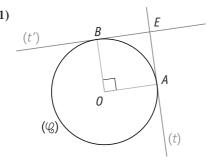
 $\widehat{IKC} = 180^{\circ} - (115^{\circ} + 15^{\circ}) = 180^{\circ} - 130^{\circ} = 50^{\circ}.$ 

 $2 \times 50^{\circ} = 100^{\circ} < 140^{\circ}$ .

La droite (AI) n'est pas la bissectrice de l'angle  $\widehat{BKC}$ .

🔘 Hachette Livre 2007, Mathématiques 4º, collection PHARE, livre du professeur. La photocopie non autorisée est un délit.





2) La droite (t) est la tangente au cercle ( $\mathfrak{C}$ ) en A.

D'où : (t) et (OA) sont perpendiculaires.

La droite (t') est la tangente au cercle ( $\mathscr{C}$ ) en B.

D'où : (t') et (OB) sont perpendiculaires.

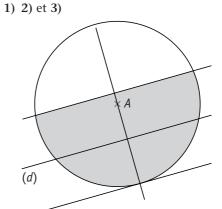
Les droites (*OA*) et (*OB*) sont perpendiculaires, par hypothèse. Donc, le quadrilatère *OAEB* possède trois angles droits. C'est donc un rectangle.

Les segments [OA] et [OB] sont deux rayons du cercle  $(\mathscr{C})$ . Donc : OA = OB.

Le rectangle *OAEB* possède deux côtés consécutifs de même longueur.

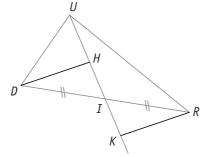
Donc, le quadrilatère OAEB est un carré.

58



## JE CHERCHE

(59)

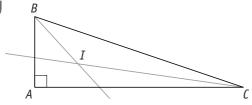


La droite (UI) est la médiane du triangle DUR, relative au côté [DR]. Cette médiane partage le triangle DUR en deux triangles de même aire. Donc, l'aire du triangle DUI est égale à l'aire du triangle UIR.

On a :  $UI \times DH = UI \times RK$ . Donc DH = RK.

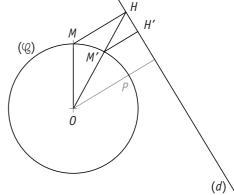
La distance du point D à la droite (UI) est égale à la distance du point R à la droite (UI).





Dans le triangle ABC, rectangle en A, on a :  $\widehat{ABC} + \widehat{ACB} = 90^{\circ}$ . D'où :  $\widehat{IBC} + \widehat{ICB} = 45^{\circ}$ . Ainsi, dans le triangle BIC,  $\widehat{BIC} = 180^{\circ} - 45^{\circ} = 135^{\circ}$ .

61



2) a) Dans le triangle *OMH*, d'après l'inégalité triangulaire, on a :

OM + MH > OH.

Or, OH = OM' + M'H.

OM + MH > OM' + M'H.

OM = OM'.

D'où : MH > M'H.

b) M'H' est la distance du point M' à la droite (d), donc, par définition, c'est la plus petite distance du point M' à n'importe quel point de la droite (d).

Ainsi : M'H > M'H'.

Donc: MH > M'H'.

3) Par conséquent, le point P du cercle ( $\mathscr{C}$ ) le plus proche de la droite (d) est le point d'intersection du cercle ( $\mathscr{C}$ ) et de la droite perpendiculaire à la droite (d) qui passe par le point O.

## > J'utilise un logiciel de géométrie



Pour les exercices 62 et 63, voir le corrigé dans le CD-Rom.

## > Je découvre le monde des mathématiques

Voir les corrigés détaillés dans le livre élève, page 301.

Chap. 11 - Distance — Tangente — Bissectrices

# Le théorème de Pythagore et sa réciproque

## > Programme

#### Programme de la classe de quatrième

#### **COMPÉTENCES**

- Caractériser le triangle rectangle par le théorème de Pythagore et sa réciproque.
- Calculer la longueur d'un côté d'un triangle rectangle à partir de celles des deux autres.

En donner, si besoin est, une valeur approchée, en faisant éventuellement usage de la touche d'une calculatrice.

### Programme de la classe de cinquième

#### **COMPÉTENCES**

- Connaître et utiliser, dans une situation donnée, le résultat sur la somme des angles d'un triangle.
- Savoir l'appliquer aux cas particuliers du triangle équilatéral, d'un triangle rectangle, d'un triangle isocèle.

#### Commentaires

La symétrie centrale ou la caractérisation angulaire du parallélisme qui en découle permettent de démontrer que la somme des angles d'un triangle est égale à 180 degrés. Exemples d'utilisation : trouver quels triangles isocèles ont un angle de 80 degrés.

#### **COMPÉTENCES**

- Construire un triangle connaissant :
- la longueur d'un côté et les deux angles qui lui sont adjacents.
- les longueurs de deux côtés et l'angle compris entre ces deux côtés,
- les longueurs des trois côtés.

#### Commentaires

Ces constructions permettent un premier contact (implicite) avec les trois cas d'isométrie des triangles (théorèmes rencontrés en classe de Seconde).

## Programme de la classe de troisième

#### COMPÉTENCES

- Savoir que, si a désigne un nombre positif,  $\sqrt{a}$  est le nombre positif dont le carré est a.
- Sur des exemples numériques où a est un nombre positif, utiliser les égalités :  $(\sqrt{a})^2 = a$ ;  $\sqrt{a^2} = a$ .
- Déterminer, sur des exemples numériques, les nombres x tels que  $x^2 = a$ , où a est un nombre positif.

#### Commentaires

L'objectif premier est de donner du sens à la notion de racine carrée, à partir de problèmes posés dans des situations géométriques ou dans le cadre algébrique. À partir de là, les élèves peuvent comprendre le rôle de la touche de la calculatrice, déjà utilisée en classe de quatrième, qui fournit une valeur exacte ou approchée de la racine carrée. Le travail sur les identités remarquables permet d'obtenir des égalités telles que :

#### $(\sqrt{2} - 1)(\sqrt{2} + 1) = 1$ et $(1 + \sqrt{2})^2 = 3 + 2\sqrt{2}$ .

## En résumé

- → Les élèves de 5<sup>e</sup> ont vu quelques théorèmes de géométrie: somme des angles d'un triangle, propriétés caractéristiques des parallélogrammes et des parallélogrammes particuliers...
- → Le théorème de Pythagore est au programme de la classe de 4<sup>e</sup>.

La définition de la racine carrée est seulement au programme de troisième, ainsi que la résolution d'équations du type :  $x^2 = a$ .

Dans le manuel, nous rédigeons ainsi :

 $AB^2 = 7$ ; la longueur AB étant positive, on a donc  $AB = \sqrt{7}$ .

Puis la calculatrice permet de donner une valeur approchée de AB.

- → Pour démontrer qu'un triangle n'est pas rectangle, on utilise le théorème de Pythagore, sous sa forme **contraposée**. La notion de contraposée n'apparaît pas dans les programmes du Collège. Nous avons choisi de l'étudier sur des exemples dans le chapitre d'introduction « Quelques outils mathématiques ».
- → Pour démontrer qu'un triangle est rectangle, on peut utiliser la **réciproque** du théorème de Pythagore. Cette réciproque est admise en classe de 4<sup>e</sup>.

#### ACTIVITÉ DE LA PAGE D'OUVERTURE

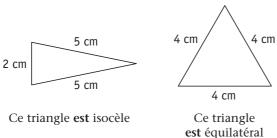
#### COMMENTAIRES

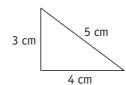
Cette activité permet de découvrir la corde à 13 nœuds, utilisée par les Égyptiens pour tracer des angles droits. Pour la question 2), on écrit 12 comme somme de trois nombres entiers et on vérifie l'inégalité triangulaire. Il n'est pas question de justifier que le triangle est rectangle (réciproque du théorème de Pythagore).

#### CORRIGÉ

1) Il y a 13 nœuds et donc 12 intervalles entre ces nœuds. La corde mesure 12 cm.

2)





Ce triangle semble rectangle

## 1 JE DÉCOUVRE

# Je découvre une propriété du triangle rectangle

Objectif	Conjecturer le théorème de Pythagore.
Paragraphe introduit	1) Théorème de Pythagore a) Énoncé

#### COMMENTAIRES

- Les captures d'écran du manuel correspondent au logiciel « Cabri », mais cette activité peut être réalisée avec d'autres logiciels de géométrie.
- Pour ces logiciels, la difficulté consiste à construire un carré de côté donné.

#### CORRIGÉ

A) B) C) D)



Voir figure corrigée complète sur le CD-Rom.

D) 3) Il semble que la somme des aires des carrés verts soit égale à l'aire du carré rouge.

## 2 JE DÉCOUVRE

#### Je définis la racine carrée d'un nombre

Objectifs	<ul> <li>Mettre en évidence que deux nombres opposés ont le même carré.</li> <li>Introduire la notion de racine carrée.</li> <li>Voir la notation √.</li> </ul>
Pré requis	Carré d'un nombre relatif.
Paragraphe introduit	1) Théorème de Pythagore b) Utilisation

#### COMMENTAIRES

La racine carrée d'un nombre n'est pas à définir dans le cours de  $4^e$ .

L'utilisation de la touche √ de la calculatrice est précisée page 217.

#### CORRIGÉ:

1)

а	2	-3	5	-10	-2	9	-9	1	0,3	-0,5
$a^2$	4	9	25	100	4	81	81	1	0,9	0,25

2) 
$$\sqrt{4} = 2 \text{ car } 2 > 0 \text{ et } 2^2 = 4$$
.  $\sqrt{36} = 6 \text{ car } 6 > 0 \text{ et } 6^2 = 36$ .  $\sqrt{49} = 7 \text{ car } 7 > 0 \text{ et } 7^2 = 49$ .

3) 
$$\sqrt{12,25} = 3,5$$

## (3) JE DÉCOUVRE

## Je fais une conjecture concernant le triangle rectangle

Objectif	Conjecturer le théorème de Pythagore.
Paragraphe introduit	<ul><li>1) Théorème de Pythagore</li><li>a) Énoncé</li></ul>

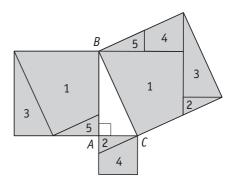
#### COMMENTAIRES

Il serait pratique de travailler sur des feuilles cartonnées. Une fois l'activité terminée, il est possible de faire coller les pièces du puzzle sur le carré violet.

Cette activité est une autre approche de l'activité 1.

#### CORRIGÉ

A) B) C)



#### La figure en taille réelle est disponible sur le site www.hachette-education.com

C) 3) « Dans un triangle rectangle, le carré de la longueur de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés. »

#### Chap. 12 - Le théorème de Pythagore et sa réciproque

© Hachette Livre 2007, Mathématiques 4º, collection PHARE, livre du professeur. La photocopie non autorisée est un déli

BAT-106a192.indd 133



#### 4) JE DÉCOUVRE

#### Je démontre le théorème de Pythagore

Objectif	Démontrer le théorème de Pythagore.			
Pré requis	<ul> <li>Angles complémentaires d'un triangle rectangle.</li> <li>Propriétés des parallélogrammes particuliers.</li> </ul>			
Paragraphe introduit	1) Théorème de Pythagore a) Énoncé			

#### COMMENTAIRES

Il est possible de faire faire la construction, le découpage et le collage des triangles, aux élèves.

#### A: On a construit un carré ABCD de côté de longueur a + b.

1) Chaque côté du triangle mesure a + b.

AM = BN = CO = DP = b et MB = NC = OD = PA = a. De plus les triangles PAM, MBN, NCO et ODP sont respectivement rectangles en A, B, C et D.

2) Les triangles collés étant superposables, PM = MN = NO = OP.

Donc, le quadrilatère MNOP est un losange.

3) a) Dans le triangle PAM rectangle en A, les angles  $\overrightarrow{APM}$  et  $\overrightarrow{PMA}$  sont complémentaires :  $\overrightarrow{APM} + \overrightarrow{PMA} = 90^{\circ}$ .

b) Les triangles collés étant superposables,  $\widehat{APM} = \widehat{BMN}$ . Ainsi  $\overrightarrow{APM} + \overrightarrow{PMA} = \overrightarrow{BMN} + \overrightarrow{PMA} = 90^{\circ}$ .

c) Or  $PMN = AMB - (BMN + PMA) = 180^{\circ} - 90^{\circ} = 90^{\circ}$ . Le losange MNOP possède un angle droit et est donc un

#### B: On a construit un carré EFGH de côté de longueur a + b.

1) Chaque côté du triangle mesure a + b.

HQ = TF = SE = ER = b et QG = GT = FS = RH = a.

De plus HQUR et UTFS sont des rectangles de longueur a et de largeur b.

2) On a RU = US = SE = ER = b, le quadrilatère RUSE est donc un losange.

De plus  $\widehat{RES} = 90^{\circ}$ . Ce losange est donc un carré. De même QGTU est un carré de longueur de côté a.

#### C: Conclusion

1) Les aires des carrés ABCD et EFGH sont égales et les aires des quatre triangles collés dans chacun de ces carrés sont égales. Donc les aires bleues sont égales. C'est-à-dire l'aire du carré MNOP est égale à la somme des aires des carrés RUSE et QGTU.

- 2) Cette égalité d'aires s'écrit :  $c^2 = a^2 + b^2$ .
- 3) « Dans un triangle rectangle, le carré de la longueur de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés.»



#### (5) JE DÉCOUVRE

#### Je reconnais qu'un triangle n'est pas rectangle

Objectif	Reconnaître un triangle non rectangle.				
Pré requis	Théorème de Pythagore.				
Paragraphe introduit	2) Conséquence du théorème de Pythagore				

#### COMMENTAIRES

Il s'agit de l'étude de la contraposée du théorème de Pythagore. Cette propriété est équivalente au théorème

#### CORRIGÉ

- 1) Le triangle *KFP* semble être rectangle.
- 2)  $KF^2 + KP^2 = 40,96 + 60,84 = 101,8 \text{ et } FP^2 = 102,01$ . Les résultats obtenus ne sont pas égaux.
- 3) « Si le triangle KFP était rectangle en K, on pourrait appliquer le théorème de Pythagore.

On aurait donc :  $KF^2 + KP^2 = FP^2$ 

Cette égalité n'étant pas vérifiée, le triangle KFP n'est pas rectangle. »



#### 6) JE DÉCOUVRE

#### J'étudie des triangles de dimensions données

Objectifs	<ul> <li>Reconnaître un triangle non rectangle.</li> <li>Conjecturer qu'un triangle est rectangle.</li> </ul>			
Pré requis	Théorème de Pythagore (direct et contraposée).			
Paragraphe introduit	3) Réciproque du théorème de Pythagore			

#### COMMENTAIRES

Il est facile de reconnaître les triangles non rectangles. Mais ceci ne prouve pas que les autres sont rectangles. La réciproque du théorème de Pythagore est admise. On ne peut pas tracer une longueur donnée avec le logiciel « Cabri Géomètre » ; il faut commencer par reporter une unité « au compas ».

#### CORRIGÉ

#### A: Construction

2) Chacun de ces triangles semble être rectangle.

#### B: Reconnaître un triangle non rectangle

Le tableau à compléter est disponible sur le site 1) www.hachette-education.com

	k	m	n	k <sup>2</sup>	$m^2 + n^2$
triangle ABC	7	6,5	2,6	49	49,01
triangle FGH	6,5	6	2,5	42,25	42,25
triangle RST	6	5,5	2,4	36	36,01

2) On constate que  $AB^2 \neq AC^2 + BC^2$ . D'après le théorème de Pythagore, le triangle ABC n'est pas rectangle. On constate que  $RS^2 \neq RT^2 + TS^2$ . D'après le théorème de Pythagore, le triangle RST n'est pas rectangle.

#### C: Utiliser un logiciel de géométrie

1)



- 2) Le logiciel mesure  $\widehat{FHG} \approx 90^{\circ}$ .
- 3) Le triangle *FGH* semble être rectangle en *H*.

## Savoir-faire

#### 1 Calculer la longueur du segment

- Le triangle *MNP* est rectangle en *M*. Or, d'après le théorème de Pythagore, on a :  $NP^2 = MN^2 + MP^2$  $NP^2 = 3.2^2 + 2.4^2$  $NP^2 = 10,24 + 5,76$  $NP^2 = 16$ . Or, NP > 0. Donc,  $NP = \sqrt{16}$ . Donc, NP = 4 cm.
- 2 Le triangle *RST* est rectangle en *R*. Or, d'après le théorème de Pythagore, on a :  $ST^2 = RS^2 + RT^2$  $13^2 = RS^2 + 12^2$  $169 = RS^2 + 144$  $RS^2 = 169 - 144$  $RS^2 = 25$ . Or, RS > 0. Donc,  $RS = \sqrt{25}$ . Donc, RS = 5 m.
- Le triangle *IJK* est rectangle en *J*. Or, d'après le théorème de Pythagore, on a :  $IK^2 = IJ^2 + JK^2$  $50^2 = 14^2 + JK^2$  $2500 = 196 + JK^2$  $JK^2 = 2500 - 196$  $JK^2 = 2304$ . Or, JK > 0. Donc,  $JK = \sqrt{2304}$ . Donc, JK = 48 mm.
- 4 Le triangle *PIF* est rectangle en *I*. Or, d'après le théorème de Pythagore, on a :  $PF^2 = PI^2 + IF^2$  $PF^2 = 4^2 + 5^2$  $PF^2 = 16 + 25$  $PF^2 = 41$ . Or, PF > 0. Donc,  $PF = \sqrt{41}$ . Donc, PF  $\approx$  6,4 m.
- **5** Le triangle *ZAG* est rectangle en *Z*. Or, d'après le théorème de Pythagore, on a :  $GA^2 = ZG^2 + ZA^2$  $6,3^2 = ZG^2 + 5,4^2$  $39,69 = ZG^2 + 29,16$  $ZG^2 = 39,69 - 29,16$  $ZG^2 = 10,53$ . Or, ZG > 0. Donc,  $ZG = \sqrt{10,53}$ . Donc,  $ZG \approx 3.2$  cm.
- 6 1) Le triangle *ABD* est rectangle en *D*. Or, d'après le théorème de Pythagore, on a :  $AB^2 = AD^2 + BD^2$  $2,5^2 = AD^2 + 1,5^2$  $6,25 = AD^2 + 2,25$  $AD^2 = 6,25 - 2,25$  $AD^2 = 4.$ Or, AD > 0. Donc,  $AD = \sqrt{4}$ . Donc, AD = 2 cm.

2) Le triangle *ACD* est rectangle en *D*. Or, d'après le théorème de Pythagore, on a :  $AC^2 = AD^2 + CD^2$  $AC^2 = 2^2 + 3^2$  $AC^2 = 4 + 9$  $AC^2 = 13$ . Or, AC > 0. Donc,  $AC = \sqrt{13}$ . Donc,  $AC \approx 3.6$  cm.

#### 2 Déterminer si un angle est rectangle ou pas

7 Dans le triangle MNP, le plus long côté est [MP]. On a:  $MP^2 = 13^2 = 169$  et  $MN^2 + NP^2 = 12^2 + 5^2$ = 144 + 25 = 169.

On constate que  $MP^2 = MN^2 + NP^2$ .

Donc, d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle *MNP* est rectangle en *N*.

8 Dans le triangle MNP, le plus long côté est [MN].

On a:  $MN^2 = 12,5^2 = 156,25$  et  $MP^2 + NP^2 = 10^2 + 7,5^2$ = 100 + 56,25 = 156,25.

On constate que  $MN^2 = MP^2 + NP^2$ .

Donc, d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle *MNP* est rectangle en *P*.

9 Dans le triangle *RST*, le plus long côté est [*ST*]. On a :  $ST^2 = 4.3^2 = 18.49$  et  $RS^2 + RT^2 = 3.5^2 + 2.5^2$ = 12,25 + 6,25 = 18,5.

On constate que  $ST^2 \neq RS^2 + RT^2$ .

Donc, d'après le théorème de Pythagore, le triangle RST n'est pas rectangle.

Dans le triangle RST, le plus long côté est [RS]. On a :  $RS^2 = 10^2 = 100$  et  $RT^2 + ST^2 = 6,6^2 + 7,5^2 = 43,56$ +56,25 = 99,81.

On constate que  $RS^2 \neq RT^2 + ST^2$ .

Donc, d'après le théorème de Pythagore, le triangle RST n'est pas rectangle.

Dans le triangle *IJK*, le plus long côté est [*IK*]. On a:  $IK^2 = 3.9^2 = 15.21$  et  $IJ^2 + JK^2 = 3.6^2 + 1.5^2$ = 12,96 + 2,25 = 15,21.

Donc, d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle *IJK* est rectangle en *J*.

Dans le triangle *IJK*, le plus long côté est [*IJ*]. On a:  $IJ^2 = 8,6^2 = 73,96$  et  $IK^2 + KJ^2 = 5^2 + 7^2 = 25 + 49$ = 74.

On constate que  $IJ^2 \neq IK^2 + KJ^2$ .

On constate que  $IK^2 = IJ^2 + JK^2$ .

Donc, d'après le théorème de Pythagore, le triangle IJK n'est pas rectangle.

Dans le triangle *IJK*, le plus long côté est [*IJ*]. On a :  $IJ^2 = 5$ ,  $2^2 = 27$ , 04 et  $IK^2 + KJ^2 = 2$ ,  $1^2 + 4$ ,  $8^2$ =4,41+23,04=27,45.

On constate que  $IJ^2 \neq IK^2 + KJ^2$ . Donc, d'après le théorème de Pythagore, le triangle IJK n'est pas rectangle.

Chap. 12 - Le théorème de Pythagore et sa réciproque

© Hachette Livre 2007, Mathématiques 4º, collection PHARE, livre du professeur. La photocopie non autorisée est un délit

Dans le triangle *IJK*, le plus long côté est [*IK*]. On a:  $IK^2 = 41^2 = 1681$  et  $IJ^2 + JK^2 = 9^2 + 40^2 = 81 + 1600$ = 1681.

On constate que  $IK^2 = IJ^2 + JK^2$ .

Donc, d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle *IJK* est rectangle en *J*.

## Je m'entraine

#### À l'oral

15 Le triangle *AGF* est rectangle en *G*. Son hypoténuse est [AF].

Le triangle *ABF* est rectangle en *B*. Son hypoténuse est [*AF*]. Le triangle BEF est rectangle en F. Son hypoténuse est [BE]. Le triangle *BDE* est rectangle en *E*. Son hypoténuse est [*BD*]. Le triangle BCD est rectangle en C. Son hypoténuse est [BD].

16 Le triangle *EOR* est rectangle en *R*. Donc,  $OE^2 = OR^2 + ER^2$ .

Le triangle *RES* est rectangle en *S*. Donc,  $RE^2 = RS^2 + ES^2$ .

17 Le triangle est rectangle. Or, d'après le théorème de Pythagore, si un triangle est rectangle, alors le carré de la longueur de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés.

La somme des carrés des longueurs des deux autres côtés est:  $8^2 + 6^2 = 64 + 36 = 100$ .

On en déduit que le carré de la longueur de l'hypoténuse est 100.

Or, la longueur de l'hypoténuse est un nombre positif. Donc, la longueur de l'hypoténuse est égale à la racine carrée de 100, soit 10.

18 ABCD est un rectangle. Or, les diagonales d'un rectangle se coupent en leur milieu.

Donc,  $BD = 2.5 \times 2 = 5$ .

On en déduit aussi que le triangle BCD est rectangle en C. Or, d'après le théorème de Pythagore, on a :

 $BD^2 = BC^2 + CD^2$ 

 $5^2 = 3^2 + CD^2$ 

 $25 = 9 + CD^2$ 

 $CD^2 = 25 - 9$ 

 $CD^2 = 16$ .

Or, CD > 0. Donc,  $CD = \sqrt{16}$ .

Donc, CD = 4 m.

19 Le triangle *MNP* est rectangle en *N*.

De plus, le point O est le milieu du côté [MP]. Donc, le segment [ON] est la médiane relative au côté [MP].

Or, si un triangle est rectangle, alors la longueur de la médiane relative à l'hypoténuse est égale à la moitié de la longueur de l'hypoténuse.

Donc :  $MP = ON \times 2 = 6,5 \times 2 = 13$ .

Or, d'après le théorème de Pythagore, on a :

 $MP^2 = MN^2 + NP^2$ 

 $13^2 = 12^2 + NP^2$ 

 $169 = 144 + NP^2$ 

 $NP^2 = 169 - 144$ 

 $NP^2 = 25$ .

Or, NP > 0. Donc,  $NP = \sqrt{25}$ .

Donc, NP = 5 cm.

On utilise la réciproque du théorème de Pythagore.

21 On utilise le théorème de Pythagore.

On utilisera la réciproque du théorème de Pythagore ou le théorème de Pythagore, mais on ne peut pas dire lequel sans avoir fait de calculs.

23 Dans le triangle *GUS*, le plus long côté est [*GU*]. On a :  $GU^2 = 7^2 = 49$  et  $GS^2 + SU^2 = 4^2 + 5^2 = 16 + 25 = 41$ . On constate que  $GU^2 \neq GS^2 + SU^2$ .

Donc, d'après le théorème de Pythagore, le triangle GUS n'est pas rectangle.

Dans le triangle *LOT*, le plus long côté est [*LT*].

On a:  $LT^2 = 1,3^2 = 1,69$  et  $TO^2 + OL^2 = 1,2^2 + 0,5^2$ = 1,44 + 0,25 = 1,69.

On constate que  $LT^2 = TO^2 + OL^2$ .

Donc, d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle LOT est rectangle en O.

25 Dans le triangle *ABO*, le plus long côté est [*BO*]. On a:  $BO^2 = 10^2 = 100$  et  $AB^2 + AO^2 = 8^2 + 6^2 = 64 + 36 = 100$ . On constate que  $BO^2 = AB^2 + AO^2$ .

Donc, d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle ABO est rectangle en A.

Ainsi, la droite (AB) passe par le point A et est perpendiculaire à la droite (OA).

Donc, la droite (AB) est tangente en A au cercle ( $\mathscr{C}$ ).

#### Théorème de pythagore

**26** a) 
$$4 < \sqrt{20} < 5$$
;

b)  $7 < \sqrt{52} < 8$ ;

c) 
$$11 < \sqrt{125} < 12$$
;

d)  $0 < \sqrt{0.7} < 1$ .

$$\sqrt{361} = 19;$$

 $\sqrt{569} \approx 23,85.$ 

28 Le triangle *MUR* est rectangle en *U*.

Or, d'après le théorème de Pythagore, on a :  $MR^2 = MU^2 + UR^2.$ 

①  $MR^2 = 24^2 + 18^2$ 

 $MR^2 = 576 + 324$ 

 $MR^2 = 900.$ 

Or, MR > 0. Donc,  $MR = \sqrt{900}$ .

Donc, MR = 30.

 $2 10,25^2 = MU^2 + 2,25^2$ 

 $105,062\ 5 = MU^2 + 5,062\ 5$ 

 $MU^2 = 105,0625 - 5,0625$ 

 $MU^2 = 100.$ 

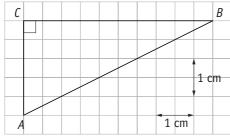
Or, MU > 0. Donc,  $MU = \sqrt{100}$ .

$$\frac{25}{144} = \frac{1}{16} + UR^2$$

Or, UR > 0. Donc,  $UR = \sqrt{\frac{1}{9}}$ .

Donc,  $UR = \frac{1}{3}$ .

**29** 1)



**2)** On place un point *C* pour obtenir un triangle *ABC* rectangle en *C*.

En utilisant le quadrillage, on obtient : AC = 2.5 cm et BC = 5 cm.

Le triangle *ABC* est rectangle en *C*.

Or, d'après le théorème de Pythagore, on a :

 $AB^2 = AC^2 + BC^2$ 

 $AB^2 = 2.5^2 + 5^2$ 

 $AB^2 = 6,25 + 25$ 

 $AB^2 = 31,25.$ 

Or, AB > 0. Donc,  $AB = \sqrt{31,25}$ .

Donc,  $AB \approx 5.6$  cm.

ABCD est un rectangle. Donc, le triangle ABC est rectangle en B

Or, d'après le théorème de Pythagore, on a :

 $AC^2 = AB^2 + BC^2$ 

 $AC^2 = 60^2 + 25^2$ 

 $AC^2 = 3600 + 625$ 

 $AC^2 = 4225$ .

Or, AC > 0. Donc,  $AC = \sqrt{4225}$ .

Donc, AC = 65 mm.

**31** *EFGH* est un rectangle. Donc, le triangle *EFH* est rectangle en *E*.

Or, d'après le théorème de Pythagore, on a :

 $FH^2 = EF^2 + EH^2$ 

 $6,5^2 = 6^2 + EH^2$ 

 $42,25 = 36 + EH^2$ 

 $EH^2 = 42,25 - 36$ 

 $EH^2 = 6.25$ .

Or, EH > 0. Donc,  $EH = \sqrt{625}$ .

Donc, EH = 2.5 cm.

De plus, les côtés opposés d'un rectangle ont même longueur.

Donc, FG = EH = 2.5 cm.

32 1) Le triangle *AEF* est rectangle en *A*.

Or, d'après le théorème de Pythagore, on a :

 $EF^2 = AE^2 + AF^2$ 

 $EF^2 = 2^2 + 5^2$ 

 $EF^2 = 4 + 25$ 

 $EF^2 = 4 + EF^2 = 29$ .

Or, EF > 0. Donc,  $EF = \sqrt{29}$ .

Donc,  $EF \approx 5.4$  cm.

2) Le triangle *FBC* est rectangle en *B*.

Or, d'après le théorème de Pythagore, on a :

 $FC^2 = FB^2 + BC^2$ 

 $6^2 = FB^2 + 5^2$ 

 $36 = FB^2 + 25$ 

 $FB^2 = 36 - 25$ 

 $FB^2 = 11$ .

Or, FB > 0. Donc,  $FB = \sqrt{11}$ .

Donc,  $FB \approx 3.3$  cm.

 $F \in [AB]$ . Donc :  $AB = AF + FB \approx 5 + 3.3$ .

Donc,  $\overrightarrow{AB} \approx 8.3$  cm.

1) a) *ABCDEFGH* est un parallélépipède rectangle. Donc, *AEFB* est un rectangle. On en déduit que les droites (*AE*) et (*AB*) sont perpendiculaires.

b) Les droites (EH) et (AB) ne sont pas sécantes.

2) a) *ABCDEFGH* est un parallélépipède rectangle. Donc, *EFGH* est un rectangle. On en déduit que le triangle *EFG* est rectangle en *F*.

Or, d'après le théorème de Pythagore, on a :

 $EG^2 = EF^2 + FG^2$ 

 $EG^2 = 6^2 + 4^2$ 

 $EG^2 = 36 + 16$ 

 $EG^2 = 52$ .

Or, EG > 0. Donc,  $EG = \sqrt{52}$ .

Donc, EG  $\approx$  7,2 cm.

b) *EGC* est un triangle rectangle en *G*.

Or, d'après le théorème de Pythagore, on a :

 $EC^2 = EG^2 + GC^2$ 

 $EC^2 = 52 + 3^2$ 

 $EC^2 = 52 + 9$ 

 $EC^2 = 61$ .

Or, EC > 0. Donc,  $EC = \sqrt{61}$ .

Donc,  $EC \approx 7.8$  cm.

34 1) et 4)

La figure en vraie grandeur est disponible sur le site www.hachette-education.com

2) Le triangle *ABC* est inscrit dans un cercle dont un diamètre est le segment [*AB*].

Or, si un triangle est inscrit dans un cercle qui a pour diamètre un de ses côtés, alors ce triangle est rectangle. Donc, le triangle ABC est rectangle en C.

3) Le triangle *ABC* est rectangle en *C*.

Or, d'après le théorème de Pythagore, on a :

 $AB^2 = \bar{A}C^2 + BC^2$ 

 $10^2 = 8^2 + BC^2$ 

 $100 = 64 + BC^2$ 

 $BC^2 = 100 - 64$ 

 $BC^2 = 36$ .

Or, BC > 0. Donc,  $BC = \sqrt{36}$ .

Donc, BC = 6 cm.

## Conséquence du théorème de Pythagore

35 Dans le triangle MNO, le plus long côté est [ON].

On a :  $ON^2 = 7^2 = 49$  et  $MN^2 + MO^2 = 6^2 + 5^2 = 36 + 25 = 61$ .

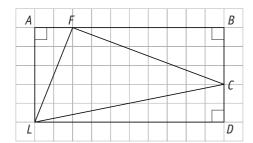
On constate que  $ON^2 \neq MN^2 + MO^2$ .

Donc, d'après le théorème de Pythagore, le triangle *MNO* n'est pas rectangle.

On en déduit que l'angle  $\widehat{OMN}$  n'est pas un angle droit.

Donc, le parallélogramme *MNPO* ne peut pas être un rectangle.

Chap. 12 - Le théorème de Pythagore et sa réciproque



#### 2) Calcul de $FL^2$ :

On place un point A afin d'obtenir un triangle FAL rectangle en A tel que FA = 1 et AL = 2,5.

Or, d'après le théorème de Pythagore, on a :

 $FL^2 = FA^2 + AL^2$ 

 $FL^2 = 1^2 + 2,5^2$ 

 $FL^2 = 1 + 6,25$ 

 $FL^2 = 7,25$ .

#### Calcul de $FC^2$ :

On place un point B afin d'obtenir un triangle FBC rectangle en B tel que FB = 4 et BC = 1,5.

Or, d'après le théorème de Pythagore, on a :

 $FC^2 = FB^2 + BC^2$ 

 $FC^2 = 4^2 + 1,5^2$ 

 $FC^2 = 16 + 2,25$ 

 $FC^2 = 18.25$ .

#### Calcul de $CL^2$ :

On place un point D afin d'obtenir un triangle LDC rectangle en D tel que LD = 5 et DC = 1.

Or, d'après le théorème de Pythagore, on a :

 $CL^2 = LD^2 + DC^2$ 

 $CL^2 = 5^2 + 1^2$ 

 $CL^2 = 25 + 1$ 

 $CL^2 = 26$ .

3) Dans le triangle FCL, le plus long côté est [CL].

On a :  $CL^2 = 26$  et  $FL^2 + FC^2 = 7,25 + 18,25 = 25,5$ .

On constate que  $CL^2 \neq FL^2 + FC^2$ .

Donc, d'après le théorème de Pythagore, le triangle *FCL* n'est pas rectangle.

## Réciproque du théorème de Pythagore

37 1) Dans le triangle *RAP*, le plus long côté est [*RP*]. On a :  $RP^2 = 34^2 = 1156$  et  $RA^2 + AP^2 = 30^2 + 16^2 = 900 + 256 = 1156$ .

On constate que  $RP^2 = RA^2 + AP^2$ .

Donc, d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle RAP est rectangle en A.

2) Le triangle *RAP* est rectangle en *A*.

Or, si un triangle est rectangle, alors il est inscrit dans un cercle qui a pour diamètre la longueur de l'hypoténuse. Donc, le diamètre du cercle circonscrit au triangle *RAP* est 34 mm.

Par suite, le rayon du cercle circonscrit au triangle *RAP* est 17 mm.

38 ABCD est un parallélogramme de centre O. Or, les diagonales d'un parallélogramme se coupent en leur milieu. On en déduit que le point O est le milieu des segments [AC] et [BD].

D'où : 
$$AO = \frac{AC}{2} = \frac{9}{2} = 4,5$$
 et  $BO = \frac{BD}{2} = \frac{12}{2} = 6$ .

Dans le triangle ABO, le plus long côté est [AB].

On a :  $AB^2 = 7.5^2 = 56.25$  et  $AO^2 + BO^2 = 4.5^2 + 6^2 = 20.25 + 36 = 56.25$ .

On constate que  $AB^2 = AO^2 + BO^2$ .

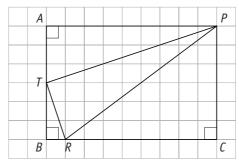
Donc, d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle *ABO* est rectangle en *O*.

On en déduit que les droites (AC) et (BD) sont perpendiculaires.

Or, si les diagonales d'un parallélogramme sont perpendiculaires, alors ce parallélogramme est un losange.

Donc, ABCD est un losange.





#### Calcul de $TP^2$ :

On place un point A afin d'obtenir un triangle TAP rectangle en A tel que TA = 1,5 et AP = 4,5.

Or, d'après le théorème de Pythagore, on a :

 $TP^2 = TA^2 + AP^2$ 

 $TP^2 = 1,5^2 + 4,5^2$ 

 $TP^2 = 2,25 + 20,25$ 

 $TP^2 = 22,5$ .

#### Calcul de TR<sup>2</sup>:

On place un point B afin d'obtenir un triangle TBR rectangle en B tel que TB = 1.5 et BR = 0.5.

Or, d'après le théorème de Pythagore, on a :

 $TR^2 = TB^2 + BR^2$ 

 $TR^2 = 1,5^2 + 0,5^2$ 

 $TR^2 = 2,25 + 0,25$ 

 $TR^2 = 2,5.$ 

#### Calcul de PR<sup>2</sup>:

On place un point C afin d'obtenir un triangle PCR rectangle en R tel que PC = 3 et CR = 4.

Or, d'après le théorème de Pythagore, on a :

 $PR^2 = PC^2 + CR^2$ 

 $PR^2 = 3^2 + 4^2$ 

 $PR^2 = 9 + 16$ 

 $PR^2 = 25.$ 

Dans le triangle TPR, le plus long côté est [PR].

On a :  $PR^2 = 25$  et  $TP^2 + TR^2 = 22,5 + 2,5 = 25$ .

On constate que  $PR^2 = TP^2 + TR^2$ .

Donc, d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle *TPR* est rectangle en *T*.

### Théorème ou réciproque

**40** ① Dans le triangle *MNP*, le plus long côté est [*MP*].

On a :  $MP^2 = 17^2 = 289$  et  $MN^2 + NP^2 = 15^2 + 8^2 = 225 + 64 = 289$ .

On constate que  $MP^2 = MN^2 + NP^2$ .

Donc, d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle *MNP* est rectangle en *N*.

② Dans le triangle MNP, le plus long côté est [MP]. On a :  $MP^2 = 5,2^2 = 27,049$  et  $MN^2 + NP^2 = 4,1^2 + 3,2^2 = 16,81 + 10,24 = 27,05$ .

On constate que  $MP^2 \neq MN^2 + NP^2$ .

3 Dans le triangle MNP, le plus long côté est [MN].

On a: 
$$MN^2 = \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{1}{9}$$
 et  $MP^2 + NP^2 = \left(\frac{1}{4}\right)^2 + \left(\frac{1}{5}\right)^2 = \frac{1}{16} + \frac{1}{25}$   
=  $\frac{25}{400} + \frac{16}{400} = \frac{41}{400}$ .

On constate que  $MN^2 \neq MP^2 + NP^2$ .

Donc, d'après le théorème de Pythagore, le triangle MNP n'est pas rectangle.

4 Dans le triangle *MNP*, le plus long côté est [*MN*].

On a: 
$$MN^2 = \left(\frac{13}{20}\right)^2 = \frac{169}{400}$$
 et  $MP^2 + NP^2 = \left(\frac{3}{5}\right)^2 + \left(\frac{1}{4}\right)^2 = \frac{9}{25}$   
+  $\frac{1}{16} = \frac{144}{400} + \frac{25}{400} = \frac{169}{400}$ .

On constate que  $MN^2 = MP^2 + NP^2$ .

Donc, d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle *MNP* est rectangle en *P*.

41 1) On considère un triangle ABC tel que AB = 60 cm = 0,6 m, AC = 1,2 m et BC = 1,34 m.

Le plus long côté est [BC].

$$BC^2 = 1,34^2 = 1,7956$$
 et  $AB^2 + AC^2 = 0,6^2 + 1,2^2 = 0,36 + 1,44 = 1,8$ .

On constate que  $BC^2 \neq AB^2 + AC^2$ .

Donc, d'après le théorème de Pythagore, le triangle *ABC* n'est pas rectangle.

On en déduit que la droite (AB) n'est pas perpendiculaire à la droite (AC) et donc que l'étagère n'est pas perpendiculaire au mur.

2) L'écart entre 1,7956 et 1,8 laisse à penser que l'étagère est « presque » perpendiculaire au mur. Paul n'aura pas à recommencer son travail.

42 Dans le triangle *AHC*, le plus long coté est [*AC*]. On a :  $AC^2 = 6^2 = 36$  et  $AH^2 + HC^2 = 5^2 + 3^2 = 25 + 9 = 34$ .

On constate que  $AC^2 \neq AH^2 + HC^2$ .

Donc, d'après le théorème de Pythagore, le triangle *AHC* n'est pas rectangle.

On en déduit que la droite (AH) n'est pas perpendiculaire à la droite (HC), c'est-à-dire à la droite (BC).

La droite (*AH*) ne peut donc pas être une hauteur du triangle *ABC*.

On considère un triangle ABC tel que AB = 3 m, AC = 1,7 m et BC = 3,5m.

Le plus long côté est [BC].

$$BC^2 = 3.5^2 = 12.25$$
 et  $AB^2 + AC^2 = 3^2 + 1.7^2 = 9 + 2.89 = 11.89$ .

On constate que  $BC^2 \neq AB^2 + AC^2$ .

Donc, d'après le théorème de Pythagore, le triangle *ABC* n'est pas rectangle.

On en déduit que la droite (AB) n'est pas perpendiculaire à la droite (AC) et donc que le mur n'est pas perpendiculaire au sol.

*OGFA* est un rectangle. Donc, le triangle *AFG* est rectangle en *F*.

Or, d'après le théorème de Pythagore, on a :

 $AG^2 = GF^2 + FA^2$ 

 $5^2 = 3,5^2 + FA^2$ 

 $25 = 12,25 + FA^2$ 

 $FA^2 = 25 - 12,25$ 

 $FA^2 = 12,75.$ 

Or, FA > 0. Donc,  $FA = \sqrt{12,75}$ .

Donc,  $FA \approx 3,57$  cm. On constate que  $FA \neq GF$ .

Le rectangle *OGFA* possède donc deux côtés de longueurs différentes.

On en déduit que le rectangle *OGFA* n'est pas un carré.

## > Mon bilan

Voir les corrigés détaillés dans le livre élève, page 296.

## > J'approfondis

On trace la perpendiculaire à la droite (*NO*) passant par le point *O*.

Elle coupe le segment [RD] en un point A.

Le quadrilatère *DNOA* possède ainsi trois angles droits. On en déduit que *DNOA* est un rectangle.

D'où : DA = NO = 107 et OA = ND = 112.

De plus, A appartient au segment [RD].

Donc: AR = DR - DA = DR - NO = 122 - 107 = 15.

D'autre part, la droite (OA) est perpendiculaire à la droite

(*DA*) et donc à la droite (AR). Donc, le triangle *OAR* est rectangle en *A*.

Or, d'après le théorème de Pythagore, on a :

 $OR^2 = OA^2 + AR^2$ 

 $OR^2 = 112^2 + 15^2$ 

 $OR^2 = 12544 + 225$ 

 $OR^2 = 12769$ .

Or, OR > 0. Donc,  $OR = \sqrt{12769}$ .

Donc, OR = 113 m.

**56** *RST* est un triangle rectangle en *R*.

Or, d'après le théorème de Pythagore, on a :

 $ST^2 = RS^2 + RT^2$ 

 $ST^2 = 2,1^2 + 7,2^2$ 

 $ST^2 = 4,41 + 51,84$ 

 $ST^2 = 56,25$ .

Or, ST > 0. Donc,  $ST = \sqrt{56,25}$ .

Donc, ST = 7.5 cm.

De plus, le point I est le milieu de l'hypoténuse [ST]. On en déduit que le segment [RI] est la médiane relative à l'hypoténuse. Or, si un triangle est rectangle, alors la longueur de la médiane relative à l'hypoténuse est égale à la moitié de la longueur de l'hypoténuse.

à la moitié de la longueur de l'hypoténuse.  
Donc, 
$$RI = \frac{ST}{2} = \frac{75}{2} = 3,75$$
 cm.

On appelle *I* le centre du losange *MNPO*. Or, les diagonales d'un losange sont perpendiculaires et se coupent en leur milieu.

Chap. 12 - Le théorème de Pythagore et sa réciproque

🔘 Hachette Livre 2007, Mathématiques 4º, collection PHARE, livre du professeur. La photocopie non autorisée est un délit.

D'où : 
$$MI = \frac{MP}{2} = \frac{22}{2} = 1,1$$
 et  $NI = \frac{NO}{2} = \frac{12}{2} = 6$ .

• le triangle *MIN* est rectangle en *I*.

Or, d'après le théorème de Pythagore, on a :

 $MN^2 = MI^2 + NI^2$ 

 $MN^2 = 1,1^2 + 6^2$ 

 $MN^2 = 1,21 + 36$ 

 $MN^2 = 37,21.$ 

Or, MN > 0. Donc,  $MN = \sqrt{37,21}$ .

Donc, MN = 6.1 cm.

De plus, les quatre côtés d'un losange ont la même longueur.

 $6,1 \times 4 = 24,4$ 

Le périmètre du losange MNPO est donc 24,4 cm.

On appelle *I* le centre du losange *RSTU*. Or, les diagonales d'un losange sont perpendiculaires et se coupent en leur milieu.

On en déduit que :

• le point I est le milieu des segments [RT] et [SU]. D'où :  $RI = \frac{RT}{2} = \frac{48}{2} = 24$ .

• le triangle *RIS* est rectangle en *I*.

Or, d'après le théorème de Pythagore, on a :

 $RS^2 = RI^2 + SI^2$ 

 $25^2 = 24^2 + SI^2$ 

 $625 = 576 + SI^2$ 

 $SI^2 = 625 - 576$ 

 $SI^2 = 49$ .

Or, SI > 0. Donc,  $SI = \sqrt{49}$ .

Donc, SI = 7 mm.

Le point *I* est le milieu du segment [SU].

Donc :  $SU = SI \times 2 = 7 \times 2 = 14$  mm.

On considère que l'écran est un rectangle

Le triangle *ABC* est rectangle en *B* avec *AC* = 17 et  $BC = \frac{17}{2} = 8,5$ .

Or, d'après le théorème de Pythagore, on a :

 $AC^2 = \bar{A}B^2 + BC^2$ 

 $17^2 = AB^2 + 8,5^2$ 

 $289 = AB^2 + 72,25$ 

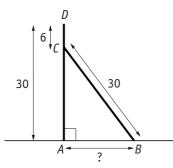
 $AB^2 = 289 - 72,25$ 

 $AB^2 = 216,75.$ 

Or, AB > 0. Donc,  $AB = \sqrt{216,75}$ 

Donc,  $AB \approx 14.7$ ".

60



1) Il faut supposer que le mur est perpendiculaire au sol

2) Le long du mur, le bâton a glissé de *D* vers *C*.

On a donc : AC = AD - CD = 30 - 6 = 24.

Le triangle *ABC* est rectangle en *A*.

Or, d'après le théorème de Pythagore, on a :

 $BC^2 = AB^2 + AC^2$ 

 $30^2 = AB^2 + 24^2$ 

 $900 = AB^2 + 576$ 

 $AB^2 = 900 - 576$ 

 $AB^2 = 324$ .

Or, AB > 0. Donc,  $AB = \sqrt{324}$ .

Donc, AB = 18.

Le pied du bâton s'est éloigné de 18 unités.

61 1) *KARE* est un carré. Donc, le triangle *KAR* est rectangle en *A*.

Or, d'après le théorème de Pythagore, on a :

 $KR^2 = \overline{K}A^2 + AR^2$ 

 $KR^2 = 4^2 + 4^2$ 

 $KR^2 = 16 + 16$ 

 $KR^2 = 32$ .

Or, KR > 0. Donc,  $KR = \sqrt{32}$ .

Donc,  $KR \approx 5.7$  cm.

La longueur des diagonales du carré *KARE* est environ 5,7 cm.

2) *ROND* est un carré. Donc, le triangle *RON* est rectangle en O.

Or, d'après le théorème de Pythagore, on a :

 $RN^2 = RO^2 + ON^2$ 

 $6^2 = RO^2 + ON^2$ 

 $36 = RO^2 + ON^2$ 

Or, les côtés d'un carré ont la même longueur.

D'où : ON = RO.

On obtient :  $36 = RO^2 + RO^2$ 

 $36 = 2 \times RO^2$ 

 $RO^2 = \frac{36}{2} = 18.$ 

Or, RO > 0. Donc,  $RO = \sqrt{18}$ .

Donc,  $RO \approx 4.24$  cm.

**62** 1) Le triangle ABC est isocèle en A. Donc, AB = AC. Or, si un point est situé à la même distance des extrémités d'un segment, alors il appartient à la médiatrice de ce segment. Donc, le point A appartient à la médiatrice du segment [BC]. De plus, le point B est le milieu du segment BC. Donc, le point B appartient aussi à la médiatrice du segment BC. On en déduit que la médiatrice du segment BC est la droite BC et donc que la droite BC est la droite BC. Par suite, le triangle BC est rectangle en BC.

2) Le point H est le milieu du segment [BC].

Donc: 
$$BH = \frac{BC}{2} = \frac{42}{2} = 21$$
.

Le triangle  $\overrightarrow{ABH}$  est rectangle en H.

Or, d'après le théorème de Pythagore, on a :

 $AB^2 = AH^2 + BH^2$ 

 $35^2 = AH^2 + 21^2$ 

 $1225 = AH^2 + 441$ 

 $AH^2 = 1225 - 441$ 

 $AH^2 = 784.$ 

Or, AH > 0. Donc,  $AH = \sqrt{784}$ .

Donc, AH = 28 mm.

Or, si un point est situé à la même distance des extrémités d'un segment, alors il appartient à la médiatrice de ce segment. Donc, le point M appartient à la médiatrice du segment [NP]. De plus, le point I est le milieu du segment [NP]. Donc, le point I appartient aussi à la médiatrice du segment [NP]. On en déduit que la médiatrice du segment [NP] est la droite (MI) et donc que la droite (MI) est perpendiculaire à la droite (NP). Par suite, le triangle MNI est rectangle en I.

 $MN^2 = MI^2 + IN^2$ 

Le point *I* est le milieu du segment [NP].

Donc :  $NI = \frac{NP}{2} = \frac{6}{2} = 3$ .

On obtient :  $6^2 = MI^2 + 3^2$ 

 $36 = MI^2 + 9$ 

 $MI^2 = 36 - 9$ 

 $MI^2 = 27$ .

Or, MI > 0. Donc,  $MI = \sqrt{27}$ .

Donc,  $MI \approx 5.2$  cm.

On appelle ABCD ce rectangle. On a : AB = 28 cm et AC = 28,7 cm.

Le triangle *ABC* est rectangle en *B*.

Or, d'après le théorème de Pythagore, on a :

 $AC^2 = AB^2 + BC^2$ 

 $28,7^2 = 28^2 + BC^2$ 

 $823.69 = 784 + BC^2$ 

 $BC^2 = 823,69 - 784$ 

 $BC^2 = 39,69$ .

Or, BC > 0. Donc,  $BC = \sqrt{39,69}$ .

Donc, BC = 6.3 cm.

L'aire d'un rectangle est le produit de sa longueur par sa largeur.

 $AB \times BC = 28 \times 6,3 = 176,4$ 

L'aire du rectangle est 176,4 cm<sup>2</sup>.

65 On appelle *ABCD* ce losange et *I* son centre. On suppose que AC = 10 cm.

Or, les diagonales d'un losange sont perpendiculaires et se coupent en leur milieu.

On en déduit que :

− le point I est le milieu des segments [AC] et [BD].

D'où :  $AI = \frac{AC}{2} = \frac{10}{2} = 5$ .

– le triangle AIB est rectangle en I.

Or, d'après le théorème de Pythagore, on a :

 $AB^2 = AI^2 + BI^2$ 

 $7^2 = 5^2 + BI^2$ 

 $49 = 25 + BI^2$ 

 $BI^2 = 49 - 25$ 

 $BI^2 = 24$ .

Or, BI > 0. Donc,  $BI = \sqrt{24}$ .

L'aire du triangle rectangle AIB est :  $\frac{AI \times BI}{2} = \frac{5 \times \sqrt{24}}{2}$ 

Le losange ABCD se compose de quatre triangles rectangles de même aire que le triangle AIB.

L'aire du losange *ABCD* est :  $\frac{5 \times \sqrt{24}}{2} \times 4 \approx 49$ .

L'aire du losange est environ 49 cm<sup>2</sup>.

#### **66** Calcul de *AH* :

Le triangle *AHC* est rectangle en *H*.

Or, d'après le théorème de Pythagore, on a :

 $AC^2 = AH^2 + HC^2$ 

 $17^2 = AH^2 + 8^2$ 

 $289 = AH^2 + 64$ 

 $AH^2 = 289 - 64$ 

 $AH^2 = 225$ .

Or, AH > 0. Donc,  $AH = \sqrt{225}$ 

Donc, AH = 15 cm.

#### Calcul de BH:

Le triangle *AHB* est rectangle en *H*.

Or, d'après le théorème de Pythagore, on a :

 $AB^2 = AH^2 + HB^2$ 

 $25^2 = 15^2 + HB^2$ 

 $625 = 225 + HB^2$ 

 $HB^2 = 625 - 225$ 

 $HB^2 = 400.$ 

Or, HB > 0. Donc,  $HB = \sqrt{400}$ .

Donc, HB = 20 cm.

Calcul de *BC* :

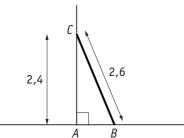
 $H \in [BC]$ . Donc: BC = BH + HC = 20 + 8 = 28 cm.

Calcul de l'aire du triangle ABC :

 $\frac{BC \times AH}{1} = \frac{28 \times 15}{1} = 210.$ 

L'aire du triangle ABC est 210 cm<sup>2</sup>.

#### Position initiale:



Le triangle *ABC* est rectangle en *A*.

Or, d'après le théorème de Pythagore, on a :

 $BC^2 = AB^2 + AC^2$ 

 $2,6^2 = AB^2 + 2,4^2$ 

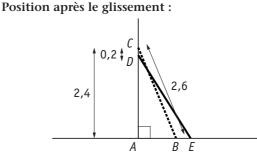
 $6,76 = AB^2 + 5,76$ 

 $AB^2 = 6,76 - 5,76$  $AB^2 = 1$ .

Or, AB > 0. Donc,  $AB = \sqrt{1}$ 

Donc, AB = 1 m.

Avant le glissement, le pied de l'échelle se trouvait à 1 m



DE = BC = 2.6 et AD = AC - CD = 2.4 - 0.2 = 2.2.

Le triangle *ADE* est rectangle en *A*.

Or, d'après le théorème de Pythagore, on a :

 $DE^2 = AD^2 + AE^2$ 

 $2,6^2 = 2,2^2 + AE^2$ 

 $6,76 = 4,84 + AE^2$ 

 $AE^2 = 6,76 - 4,84$ 

 $AE^2 = 1,92.$ 

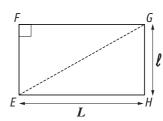
Or, AE > 0. Donc,  $AE = \sqrt{1,92}$ .

Donc,  $AE \approx 1.39$  m.

Après le glissement, le pied de l'échelle se trouve à environ 1,39 m du mur.

On en déduit que l'échelle a glissé d'environ 39 cm.

68



Chap. 12 - Le théorème de Pythagore et sa réciproque

© Hachette Livre 2007, Mathématiques 4º, collection PHARE, livre du professeur. La photocopie non autorisée est un délit

On a ainsi  $\frac{L}{\ell} = \frac{16}{9}$  avec L = 64 cm.

D'après l'égalité des produits en croix, on en déduit que :  $16 \ell = 9 L$ .

que:  $16 \ell = 9 L$ . Donc  $\ell = \frac{9}{16} L = \frac{9}{16} \times 64 = 36 \text{ cm}$ .

Le triangle *FEG* est rectangle en *E*, d'où, d'après le théorème de Pythagore :

 $EG^2 = EH^2 + HG^2 = 64^2 + 36^2 = 5392.$ 

De plus EG > 0, donc  $EG = \sqrt{5392}$ .

Ainsi  $EG \approx 73.4$  cm.

1) b) Pour le triangle *CAV* :

$$CA^2 + AV^2 = 25^2 + 60^2 = 4225$$
 et  $CV^2 = 65^2 = 4225$ .

On constate que  $CA^2 + AV^2 = CV^2$ .

D'où, d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle *CAV* est rectangle en *A*.

2) b) Pour le triangle *CAV* :

$$CE^2 + EV^2 = 39^2 + 52^2 = 4$$
 225 et  $CV^2 = 4$  225.

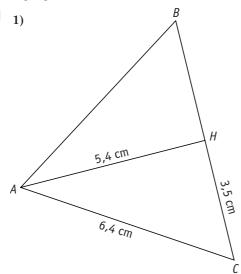
On constate que  $CE^2 + EV^2 = CV^2$ .

D'où, d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle *CEV* est rectangle en *E*.

Le triangle *CAV* est rectangle en *A*.

Or, dans un triangle rectangle, le sommet de l'angle droit appartient au cercle de diamètre son hypoténuse. Donc le point A appartient au cercle de diamètre [CV]. Le triangle CEV étant rectangle en E, on démontre de même que le point E appartient au cercle de diamètre [CV]. Les points C, A, V et E appartiennent donc au cercle de diamètre [CV].





2) Le triangle *ABC* semble isocèle.

3) Pour le triangle *CAH* :

$$AH^2 + HC^2 = 5,4^2 + 3,5^2 = 41,41$$
 et  $CA^2 = 6,4^2 = 40,96$ .

On constate que  $AH^2 + HC^2 \neq CA^2$ .

D'où, d'après le théorème de Pythagore, le triangle *CAH* n'est pas rectangle en *H*.

Le point H est le milieu du segment [BC] et les droites (AH) et (CB) ne sont pas perpendiculaires.

D'où la droite (*AH*) n'est pas la médiatrice du segment

Ainsi le point A n'appartient pas à la médiatrice du segment [BC].

Donc  $AB \neq AC$ . Le triangle ABC n'est donc pas isocèle en A.

#### 71 1) Le triangle AED est rectangle en A.

Or, d'après le théorème de Pythagore, on a :

 $DE^2 = DA^2 + AE^2.$ 

Donc  $DE^2 = 4^2 + 5^2 = 41$ .

Comme DE > 0, on a  $DE = \sqrt{41}$ .

Donc  $DE \approx 6.4$  cm.

2) Comme le point *E* appartient au segment [*I*] :

EB = EB - AE = 8,2 - 5 = 3,2 cm.

Le triangle *EBC* est rectangle en *B*.

Or, d'après le théorème de Pythagore, on a :  $EC^2 = EB^2 + BC^2$ .

Donc  $EC^2 = 3,2^2 + 4^2 = 26,24$ .

Comme EC > 0, on a  $EC = \sqrt{26,24}$ .

Donc  $EC \approx 5.1$  cm.

3) Dans le triangle *EDC*:

 $DE^2 + EC^2 = 41 + 26,24 = 67,24.$ 

 $DC^2 = 8^2 = 64$ .

On constate que  $DE^2 + EC^2 \neq DC^2$ .

Donc, d'après le théorème de Pythagore, le triangle *EDC* n'est pas rectangle en *E*.

#### • Dans le triangle *ABC*:

 $\overrightarrow{AB^2} + BC^2 = 52^2 + 28^2 = 3488$  et  $AC^2 = 59^2 = 3481$ .

On constate que  $AB^2 + BC^2 \neq AC^2$ .

Donc, d'après le théorème de Pythagore, le triangle *ABC* n'est pas rectangle en *B*.

• Dans le triangle *AMN* :

 $AM^2 + MN^2 = 45^2 + 24^2 = 2601$  et  $AN^2 = 51^2 = 2601$ .

On constate que  $AM^2 + MN^2 = AN^2$ .

Donc, d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle *AMN* est rectangle en *M*.

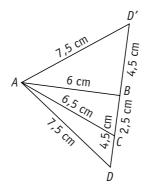
Si les droites (MN) et (BC) étaient parallèles, alors le triangle ABC serait rectangle en B. Ce qui n'est pas le cas.

Donc, les droites (MN) et (BC) ne sont pas parallèles.

73



La figure en grandeur réelle est disponible sur le site www.hachette-education.com



 $AB^2 + BC^2 = 6^2 + 2,5^2 = 42,25$  et  $AC^2 = 6,5^2 = 42,25$ . On constate que  $AB^2 + BC^2 = AC^2$ .

Donc, d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle *ABC* est rectangle en *B*.

• Dans le triangle *ABD* :

 $AB^2 + BD^2 = 6^2 + 4,5^2 = 56,25$  et  $AD^2 = 7,5^2 = 56,25$ .

On constate que  $AB^2 + BD^2 = AD^2$ .

Donc, d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle *ABD* est rectangle en *D*.

Ainsi les droites (BC) et (BD) sont parallèles, car perpendiculaires à la même droite (AB).

Or, ces droites ont le point *B* en commun.

Donc les droites (BC) et (BD) sont confondues ; les points B, C et D sont alignés.

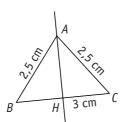
3) Dans le cas où le point D est du même côté que le point C:

Aire (ACD) = Aire (ABD) – Aire (ABC) =  $\frac{6 \times 4.5}{2}$  –  $\frac{6 \times 2.5}{2}$  = 6 cm<sup>2</sup>.

Dans le cas où le point *D* **n'est pas du même côté** que le point *C* :

Aire (ACD) = Aire (ABD) + Aire (ABC) =  $\frac{6 \times 4.5}{2}$  +  $\frac{6 \times 2.5}{2}$  = 21 cm<sup>2</sup>.





Le triangle ABC est isocèle en A, donc la hauteur (AH) est aussi la médiatrice du segment [BC].

Ainsi HB = HC = 1.5 cm.

Le triangle *AHB* est rectangle en *H*.

Or, d'après le théorème de Pythagore, on a :

 $AB^2 = AH^2 + HB^2.$ 

Ainsi  $2.5^2 = AH^2 + 1.5^2$ .

D'où  $AH^2 = 2.5^2 - 1.5^2 = 6.25 - 2.25 = 4$ .

Comme AH > 0, on a  $AH = \sqrt{4} = 2$ .

Donc AH = 2 cm.

#### Calcul du volume de ce prisme :

Aire 
$$(ABC) = \frac{BC \times AH}{2} = 3 \text{ cm}^2$$

Volume (prisme) = Aire (ABC) × hauteur du prisme =  $3 \times 7 = 21 \text{ cm}^3$ .

75 Pour savoir s'il s'agit d'un parallélépipède rectangle, il faut déterminer si le parallélogramme *ABCD* est un rectangle ou non.

#### Côtés du triangle ABC:

On a AB = 3.6 cm et AC = 6 cm.

De plus BC = AD, car ABCD est un parallélogramme.

Comme il s'agit d'un prisme droit, ADHE est un rectangle, donc AD = EH.

On en déduit que BC = AD = EH = 4.8 cm.

#### Nature du triangle *ABC*:

Dans le triangle  $\overrightarrow{ABC}$ :

 $AB^2 + BC^2 = 3.6^2 + 4.8^2 = 36$  et  $AC^2 = 6^2 = 36$ .

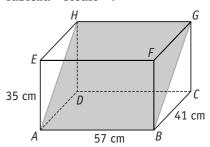
On constate que  $AB^2 + BC^2 = AC^2$ .

Donc, d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle *ABC* est rectangle en *B*.

Ce prisme droit est donc un parallélépipède rectangle.

76

#### • Tableau « Fleurs » :



#### Calcul de la diagonale BG:

Le triangle *BCG* est rectangle en *C*.

Or, d'après le théorème de Pythagore, on a :

 $BG^2 = BC^2 + CG^2.$ 

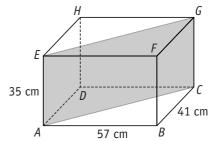
Ainsi  $BG^2 = 41^2 + 35^2 = 2906$ .

Comme BG > 0, on a  $BG = \sqrt{2906}$ .

Donc  $BG \approx 45.8$  cm.

Comme 55 > 45.8, ce tableau ne peut pas tenir dans le carton.

• Tableau « Pommes » :



#### Calcul de la diagonale AC :

Le triangle *ABC* est rectangle en *B*.

Or, d'après le théorème de Pythagore, on a :

 $AC^2 = AB^2 + BC^2.$ 

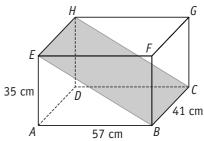
Ainsi  $AC^2 = 57^2 + 41^2 = 4930$ .

Comme AC > 0, on a  $AC = \sqrt{4930}$ .

Donc  $AC \approx 70.2$  cm.

Comme 70 < 70.2, ce tableau peut tenir dans le carton.

• Tableau « Zut » :



#### Calcul de la diagonale BE:

Le triangle BAE est rectangle en A.

Or, d'après le théorème de Pythagore, on a :

 $BE^2=BA^2+AE^2.$ 

Ainsi  $BE^2 = 57^2 + 35^2 = 4474$ .

Comme BE > 0, on a  $BE = \sqrt{4474}$ .

Donc  $BG \approx 66.8$  cm.

Comme 65 < 66.8, ce tableau peut tenir dans le carton.

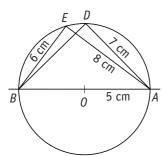
© Hachette Livre 2007, Mathématiques 4º, collection PHARE, livre du professeur. La photocopie non autorisée est un délit.

#### LA MAISON DEVOIR A





La figure en vraie grandeur est disponible sur le site www.hachette-education.com



1) On sait que le point D appartient au cercle de diamètre [AB].

Or, un triangle inscrit dans un cercle ayant pour diamètre un de ses côtés est rectangle.

Donc le triangle *ABD* est rectangle en *D*.

Or, d'après le théorème de Pythagore, on a :  $AB^2 = AD^2 + DB^2$ . Ainsi  $10^2 = 7^2 + BD^2$ .

D'où  $BD^2 = 10^2 - 7^2 = 100 - 49 = 51$ .

Comme BD > 0, on a  $BD = \sqrt{51}$ .

Donc  $BD \approx 7.1$  cm.

2) Dans le triangle AEB:

 $AE^2 + EB^2 = 8^2 + 6^2 = 100$  et  $AB^2 = 10^2 = 100$ .

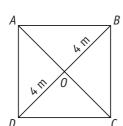
On constate que  $AE^2 + EB^2 = AB^2$ .

Donc, d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle AEB est rectangle en E.

Or, un triangle rectangle est inscrit dans le cercle de diamètre son hypoténuse.

Donc le point E appartient au cercle de diamètre [AB].

78



Le carré *ABCD* a pour centre le point *O*.

Or, les diagonales d'un carré se coupent en leur milieu, sont perpendiculaires, et sont de même longueur. On en déduit que :

Aire 
$$(ABD) = \frac{1}{2} \times BD \times AO = \frac{1}{2} \times 8 \times 4 = 16 \text{ cm}^2$$
.

Donc Aire  $(ABCD) = 2 \times Aire (ABD) = 32 \text{ cm}^2$ .

**Remarque**: On peut aussi calculer  $AD^2 = \frac{1}{2}BD^2 = 32$ .

79 1) Le triangle *EMN* est rectangle en *E*.

Or, d'après le théorème de Pythagore, on a :

 $MN^2 = ME^2 + EN^2$ Ainsi  $MN^2 = (5-3)^2 + (7-3)^2 = 2^2 + 4^2 = 20$ .

2) a) Le triangle *ABC* est rectangle en *B*.

Or, d'après le théorème de Pythagore, on a :  $AC^2 = AB^2 + BC^2.$ 

Ainsi  $AC^2 = 7^2 + 6^2 = 85$ .

b) Le triangle *AMC* est rectangle en *A*.

Or, d'après le théorème de Pythagore, on a :

 $CM^2 = CA^2 + AM^2.$ Ainsi  $CM^2 = 85 + 3^2 = 94$ .

3) Le triangle *NGF* est rectangle en *F*.

Or, d'après le théorème de Pythagore, on a :

 $NG^2 = NF^2 + FG^2.$ 

Ainsi  $NG^2 = 3^2 + 6^2 = 45$ .

Le triangle *CGN* est rectangle en *G*.

Or, d'après le théorème de Pythagore, on a :

 $CN^2 = CG^2 + GN^2.$ 

Ainsi  $CN^2 = 5^2 + 45 = 70$ .

4) [CM] est le côté le plus long du triangle MCN.

 $MN^2 + NC^2 = 20 + 70 = 90$  et  $MC^2 = 94$ .

On constate que  $MN^2 + NC^2 \neq MC^2$ .

Donc, d'après le théorème de Pythagore, le triangle MNC n'est pas rectangle en N.

## CHERCHE

80 1) a) Le triangle ABC est inscrit dans le cercle de diamètre [AB].

Or, si un triangle est inscrit dans un cercle ayant pour diamètre un de ses côtés, alors ce triangle est rectangle. Donc le triangle ABC est rectangle en C.

2) L'aire du demi cercle de diamètre [AB] est : 
$$f + g + h = \frac{1}{2} \times \pi \times \left(\frac{AB}{2}\right)^2 = \pi \frac{AB^2}{4} = \frac{\pi}{8}AB^2$$
.

L'aire du demi cercle de diamètre [AC] est :

$$d+f=\frac{\pi}{8}AC^2.$$

L'aire du demi cercle de diamètre [BC] est :

$$g + e = \frac{\pi}{8}CB^2.$$

On sait de plus que le triangle ABC est rectangle en C.

Or, d'après le théorème de Pythagore, on a :  $AB^2 = AC^2 + CB^2.$ 

On en déduit, en multipliant cette égalité par  $\frac{\pi}{8}$ , que :

Et donc, en développant :  $\frac{\pi}{8}AB^2 = \frac{\pi}{8}AC^2 + \frac{\pi}{8}CB^2$ .

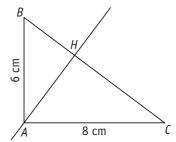
On a donc : f + g + h = d + f + g + e.

3) On a: f + g + h = d + f + g + e. D'où: f + g + h - f = d + f + g + e - f

g + h = d + g + e g + h - g = d + g + e - gh = d + e

La somme des lunules rouges est égale à l'aire du triangle vert.

La figure en vraie grandeur est disponible sur le site www.hachette-education.com



L'aire du triangle rectangle ABC est :

Aire 
$$(ABC) = \frac{AB \times AC}{2} = 24 \text{ cm}^2$$
.

Le triangle ABC est rectangle en A.

Or, d'après le théorème de Pythagore, on a :

$$BC^2 = BA^2 + AC^2.$$

Ainsi,  $BC^2 = 6^2 + 8^2 = 100$ .

Comme BC > 0, on a  $BC = \sqrt{100} = 10$  cm.

L'aire du triangle ABC est aussi :

Aire 
$$(ABC) = \frac{BC \times AH}{2} = \frac{10 \times AH}{2} = 5 AH.$$

On en déduit que 5AH = 24 et donc  $AH = \frac{24}{5} = 4.8$  cm.

Enfin, le triangle *ABH* est rectangle en *H*.

Or, d'après le théorème de Pythagore, on a :

$$BA^2 = BH^2 + HA^2.$$

Ainsi 
$$6^2 = BH^2 + 4.8^2$$
.

D'où 
$$BH^2 = 6^2 - 4.8^2 = 12.96$$
.

Comme BH > 0, on a  $BH = \sqrt{12,96} = 3,6$  cm.

# > J'utilise la calculatrice

82 Le triangle *MNP* est rectangle en *M*.

Or, d'après le théorème de Pythagore, on a :  $NP^2 = NM^2 + MP^2$ .

MN	MP	NP
13	84	$\sqrt{7225} = 85$
25	$\sqrt{5,31}\approx 23,04$	34
$\sqrt{5,76} = 2,4$	3,2	4
1,25	$\sqrt{93.5} \approx 9.67$	9,75

# > Je découvre le monde des mathématiques

Voir les corrigés détaillés dans le livre élève, page 301.

# > Programme

## Programme de la classe de quatrième

#### **COMPÉTENCE**

Connaître et utiliser la proportionnalité des longueurs pour les côtés des deux triangles déterminés par deux parallèles coupant deux sécantes : Dans un triangle ABC où M est un point du côté [AB] et N un point du côté [AC], si (MN) est parallèle à (BC), alors :  $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$ .

#### Commentaires

L'égalité des trois rapports est admise après avoir été étudiée dans des cas particuliers de rapport. Elle s'étend au cas où M et N sont respectivement sur les demidroites [AB) et [AC). Le cas où les points M et B sont de part et d'autre de A n'est pas étudié. Le théorème de Thalès dans toute sa généralité et sa réciproque seront étudiés en classe de troisième.

## Programme de la classe de cinquième

## COMPÉTENCE

Connaître et utiliser les propriétés relatives aux angles formés par deux parallèles et une sécante et leurs réciproques.

#### Commentaires

À cette occasion, le vocabulaire suivant est également utilisé : angles opposés par le sommet, angles alternes-internes, angles correspondants, angles adjacents, angles complémentaires, angles supplémentaires.

Les propriétés sont formulées et utilisées dans les deux sens (direct et réciproque), mais certaines réciproques peuvent être déclarées admises sans démonstration.

## Programme de la classe de troisième

#### **COMPÉTENCE**

Connaître et utiliser dans une situation donnée les deux théorèmes suivants :

- Soient d et d' deux droites sécantes en A. Soient B et M deux points de d, distincts de A. Soient C et N deux points de d', distincts de A.

Si les droites (BC) et (MN) sont parallèles, alors  $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}.$ 

Soient d et d' deux droites sécantes en A. Soient B et M deux points de d, distincts de A. Soient C et N deux points de d', distincts de A.

Si  $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$  et si les points A, B, M et les points A, C, N sont dans le même ordre, alors les droites (BC) et (MN) sont parallèles.

## ■ Commentaires

Il s'agit de prolonger l'étude commencée en classe de 4<sup>e</sup>. L'étude du théorème de Thalès et de sa réciproque est l'occasion de traiter des situations de proportionnalité dans le cadre géométrique.

Elle conforte la prise de conscience par les élèves des liens qui existent entre divers domaines des mathématiques. La réciproque est formulée en tenant compte de l'ordre relatif des points sur chaque droite.

Comme dans les classes précédentes, l'utilisation d'un logiciel de construction géométrique permet de créer des situations d'approche ou d'étude du théorème et de sa réciproque.

Le travail de construction de points définis par des rapports de longueur permet de mettre en évidence l'importance de la position relative de ces points sur chaque droite. On étudie en particulier le problème suivant : étant donnés deux points A et B, construire le point C de la droite C0 tels que le rapport C1 ait une valeur donnée sous forme de quotient de deux entiers.

#### **COMPÉTENCE**

Connaître et utiliser le fait que, dans un agrandissement ou une réduction de rapport *k*,

- l'aire d'une surface est multipliée par k²;
- le volume d'un solide est multiplié par  $k^3$ .

## Commentaires

Quelques aspects géométriques d'une réduction ou d'un agrandissement sur une figure du plan ont été étudiés en 4<sup>e</sup>.

© Hachette Livre 2007, Mathématiques 4º, collection PHARE, livre du professeur. La photocopie non autorisée est un délit.

146

## En résumé

→ L'étude générale du théorème de Thalès n'est vue qu'en classe de 3e: « configuration triangle » et « configuration papillon ». Bien qu'il ne soit étudié en 4e que dans sa « configuration triangle », nous avons choisi d'utiliser le nom de « théorème de Thalès » dès cette classe.

Une attention particulière a été apportée à la reconnaissance des côtés associés dans cette configuration.

→ Conformément aux programmes, ce théorème n'est démontré que dans des cas particuliers : rapports égaux à  $\frac{1}{2}$ ;  $\frac{1}{4}$  et  $\frac{1}{3}$ . Une démonstration historique, qui utilise les aires, est proposée à l'exercice 32 page 228.

- → La réciproque, ainsi que la contraposée, de ce théorème ne sont vues qu'en classe de 3<sup>e</sup>.
- → Les notions d'agrandissement et de réduction seront prolongées en 4e pour des solides de l'espace, notamment pour les sections de pyramides ou de cônes de révolution.

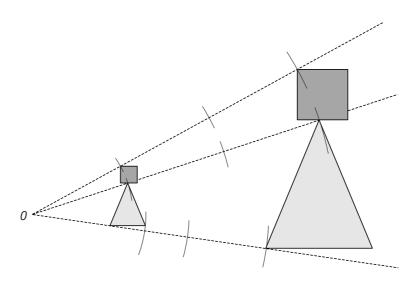
## Activités

#### ACTIVITÉ D'OUVERTURE

#### COMMENTAIRES

Le visuel des poupées russes permet d'imaginer une méthode pour agrandir une figure en utilisant un point fixe et en reportant des longueurs.

#### CORRIGÉ



## (1) J'AI DÉJÀ VU

## J'applique les théorèmes de la droite des milieux

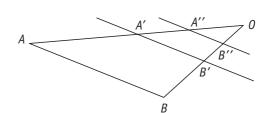
Objectif	Démontrer le théorème de Thalès pour un rapport égal à $\frac{1}{4}$ .
Pré requis	Théorèmes de la droite des milieux.
Paragraphe introduit	Théorème de Thalès dans un triangle     Énoncé

#### COMMENTAIRES

Une activité similaire a été réalisée à l'aide d'un logiciel de géométrie dans le chapitre 9, exercice 72 page 163.

#### CORRIGÉ

1)



Chap. 13 - Le théorème de Thalès

© Hachette Livre 2007, Mathématiques 4º, collection PHARE, livre du professeur. La photocopie non autorisée est un délit

BAT-106a192.indd 147

2)  $OA' = \frac{1}{2} OA$  et  $OA'' = \frac{1}{2} OA'$ . Donc  $OA'' = \frac{1}{4} OA$ .

Ainsi  $\frac{OA''}{OA} = \frac{1}{4}$ .

3) Le point A est le milieu du segment [OA] et la droite (A'B') est parallèle à la droite (AB).

Or, si une droite passe par le milieu d'un côté d'un triangle et est parallèle à un autre côté, alors elle coupe le troisième côté en son milieu.

Donc le point B' est le milieu du segment [OB].

On montre de même que le point B" est le milieu du segment [OB'].

On en déduit que  $\frac{OB''}{OB} = \frac{1}{4}$ 

4) On a vu que le point A' est le milieu du segment [OA] et que B' est celui de [OB].

Or, dans un triangle, si un segment joint les milieux de deux côtés, alors il a pour longueur la moitié de la longueur du troisième côté.

Donc  $A'B' = \frac{1}{2}AB$ .

On démontre de même que  $A''B'' = \frac{1}{2}A'B'$ . On en déduit que :  $A''B'' = \frac{1}{4}AB$  puis que  $\frac{A''B''}{OB} = \frac{1}{4}$ .



## (2) JE DÉCOUVRE

## Je découvre une nouvelle propriété des triangles

Objectifs	<ul> <li>Conjecturer le théorème de Thalès.</li> <li>Reconnaître des côtés associés.</li> </ul>
Pré requis	Grandeurs proportionnelles.
Paragraphes introduits	Théorème de Thalès dans un triangle     Configuration     Énoncé

#### COMMENTAIRES

Cette activité peut être réalisée avec n'importe quel logiciel de géométrie.

Elle peut aussi être réalisée sur papier en construisant et en mesurant les longueurs tracées.

#### CORRIGÉ

**A**:



Voir figure corrigée complète sur le CD-Rom

### B: Réalisation d'un tableau

Le tableau à compléter est disponible sur le site www.hachette-education.com

On a par exemple:

	Longueur du côté						
	vert bleu violet						
Triangle ABC	4,17	5,52	2,60				
Triangle AMN	3,05 4,04 1,90						

2) 
$$\frac{AM}{AB} \approx 0.731$$
;  $\frac{AN}{AC} \approx 0.732$  et  $\frac{MN}{BC} \approx 0.731$ .  
On peut remarquer que ces trois quotients semblent

égaux.

#### C: Conjecture

« Dans un triangle ABC, soit M un point du segment [AB] et N un point du segment [AC].

Si les droites (MN) et (BC) sont parallèles, alors les longueurs des côtés du triangle AMN semblent être proportionnelles à celles du triangle ABC. »

## (3) JE DÉCOUVRE

## Je démontre le théorème de Thalès dans un cas particulier

Objectif	Démontrer le théorème de Thalès pour un rapport égal à $\frac{1}{3}$ .
Pré requis	<ul> <li>Propriétés des parallélogrammes.</li> <li>Théorèmes de la droite des milieux.</li> </ul>
Paragraphe introduit	Théorème de Thalès dans un triangle     Énoncé

#### CORRIGÉ

#### A : Réalisation de la figure



La figure en grandeur réelle est disponible sur le site www.hachette-education.com

#### B: Codage de la figure

1) a) On a (ED) // (JF) et (DF) // (EJ).

Or, si un quadrilatère a ses côtés opposés sont 2 à 2 parallèles, alors c'est un parallélogramme.

Donc le quadrilatère *EDFJ* est un parallélogramme.

On montre de même que les quadrilatères BEJI et GHIJ sont des parallélogrammes.

b) Or, deux côtés opposés d'un parallélogramme ont même longueur.

Ainsi ED = JF; EB = IJ et IJ = GH.

Mais on sait aussi que BE = ED.

On en déduit que JF = JI = GH = DE.

#### 2) a) Dans le triangle AEG:

Le point D est le milieu du segment [AE] et (DF) // (EG). Or, dans un triangle, si une droite passe par le milieu d'un côté et est parallèle à un autre côté, alors elle coupe le troisième côté en son milieu.

Donc le point F est le milieu du segment [AG].

## b) Dans le triangle AEG:

Le point F est le milieu du segment [AG] et (FJ) // (AE). On montre de même que le point J est le milieu du seg-

c) Ainsi, d'après la question 1) a) DF = EJ, EJ = BI et JG = IH, et, d'après la question 2) b) EJ = JG.

On en déduit que : BI = IH = EJ = JG = DF.

## 3) Dans le triangle *FIC* :

Le point J est le milieu du segment [FI] et (JG) // (IC).

On montre que le point G est le milieu du segment [CF].

On en déduit que le point H est le milieu du segment

#### **C**: Application

Vu les codages de la figure :  $AE = \frac{2}{3}AB$ ,  $AG = \frac{2}{3}AC$  et

$$EG = \frac{2}{3}BC.$$
Donc:  $\frac{AE}{AB} = \frac{AG}{AC} = \frac{EG}{BC}$ 

# (4) JE DÉCOUVRE

## Je réduis ou j'agrandis un triangle

Objectif	<ul> <li>Réduire ou agrandir un triangle.</li> <li>Voir les cas k = 0 et k = 1.</li> </ul>
Pré requis	<ul><li>Théorème de Thalès.</li><li>Propriétés des angles correspondants.</li></ul>
Paragraphe introduit	Applications du théorème de Thalès     By Réduction ou agrandissement

#### CORRIGÉ

- 1) Voir figure dans le manuel.
- 2) On note k le nombre tel que  $FM = k \times FG$
- a) Comme le point M appartient au segment [FG], le nombre k est compris entre 0 et 1.
- b) k = 0, lorsque le point M est confondu avec le point F. k = 1, lorsque le point M est confondu avec le point G.
- 3) Dans le triangle *FGH*, on a : (MN) // (GH);  $M \in [FG]$ et  $N \in [FH]$ .

Or, d'après le théorème de Thalès :  $\frac{FM}{FG} = \frac{FN}{FH} = \frac{MN}{GH}$ .

Comme  $FM = \mathbf{k} \times FG$ ,  $\frac{FM}{FG} = \mathbf{k}$ .

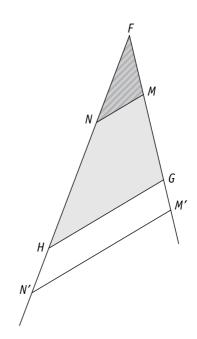
On en déduit que :  $FN = \mathbf{k} \times FH$  et  $MN = \mathbf{k} \times GH$ .

- 4) Les angles  $\widehat{FMN}$  et  $\widehat{FGH}$  sont correspondants et les droites (MN) et (GH) sont parallèles.
- Or, si deux droites sont parallèles, alors toute sécante commune forme des angles correspondants de même

Donc  $\widehat{FMN} = \widehat{FGH}$ .

On montre de même que :  $\widehat{F}N\widehat{M} = \widehat{F}H\widehat{G}$ .

5) On choisit  $M' \in [FG]$  et  $M' \notin [FG]$ .



# Savoir-faire

## 1 Utiliser le théorème de Thalès

Dans le triangle NSY, on  $a: M \in [NS], X \in [NY]$ et (MX) // (SY).

Or, d'après le théorème de Thalès, on a :  $\frac{NM}{NS} = \frac{NX}{NY} = \frac{MX}{SY}$ .

C'est-à-dire : 
$$\frac{NM}{15} = \frac{6}{9} = \frac{XM}{12}$$

C'est-à-dire : 
$$\frac{NM}{15} = \frac{6}{9} = \frac{XM}{12}$$
.  
Ainsi  $\frac{NM}{15} = \frac{6}{9}$ , d'où  $NM = \frac{6}{9} \times 15 = 10$  cm.

Ainsi 
$$\frac{6}{9} = \frac{XM}{12}$$
, d'où  $\frac{6}{9} \times 12 = XM$ . Donc  $XM = 8$  cm.

Dans le triangle KRP, on a :  $H \in [KR]$ ,  $G \in [KP]$ et (HG) // (RP).

Or, d'après le théorème de Thalès, on a :  $\frac{KH}{KR} = \frac{KG}{KP} = \frac{HG}{RP}$ .

C'est-à-dire : 
$$\frac{3}{KR} = \frac{5}{7} = \frac{4.5}{RP}$$
.

Ainsi 
$$\frac{3}{KR} = \frac{5}{7}$$
, d'où  $KR \times 5 = 3 \times 7$ .

Donc 
$$KR = \frac{3 \times 7}{5} = 4.2 \text{ cm}.$$

Ainsi 
$$\frac{5}{7} = \frac{4.5}{RP}$$
, d'où  $5 \times RP = 7 \times 4.5$ .

Donc 
$$RP = \frac{7 \times 4.5}{5} = 6.3$$
 cm.

Dans le triangle EIO, on a :  $U \in [EI]$ ,  $A \in [EO]$ et (UA) // (IO).

Or, d'après le théorème de Thalès, on a :  $\frac{EU}{EI} = \frac{EA}{EO} = \frac{UA}{IO}$ 

C'est-à-dire : 
$$\frac{EU}{4.2} = \frac{5}{EO} = \frac{4.8}{8.4}$$

Or, d'après le theoreme de l'hales, on a : 
$$\frac{EU}{EI} = \frac{EU}{EC}$$
  
C'est-à-dire :  $\frac{EU}{4,2} = \frac{5}{EO} = \frac{4,8}{8,4}$ .  
Ainsi  $\frac{EU}{4,2} = \frac{4,8}{8,4}$  ; d'où  $EU = \frac{4,8}{8,4} \times 4,2 = 2,4$  cm.  
Ainsi  $\frac{5}{EO} = \frac{4,8}{8,4}$  ; d'où  $EO \times 4,8 = 5 \times 8,4$ .  
Donc  $EO = \frac{5 \times 8,4}{4,8} = 8,75$  cm.

Ainsi 
$$\frac{5}{EO} = \frac{4.8}{8.4}$$
; d'où  $EO \times 4.8 = 5 \times 8.4$ 

Donc 
$$EO = \frac{5 \times 8,4}{4.8} = 8,75 \text{ cm}.$$

4 1) Dans le triangle RWT, on a :  $U \in [RW]$ ,  $S \in [RT]$  et (US) // (WT).

Or, d'après le théorème de Thalès, on a :  $\frac{RU}{RW} = \frac{RS}{RT} = \frac{US}{WT}$ 

C'est-à-dire : 
$$\frac{25}{RW} = \frac{RS}{5.6} = \frac{1.5}{4.2}$$

C'est-à-dire : 
$$\frac{25}{RW} = \frac{RS}{5,6} = \frac{1,5}{4,2}$$
.  
Ainsi  $\frac{2,5}{RW} = \frac{1,5}{4,2}$ ; d'où  $RW \times 1,5 = 2,5 \times 4,2$ .  
Donc  $RW = \frac{2,5 \times 4,2}{1,5} = 7$  cm.

Donc 
$$RW = \frac{2.5 \times 4.2}{1.5} = 7 \text{ cm}$$

Ainsi 
$$\frac{RS}{5,6} = \frac{1,5}{4,2}$$
. Donc  $RS = \frac{1,5}{4,2} \times 5,6 = 2$  cm.  
2)  $TS = TR - SR = 5,6 - 2 = 3,6$  cm.

2) 
$$TS = TR - SR = 5.6 - 2 = 3.6 \text{ cm}$$

Dans le triangle RWT, on a :  $X \in [TW]$ ,  $S \in [TR]$  et (XS) // (WR).

Chap. 13 - Le théorème de Thalès

# > Je m'entraine

## À l'oral

- a) et b) Non : on ne sait pas si les droites (JM) et (KL) sont parallèles.
- a) et b) Oui : les droites (JM) et (KL) sont parallèles, car elles sont perpendiculaires à la même droite
- a) et b) Oui : les droites (JM) et (KL) sont parallèles, car elles forment des angles correspondants ayant la même mesure.
- a) et b) Non: les droites (JM) et (KL) sont parallèles, mais on a :  $\frac{IJ}{II} = \frac{IM}{IK} = \frac{JM}{IK}$
- 9 a) et b) Oui : les données du théorème de Thalès sont vérifiées.
- a) et b) Oui : on peut appliquer le théorème de Thalès lorsque  $J \in [IK)$  et  $M \in [IL)$ .
- a) et b) Oui : les droites (JM) et (KL) sont paral-

En effet, les triangles IJM sont isocèles en I.

Ainsi  $\widehat{IJM} = \widehat{IMJ} = (180^{\circ} - 40^{\circ}) : 2 = 70^{\circ}$ ,

et  $IKL = ILK = (180^{\circ} - 40^{\circ}) : 2 = 70^{\circ}$ .

Donc IJM = IKL.

Les droites (JM) et (KL) forment des angles correspondants ayant la même mesure, donc elles sont parallèles.

- 12 a) 1,2 > 1, il s'agit donc d'un agrandissement.
- b) 0,85 < 1, il s'agit donc d'une réduction.
- c)  $\frac{3}{5}$  < 1, il s'agit donc d'une réduction.
- d)  $\frac{8}{7} > 1$ , il s'agit donc d'un agrandissement.
- e) k = 1, le triangle A'B'C' est confondu avec le triangle
- f) 0,01 < 1, il s'agit donc d'une réduction.
- 13 1) a) « Le triangle KVU est un agrandissement du triangle KPO; toutes les longueurs du triangle KPO ont été multipliées par 3. »
- b) KU = 3KO = 9.6 m.
- 2) Le triangle KPO est une réduction du triangle KVU. Toutes les longueurs du triangle KVU ont été multipliées

Ainsi 
$$KP = \frac{1}{3}KV = 2.5 \text{ m}.$$

- 14 1) Les longueurs du triangle *MON* sont celles du triangle *TOS* multipliées par  $\frac{3}{2}$ .
- 2) Les angles des triangles MON et TOS ont, deux à deux, les mêmes mesures.
- 15  $ON = \frac{3}{2} \times OT = 6 \text{ m};$   $OM = \frac{3}{2} \times OS = 4.5 \text{ m};$
- $MN = \frac{3}{2} \times TS = 3$  m.
- 16  $\frac{1}{\frac{3}{2}} = \frac{2}{3}$ .  $OS = \frac{2}{3} \times OM = 6$  cm;
- $OT = \frac{2}{3} \times ON = 5 \text{ cm};$   $TS = \frac{2}{3} \times MN = 4 \text{ cm}.$

## Utiliser le théorème de Thalès

Dans le triangle AFD, on a :  $G \in [AF]$ ,  $C \in [AD]$ et (GC) // (FD).

Or, d'après le théorème de Thalès, on a :  $\frac{AG}{AF} = \frac{AC}{AD} = \frac{GC}{FD}$ 

C'est-à-dire :  $\frac{4}{6} = \frac{5}{AD} = \frac{GC}{FD}$ . Ainsi  $\frac{4}{6} = \frac{5}{AD}$ ; d'où  $4 \times AD = 6 \times 5$ . Donc  $AD = \frac{30}{4} = 7,5$  cm.

Dans le triangle AFD, on a :  $E \in [DF]$ ,  $B \in [DA]$ et (*EB*) // (*FA*).

Or, d'après le théorème de Thalès, on a :  $\frac{DE}{DF} = \frac{DB}{DA} = \frac{EB}{FA}$ 

C'est-à-dire :  $\frac{9}{12} = \frac{10}{DA} = \frac{EB}{FA}$ .

Ainsi  $\frac{9}{12} = \frac{10}{DA}$ ; d'où  $9 \times AD = 10 \times 12$ .

Donc  $AD = \frac{10 \times 12}{9} = \frac{40}{3}$  cm.

Dans le triangle AFD, on a :  $G \in [AF]$ ,  $C \in [AD]$ et (*GC*) // (*FD*).

Or, d'après le théorème de Thalès, on a :  $\frac{AG}{AF} = \frac{AC}{AD} = \frac{GC}{FD}$ 

C'est-à-dire :  $\frac{AG}{AF} = \frac{8}{AD} = \frac{5}{7}$ .

Ainsi  $\frac{8}{AD} = \frac{5}{7}$ ; d'où  $AD \times 5 = 8 \times 7$ .

Donc  $AD = \frac{56}{5} = 11.2$  cm.

- **20** Dans le triangle AGC, on  $a: H \in [CG]$ ,  $B \in [CA]$
- Or, d'après le théorème de Thalès, on a :  $\frac{CH}{CG} = \frac{CB}{CA} = \frac{HB}{GA}$

C'est-à-dire : 
$$\frac{4}{5} = \frac{4,4}{CA} = \frac{HB}{GA}$$
.  
Ainsi  $\frac{4}{5} = \frac{44}{CA}$  ; d'où  $4 \times CA = 5 \times 4,4$ .

Ainsi 
$$\frac{4}{5} = \frac{44}{CA}$$
; d'où  $4 \times CA = 5 \times 4,4$ .

Donc 
$$CA = \frac{22}{4} = 5.5 \text{ cm}.$$

Dans le triangle BED, on a :  $H \in [BE]$ ,  $C \in [BD]$ et (*HC*) // (*ED*).

Or, d'après le théorème de Thalès, on a :  $\frac{BH}{BE} = \frac{BC}{BD} = \frac{HC}{ED}$ .

C'est-à-dire : 
$$\frac{BH}{BE} = \frac{BC}{20} = \frac{12}{15}$$
.

Ainsi 
$$\frac{BC}{20} = \frac{12}{15}$$
; d'où  $BC \times 15 = 20 \times 12$ .

Donc 
$$BC = \frac{240}{15} = 16$$
 cm.

Dans le triangle AFD, on a :  $E \in [DF]$ ,  $B \in [DA]$ et (*EB*) // (*FA*).

Or, d'après le théorème de Thalès, on a :  $\frac{DE}{DF} = \frac{DB}{DA} = \frac{EB}{FA}$ 

C'est-à-dire : 
$$\frac{5}{DF} = \frac{7}{DA} = \frac{5}{7}$$
.

Ainsi 
$$\frac{5}{DF} = \frac{5}{7}$$
; d'où  $DF \times 5 = 5 \times 7$ .

Donc 
$$DF = \frac{5 \times 7}{5} = 7$$
 cm

Donc 
$$DF = \frac{5 \times 7}{5} = 7$$
 cm.  
Ainsi  $\frac{7}{DA} = \frac{5}{7}$ ; d'où  $DA \times 5 = 7 \times 7$ .

Donc 
$$DA = \frac{49}{5} = 9.8 \text{ cm}.$$

23  $H \in [CG]$ , donc CG = CH + HG = 3 + 1 = 4 cm.

Dans le triangle AGC, on a :  $H \in [CG]$ ,  $B \in [CA]$ et (HB) // (GA).

Or, d'après le théorème de Thalès, on a :  $\frac{CH}{CG} = \frac{CB}{CA} = \frac{HB}{GA}$ .

C'est-à-dire : 
$$\frac{3}{4} = \frac{CB}{CA} = \frac{2}{GA}$$

C'est-à-dire : 
$$\frac{3}{4} = \frac{CB}{CA} = \frac{2}{GA}$$
.  
Ainsi  $\frac{3}{4} = \frac{2}{GA}$ ; d'où  $3 \times GA = 4 \times 2$ . Donc  $GA = \frac{8}{3}$  cm.

24 1) Dans le triangle AFD, on a :  $G \in [AF]$ ,  $C \in [AD]$  et (GC) // (FD).

Or, d'après le théorème de Thalès, on a :  $\frac{AG}{AF} = \frac{AC}{AD} = \frac{GC}{FD}$ .

C'est-à-dire : 
$$\frac{8}{10} = \frac{AC}{15} = \frac{GC}{FD}$$

C'est-à-dire : 
$$\frac{8}{10} = \frac{AC}{15} = \frac{GC}{FD}$$
.  
Ainsi  $\frac{8}{10} = \frac{AC}{15}$ ; d'où  $10 \times AC = 8 \times 15$ .  
Donc  $AC = \frac{120}{10} = 12$  cm.  
2) Dans le triangle  $AGC$ , on a :  $H \in [0]$ 

Donc 
$$AC = \frac{120}{10} = 12 \text{ cm}.$$

2) Dans le triangle AGC, on a :  $H \in [CG]$ ,  $B \in [CA]$  et (HB) // (GA).

Or, d'après le théorème de Thalès, on a :  $\frac{CH}{CG} = \frac{CB}{CA} = \frac{HB}{GA}$ .

C'est-à-dire : 
$$\frac{CH}{CG} = \frac{CB}{12} = \frac{5}{8}$$

C'est-à-dire : 
$$\frac{CH}{CG} = \frac{CB}{12} = \frac{5}{8}$$
.  
Ainsi  $\frac{CB}{12} = \frac{5}{8}$ . Donc  $CB = \frac{5}{8} \times 12 = 7,5$  cm.

$$B \in [CA]$$
, donc  $AB = AC - CB = 12 - 7.5 = 4.5$  cm.

On sait que  $\widehat{JAB} = \widehat{JEF}$ . Ces angles sont des angles correspondants pour les droites (AB) et (EF) coupées par la sécante (*JE*).

Or, si deux droites forment des angles correspondants ayant même mesure, alors elles sont parallèles.

Donc les droites (AB) et (EF) sont parallèles.

Dans le triangle JFE, on a :

 $B \in [JF], A \in [JE]$  et (AB) // (EF).

Or, d'après le théorème de Thalès, on a :  $\frac{JB}{JF} = \frac{JA}{JE} = \frac{BA}{FE}$ 

C'est-à-dire : 
$$\frac{8}{IF} = \frac{7}{9} = \frac{BA}{6}$$

C'est-à-dire : 
$$\frac{8}{JF} = \frac{7}{9} = \frac{BA}{6}$$
.  
Ainsi  $\frac{8}{JF} = \frac{7}{9}$ ; d'où  $JF \times 7 = 8 \times 9$ . Donc  $JF = \frac{72}{7}$  cm.  
Ainsi  $\frac{7}{9} = \frac{BA}{6}$ ; d'où  $9 \times BA = 7 \times 6$ .

Ainsi 
$$\frac{7}{9} = \frac{BA}{6}$$
; d'où  $9 \times BA = 7 \times 6$ 

Donc 
$$BA = \frac{42}{9} = \frac{14}{3}$$
 cm.

26 1) La somme des mesures des angles d'un triangle est égale à 180°.

Pour le triangle PAI:

$$\widehat{PIA} = 180^{\circ} - (\widehat{IPA} + \widehat{PAI}) = 180^{\circ} - 110^{\circ} = 70^{\circ}.$$

On en déduit que :

$$\widehat{PIM} = \widehat{PIA} + \widehat{AIM} = 70^{\circ} + 110^{\circ} = 180^{\circ}.$$

Donc les points P, I et M sont alignés.

2) Dans le triangle *PMF*, on a :  $I \in [PM]$ ,

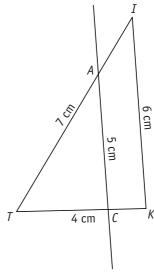
 $A \in [PF]$  et (AI) // (FM).

Or, d'après le théorème de Thalès, on a :  $\frac{PI}{PM} = \frac{PA}{PF} = \frac{IA}{MF}$ 

C'est-à-dire : 
$$\frac{PI}{PM} = \frac{9}{12} = \frac{IA}{ME}$$

C'est-à-dire : 
$$\frac{PI}{PM} = \frac{9}{12} = \frac{IA}{MF}$$
  
Ainsi  $\frac{PI}{PM} = \frac{9}{12} = \frac{3 \times 3}{3 \times 4} = \frac{3}{4}$ .

#### 27 1)



2) Dans le triangle TIK, on a :

$$A \in [TI], C \in [TK] \text{ et } (AC) // (IK).$$

Or, d'après le théorème de Thalès, on a :  $\frac{TA}{TI} = \frac{TC}{TK} = \frac{AC}{IK}$ 

C'est-à-dire : 
$$\frac{5}{7} = \frac{TC}{4} = \frac{AC}{6}$$

C'est-à-dire : 
$$\frac{5}{7} = \frac{TC}{4} = \frac{AC}{6}$$
.  
Ainsi  $\frac{5}{7} = \frac{TC}{4}$ , d'où  $7 \times TC = 5 \times 4$ . Donc  $TC = \frac{20}{7}$  cm.  
Ainsi  $\frac{5}{7} = \frac{AC}{6}$ , d'où  $7 \times AC = 5 \times 6$ . Donc  $AC = \frac{30}{7}$  cm.

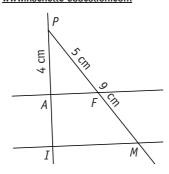
Ainsi 
$$\frac{5}{7} = \frac{AC}{6}$$
, d'où  $7 \times AC = 5 \times 6$ . Donc  $AC = \frac{30}{7}$  cm

Chap. 13 - Le théorème de Thalès

$$\mathcal{P} = TA + AC + CT = 5 + \frac{30}{7} + \frac{20}{7} = 5 + \frac{50}{7} = \frac{85}{7}$$
 cm.

**28** 1)

La figure en vraie grandeur est disponible sur le site www.hachette-education.com



2) Le triangle PAF est rectangle en A, d'où, d'après le théorème de Pythagore :

$$PF^2 = PA^2 + AF^2$$

C'est-à-dire  $5^2 = 4^2 + AF^2$ .

Ainsi 
$$AF^2 = 5^2 - 4^2 = 25 - 16 = 9$$
.

De plus AF > 0, donc  $AF = \sqrt{9} = 3$  cm.

Dans le triangle *PIM*, on a :  $A \in [PI]$ ,  $F \in [PM]$  et (AF) // (IM).

Or, d'après le théorème de Thalès, on a :  $\frac{PA}{PI} = \frac{PF}{PM} = \frac{AF}{IM}$ 

C'est-à-dire :  $\frac{4}{PI} = \frac{5}{9} = \frac{3}{IM}$ .

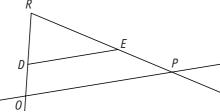
Ainsi  $\frac{4}{PI} = \frac{5}{9}$ , d'où  $PI \times 5 = 4 \times 9$ . Donc  $PI = \frac{36}{5} = 7.2$  cm.

Ainsi 
$$\frac{5}{9} = \frac{3}{IM}$$
, d'où  $5 \times IM = 9 \times 3$ .  
Donc  $IM = \frac{27}{5} = 5.4$  cm.

Le périmètre du triangle *PIM* est :

 $\mathcal{P} = PI + IM + MP = 7.2 + 5.4 + 9 = 21.6$  cm.

# Réduire ou agrandir



2) a) « Le triangle ROP est un agrandissement du triangle RDE. On peut aussi considérer que le triangle RDE est une réduction du triangle ROP. »

b) Dans le triangle RDE, on a :  $O \in [RD)$ ,  $P \in [RE)$  et (DE) // (OP).

Or, d'après le théorème de Thalès, on a :  $\frac{RO}{RD} = \frac{RP}{RE} = \frac{OP}{DE}$ 

c) Si des nombres sont égaux, alors leurs inverses sont

Donc  $\frac{RD}{RQ} = \frac{RE}{RP} = \frac{DE}{QP}$ 

30 1) AC = 8 cm et AN = 6 cm.

Ainsi AN < AC, donc il s'agit d'une réduction.

2) On a 
$$AN = k AC$$
, donc  $k = \frac{AN}{AC} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$ .

3) 
$$AM = \frac{3}{4}AB = \frac{3}{4} \times 7 = \frac{21}{4}$$
 et  $MN = \frac{3}{4}BC = \frac{3}{4} \times 5 = \frac{15}{4}$ .

31 1) BC = 10 cm et MN = 14 cm.

Ainsi MN < BC, donc il s'agit d'un agrandissement.

2) On a 
$$MN = k$$
 BC, donc  $k = \frac{MN}{BC} = \frac{14}{10} = \frac{7}{5}$ 

3) 
$$AM = \frac{7}{5}AB = \frac{7}{5} \times 6 = \frac{42}{5}$$
 et  $AN = \frac{7}{5}AC = \frac{7}{5} \times 8 = \frac{56}{5}$ .

32 1) a) Les droites (MM') et (NN') sont parallèles car perpendiculaires à la même droite (BC).

On en déduit que le quadrilatère MNN'M' est un parallélogramme.

Or, ce parallélogramme possède un angle droit, c'est donc un rectangle.

On a ainsi démontré que MM' = NN'.

$$\mathcal{A}(BMC) = \frac{1}{2}BC \times MM' \text{ et } \mathcal{A}(BNC) = \frac{1}{2}BC \times NN'.$$

Ainsi,  $\mathcal{A}(BMC) = \mathcal{A}(BNC)$ .

b)  $\mathcal{A}(AMC) = \mathcal{A}(ABC) - \mathcal{A}(BMC) = \mathcal{A}(ABC) - \mathcal{A}(BNC)$  $= \mathcal{A}(ANC).$ 

2) a)  $\mathcal{A}(AMC) = AM \times CJ$  et  $A(ABC) = AB \times CJ$ .

Donc 
$$\frac{\mathcal{A}(AMC)}{\mathcal{A}(ABC)} = \frac{\frac{1}{2}AM \times CJ}{\frac{1}{2}AB \times CJ} = \frac{AM}{AB}$$
.

b)  $\mathcal{A}(ANC) = \frac{1}{2}AN \times BK$  et  $\mathcal{A}(ABC) = \frac{1}{2}AC \times BK$ 

Donc 
$$\frac{\mathcal{A}(ANC)}{\mathcal{A}(ABC)} = \frac{\frac{1}{2}AN \times BK}{\frac{1}{2}AC \times BK} = \frac{AN}{AC}$$
.

3) On a montré que  $\mathcal{A}(AMC) = \mathcal{A}(ANC)$ , d'où :

$$\frac{\cancel{A} (AMC)}{\cancel{A} (ABC)} = \frac{\cancel{A} (ANC)}{\cancel{A} (ABC)}.$$

 $\mathcal{A}$  (ABC)

Or  $\frac{A}{A}\frac{(AMC)}{(ABC)} = \frac{AM}{AB}$  et  $\frac{A}{A}\frac{(ANC)}{(ABC)} = \frac{AN}{AC}$ On en déduit que  $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$ .

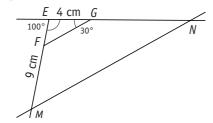
# Mon bilan

Voir les corrigés détaillés dans le livre élève, page 297.

# J'approfondis

## 43

La figure en vraie grandeur est disponible sur le site www.hachette-education.com

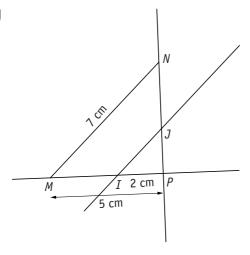


- 2) On a:  $F \in [PM]$ ,  $G \in [EN]$  et (FG) // (MN). Donc le triangle EMN est un agrandissement du triangle
- 3) La somme des mesures des angles d'un triangle est égale à 180°.

Pour le triangle *EFG* :  $\widehat{EFG} = 180^{\circ} - (100^{\circ} + 30^{\circ}) = 50^{\circ}$ . Lors d'un agrandissement les mesures des angles sont conservées.

Donc,  $\widehat{EMN} = \widehat{EFG} = 50^{\circ}$ .





Dans le triangle MPN, on a :  $I \in [PM]$ ,  $J \in [PN]$  et (IJ) // (MN).

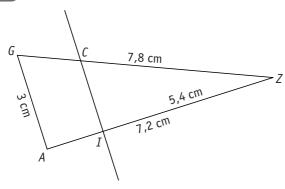
Or, d'après le théorème de Thalès, on a :  $\frac{PI}{PM} = \frac{PJ}{PN} = \frac{IJ}{MN}$ .

C'est-à-dire :  $\frac{2}{5} = \frac{PJ}{PN} = \frac{IJ}{7}$ .

Ainsi  $\frac{2}{5} = \frac{IJ}{7}$ , d'où  $5 \times IJ = 2 \times 7$ . Donc  $IJ = \frac{14}{5} = 2.8$  cm.







2) Nature du triangle *ZAG* :

 $GA^2 + AZ^2 = 3^2 + 7,2^2 = 60,84$  et  $GZ^2 = 7,8^2 = 60,84$ ;

On constate que  $GA^2 + AZ^2 = GZ^2$ .

D'où, d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle ZAG est rectangle en A.

Les droites (AG) et (CI) sont perpendiculaires à la même droite (AZ), donc elles sont parallèles.

Ainsi, dans le triangle ZAG, on a :  $I \in [ZA]$ ,  $C \in [ZG]$  et

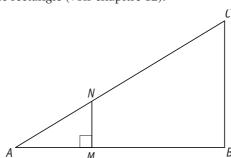
Donc le triangle ZIC est une réduction du triangle ZAG.

$$k = \frac{ZI}{ZA} = \frac{5.4}{7.2} = \frac{3}{4} = 0.75.$$

- $k = \frac{ZI}{ZA} = \frac{5.4}{7.2} = \frac{3}{4} = 0.75.$ 3) a)  $\mathcal{A} = \frac{1}{2} ZA \times AG = \frac{1}{2} \times 3 \times 7.2 = 10.8 \text{ cm}^2.$ b)  $IC = k AG = 0.75 \times 3 = 2.25 \text{ cm}.$

$$\mathcal{A}' = \frac{1}{2} ZI \times IC = \frac{1}{2} \times 5,4 \times 2,25 = 6,075 \text{ cm}^2.$$
c)  $k^2 \mathcal{A} = 0,75^2 \times 10,8 = 0,5625 \times 10,8 = 6,075 = \mathcal{A}'.$ 

1) La corde à 13 nœuds permet de construire un triangle rectangle (voir chapitre 12).



Pour pouvoir appliquer le théorème de Thalès, il faut que les droites (MN) et (BC) soient parallèles.

On sait que la droite (MN) est perpendiculaire à la droite

Donc il faut que la droite (BC) soit perpendiculaire à la

2) Dans le triangle ABC, on a :  $M \in [AB]$ ,  $N \in [AC]$  et (MN) // (BC).

Or, d'après le théorème de Thalès, on a :  $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$ 

On choisit comme unité la distance entre deux nœuds consécutifs

On a ainsi : 
$$\frac{4}{18} = \frac{5}{AC} = \frac{3}{BC}$$

Ainsi 
$$\frac{4}{18} = \frac{3}{BC}$$
, d'où  $4 \times BC = 18 \times 3$ .

Donc 
$$BC = \frac{54}{4} = 13,5$$
 unités.

Or, la distance entre deux nœuds consécutifs est 40 cm. Donc  $BC = 13.5 \times 40 = 540 \text{ cm} = 5.4 \text{ m}.$ 

La hauteur de cette tour est 5,4 m.





La figure en vraie grandeur est disponible sur le site www.hachette-education.com

2) La somme des mesures des angles d'un triangle est égale à 180°.

Pour le triangle  $BIL : \widehat{BIL} = 180^{\circ} - (60^{\circ} + 40^{\circ}) = 80^{\circ}$ .

Chap. 13 - Le théorème de Thalès

Or, si deux droites coupées par une sécante commune forment des angles correspondants de même mesure, alors ces droites sont parallèles.

Donc les droites (IL) et (AF) sont parallèles.

Dans le triangle BIL, on a :

 $A \in [BI), F \in [BL) \text{ et } (AF) // (IL).$ 

Or, d'après le théorème de Thalès, on a :  $\frac{BA}{BI} = \frac{BF}{BL} = \frac{AF}{IL}$ 

On sait aussi que BA = 3 BM et BI = 2 BM, donc :

$$\frac{BA}{BI} = \frac{3 BM}{2 BM} = \frac{3}{2}.$$

On a ainsi : 
$$\frac{3}{2} = \frac{BF}{5} = \frac{AF}{IL}$$
.

Ainsi 
$$\frac{3}{2} = \frac{BF}{5}$$
, d'où  $2 \times BF = 3 \times 5$ .

Donc 
$$BF = \frac{15}{2} = 7.5$$
 cm.

## 48 Calcul de TR :

Le triangle RST est rectangle en T, d'où, d'après le théorème de Pythagore:

 $SR^2 = ST^2 + TR^2.$ 

C'est-à-dire  $5^2 = 4^2 + TR^2$ .

Ainsi  $TR^2 = 5^2 - 4^2 = 25 - 16 = 9$ .

De plus TR > 0, donc  $TR = \sqrt{9} = 3$  cm.

Les droites (TR) et (UW) sont perpendiculaires à la droite

Or, si deux droites sont perpendiculaires à une même droite, alors elles sont parallèles.

Donc les droites (TR) et (UW) sont parallèles.

Dans le triangle SUW, on a :

 $T \in [SU), R \in [SW)$  et (TR) // (UW).

Or, d'après le théorème de Thalès, on a :  $\frac{ST}{SU} = \frac{SR}{SW} = \frac{TR}{UW}$ 

On a ainsi : 
$$\frac{4}{SU} = \frac{5}{SW} = \frac{3}{69}$$
.

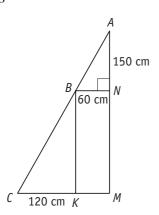
Ainsi 
$$\frac{4}{SU} = \frac{3}{69}$$
, d'où  $SU \times 3 = 4 \times 6.9$ 

Donc 
$$SU = \frac{0.0000}{3} = 9.2 \text{ cm}.$$

Ainsi 
$$\frac{4}{SU} = \frac{3}{69}$$
, d'où  $SU \times 3 = 4 \times 6,9$ .  
Donc  $SU = \frac{27,6}{3} = 9,2$  cm.  
Ainsi  $\frac{5}{SW} = \frac{3}{69}$ , d'où  $SW \times 3 = 5 \times 6,9$ .

Donc 
$$SW = \frac{34.5}{3} = 11.5$$
 cm.

49



On a : MK = BN = 60 cm.

D'où CM = CK + KM = 120 + 60 = 180 cm.

Dans le triangle ACM, on a :

 $B \in [AC], N \in [AM]$  et (BN) // (CM).

Or, d'après le théorème de Thalès, on a :  $\frac{AB}{AC} = \frac{AN}{AM} = \frac{BN}{CM}$ 

On a ainsi :  $\frac{AB}{AC} = \frac{150}{AM} = \frac{60}{180}$ 

Ainsi 
$$\frac{150}{AM} = \frac{60}{180}$$
, d'où  $AM \times 60 = 150 \times 180$ .

Donc 
$$AM = \frac{150 \times 180}{60} = 450 \text{ cm}.$$

On en déduit : MN = MA - AN = 450 - 150 = 300 cm = 3 m. La profondeur de ce puits est de 3 mètres.

Dans le triangle TUO, on  $a: M \in [TO]$ ,  $H \in [TU]$ et (MH) // (OU).

Or, d'après le théorème de Thalès, on a :  $\frac{TM}{TO} = \frac{TH}{TU} = \frac{MH}{OU}$ 

Comme  $TM = \frac{1.5}{TO}$ , on en déduit que  $\frac{TM}{TO} = \frac{1}{5}$ .

On a ainsi :  $\frac{1}{5} = \frac{TH}{TU} = \frac{MH}{OU}$ . On a ainsi  $\frac{1}{5} = \frac{TH}{TU}$ , d'où TU = 5 TH.

Comme  $H \in [TU]$ , on a UH = UT - TH.

Ainsi UH = UT - TH = 5 TH - TH = (5 - 1) TH = 4 TH.

Donc 
$$\frac{UH}{UT} = \frac{4}{5} \frac{TH}{TH} = \frac{4}{5}$$

Dans le triangle *UTO*, on a :

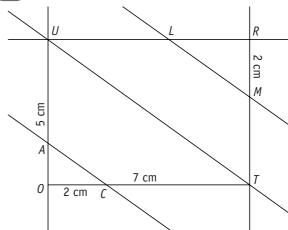
 $H \in [UT], K \in [UO] \text{ et } (KH) // (OT).$ 

Or, d'après le théorème de Thalès, on a :  $\frac{UH}{UT} = \frac{UK}{UO} = \frac{HK}{TO}$ 

Comme  $\frac{UH}{UT} = \frac{4}{5}$ .

On a ainsi :  $\frac{4}{5} = \frac{UK}{UO} = \frac{HK}{TO}$ . Ainsi  $\frac{4}{5} = \frac{UK}{UO}$ , d'où 5 UK = 4 UO. Donc  $UK = \frac{4}{5}$  UO.





2) Dans le triangle *OUT*, on a :  $A \in [OU]$ ,  $C \in [OT]$  et

Or, d'après le théorème de Thalès, on a :  $\frac{OC}{CT} = \frac{OA}{OU} = \frac{CA}{TU}$ .

On a ainsi :  $\frac{2}{7} = \frac{OA}{5} = \frac{AC}{UT}$ .

Ainsi 
$$\frac{2}{7} = \frac{AC}{UT}$$
, d'où  $AC = \frac{2}{7}UT$ .

Dans le triangle RUT, on a :

 $L \in [RU], M \in [RT]$  et (LM) // (UT).

Or, d'après le théorème de Thalès, on a :  $\frac{RL}{RU} = \frac{RM}{RT} = \frac{LM}{UT}$ 

On a ainsi :  $\frac{RL}{7} = \frac{2}{5} = \frac{LM}{UT}$ . Ainsi  $\frac{2}{5} = \frac{LM}{UT}$ , d'où  $LM = \frac{2}{5}$  UT.

On en déduit que  $\frac{CA}{ML} = \frac{\frac{2}{7}UT}{\frac{2}{2}UT} = \frac{\frac{2}{7}}{\frac{2}{7}} = \frac{2}{7} \times \frac{5}{2} = \frac{5}{7}$ .

Dans le triangle ABC, on a :  $M \in [AB]$ ,  $N \in [AC]$ et (MN) // (BC).

Or, d'après le théorème de Thalès, on a :  $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$ Dans le triangle *AMC*, on a :

 $P \in [AM], N \in [AC]$  et (PN) // (MC).

Or, d'après le théorème de Thalès, on a :  $\frac{AP}{AM} = \frac{AN}{AC} = \frac{PN}{MC}$ 

On en déduit que  $\frac{AN}{AC} = \frac{AM}{AB} = \frac{AP}{AM}$ 



2) a) Dans le triangle EFD isocèle en E:

$$\widehat{EFD} = \widehat{EDF} = \frac{180^{\circ} \times \widehat{FED}}{2}$$

Dans le triangle EGC isocèle en E:

$$\widehat{EGC} = \widehat{ECG} = \frac{180^{\circ} \times \widehat{GEC}}{2}$$

Or, on a  $\widehat{FED} = \widehat{GEC}$ .

Donc 
$$\widehat{EFD} = \widehat{EDF} = \widehat{EGC} = \widehat{ECG} = \frac{180^{\circ} \times \widehat{FED}}{2}$$
.

Donc  $\widehat{EFD} = \widehat{EDF} = \widehat{EGC} = \widehat{ECG} = \frac{180^\circ \times \widehat{FED}}{2}$ . b) Ainsi, les droites (DF) et (CG) coupées par la droite (EG) forment des angles correspondants ayant même

Donc, les droites (DF) et (CG) sont parallèles.

3) Dans le triangle *EGC*, on a :  $F \in [EG]$ ,  $D \in [EC]$ et (FD) // (GC).

et (FD) // (GC). Or, d'après le théorème de Thalès, on a :  $\frac{EF}{EG} = \frac{ED}{EC} = \frac{FD}{GC}$ 

Avec EG = EF + FG = 10 cm.

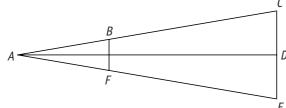
On a ainsi : 
$$\frac{7}{10} = \frac{ED}{EC} = \frac{FD}{GC}$$
.

Ainsi 
$$\frac{7}{10} = \frac{FD}{GC}$$
, d'où 7  $GC = 10 FD$ . Donc  $GC = \frac{10}{7} FD$ .

1) Remarque : il n'est pas nécessaire de supposer que G est le milieu de [BF].

Vu l'énoncé et les notation du schéma ci-dessous, on a : A, B et C alignés; A, G et D alignés;

A, F et E alignés; AG = 9 cm, AD = 3000 cm et BF = 1,2 cm.



Dans le triangle ACD, on a :  $B \in [AC]$ ,  $G \in [AD]$ et (BG) // (CD).

Or, d'après le théorème de Thalès, on a :  $\frac{AG}{AD} = \frac{AB}{AC} = \frac{BG}{CD}$ 

On a ainsi : 
$$\frac{9}{3000} = \frac{AB}{AC} = \frac{BG}{CD}$$

On a ainsi : 
$$\frac{9}{3000} = \frac{AB}{AC} = \frac{BG}{CD}$$
.  
Ainsi  $\frac{9}{3000} = \frac{BG}{CD}$ , d'où 9  $CD = 3000 BG$ .

Donc  $CD = \frac{3000}{9} BG = \frac{1000}{3} BG$ . Dans le triangle ADE, on a :  $F \in [AE]$ ,  $G \in [AD]$  et (FG) // (ED).

Or, d'après le théorème de Thalès, on a :  $\frac{AG}{AD} = \frac{AF}{AE} = \frac{FG}{DE}$ 

On a ainsi :  $\frac{9}{3000} = \frac{AF}{AE} = \frac{FG}{DE}$ . Ainsi  $\frac{9}{3000} = \frac{FG}{DE}$ , d'où 9 DE = 3000 FG.

Donc  $DE = \frac{3000}{9} FG = \frac{1000}{3} FG$ .

Enfin,  $CE = CD + DE = \frac{1000}{3}BG + \frac{1000}{3}FG$ =  $\frac{1000}{3}(BG + FG)$ Mais BG + FG = BF = 1,2 cm.

Donc  $CE = \frac{1000}{2} \times 1.2 = 400 \text{ cm} = 4 \text{ m}.$ 

La hauteur de l'image sur l'écran de projection est

**55** 1)

La figure en vraie grandeur est disponible sur le site www.hachette-education.com

2) a) Dans le triangle ACB, on a :  $M_1 \in [AC]$ ,  $N_2 \in [AB]$ et  $(M_1N_1) // (BC)$ .

Or, d'après le théorème de Thalès, on a :  $\frac{AM_1}{AD} = \frac{AN_1}{AD}$ 

On a ainsi :  $\frac{2}{10} = \frac{AN_1}{AB}$ .

Ainsi  $AN_1 = \frac{2}{10} AB = \frac{1}{5} AB$ .

b) Dans le triangle ACB, on a :  $M_2 \in [AC]$ ,  $N_2 \in [AB]$ et  $(M_2N_2) // (BC)$ .

Or, d'après le théorème de Thalès, on a :  $\frac{AM_2}{AD} = \frac{AN_2}{AD}$ .

On a ainsi :  $\frac{4}{10} = \frac{AN_2}{AB}$ . Ainsi  $AN_2 = \frac{4}{10} AB = \frac{2}{5} AB$ .

On en déduit que :  $N_1 N_2 = A N_2 - A N_1 = A B - A B = \left(\frac{2}{5} - \frac{1}{5}\right) A B = A B$ .

c) On montre de même que  $AN_3 = \frac{3}{5}AB$ , puis que

 $AN_4 = \frac{4}{5} AB.$  On en déduit que  $N_2N_3 = \frac{1}{5} AB$ , puis que  $N_3N_4 = \frac{1}{5} AB$ .

On a aussi  $N_4 B = AB - AN_4 = AB - AB = \left(\frac{5}{5} - \frac{4}{5}\right)AB = \frac{1}{5}AB$ .

En conclusion :  $AN_1 = AN_2 = AN_3 = AN_4 = N_4B = \frac{1}{5}AB$ .

 $AM_1 = M_1M_2 = M_2M_3 = M_3M_4 = M_4C = 2 \text{ cm}$ et  $(M_1N_1) // (M_2N_2) // (M_3N_3) // (M_4N_4) // CB$ .

Chap. 13 - Le théorème de Thalès

#### LA MAISON DEVOIR A

1) Les droites (AB) et (DC) sont perpendiculaires à la droite (OD).

Or, si deux droites sont perpendiculaires à une même droite, alors elles sont parallèles.

Donc, les droites (AB) et (DC) sont parallèles.

Dans le triangle *ODC*, on a :  $B \in [OD]$ ,  $A \in [OC]$  et (AB) // (DC).

Donc, le triangle OCD est un agrandissement du triangle

Ainsi, toutes les longueurs du triangle OBA sont multipliées par un même nombre k.

Comme OC = k OA, on en déduit que  $k = \frac{OC}{OA} = \frac{10}{6} = \frac{5}{3}$ .

Donc,  $OD = \frac{5}{3} OB$ .

2)  $OD = \frac{5}{3}OB = \frac{5}{3} \times 4.8 = 8 \text{ cm}.$ 

3) Le triangle *OAB* est rectangle en *B*, d'où, d'après le théorème de Pythagore :

 $OA^2 = OB^2 + BA^2.$ 

C'est-à-dire  $6^2 = 4.8^2 + BA^2$ .

Ainsi  $BA^2 = 6^2 - 4.8^2 = 36 - 23.04 = 12.96$ .

De plus BA > 0, donc  $BA = \sqrt{12,96} = 3,6$  cm.

Le triangle OCD est un agrandissement du triangle

Donc  $DC = k BA = \frac{5}{3} BA = \frac{5}{3} \times 3,6 = 6 \text{ cm}.$ 4)  $\mathcal{P} = OA + AB + BO = 6 + 3,6 + 4,8 = 14,4 \text{ cm}.$  $\mathcal{P}' = OD + DC + CO = 8 + 6 + 10 = 24 \text{ cm}.$ 

 $k \mathcal{P} = \frac{5}{3} \times 14, 4 = 24 = \mathcal{P}'.$ 

\* Dans le triangle RST, on a :  $E \in [RS]$ ,  $F \in [RT]$ 

Or, d'après le théorème de Thalès, on a :  $\frac{RE}{RS} = \frac{RF}{RT} = \frac{EF}{ST}$ 

Et comme  $\frac{RE}{RS} = k$ , on en déduit que  $\frac{RF}{RT} = k$  et que

On a donc RE = k RS, RF = k RT et EF = k ST.

 $\mathcal{P}=RE+EF+FR.$ 

 $\mathcal{P}' = RS + ST + TR$ 

Ainsi:  $k \mathcal{P}' = k (RS + ST + TR) = k RS + k ST + k TR$ 

 $=RE+EF+FR=\mathcal{P}.$ 

Donc:  $k \mathcal{P}' = \mathcal{P}$ .

#### JE CHERCHE

59 1) Dans le triangle AMB, on a :  $I \in [AB]$ ,  $H \in [AM]$  et (IH) // (MB).

Or, d'après le théorème de Thalès, on a :  $\frac{AI}{AB} = \frac{AH}{AM} = \frac{IH}{BM}$ .

On a ainsi :  $\frac{AI}{AB}=\frac{d_1}{d}=\frac{h}{180}$ . Dans le triangle MAN, on a :  $I\in [MN]$ ,  $H\in [MA]$  et (IH) // (NA).

Or, d'après le théorème de Thalès, on a :  $\frac{MI}{MN} = \frac{MH}{MA} = \frac{IH}{NA}$ .

On a ainsi :  $\frac{MI}{MN} = \frac{d_2}{d} = \frac{h}{120}$ 

On en déduit que  $\frac{h}{120} = \frac{d_2}{d}$  et que  $\frac{h}{180} = \frac{d_1}{d}$ .

Donc  $\frac{h}{120} + \frac{h}{180} = \frac{d_2}{d} + \frac{d_1}{d} = \frac{d_2 + d_1}{d} = \frac{d}{d} = 1.$ 

 $\left(\frac{1}{120} + \frac{1}{180}\right)\mathbf{h} = 1$ 

 $\left(\frac{3}{360} + \frac{2}{360}\right) \mathbf{h} = 1$ 

 $\frac{5}{360}\,\mathbf{h} = 1$ 

 $h = 1 \times \frac{72}{1}$ 

h = 72 cm.

# > J'utilise un logiciel de géométrie



Pour les exercices 60 et 61, voir les corrigés dans le CD-Rom.

## > Je découvre le monde des mathématiques

Voir les corrigés détaillés dans le livre élève, page 301.

# Cosinus d'un angle aigu d'un triangle rectangle

# > Programme

## Programme de la classe de quatrième

#### **COMPÉTENCES**

- Utiliser dans un triangle rectangle la relation entre le cosinus d'un angle aigu et les longueurs des côtés adjacents.
- Utiliser la calculatrice pour déterminer une valeur approchée :
- du cosinus d'un angle aigu donné;
- de l'angle aigu dont le cosinus est donné.

## Commentaires

La propriété de proportionnalité des côtés de deux triangles déterminés par deux parallèles coupant deux sécantes permet de définir le cosinus comme un rapport de longueur.

Les différentes connaissances relatives au triangle rectangle peuvent être synthétisées, en mettant en évidence que :

- la donnée de deux côtés permet de déterminer le troisième côté et les deux angles aigus;
- la donnée d'un côté et d'un angle aigu permet de déterminer les deux autres côtés et l'autre angle aigu.
   Les relations métriques dans le triangle rectangle, autres que celles mentionnées dans les compétences sont hors programme.

## Programme de la classe de troisième

## **COMPÉTENCES**

- Connaître et utiliser les relations entre le cosinus, le sinus ou la tangente d'un angle aigu et les longueurs de deux des côtés d'un triangle rectangle.
- Déterminer, à l'aide de la calculatrice, des valeurs approchées :
- du sinus, du cosinus et de la tangente d'un angle aigu donné;
- de l'angle aigu dont on connaît le cosinus, le sinus ou la tangente.

## ■ Commentaires

La définition du cosinus a été vue en quatrième. Le sinus et la tangente d'un angle aigu sont introduits comme rapports de longueurs.

Les formules  $\cos^2 \widehat{A} + \sin^2 \widehat{A} = 1$  et  $\tan \widehat{A} = \frac{\sin \widehat{A}}{\cos \widehat{A}}$  sont à démontrer.

La seule unité utilisée est le degré décimal.

Les notions de trigonométrie introduites au collège doivent être utilisées pour résoudre des problèmes qui en montrent l'intérêt.

# En résumé

- → Les élèves de 4<sup>e</sup> s'initient à la trigonométrie en définissant et utilisant le cosinus d'un angle aigu d'un triangle rectangle. Les notions de sinus et de tangente seront vues en classe de troisième.
- → La notion de cosinus est démontrée à l'aide du théorème de Thalès appliqué au triangle rectangle. Dans les exercices, on utilisera fréquemment la complémentarité des angles aigus d'un triangle rectangle, ainsi que le théorème de Pythagore.
- → La calculatrice est utilisée pour déterminer des valeurs approchées du cosinus d'un angle de mesure

donnée ou de la mesure d'un angle dont le cosinus est donné.

La notation cos<sup>-1</sup> n'est pas au programme du collège. On ne peut donc pas exiger une valeur exacte de la mesure d'un angle dont le cosinus est donné.

→ Tous les angles étudiés au collège sont exprimés en degrés.

On ne considère que les angles aigus d'un triangle rectangle. Ces angles ont donc des mesures strictement comprises entre 0° et 90°.

L'étude du cercle trigonométrique ne sera abordée qu'au lycée.

# > Activités

## ACTIVITÉ D'OUVERTURE

#### COMMENTAIRES

Il ne s'agit ici que de faire un dessin à l'échelle. Le calcul de la hauteur du sapin sera demandé à l'exercice 46 page 242.

Chap. 14 - Cosinus d'un angle aigu d'un triangle rectangle

2) La hauteur de ce sapin est environ 12,7 m.

# JE DÉCOUVRE

## J'utilise un logiciel de géométrie pour conjecturer

Objectif	Conjecturer que, dans un triangle rectangle, le quotient de la longueur du côté adjacent par l'hypoténuse, ne dépend que de l'angle formé.
Paragraphe introduit	Cosinus d'un angle aigu d'un triangle rectangle

#### COMMENTAIRES

Cette activité peut être réalisée avec n'importe quel logiciel de géométrie.

Il n'y aurait pas d'intérêt à la réaliser sur papier.

#### A : Réalisation de la figure



Voir figure corrigée complète sur le CD-Rom.

#### CORRIGÉ

#### **B**: Conjecture

- 1) Lorsqu'on déplace le point M, il semble que le quotient  $\frac{OM}{ON}$  reste constant.
- 2) Lorsqu'on fait varier l'angle  $\widehat{MON}$  en déplaçant le point *B*, le quotient  $\frac{OM}{ON}$  varie.
- 3) « Dans le triangle OMN rectangle en M, le quotient  $\frac{OM}{ON}$  semble ne dépendre que de **l'angle**  $\widehat{MON}$ . »

## (2) JE DÉCOUVRE

## Je définis le cosinus d'un angle aigu

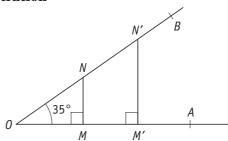
Objectifs	<ul> <li>Définir le cosinus d'un angle aigu.</li> <li>Voir le vocabulaire : adjacent, etc.</li> <li>Faire le lien avec la touche cos de la calculatrice.</li> </ul>
Pré requis	<ul><li> Théorème de Thalès.</li><li> Calculer une moyenne.</li></ul>
Paragraphe introduit	Cosinus d'un angle aigu d'un triangle rectangle

#### COMMENTAIRES

À partir de la question 2) b), cette activité ne peut pas être donnée à la maison. Il sera nécessaire de mettre en commun les résultats des élèves.

#### CORRIGÉ

#### A: Démonstration



2) a) Les droites (MN) et (M'N') sont parallèles car elles sont perpendiculaires à la même droite (OA).

On sait que les droites (MN) et (M'N') sont parallèles, les points O, M et M' sont alignés, ainsi que les points O, N

Or, d'après le théorème de Thalès, on a :

$$\frac{OM}{OM'} = \frac{ON}{ON'} = \frac{MN}{M'N'} \ .$$

b) On a 
$$\frac{OM}{OM'} = \frac{ON}{ON'}$$
. Ainsi  $OM \times ON' = OM' \times ON$  et

donc 
$$\frac{OM}{ON} = \frac{OM'}{ON'}$$
.

## B: Définition du cosinus

- 1) a) [ON] est l'hypoténuse du triangle OMN.
- b) L'autre côté de l'angle MON est [OM]. C'est le côté adjacent de l'angle MON.
- 2) a) Par exemple :  $OM \approx 6.3$  cm et  $ON \approx 7.7$  cm. Donc  $\underline{OM} \approx 0.82.$ ON
- b) Pour cela utiliser un tableau du type :

		7.1	
$q = \frac{OM}{ON}$	q < 0,8	$0.8 \le q < 0.81$	$0.81 \le q < 0.82$
Effectif			
$q = \frac{OM}{ON}$	$0.82 \le q < 0.83$	$0.83 \le q < 0.84$	0,84 ≤ <i>q</i>
Effectif			

- c) On trouve  $\cos(35^{\circ}) \approx 0.819152$ .
- 3) « Le cosinus de l'angle aigu d'un triangle rectangle est le quotient de la longueur de son côté adjacent par la longueur de son hypoténuse. »

# Savoir-faire

## 1 Calculer une longueur à l'aide du cosinus

- 1 Dans le triangle AKG rectangle en A:  $\cos A\widehat{K}\widehat{G} = \frac{AK}{KG}$
- $\cos AKG = \frac{1}{KG}.$   $\cos 15^\circ = \frac{7}{GK}; \text{ d'où } GK = \frac{7}{\cos 15^\circ}. GK \approx 7.2 \text{ cm}.$
- Dans le triangle *MFJ* rectangle en *F* :
- $\cos \widehat{JMF} = \frac{MF}{MJ}$ .  $\cos 34^{\circ} = \frac{MF}{9}$ ; d'où  $MF = 8 \times \cos 34^{\circ}$ .  $MF \approx 6.6$  cm.
- Dans le triangle *SOX* rectangle en *X* :  $\cos \widehat{SOX} = \frac{OX}{A}$
- $\cos 36N \frac{1}{OS}$ .  $\cos 76^\circ = \frac{3}{OS}$ ; d'où  $OS = \frac{3}{\cos 76^\circ}$ .  $OS \approx 12,4$  cm.
- Dans le triangle *DYN* rectangle en *Y* :  $\widehat{DNY} = \frac{YN}{ND}$ .
- $\cos 82^{\circ} = \frac{YN}{10}$ ; d'où  $YN = 10 \times \cos 82^{\circ}$ .  $YN \approx 1.4$  cm.
- Dans le triangle *FER* rectangle en *R* :
- $\cos \widehat{REF} = \frac{ER}{EF}$
- $\cos 40^{\circ} = \frac{8}{FF}$ ; d'où  $EF = \frac{8}{\cos 40^{\circ}}$ .  $EF \approx 10.4$  cm.

- Dans le triangle *GOC* rectangle en *G* :  $\cos \widehat{OCG} = \frac{CG}{CO}$
- $\cos 75^{\circ} = \frac{CG}{123}$ ; d'où  $CG = 123 \times \cos 75^{\circ}$ .  $CG \approx 31,83$  m.
- 7 Les angles d'un triangle rectangle sont complémentaires, donc  $LKH = 90^{\circ} - KLH = 70^{\circ}$ .
- Dans le triangle KLH rectangle en H :  $\cos \widehat{LKH} = \frac{KH}{\nu \tau}$  .
- $\cos 70^{\circ} = \frac{KH}{\Omega}$ ; d'où  $KH = 8 \times \cos 70^{\circ}$ .  $KH \approx 2.7$  cm.
- 8 Le point A appartient au cercle de diamètre [MN]. Or, si un point A appartient à un cercle de diamètre [MN], alors l'angle  $\widehat{MAN}$  est droit. Donc l'angle  $\widehat{MAN}$  est droit.
- 1) Dans le triangle *MAN* rectangle en *A* :  $\cos N\widehat{MA} = \frac{MA}{MN}$ .  $\cos 75^\circ = \frac{MA}{\alpha}$ ; d'où  $MA = 9 \times \cos 75^\circ$ .  $MA \approx 2.3$  cm.
- 2) Les angles d'un triangle rectangle sont complémentaires, donc  $\widehat{MNA} = 90^{\circ} - \widehat{NMA} = 15^{\circ}$ .
- Dans le triangle MAN rectangle en A:  $\cos \widehat{MNA} = \frac{NA}{NM}$ .  $\cos 15^\circ = \frac{NA}{\alpha}$ ; d'où  $NA = 9 \times \cos 15^\circ$ .  $NA \approx 8.7$  cm.

# m'entraine

# À l'oral

- 9 1) a) Son hypoténuse est le côté [RS].
- b) Le côté adjacent de l'angle bleu est [RT].
- c) Le côté adjacent de l'angle vert est [ST].
- 2) a) Son hypoténuse est le côté [ST].
- b) Le côté adjacent à l'angle vert est [SH].
- c) Le côté adjacent à l'angle violet est [TH].
- 10  $\cos \widehat{SUL} = \frac{UL}{US} = \frac{5}{13}$  et  $\cos \widehat{USL} = \frac{SL}{SU} = \frac{12}{13}$ .
- 11 a) Le cosinus de l'angle bleu est  $\frac{JH}{IG}$
- b) Le cosinus de l'angle rose est  $\frac{GJ}{GI}$  ou  $\frac{GH}{GI}$ ;
- c) Le cosinus de l'angle vert est  $\frac{II}{IG}$  ou  $\frac{IH}{II}$ .
- 12 Le cosinus de l'angle vert est :
- $\frac{HA}{HI}$  pour le triangle *JHA* rectangle en *A*;
- $\frac{\dot{HD}}{HA}$  pour le triangle *DHA* rectangle en *D*;

- $\frac{HS}{HD}$  pour le triangle *SHD* rectangle en *S*.

- 13 a)  $\cos \widehat{ABC} = \frac{AB}{BC}$ ; b)  $\cos \widehat{ABI} = \frac{AC}{CI}$ ; c)  $\cos \widehat{JBA} = \frac{BA}{BJ}$ ; d)  $\cos \widehat{AIC} = \frac{AI}{IC}$ ; e)  $\cos \widehat{BCA} = \frac{AC}{BC}$ ; f)  $\cos \widehat{AJB} = \frac{JA}{JB}$ .
- 14 a)  $\cos \widehat{PTO} = \frac{TP}{TO} = \frac{4.8}{5.2} = \frac{48}{52} = \frac{4 \times 12}{4 \times 13} = \frac{12}{13}$ b)  $\cos \widehat{POT} = \frac{OP}{OT} = \frac{2}{5.2} = \frac{20}{52} = \frac{4 \times 5}{4 \times 13} = \frac{5}{13}$ .

- 15 a)  $\cos \widehat{RIT} = \frac{RI}{IT}$ ; b)  $\cos \widehat{RTS} \frac{RT}{TS}$ ; c)  $\cos \widehat{RTJ} = \frac{RT}{JT}$ ; d)  $\cos \widehat{RST} = \frac{RS}{TS}$  e)  $\cos \widehat{RTI} = \frac{TR}{TI}$ ; f)  $\cos \widehat{RJT} = \frac{RJ}{IT}$ .

Chap. 14 - Cosinus d'un angle aigu d'un triangle rectangle

## Calculer une longueur à l'aide du cosinus

- 1) Dans le triangle *UDA* rectangle en *D* :  $\cos \widehat{DUA} = \frac{DU}{DA}$
- Ainsi  $\cos 40^\circ = \frac{UD}{8}$ ; donc  $UD = 8 \cos 40^\circ$ .
- 18 1) Dans le triangle *UDA* rectangle en *D* :  $\cos \widehat{UAD} = \frac{AD}{AU}$ .
- Ainsi cos  $70^\circ = \frac{AD}{10}$ ; donc  $AD = 10 \cos 70^\circ$ .
- 2)  $AD \approx 3.4 \text{ cm}$ .
- 19 1) Dans le triangle *UDA* rectangle en *D* :  $\cos \widehat{UAD} = \frac{AD}{AT}$
- Ainsi cos  $80^\circ = \frac{5}{UA}$ ; d'où  $UA \times \cos 80^\circ = 5$ ;
- donc  $UA = \frac{5}{\cos 80^{\circ}}$ .
- 2)  $UA \approx 28.8 \text{ cm}$ .
- 20 1) Dans le triangle *UDA* rectangle en *D* :

$$\widehat{UAD} = 90^{\circ} - \widehat{DUA} = 90^{\circ} - 25^{\circ} = 65^{\circ}.$$

- $\cos \widehat{UAD} = \frac{AD}{AU}$ . Ainsi  $\cos 65^\circ = \frac{4}{UA}$ ;
- d'où UA × cos 65° = 4 ; donc  $UA = \frac{5}{\cos 65^\circ}$
- 2)  $UA \approx 9.5$  cm.

## Calculer la mesure d'un angle à l'aide du cosinus

- **21** a)  $\cos 73^{\circ} \approx 0.3$ ;

- c)  $\cos 30^{\circ} \approx \frac{7}{8}$ ; d)  $\cos 35^{\circ} \approx \frac{9}{11}$ .
- 22 1) Construire le triangle *AGE*.
- 2) a)  $\cos \widehat{EAG} = \frac{EA}{AG} = \frac{5}{8}$ . b)  $\widehat{EAG} \approx 51^{\circ}$ .
- 23 1) Construire le triangle *FYP*.
- 2)  $\cos \widehat{FYP} = \frac{7}{8}$ . Donc  $\widehat{FYP} \approx 29^{\circ}$ .

- Les angles  $\widehat{FYP}$  et  $\widehat{YFP}$  sont complémentaires, donc :
- 24 1) Construire le triangle *HUT*.
- 2) a) Dans le triangle rectangle *UHT*, d'après le théorème de Pythagore :
- $HT^2 = HU^2 + UT^2 = 3.5^2 + 8.4^2 = 82.81.$
- *HT* est une longueur et est donc positive.
- Donc  $HT = \sqrt{82,81} = 9.1 \text{ cm}$ .
- b)  $\cos \widehat{THU} = \frac{UH}{HT} = \frac{3.5}{9.1} = \frac{35}{91} = \frac{5 \times 7}{13 \times 7} = \frac{5}{13}$ .
- Dans le triangle rectangle AHO, d'après le théorème de Pythagore :
- $AO^2 = AH^2 + HO^2 = 3,2^2 + 6^2 = 46,24.$
- AO est une longueur et est donc positive.
- Donc  $AO = \sqrt{46,24} = 6,8$  cm.
- $\cos \widehat{AOH} = \frac{OH}{OA} = \frac{6}{6.8}$ . Donc  $\widehat{AOH} \approx 28^{\circ}$ .
- 26  $\cos \widehat{XOV} = \frac{OX}{OV} = \frac{7}{9}$ . Donc  $\widehat{XOV} \approx 39^{\circ}$ .
- $\cos \widehat{OVX} = \frac{VX}{VO} = \frac{4}{10}$ . Donc  $\widehat{OVX} \approx 66^{\circ}$ .
- 28 D'après le théorème de Pythagore :
- $OV^2 = OX^2 + XV^2 = 6^2 + 2,5^2 = 42,25.$
- Comme OV est une longueur positive :
- Colline 6.7 cs. 2...  $OV = \sqrt{42,25} = 6,5.$   $\cos \widehat{XOV} = \frac{OX}{OV} = \frac{6}{65} = \frac{12}{13}.$  Donc  $\widehat{XOV} \approx 23^{\circ}.$
- 29  $\cos \widehat{XOV} = \frac{OX}{OV} = \frac{3}{7}$ . Donc  $\widehat{XOV} \approx 65^{\circ}$ .
- Les angles  $\widehat{XOV}$  et  $\widehat{OVX}$  sont complémentaires, donc  $\widehat{OVX} \approx 24^{\circ}$ .
- 30 a) Dans le triangle DAB rectangle en A, d'après le théorème de Pythagore :
- $DB^2 = DA^2 + AB^2 = 4^2 + 9^2 = 25.$
- On en déduit que DB = 5 cm.
- Or,  $\cos \widehat{ADB} = \frac{DA}{DB} = \frac{3}{5}$ . Donc  $\widehat{ADB} \approx 53^{\circ}$ . b) Dans le triangle DCB rectangle en C:
- $\cos \widehat{BDC} = \frac{DC}{DB} = \frac{4}{5}$ . Donc  $\widehat{BDC} \approx 37^{\circ}$ .
- On vérifie que  $\widehat{ADB} + \widehat{BDC} = 90^{\circ}$ .

# > Mon bilan

Voir les corrigés détaillés dans le livre élève, page 297.

# J'approfondis

41 1) collatéral : du même côté; confrère : personne exerçant la même profession; coéquipier : personne appartenant à la même équipe; compatriote : personne issue du même pays; colocataire : personne louant le même appartement; cocyclique : appartenant au même cercle.

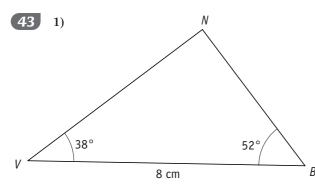
2) copropriétaire, collaborateur, copain, etc.

42 On calcule la longueur de l'hypoténuse JL, en utilisant le théorème de Pythagore.

$$JL^2 = JK^2 + KL^2 = 5,2^2 + 3,9^2 = 42,25.$$
  
D'où  $JL = \sqrt{42,25} = 6,5.$ 

a) 
$$\cos \widehat{LJK} = \frac{JK}{U} = \frac{5.2}{6.5} = \frac{52}{65} = \frac{4 \times 13}{5 \times 13} = \frac{4}{5}$$

a) 
$$\cos \widehat{LJK} = \frac{JK}{JL} = \frac{5.2}{6.5} = \frac{52}{65} = \frac{4 \times 13}{5 \times 13} = \frac{4}{5}$$
.  
b)  $\cos \widehat{KLJ} = \frac{KL}{JL} = \frac{3.9}{6.5} = \frac{39}{65} = \frac{3 \times 13}{5 \times 13} = \frac{3}{5}$ .

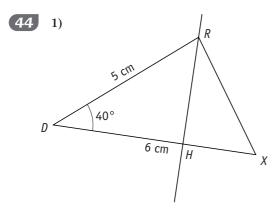


 $NVB + VBN = 38^{\circ} + 52^{\circ} = 90^{\circ}$ .

Deux de ses angles étant complémentaires, le triangle NVB est rectangle en N.

2) 
$$\cos \widehat{NVB} = \frac{VN}{VB}$$
. Ainsi  $\cos 38^\circ = \frac{VN}{8}$ . Donc  $VN = 8 \cos 38^\circ$ .

$$VN \approx 6.3$$
 cm.  
3)  $\cos \widehat{VBN} = \frac{BN}{BV}$ . Ainsi  $\cos 52^\circ = \frac{BN}{8}$ . Donc  $BN = 8 \cos 52^\circ$ .  $BN \approx 4.9$  cm.



2) Dans le triangle rectangle *DRH*, les angles  $\widehat{RDH}$  et  $\widehat{HRD}$ sont complémentaires.

Donc 
$$\widehat{DRH} = 50^{\circ}$$
. De plus  $\widehat{CORH} = \frac{RH}{RD}$ .

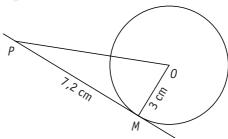
Ainsi cos 
$$50^\circ = \frac{RH}{5}$$
. Donc  $RH = 5 \cos 50^\circ \approx 3.2 \text{ cm}$ .

Ainsi 
$$\cos 50^\circ = \frac{RH}{5}$$
. Donc  $RH = 5 \cos 50^\circ \approx 3.2 \text{ cm}$ .  
3) L'aire du triangle  $RDX$  est  $\mathcal{A} = \frac{DX \times RH}{2}$ ;  $\mathcal{A} \approx \frac{6 \times 3.2}{2}$ ;  $\mathcal{A} \approx 9.6 \text{ cm}^2$ .

45

1)

La figure en vraie grandeur est disponible sur le site www.hachette-education.com



2) La tangente ( $\Delta$ ) au cercle en M est perpendiculaire à la droite (OM).

Le triangle *OMP* est donc rectangle en *M*.

D'après le théorème de Pythagore, on a :

$$OP^2 = OM^2 + MP^2 = 3^2 + 7,2^2 = 60,84.$$

$$OP = \sqrt{60,84} = 7,8$$

$$OP = \sqrt{60,84} = 7,8$$
.  
Ainsi  $\cos \widehat{MOP} = \frac{OM}{OP} = \frac{3}{78}$ ; donc  $\widehat{MOP} \approx 67^\circ$ .

46 Voir le dessin de l'activité d'ouverture page 235 du livre élève.

Dans le triangle *DEC* rectangle en *E*, on a cos  $\widehat{ECD} = \frac{CE}{CD}$ 

C'est-à-dire cos 32° = 
$$\frac{18}{CD}$$
. Donc  $CD = \frac{18}{\cos 32}$ .

De plus 
$$\widehat{CDE} = 90^{\circ} - \widehat{ECD} = 58^{\circ}$$
 et  $\cos \widehat{CDE} = \frac{DE}{DC}$ 

Ainsi cos 
$$58^{\circ} = \frac{DE}{DC}$$

Ainsi 
$$\cos 58^\circ = \frac{DE}{DC}$$
;  
d'où  $DE = DC \times \cos 58^\circ = \frac{18}{\cos 32^\circ} \times \cos 58^\circ$ .

$$DE \approx 11.2 \text{ m}$$

$$DA = DE + EA = DE + 1,5.$$

La hauteur de l'arbre est environ 12,7 m.

47 1)  $\cos N\widehat{MP} = \frac{MP}{MN} = \frac{5}{7}$ ; donc  $N\widehat{MP} \approx 44^\circ$ .

2) D'après le théorème de Pythagore :  $NP^2 + PM^2 = MN^2$ .  $NP^2 = MN^2 - PM^2 = 7^2 - 5^2 = 24$ .

Donc  $NP = \sqrt{24}$ ;  $NP \approx 4.9$  cm.

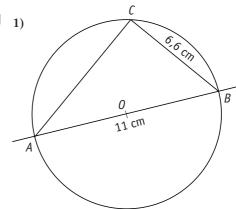
3) On a :  $I \in [PM]$ ;  $J \in [PN]$  et (IJ) // (MN).

Or, d'après le théorème de Thalès,  $\frac{PI}{PM} = \frac{PJ}{PN} = \frac{IJ}{MN}$ .

Ainsi 
$$\frac{2}{5} = \frac{IJ}{7}$$
.

Donc 
$$IJ = \frac{2 \times 7}{5} = 2.8 \text{ cm}.$$

48



Chap. 14 - Cosinus d'un angle aigu d'un triangle rectangle



La figure en vraie grandeur est disponible sur le site www.hachette-education.com

- 2) Le triangle ABC est inscrit dans un cercle ayant pour diamètre un de ses côtés, ce triangle est donc rectangle
- 3) D'après le théorème de Pythagore :  $AC^2 + CB^2 = AB^2$ .  $AC^2 = AB^2 - CB^2 = 11^2 - 6,6^2 = 77,44.$

Donc  $AC = \sqrt{77.44} = 8.8$  cm.

4) a) 
$$\cos \widehat{BAC} = \frac{AC}{AB} = \frac{8.8}{11} = 0.8$$

b) Donc  $\widehat{BAC} \approx 37^{\circ}$ .



49  $\cos \widehat{ZER} = \frac{ZE}{FR}$ ; d'où  $ZE = ER \times \cos \widehat{ZER} = 10 \cos 40^\circ$ .

Par ailleurs,  $\widehat{ZRE} = 90^{\circ} - \widehat{ZER} = 50^{\circ}$ .

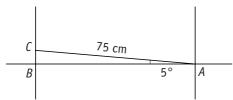
$$\cos \widehat{ZRE} = \frac{ZR}{ER}$$
; d'où  $ZR = ER \times \cos \widehat{ZRE} = 10 \cos 50^\circ$ .

a) Périmètre de  $\widehat{ZER}$ :

 $\mathcal{P} = ZR + RE + EZ = 10 \cos 50^{\circ} + 10 + 10 \cos 40^{\circ}.$ Donc  $\mathcal{P} \approx 24.1$  cm.

b) Aire de  $\widehat{ZER}$ :  $\mathcal{A} = \frac{1}{2} RZ \times ZE$ . Donc  $\mathcal{A} \approx 24,6 \text{ cm}^2$ .







La figure en vraie grandeur est disponible sur le site www.hachette-education.com

Dans le triangle *ABC* rectangle en *B* (voir schéma) :

$$\widehat{BCA} = 90^{\circ} - \widehat{BAC} = 85^{\circ}.$$

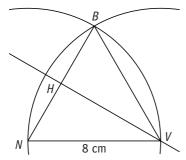
$$\widehat{BCA} = 90^{\circ} - \widehat{BAC} = 85^{\circ}.$$
 $\cos \widehat{BCA} = \frac{CB}{CA}.$  C'est-à-dire  $\cos 85^{\circ} = \frac{CB}{75}.$ 

Donc  $CB = 75 \times \cos 85^{\circ}$ .

 $CB \approx 6.54$  m. Le dénivelé entre les deux plates formes est environ 6,54 m.









La figure en vraie grandeur est disponible sur le site www.hachette-education.com

2) Dans le triangle *NVH* rectangle en *H*,  $\cos \widehat{HNV} = \frac{NH}{NV}$ Or la hauteur d'un triangle équilatéral est confondue avec sa médiane.

Ainsi 
$$NH = \frac{NB}{2} = 4$$
 cm.

De plus, les angles d'un triangle équilatéral mesurent 60°.

On a donc cos  $60^{\circ} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$ .

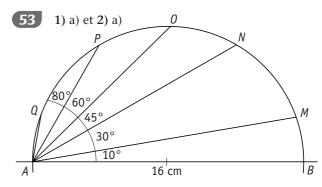
52

1)

Le tableau à compléter est disponible sur le site www.hachette-education.com

angle (en °)	e (en °) 5		20	50	80
cosinus	0,996	0,98	0,94	0,64	0,17

- 2) Par exemple :  $\frac{0.98}{10}$  = 0.098 et  $\frac{0.64}{50}$  = 0.0128. Ces quotients sont différents.
- « Le cosinus d'un angle n'est pas proportionnel à sa



La figure en vraie grandeur est disponible sur le site www.hachette-education.com

1) b) Le triangle AMB est rectangle en M car il est inscrit dans un cercle de diamètre un de ses côtés.

Ainsi :  $\cos \widehat{MAB} = \frac{AM}{AB}$ ; donc :  $\cos 10^\circ = \frac{AM}{16}$ .

2) b) les triangles BAN, BAO, BAP et BAQ sont respectivement rectangles en N, O, P et Q.

Ainsi,  $\cos 30^{\circ} = \frac{AN}{16}$ ,  $\cos 45^{\circ} = \frac{AO}{16}$ ,  $\cos 60^{\circ} = \frac{AP}{16}$  et  $\cos 80^\circ = \frac{AQ}{16}.$ 

- 3) a) Par construction AQ < AP < AO < AN < AM.
- b) Donc  $\frac{AQ}{16} < \frac{AP}{16} < \frac{AO}{16} < \frac{AN}{16} < \frac{AM}{16}$ .

Et donc :  $\cos 80^{\circ} < \cos 60^{\circ} < \cos 45^{\circ} < \cos 30^{\circ} < \cos 10^{\circ}$ . c) « Dans un triangle rectangle, si la mesure de l'angle augmente, alors son cosinus diminue.»

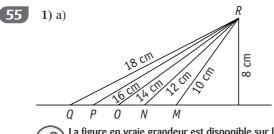
54

1)

Le tableau à compléter est disponible sur le site www.hachette-education.com

cosinus	0,1	0,2	0,3	0,5	0,9
angle (en °)	84	78	73	60	26

- 2) Par exemple :  $\frac{84}{0.1}$  = 840 et  $\frac{60}{0.5}$  = 120. Ces quotients
- « La mesure d'un angle n'est pas proportionnelle à son cosinus. »



- La figure en vraie grandeur est disponible sur le site www.hachette-education.com
- 1) b) Dans le triangle RMS rectangle en S:

$$\cos \widehat{MRS} = \frac{RS}{RM} = \frac{8}{10}$$
. Donc  $\widehat{MRS} \approx 37^{\circ}$ .

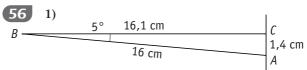
2) Les triangles RNS, ROS, RPS et RQS sont rectangles en S.

2) Les triangles RNS, ROS, RPS et RQS sont recta  

$$\cos \widehat{SRN} = \frac{8}{12}$$
;  $\cos \widehat{SRO} = \frac{8}{14}$ ;  $\cos \widehat{SRP} = \frac{8}{16}$ ;  
 $\cos \widehat{SRQ} = \frac{8}{18}$ .

On en déduit que  $\widehat{SRN} \approx 48^{\circ}$ ;  $\widehat{SRO} \approx 55^{\circ}$ ;  $\widehat{SRP} = 60^{\circ}$ ;  $\widehat{SRQ} \approx 64^{\circ}$ .

3) « Dans un triangle rectangle, si le cosinus d'un angle diminue, alors sa mesure augmente. »



- La figure en vraie grandeur est disponible sur le site www.hachette-education.com
- 2)  $\cos \widehat{ABC} < 1$  car l'hypoténuse est le côté le plus long d'un triangle rectangle.

3) 
$$AC \approx 16.1$$
 cm.

$$\cos 5^{\circ} = \frac{AB}{BC} \approx \frac{16}{16.1} \approx 0.994.$$
  
Avec la calculatrice :  $\cos 5^{\circ} \approx 0.996$ 

**4)** 
$$\widehat{ACB} = 90^{\circ} - \widehat{ABC} = 85^{\circ}$$
.

$$\cos 85^{\circ} = \frac{AC}{BC} \approx \frac{1.4}{16.1} \approx 0.087.$$

Avec la calculatrice :  $\cos 85^{\circ} \approx 0.087$ 

#### LA MAISON DEVOIR A

1) Dans le triangle RTV, on a :  $S \in [RT]$ ,  $U \in [RV]$ et (SU) // (TV).

Or, d'après le théorème de Thalès :  $\frac{RS}{RT} = \frac{RU}{RV} = \frac{SU}{TV}$ .

Ainsi  $\frac{4,5}{RT} = \frac{6}{7,5}$ ; d'où  $RT \times 6 = 4,5 \times 7,5$ ; donc  $RT = \frac{4,5 \times 7,5}{6} = 5,625$  cm.

2) a) Dans le triangle RSU rectangle en S, on a :

$$\cos \widehat{URS} = \frac{RS}{RU} = \frac{4.5}{6} = 0.75.$$

Ainsi  $\widehat{URS} \approx 41.4^{\circ}$ .

b) On a : (SU) // (TV) et  $(SU) \perp (RT)$ .

Or, si deux droites sont parallèles, alors toute perpendiculaire à l'une, est perpendiculaire à l'autre.

Les droites (TV) et (SU) sont donc perpendiculaires. Donc le triangle *RTV* est rectangle en *T*.

3) a) On a trouvé que  $\widehat{URS} \approx 41.4^{\circ}$  et  $\widehat{RVT} = 90^{\circ} - \widehat{URS}$ . On en déduit que  $\widehat{RVT} \approx 48,6^{\circ}$ .

Or  $\cos \widehat{RVT} = \frac{TV}{RV'}$ , donc  $TV = RV \times \cos \widehat{RVT}$ .

Ainsi  $TV \approx 7.5 \cos 48.6^{\circ}$ .  $TV \approx 5 \text{ cm}$ .

b) Dans le triangle RTV rectangle en T, on applique le théorème de Pythagore :

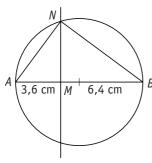
 $TV^2 + TR^2 = RV^2.$ 

D'où  $TV^2 = RV^2 - TR^2 = 7.5^2 - 5.625^2 = 24.609375$ .

Comme *TV* est une longueur positive :

 $TV = \sqrt{24,609375} \approx 5 \text{ cm}.$ 

58 1)



La figure en vraie grandeur est disponible sur le site www.hachette-education.com

2) Le triangle ANB est inscrit dans un cercle dont le diamètre est un de ses côtés.

Donc le triangle *ANB* est rectangle en *N*.

Les triangles AMN et NMB sont rectangles en M.

Dans le triangle *ANB*, cos  $\widehat{NAB} = \frac{AN}{AB}$ 

Dans le triangle *ANM*, cos  $\widehat{NAB} = \frac{AM}{AN}$ 

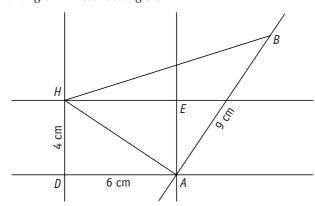
On a donc  $\frac{AN}{AB} = \frac{AM}{AN}$ . D'où  $AN^2 = AB \times AM = 10 \times 3,6 = 36$ .

Donc  $AN = \sqrt{36} = 6$  cm.

3) Or,  $\cos \widehat{BAN} = \frac{AN}{AB} = \frac{6}{10} = 0.6$ .

On en déduit que  $\widehat{BAN} \approx 53^{\circ}$ 

1) AH est une diagonale de la face AEHD. Le triangle ABH est rectangle en A.



2) On calcule AH en utilisant le théorème de Pythagore dans le triangle ADH rectangle en D :

$$AH^2 = HD^2 + DA^2 = 4^2 + 6^2 = 52$$
.  $AH = \sqrt{52}$ .

On calcule HB en utilisant le théorème de Pythagore dans le triangle HAB rectangle en A:

$$BH^2 = HA^2 + BA^2 = 52 + 9^2 = 133$$
.  $BH = \sqrt{133}$ 

$$BH^{2} = HA^{2} + BA^{2} = 52 + 9^{2} = 133. BH = \sqrt{133}.$$
  
Enfin,  $\cos \widehat{AHB} = \frac{HA}{HB} = \frac{\sqrt{52}}{\sqrt{133}}.$ 

On en déduit que  $\widehat{AHB} \approx 51,3^{\circ}$ .

# > J'utilise la calculatrice

**60** a)  $\cos 40^{\circ} \approx 0,766$ ; b)  $\cos 85^{\circ} \approx 0.087$ ; c)  $\cos 12^{\circ} \approx 0.978$ .

On a :  $\cos \widehat{ABC} = 0.35$ . Donc  $\widehat{ABC} \approx 69.5^{\circ}$ .

61



Le tableau à compléter est disponible sur le site www.hachette-education.com

							I	
angle (en °)	23	46	69	83	89,9	68	7	2
cosinus	0,92	0,695	0,358	0,12	0,002	3 8	119 120	1

# > Je découvre le monde des mathématiques

Voir les corrigés détaillés dans le livre élève, page 301.

# Pyramide – Cône de révolution

# > Programme

## Programme de la classe de quatrième

#### **COMPÉTENCES**

- Réaliser le patron d'une pyramide de dimensions données.
- Reconnaître un cône de révolution.

#### Commentaires

Comme dans les classes précédentes, l'observation et la manipulation d'objets usuels constituent des points d'appui indispensables. Les activités sur les pyramides exploitent des situations limitées et simples : pyramides dont une arête latérale est aussi la hauteur, pyramides régulières à 3, 4 ou 6 faces latérales. L'objectif est toujours d'apprendre à voir dans l'espace, ce qui implique un large usage des représentations en perspective et la réalisation de patrons. Ces travaux permettent de consolider les images mentales relatives à des situations d'orthogonalité.

La réalisation du patron d'un cône de révolution donné n'est pas une compétence exigible mais peut être envisagée comme situation problème intéressante.

## Programme de la classe de cinquième

#### COMPÉTENCE

Fabriquer un prisme droit dont la base est un triangle ou un parallélogramme et dont les dimensions sont données, en particulier à partir d'un patron.

#### Commentaires

Comme en classe de sixième, l'objectif est d'entretenir et d'approfondir les acquis : représenter, décrire et construire des solides de l'espace, en particulier à l'aide de patrons. Passer de l'objet à ses représentations (et inversement) constitue encore l'essentiel du travail, lequel pourra être fait en liaison avec l'enseignement de la Technologie. L'observation et la manipulation d'objets usuels sont des points d'appui indispensables.

Le parallélépipède rectangle, rencontré en classe de sixième, est reconnu comme un cas particulier de prisme droit.

#### **COMPÉTENCE**

Fabriquer un cylindre de révolution dont le rayon du cercle de base est donné.

#### Commentaires

Un patron de prisme droit peut être dessiné directement à partir des mesures données, alors que, pour le cylindre, le problème est centré sur la production du rectangle (surface latérale du cylindre) lorsque le rayon du cercle de base est connu (réinvestissement du périmètre du cercle).

#### COMPÉTENCE

Dessiner à main levée une représentation en perspective cavalière de ces deux solides (prisme droit et cylindre de révolution).

#### Commentaires

L'usage d'outils informatiques (logiciels de géométrie dans l'espace) peut se révéler utile pour une meilleure analyse de ces solides.

Les travaux permettent de consolider les connaissances déjà mises en place, relatives à des situations de parallélisme et d'orthogonalité : arêtes perpendiculaires et arêtes parallèles, faces parallèles et faces perpendiculaires.

## Programme de la classe de troisième

#### COMPÉTENCE

Construire un triangle équilatéral, un carré, un hexagone régulier connaissant son centre et un sommet.

#### Commentaires

Les activités sur les polygones réguliers, notamment leur tracé à partir d'un côté, portent sur le triangle équilatéral, le carré, l'hexagone et éventuellement l'octogone. Certaines d'entre elles peuvent conduire à utiliser la propriété de l'angle inscrit.

Les recherches de transformations laissant invariant un triangle équilatéral ou un carré, a fortiori tout autre polygone régulier, sont hors programme.

## COMPÉTENCES

- Connaître et utiliser la nature des sections du cube, du parallélépipède rectangle par un plan parallèle à une face, à une arête.
- Connaître et utiliser la nature des sections du cylindre de révolution par un plan parallèle ou perpendiculaire à son axe.
- Connaître et utiliser les sections d'un cône de révolution et d'une pyramide par un plan parallèle à la base.

#### Commentaires

Des manipulations (sections de solides en polystyrène par exemple) ou l'utilisation de logiciels de géométrie

Chap. 15 - Pyramide — Cône de révolution

🔘 Hachette Livre 2007, Mathématiques 4º, collection PHARE, livre du professeur. La photocopie non autorisée est un délit

BAT-106a192.indd 165 25/07/07 8:54:00

C'est aussi l'occasion de faire des calculs de longueur et d'utiliser les propriétés rencontrées dans d'autres rubriques ou les années antérieures. Les élèves sont également confrontés au problème de représentation d'objets à 3 dimensions, ainsi qu'à celle de la représentation en vraie grandeur d'une partie de ces objets dans un plan (par exemple : section plane, polygone déterminé par des points de l'objet).

Aucune compétence n'est exigible à propos des problèmes d'orthogonalité et de parallélisme dans l'espace, notions qui seront étudiées en Seconde. Les propriétés utilisées sont mentionnées en cas de besoin. À propos des pyramides, les activités se limitent à celles dont la hauteur est une arête latérale et aux pyramides régulières qui permettent de retrouver les polygones étudiés par ailleurs.

#### **COMPÉTENCES**

- Connaître la nature de la section d'une sphère par un plan.
- Calculer le rayon du cercle intersection connaissant le rayon de la sphère et la distance du plan au centre de la sphère.
- Représenter la sphère et certains de ses grands cercles.

#### ■ Commentaires :

La sphère est définie à partir du centre et du rayon. Les grands cercles de la sphère et les couples de points diamétralement opposés sont mis en évidence.

Aucune difficulté n'est soulevée sur la localisation du centre du cercle d'intersection.

Le cas particulier où le plan est tangent à la sphère est également étudié.

Aucune difficulté n'est soulevée sur ces représentations. Le rapprochement est fait avec les connaissances que les élèves ont déjà de la sphère terrestre, notamment pour le repérage sur la sphère à l'aide des méridiens et des parallèles.

## En résumé

→ Le cube et le parallélépipède rectangle sont étudiés en 6<sup>e</sup>, le prisme droit et le cylindre de révolution en 5<sup>e</sup>, la pyramide et le cône de révolution en 4<sup>e</sup> et la sphère en 3<sup>e</sup>.

L'observation et la manipulation d'objets usuels constituent des points d'appui indispensables pour visualiser ces solides. Ce n'est qu'en classe de Seconde que l'on aura a sa disposition les théorèmes relatifs au parallélisme et à l'orthogonalité dans l'espace.

- → Les pyramides étudiées en 4<sup>e</sup> seront limitées à deux types :
- pyramides dont une arête est la hauteur;
- pyramides régulières à trois, quatre et six faces latérales. Les polygones réguliers sont seulement au programme de 3°.
- → La réalisation d'un patron d'une pyramide de dimensions données est la seule compétence exigible du programme. Pour le cône de révolution, la réalisation d'un patron est proposée en exercice.

# Activités

## ACTIVITÉ D'OUVERTURE

#### COMMENTAIRES

Cette activité permet de découvrir la notion de pyramide à partir d'un ensemble sculptural fait de deux pyramides se présentant dans des positions originales : la pyramide inversée du Carrousel du Louvre.

#### CORRIGÉ

La petite pyramide est en pierre blanche très lisse, posée au sol sur une base carrée. Sa « pointe » (sommet) est dirigée vers le haut. Elle possède quatre autres faces qui semblent être des triangles isocèles.

La plus grande pyramide est en verre transparent, suspendue au plafond. Sa « pointe » est dirigée vers le bas. Elle a une face carrée et quatre faces qui semblent être des triangles isocèles.

# 1 J'AI DÉJÀ VU

## J'observe dans l'espace

Objectif	Revoir des solides connus et le vocabulaire associé.
Pré requis	Le pavé droit, le prisme, le cylindre.
Paragraphe introduit	Préambule au 1) Pyramide a) Définitions

#### COMMENTAIRES

On aborde les notions relatives au parallélisme et à l'orthogonalité dans l'espace à partir des solides connus.

#### CORRIGÉ

1) Figure verte : le solide est un prisme droit à bases triangulaires. Ses bases sont des triangles.

Figure jaune : le solide est un pavé droit. Ses bases sont des rectangles.

Figure rose : le solide est un cylindre de révolution. Ses bases sont des disques.

#### 2) Figure verte:

- a) les arêtes [AB] et [DE] sont parallèles;
- b) les arêtes [AB] et [BE] sont perpendiculaires;
- c) les faces ABC et DEF sont parallèles;
- d) les faces ABC et BCFE sont perpendiculaires;
- e) une hauteur est [AD] et le segment [DF] lui est perpendiculaire.

#### Figure jaune:

- a) les arêtes [AD] et [BC] sont parallèles;
- b) les arêtes [AB] et [AD] sont perpendiculaires;
- c) les faces ABCD et EFGH sont parallèles;
- d) les faces ABCD et ADHE sont perpendiculaires;
- e) une hauteur est [AE] et le segment [EH] lui est perpendiculaire.

#### Figure rose:

- a) non; b) non;
- c) les deux disques de base sont parallèles; d) non;
- e) une hauteur est [OO'] et le segment [OF] lui est per-



## (2) JE DÉCOUVRE

## Je découvre la pyramide

Objectif	Découvrir des pyramides et le vocabulaire associé
Pré requis	Droite perpendiculaire à un plan.
Paragraphe introduit	1) Pyramide a) Définition

#### COMMENTAIRES

L'objectif est toujours d'observer et de manipuler pour consolider les images mentales relatives aux pyramides et à leur hauteur. Le matériel fabriqué pourra servir dans l'activité 3 et pourra éventuellement être gardé ou collé dans le cahier de l'élève.

#### CORRIGÉ

#### B: Visualisation d'une pyramide

- 1) Le solide a 5 faces. Une face est le carré ABCD, les quatre autres faces SAB, SBC, SCD et SDA sont des triangles.
- 3) b) Les faces latérales sont des triangles rectangles.



#### JE DÉCOUVRE

## Je découvre une pyramide régulière à base carrée

Objectif	Découvrir une pyramide régulière à base carrée et sa représentation en perspective cavalière.
Pré requis	<ul> <li>Activité 2</li> <li>Perspective cavalière vue en 5<sup>e</sup>.</li> </ul>
Paragraphe introduit	Pyramide     Cas particuliers de pyramides

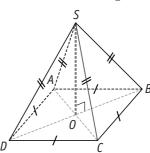
#### COMMENTAIRES

L'activité est basée sur la manipulation. Elle utilise le matériel construit dans l'activité 2.

La perspective cavalière est facilitée par la matérialisation des arêtes avec les fils.

#### CORRIGÉ

- 1) Voir photo dans le manuel.
- 2) Elles sont égales.
- 3) Les faces latérales sont des triangles isocèles.





## JE DÉCOUVRE

## Je découvre des patrons de pyramides

Objectifs	<ul><li>Visualiser une pyramide dont une arête est la hauteur.</li><li>Construire un patron de pyramide.</li></ul>
Pré requis	<ul> <li>Activité 2 et 3.</li> <li>Patrons des solides de 5<sup>e</sup>.</li> </ul>
Paragraphes introduits	<ul><li>2) Patron de pyramide.</li><li>a) Définition</li><li>b) Pyramide dont une arête est</li><li>la hauteur</li></ul>

#### COMMENTAIRES

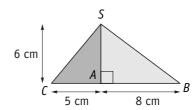
Là encore, l'activité est basée sur la manipulation. En manipulant et en basculant un gabarit, les élèves construisent les faces latérales d'un patron d'une pyramide.

#### CORRIGÉ

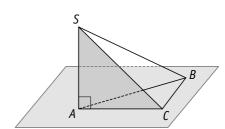


Pour cette activité, les figures et patrons en taille réelle sont disponibles sur le site www.hachette-education.com

#### A: Visualisation d'une pyramide dont une arête est la hauteur



2)

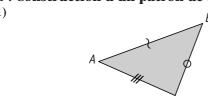


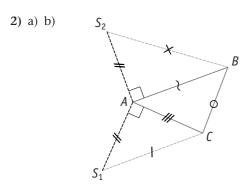
Chap. 15 - Pyramide — Cône de révolution

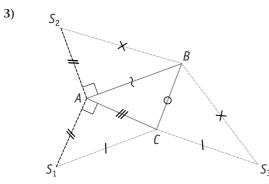
🔘 Hachette Livre 2007, Mathématiques 4º, collection PHARE, livre du professeur. La photocopie non autorisée est un délit

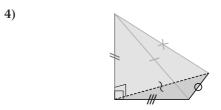
La base est un triangle (quelconque *a priori*) ABC. Les faces SAB et SAC sont des triangles rectangles. Les faces ABC et SBC sont des triangles quelconques à priori car dépendent de l'angle  $\widehat{BAC}$  choisi en posant le gabarit.

## B : Construction d'un patron de cette pyramide









# 5 JE DÉCOUVRE

## J'observe un cône de révolution

Objectif	Découvrir le cône de révolution.
Pré requis	Le cercle.
Paragraphes introduits	3 ) Cône de révolution a) Définition b) Description

#### COMMENTAIRES

L'activité a pour objectifs de :

- introduire le cône de révolution à partir d'une manipulation;
- mettre en évidence l'idée de révolution à partir de la rotation d'un triangle;
- visualiser dans l'espace les solides obtenus par la rotation autour d'un axe de différentes figures planes.

#### CORRIGÉ

- 1) Voir photo dans le manuel.
- 2) Le point R décrit un cercle.
- 3) Génératrice signifie « qui engendre » donc « qui crée ».
- 4) Les associations sont A5, B3, C2, D1, E4.

# 6 JE DÉCOUVRE

## Je construis un cône de révolution

Objectifs	<ul> <li>Construire un cône de révolution.</li> <li>Découvrir la forme d'un de ses patrons.</li> </ul>
Paragraphe introduit	3) Cône de révolution c) Patron

#### COMMENTAIRES

La manipulation a cette fois encore été privilégiée pour aborder la notion de cône de révolution et atteindre les deux objectifs visés.

#### CORRIGÉ

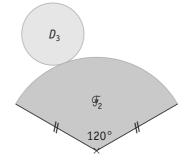
1)

Pour cette activité, les figures en taille réelle sont disponibles sur le site <u>www.hachette-education.com</u>

A 120° B
C 120° E

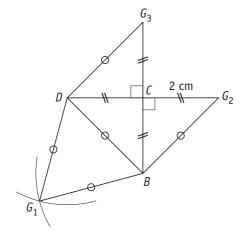
- 2) et 3) Voir figure 2 dans le manuel.
- 4) La base  $D_3$  est un disque.

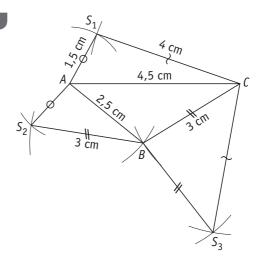
5)

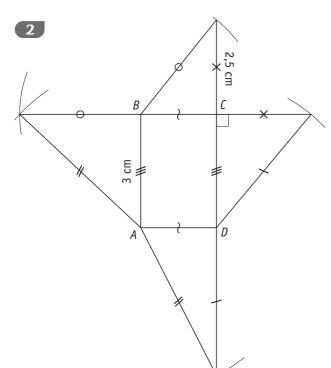


## 1 Construire un patron de pyramide

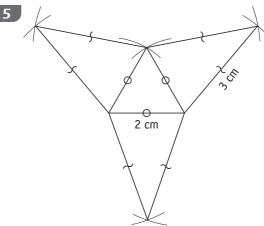
1



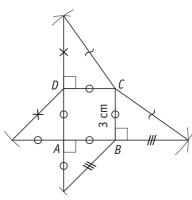




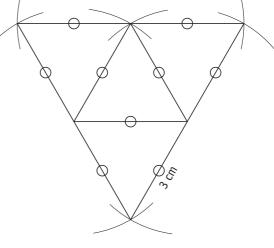




3



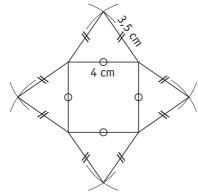
6



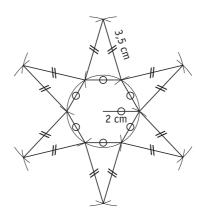
La figure en vraie grandeur est disponible sur le site www.hachette-education.com

© Hachette Livre 2007, Mathématiques 4º, collection PHARE, livre du professeur. La photocopie non autorisée est un délit.

7



La figure en vraie grandeur est disponible sur le site www.hachette-education.com 8



La figure en vraie grandeur est disponible sur le site www.hachette-education.com

# > Je m'entraine

## À l'oral

## Reconnaître des solides

- 9 Le solide b est un parallélépipède rectangle.
- Les bases de b sont des rectangles ou des parallélogrammes.

Les bases de i sont des triangles.

Les bases de j sont des trapèzes rectangles.

Le solide a est une pyramide à base rectangulaire ou parallélogramme.

Le solide e est une pyramide à base rectangulaire ou parallélogramme.

Le solide h est une pyramide à base pentagonale.

Le solide j est une pyramide à base hexagonale.

- 12 c et k sont des cônes de révolution.
- Les solides d, f et g ne sont ni des pyramides, ni des prismes droits, ni des cônes de révolution.

  d est un cône oblique, f une sphère et g un cylindre.
- Le solide d n'est pas un cône de révolution car sa hauteur ne passe pas par le centre de sa base.
- Le solide a n'est pas une pyramide régulière à base carrée car sa hauteur ne passe pas par le centre de sa base.

- Le solide d n'est pas une pyramide car sa base est un disque et non un polygone.
- Le solide h n'est pas une pyramide à base hexagonale car sa base a 5 côtés et non 6.
- Les solides a , e et h sont des pyramides dont une arête pourrait être la hauteur.

## Lire une perspective cavalière

- 19 Figure 1 :
- a) le nombre de faces est 5;
- b) la nature de la base est un rectangle ou un parallélogramme;
- c) le nombre de sommets est 5;
- d) le nombre d'arêtes cachées est 3;
- e) le nombre d'arêtes visibles est 5;
- f) le nombre de faces visibles est 2;
- g) le nombre de faces cachées est 3.

## Figure 2 :

- a) le nombre de faces est 4;
- b) la nature de la base est un triangle;
- c) le nombre de sommets est 4;
- d) le nombre d'arêtes cachées est 1;
- e) le nombre d'arêtes visibles est 5;
- f) le nombre de faces visibles est 2;
- g) le nombre de faces cachées est 2.

### Figure 3:

- a) le nombre de faces est 7;
- b) la nature de la base est un hexagone;
- c) le nombre de sommets est 7;
- d) le nombre d'arêtes cachées est 0;
- e) le nombre d'arêtes visibles est 12;
- f) le nombre de faces visibles est 6;
- g) le nombre de faces cachées est 1.

a) 6 sommets; 10 arêtes. b) Sa base est un pentagone.

© Hachette Livre 2007, Mathématiques 4º, collection PHARE, livre du professeur. La photocopie non autorisée est un délit

- c) Ses faces latérales sont des triangles, *ABG* et *ABE* sont des triangles rectangles.
- d) Le triangle *ABH* est rectangle.
- e) Le triangle est quelconque.
- a) Les sommets visibles sont : A, B, G, H, I;
- b) Le sommet caché est *E*;
- c) Les arêtes visibles sont [AB], [AG], [AH], [AI], [BG], [GH] et [HI];
- d) Les arêtes cachées sont [AE], [BE] et [EI];
- e) Les faces latérales visibles sont ABG, AGH et AHI;
- f) Les faces latérales cachées sont ABE et AEI.
- a) L'arête [AB] et la base BGHIE sont perpendiculaires;
- b) Les arêtes [AB] et [BE] sont perpendiculaires;
- c) La face ABG et la base BGHIE sont perpendiculaires.

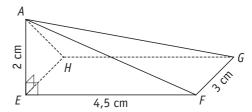
## **Voir dans l'espace**

- a) oui; b) oui; c) non; d) oui; e) non; f) non.
- a) ABFE est un carré; b) ADHE est un carré;
- c) *ADGF* est un rectangle; d) *BCHE* est un rectangle;
- e) ACGE est un rectangle; f) DBFH est un rectangle.
- a) AEH est un triangle rectangle isocèle;
- b) AHF est un triangle équilatéral;
- c) DHG est un triangle rectangle isocèle;
- d) AFG est un triangle rectangle;
- e) AHG est un triangle rectangle;
- f) ACF est un triangle équilatéral;
- g) BCF est un triangle rectangle isocèle;
- h) OGF est un triangle isocèle.
- Pour la pyramide *AEFH*, *AHF* est un triangle équilatéral, les autres faces sont des triangles rectangles.
- 27 Pour la pyramide *AFGCB*, la base *FGCB* est un carré, *ABC* et *ABF* sont des triangles rectangles isocèles, *ACG* et *AFG* sont des triangles rectangles.
- Pour la pyramide *BACF*, *ACF* est un triangle équilatéral, les autres faces sont des triangles rectangles isocèles.
- 29 BFGE est une pyramide à base triangulaire de hauteur [BF].
- 30 DABFE et ADCGH sont deux pyramides à base carrée de hauteur [AD].
- 31 OABCD, OBCGF, OGFEH et OEADH sont quatre pyramides régulières de sommet O.
- a) GHEAD a pour hauteur [GH]; b) GHED a pour hauteur [GH]; c) CABFE a pour hauteur [CB].

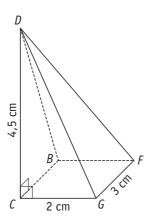
## Représenter en perspective cavalière

1) La pyramide AEFGH a pour sommet A, sa base est EFGH et sa hauteur [AE].

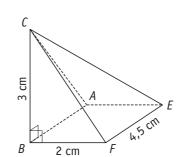
2)



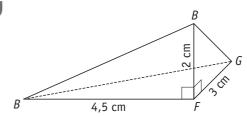
34



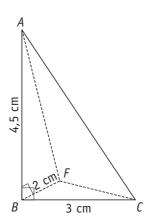
35



36



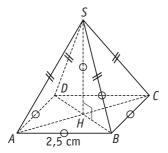
37



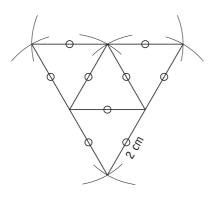
Chap. 15 - Pyramide — Cône de révolution

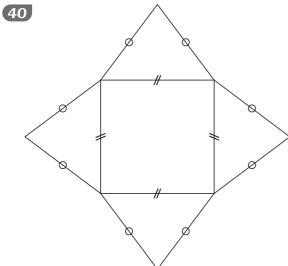
© Hachette Livre 2007, Mathématiques 4º, collection PHARE, livre du professeur. La photocopie non autorisée est un délit

**171** 

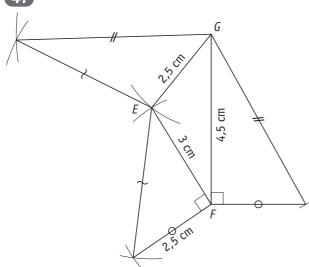


39

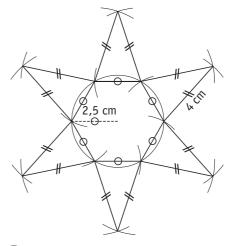




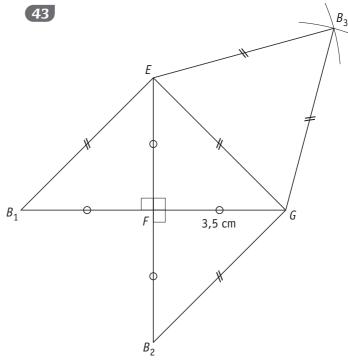
41



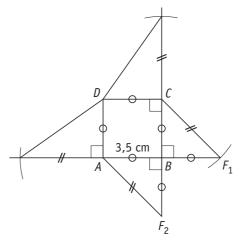
42



La figure en vraie grandeur est disponible sur le site <a href="https://www.hachette-education.com">www.hachette-education.com</a>



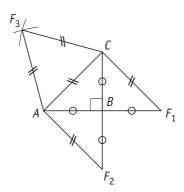
44



La figure en vraie grandeur est disponible sur le site <a href="https://www.hachette-education.com">www.hachette-education.com</a>

172

© Hachette Livre 2007, Mathématiques 4º, collection PHARE, livre du professeur. La photocopie non autorisée est un délit.



La figure en vraie grandeur est disponible sur le site www.hachette-education.com

46

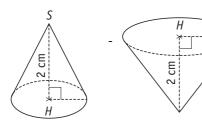


Figure bleue : l'arc de cercle du secteur circulaire est trop petit par rapport à la circonférence du disque de base.

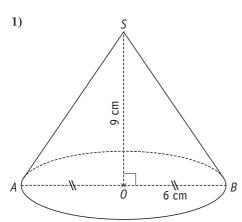
Figure jaune : l'arc de cercle du secteur circulaire est trop grand par rapport à la circonférence du disque de base.

Figure rose : le disque de base doit être du côté de l'arc de cercle du secteur circulaire.

Figure orange : la surface latérale doit être un secteur circulaire.

Figure verte : cela semble bon.

Figure violette : la base doit être un disque.



La figure en vraie grandeur est disponible sur le site www.hachette-education.com

2) La hauteur du cône de révolution est le segment [SO]. Le triangle SOA est rectangle en O, or d'après le théorème de Pythagore :

$$SA^2 = SO^2 + OA^2$$

$$SA^2 = 9^2 + 6^2$$

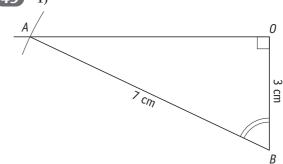
$$SA^2 = 81 + 36 = 117$$

La longueur *SA* est positive donc  $SA = \sqrt{117}$ 

La longueur SA est donc 10,8 cm à 0,1 cm près.

3) Les longueurs des cotés d'un triangle qui engendre ce cône de révolution sont donc 9 cm,  $\overline{6}$  cm et  $\sqrt{117}$  cm.

49 1)



2) La hauteur du cône de révolution est le segment [AO]. Le triangle AOB est rectangle en O, or d'après le théorème de Pythagore :

$$AB^2 = AO^2 + OB^2$$

$$7^2 = AO^2 + 3^2$$

$$49 = AO^2 + 9$$

$$AO^2 = 49 - 9 = 40$$
.

La longueur AO est positive donc  $AO = \sqrt{40}$ .

La hauteur du cône de révolution est donc 6,3 cm à 0,1 cm près.

3) Le triangle ABO étant rectangle en O, je peux utiliser le cosinus :

$$\cos \widehat{ABO} = \frac{BO}{BA} \text{ donc } \cos \widehat{ABO} = \frac{3}{7}$$

**4)** Le triangle *ABO* étant rectangle en *O*,  $\widehat{AOB} = 90^{\circ}$ .

$$\cos \widehat{ABO} = \frac{3}{7} \text{ d'où } \widehat{ABO} \approx 65^{\circ} \text{ au degré près.}$$

Dans un triangle rectangle les angles non droits sont complémentaires donc :

$$\widehat{OAB} \approx 90 - 65^{\circ} = 25^{\circ}$$
 au degré près.

> Mon bilan

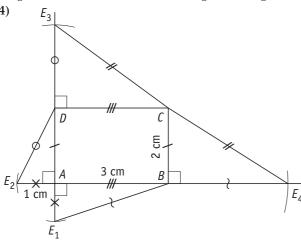
Voir les corrigés détaillés dans le livre élève, page 298.

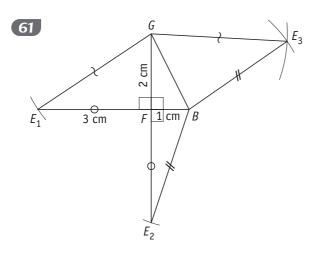
# > J'approfondis

**60** 1) Le quadrilatère *EHCB* est un rectangle. La face *EBC* est un triangle rectangle.

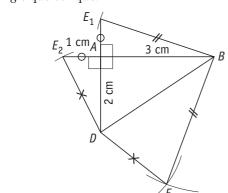
2) Le quadrilatère *EFCD* est un rectangle et la face *EDC* est un triangle rectangle.

3) La pyramide *EABCD* a une base *ABCD* qui est un rectangle, les autres faces sont des triangles rectangles.



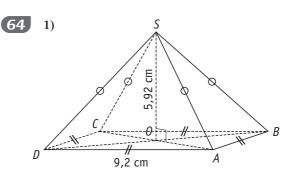


**62** 1) La pyramide *EABD* a trois faces *EAD*, *EAB* et *DAB* qui sont des triangles rectangles. La face *EDB* est un triangle quelconque.



Les longueurs en cm des arêtes de la pyramide *EABD* au mm près sont : AD = 2, AB = 3,  $BD = \sqrt{(3^2 + 2^2)} = \sqrt{13} \approx 3.6$ ;

$$EA = 1$$
,  $EB = \sqrt{(3^2 + 1^2)} = \sqrt{10} \approx 3.2$ ;  
 $ED = \sqrt{(1^2 + 2^2)} = \sqrt{5} \approx 2.2$ .



La figure en vraie grandeur est disponible sur le site www.hachette-education.com

Calcul des longueurs sur le dessin :

Longueur réelle (en m)	100	148	230
Longueur sur le dessin (en cm)	4	5,92	9,2

**2)** Appelons *S* le sommet de la pyramide régulière, *ABCD* sa base et *O* le centre de sa base.

La longueur de la diagonale d'un carré est  $c\sqrt{2}$  donc  $CA = 230\sqrt{2}$  m et la demi diagonales  $OA = 115\sqrt{2}$  m.

La pyramide étant régulière, [SO] est la hauteur de la pyramide.

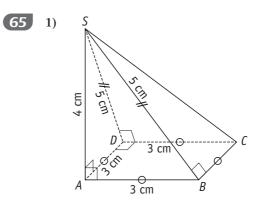
Le triangle *SOA* est rectangle en *O*, or d'après le théorème de Pythagore :

$$SA^2 = SO^2 + OA^2$$

$$SA^2 = 148^2 + (115\sqrt{2})^2$$

$$SA^2 = 21904 + 13225 \times 2 = 48354.$$

La longueur SA est positive donc  $SA = \sqrt{48354} \approx 220$  m. Une valeur approchée de la longueur d'une arête latérale est donc 220 m à un m près.



2) Le triangle *SAB* est rectangle en *A*, or d'après le théorème de Pythagore :

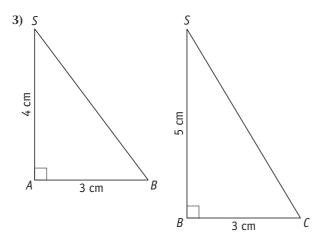
$$SB^2 = SA^2 + AB^2$$

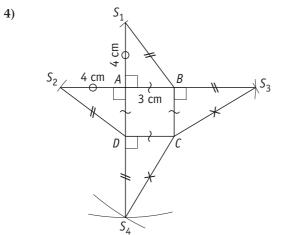
$$SB^2 = 4^2 + 3^2$$

$$SB^2 = 16 + 9 = 25$$
.

La longueur SB est positive donc SB =  $\sqrt{25}$  = 5.

La longueur d'une arête latérale est donc 5 cm.





La figure en vraie grandeur est disponible sur le site www.hachette-education.com

**66** 1) Appelons *S* le sommet de la pyramide régulière, *ABCD* sa base et *O* le centre de sa base.

La longueur de la diagonale d'un carré est  $c\sqrt{2}$  donc,  $CA \approx 36\sqrt{2}$  m et  $OA \approx 18\sqrt{2}$  m.

La pyramide étant régulière, [SO] est la hauteur de la pyramide.

Le triangle *SOA* est rectangle en *O*, or d'après le théorème de Pythagore :

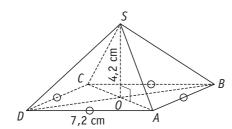
$$SA^2 = SO^2 + OA^2$$

$$33^2 \approx SO^2 + (18\sqrt{2})^2$$

$$SO^2 \approx 1089 - 648 = 441.$$

La longueur *SO* est positive donc  $SO \approx \sqrt{441} = 21$  m. Sa hauteur mesure donc 21 m à 1 m près.

2



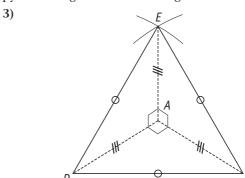
La figure en vraie grandeur est disponible sur le site www.hachette-education.com

Pour fabriquer cette pyramide à l'échelle 1/500, on peut utiliser un tableau de proportionnalité.

		Arête de Base	Arête latérale	Hauteur
Longueur réelle	500	36 m	33 m	21 m
Longueur sur le dessin	1		0,066 m = 6,6 cm	0,042 m = 4,2 cm

67 1) Les longueurs *ED*, *EB* et *DB* sont toutes des diagonales de carrés de cotés 3 cm. Elles sont donc égales.

2) La pyramide *ADBE* de sommet *A* a donc pour base un triangle équilatéral *EDB*, les autres faces sont des triangles rectangles isocèles superposables. C'est une pyramide régulière à base triangulaire.



Dans une perspective cavalière la face avant est en vraie grandeur. EDB étant en face avant, je dessine un triangle équilatéral.

**68** 1) *EGCBF* est une pyramide de sommet *E*, à base carrée *GCBF*, et dont l'arête [*EF*] est la hauteur. Les faces *EFB* et *EFG* sont des triangles rectangles isocèles. *EGC* et *ECB* sont des triangles rectangles.

2) Les longueurs des arêtes *EG* et *EB* sont égales. Calculons *EB* au mm près.

Le triangle EAB est rectangle en A, or d'après le théorème de Pythagore :

$$EB^2 = EA^2 + AB^2$$

$$EB^2 = 3^2 + 3^2$$

$$EB^2 = 9 + 9 = 18$$
.

La longueur *EB* est positive donc  $EB = \sqrt{18} \approx 4,24$  cm. La longueur *EB* est donc 4,2 cm au mm près.

3) Calculons EC au mm près.

Le triangle EGC est rectangle en G, or d'après le théorème de Pythagore :

$$EC^2 = EG^2 + GC^2$$

$$EC^2 = \sqrt{18}^2 + 3^2$$

$$EC^2 = 18 + 9 = 27$$
.

La longueur *EC* est positive donc  $EC = \sqrt{27} \approx 5,19$  cm. La longueur *EC* est donc 5,2 cm au mm près.

175

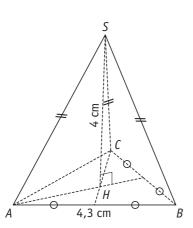
**70 Partie** A : 1) Le centre du cercle circonscrit d'un triangle est le point de rencontre des médiatrices.

2) Dans un triangle équilatéral, chaque médiatrice est aussi médiane. Le point de rencontre des médiatrices est donc aussi celui des médianes et par conséquent : « Dans un triangle équilatéral, le centre du cercle circonscrit est aussi le point d'intersection des médianes. ».

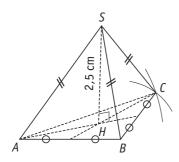
3) Dans un triangle équilatéral, le centre du cercle circonscrit est aussi le point d'intersection des médianes. Dans une perspective cavalière, les milieux sont conservés, donc il suffit de placer les milieux de deux des cotés du triangle ABC pour pouvoir tracer deux médianes de ce triangle. Leur point d'intersection sera le point H cherché.

**Partie B : 1)** La pyramide *ABCS* étant régulière de base *ABC*, *ABC* est un triangle équilatéral et les autres faces sont des triangles isocèles superposables.

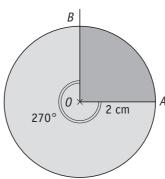
2) et 3)



71



72



1) La mesure de l'angle du secteur vert est 270°.

2) a) Le périmètre du cercle est :

 $\mathcal{P} = 2 \times \pi \times R = 2 \times \pi \times 2 = 4\pi$  cm.

Il correspond à un angle au centre de 360°.

b) La longueur de l'arc rouge est :  $\frac{\mathcal{P}}{4} = \frac{4\pi}{4} = \pi$  cm

La longueur de l'arc vert est :  $4\pi - \pi = 3\pi$  cm.

3)

Le tableau à compléter est disponible sur le site www.hachette-education.com

Portion de tour	1	$\frac{1}{4}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{6}$
Angle au centre en degré	360	90	270	180	45	6
Longueur de l'arc en cm	4π	π	3π	2π	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$

Les deux dernières lignes semblent proportionnelles. La mesure de l'angle au centre semble être proportionnelle à la longueur de l'arc x qu'il intercepte.

a) La mesure de l'angle au centre est proportionnelle à la longueur de l'arc *x* qu'il intercepte. Périmètre du disque complet :

 $\mathcal{P} = 2 \times \pi \times R = 2 \times \pi \times 12 = 24\pi \text{ cm.}$ 

Tableau de proportionnalité :

Angle au centre (en degré)	360	60
Longueur de l'arc (en cm)	24π	х

$$x = \frac{(60 \times 24\pi)}{2.60} = 4\pi.$$

La longueur de son arc de cercle est donc  $4\pi$  cm.

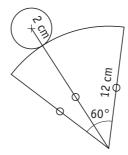
b) Le périmètre de la base d'un cône est égal à la longueur de l'arc de cercle du secteur circulaire constituant la surface latérale. Le périmètre  $\mathcal P$  de la base du cône est donc aussi  $4\pi$  cm.

c) Le rayon du disque de base de ce cône de révolution est r tel que :  $\mathcal{P} = 2\pi r$ .

$$\operatorname{donc} r = \frac{4\pi}{2\pi} = 2.$$

Le rayon du disque de base est 2 cm.

d)



La figure en vraie grandeur est disponible sur le site www.hachette-education.com

 $2 \times \pi \times R = 2 \times \pi \times 2 = 4\pi$  cm.

2) Le périmètre de la base d'un cône est égal à la longueur de l'arc de cercle du secteur circulaire constituant la surface latérale. La longueur de l'arc de cercle du secteur circulaire est donc aussi  $4\pi$  cm.

La mesure de l'angle au centre x est proportionnelle à la longueur de l'arc qu'il intercepte.

Périmètre du disque complet :

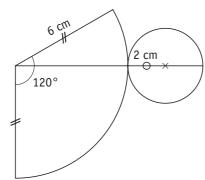
 $\mathcal{P} = 2 \times \pi \times R = 2 \times \pi \times 6 = 12\pi \text{ cm}.$ 

Tableau de proportionnalité:

Angle au centre (en degré)	360	х
Longueur de l'arc (en cm)	12π	$4\pi$

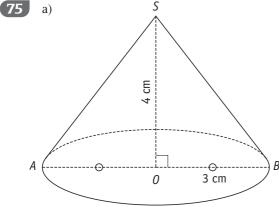
$$x = \frac{(360 \times 4\pi)}{12\pi} = 120.$$

L'angle du secteur circulaire est 120°.



La figure en vraie grandeur est disponible sur le site www.hachette-education.com

Pour fabriquer le cône de révolution, on découpe et on plie le patron.



b) Pour construire un patron de ce cône je dois calculer la longueur de la génératrice SB et l'angle du secteur circulaire de la surface latérale.

Le triangle SOB est rectangle en O.

En utilisant le théorème de Pythagore, on obtient : SB = 5 cm.

#### Calcul de l'angle du secteur circulaire de la surface latérale:

Périmètre du disque de base :

 $\mathcal{P} = 2 \times \pi \times r = 2 \times \pi \times 3 = 6\pi \text{ cm}.$ 

Le périmètre de la base d'un cône est égal à la longueur de l'arc de cercle du secteur circulaire constituant la surface latérale. La longueur de l'arc de cercle du secteur circulaire est donc aussi  $6\pi$  cm.

La mesure de l'angle au centre x est proportionnelle à la longueur de l'arc  $6\pi$  qu'il intercepte.

Périmètre du disque complet :

 $\mathcal{P} = 2 \times \pi \times R = 2 \times \pi \times 5 = 10\pi \text{ cm}.$ 

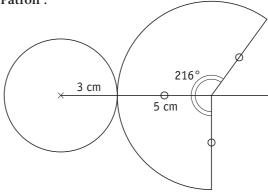
Tableau de proportionnalité :

Angle au centre (en degré)	360	x
Longueur de l'arc (en cm)	10π	6π

$$x = \frac{(360 \times 6\pi)}{10\pi} = 216.$$

L'angle du secteur circulaire est 216°.

Patron:



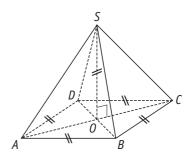
La figure en vraie grandeur est disponible sur le site www.hachette-education.com

76 1) Son sommet est S. Sa base est ABCD. Sa hauteur est SO.

2) O étant le centre du carré ABCD, OA = OB = OC = OD. Les triangles SOB, SOC, SOD et SOA sont des triangles rectangles ayant les côtés de leur angle droit superposables. Ils sont donc superposables et les longueurs SA, SB, SC, SD sont égales.

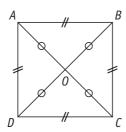
3) La pyramide SABC est donc une pyramide régulière à base carrée.

4)

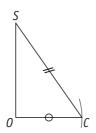


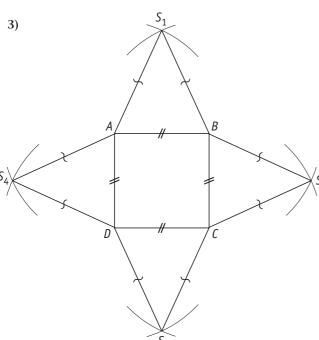
Chap. 15 - Pyramide — Cône de révolution

BAT-106a192.indd 177









78 Soit *SOA* un triangle rectangle qui engendre le cône de révolution de sommet *S* et de hauteur [*SO*]. On a : r = OA = 9 cm et h = SO = 12 cm.

## • Calcul de la longueur de la génératrice SA

Le triangle *SOA* est rectangle en *O*, or d'après le théorème de Pythagore :

 $SA^2 = SO^2 + OA^2$ 

 $SA^2 = 12^2 + 9^2$ 

 $SA^2 = 144 + 81 = 225$ .

La longueur SA est positive, donc  $SA = \sqrt{225}$ .

La longueur SA est donc 15 cm. Donc g = 15 cm.

# • Calcul de l'angle x du secteur circulaire de la surface latérale

Périmètre du disque de base :

 $\mathcal{P} = 2 \times \pi \times r = 2 \times \pi \times 9 = 18\pi \text{ cm}.$ 

Le périmètre de la base d'un cône est égal à la longueur de l'arc de cercle du secteur circulaire constituant la surface latérale. La longueur de l'arc de cercle du secteur circulaire est donc aussi  $18\pi$  cm.

La mesure de l'angle au centre x est proportionnelle à la longueur de l'arc  $18\pi$  qu'il intercepte.

Périmètre du disque complet :

 $\mathcal{P} = 2 \times \pi \times R = 2 \times \pi \times 15 = 30\pi \text{ cm}.$ 

Tableau de proportionnalité:

Angle au centre (en degré)	360	х
Longueur de l'arc (en cm)	30π	18π

$$x = \frac{(360 \times 18\pi)}{30\pi} = 216$$

L'angle x du secteur circulaire est 216°.

79 On donne  $x = 288^{\circ}$  et r = 8 cm. Calculons g puis h.

## • Calcul de la longueur de la génératrice SA

Périmètre du disque de base :

 $\mathcal{P} = 2 \times \pi \times r = 2 \times \pi \times 8 = 16\pi \text{ cm}$ 

Le périmètre de la base d'un cône est égal à la longueur de l'arc de cercle du secteur circulaire constituant la surface latérale. La longueur de l'arc de cercle du secteur circulaire est donc aussi  $16\pi$  cm.

La mesure d'un angle au centre *x* est proportionnelle à la longueur de l'arc *p* qu'il intercepte.

Angle au centre (en degré)	360	288
Longueur de l'arc (en cm)	P	16π

Périmètre du disque complet :  $\mathcal{P} = \frac{(360 \times 16\pi)}{288} = 20\pi$ .

Or,  $\mathcal{P} = 2 \times \pi \times g$ .

Donc 
$$g = \frac{\mathcal{P}}{2\pi} = \frac{20\pi}{2\pi} = 10$$
.

La longueur de la génératrice SA est 10 cm.

#### • Calcul de la hauteur h

Soit *SOA* un triangle rectangle qui engendre le cône de révolution de sommet *S* et de hauteur [*SO*].

On a : r = OA = 8 cm et g = SA = 10 cm.

Le triangle *SOA* est rectangle en *O*, or d'après le théorème de Pythagore :

 $SA^2 = SO^2 + OA^2$ 

 $10^2 = SO^2 + 8^2$ 

 $SO^2 = 100 - 64 = 36$ .

La longueur SO est positive donc  $SA = \sqrt{36}$ .

La longueur *SO* est donc 6 cm. Donc h = 6 cm.

# • Calcul de l'angle du secteur circulaire de la surface latérale

Périmètre du disque de base :

 $\mathcal{P} = 2 \times \pi \times R = 2 \times \pi \times 3,5 = 7\pi \text{ cm}.$ 

Le périmètre de la base d'un cône est égal à la longueur de l'arc de cercle du secteur circulaire constituant la surface latérale. La longueur de l'arc de cercle du secteur circulaire est donc aussi  $7\pi$  cm.

La mesure de l'angle au centre x est proportionnelle à la longueur de l'arc  $7\pi$  qu'il intercepte.

Périmètre du disque complet :

 $\mathcal{P} = 2 \times \pi \times R = 2 \times \pi \times 9, 1 = 18, 2 \pi \text{ cm}.$ 

Tableau de proportionnalité:

Angle au centre (en degré)	360	х
Longueur de l'arc (en cm)	18,2π	7π

$$x = \frac{(360 \times 7\pi)}{18,2\pi} = 138^{\circ}$$
 à un degré près.

L'angle *x* du secteur circulaire est environ 138°.

#### • Calcul de la hauteur h

Soit *SOA* un triangle rectangle qui engendre le cône de révolution de sommet *S* et de hauteur [*SO*].

On a : r = OA = 3.5 cm et g = SA = 9.1 cm.

Le triangle *SOA* est rectangle en *O*, or d'après le théorème de Pythagore :

 $SA^2 = SO^2 + OA^2$ 

 $9.1^2 = SO^2 + 3.5^2$ 

 $SO^2 = 82,81 - 12,25 = 70,56.$ 

La longueur *SO* est positive, donc  $SO = \sqrt{70,56}$ .

La longueur *SO* est donc 8,4 cm. Donc h = 8,4 cm.

## JE CHERCHE

81 La longueur de l'arc de cercle du secteur circulaire doit correspondre au périmètre du disque. Ces deux longueurs étant égales, elles mesurent au maximum la moitié du périmètre du carton.

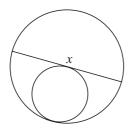
On peut vérifier par le calcul que la solution demi disque carton pour la surface latérale et disque de base de diamètre 7 cm convient.

Circonférence du disque de base de diamètre 7 cm :  $\mathcal{P} = d \times \pi = 7\pi$ .

Circonférence du secteur circulaire de rayon 7 cm et d'angle 180° :

$$\frac{(2 \times \pi \times R)}{2} = \frac{14\pi}{2} = 7\pi \text{ cm}.$$

La mesure de l'angle *x* pour que la base du cône soit la plus grande possible est donc 180°.



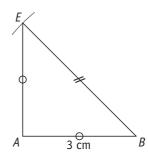
1) Les segments [ED] ,[DB], [BE] sont des diagonales de carrés de cotés 2,5 cm. Ils ont donc même longueur et la base EDB de la pyramide est donc un triangle équilatéral.

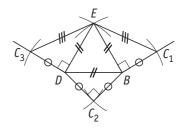
Le triangle *DCB* est isocèle et rectangle en *C*.

Le triangle *EDC* est rectangle en *D*.

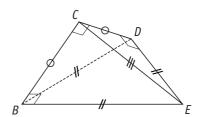
Le triangle *EBC* est rectangle en *B*.

2)





3)
La figure en vraie grandeur est disponible sur le site www.hachette-education.com



# > J'utilise un logiciel de géométrie dans l'espace

- 83 1) Le solide qui apparaît à l'écran est une pyramide. Sa base est *ABCD*.
- 2) a) La base semble être un carré.
- b) Ses faces latérales semblent être des triangles rectangles .
- 3) Cette droite représente la hauteur de la pyramide.
- 4) La base est un carré et les faces latérales sont des triangles rectangles.
- 1) Chaque face de ce solide est un triangle équilatéral.
- 2) *DCB* est un triangle équilatéral, les autres faces sont des triangles rectangles isocèles.
- Pour les questions 1), 3) et 4), voir dans le CD-ROM. 2) *a* est le rayon du disque de base.

# > Je découvre le monde des mathématiques

Voir les corrigés détaillés dans le livre élève, page 301.

Chap. 15 - Pyramide - Cône de révolution

# > Programme

## Programme de la classe de quatrième

#### **COMPÉTENCE**

Calculer le volume d'une pyramide et d'un cône de révolution à l'aide de la formule :

$$\mathcal{V} = \frac{1}{3} \mathbf{B} \mathbf{h}$$

#### Commentaires

La formule donnant le volume de la pyramide peut être justifiée expérimentalement dans des cas simples.

L'objectif est, d'une part, d'entretenir les acquis des classes antérieures et, d'autre part, de manipuler de nouvelles formules, en liaison avec la pratique du calcul littéral. Les formules d'aires ou de volumes offrent l'occasion d'étudier les variations d'une grandeur en fonction d'une autre.

La recherche de l'aire latérale d'une pyramide et d'un cône de révolution est proposée, à titre de problème.

## Programme de la classe de cinquième

## COMPÉTENCES

- Calculer l'aire d'un parallélogramme.
- Calculer l'aire d'un triangle connaissant un côté et la hauteur associée.
- Calculer l'aire d'un disque de rayon donné.
- Calculer l'aire d'une surface plane ou celle d'un solide, par décomposition en surfaces dont les aires sont facilement calculables.

#### Commentaires

La formule de l'aire du parallélogramme est déduite de celle de l'aire du rectangle.

La formule de l'aire du triangle est déduite de celles de l'aire du parallélogramme, du triangle rectangle ou du rectangle.

Le fait que chaque médiane d'un triangle le partage en deux triangles de même aire est démontré.

Une démarche expérimentale permet de vérifier la formule de l'aire du disque.

Les élèves peuvent calculer l'aire latérale d'un prisme droit ou d'un cylindre de révolution à partir du périmètre de leur base et de leur hauteur.

## **COMPÉTENCES**

- Calculer le volume d'un prisme droit, en particulier celui d'un parallélépipède rectangle.
- Calculer le volume d'un cylindre de révolution.
- Effectuer pour des volumes des changements d'unités de mesure.

#### Commentaires

Contrairement à la notion d'aire, abordée dès l'école primaire, celle de volume n'est travaillée que depuis la classe de sixième. Elle doit donc être consolidée en classe de cinquième.

Une relation est établie entre les calculs de volume du prisme droit et du cylindre : dans les deux cas, l'aire de la surface de base du solide est multipliée par sa hauteur.

Le fait que le volume d'un prisme droit ou d'un cylindre de révolution est proportionnel :

- à sa hauteur, lorsque la base est constante ;
- à l'aire de sa base, lorsque la hauteur est constante est mis en évidence.

## Programme de la classe de troisième

#### **COMPÉTENCES**

- Calculer l'aire d'une sphère de rayon donné.
- Calculer le volume d'une boule de rayon donné.

#### Commentaires

Le travail avec un formulaire, qui n'exclut pas la mémorisation, permet le réinvestissement et l'entretien des acquis des années précédentes : aires des surfaces et volumes des solides étudiés dans ces classes.

## COMPÉTENCE

Connaître et utiliser le fait que, dans un agrandissement ou une réduction de rapport k :

- l'aire d'une surface est multipliée par  $k^2$ ;
- le volume d'un solide est multiplié par  $k^3$ .

## Commentaires

Quelques aspects géométriques d'une réduction ou d'un agrandissement sur une figure du plan ont été étudiés en  $4^{\rm e}$ .

© Hachette Livre 2007, Mathématiques 4º, collection PHARE, livre du professeur. La photocopie non autorisée est un délit

- → En classe de 5<sup>e</sup>, toutes les aires de figures planes usuelles sont calculables. Les formules donnant le calcul du volume d'un prisme droit (et en particulier d'un pavé droit et d'un cube) et d'un cylindre de révolution ont été introduites.
- → En classe de 4<sup>e</sup>, sont introduites les formules donnant le calcul du volume d'une pyramide et d'un cône de révolution. Les calculs d'aires sont proposés en exercice.
- → En classe de 3<sup>e</sup>, l'étude se poursuivra par l'aire de la sphère et le volume de la boule.

## > Activités

#### ACTIVITÉ D'OUVERTURE

#### COMMENTAIRES

Le but de l'activité est de calculer le volume d'un cylindre de révolution en utilisant la formule introduite en 5<sup>e</sup>.

#### CORRIGÉ

- 1)  $\mathcal{U} = \pi \times r^2 \times h = \pi \times 4^2 \times 15 = 240\pi$ .
- Le volume du cylindre est  $240\pi\,m^3$ , soit environ  $753.982\,m^3$ .
- 2) Le toit du solide a la forme d'un cône de révolution.



#### 1) J'AI DÉJÀ VU

#### Je calcule l'aire d'un solide

Objectif	Calculer l'aire d'une pyramide.
Pré requis	Aires de figures planes.
Paragraphe introduit	1) Aire d'un solide

#### COMMENTAIRES

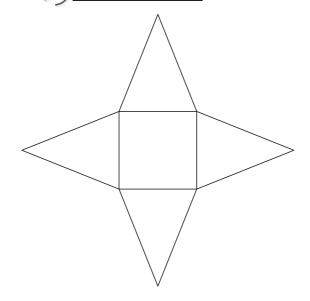
L'activité propose de calculer l'aire latérale et l'aire totale d'une pyramide régulière.

#### CORRIGÉ

1) a) Le triangle SBC est isocèle en S et la droite (SI) est la médiane du triangle SBC issue de S. Or, la médiane issue du sommet principal d'un triangle isocèle est aussi une hauteur. Donc, la droite (SI) est la hauteur issue de S du triangle SBC. Par suite, (SI) est perpendiculaire à (BC).



Le patron en taille réelle est disponible sur le site www.hachette-education.com



- c)  $\frac{BC \times SI}{2} = \frac{4 \times 5}{2} = 10$ . L'aire du triangle SBC est 10 cm<sup>2</sup>.
- 2) On calcule l'aire des quatre triangles isocèles.
- $4 \times 10 = 40$ . L'aire latérale de la pyramide est  $40 \text{ cm}^2$ .
- 3) a) L'aire totale de la pyramide est l'aire de l'ensemble de ses faces.
- b) Aire du carré de base :  $4^2 = 16$ .

Aire totale : 16 + 40 = 56. L'aire totale de la pyramide est  $56 \text{ cm}^2$ .



#### (2) JE DÉCOUVRE

#### Je calcule le volume d'une pyramide

Objectif	Calculer le volume d'une pyramide.
Pré requis	Volume d'un cube.
Paragraphe introduit	Volume d'une pyramide ou d'un cône de révolution     Pyramide

#### COMMENTAIRES

L'objectif est de faire apparaître expérimentalement le volume d'une pyramide extraite d'un cube.

#### CORRIGÉ

#### A: Fabrication des pyramides



Le patron en taille réelle est disponible sur le site www.hachette-education.com

#### **B**: Utilisation des pyramides

- 1) Les pyramides construites sont des pyramides à base carrée et dont la hauteur est une arête.
- 2) Le solide obtenu est un cube d'arête 3 cm.
- 3) a)  $\mathcal{V} = 3^3 = 9$ . Le volume du cube est 9 cm<sup>3</sup>.
- b) Les trois pyramides sont identiques. Donc, le volume de chaque pyramide est  $\frac{9}{3}$  cm<sup>3</sup>, soit
- 4)  $4^3 = 64$ . Le volume du cube est  $64 \text{ cm}^3$ . Donc, le volume de la pyramide est  $\frac{64}{3} \text{ cm}^3$ .

Chap. 16 - Aires et volumes

© Hachette Livre 2007, Mathématiques 4°, collection PHARE, livre du professeur. La photocopie non autorisée est un déli

#### (3) JE DÉCOUVRE

#### J'étudie le volume d'un cône de révolution

Objectif	Étudier la variation du volume d'un cône en fonction du rayon de sa base ou en fonction de sa hauteur.
Pré requis	Reconnaître une situation de proportionnalité.
Paragraphe introduit	Volume d'une pyramide ou d'un cône de révolution     Cône de révolution

#### COMMENTAIRES

L'activité est à réaliser à l'aide du logiciel Géoplan/ Géospace.

Elle permet de mettre en évidence que le volume du cône est proportionnel au carré du rayon de sa base (et donc à son aire) et est proportionnel à sa hauteur.

#### CORRIGÉ

#### A: Affichage



Voir figure corrigée complète dans le CD-Rom.

#### B: La longueur SA reste fixe

а	2	3	5	8
$a^2$	4	9	25	64
V	16,869	37,955	105,432	269,905

a) 
$$\frac{16,869}{2}$$
 = 8,4345 et  $\frac{37,955}{3}$   $\approx$  12,651.  
Donc, le volume du cône n'est pas proportionnel au

rayon de sa base.

b) 
$$\frac{16,869}{4} \approx 4,217$$
;  $\frac{37,955}{9} \approx 4,217$ 

$$\frac{105,432}{25} \approx 4,217; \quad \frac{269,905}{64} \approx 4,217$$

b)  $\frac{16,869}{4} \approx 4,217$ ;  $\frac{37,955}{9} \approx 4,217$ ;  $\frac{105,432}{25} \approx 4,217$ ;  $\frac{269,905}{64} \approx 4,217$ . Donc, le volume du cône semble proportionnel au carré du rayon de sa base.

#### C: Le rayon a reste fixe

SA	4,027	6,148	7,613	12,019
V	16,869	25,752	31,888	50,346

$$\frac{16,869}{4,027}\approx 4,189\;;\quad \frac{25,752}{6,148}\approx 4,189\;;\quad \frac{31,888}{7,613}\approx 4,189\;;\\ \frac{50,346}{12,019}\approx 4,189\;.$$

Le volume du cône semble proportionnel à sa hauteur.

# > Savoir-faire

### 1 Calculer le volume d'une pyramide

$$\frac{1}{3} \times 4,5^2 \times 7 = 47,25.$$

Le volume de la pyramide est 47,25 cm<sup>3</sup>.

$$\frac{1}{3} \times 6 \times 5 \times 8 = 80.$$

Le volume de la pyramide est 80 cm<sup>3</sup>.

$$\frac{1}{3} \times 8 \times 4 \times 7 = \frac{224}{3}$$
.

Le volume de la pyramide est  $\frac{224}{3}$  cm<sup>3</sup>.

$$\frac{1}{3} \times \frac{4 \times 5}{2} \times 3 = 10.$$
 Le volume de la pyramide est 10 cm<sup>3</sup>.

$$\frac{1}{3} \times \frac{25 \times 12}{2} \times 27 = 1350.$$
 Le volume de la pyramide est 1350 m<sup>3</sup>.

6 
$$\frac{1}{3} \times \frac{8 \times 12}{2} \times 7 = 112$$
.  
Le volume de la pyramide est 112 cm<sup>3</sup>.

# m'entraine

#### À l'oral

$$(7 + 5 + 8) \times 5 = 100.$$

L'aire latérale du prisme est 100 m².

$$(2,5 \times 2 + 3 \times 2) \times 4 = 44.$$

L'aire latérale du prisme est 44 cm<sup>2</sup>.

$$9 \quad 2 \times \pi \times 2 \times 2,5 = 10\pi.$$

L'aire latérale du cylindre est  $10\pi$  cm<sup>2</sup>.

$$\frac{7\times4}{2}\times4=56.$$

L'aire latérale de la pyramide est 56 m².

$$5^2 \times 6 = 150$$
.

L'aire totale du cube est 150 m<sup>2</sup>.

$$(3 \times 4 + 3 \times 2 + 4 \times 2) \times 2 = 52.$$

L'aire totale du pavé droit est 52 cm<sup>2</sup>.

13 
$$\frac{4 \times 3}{2} \times 4 + 3^2 = 33$$

13  $\frac{4 \times 3}{2} \times 4 + 3^2 = 33$ . L'aire totale de la pyramide est 33 cm<sup>2</sup>.

$$\frac{5\times2}{2}\times8=40.$$

Le volume du prisme est 40 cm<sup>3</sup>.

15 
$$4 \times 6 \times 5 = 120$$
.

Le volume du prisme est  $120 \text{ dm}^3$ .

16 a) 
$$2^3 = 8$$
.

Le volume du cube est 8 cm<sup>3</sup>.

b) 
$$\frac{1}{3} \times 2^2 \times 2 = \frac{8}{3}$$
. Le volume de la pyramide est  $\frac{8}{3}$  cm<sup>3</sup>.

17 a) 
$$5 \times 6 \times 3 = 90$$
.

Le volume du pavé droit est 90 m<sup>3</sup>.

b) 
$$\frac{1}{3} \times 5 \times 6 \times 3 = 30$$
.

Le volume de la pyramide est 30 m<sup>3</sup>.

#### 18 a) $\pi \times 2^2 \times 9 = 36\pi$ .

Le volume du cylindre est  $36\pi$  cm<sup>3</sup>.

b) 
$$\frac{1}{3} \times \pi \times 2^2 \times 9 = 12\pi$$
.

Le volume du cône est  $12\pi$  cm<sup>3</sup>.

#### Calculer des aires

1) Les faces latérales de cette pyramide sont les triangles SAB, SBC, SCD, SAD.

Ils sont isocèles en S.

2) a) 
$$\frac{5 \times 8}{2}$$
 = 20.

L'aire du triangle SAB est 20 cm².

b) 
$$20 \times 4 = 80$$
.

L'aire latérale de la pyramide est 80 cm².

$$\frac{4 \times 11}{2} \times 6 = 132.$$

L'aire latérale de la pyramide est 132 m<sup>2</sup>.

#### 21 1) $4^2 \times 6 = 96$ .

L'aire totale du cube est 96 cm<sup>2</sup>.

$$2) \frac{4 \times 4}{2} \times 3 = 24.$$

L'aire latérale de la pyramide est 24 cm<sup>2</sup>.

# 22 $5 \times 5 + 6 \times 5 \times 4 + \frac{6.5 \times 5}{2} \times 4 = 25 + 120 + 65$

L'aire latérale du solide est 210 cm<sup>2</sup>.

Chap. 16 - Aires et volumes

### Calculer des volumes de pyramides

23 
$$\frac{1}{3} \times 35,42^2 \times 21,64 \approx 9050.$$

Le volume de la pyramide est environ 9 050 m<sup>3</sup>.

**24** 1) 
$$5^3 = 125$$
.

Le volume du cube est 125 cm<sup>3</sup>.

2) 
$$\frac{1}{3} \times \frac{5 \times 5}{2} \times 5 = \frac{125}{6}$$
.

Le volume de la pyramide est  $\frac{125}{6}$  cm<sup>3</sup>.

3) Le volume de la pyramide représente  $\frac{1}{6}$  du volume du cube.

**25** 1) 
$$7 \times 6 \times 5 = 210$$
.

Le volume du parallélépipède rectangle est 210 cm<sup>3</sup>.

2) 
$$\frac{1}{3} \times 7 \times 6 \times 5 = 70 \text{ L}.$$

Le volume de la pyramide est 70 cm<sup>3</sup>.

Volume du pavé droit :  $5 \times 5 \times 6 = 150 \text{ (cm}^3\text{)}$ .

Volume de la pyramide :

$$\frac{1}{3} \times 5^2 \times 6 = 50$$
 (cm<sup>3</sup>).

150 + 50 = 20. Le volume de la pièce est 200 cm<sup>3</sup>.

Volume du pavé droit :  $30 \times 30 \times 165 = 148500 \text{ (cm}^3$ ). Volume de la pyramide :

$$\frac{1}{3} \times 30^2 \times (180 - 165) = 4500 \text{ (cm}^3).$$

148500 + 4500 = 153000.

Le volume du pilier est 153000 cm<sup>3</sup>.

### Calculer des volumes de cônes

28 
$$\frac{1}{3} \times \pi \times 1,5^2 \times 5 = \frac{15}{4} \pi.$$

Le volume du cône est  $\frac{15}{4}\pi$  cm<sup>3</sup>, soit environ 11,8 cm<sup>3</sup>.

29 
$$\frac{1}{3} \times \pi \times 5^2 \times 8 = \frac{200}{3} \pi.$$

Le volume du cône est  $\frac{200}{3}\pi$  m<sup>3</sup>, soit environ 209,440 m<sup>3</sup>.

30 1) 
$$\frac{1}{3} \times \pi \times 0.6^2 \times 5 = \frac{3}{5}\pi$$
.

Le volume du cône est  $\frac{3}{5}\pi$  m<sup>3</sup>, soit environ 1,885 m<sup>3</sup>.

2)  $1 L = 1 dm^3$ ; 60 cm = 6 dm; 5 m = 50 dm.

$$\frac{1}{3} \times \pi \times 6^2 \times 50 = 600\pi.$$

Le volume du cône est  $600\pi$  L, soit environ 1885 L.

31 
$$\frac{1}{3} \times \pi \times (7:2)^2 \times 9 = \frac{147}{4} \pi.$$

Le volume du cône est  $\frac{147}{4}\pi$  cm<sup>3</sup>.

32 1) 
$$\frac{1}{3} \times \pi \times (6:2)^2 \times 8 = 24\pi$$
.

Le volume du réservoir est  $24\pi$  m<sup>3</sup>.

2) 
$$\frac{3}{4} \times 24\pi = 18\pi$$
.

Le volume d'eau contenu dans le réservoir est  $18\pi$  m<sup>3</sup>.

 $18\pi \text{ m}^3 = 18\pi \times 1000 \text{ dm}^3 = 18000\pi \text{ dm}^3$ 

=  $18000\pi L \approx 56549 L$ .

Le volume d'eau contenu dans le réservoir est environ

33 
$$\frac{1}{3} \times \pi \times (7:2)^2 \times 7 = \frac{343}{12}\pi$$
.

Le volume du cône est  $\frac{343}{12}$  m m<sup>3</sup>, soit environ 89,8 m<sup>3</sup>.

34 1) 
$$\frac{1}{3} \times \pi \times (6:2)^2 \times 4 = 12\pi$$
.

Le volume du cône est  $12\pi$  m<sup>3</sup>.

 $\pi \times (6:2)^2 \times 35 = 315\pi$ .

Le volume du cylindre est  $315\pi$  m<sup>3</sup>.

 $12\pi + 315\pi = 327\pi$ .

Le volume du réservoir est  $327\pi$  m<sup>3</sup>.

 $327\pi \text{ m}^3 = 327\pi \times 1000 \text{ dm}^3$ 

 $= 327000\pi \text{ dm}^3 \approx 1027301 \text{ dm}^3.$ 

Le volume du réservoir est environ 1027 301 dm<sup>3</sup>.

2) 10 min =  $10 \times 60$  s = 600 s.  $600 \times 1500 = 900000$ .

La fusée utilisera 900 000 L ou 900 000 dm<sup>3</sup> de carburant pendant 10 min.

Le volume du réservoir sera suffisant.

35 1) 
$$\frac{1}{3} \times \pi \times (24:2)^2 \times 40 = 1920\pi$$
.

Le volume d'un cône est  $1920\pi$  cm<sup>3</sup>.

 $1920\pi \times 2 = 3840\pi$ .

Le volume d'une enseigne est  $3\,840\pi$  cm<sup>3</sup>.

 $3840\pi \text{ cm}^3 = 3840\pi \times 10^{-3} \text{ dm}^3 = 3.84\pi \text{ dm}^3 \approx 12 \text{ dm}^3.$ 

2)  $\pi \times (24:2)^2 \times 40 \times 2 = 11520\pi$ .

Le volume du cylindre est  $11520\pi$  cm<sup>3</sup>.

 $11520\pi \text{ cm}^3 = 11520\pi \times 10^{-3} \text{ dm}^3 = 11,52\pi \text{ dm}^3 \approx 36 \text{ dm}^3.$ Le volume du cylindre est environ 36 dm<sup>3</sup>.

# Mon bilan

Voir corrigés détaillés dans le livre élève, page 298.

# > J'approfondis

46 1) 
$$\frac{5 \times 4}{2} \times 9 = 90$$
.  
Le volume du prisme est 90 cm<sup>3</sup>.

$$2) \frac{1}{3} \times 9 \times 4 \times 5 = 60.$$

Le volume de la pyramide DBCFE est 60 cm<sup>3</sup>.

3) 90 - 60 = 30.

Le volume de la pyramide *DABC* est 30 cm<sup>3</sup>.

$$AH = \frac{AB}{2} = 7$$
. D'où :  $25^2 = SH^2 + 7^2$ . D'où :  $625 = SH^2 + 49$ .

D'où :  $SH^2 = 625 - 49 = 576$ . Or, SH > 0. Donc :  $SH = \sqrt{576} = 24$  cm.

3) 
$$\frac{14 \times 24}{2} \times 6 = 1008$$
.

L'aire latérale de la pyramide est 1008 cm².

48 1) a) Le triangle NOP est rectangle en O. Or, d'après le théorème de Pythagore, on a :  $PN^2 = PO^2 + ON^2$ .

D'où :  $PN^2 = 96^2 + 40^2 = 9216 + 1600 = 10816$ .

Or, PN > 0. Donc,  $PN = \sqrt{10816} = 104$  cm.

b) Les diagonales du rectangle MNOP se coupent en leur milieu I. D'où, I est le milieu du segment [PN].

Donc, 
$$PI = \frac{PN}{2} = 52 \text{ cm}.$$

2) Calcul de SI: le triangle SIP est rectangle en I. Or, d'après le théorème de Pythagore, on a :  $SP^2 = SI^2$  $+ PI^2$ .

D'où :  $65^2 = SI^2 + 52^2$ . D'où :  $4225 = SI^2 + 2704$ . D'où :  $SI^2 = 4225 - 2704 = 1521.$ 

Or, SI > 0. Donc,  $SI = \sqrt{1521} = 39$  cm.

Calcul du volume :  $\frac{1}{3} \times 96 \times 40 \times 39 = 49920$ .

Le volume de la pyramide est 49 920 cm<sup>3</sup>.

49 Calcul de AC: Le triangle ABC est rectangle en B. Or, d'après le théorème de Pythagore, on a :  $AC^2 = AB^2 + AC^2.$ 

D'où :  $AC^2 = 6^2 + 6^2 = 36 + 36 = 72$ . Or, AC > 0.

Donc,  $AC = \sqrt{72} \approx 8,485$ .

On appelle O le centre du carré ABCD.

Calcul de AO: O est le milieu du segment [AC].

Donc,  $AO = \frac{AC}{2} = 4,2425$ .

Calcul de SO: Le triangle SOA est rectangle en O. Or, d'après le théorème de Pythagore, on a :

 $SA^2 = SO^2 + AO^2.$ 

D'où :  $5^2 = SO^2 + 4,2425^2$ . D'où :  $SO^2 \approx 7$ . Or, SO > 0. Donc,  $SO \approx 2,646$ .

Calcul du volume :

$$\frac{1}{3} \times AB^2 \times SO = \frac{1}{3} \times 6^2 \times 2,646 \approx 32.$$
  
Le volume de la pyramide est environ 32 cm<sup>3</sup>.

#### Dans le triangle *MNP* :

 $NP^2 = 25^2 = 625$  et  $MP^2 + MN^2 = 7^2 + 24^2 = 49 + 576 = 625$ . On constate que  $NP^2 = MP^2 + MN^2$ . Donc, d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle MNP est rectangle en M.

Calcul du volume : 
$$\frac{1}{3} \times \frac{MP \times MN}{2} \times AI = \frac{1}{3} \times \frac{7 \times 24}{2} \times 20 = 560.$$
 Le volume du tétraèdre est 560 cm<sup>3</sup>.

Le cube a pour volume 27 cm<sup>3</sup>. Or,  $27 = 3 \times 3 \times 3$ . Donc, le cube a pour arête 3 cm.

Calcul du volume:

$$\frac{1}{3} \times \frac{EH \times HG}{2} \times BF = \frac{1}{3} \times \frac{3 \times 3}{2} \times 3 = 4.5.$$

52 Aire de la base :  $4 \times 3 = 12 \text{ (m}^2\text{)}$ . Volume de la pyramide :  $\frac{1}{3} \times 12 \times h = 4 h$ .

On a : 4 h = 28. Donc :  $h = \frac{28}{4} = 4$ .

La hauteur de la pyramide est 7 m.

53 Volume de la pyramide :

$$\frac{1}{3} \times \frac{AK \times BC}{2} \times SH = \frac{1}{3} \times \frac{AK \times 6}{2} \times 4 = 4 AK.$$

On a : 4 AK = 20. Donc :  $AK = \frac{20}{4} = 5$ .

Volume du cône :  $\frac{1}{3} \times \pi \times 6^2 \times h = 12\pi h$ .

On a:  $12\pi h = 102\pi$ . Donc:  $h = \frac{102\pi}{12\pi} = 8.5$ .

La hauteur du cône est 8,5 cm.

55 1)  $\pi \times (12:2)^2 \times 18 = 648\pi$ .  $\overline{\text{Le volume du cylindre est } 648\pi \text{ cm}^3}$ .

2) Volume du cône :  $\frac{1}{3} \times \pi \times 4^2 \times 18 = 96\pi \text{ (cm}^3\text{)}.$ 

 $648\pi - 96\pi = 552\pi.$ 

Le volume de la partie restante est  $552\pi$  cm<sup>3</sup>.

3) 
$$\frac{552\pi}{648\pi} = \frac{23 \times 24 \times \pi}{27 \times 24 \times \pi} = \frac{23}{27}$$
.

3)  $\frac{552\pi}{648\pi} = \frac{23 \times 24 \times \pi}{27 \times 24 \times \pi} = \frac{23}{27}$ . Le volume restant représente  $\frac{23}{27}$  du volume du cylindre.

56 1) Il lui manque la longueur SO.

Le triangle SOM est rectangle en O. Or, d'après le théorème de Pythagore, on a :  $SM^2 = SO^2 + OM^2$ .

 $D'où: 13^2 = SO^2 + 5^2$ .  $D'où: 169 = SO^2 + 25$ .

D'où :  $SO^2 = 169 - 25 = 144$ .

Or, SO > 0. Donc :  $SO = \sqrt{144} = 12$  cm.

2) 
$$\frac{1}{3} \times \pi \times 5^2 \times 12 = 100\pi$$
.

Le volume de sable est  $100\pi$  cm<sup>3</sup>, soit environ 314 cm<sup>3</sup>.

**57** 1) 
$$\frac{1}{3} \times 9^2 \times 12 = 324$$
.

Le volume de la pyramide SABCD est 324 cm<sup>3</sup>.

2) Dans le triangle SAB, E appartient à [SA], F appartient à [SB] et les droites (EF) et (AB) sont parallèles.

Or, d'après le théorème de Thalès, on a :

$$\frac{SE}{SA} = \frac{SF}{SR} = \frac{EF}{AR}. \text{ D'où} : \frac{3}{12} = \frac{SF}{SR} = \frac{EF}{9}.$$

$$\frac{SE}{SA} = \frac{SF}{SB} = \frac{EF}{AB}. \text{ D'où} : \frac{3}{12} = \frac{SF}{SB} = \frac{EF}{9}.$$
On a: 
$$\frac{3}{12} = \frac{EF}{9}. \text{ Donc} : EF = \frac{9 \times 3}{12} = \frac{9}{4} \text{ cm}.$$

3) 
$$\frac{1}{3} \times \left(\frac{9}{4}\right)^2 \times 3 = \frac{81}{16}$$

3)  $\frac{1}{3} \times \left(\frac{9}{4}\right)^2 \times 3 = \frac{81}{16}$ . Le volume de la pyramide *SEFGH* est  $\frac{81}{16}$  cm<sup>3</sup>.

4) 
$$324 - \frac{81}{16} = \frac{5184}{16} - \frac{81}{16} = \frac{5103}{16}$$

4)  $324 - \frac{81}{16} = \frac{5184}{16} - \frac{81}{16} = \frac{5103}{16}$ . Le volume du tronc de cône est  $\frac{5103}{16}$  cm<sup>3</sup>.

58 1) Dans le triangle SOM, O'appartient à [SO] et M' appartient à [SM]. De plus, les droites (O'M') et (OM)sont perpendiculaires à la droite (SO). Donc, les droites (O'M') et (OM) sont parallèles.

Chap. 16 - Aires et volumes

$$\frac{SO'}{SO} = \frac{SM'}{SM} = \frac{O'M'}{OM}. \text{ D'où} : \frac{6}{8} = \frac{SM'}{SM} = \frac{O'M'}{4}.$$
On a:  $\frac{6}{8} = \frac{O'M'}{4}$ . Donc:  $O'M' = \frac{4 \times 6}{8} = 3 \text{ cm}$ .

On a: 
$$\frac{6}{8} = \frac{O'M'}{4}$$
. Donc:  $O'M' = \frac{4 \times 6}{8} = 3$  cm

2) a) 
$$\frac{1}{3} \times \pi \times 4^2 \times 8 = \frac{128}{3} \pi$$
.

Le volume du grand cône est  $\frac{128}{3}\pi$  cm<sup>3</sup>.

b) 
$$\frac{1}{3} \times \pi \times 3^2 \times 6 = 18\pi$$
.

Le volume du petit cône est  $18\pi$  cm<sup>3</sup>.

c) 
$$\frac{128}{3}\pi - 18\pi = \frac{128}{3}\pi - \frac{54}{3}\pi = \frac{74}{3}\pi$$
.

Le volume du tronc de cône est  $\frac{74}{3}\pi$  cm<sup>3</sup>.

(59) 1) La mesure x de l'angle au centre est proportionnelle à la longueur de l'arc de cercle.

<del>_</del>		
Angle au centre (en °)	X	360
Longueur de l'arc de cercle	$2 \times \pi \times 4$	$2 \times \pi \times 9$

Donc: 
$$x = \frac{2 \times \pi \times 4 \times 360}{2 \times \pi \times 9} = 160.$$

-)		
Angle au centre (en °)	160	360
Aire du secteur (cm²)	A	$\pi \times 9^2$

$$\mathcal{A} = \frac{160 \times \pi \times 9^2}{360} = 36\pi.$$

L'aire latérale du cône est  $36\pi$  cm<sup>3</sup>.

60 1) 
$$\frac{1}{3} \times 18^2 \times 12 = 1296$$
.

Le volume de la pyramide est 1296 cm<sup>3</sup>.

2) a) ABCD est un carré de centre O. Donc, O est le milieu de la diagonale [AC]. Ainsi, dans le triangle ABC, H est le milieu du côté [BC] et O est le milieu du côté [AC]. Or, si un segment relie les milieux de deux côtés d'un triangle, alors il a pour longueur la moitié de la longueur du troisième côté.

Donc : 
$$OH = \frac{AB}{2} = 9$$
 cm.

b) Le triangle SOH est rectangle en O. Or, d'après le théorème de Pythagore, on a :  $S\overline{H}^2 = SO^2 + OH^2$ .

D'où :  $SH^2 = 12^2 + 9^2 = 144 + 81 = 225$ . Or, SH > 0. Donc : SH = 225 = 15 cm.

3) a) La pyramide SABCD est régulière. Donc, ses faces latérales sont des triangles isocèles. En particulier, le triangle SBC est isocèle en S. De plus, la droite (SH) est la médiane issue de S du triangle SBC.

Or, dans un triangle isocèle, la médiane issue du sommet principal est aussi une hauteur. Donc, (SH) est la hauteur issue de S du le triangle SBC. Par suite, (SH) est perpen-

diculaire à (*BC*).  
b) 
$$\frac{BC \times SH}{2} \times 4 = \frac{18 \times 15}{2} \times 4 = 540$$
.  
L'aire latérale de la pyramide est 540 cm<sup>2</sup>.

61 1) 
$$\frac{1}{3} \times \pi \ (6:2)^2 \times 7 = 21\pi \ (\text{cm}^3)$$
.

 $21\pi \text{ cm}^3 = 21\pi \text{ mL} = \frac{21}{10}\pi \text{ cL}.$ La contenance du verre est  $\frac{21}{10}\pi$  cL, soit environ 6,6 cL.

2) 
$$\pi \times (9:2)^2 \times 28 = 567\pi \text{ (cm}^3)$$

2) 
$$\pi \times (9:2)^2 \times 28 = 567\pi \text{ (cm}^3).$$
  
 $567\pi \text{ cm}^3 = 567\pi \text{ mL} = \frac{567}{1000}\pi \text{ L}.$ 

La contenance du pichet est  $\frac{567}{1000}$  π L, soit environ 1,781 L.

3) 
$$\frac{567\pi}{21} = \frac{27 \times 21\pi}{21} = 27$$
.  
On peut remplir 27 verres.

62 1) La mesure x de l'angle au centre du secteur circulaire est proportionnelle à la longueur de l'arc de cercle.

Angle au centre (en °)	х	360
Longueur de l'arc de cercle	$2 \times \pi \times r$	$2 \times \pi \times a$

Donc: 
$$x = \frac{2 \times \pi \times r \times 360}{2 \times \pi \times a} = \frac{r \times 360}{a}$$
.

<u>'</u>		
Angle au centre (en °)	$\frac{r \times 360}{a}$	360
Aire du secteur (cm²)	$\mathcal{A}$	$\pi \times a^2$

$$\mathcal{A} = \frac{\frac{r \times 360}{a} \times \pi \times a^2}{360} = \pi ra.$$

63 On appelle r le rayon de la base d'un cône et h sa hauteur.

Le parallélépipède rectangle a alors pour longueur 2r, pour largeur 2r et pour hauteur 2h.

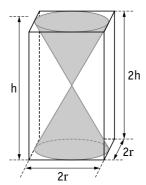
Son volume est :  $2r \times 2r \times 2h = 8r^2 \times h$ . Or, le volume du parallélépipède rectangle est 100 cm<sup>3</sup>.

D'où : 
$$8r^2 \times h = 100$$
. D'où :  $r^2 \times h = \frac{100}{8} = \frac{25}{2}$ 

Le volume d'un cône est : 
$$\frac{1}{3} \times \pi \times r^2 \times h = \frac{1}{3} \times \pi \times \frac{25}{2} = \frac{25}{6}\pi.$$

$$\frac{25}{6}\pi \times 2 = \frac{25}{3}\pi$$

 $\frac{25}{6}\pi \times 2 = \frac{25}{3}\pi.$  Le volume du solide orange est  $\frac{25}{3}\pi$  cm<sup>3</sup>.



# **64** Casio Collège 2D: $\frac{1}{3} \times 17.5 \times 13 \times 25 = \frac{11375}{3}$ .

Le volume de la pyramide est  $\frac{11375}{3}$  m<sup>3</sup>.

TI Collège: 
$$\frac{1}{3} \times 17.5 \times 13 \times 25 \approx 1896$$
.

Le volume de la pyramide est environ 1896 m<sup>3</sup>.

# 65 Casio Collège 2D: $\frac{1}{3} \times \pi \times (23:2)^2 \times 15 = \frac{2645}{4} \pi$ .

Le volume du cône est  $\frac{2645}{4}\pi$  m<sup>3</sup>, soit environ 2077,378 m<sup>3</sup>.

TI Collège: 
$$\frac{1}{3} \times (23:2)^2 \times 15 = 661,25$$
.

Le volume du cône est  $661,25\pi$  m<sup>3</sup>.

 $661,25 \times \pi \approx 2077,378.$ 

Le volume du cône est environ 2077,278 m<sup>3</sup>.

# Vitesse moyenne

# > Programme

#### Programme de la classe de quatrième

#### **COMPÉTENCES**

- Calculer des distances parcourues, des vitesses moyennes et des durées de parcours en utilisant l'égalité d = vt.
- Changer d'unités de vitesse (mètre par seconde et kilomètre par heure).

#### Commentaires

La notion de vitesse moyenne est définie.

Les situations où interviennent les vitesses moyennes constituent des exemples riches où le traitement mathématique s'avère particulièrement pertinent, comme l'étude de la vitesse moyenne d'un trajet sur un parcours de 60 km, où l'aller se parcourt à  $20 \text{ km.h}^{-1}$  et le retour à  $30 \text{ km.h}^{-1}$ .

Le vocabulaire « kilomètre par heure » et la notation km/h, issus de la vie courante, sont à mettre en relation avec la notation  $km.h^{-1}$ .

Les compétences exigibles ne concernent que les vitesses mais d'autres situations de changement d'unité méritent d'être envisagées : problème de change monétaire, débit, consommation de carburant en litres pour 100 kilomètres ou en kilomètres parcourus par litre.

### Programme de la classe de cinquième

#### **COMPÉTENCE**

Reconnaître un mouvement uniforme à l'existence d'une relation de proportionnalité entre durée et distance parcourue, utiliser cette proportionnalité.

#### Commentaires

La mise en œuvre de la proportionnalité sur les notions de pourcentage et d'échelle vise la maîtrise de procédés généraux. En revanche, le traitement des problèmes relatifs au mouvement uniforme repose directement sur la proportionnalité sans recours à la relation d = vt qui sera mise en œuvre en classe de quatrième.

### Programme de la classe de troisième

#### **COMPÉTENCE**

Effectuer des changements d'unités sur des grandeurs produits ou des grandeurs quotients.

#### Commentaires

Les grandeurs produits sont, après les grandeurs quotients déjà rencontrées en quatrième, les grandeurs composées les plus simples. Ainsi, les aires et les volumes sont des grandeurs produits. D'autres grandeurs produits et grandeurs dérivées peuvent être utilisées : passagers × kilomètres, kWh, euros/kWh, m³/s.

Les changements d'unités s'appuient, comme dans les classes antérieures, sur des raisonnements directs et non pas sur des formules de transformations.

En liaison avec les autres disciplines (Physique, Chimie, Éducation Civique), l'écriture correcte des symboles est respectée et la signification des résultats numériques obtenus est exploitée.

# En résumé

- → En classe de 5<sup>e</sup>, les élèves ont appris à reconnaître un mouvement uniforme, sans pour autant définir la vitesse moyenne.
- → Il faut donc définir la vitesse moyenne d'un objet et appliquer cette nouvelle formule.
- → Il est primordial de faire remarquer que la vitesse sur un trajet composé de deux trajets effectués à des vitesses différentes, n'est pas, en général, égale à la moyenne de ces vitesses.
- → Les changements d'unités de grandeurs quotients seront approfondis en classe de 3<sup>e</sup>.

Chap. 17 - Vitesse moyenne

© Hachette Livre 2007, Mathématiques 4º, collection PHARE, livre du professeur. La photocopie non autorisée est un délit.

BAT-106a192.indd 187 25/07/07 8:54:21

#### ACTIVITÉ D'OUVERTURE

#### COMMENTAIRES

Il n'est pas utile de connaître la notion de vitesse moyenne pour faire cette activité.

#### CORRIGÉ

- 1) Les villes de Darwin et d'Adélaïde se situent en Australie.
- 2) a) On peut supposer que le véhicule ne circule qu'entre 8 h 00 et 17 h 00, car le reste du temps il fait nuit ou le soleil n'est pas assez haut pour le faire fonc-
- b)  $3000 = 720 \times 4 + 120$ .

Le véhicule va arriver le 5e jour, c'est-à-dire le jeudi ; il va parcourir 120 km ce jour là.



#### J'AI DÉJÀ VU

#### Je reconnais un mouvement uniforme

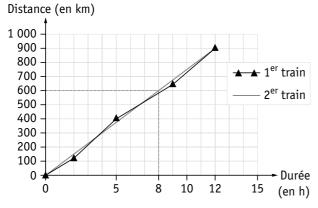
Objectif	Comparer un mouvement non uniforme et un mouvement uniforme sur un même trajet.
Pré requis	<ul> <li>Mouvement uniforme.</li> <li>Représenter graphiquement une situation de proportionnalité.</li> </ul>
Paragraphe introduit	1) Vitesse moyenne

#### COMMENTAIRES

Pour répondre à la question 2, il est préférable d'avoir traité au préalable le chapitre 7 : Proportionnalité.

#### CORRIGÉ

1) a) b) et 2) a) b)



- c) Les points de ce graphique ne sont pas alignés entre eux, donc le mouvement de ce train n'est pas uniforme sur l'ensemble du trajet.
- 2) a) On sait que dans ce cas, les points du graphique sont alignés entre eux et avec l'origine du repère.

b) Graphiquement, on lit que la distance parcourue par ce train en 8 heures est 600 km.

#### (2) JE DÉCOUVRE

#### Je détermine une vitesse moyenne

	<ul><li> Définir une vitesse moyenne.</li><li> Calculer une vitesse moyenne.</li></ul>
Pré requis	Mouvement uniforme.
Paragraphes introduits	1) Vitesse moyenne

#### COMMENTAIRES

Pour calculer la vitesse moyenne sur l'ensemble du trajet, il ne faut pas calculer la moyenne des vitesses sur chaque partie de trajet :  $89 \neq \frac{116 + 71}{}$ .

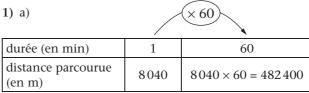
- 1)  $\frac{213}{3} \neq \frac{232}{2}$  . Le mouvement de Nadia n'est pas uniforme durant ce trajet. Il est probable que Nadia roule plus vite sur autoroute.
- 2) a)  $\frac{232}{2}$  = 116. La vitesse moyenne de Nadia sur le trajet réalisé sur autoroute est 116 km/h.
- b) 213 + 232 = 445. Nadia a effectué 445 km en 5 heures.  $\frac{445}{5}$  = 89. La vitesse moyenne de Nadia sur la totalité du trajet est 89 km/h.

#### (3) JE DÉCOUVRE

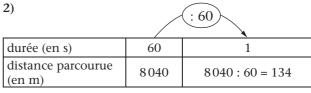
#### Je change d'unités de vitesse

Objectif	Effectuer des changements d'unités de vitesse.
Paragraphe introduit	3) Unités de vitesse

#### CORRIGÉ



b) 60 min = 1 h et 482 400 m = 482,4 km. La vitesse de ce record est 482,4 km/h.



La vitesse de ce record est 134 m/s.

🔘 Hachette Livre 2007, Mathématiques 4º, collection PHARE, livre du professeur. La photocopie non autorisée est un délit

188

# Savoir-faire

#### 1 Utiliser la définition de la vitesse moyenne

1 
$$v = \frac{153}{2,25} = 68 \text{ km/h}.$$

2 
$$d = 74 \times 3.5 = 259 \text{ km}.$$

3 
$$t = \frac{169}{65} = 2.6 \text{ h} = 2 \text{ h} + 0.6 \times 60 \text{ min} = 2 \text{ h} 36 \text{ min}.$$

4 1) 
$$v = \frac{57}{1.5} = 38$$
 km/h.

2) 
$$t = \frac{57}{456} = 1,25 \text{ h} = 1 \text{ h} 15 \text{ min.}$$
  
3)  $d = 2,25 \times 44 = 99 \text{ km.}$ 

3) 
$$d = 2.25 \times 44 = 99$$
 km

5 12 × 0,860 = 10,32 km; 24 min = 
$$\frac{24}{60}$$
 h = 0,4 h.  
 $v = \frac{1032}{0.4}$  = 25,8 km/h.

6 14 h 15 – 13 h 30 = 45 min = 0,75 h.  

$$v = \frac{360}{0,75} = 480 \text{ km/h}.$$

7 
$$t = \frac{750}{600} = 1,25 \text{ h} = 1 \text{ h} 15 \text{ min.}$$
  
15 h 20 + 1 h 15 = 16 h 35.

8 10 h 11 – 9 h 23 = 48 min = 0,8 h.  

$$d = 0.8 \times 650 = 520$$
 km.

### 2 Changer d'unités de vitesse

9 1) 
$$v = \frac{138}{15} = 9.2 \text{ m/s}.$$
  
2)  $v = 9.2 \times \frac{3600}{1000} = 33.12 \text{ km/h}.$ 

10 a) 
$$745 \text{ m/h} = 0.745 \text{ km/h}$$
;

b) 
$$3 \text{ km.min}^{-1} = 3 \times 60 \text{ km/h} = 180 \text{ km/h};$$

c) 
$$12 \text{ m/min} = 12 \times \frac{60}{1000} \text{ km/h} = 0.72 \text{ km/h};$$

d) 7 m.s<sup>-1</sup>= 
$$7 \times \frac{3600}{1000}$$
 = 25,2 km/h.

11 a) 
$$v = \frac{100}{9.77} \approx 10.24 \text{ m.s}^{-1}$$

11 a) 
$$v = \frac{100}{9,77} \approx 10,24 \text{ m.s}^{-1};$$
  
b)  $v = \frac{100}{9,77} \times \frac{3600}{1000} \approx 36,85 \text{ km.h}^{-1}.$ 

12 a) 
$$v = \frac{42,195}{2,25} \approx 18,75 \text{ km/h}$$

12 a) 
$$v = \frac{42,195}{2,25} \approx 18,75 \text{ km/h};$$
  
b)  $v = \frac{42,195}{2,25} \times \frac{1000}{3600} \approx 5,21 \text{ m.s}^{-1}.$ 

13 a) 
$$4 \text{ km/s} = 4000 \text{ m.s}^{-1}$$
;

b) 
$$35 \text{ cm.s}^{-1} = 0.35 \text{ m.s}^{-1}$$
;

c) 
$$18 \text{ m.min}^{-1} = \frac{18}{60} \text{ m/s} = 0.3 \text{ m.s}^{-1}$$

c) 
$$18 \text{ m.min}^{-1} = \frac{18}{60} \text{ m/s} = 0.3 \text{ m.s}^{-1};$$
  
d)  $9 \text{ km.h}^{-1} = 9 \times \frac{1000}{3600} \text{ m/s} = 2.5 \text{ m/s}.$ 

14 a) 
$$v = \frac{3024}{3.5} = 864 \text{ km.h}^{-1};$$

b) 
$$v = 864 \times \frac{100}{3600} = 240 \text{ m.s}^{-1}.$$

15 a) 
$$v = \frac{6.3}{6} = 1.05 \text{ m.s}^{-1};$$

b) 
$$v = 1.05 \times \frac{3600}{1000} = 3.78 \text{ km.h}^{-1};$$

c) 
$$v = 1.05 \times 60 = 63 \text{ m.min}^{-1}$$

16 1) 
$$v = \frac{36}{15} = 2.4$$
 m/min.  
2)  $v = 2.4 \times 60 = 144$  m.h<sup>-1</sup>.

2) 
$$v = 2.4 \times 60 = 144 \text{ m.h}^{-1}$$

17 a) 
$$3 \text{ km/h} = 3000 \text{ m.h}^{-1}$$
;

b) 
$$1.2 \text{ m.min}^{-1} = 1.2 \times 60 \text{ m.h}^{-1} = 72 \text{ m.h}^{-1}$$
;

c) 5 m/s = 
$$5 \times 3600$$
 m.h<sup>-1</sup> =  $18000$  m.h<sup>-1</sup>.

#### m'entraine Je

#### À l'oral

18 Les points de la droite rouge du graphique sont alignés entre eux et avec l'origine du repère.

Le mouvement de la voiture *B* est donc uniforme.

Les points des courbes vertes et bleues du graphique ne sont pas alignés entre eux.

Les mouvements des voitures A et C ne sont donc pas uniformes.

19 a) 
$$V_A = 50 \text{ km/h}$$
; b)  $V_B = 80 \text{ km/h}$ ; c)  $V_C = 80 \text{ km/h}$ .

20 a) 
$$V_A = 70 \text{ km/h}$$
; b)  $V_B = 80 \text{ km/h}$ ; c)  $V_C = 80 \text{ km/h}$ .

21 1) a) 240 km; b) 200 km; c) 100 km. 2) a) 4 h; b) 3 h 30 min; c) 1 h 15 min.

#### **Calculer une vitesse moyenne**

23 
$$8 \times 24 + 22 = 214 \text{ h.}$$
  
 $v = \frac{5800000}{214} \approx 27103 \text{ km.h}^{-1}.$ 

24 1) 
$$V_A = \frac{30}{0.75} = 40 \text{ km/h}.$$

Chap. 17 - Vitesse moyenne

2)  $V_R = \frac{30}{0.5} = 60 \text{ km/h}.$ 3)  $0.75 + 0.5 = 1.25 \text{ h et } 30 \times 2 = 60 \text{ km}.$ 

Donc,  $V = \frac{60}{1,25} = 48 \text{ km/h}.$ 

4) 
$$\frac{V_A + V_R}{2} = \frac{40 + 60}{2} = 50$$
. Les vitesses  $V$  et  $\frac{V_A + V_R}{2}$ 

25 a) 
$$\frac{273}{3}$$
 = 91 km.h<sup>-1</sup>; b)  $\frac{364}{3.5}$  = 104 km.h<sup>-1</sup>;

c) 273 + 364 = 637 et 3 + 3.5 = 6.5 h.

Donc 
$$v = \frac{637}{6,5} = 98 \text{ km.h}^{-1}.$$

26 1) Chaque longueur de bassin mesure 50 m de

a) Vitesse sur la première longueur :  $\frac{50}{40}$  = 1,25 m.s<sup>-1</sup>;

b) Vitesse sur la deuxième longueur :  $\frac{50}{50} = 1 \text{ m.s}^{-1}$ ;

2) Vitesse sur la course :  $\frac{100}{90} \approx 1,11 \text{ m.s}^{-1}$ .

# > Mon bilan

Voir les corrigés détaillés dans le livre élève, page 299.

# > J'approfondis

37 1) 
$$\frac{258}{4} = \frac{2193}{34} = \frac{3225}{50} = \frac{5289}{82} = 64.5.$$
  
2) a) 64,5 m.s<sup>-1</sup>; b) 3870 m.min<sup>-1</sup>; c) 323,2 km.h<sup>-1</sup>.

$$v = \frac{506}{9.2} = 55 \text{ km/h}.$$

2) 
$$12 \text{ h } 08 - 6 \text{ h } 32 = 5 \text{ h } 36 \text{ min} = 5.6 \text{ h}.$$
  
 $d = 5.6 \times 55 = 308 \text{ km}.$ 

39 1) 
$$v = \frac{180}{4,5} = 40 \text{ km/h}.$$
  
2) 45 min 20 s = 2 720 s.  
 $v' = \frac{34000}{2720} = 12,5 \text{ m.s}^{-1}.$ 

$$v' = \frac{34000}{2720} = 12.5 \text{ m.s}^{-1}$$

3) 
$$5 \text{ h } 24 \text{ min} = 5.4 \text{ h}.$$

Donc,  $d = 5.4 \times 38 = 205.2$  km.

**40** 1) a) 
$$\frac{120}{60}$$
 = 2 h; b)  $\frac{120}{90}$  = 1,5 h

40 1) a) 
$$\frac{120}{60}$$
 = 2 h; b)  $\frac{120}{80}$  = 1,5 h.  
2) Trajet aller-retour :  $120 \times 2 = 240$  km et 2 + 1,5 = 3,5 h.

 $v = \frac{240}{3.5} \approx 69 \text{ km/h}.$ 

41 
$$\frac{340}{68}$$
 = 5. Gisèle a roulé 5 h sur routes nationales.

 $\frac{275}{110}$  = 2,5. Gisèle a roulé 2,5 h sur autoroute.

En tout, Gisèle a parcouru 340 + 275 = 615 km durant 5 + 2,5 = 7,5 h.

 $\frac{615}{2}$  = 82. Sa vitesse moyenne sur l'ensemble du trajet est 7,5 82 km.h<sup>-1</sup>.

Pour effectuer un trajet de 312 km sur autoroute

à 130 km.h<sup>-1</sup>, on met :  $\frac{312}{130}$  = 2,4 h = 2 h 24 min. Pour effectuer un trajet de 312 km sur autoroute à

120 km.h<sup>-1</sup>, on met :  $\frac{312}{120}$  = 2,6 h = 2 h 36 min.

On a seulement « gagné » 12 minutes.

43 Longueur parcourue :  $135 \times 4{,}18 = 564{,}3 \text{ km}$ .

24 h 09 min 18 s = 24 h +  $\frac{9}{60}$  h +  $\frac{18}{3600}$  h = 24,155 h.  $\frac{564,3}{24,155} \approx 23,362$ . La vitesse moyenne réalisée par cette

équipe est environ 23,362 km.h<sup>-1</sup>.

**44** 1)  $\widehat{CAB} = \widehat{HAB} - \widehat{HAC} = 90^{\circ} - 30^{\circ} = 60^{\circ}$ .

Dans le triangle ABC rectangle en B,  $\cos \widehat{BAC} = \frac{AB}{AC}$ 

Ainsi,  $\cos 60^\circ = \frac{1058}{AC}$ 

On en déduit que  $AC = \frac{1058}{\cos 60^{\circ}} = 2116 \text{ m}.$ 

2) 
$$t = \frac{2116}{92} = 23$$
 s.

3) 
$$CD = \frac{2 v^2 + 6600}{25} = \frac{2 \times 92^2 + 6600}{25} = 941,12.$$

(On peut supposer que cette distance d'arrêt est expri-

45 1)  $8 \times 24 + 8 = 200 \text{ h}$ .

$$v = \frac{2800}{200} = 14$$
 nœuds.

2) 
$$v = \frac{2800}{200} \times 1,852 = 25,928 \text{ km/h}.$$

$$v = \frac{2791}{99} \approx 30 \text{ nœuds.}$$

2) 
$$v = \frac{2791}{99} \times 1,852 \approx 56 \text{ km/h}.$$

47 Volume de la piscine :  $50 \times 20 \times 2,2 = 2200 \text{ m}^3$ .

$$t = \frac{2200}{1.6} = 1375 \text{ s} = 22 \text{ min } 55 \text{ s}.$$

48 Taille du document :  $67 \times 1024 = 68608$  ko.

Débit en ko/s :  $1,34 \times 128 = 171,52$  ko/s.

Ainsi : 
$$\frac{68608}{171,52}$$
 = 400 s = 6 min 40 s.

🔘 Hachette Livre 2007, Mathématiques 4º, collection PHARE, livre du professeur. La photocopie non autorisée est un déli

49 1) 
$$v = \frac{56000000}{20000000} = 2.8 \text{ cm par an.}$$
  
2)  $t = \frac{60000000}{5.5} \approx 10909091.$ 

2) 
$$t = \frac{60000000}{5.5} \approx 10909091.$$

Los Angeles se situera en face de San Francisco dans environ 11 millions d'années.

#### MAISON DEVOIR A LA

Débit de cette source :

$$\frac{20}{48}\,L/s = \frac{20}{48} \times 3600\;L/h = \frac{20}{48} \times \frac{3600}{1000}\,m^3/h = 1,5\;m^3/h.$$

79221 - 79039 = 182 km.  
15 h 23 - 12 h 35 = 2 h 48 min = 2,8 h.  

$$v = \frac{182}{2,8} = 65$$
 km/h.

52 1) a) 
$$\frac{120\,000}{15}$$
 = 8000 s.

b) 
$$\frac{120\,000}{25}$$
 = 4800 s.

c)  $120\,000 \times 2 = 240\,000$  et  $8\,000 + 4\,800 = 12\,800$  s.

$$v = \frac{240\,000}{12\,800} = 18,75 \text{ m/s}.$$

2)  $15 + \frac{25}{2} = \frac{40}{2} = 20$ . On constate que  $20 \neq 18,75$ .

Pourtant Timothée a effectué la même distance à l'aller et au retour, mais il a roulé plus longtemps à l'aller qu'au

3) 
$$15 \text{ m.s}^{-1} = 54 \text{ km.h}^{-1}$$
;  $25 \text{ m.s}^{-1} = 90 \text{ km.h}^{-1}$ ;

$$18,75 \text{ m.s}^{-1} = 67,5 \text{ km.h}^{-1}$$
.

# JE CHERCHE

1) Durée aller :  $\frac{1}{2}$  h. Durée retour :  $\frac{5}{30} = \frac{1}{6}$  h.

$$v = \frac{5 \times 2}{\frac{1}{2} + \frac{1}{6}} = \frac{10}{\frac{4}{6}} = 10 \times \frac{6}{4} = 15 \text{ km/h}.$$

2) 
$$v' = \frac{10}{\frac{1}{2} + \frac{1}{10}} = \frac{50}{3} \approx 16.7 \text{ km/h}.$$

3) S'il descendait à 120 km/h:

$$v'' = \frac{10}{\frac{1}{2} + \frac{1}{120}} = \frac{1200}{61} \approx 19,7 \text{ km/h}.$$

54 
$$v = \frac{10}{\frac{1}{2} + \frac{1}{300000 \times 3600}} \approx 19,99999996.$$

19,99999996 < 20!

Vitesse à l'aller :  $v_A = \frac{d_A}{t_A}$ ; où  $d_A$  est la distance à parcourir durant  $t_A$ .

Vitesse sur l'aller-retour :  $V_{AR} = \frac{d_A + d_R}{t_A + t_R} = \frac{2 \times d_A}{t_A + t_R}$ .

On voudrait que  $V_{AR} = 2 \times V_A$ Il faudrait que  $\frac{2 \times d_A}{t_A + t_R} = 2 \times \frac{d_A}{t_A}$ .

C'est-à-dire :  $\frac{2 \times d_A}{t_A + t_R} = \frac{2 \times d_A}{t_A}$ Il faudrait donc que  $t_A + t_A = t_A$ , d'où  $t_A = 0$ .

Il faudrait donc que  $t_A + t_R = t_A$ , d'où  $t_R = 0$ .

Ce qui correspondrait à un retour « instantané », ce qui est impossible.

# > J'utilise un tableur

a) Lorsque v < 30, la vitesse moyenne V sur le trajet aller-retour sera inférieur à 30 km/h.

b) Lorsque v = 30, alors V = 30 km/h.

c) Lorsque v > 30, alors V > 30 km/h.

57 a) 
$$v = 10$$
.

$$V = \frac{60 + 60}{\frac{60}{30} + \frac{60}{10}} = \frac{120}{2 + 6} = 15 \text{ km/h}.$$

b) v = 50.  $V = \frac{60 + 60}{\frac{60}{30} + \frac{60}{50}} = \frac{120}{2 + 1.2} = 37.5 \text{ km/h}.$ 

$$V = \frac{60 + 60}{\frac{60}{20} + \frac{60}{4}} = \frac{120}{2 + \frac{60}{4}}$$

Pour les exercices 59 et 60, voir les corrigés dans le CD-ROM.

Chap. 17 - Vitesse moyenne

# > Je découvre le monde des mathématiques

Voir les corrigés détaillés dans le livre élève, page 290.

Achevé d'imprimer

BAT-106a192.indd 192 25/07/07 8:54:26