

导航

- 博客园
- 首页
- 新随笔
- 联系
- 订阅
- 管理

<	2012年7月							>
日	一	二	三	四	五	六		
24	25	26	27	28	29	30		
1	2	3	4	5	6	7		
8	9	10	11	12	13	14		
15	16	17	18	19	20	21		
22	23	24	25	26	27	28		
29	30	31	1	2	3	4		

公告

昵称: as_
园龄: 3年5个月
粉丝: 253
关注: 0
+加关注

搜索

找找看

谷歌搜索

常用链接

- 我的随笔
- 我的评论
- 我的参与
- 最新评论
- 我的标签

我的标签

- 笔试(4)
- OS(2)
- SMO(1)
- socket(1)
- static(1)
- SVM(1)
- Trie(1)
- volatile(1)
- bytes(1)
- C str(1)
- 更多

随笔分类

- APUE专题(15)
- C/C++(30)
- Hadoop/MapReduce(13)
- Java(1)
- OS/Linux(15)
- 笔试面试题集锦(16)
- 基础机器学习算法(9)
- 其他(3)
- 数据结构与算法(29)
- 网络及UNP(19)

随笔档案

- 2015年7月 (1)
- 2015年3月 (1)
- 2014年11月 (1)

支持向量机(Support Vector Machine)-----SVM之SMO算法(转)

此文转自两篇博文 有修改

序列最小优化算法（英语：Sequential minimal optimization, SMO）是一种用于解决支持向量机训练过程中所产生优化问题的算法。SMO由微软研究院的约翰·普莱特（John Platt）发明于1998年，目前被广泛使用于SVM的训练过程中，并在通行的SVM库libsvm中得到实现。

1998年，SMO算法发表在SVM研究领域内引起了轰动，因为先前可用的SVM训练方法必须使用复杂的方法，并需要昂贵的第三方二次规划工具。而SMO算法较好地避免了这一问题。

前面最后留下来一个对偶函数最后的优化问题，原式为：

$$\max W(\alpha) = \sum_{i=1}^n \alpha - \frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^n y_i y_j \alpha_i \alpha_j (K(x_i, x_j))$$

-----这个是由拉格朗日方法 然后求偏导 列式带入核函数得到的目标函数

$$s.t. \quad \sum_{i=1}^n y_i \alpha_i = 0$$

$$0 \leq \alpha_i \leq C$$

SMO就是要解这个凸二次规划问题，这里的C是个很重要的参数，它从本质上是用来折中经验风险和置信风险的，C越大，置信风险越大，经验风险越小；并且所有的α因子都被限制在了以C为边长的大盒子里。

算法详述

(1)、KKT条件

SMO是以C-SVC的KKT条件为基础进行后续操作的，这个KKT条件是：

$$\alpha_i = 0 \Leftrightarrow y_i u_i \geq 1$$

$$0 \leq \alpha_i \leq C \Leftrightarrow y_i u_i = 1$$

$$\alpha_i = C \Leftrightarrow y_i u_i \leq 1$$

其中 $u_i = \langle w, x_i \rangle + b$

上述条件其实就是KT互补条件，SVM学习——软间隔优化一文，有如下结论：

$$\alpha_i (y_i (\langle w, x_i \rangle + b) - 1 + \xi_i) = 0 \quad (i = 1, 2, \dots, n)$$

2013年5月 (1)
 2012年11月 (4)
 2012年10月 (7)
 2012年9月 (17)
 2012年8月 (59)
 2012年7月 (59)

最新评论

1. Re: 决策树算法总结
J48是c4.5的java开源实现。
--zqiguoshang
2. Re: TF-IDF及其算法
很清楚
--Princeling
3. Re: 最小生成树-Prim算法和Kruskal算法
大神，可以抱走吗
--漠漠残香
4. Re: 编辑距离及编辑距离算法
终于找到一个列出数组的，学习了，谢谢楼主！
--hlyights
5. Re: 最短路径—Dijkstra算法和Floyd算法
话不多说，一个字，好！
--屈丝改变世界

阅读排行榜

1. 最短路径—Dijkstra算法和Floyd算法(81707)
2. 决策树算法总结(42740)
3. HTTP请求报文和HTTP响应报文(34470)
4. 最小生成树-Prim算法和Kruskal算法(32252)
5. Logistic Regression--逻辑回归算法汇总** (31316)

评论排行榜

1. 最短路径—Dijkstra算法和Floyd算法(15)
2. C++ STL中的vector的内存分配与释放(7)
3. 编辑距离及编辑距离算法(5)
4. 排序算法汇总总结(5)
5. 决策树算法总结(4)

推荐排行榜

1. 最短路径—Dijkstra算法和Floyd算法(29)
2. HTTP请求报文和HTTP响应报文(9)
3. 信号量、互斥体和自旋锁(8)
4. Logistic Regression--逻辑回归算法汇总**(7)
5. Linux写时拷贝技术(copy-on-write)(6)

$$\mu_i \xi_i = (\alpha_i - C) \xi_i = 0 \quad (i=1,2,\dots,n)$$

从上面式子可以得到的信息是：当 $\alpha_i = C$ 时，松弛变量 $\xi_i \geq 0$ ，此时有：
 $y_i(<w, x_i> + b) = 1 - \xi_i \Rightarrow y_i(<w, x_i> + b) \leq 1 \Rightarrow y_i u_i \leq 1$ ，对应样本点就是误分点；当 $\alpha_i = 0$ 时，松弛变量 ξ_i 为零，此时有 $y_i(<w, x_i> + b) \geq 1 \Rightarrow y_i u_i \geq 1$ ，对应样本点就是内部点，即分类正确而又远离最大间隔分类超平面的那些样本点；而 $0 < \alpha_i < C$ 时，松弛变量 ξ_i 为零，有 $y_i(<w, x_i> + b) = 1 \Rightarrow y_i u_i = 1$ ，对应样本点就是支持向量。

(2)、凸优化问题停止条件

对于凸优化问题，在实现时总需要适当的停止条件来结束优化过程，停止条件可以是：

1、监视目标函数 $W(\alpha)$ 的增长率，在它低于某个容忍值时停止训练，这个条件是最直白和简单的，但是效果不好；

2、监视原问题的KKT条件，对于凸优化来说它们是收敛的充要条件，但是由于KKT条件本身是比较苛刻的，所以也需要设定一个容忍值，即所有样本在容忍值范围内满足KKT条件则认为训练可以结束；

3、监视可行间隙，它是原始目标函数值和对偶目标函数值的间隙，对于凸二次优化来说这个间隙是零，以一阶范数软间隔为例：

原始目标函数 $O(w, b)$ 与对偶目标函数 $W(\alpha)$ 的差为：

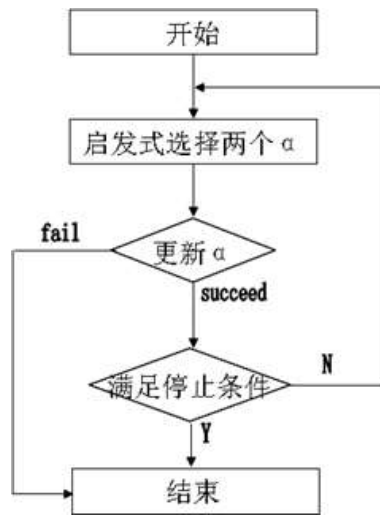
$$\begin{aligned} \text{Gap} &= \frac{1}{2} \langle w, w \rangle + C \sum_{i=1}^n \xi_i - \left(\sum_{i=1}^n \alpha_i - \frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^n y_i y_j \alpha_i \alpha_j (K(x_i, x_j)) \right) \\ &= \frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^n y_i y_j \alpha_i \alpha_j K(x_i, x_j) + C \sum_{i=1}^n \xi_i - \left(\sum_{i=1}^n \alpha_i - \frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^n y_i y_j \alpha_i \alpha_j (K(x_i, x_j)) \right) \\ &= \sum_{i,j=1}^n y_i y_j \alpha_i \alpha_j K(x_i, x_j) + C \sum_{i=1}^n \xi_i - \sum_{i=1}^n \alpha_i \\ &= 2 \sum_{i=1}^n \alpha_i - 2W(\alpha) + C \sum_{i=1}^n \xi_i - \sum_{i=1}^n \alpha_i \\ &= \sum_{i=1}^n \alpha_i - 2W(\alpha) + C \sum_{i=1}^n \xi_i \end{aligned}$$

定义比率：

$$\frac{O(w, b) - W(\alpha)}{O(w, b) + 1} \quad , \quad \text{可以利用这个比率达到某个容忍值作为停止条件。}$$

(3)、SMO思想

沿袭分解思想，固定“Chunking工作集”的大小为2，每次迭代只优化两个点的最小子集且可直接获得解析解，算法流程：



(4)、仅含两个Langrange乘子解析解

为了描述方便定义如下符号：

$$K_{ij} = K(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j)$$

$$f(\mathbf{x}_i) = \sum_{j=1}^n y_j \alpha_j K_{ij} + b$$

$$v_i = \sum_{j=3}^n y_j \alpha_j K_{ij} = f(\mathbf{x}_i) - \sum_{j=1}^2 y_j \alpha_j K_{ij} - b$$

于是目标函数就变成了：

$$\begin{aligned}
 W(\alpha_2) &= \sum_{i=1}^n \alpha_i - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n y_i y_j K(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j) \alpha_i \alpha_j \\
 &= \alpha_1 + \alpha_2 + \sum_{i=3}^n \alpha_i - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n (\sum_{j=1}^2 y_i y_j \alpha_i \alpha_j K(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j) + \sum_{j=3}^n y_i y_j \alpha_i \alpha_j K(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j)) \\
 &= \alpha_1 + \alpha_2 + \sum_{i=3}^n \alpha_i - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^2 (\sum_{j=1}^2 y_i y_j \alpha_i \alpha_j K(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j) + \sum_{j=3}^n y_i y_j \alpha_i \alpha_j K(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j)) \\
 &\quad - \frac{1}{2} \sum_{i=3}^n (\sum_{j=1}^2 y_i y_j \alpha_i \alpha_j K(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j) + \sum_{j=3}^n y_i y_j \alpha_i \alpha_j K(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j)) \\
 &= \alpha_1 + \alpha_2 + \sum_{i=3}^n \alpha_i - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 y_i y_j \alpha_i \alpha_j K(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j) - \sum_{i=1}^2 \sum_{j=3}^n y_i y_j \alpha_i \alpha_j K(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j) \\
 &\quad - \frac{1}{2} \sum_{i=3}^n \sum_{j=3}^n y_i y_j \alpha_i \alpha_j K(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j) \\
 &= \alpha_1 + \alpha_2 - \frac{1}{2} K_{11} \alpha_1^2 - \frac{1}{2} K_{22} \alpha_2^2 - y_1 y_2 K_{12} \alpha_1 \alpha_2 \\
 &\quad - y_1 \alpha_1 \sum_{j=3}^n y_j \alpha_j K(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_j) - y_2 \alpha_2 \sum_{j=3}^n y_j \alpha_j K(\mathbf{x}_2, \mathbf{x}_j) \\
 &\quad + \sum_{i=3}^n \alpha_i - \frac{1}{2} \sum_{i=3}^n \sum_{j=3}^n y_i y_j \alpha_i \alpha_j K(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j)
 \end{aligned}$$

$$= \alpha_1 + \alpha_2 - \frac{1}{2}K_{11}\alpha_1^2 - \frac{1}{2}K_{22}\alpha_2^2 - y_1y_2K_{12}\alpha_1\alpha_2 - y_1\alpha_1v_1 - y_2\alpha_2v_2 + \text{constant}$$

注意第一个约束条件: $\sum_{i=1}^n y_i \alpha_i = 0$, 可以将 $\alpha_3, \dots, \alpha_n, y_3, \dots, y_n$ 看作常数, 有 $\alpha_1 y_1 + \alpha_2 y_2 = C'$ (C' 为常数, 我们不关心它的值), 等式两边同时乘以 y_1 , 得到 $\alpha_1 = \gamma - s\alpha_2$ (γ 为常数, 其值为 $C'y_1$, 我们不关心它, $s = y_1 y_2$)。将 α_1 用上式替换则得到一个只含有变量 α_2 的求极值问题:

$$W(\alpha_2) = \gamma - s\alpha_2 + \alpha_2 - \frac{1}{2}K_{11}(\gamma - s\alpha_2)^2 - \frac{1}{2}K_{22}\alpha_2^2 - sK_{12}(\gamma - s\alpha_2)\alpha_2 - y_1(\gamma - s\alpha_2)v_1 - y_2\alpha_2v_2 + \text{constant}$$

这下问题就简单了, 对 α_2 求偏导数得到:

$$\frac{\partial W(\alpha_2)}{\partial \alpha_2} = -s + 1 + sK_{11}\gamma - K_{11}\alpha_2 - K_{22}\alpha_2 - s\gamma K_{12} + 2K_{12}\alpha_2 + y_2v_1 - y_2v_2 = 0$$

将 $y_2^2 = 1$ 、 $s = y_1 y_2$ 带入上式有:

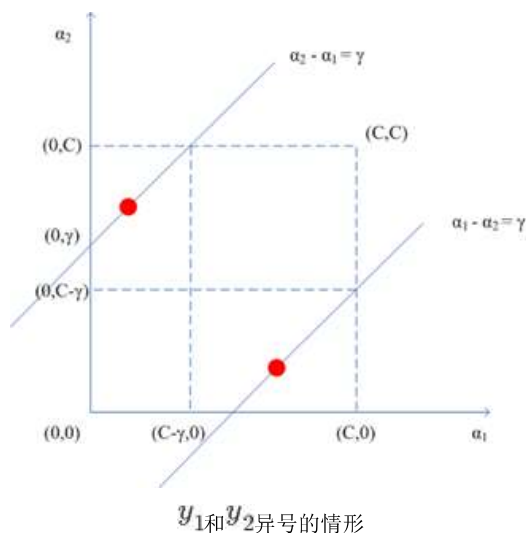
$$\alpha_2^{new} = \frac{y_2(y_2 - y_1 + y_1\gamma(K_{11} - K_{12}) + v_1 - v_2)}{K_{11} + K_{22} - 2K_{12}}$$

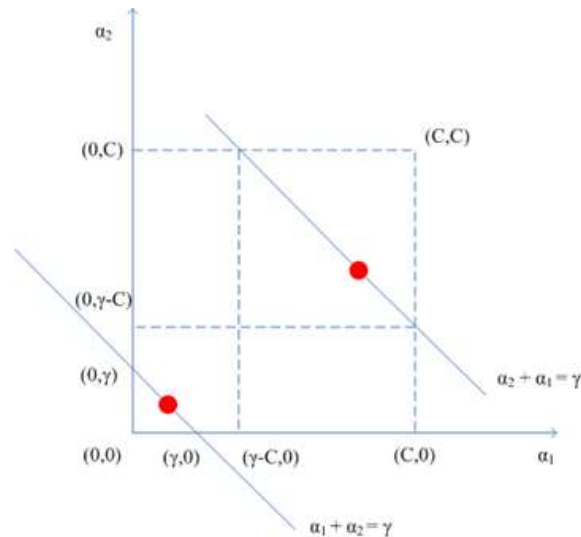
带入 v_i 、 $\gamma = \alpha_1^{old} + s\alpha_2^{old}$, 用 $E_i = f(x_i) - y_i$ 表示误差项(可以想象, 即使分类正确, $f(x_i)$ 的值也可能很大)、 $\eta = K_{11} + K_{22} - 2K_{12} = \|\Phi(x_1) - \Phi(x_2)\|^2$ (Φ 是原始空间向特征空间的映射), 这里 $\sqrt{\eta}$ 可以看成是一个度量两个样本相似性的距离, 换句话说, 一旦选择核函数则意味着你已经定义了输入空间中元素的相似性。

最后得到迭代式:

$$\alpha_2^{new} = \alpha_2^{old} + \frac{y_2(E_1 - E_2)}{\eta}$$

注意第二个约束条件——那个强大的盒子: $0 \leq \alpha_i \leq C$, 这意味着 α_2^{new} 也必须落入这个盒子中, 综合考虑两个约束条件, 下图更直观:





y_1 和 y_2 同号的情形

可以看到 α_1, α_2 两个乘子既要位于边长为C的盒子里又要在相应直线上，于是对于 α_2 的界来说，有如下情况：

$$\begin{cases} L = \max\{0, \alpha_2^{old} - \alpha_1^{old}\} & y_1 y_2 = -1, \\ L = \max\{0, \alpha_1^{old} + \alpha_2^{old} - C\} & y_1 y_2 = 1, \\ H = \min\{C, C + \alpha_2^{old} - \alpha_1^{old}\} & y_1 y_2 = -1 \\ H = \min\{C, \alpha_1^{old} + \alpha_2^{old}\} & y_1 y_2 = 1 \end{cases}$$

整理得下式：

$$\alpha_2^{new, clipped} = \begin{cases} L & \alpha_2^{new} \leq L \\ \alpha_2^{new} & L < \alpha_2^{new} < H \\ H & \alpha_2^{new} \geq H \end{cases}$$

又因为 $\alpha_1^{old} = \gamma - s\alpha_2^{old}$ ， $\alpha_1^{new} = \gamma - s\alpha_2^{new, clipped}$ ，消去 γ 后得到：

$$\alpha_1^{new} = \alpha_1^{old} + y_1 y_2 (\alpha_2^{old} - \alpha_2^{new, clipped})$$

(5). 综上可总结出SMO的算法框架

SMO算法是一个迭代优化算法。在每一个迭代步骤中，算法首先选取两个待更新的向量，此后分别计算它们的误差项，并根据上述结果计算出 α_2^{new} 和 α_1^{new} 。最后再根据SVM的定义计算出偏移量 b 。对于误差项而言，可以根据 α_1^{new} 、 α_2^{new} 和 b 的增量进行调整，而无需每次重新计算。具体的算法如下：

1. 随机数初始化向量权重 α_i ，并计算偏移 b 。(这一步初始化向量权重只要使 α_i 符合上述的约束条件即可，原博文程序就是range函数)

2. 初始化误差项 E_i ，其中

$$E_i = f(x_i) - y_i$$

$$f(x_i) = \sum_{j=1}^n y_i \alpha_i K_{ij} + b$$

3. 选取两个向量作为需要调整的点（例如第一次下标为1，2两点，第二次下标3，4.....），然后

$$\alpha_2^{new} = \alpha_2^{old} + \frac{y_2(E_1 - E_2)}{\eta} \quad \text{其中 } \eta = K_{11} + K_{22} - 2K_{12} = \|\Phi(x_1) - \Phi(x_2)\|^2$$

是原始空间向特征空间的映射， $K_{ij} = K(x_i, x_j)$

4. if $\alpha_2^{new} > H$ 令 $\alpha_2^{new} = H$ if $\alpha_2^{new} < L$ 令 $\alpha_2^{new} = L$ (L, H 前面已给出)

5. 令 $\alpha_1^{new} = \alpha_1^{old} + y_1 y_2 (\alpha_2^{old} - \alpha_1^{old})$

6. 利用更新的 α_1^{new} 和 α_2^{new} 修改 E_i 和 b 的值

7. 如果达到终止条件, 则算法停止, 否则转向3

算法补充说明:

优化向量选择方法

可以采用启发式的方法选择每次迭代中需要优化的向量。第一个向量可以选取不满足支持向量机KKT条件的向量, 亦即不满足

$$y_i f(\mathbf{x}_i) \begin{cases} > 1 & \alpha_i = 0 \\ = 1 & 0 < \alpha_i < C \\ < 1 & \alpha_i = C \end{cases}$$

即:

$$\alpha_i = 0 \Leftrightarrow y_i u_i \geq 1$$

$$0 \leq \alpha_i \leq C \Leftrightarrow y_i u_i = 1$$

$$\alpha_i = C \Leftrightarrow y_i u_i \leq 1 \quad \text{其中 } u_i = \langle w, x_i \rangle + b$$

的向量。而第二个向量可以选择使得 $|E_1 - E_2|$ 最大的向量。

终止条件

SMO算法的终止条件可以为KKT条件对所有向量均满足, 或者目标函数 $W(\alpha)$ 增长率小于某个阈值, 即

$$\frac{W(\alpha^{t+1}) - W(\alpha^t)}{W(\alpha^t)} < T \quad (\text{根据前面的凸优化问题停止条件所说, 此效果可能不佳, 可选择其他方法, 见(2)})$$

-----以下内容是有关可行间隙方法, 乘子优化, SMO加速问题, 是深化的内容-----

(6)、启发式的选择方法

根据选择的停止条件可以确定怎么样选择点能对算法收敛贡献最大, 例如使用监视可行间隙的方法, 一个最直白的选择就是首先优化那些最违反KKT条件的点, 所谓违反KKT条件是指:

$$\alpha_i = 0 \ \&\& \ y_i u_i < 1$$

$$0 \leq \alpha_i \leq C \ \&\& \ y_i u_i \neq 1$$

$$\alpha_i = C \ \&\& \ y_i u_i > 1$$

其中KKT条件

$$\begin{aligned}\alpha_i &= 0 \Leftrightarrow y_i u_i \geq 1, \\ 0 < \alpha_i < C &\Leftrightarrow y_i u_i = 1, \\ \alpha_i &= C \Leftrightarrow y_i u_i \leq 1.\end{aligned}\tag{12}$$

由前面的停止条件3可知，对可行间隙贡献最大的点是那些

$$Gap_i = \alpha_i (y_i (\sum_{j=1}^n \alpha_j y_j K(x_i, x_j)) - 1) + C \xi_i = \alpha_i (y_i u_i - 1 - y_i b) + C \xi_i$$

$$\text{其中, } \xi_i = \max(0, 1 - y_i u_i)$$

取值大的点，这些点导致可行间隙变大，因此应该首先优化它们(原因见原博文：

<http://www.cnblogs.com/vivounicorn/archive/2011/06/01/2067496.html>)

SMO的启发式选择有两个策略：

启发式选择**1**：

最外层循环，首先，在所有样本中选择违反KKT条件的一个乘子作为最外层循环，用“启发式选择2”选择另外一个乘子并进行这两个乘子的优化，接着，从所有非边界样本中选择违反KKT条件的一个乘子作为最外层循环，用“启发式选择2”选择另外一个乘子并进行这两个乘子的优化(之所以选择非边界样本是为了提高找到违反KKT条件的点的机会)，最后，如果上述非边界样本中没有违反KKT条件的样本，则再从整个样本中去找，直到所有样本中没有需要改变的乘子或者满足其它停止条件为止。

启发式选择**2**：

内层循环的选择标准可以从下式看出：

$$\alpha_2^{new} = \alpha_2^{old} + \frac{y_2(E_1 - E_2)}{\eta}$$

要加快第二个乘子的迭代速度，就要使 $\alpha_2^{old} + \frac{y_2(E_1 - E_2)}{\eta}$ 最大，而在 η 上没什么文章可做，于是只能使 $|E_1 - E_2|$ 最大。

确定第二个乘子方法：

- 1、首先在非界乘子中寻找使得 $|E_1 - E_2|$ 最大的样本；
- 2、如果1中没找到则从随机位置查找非界乘子样本；
- 3、如果2中也没找到，则从随机位置查找整个样本(包含界上和界下乘子)。

(7)、关于两乘子优化的说明

由式子

$$\frac{\partial W(\alpha_2)}{\partial \alpha_2} = -s + 1 + sK_{11}\gamma - K_{11}\alpha_2 - K_{22}\alpha_2 - s\gamma K_{12} + 2K_{12}\alpha_2 + y_2v_1 - y_2v_2$$

可知：

$$\frac{\partial W^2(\alpha_2)}{\partial \alpha_2^2} = -K_{11} - K_{22} + 2K_{12} = -\eta$$

于是对于这个单变量二次函数而言，如果其二阶导数 $-\eta < 0$ ，则二次函数开口向下，可以用上述迭代的方法更新乘子，如果 $-\eta \geq 0$ ，则目标函数只能在边界上取得极值(此时二次函数开口向上)，换句话说，SMO要能处理 η 取任何值的情况，于是在 $-\eta \geq 0$ 时有以下式子：

1、 $\alpha_2^{new, clipped} = L$ 时：

$$\alpha_1^{new} = \alpha_1^{old} + s(\alpha_2^{old} - L)$$

2、 $\alpha_2^{new,clipped} = H$ 时:

$$\alpha_1^{new} = \alpha_1^{old} + s(\alpha_2^{old} - H)$$

3、 $W(\alpha_1, \alpha_2) = \sum_{i=1}^n \alpha_i - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n y_i y_j K(x_i, x_j) \alpha_i \alpha_j$

$$= \alpha_1 + \alpha_2 - \frac{1}{2} K_{11} \alpha_1^2 - \frac{1}{2} K_{22} \alpha_2^2 - y_1 y_2 K_{12} \alpha_1 \alpha_2 - y_1 \alpha_1 v_1 - y_2 \alpha_2 v_2 + \text{constant}$$

$$= \alpha_1(1 - y_1 v_1) + \alpha_2(1 - y_2 v_2) - \frac{1}{2} K_{11} \alpha_1^2 - \frac{1}{2} K_{22} \alpha_2^2 - y_1 y_2 K_{12} \alpha_1 \alpha_2 + \text{constant}$$

$$= \alpha_1(1 - y_1 v_1) + \alpha_2(1 - y_2 v_2) - \frac{1}{2} K_{11} \alpha_1^2 - \frac{1}{2} K_{22} \alpha_2^2 - y_1 y_2 K_{12} \alpha_1 \alpha_2 + \text{constant}$$

$$= \alpha_1 y_1 (y_1 - (f(x_1) - \alpha_1 y_1 K_{11} - \alpha_2 y_2 K_{12} - b)) + \alpha_2 y_2 (y_2 - (f(x_2) - \alpha_1 y_1 K_{12} - \alpha_2 y_2 K_{22} - b))$$

$$- \frac{1}{2} K_{11} \alpha_1^2 - \frac{1}{2} K_{22} \alpha_2^2 - y_1 y_2 K_{12} \alpha_1 \alpha_2 + \text{constant}$$

$$= \alpha_1^{new} (y_1(b - E_1) + \alpha_1^{old} K_{11} + s \alpha_2^{old} K_{12}) + \alpha_2^{new,clipped} (y_2(b - E_2) + \alpha_2^{old} K_{22} + s \alpha_1^{old} K_{12})$$

$$- \frac{1}{2} K_{11} \alpha_1^{new2} - \frac{1}{2} K_{22} \alpha_2^{new,clipped2} - y_1 y_2 K_{12} \alpha_1^{new} \alpha_2^{new,clipped} + \text{constant}$$

分别将乘子带入得到两种情况下的目标函数值: W_L 和 W_H 。显然, 哪种情况下目标函数值最大, 则乘子就往哪儿移动, 如果目标函数的差在某个指定精度范围内, 说明优化没有进展。

另外发现, 每一步迭代都需要计算输出 u 进而得到 E , 于是还要更新阈值 b , 使得新的乘子 α_1 、 α_2 满足 KKT 条件, 考虑 α_1 、 α_2 至少有一个在界内, 则需要满足 $0 \leq \alpha_i \leq C \Leftrightarrow y_i u_i = 1$, 于是 b 的迭代可以这样得到:

1、设 α_1^{new} 在界内, 则:

$$y_1 u_1^{new} = 1 \Rightarrow y_1 (\alpha_1^{new} y_1 K_{11} + \alpha_2^{new,clipped} y_2 K_{21} + \sum_{i=3}^n (\alpha_i y_i K_{i1}) + b^{new}) = 1$$

又因为:

$$E_1 = \alpha_1^{old} y_1 K_{11} + \alpha_2^{old} y_2 K_{21} + \sum_{i=3}^n (\alpha_i y_i K_{i1}) + b^{old} - y_1$$

$$\Rightarrow \sum_{i=3}^n (\alpha_i y_i K_{i1}) = E_1 - \alpha_1^{old} y_1 K_{11} - \alpha_2^{old} y_2 K_{21} - b^{old} + y_1$$

于是有:

$$y_1 (\alpha_1^{new} y_1 K_{11} + \alpha_2^{new,clipped} y_2 K_{21} + \sum_{i=3}^n (\alpha_i y_i K_{i1}) + b^{new})$$

$$= y_1 (\alpha_1^{new} y_1 K_{11} + \alpha_2^{new,clipped} y_2 K_{21} + E_1 - \alpha_1^{old} y_1 K_{11} - \alpha_2^{old} y_2 K_{21} - b^{old} + y_1 + b^{new}) = 1$$

等式两边同乘 y_1 后移项得:

$$b^{new} = -\alpha_1^{new} y_1 K_{11} - \alpha_2^{new,clipped} y_2 K_{21} - E_1 + \alpha_1^{old} y_1 K_{11} + \alpha_2^{old} y_2 K_{21} + b^{old}$$

$$= (\alpha_1^{old} - \alpha_1^{new}) y_1 K_{11} + (\alpha_2^{old} - \alpha_2^{new,clipped}) y_2 K_{21} - E_1 + b^{old};$$

2、设 $\alpha_2^{new,clipped}$ 在界内，则：

$$b^{new} = (\alpha_1^{old} - \alpha_1^{new}) y_1 K_{12} + (\alpha_2^{old} - \alpha_2^{new,clipped}) y_2 K_{22} - E_2 + b^{old};$$

3、设 α_1^{new} 、 $\alpha_2^{new,clipped}$ 都在界内，则：情况1和情况2的 b 值相等，任取一个；

4、设 α_1^{new} 、 $\alpha_2^{new,clipped}$ 都不在界内，则： b^{new} 取值为情况1和情况2之间的任意值。

(8)、提高SMO的速度

从实现上来说，对于标准的SMO能提高速度的地方有：

1、能用缓存的地方尽量用，例如，缓存核矩阵，减少重复计算，但是增加了空间复杂度；

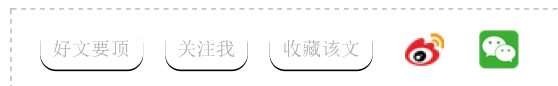
2、如果SVM的核为线性核时候，可直接更新 w ，毕竟每次计算 $w = \sum_{i=1}^n y_i \alpha_i x_i$ 的代价较高，于是可以利用旧的乘子信息来更新 w ，具体如下：

$w^{new} = w^{old} + (\alpha_1^{new} - \alpha_1^{old}) y_1 x_1 + (\alpha_2^{new} - \alpha_2^{old}) y_2 x_2$ ，应用到这个性质的例子可以参见SVM学习——Coordinate Descent Method。

3、关注可以并行的点，用并行方法来改进，例如可以使用MPI，将样本分为若干份，在查找 $|E_1 - E_2|$ 最大的乘子时可以现在各个节点先找到局部最大点，然后再从中找到全局最大点；又如停止条件是监视对偶间隙，那么可以考虑在每个节点上计算出局部可行间隙，最后在master节点上将局部可行间隙累加得到全局可行间隙。

分类: [基础机器学习算法](#)

标签: [SMO](#)



as_
关注 - 0
粉丝 - 253

+加关注

3

0

(请您对文章做出评价)

« 上一篇: [排序算法汇总总结](#)

» 下一篇: [C++虚函数表机制解析\(转\)](#)

posted on 2012-07-17 12:49 as_ 阅读(9962) 评论(1) 编辑 收藏

评论

#1楼

写的很好！

支持(0) 反对(0)

2013-11-20 15:38 | 否定之否定心得

[刷新评论](#) [刷新页面](#) [返回顶部](#)

注册用户登录后才能发表评论，请 [登录](#) 或 [注册](#)，[访问](#)网站首页。

【推荐】50万行VC++源码：大型组态工控、电力仿真CAD与GIS源码库

【推荐】极光推送30多万开发者的选择，SDK接入量超过30亿了，你还没注册？

【免费测】根据网站PV推荐完整架构方案

全球最大的控件提供商  GrapeCity.

全年最佳购买时机

 控件集  报表控件

 表格控件  前端控件集

年末大促，垂询有礼>>
☎ 400 657 6008

最新IT新闻：

- 微软图像识别系统准确率跃居第一 击败谷歌
- 最新研究：发短信的时候带标点显得不真诚
- 变形金刚？澳大利亚启用最新款消防机器人
- 微软喊你来投票选择Win 10的内置小游戏！
- 超值福利：Oculus Rift免费捆绑科幻游戏大作

» 更多新闻...

 **0基础3个月学会Android开发** [挑战月薪1W+](#)

最新知识库文章：

- Linux概念架构的理解
- 从涂鸦到发布——理解API的设计过程
- 好的架构是进化来的，不是设计来的
- 被误解的MVC和被神化的MVVM
- 再谈设计和编码

» 更多知识库文章...

Powered by:
[博客园](#)
Copyright © as_