Nama : Femas Arianda Rizki

NIM : 21120122130080

Kelas : Metode Numerik – B

# 1. Lagrange Polynomial Interpolation

**Kode Sumber, Kode Testing, dan Plot Grafik:**

```
# Nama    : Femas Arianda Rizki
# NIM     : 21120122130080
# Kelas   : Metode Numerik - B

# Kode Sumber
import matplotlib.pyplot as plt
import numpy as np

def lagrange_interpolation(points, x):
    """
    Menghitung nilai interpolasi Lagrange pada titik x.

    Parameters:
    points (list of tuple): Daftar titik (x, y).
    x (float): Nilai x yang ingin diinterpolasi.

    Returns:
    float: Nilai interpolasi pada titik x.
    """
    # variabel untuk menyimpan hasil akhir dari interpolasi
    total = 0.0
    # variabel untuk menyimpan jumlah titik dalam points
    n = len(points)
    # looping I, untuk tiap titik xi, yi dalam points
    for i in range(n):
        # menyimpan nilai x dan y dari titik ke-i
        xi, yi = points[i]
        # menyimpan nilai yi untuk nanti dikalikan
        term = yi

       # looping II, untuk tiap titik xj, yj dalam daftar points,
kecuali jika i dan j sama
        for j in range(n):
            if i != j:
                  # mendapatkan nilai x dari titik j ke dalam
variabel xj
                xj, _ = points[j]
                term *= (x - xj) / (xi - xj)
        total += term
```

```
    return total

# Kode Testing, contoh penyelesaian problem
points = [(5, 10), (10, 30), (15, 25), (20, 40), (25, 18), (30,
20), (35, 22), (40, 15)]
x = 33
interpolated_value = lagrange_interpolation(points, x)
print(f"P({x}) = {interpolated_value:.5f}")
print(f"Jadi   nilai   interpolasi   pada   x   =   {x}   yaitu
{interpolated_value:.5f}")

#  Plot Grafik hasil interpolasi dengan 5 <= x <= 40
x_values = np.arange(5, 40.1, 0.1)
y_values = [lagrange_interpolation(points, x) for x in x_values]

plt.plot(x_values, y_values, "r")
plt.grid()
plt.xlim(0, 42)

plt.show()
```

**Penjelasan Alur Kode**:

a. Import library

```
import matplotlib.pyplot as plt
import numpy as np
```

- `import matplotlib.pyplot as plt`: Mengimpor library `matplotlib.pyplot` dan memberi alias `plt` untuk memudahkan penulisan. Library ini digunakan untuk membuat grafik.
- `import numpy as np`: Mengimpor library `numpy` dan memberi alias `np`. Library ini digunakan untuk komputasi numerik yang efisien, terutama untuk bekerja dengan array dan fungsi matematika.

b. Definisi fungsi interpolasi lagrange

```
def lagrange_interpolation(points, x):
    """
    Menghitung nilai interpolasi Lagrange pada titik x.

    Parameters:
    points (list of tuple): Daftar titik (x, y).
    x (float): Nilai x yang ingin diinterpolasi.

    Returns:
    float: Nilai interpolasi pada titik x.
    """
```

- `def lagrange_interpolation(points, x)`: Mendefinisikan fungsi `lagrange_interpolation` yang menerima dua parameter: `points` (daftar titik `(x, y)`) dan `x` (nilai `x` yang ingin diinterpolasi).
- `""" ... """`: Docstring yang menjelaskan fungsi, parameter yang diterima, dan nilai yang dikembalikan oleh fungsi.

c. Inisialisasi variabel

```
    # variabel untuk menyimpan hasil akhir dari interpolasi
    total = 0.0
    # variabel untuk menyimpan jumlah titik dalam points
    n = len(points)
```

- `total = 0.0`: Menginisialisasi variabel `total` untuk menyimpan hasil akhir interpolasi.
- `n = len(points)`: Menghitung jumlah titik dalam `points` dan menyimpannya dalam variabel `n`.

d. Looping untuk menghitung interpolasi

```
    # looping I, untuk tiap titik xi, yi dalam points
    for i in range(n):
        # menyimpan nilai x dan y dari titik ke-i
        xi, yi = points[i]
        # menyimpan nilai yi untuk nanti dikalikan
        term = yi

        # looping II, untuk tiap titik xj, yj dalam daftar
points, kecuali jika i dan j sama
        for j in range(n):
            if i != j:
                # mendapatkan nilai x dari titik j ke dalam
variabel xj
                xj, _ = points[j]
                term *= (x - xj) / (xi - xj)
        total += term

    return total
```

- `for i in range(n)`: Looping pertama untuk mengiterasi setiap titik `(xi, yi)` dalam `points`.
- `xi, yi = points[i]`: Mendapatkan nilai `x` dan `y` dari titik ke-`i`.
- `term = yi`: Inisialisasi `term` dengan nilai `yi` untuk digunakan dalam perhitungan.
- `for j in range(n)`: Looping kedua untuk mengiterasi setiap titik `(xj, yj)` dalam `points`, kecuali saat `i == j`.
- `if i != j`: Mengecek apakah indeks `i` tidak sama dengan `j`.
- `xj, _ = points[j]`: Mendapatkan nilai `x` dari titik ke-`j`.
- `term *= (x - xj) / (xi - xj)`: Menghitung nilai interpolasi Lagrange.
- `total += term`: Menambahkan `term` ke `total`.

- `return total`: Mengembalikan hasil interpolasi.

e. Kode testing

```
# Kode Testing, contoh penyelesaian problem
points = [(5, 10), (10, 30), (15, 25), (20, 40), (25, 18), (30, 20), (35, 22), (40, 15)]
x = 33
interpolated_value = lagrange_interpolation(points, x)
print(f"P({x}) = {interpolated_value:.5f}")
print(f"Jadi nilai interpolasi pada x = {x} yaitu {interpolated_value:.5f}")
```

- `points = [(5, 10), ...]`: Mendefinisikan daftar titik `(x, y)`.
- `x = 33`: Menetapkan nilai `x` yang akan diinterpolasi.
- `interpolated_value = lagrange_interpolation(points, x)`: Memanggil fungsi `lagrange_interpolation` untuk menghitung nilai interpolasi pada `x`.
- `print(f"P({x}) = {interpolated_value:.5f}")`: Menampilkan hasil interpolasi.
- `print(f"Jadi nilai interpolasi pada x = {x} yaitu {interpolated_value:.5f}")`: Menampilkan hasil interpolasi dengan penjelasan.

f. Plot grafik hasil interpolasi

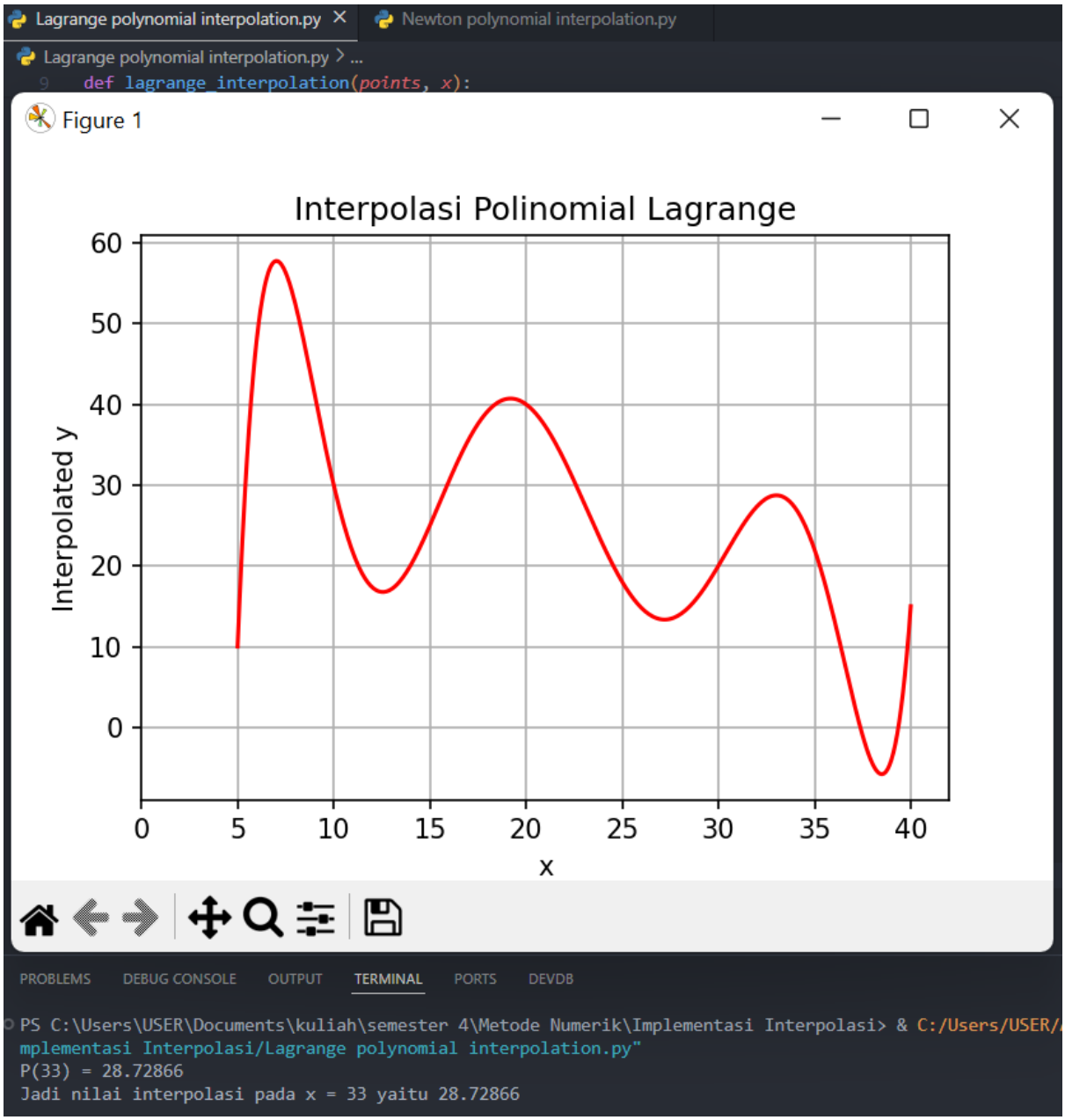
```
#  Plot Grafik hasil interpolasi dengan 5 <= x <= 40
x_values = np.arange(5, 40.1, 0.1)
y_values = [lagrange_interpolation(points, x) for x in x_values]

plt.plot(x_values, y_values, "r")
plt.grid()
plt.xlim(0, 42)

plt.show()
```

- `x_values = np.arange(5, 40.1, 0.1)`: Membuat array `x_values` dari 5 hingga 40 dengan interval 0.1 menggunakan `numpy`.
- `y_values = [lagrange_interpolation(points, x) for x in x_values]`: Menghitung nilai interpolasi untuk setiap `x` dalam `x_values` dan menyimpannya dalam `y_values`.
- `plt.plot(x_values, y_values, "r")`: Membuat plot `x_values` versus `y_values` dengan warna merah (`"r"`).
- `plt.grid()`: Menampilkan grid pada grafik.

- `plt.xlim(0, 42)`: Menetapkan batas `x` pada grafik dari 0 hingga 42.
- `plt.show()`: Menampilkan grafik.




**Analisis Hasil:**

➢ **Hasil Interpolasi pada x = 33**

- Hasil interpolasi pada titik x = 33 adalah 28.72866
- Artinya, nilai yang diinterpolasi pada titik x = 33 adalah sekitar 28.72866

➢ **Grafik Hasil Interpolasi**

- Grafik menunjukkan pola yang mengikuti titik-titik yang diketahui dengan baik.

- Grafik menunjukkan bahwa interpolasi polinomial Lagrange secara keseluruhan cocok dengan data yang diberikan.

**Penjabarannya:**

- Titik-titik data yang diketahui (5, 10), (10, 30), (15, 25), (20, 40), (25, 18), (30, 20), (35, 22), (40, 15) digunakan untuk melakukan interpolasi.
- Hasil interpolasi pada titik x = 33 adalah sekitar 28.72866, yang didapatkan dari perhitungan polinomial Lagrange.
- Grafik hasil interpolasi menunjukkan bahwa polinomial Lagrange mampu menginterpolasi data dengan baik, mengikuti pola data yang ada.

Dengan demikian, metode interpolasi polinomial Lagrange juga dapat digunakan untuk memperkirakan nilai di antara titik-titik data yang diketahui dengan cukup baik.

## 2. Newton Polynomial Interpolation

Kode sumber, kode testing, dan plot grafik:

```
# Nama    : Femas Arianda Rizki
# NIM     : 21120122130080
# Kelas   : Metode Numerik - B

# Kode Sumber
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt

def newton_interpolation(points, x):
    """
    Menghitung nilai interpolasi Newton pada titik x.

    Parameters:
    points (list of tuple): Daftar titik (x, y).
    x (float): Nilai x yang ingin diinterpolasi.

    Returns:
    float: Nilai interpolasi pada titik x.
    """
    n = len(points)
    # Membuat tabel selisih terbagi
    divided_diff = np.zeros((n, n))
     # Memasukkan nilai y ke kolom pertama dari tabel selisih terbagi
    for i in range(n):
        divided_diff[i][0] = points[i][1]
```

```
    # Menghitung selisih terbagi
    for j in range(1, n):
        for i in range(n - j):
                divided_diff[i][j] = (divided_diff[i+1][j-1] -
divided_diff[i][j-1]) / (points[i+j][0] - points[i][0])

    # Menghitung nilai interpolasi pada x
    result = divided_diff[0][0]
    product = 1.0
    for i in range(1, n):
        product *= (x - points[i-1][0])
        result += divided_diff[0][i] * product

    return result

# Kode Testing, contoh penyelesaian problem
points = [(5, 10), (10, 30), (15, 25), (20, 40), (25, 18), (30,
20), (35, 22), (40, 15)]
x = 33
interpolated_value = newton_interpolation(points, x)
print(f"P({x}) = {interpolated_value:.5f}")
print(f"Jadi nilai interpolasi pada x = {x} yaitu
{interpolated_value:.5f}")

# Plot Grafik hasil interpolasi dengan 5 <= x <= 40
x_values = np.arange(5, 40.1, 0.1)
y_values = [newton_interpolation(points, x) for x in x_values]

plt.plot(x_values, y_values, "b")
plt.grid()
plt.xlim(0, 42)
plt.xlabel('x')
plt.ylabel('Interpolated y')
plt.title('Interpolasi Polinomial Newton')

plt.show()
```

Penjelasan kode:

a. Import library

```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
```

- `numpy` digunakan untuk operasi numerik, seperti pembuatan tabel selisih terbagi.
- `matplotlib.pyplot` digunakan untuk plotting grafik hasil interpolasi.

b. Fungsi newton interpolation

```
def newton_interpolation(points, x):
```

```
    """
    Menghitung nilai interpolasi Newton pada titik x.

    Parameters:
    points (list of tuple): Daftar titik (x, y).
    x (float): Nilai x yang ingin diinterpolasi.

    Returns:
    float: Nilai interpolasi pada titik x.
    """
```

- Definisi fungsi `newton_interpolation` untuk menghitung nilai interpolasi Newton pada titik `x`.
- Parameter `points` adalah daftar titik `(x, y)` yang diketahui.
- Parameter `x` adalah nilai `x` yang ingin diinterpolasi.
- Fungsi mengembalikan nilai interpolasi pada titik `x`.

c. Inisialisasi dan tabel selisih terbagi

```
    n = len(points)
    # Membuat tabel selisih terbagi
    divided_diff = np.zeros((n, n))
    # Memasukkan nilai y ke kolom pertama dari tabel selisih terbagi
    for i in range(n):
        divided_diff[i][0] = points[i][1]
```

- `n` menyimpan jumlah titik dalam `points`.
- `divided_diff` adalah tabel selisih terbagi, diinisialisasi sebagai array 2D berukuran `n x n` dengan nilai awal 0.
- Nilai `y` dari tiap titik `(x, y)` diisi ke kolom pertama `divided_diff`.

d. Menghitung selisih terbagi

```
    # Menghitung selisih terbagi
    for j in range(1, n):
        for i in range(n - j):
            divided_diff[i][j] = (divided_diff[i+1][j-1] - divided_diff[i][j-1]) / (points[i+j][0] - points[i][0])
```

- Menghitung selisih terbagi menggunakan dua loop bersarang.
- Loop luar dengan indeks `j` berjalan dari 1 hingga `n-1`.
- Loop dalam dengan indeks `i` berjalan dari 0 hingga `n-j-1`.
- Setiap elemen `divided_diff[i][j]` dihitung berdasarkan perbedaan elemen di kolom sebelumnya dibagi selisih `x` dari titik yang sesuai.

e. Menghitung nilai interpolasi

```
    # Menghitung nilai interpolasi pada x
    result = divided_diff[0][0]
    product = 1.0
    for i in range(1, n):
        product *= (x - points[i-1][0])
        result += divided_diff[0][i] * product

    return result
```

- `result` diinisialisasi dengan nilai `divided_diff[0][0]`.
- `product` diinisialisasi dengan nilai 1.0.
- Loop dengan indeks `i` berjalan dari 1 hingga `n-1` untuk menghitung nilai interpolasi pada `x`.
- `product` diperbarui dengan mengalikan `(x - points[i-1][0])`.
- `result` diperbarui dengan menambahkan `divided_diff[0][i] * product`.
- Nilai `result` dikembalikan sebagai hasil interpolasi.

f. Kode testing

```
points = [(5, 10), (10, 30), (15, 25), (20, 40), (25, 18), (30, 20), (35, 22), (40, 15)]
x = 33
interpolated_value = newton_interpolation(points, x)
print(f"P({x}) = {interpolated_value:.5f}")
print(f"Jadi nilai interpolasi pada x = {x} yaitu {interpolated_value:.5f}")
```

- `points` adalah daftar titik yang diketahui.
- `x` adalah nilai yang ingin diinterpolasi (33).
- `interpolated_value` menyimpan hasil interpolasi menggunakan fungsi `newton_interpolation`.
- Hasil interpolasi dicetak.

g. Plot grafik hasil interpolasi

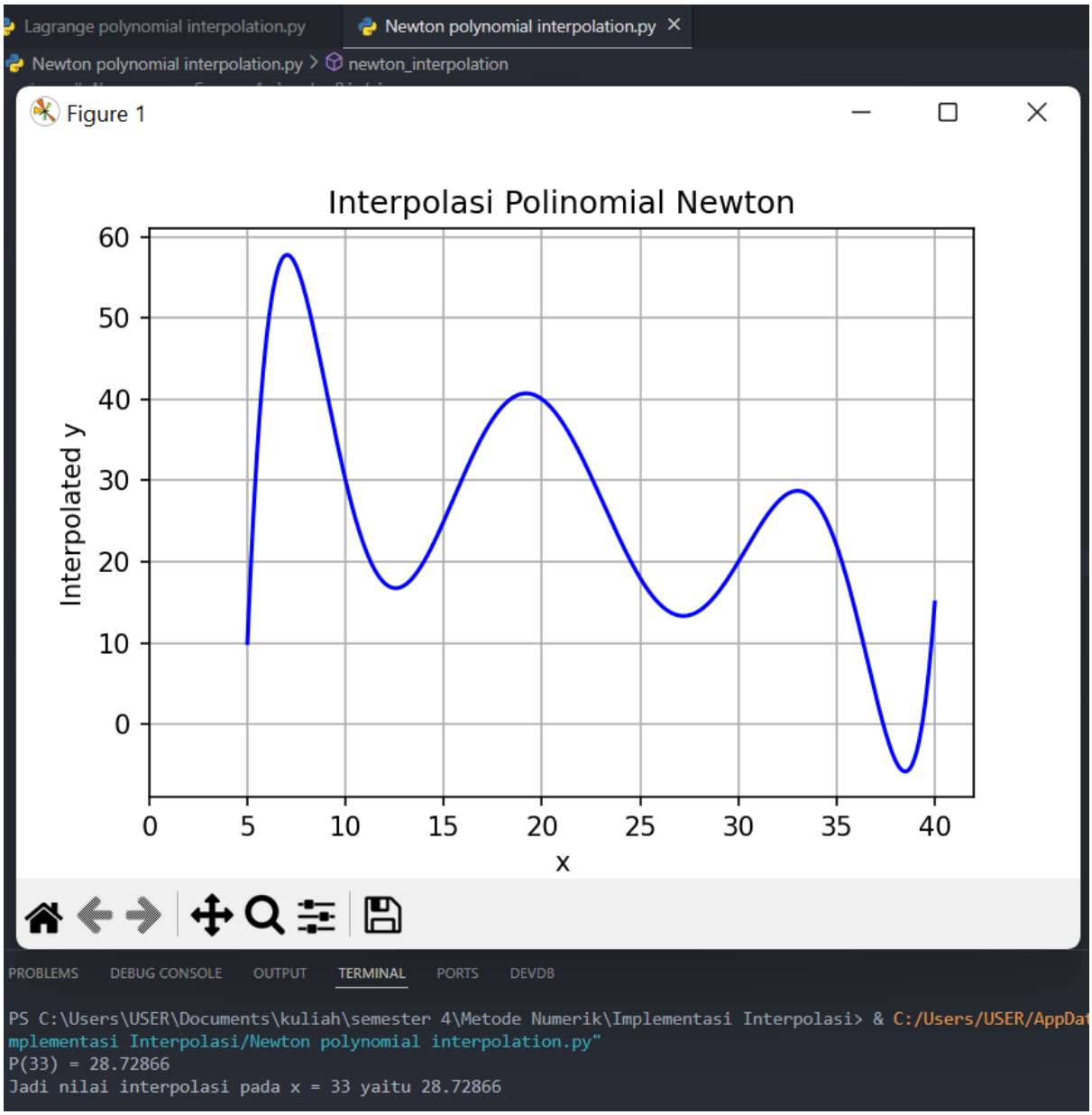
```
# Plot Grafik hasil interpolasi dengan 5 <= x <= 40
x_values = np.arange(5, 40.1, 0.1)
y_values = [newton_interpolation(points, x) for x in x_values]

plt.plot(x_values, y_values, "b")
plt.grid()
plt.xlim(0, 42)

plt.show()
```

- `x_values` adalah array nilai `x` dari 5 hingga 40 dengan interval 0.1.

- `y_values` adalah daftar nilai interpolasi yang dihitung untuk setiap `x` dalam `x_values` menggunakan fungsi `newton_interpolation`.
- Plot hasil interpolasi dengan warna biru (`"b"`).
- Menambahkan grid pada plot.
- Membatasi sumbu-x dari 0 hingga 42.
- Menampilkan plot.




**Analisis Hasil:**

➢ **Hasil Interpolasi pada x = 33**

- Hasil interpolasi pada titik x = 33 adalah 28.72866
- Artinya, nilai yang diinterpolasi pada titik x = 33 adalah sekitar 28.72866

- **Grafik Hasil Interpolasi**
  - Grafik menunjukkan pola yang mengikuti titik-titik yang diketahui dengan baik.
  - Grafik menunjukkan bahwa interpolasi polinomial Newton secara keseluruhan cocok dengan data yang diberikan.

**Penjabarannya:**

- Titik-titik data yang diketahui (5, 10), (10, 30), (15, 25), (20, 40), (25, 18), (30, 20), (35, 22), (40, 15) digunakan untuk melakukan interpolasi.
- Hasil interpolasi pada titik x = 33 adalah sekitar 28.72866, yang didapatkan dari perhitungan polinomial Newton.
- Grafik hasil interpolasi menunjukkan bahwa polinomial Newton mampu menginterpolasi data dengan baik, mengikuti pola data yang ada.

Dengan demikian, metode interpolasi polinomial Newton dapat digunakan untuk memperkirakan nilai di antara titik-titik data yang diketahui dengan cukup baik.