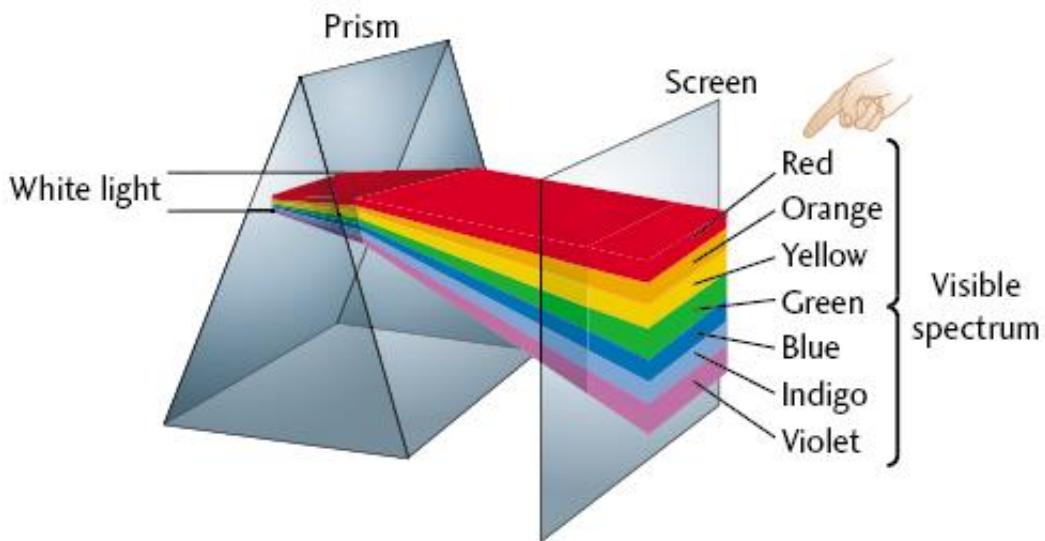


KHO VẬT LÝ SƠ CẤP
TÀI LIỆU BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI VẬT LÝ
TRUNG HỌC PHỔ THÔNG



TẬP 3P

- CƠ HỌC VẬT RĂN**
- DAO ĐỘNG VÀ SÓNG**
- DAO ĐỘNG ĐIỆN TỪ VÀ DÒNG ĐIỆN XOAY CHIỀU**
- QUANG LÝ VÀ VẬT LÝ HIỆN ĐẠI**

TP.HCM, THÁNG 5 NĂM 2020
LƯU HÀNH NỘI BỘ

GV. PHẠM VŨ KIM HOÀNG

MỤC LỤC

CHƯƠNG I. ĐỘNG HỌC, ĐỘNG LỰC HỌC VẬT RẮN

I.1. Momen quán tính-----	Trang 3
I.2. Động học vật rắn-----	4
I.3 Động lực học vật rắn-----	6

CHƯƠNG II. NĂNG LƯỢNG VẬT RẮN, VA CHẠM VẬT RẮN

II.1 Năng lượng vật rắn -----	28
II.2. Va chạm vật rắn -----	37

CHƯƠNG III. DAO ĐỘNG VẬT RẮN

-----	52
-------	----

CHƯƠNG IV. DAO ĐỘNG CHẤT ĐIỂM

IV.1 Phương trình dao động điều hòa-----	84
IV.2. Con lắc lò xo -----	105
IV.3. Dao động của diện tích và hệ diện tích-----	121
IV.4. Một số dao động điều hòa khác-----	129
IV.5. Dao động tắt dần-cuồng bức-----	144

CHƯƠNG V. SÓNG CƠ- SÓNG ÂM

V.1. Sóng cơ-----	152
V.2. Sóng âm-----	158

CHƯƠNG VI. DAO ĐỘNG ĐIỆN TỬ

-----	161
-------	-----

CHƯƠNG VII. ĐÒNG ĐIỆN XOAY CHIỀU

VII.1. Mạch điện xoay chiều mắc nối tiếp-----	172
VII.2. Mạch điện xoay chiều mắc hỗn hợp-----	183

CHƯƠNG VIII. MẠCH QUÁ ĐỘ, PHI TUYẾN

-----	199
-------	-----

CHƯƠNG IX. TÍNH CHẤT SÓNG ÁNH SÁNG

IX.1 Tán sắc ánh sáng -----	211
IX.2. Giao thoa không định xứ-----	216
VIII.3 Giao thoa định xứ-----	227
IX.4 Các đại lượng quang trắc-----	232

CHƯƠNG X. CƠ HỌC TƯƠNG ĐỐI HẸP

X.1 Động học tương đối tính -----	238
X.2 Động lực học- Năng xung lượng tương đối tính-----	240
X.3 Hiệu ứng Đóple tương đối tính-----	250

CHƯƠNG XI. TÍNH CHẤT HẠT ÁNH SÁNG

XI.1. Photon-Áp suất ánh sáng-----	255
XI.2 Hiện tượng quang điện-----	261
XI.3 Hiệu ứng Compton-----	263
XI.4 Các mẫu nguyên tử cỗ điện-----	261

CHƯƠNG XII. VẬT LÝ HẠT NHÂN

XII.1 Phóng xạ-Chuỗi phóng xạ-----	277
XII. Năng lượng hạt nhân và phương trình phản ứng hạt nhân-----	284.

----TÀI LIỆU LUU HÀNH NỘI BỘ----

BIÊN SOẠN: PHẠM VŨ KIM HOÀNG PTNK-ĐHQG TP.HCM
Email:hoangptnk2015@gmail.com

CHƯƠNG I.

ĐỘNG HỌC, ĐỘNG LỰC HỌC VẬT RĂN

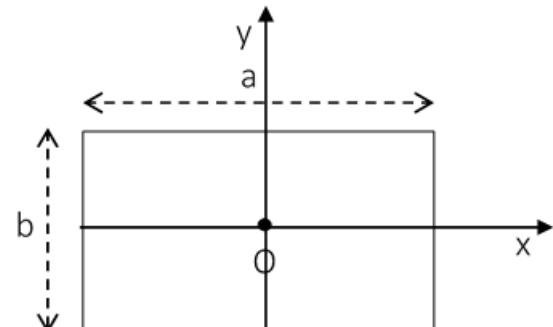
I.1. MOMEN QUÁN TÍNH

Bài 1. Một vật hình cầu bán kính R có mật độ vật chất phụ thuộc vào khoảng cách r đến tâm của nó theo quy luật: $\frac{3m}{7\pi R^3}(1 + \frac{r}{R})$, m là một hệ số dương. Tính khối lượng của vật và mômen quán tính của nó đối với trục quay đi qua tâm.

$$\text{ĐS: } I = \frac{44}{105} m R^2; M = m$$

Bài 2. Một tấm phẳng, mỏng đồng chất hình chữ nhật khối lượng m có các cạnh là a và b. Tính mômen quán tính của tấm đối với
3 trục vuông góc đi qua khối tâm O sau đây:

- a. Trục x song song với cạnh a
- b. Trục y song song với cạnh b
- c. Trục z vuông góc với tấm.

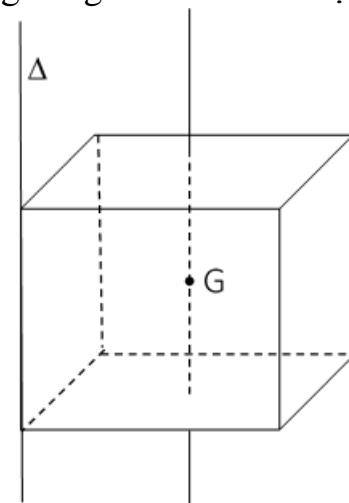


$$\text{ĐS : a. } I_x = \frac{1}{12} m b^2; \text{ b. } I_y = \frac{1}{12} m a^2; \text{ c. } I = \frac{1}{12} m(a^2 + b^2)$$

Bài 3. Xác định mômen quán tính của một vật hình lập phương đồng chất có khối lượng m, cạnh a đối với trục quay:

- a. Trùng với trục đối xứng.
- b. Trùng với 1 cạnh.

$$\text{ĐS: a. } \frac{1}{6} m a^2; \text{ b. } \frac{1}{3} m a^2$$



Bài 4. Tính mômen quán tính của một hình nón đặc đồng chất đối với trục đối xứng của nó. Cho khối lượng của hình nón là m, bán kính đáy của nó là R.

$$\text{ĐS : } I = \frac{3}{10} mR^2$$

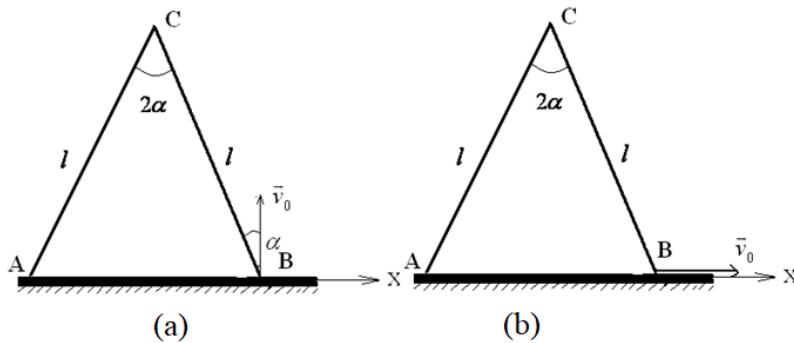
Bài 5. Xác định mô men quá tính của một vật hình trụ đồng chất, khối lượng m, chiều cao h, bán kính đáy là R đối với trục quay:

- a. Trùng với một đường kính của đáy.
- b. Đi qua khối tâm và song song với đáy.

$$\text{ĐS: a. } I_x = \frac{mR^2}{4} + \frac{mh^2}{3}; \text{ b. } I_G = \frac{mR^2}{4} + \frac{mh^2}{12}.$$

I.2. ĐỘNG HỌC VẬT RĂN

Bài 1. Hai thanh cứng có cùng chiều dài l , được nối với nhau nhờ một khớp C, đầu A nối



Hình 2.1P

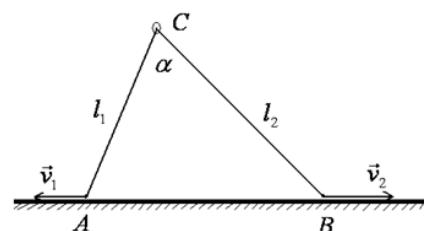
với bản lề cố định, còn đầu B tự do. Tại thời điểm ban đầu hai thanh tạo với nhau một góc 2α (hình vẽ). Hãy tìm gia tốc khớp C tại thời điểm đầu B bắt đầu chuyển động thẳng đều với vận tốc \vec{v}_0 trong hai trường hợp:

- a. \vec{v}_0 có phương vuông góc Ax.
- b. \vec{v}_0 có phương song song Ax.

$$\text{ĐS: a. } a_c = \frac{v_0^2}{2l \sin \alpha \sin 2\alpha}; \text{ b. } a_c = \frac{v_0^2}{4l \cos^3 \alpha}$$

Bài 2. Có hai thanh cứng, chiều dài l_1, l_2 nối với nhau bằng một bản lề và đặt thẳng đứng. Sau đó người ta chuyển hai đầu còn lại về hai phía với vận tốc lần lượt là v_1, v_2 . Hãy tìm gia tốc bản lề tại thời điểm hai thanh tạo thành một góc vuông.

$$\text{ĐS: } a_c = \frac{(v_1 + v_2)^2}{l_1 l_2 (l_1^2 + l_2^2)} \sqrt{l_2^6 + l_1^6}$$



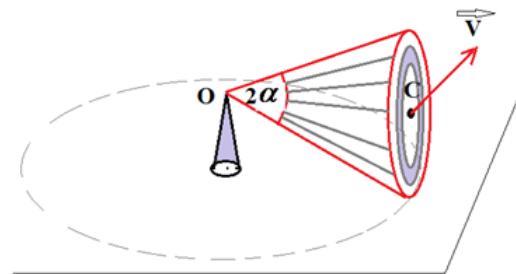
Hình 2.2P

Bài 3. Một hình nón tròn xoay có nửa góc ở đỉnh bằng $\alpha = 30^\circ$ và bán kính đáy $r = 5,0\text{cm}$, lăn đều không trượt trên một mặt phẳng ngang (Hình 2.3P). Đỉnh của hình nón được gắn khớp vào điểm O, O ở cùng độ cao với điểm C, C là tâm của đáy hình nón. Vận tốc của điểm C bằng $v = 10,0\text{cm/s}$. Hãy xác định:

- mô đun của vectơ vận tốc góc của hình nón và góc hợp bởi vectơ đó với đường thẳng đứng;
- môđun của vectơ gia tốc góc của hình nón.

$$\text{ĐS: a. } \omega = \frac{v}{r \cos \alpha} \approx 2,31 \text{rad/s}; \beta = 60^\circ$$

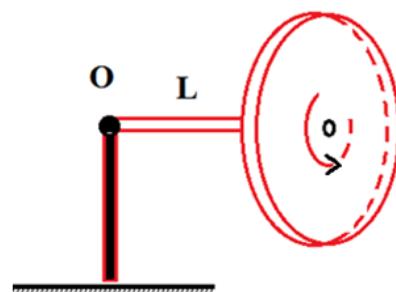
$$\text{b. } \gamma \approx 2,31 \text{rad/s}^2$$



Hình 2.3P

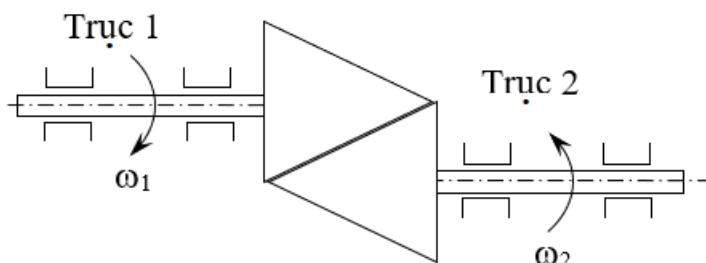
Bài 4. Một con quay được đặt trên sàn của một lồng thang máy; thang máy bắt đầu được nâng lên với gia tốc không đổi $\alpha = 2,0 \text{ m/s}^2$. Con quay là một đĩa đồng chất có bán kính $R = 5,0 \text{ cm}$, được gắn vào một đầu một thanh có độ dài $l = 10 \text{ cm}$. (hình vẽ). Đầu kia của thanh gắn vào bản lề O. Con quay tiến động với vận tốc góc $n = 0,5 \text{ vòng/s}$ (tốc độ quay của thanh OO' quanh trục O thẳng đứng). Bỏ qua sự ma sát và khối lượng của thanh, tìm vận tốc góc riêng của đĩa.

$$\text{ĐS: } \omega' = \frac{l(g + a)}{\pi n R^2} = 301 \text{rad/s}$$



Hình 2.16P

Bài 5. Trục quay 1 truyền chuyển động quay cho trục 2 nhờ ma sát giữa hai hình nón giống nhau, ép đều lên nhau dọc theo đường sinh của chúng (Hình 1.24). Tìm vận tốc góc ω_2 của trục 2 không tải, nếu vận tốc góc của trục 1 là ω_1 .



$$\text{ĐS: } \omega_2 = (\sqrt{2} - 1)\omega_1 \approx 0,41\omega_1$$

Bài 6. Một thanh đồng chất tiết diện đều chiều dài $L=2\text{m}$, một đầu treo vào giá đỡ, đầu kia được giữ cho thanh nằm ngang. Thả nhẹ thanh. Biết sau khi thanh quay qua vị trí thẳng đứng được một góc 30° thì thanh tuột khỏi giá đỡ.

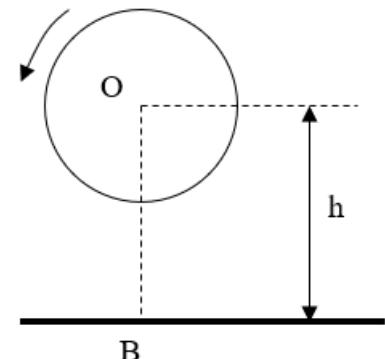
a. Tìm khoảng cách nhỏ nhất giữa điểm treo và sàn, biết rằng thanh rơi chạm sàn lúc thanh có phương thẳng đứng.

b. Xác định độ cao lớn nhất của đầu dưới của thanh trong quá trình chuyển động.

ĐS: a. 3,2m; b. 2,68m

Bài 7. Một bánh xe có bán kính R , đặt cách mặt đất một đoạn h , quay đều với vận tốc góc ω . Từ điểm A trên bánh xe bắn ra một giọt nước và nó rơi chạm đất tại điểm B, ngay dưới tâm của bánh xe. Xác định vị trí điểm A và thời gian rơi của giọt nước.

$$\text{ĐS: } t = \frac{\sqrt{2(2\omega^2 h^2 + gh - \omega^2 R^2 - R\sqrt{\omega^4 R^2 + 2\omega^2 gh + g^2})}}{\omega^2 R + \sqrt{\omega^4 R^2 + 2\omega^2 gh + g^2}}$$

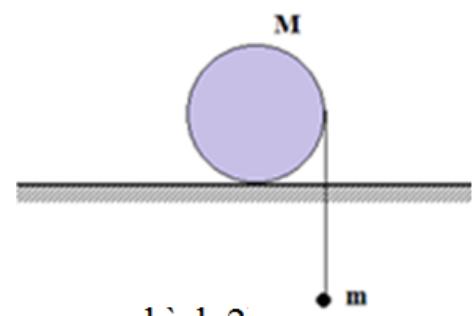


$$\text{Với } \alpha = AOB, \sin \alpha = \frac{\omega \sqrt{2(2\omega^2 h^2 + gh - \omega^2 R^2 - R\sqrt{\omega^4 R^2 + 2\omega^2 gh + g^2})}}{g + 2\omega^2 h}$$

I.3 ĐỘNG LỰC HỌC VẬT RĂN

Bài 1. Một cuộn chỉ gồm một sợi chỉ mảnh dài, quấn nhiều vòng lên một vật hình trụ đặc, đồng chất, tiết diện đều, có khối lượng M . Cuộn chỉ được đặt trên hai thanh ray giống nhau song song nằm trên mặt phẳng ngang và vuông góc với trục đối xứng của trụ. Một đầu sợi chỉ buộc chặt vào vật khối lượng m . Ban đầu giữ hệ đứng yên và phần sợi chỉ có buộc vật nặng thẳng đứng (hình 2).

Sau đó người ta buông hệ, mặt trụ lăn không trượt trên hai ray, sau một thời gian cuộn chỉ đạt được trạng thái ổn định: gia tốc khối tâm trụ là a không đổi hướng dọc theo hai ray, và khi đó phương của sợi chỉ buộc vật nghiêng so với phương thẳng đứng một góc α không đổi.



hình 2

Coi a, M, m và g là các величины известны; sợi chỉ không dãn và khối lượng không đáng kể; hệ số ma sát nghỉ cực đại bằng hệ số ma sát trượt giữa mặt trụ và hai ray.

a. Tìm α theo a và g .

b. Hãy xác định sức căng dây T của sợi chỉ.

c. Hãy xác định tỉ số hai khối lượng $\frac{m}{M}$ theo a và g

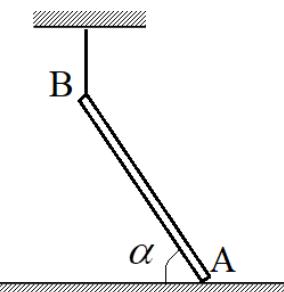
d. Trong điều kiện trên, khi vật nặng giảm độ cao một đoạn h so lúc bắt đầu buông hệ thì vận tốc chuyển động tịnh tiến của khối tâm hình trụ đạt được v . Tính v theo h, a và g .

ĐS: a. $\alpha = \arctan \frac{a}{g}$; b. $T = \frac{3}{2} Ma \left(\frac{\sqrt{a^2 + g^2}}{\sqrt{a^2 + g^2} - a} \right)$;

c. $\frac{m}{M} = \frac{3}{2} \cdot \frac{a\sqrt{a^2 + g^2}}{(\sqrt{a^2 + g^2} - a)^2}$; d. $v = \sqrt{2ah} \sqrt{\left(\frac{a^2}{g^2} + 1\right)}$

Bài 2. Một thanh đồng chất AB tiết diện đều, chiều dài $AB = 2l$, khối lượng m, đầu A tựa trên sàn nằm ngang, đầu B treo bằng dây OB thẳng đứng, không giãn, khối lượng không đáng kể để AB tạo với sàn góc α như hình bên. Tại một thời điểm nào đó dây bị đứt và thanh bắt đầu chuyển động. Xác định áp lực cửa thanh lên sàn ngay tại thời điểm thanh bắt đầu chuyển động. Cho gia tốc trọng trường là g.

ĐS: $N = \frac{mg}{1 + 3\cos^2 \alpha_0}$

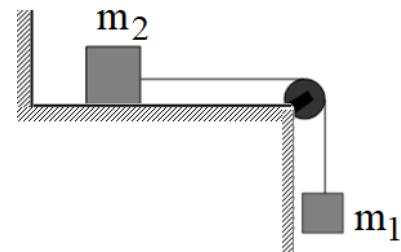


Bài 3. Hai vật có khối lượng m_1 và m_2 được nối với nhau bằng một sợi dây nhẹ, không dẫn vắt qua một ròng rọc có trục quay nằm ngang và cố định gắn vào mép bàn (hình 3). Ròng rọc có momen quán tính I và bán kính R. Coi rằng dây không trượt trên ròng rọc khi quay. Biết hệ số ma sát giữa vật m_2 và mặt bàn là μ , bỏ qua ma sát trục quay.

a. Xác định gia tốc của m_1 và m_2 .

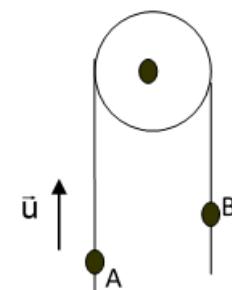
b. Tìm điều kiện giữa khối lượng m_1 , m_2 và hệ số ma sát mặt bàn μ để hệ thống nằm cân bằng.

ĐS: a. $a = \frac{g(m_1 - \mu m_2)}{\frac{I}{R^2} + m_1 + m_2}$; b. $m_2 \mu \geq m_1$

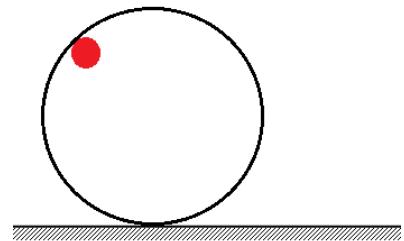


Bài 4. Một sợi dây vắt qua ròng rọc, ở hai đầu sợi dây có hai người đu vào. Biết khối lượng của mỗi người lớn gấp 4 lần khối lượng ròng rọc. Người A bắt đầu leo theo dây với vận tốc tương đối với dây là u. Tính vận tốc của người B so với mặt đất? coi như khối lượng ròng rọc phần bố đều trên vành.

ĐS: $v_B = \frac{4u}{9}$.

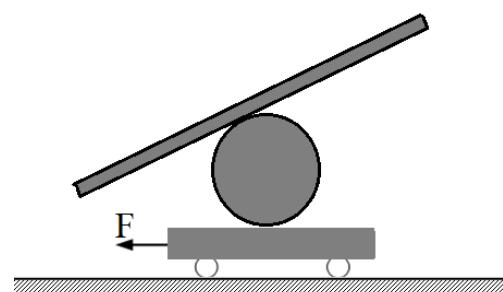


Bài 5. Một vành tròn mảnh bán kính R khối lượng M phân bố đều. Trên vành ở mặt trong có gắn một vật nhỏ khối lượng m (hình bên). Kéo cho vành lăn không trượt trên mặt ngang sao cho tâm của vành có vận tốc v_0 . Hỏi v_0 phải thoả mãn điều kiện gì để vành không nảy lên? Lực tác dụng lên vành để kéo vành chuyển động với vận tốc không đổi (như giả thiết) không có thành phần thẳng đứng?

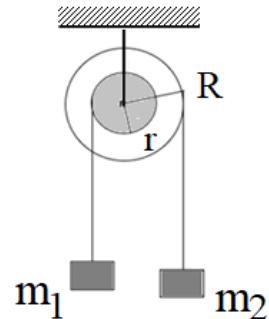


$$\text{ĐS: } v_0 \leq \sqrt{\left(1 + \frac{m}{M}\right)gR}$$

Bài 6. Một hình trụ có khối M được bó trí thành cơ hệ như hình vẽ, hệ số ma sát của hình trụ với mặt phẳng ngang là μ_1 , với mặt phẳng ngang là μ_2 . mặt phẳng ngang chuyển động đều về phía trái, cần phải tác động vào mặt phẳng ngang một lực F nhỏ nhất là bao nhiêu để xảy ra điều trên.

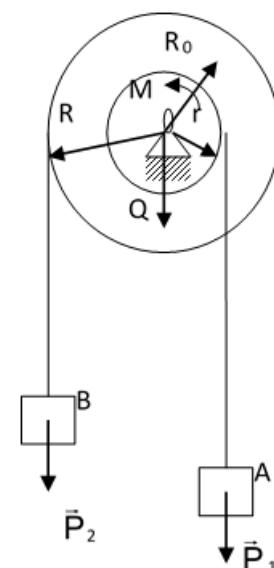


Bài 7. Một ròng rọc kép gồm hai hình trụ đặc đồng chất đặt đồng tâm. Hình trụ lớn có khối lượng $M = 200\text{g}$, bán kính $R = 10\text{cm}$, hình trụ nhỏ có khối lượng $m = 100\text{g}$, bán kính $r = 5\text{cm}$. Trên rãnh của từng hình trụ có quấn một sợi dây nhẹ không dãn, đầu tự do mỗi dây mang vật khối lượng lần lượt là $m_1 = 250\text{g}$ và $m_2 = 200\text{g}$ (hình vẽ). Ban đầu hệ đứng yên, thả cho hệ chuyển động. Tính gia tốc của từng vật và lực căng của mỗi dây treo.
ĐS: $\gamma = 20 \text{ rad/s}^2$; $a_1 = 1\text{m/s}^2$; $a_2 = 2\text{m/s}^2$; $T_1 = 2,75\text{N}$; $T_2 = 1,6\text{N}$.



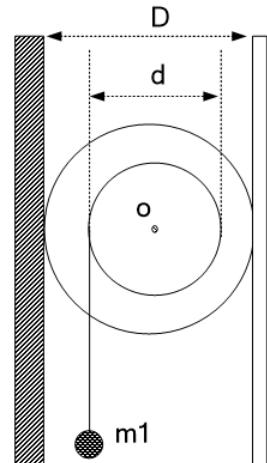
Bài 8. Hai vật nặng P_1 và P_2 được buộc vào hai dây quấn vào hai tang của một tời bán kính r và R (hình vẽ). Để nâng vật nặng P_1 lên người ta còn tác dụng vào tời một mômen quay M . Tìm gia tốc góc của tời quay. Biết trọng lượng của tời là Q và bán kính quan tính đối với trục quay là ρ .

$$\text{ĐS: } \gamma = \frac{M + P_2 R - P_1 r}{P_1 r^2 + P_2 R^2 + Q\rho^2} g.$$



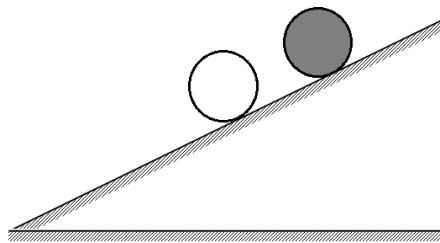
Bài 9. Hai bản phẳng song song và thẳng đứng 1 trong số chúng hoàn toàn trơn, cái còn lại rất nhám, được phân bố cách nhau khoảng D. Giữa chúng có đặt một ống chỉ với đường kính ngoài bằng D, khối lượng chung bằng M mômen quán tính đối với trục là I. Ống chỉ bị kẹp chặt bởi 2 bản phẳng sao cho có thể chuyển động xuống dưới khi quay nhưng không trượt so với bản phẳng nhám. Một sợi chỉ nhẹ được buộc với vật nặng khối lượng ma và được cuốn vào hình trụ trong của ống chỉ có đường kính d. Tìm giá tốc của vật nặng?

$$\text{ĐS: } a = g \frac{M - \frac{D-d}{D}m}{M + \left(\frac{D-d}{D}\right)^2 m + \frac{4I}{D^2}}.$$



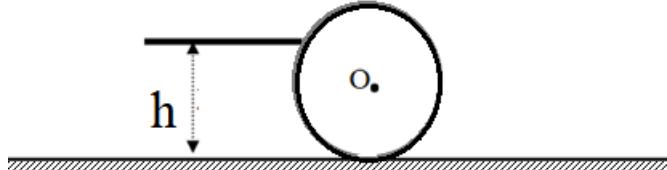
Bài 10. Từ mức cao nhất của một mặt phẳng nghiêng, một hình trụ đặc và một quả cầu đặc có cùng khối lượng và bán kính, đồng thời bắt đầu lăn không trượt xuống dưới. Tìm tỷ số các vận tốc của hai vật tại một mức ngang nào đó.

$$\text{ĐS: } \frac{v_c}{v_t} = \sqrt{\frac{15}{14}}$$



Bài 11. Người ta dùng gậy tác động vào quả bi- a bán kính R, một xung lực nằm ngang cách mặt bàn bi- a một khoảng h.

a) Xác định hệ thức giữa ω và vận tốc khối tâm v_0 của bi-a.



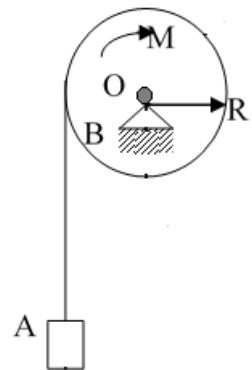
b) Nghiên cứu chuyển động của bi - a sau khi lực ngừng tác động trong các trường hợp:

$$1) h > \frac{7r}{5}; \quad 2) h = \frac{7r}{5}; \quad 3) r < h < \frac{7r}{5}.$$

$$\text{ĐS: } a. v_0 = \frac{2R^2\omega}{5(h-R)}.$$

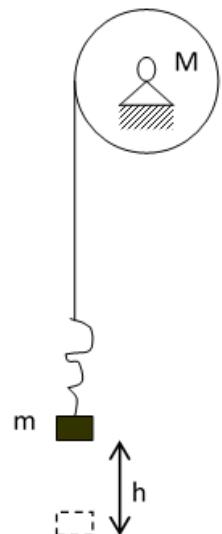
Bài 12. Một vật A có trọng lượng P được kéo lên từ trạng thái đứng yên nhờ tời B là đĩa tròn đồng chất có bán kính R, trọng lượng Q và chịu tác dụng ngẫu lực có mômen M không đổi (hình vẽ). Tìm vận tốc vật A khi nó được kéo lên một đoạn là h. Tìm gia tốc của vật A.

$$\text{ĐS: } v_A = \sqrt{4g \frac{(M - Ph)}{R(2P+Q)} h} ; \quad a_A = 2g \frac{(M - PR)}{R(2P+Q)}$$



Bài 13. Một bánh đà có dạng là một hình trụ đồng nhất khối lượng M, bán kính R quay quanh trục cố định nằm ngang. Một sợi dây quấn quanh bánh đà, đầu kia của sợi dây buộc một vật nặng có khối lượng m. Quả nặng được nâng lên rồi buông ra cho rơi xuống. Sau khi rơi được độ cao h, quả nặng bắt đầu làm căng sợi dây và quay bánh đà. Tìm vận tốc góc của bánh đà tại thời điểm đó (hình vẽ).

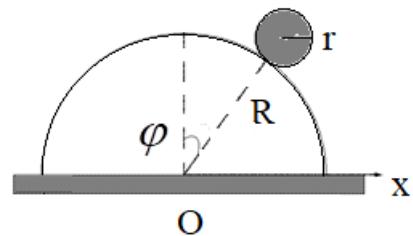
$$\text{ĐS: } \omega = \frac{2m\sqrt{2gh}}{(m+2M) \cdot R}$$



Bài 14. Hình trụ đồng chất khối lượng m bán kính r lăn không trượt trên mặt bán trụ cố định bán kính R từ đỉnh với vận tốc đầu $V_0 = 0$

1. Xác định vận tốc khối tâm hình trụ theo góc φ là góc hợp bởi đường thẳng đứng và đường thẳng nối tâm hai trụ.
2. Định vị trí hình trụ r rời mặt trụ R. Bỏ qua ma sát.

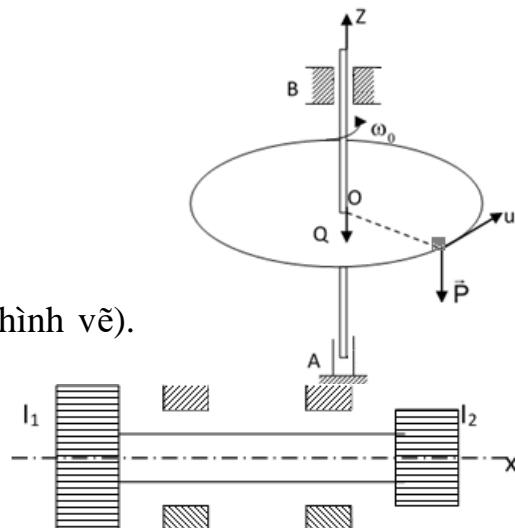
$$\text{ĐS: } 1. \quad v_c = \sqrt{\frac{4g}{3}(R+r)(1-\cos\varphi)} ; \quad 2. \quad \varphi = \arccos \frac{4}{7}$$



Bài 15. Một đĩa tròn đồng chất, trọng lượng là Q, bán kính R quay được quanh một trục thẳng đứng AB đi qua tâm đĩa và vuông góc với đĩa. Trên vành đĩa có một chất điểm M có trọng lượng là P. Đĩa quay quanh trục với vận tốc góc ω_0 . Tại một thời điểm nào đó

chất điểm M chuyển động theo vành đĩa với vận tốc tương đối so với đĩa là u . Tìm vận tốc góc của đĩa lúc đó.

$$\text{ĐS: } \omega = \omega_0 - \frac{2Pu}{(Q+2P)R}$$



Bài 16. Hai đĩa cùng được gắn vào trục quay (hình vẽ).

Người ta cho trục hơi xoắn rồi thả ra. Hãy xác định hệ thức giữa các vận tốc góc và các góc quay của các đĩa khi chúng dao động xoắn. Cho rằng khối lượng của trục bé không đáng kể, còn mômen quán tính của các đĩa đối với trục x là I_1 và I_2 là các đại lượng đã biết.

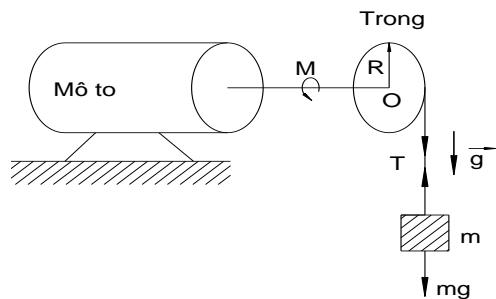
$$\text{ĐS: } \omega_1 = -\frac{I_2}{I_1} \omega_2$$

Bài 17. Một cái tời trống quay xem như hình trụ tâm O cũng là khối tâm có bán kính R , momen quán tính I đối với trục của nó. Một dây cáp khối lượng không đáng kể, hoàn toàn mềm được quấn quanh trống đầu dưới của dây cáp nối với tải khối lượng m . Trống có thể quay không ma sát quanh trục cố định nhờ động cơ tác động một ngẫu lực có momen $M = \text{const.}$ Xác định gia tốc thẳng đứng của tải trọng.

$$\text{ĐS: } a = \frac{(M - mgR)R}{I + mR^2}$$

Bài 18. Một quả cầu (m, R) gắn lên một thanh cứng l không khối lượng. Quả cầu quay xung quanh trục của nó. Quả cầu và thanh quay xung quanh trục z. Vận tốc góc của thanh và quả cầu xung quanh z là ω , của quả cầu quanh thanh là Ω . Tính $\omega(\Omega) = ?$

$$\text{ĐS: } \omega = \frac{5gl}{2R^2\Omega}$$

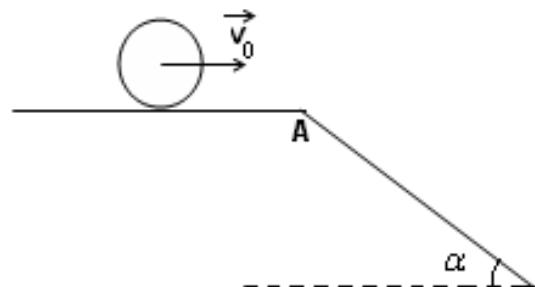


Bài 19. Một người có chiều cao h đi xe đạp một bánh theo một rãnh tròn bán kính R trong khi người và xe nghiêng về phía trong với góc θ so với phương thẳng đứng. Gia tốc trọng trường là g .

1. Giả sử $h \ll R$. Người đó phải đạp xe với vận tốc góc ω bằng bao nhiêu?
2. Bây giờ ta coi người đi xe đạp như một thanh có chiều dài h , trong đó h nhỏ hơn R nhưng không thể bỏ qua. Vận tốc góc ω bây giờ phải bằng bao nhiêu? Giả thiết rằng thanh cứng luôn nằm trong mặt phẳng tạo bởi phương thẳng đứng và bán kính và R là khoảng cách từ tâm quỹ đạo cho đến điểm tiếp xúc.

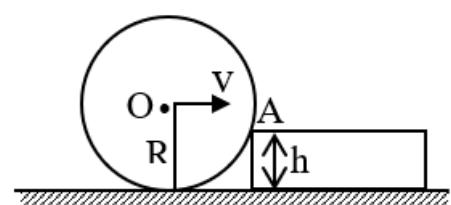
ĐS: 1. $\omega = \sqrt{\frac{g}{R} \tan \theta}$; 2. $\omega = \sqrt{(\frac{g}{R} \tan \theta) / (1 - \frac{2h}{3R} \sin \theta)}$

Bài 20. Một hình trụ đặc đồng chất có bán kính $R = 10$ (cm), lăn không trượt trên mặt phẳng nằm ngang với độ lớn vận tốc bằng v_0 , rồi đến mặt phẳng nghiêng có góc nghiêng $\alpha = 45^\circ$ so với mặt phẳng ngang. Tìm giá trị vận tốc $v_{0\max}$ của hình trụ lăn trên mặt phẳng ngang để không bị nảy lên tại A (xem hình vẽ). Lấy $g = 10$ (m/s^2), $I_{\text{hình trụ}} = \frac{1}{2} mR^2$.



ĐS: $v_0 \leq 0,6$ (m/s)

Bài 21. Một quả cầu rắn đồng chất bán kính R lăn không trượt với vận tốc v trên mặt phẳng nằm ngang và va chạm đàn hồi với một bậc thềm có độ cao $h < R$. Tìm vận tốc nhỏ nhất theo h và R để quả cầu lăn qua mặt phẳng đó. Biết rằng không xảy ra sự trượt tại điểm va chạm. Mô men quán tính của quả cầu đối với trục quay đi qua tâm của nó là $\frac{2}{5}mR^2$.



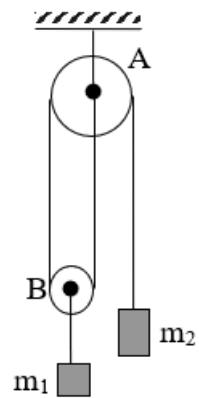
ĐS: $v_{\min} = \frac{R\sqrt{70gh}}{7R - 5h}$

Bài 22. Cho hệ thống như hình vẽ, có một ròng rọc cố định A, một ròng rọc động B và hai vật có khối lượng m_1 và m_2 . Bỏ qua khối lượng của dây và ma sát.

TÀI LIỆU BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI VẬT LÝ TRUNG HỌC PHỔ THÔNG

1) Khối lượng của cả hai ròng rọc không đáng kể. Thả cho hệ thống chuyển động từ trạng thái nghỉ. Tính gia tốc a_2 của vật m_2 và lực Q tác dụng lên trực của ròng rọc A. So sánh Q với trọng lực Q' của hệ.

Áp dụng bằng số: $m_1 = 0,2 \text{ kg}$; $m_2 = 0,5 \text{ kg}$; $g = 10 \text{ m/s}^2$. Tính a_2 và Q ?



2) Khối lượng ròng rọc B không đáng kể nhưng ròng rọc A có khối lượng đáng kể; bán kính của A là r . Thả cho hệ thống chuyển động từ trạng thái nghỉ, người ta thấy m_2 có gia tốc $a = g/n$, g là gia tốc rơi tự do, n là một số dương hoặc âm (lấy chiều dương đi xuống). Tính khối lượng của ròng rọc A theo m_1 , m_2 và n .

Áp dụng số: $r = 0,1 \text{ m}$.

a) $m_1 = 0,2 \text{ kg}$; $m_2 = 0,5 \text{ kg}$; $g = 10 \text{ m/s}^2$; $n = 5$. Tính m , mômen quán tính và lực Q tác dụng lên trực của ròng rọc A? So sánh Q và Q' do trọng lực của hệ tác dụng.

b) $m_1 = 1 \text{ kg}$; m có giá trị vừa tìm được ở trên. Tính m_2 để có $n = -5$ (m_2 đi lên).

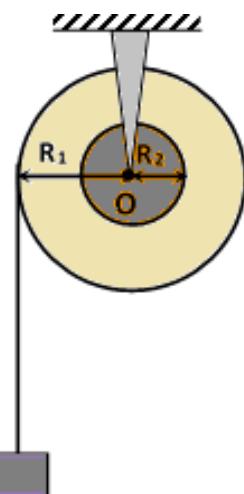
ĐS: 1. $a_2 = 7,27 \text{ m/s}^2$, $Q = 4,1 \text{ N}$;

2a. $m = 2,9 \text{ kg}$; $I = 0,0145 \text{ kg m}^2$; $Q = 35,2 \text{ N}$; 2b. $m_2 = 0,133 \text{ kg}$.

Bài 23. Một ròng rọc kép gồm hai ròng rọc có dạng hai đĩa tròn đồng chất gắn chặt, đồng trục. Ròng rọc lớn có bán kính $R_1 = 10 \text{ cm}$, ròng rọc nhỏ có bán kính $R_2 = 5 \text{ cm}$, trên vành các ròng rọc có rãnh để quấn dây. Nếu dùng một sợi dây nhẹ, không dãn một đầu quấn trên vành ròng rọc lớn đầu kia buộc vào vật $m_1 = 300 \text{ g}$

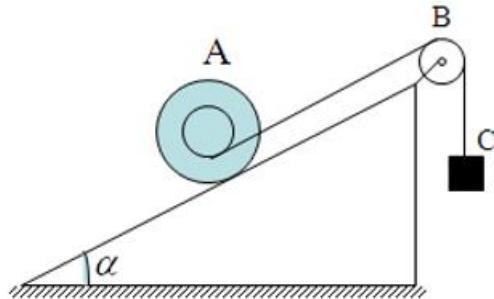
(hình vẽ) rồi buông nhẹ cho vật chuyển động thì gia tốc chuyển động của m_1 là a_1 . Nếu thay vật m_1 bằng vật $m_2 = 500 \text{ g}$, rồi quấn dây vào vành ròng rọc nhỏ thì sau khi thả nhẹ, vật m_2 chuyển động với gia tốc a_2 , biết $\frac{a_1}{a_2} = \frac{76}{55}$. Bỏ qua mọi ma sát, lấy $g = 10 \text{ m/s}^2$. Tính mô men quán tính của ròng rọc kép.

ĐS: $I = 1,125 \cdot 10^{-3} \text{ kg m}^2$.



Bài 24. Một khối trụ đặc, đồng chất, khối lượng M , bán kính R , được đặt trên mặt phẳng nghiêng cố định, nghiêng góc $\alpha = 30^\circ$ so với mặt phẳng ngang. Giữa chiều dài khối trụ có một khe hẹp trong đó có lõi có bán kính $R/2$.

Một dây nhẹ, không giãn được quấn nhiều vòng vào lõi rồi vắt qua ròng rọc B (khối lượng không đáng kể, bỏ qua ma sát ở trục ròng rọc). Đầu còn lại của dây mang một vật nặng C khối lượng $m = M/5$. Phần dây AB song song với mặt phẳng nghiêng. Hệ số ma sát nghỉ và hệ số ma sát trượt giữa khối trụ và mặt phẳng nghiêng: $\mu_n = \mu_t = \mu$. Thả hệ từ trạng thái nghỉ:



- Tìm điều kiện về μ để khối trụ lăn không trượt trên mặt phẳng nghiêng. Tính gia tốc a_0 của trục khối trụ và gia tốc a của m khi đó.
- Giả sử μ không thỏa mãn điều kiện ở câu a. Tìm gia tốc a_0 của trục khối trụ và gia tốc a của m.

ĐS: a. $\mu \geq \frac{\sqrt{3}}{93}$; $a_0 = \frac{8}{31}g$; $a = \frac{4}{31}g$; b. $a = -\frac{10}{13}\mu g\sqrt{3} + \frac{2}{13}g$; $a_0 = -\frac{9}{26}\mu g\sqrt{3} + \frac{7}{26}g$

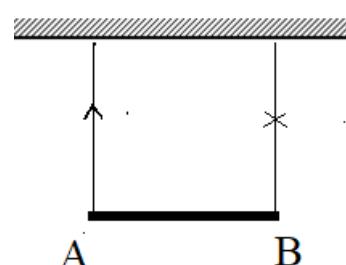
Bài 25. (Trích đề dự tuyển thi Olympic quốc gia 2002)

Một hình trụ đặc có khối lượng $m_1 = 6\text{ kg}$, bán kính R xuyên dọc theo một hình trụ đặc. Một thanh nhỏ không khối lượng tì vào các ống bi. Dùng dây nối một vật $m_2 = 2\text{ kg}$ vào thanh. Hệ đặt trên một mặt phẳng nghiêng góc $\alpha = 30^\circ$. Tìm gia tốc của hệ vật biết hệ số ma sát trượt giữa vật và mặt phẳng nghiêng là $\mu = 0,2$, trụ lăn không trượt. Bỏ qua sức cản các ống bi, dây không dãn và không khối lượng, $g = 10m/s^2$.

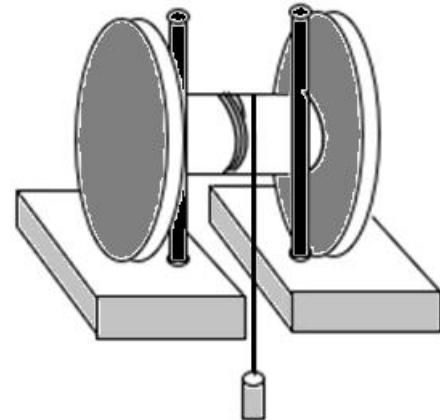
ĐS: $3,3(m/s^2)$

Bài 26. Một thanh AB đồng chất chiều dài 2l khối lượng m được giữ nằm ngang bởi hai dây treo thẳng đứng như hình vẽ. Xác định lực căng dây trái ngay sau khi đứt dây phải.

ĐS: $T = \frac{1}{4}mg$



Bài 27. Một ống chỉ khói lượng M được đặt nằm ngang trên một chiếc bàn và dựa vào 2 chiếc đinh cắm thẳng đứng trên bàn. Sợi chỉ dài, mảnh, một đầu quấn vào ống chỉ, còn đầu kia được luồn qua một khe ở mặt bàn và nối với một vật nặng khói lượng m (Hình vẽ). Với giá trị nào của m thì hệ cân bằng? Biết ống chỉ (phản quấn chỉ) có bán kính r , phản gỗ ở hai đầu ống chỉ có bán kính R , hệ số ma sát giữa ống chỉ và đinh là μ_1 và giữa ống chỉ với mặt bàn là μ_2 .



$$\text{ĐS: } m_0 = M \frac{\mu_2(1 + \frac{r}{R}\mu_1)}{\frac{r}{R} - \mu_2}$$

Bài 28. Một thanh đồng chất tiết diện đều chiều dài l , khói lượng m , gối cầu tại O , quay quanh trục thẳng đứng OO' với vận tốc góc không đổi ω , góc giữa thanh và trục OO' là φ .

- a. Tìm φ biết ω nhọn?
- b. Tìm phản lực lên thanh ở O (Bỏ qua ma sát)
- c. Tìm lực căng của thanh tại điểm cách O một khoảng $x < l$

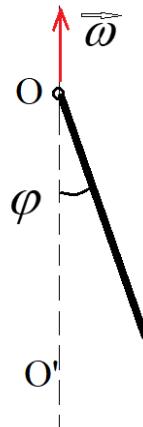
$$\text{ĐS: a. } \varphi = \arccos\left(\frac{3g}{2l\omega^2}\right); \text{ b. } Q = \frac{m}{4}\sqrt{7g^2 + 4\omega^4l^2}$$

Bài 29. Một ôtô con đi theo đường nằm ngang với vận tốc v_0 . Nếu người lái xe phanh hai bánh sau thì vệt phanh của xe là $L_1=28\text{m}$. Nếu người lái phanh hai bánh trước thì vệt phanh là $L_2=16\text{m}$. Hỏi vệt phanh là bao nhiêu nếu phanh cả 4 bánh? Biết đường kính của các bánh xe là như nhau, trọng tâm của xe nằm ở vị trí cách đều các trục của bánh xe.

ĐS: 11m.

Bài 29. Trên một mặt phẳng nghiêng góc α (so với mặt ngang) đặt một vật hình hộp nhỏ A và một vật hình trụ đặc B, đồng chất, khói lượng phân bố đều. Cùng một lúc cho hai vật bắt đầu chuyển động xuống dưới theo đường dốc chính của mặt nghiêng. Vật A trượt, vật B lăn không trượt và trong quá trình chuyển động hai vật luôn cách nhau một khoảng không đổi. Biết hệ số ma sát trượt giữa vật A và mặt phẳng nghiêng bằng μ .

- a) Tìm giá trị góc α .



b) Hệ số ma sát μ' giữa vật B và mặt phẳng nghiêng phải thỏa mãn điều kiện gì để có chuyển động của hai vật như trên?

ĐS: a. $\alpha = \arctg 3\mu$; b. $\mu' \geq \mu$

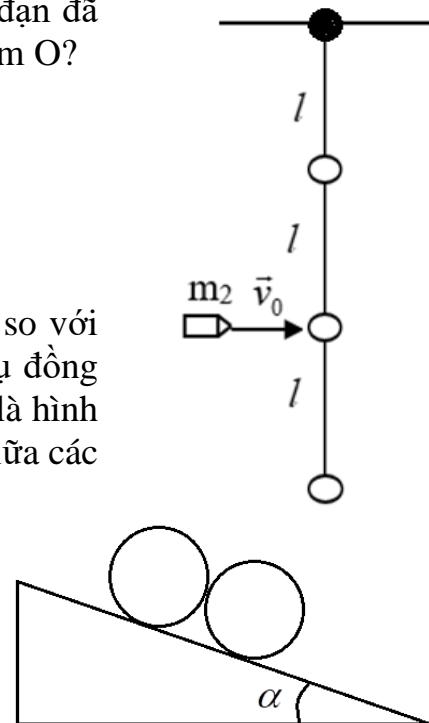
Bài 30. Ba quả cầu nhỏ, khối lượng mỗi quả đều là m_1 gắn trên một thanh nhẹ, cách nhau một khoảng bằng l . Thanh có thể quay quanh điểm O không ma sát. Khi quả cầu đang đứng yên tại vị trí cân bằng theo phương thẳng đứng thì có một viên đạn khối lượng m_2 , bay ngang trúng quả cầu giữa như hình vẽ với vận tốc v_0 . Ngay sau va chạm viên đạn quay ngược lại với vận tốc v (v ngược hướng với v_0).

Cho gia tốc trọng trường là g . Hỏi sau va chạm viên đạn đã làm thanh nhỏ quay được một góc bao nhiêu quanh điểm O?

$$\text{ĐS: Quay một góc } \alpha, \cos \alpha = 1 - \frac{m_2^2(v_0 + v)^2}{42m_1^2 gl}$$

Bài 31. Cho một mặt phẳng nghiêng nhám tạo góc α so với phương ngang và hai vật rắn M_1, M_2 có dạng hình trụ đồng chất, có cùng khối lượng m , có cùng bán kính (vật M_1 là hình trụ đặc; vật M_2 là hình trụ rỗng, thành mỏng). Ma sát giữa các vật và mặt nghiêng đủ lớn để các vật có thể lăn không trượt trên mặt nghiêng. Hệ số ma sát trượt giữa hai vật là μ . Gia tốc trọng trường là g .

a. Đặt lăn lượt từng vật lên trên mặt phẳng nghiêng như hình (a) và thả nhẹ để các vật lăn không trượt. Tính gia tốc của trục hình trụ của các vật.



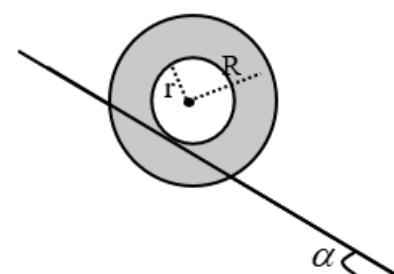
b. Đặt cùng lúc hai vật lên mặt phẳng nghiêng sao cho hai vật tiếp xúc với nhau như hình (b) rồi thả nhẹ. Hỏi phải đặt M_2 phía trước hay sau M_1 để hai vật cùng lăn không trượt trên mặt nghiêng mà vẫn tiếp xúc với nhau? Tính gia tốc của trục hình trụ của các vật và áp lực tương tác giữa các vật.

ĐS:

a. Trụ rỗng $a_r = \frac{1}{2} g \sin \alpha$; trụ đặc $a_d = \frac{2}{3} g \sin \alpha$

b. trụ rỗng phía trước hình trụ đặc; $a = \frac{4g \sin \alpha}{\mu + 7}$; $N = \frac{mg \sin \alpha}{\mu + 7}$

Bài 32. Một bánh xe không biến dạng khối lượng m , bán kính R , có trục hình trụ bán kính r tựa lên hai đường ray song song nghiêng góc α so với mặt phẳng nằm ngang như hình 1. Coi hệ số ma sát trượt giữa trục hình trụ và hai đường ray bằng hệ số ma sát nghỉ cực đại giữa chúng và bằng μ . Cho biết momen quán tính của



bánh xe (kết nối với trục) đối với trục quay qua tâm là $I = mR^2$.

1. Giả sử trục bánh xe lăn không trượt trên đường ray. Tìm lực ma sát giữa trục bánh xe và đường ray.

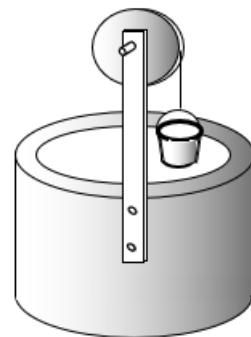
2. Tăng dần góc nghiêng α tới giá trị tối hạn α_0 thì trục bánh xe bắt đầu trượt trên đường ray. Tìm α_0 .

$$\text{ĐS: } 1. F_{ms} = \frac{R^2}{R^2 + r^2} mgsin\alpha; 2. \alpha = \alpha_0, \tan\alpha_0 = \frac{R^2 + r^2}{R^2} \mu$$

Bài 33. Một ròng rọc hình trụ khối lượng $M=3\text{kg}$, bán kính $R=0,4\text{m}$ được dùng để kéo nước trong một cái giếng (hình vẽ). Một chiếc xô khối lượng $m=2\text{kg}$, được buộc vào một sợi dây quấn quanh ròng rọc. Nếu xô được thả từ miệng giếng thì sau 3s nó chạm vào nước. Bỏ qua ma sát ở trục quay và momen quán tính của tay quay. Lấy $g = 9,8 \text{ m/s}^2$. Tính:

- a. Lực căng T và gia tốc của xô, biết dây không trượt trên ròng rọc
- b. Độ sâu tính từ miệng giếng đến mặt nước.

ĐS:a. $a = 0,56 \text{ m/s}^2$, $T = 8,4 \text{ N}$; b. $h = 25,2\text{m}$



Bài 34. Một thanh thẳng, đồng chất, tiết diện nhỏ, dài $\ell = 2(m)$ và có khối lượng $M=3(\text{kg})$. Thanh có thể quay trên mặt phẳng nằm ngang, quanh một trục cố định thẳng đứng đi qua trọng tâm của nó. Thanh đang đứng yên thì một viên đạn nhỏ có khối lượng $m = 6(\text{g})$ bay trong mặt phẳng nằm ngang chửa thanh và có phương vuông góc với thanh rồi cắm vào một đầu của thanh. Tốc độ góc của thanh ngay sau va chạm là $5(\text{rad/s})$. Cho momen quán tính của thanh đối với trục quay trên là $I = \frac{1}{12}M\ell^2$. Tính tốc độ của đạn ngay trước khi cắm vào thanh.

ĐS: $v = 838,3(\text{m/s})$

Bài 35. Một hình trụ đặc đồng tính, bán kính R đang quay quanh trục đi qua tâm O với tốc độ góc ω_0 thì được đặt (không vận tốc tịnh tiến) xuống chân một mặt phẳng nghiêng có góc nghiêng α so với mặt phẳng ngang. Tìm thời gian hình trụ lên đến điểm cao nhất ?

ĐS: $T = \frac{R\omega_0}{2g \sin \alpha}$



Bài 36. Một thanh cứng, mảnh, đồng chất có chiều dài h dựng thẳng đứng trên mặt đất. Đầu trên của thanh bắt đầu đổ xuống trong mặt phẳng thẳng đứng với vận tốc ban đầu coi như bằng không, trong khi đầu dưới của thanh không bị trượt. Bỏ qua sức cản của không khí. Biết momen quán tính của thanh đối với trục quay đi qua một đầu của thanh

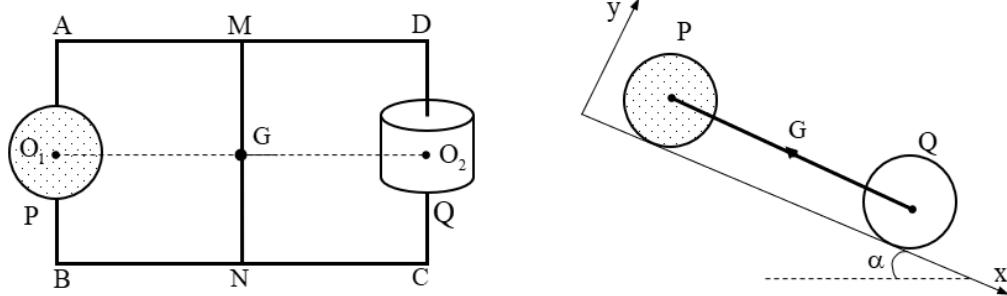
và vuông góc với thanh là $I = \frac{mh^2}{3}$ với m là khối lượng của thanh. Cho gia tốc trọng trường $g = 9,81m/s^2$.

a) Tính gia tốc dài đầu trên của thanh khi nó hợp với phương thẳng đứng một góc $\alpha = 60^\circ$.

b) Thanh hợp với phương thẳng đứng một góc bằng bao nhiêu thì gia tốc dài đầu trên của nó bằng g.

ĐS: a. $19,4661\text{ m/s}^2$; b. $\alpha \approx 34,4925^\circ$

Bài 37. Khung chữ nhật ABCD cấu tạo bởi các thanh hình trụ đồng chất giống nhau, AD và BC liên kết với nhau bởi thanh MN hàn chặt ở hai đầu. Khối lượng khung ABCDMN là m. P là hình cầu đồng chất gắn với AB, tâm O_1 nằm trên AB, khối lượng m, bán kính r, momen quán tính $I = 2mr^2/5$ đối với trục AB, trục này quay quanh hai điểm A, B trên khung. Q là một hình trụ đồng chất gắn với CD, tâm O_2 , khối lượng m, bán kính r, momen quán



tính $J = mr^2/2$ đối với trục CD, trục này quay quanh hai điểm C, D trên khung. O_1O_2 đi qua khối tâm G của hệ. Bỏ qua ma sát ở các chỗ tiếp xúc A, B, C, D. Hệ được đặt không vận tốc đầu trên đỉnh mặt phẳng nghiêng góc α và chỉ xét đến chuyển động tịnh tiến thẳng của khung song song mặt phẳng nghiêng. Hệ số ma sát lăn trên mặt nghiêng của hình cầu và hình trụ được bỏ qua, hệ số ma sát trượt của hình cầu và hình trụ đều bằng μ . Tính gia tốc của G theo α . Biện luận theo α các trường hợp: P và Q lăn không trượt; Q trượt và P lăn không trượt; P và Q trượt.

ĐS : Nếu hình cầu P và hình trụ Q lăn không trượt: $a_G = \frac{10}{13}g \sin \alpha$.

Điều kiện $\alpha \leq \alpha_1$, $\tan \alpha_1 = \frac{39}{10}\mu$.

Nếu hình cầu P lăn không trượt và hình trụ Q trượt:

$$a_G = \frac{15}{17}g \left(\sin \alpha - \mu \frac{\cos \alpha}{2} \right)$$

Điều kiện $\alpha_1 \leq \alpha \leq \alpha_2$, $\tan \alpha_2 = \frac{39}{10}\mu$

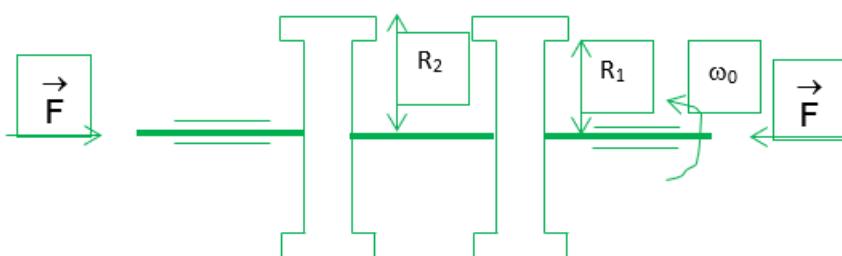
Nếu hình cầu P và hình trụ Q đều trượt: $a_G = g(\sin \alpha - \mu \cos \alpha)$.

Bài 38. Để nối hai trục ta dùng mô hình như hình vẽ . Hai đĩa giống nhau có momen quán tính đối với trục quay tương ứng là I . Ban đầu một đĩa đứng yên, còn đĩa kia quay đều với tốc độ góc ω_0 . Muốn hai trục nối nhau ta tác dụng lực vào hai đĩa dọc theo trục như hình và có độ lớn F . Mặt phẳng tiếp xúc 2 đĩa có dạng hình vành khuyên có bán kính trong R_1 , bán kính ngoài R_2 . Hệ số ma sát giữa các mặt phẳng là μ .

1. Tìm tốc độ góc chung của 2 đĩa sau khi nối.

2. Xác định năng lượng hao hụt khi nối trục.

3. Xác định thời gian cần thiết khi nối trục.

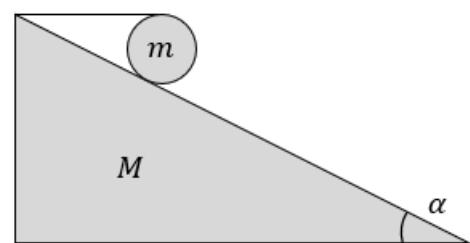


$$\text{ĐS: } 1. \omega = \frac{\omega_0}{2}$$

$$2. \text{ Năng lượng hao hụt: } \Delta T = \frac{I\omega_0^2}{4}$$

$$3. t = \frac{3(R_2^2 - R_1^2)\omega_0 I}{4\mu F(R_2^3 - R_1^3)}$$

Bài 39. Để giữ một hình trụ đặc, đồng chất, bán kính r , khối lượng m nằm cân bằng trên mặt phẳng nghiêng của một chiếc nêm khối lượng M đang nằm yên trên mặt phẳng nằm ngang sao cho trục của m song song với mặt phẳng nằm ngang người ta sử dụng các sợi dây mềm, mảnh, nhẹ và không dãn nối vào các điểm cao nhất của nêm và buộc tiếp xúc chúng vào các điểm cao nhất của m (hình 2). Biết rằng các sợi dây vuông góc với trục của m và song song với mặt phẳng nằm ngang và cách sàn một khoảng h , mặt nghiêng của nêm hợp với phương nằm ngang một góc α , gia tốc rơi tự do tại nơi đặt nêm là \vec{g} .



1. Tìm hệ số ma sát tối thiểu giữa m và M .

2. Tại một thời điểm nào đó, các sợi dây giữ m đồng loạt đứt, vì thế m lăn không trượt trên M còn M trượt không ma sát trên sàn.

a. Tìm gia tốc của M so với sàn.

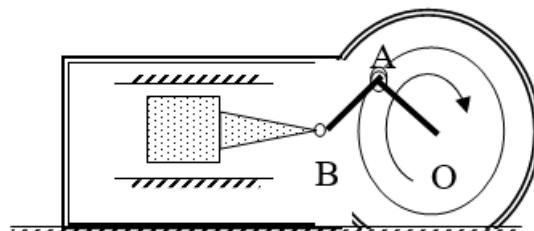
b. Tìm gia tốc góc của m trong hệ quy chiếu gắn với sàn.

c. Tìm vận tốc và vận tốc góc của m tại thời điểm ngay trước khi nó va chạm với sàn.

$$\text{ĐS: 1. } \mu_{min} = \tan \frac{\alpha}{2}; 2a.a = \frac{1}{3} \frac{\frac{m}{M} \sin(2\alpha)}{1 + \frac{m}{M} \left(1 - \frac{2}{3} \cos^2 \alpha\right)} g$$

$$2b. \gamma = \frac{2}{3} \frac{\frac{1+m}{M}}{1 + \frac{m}{M} \left(1 - \frac{2}{3} \cos^2 \alpha\right)} \frac{g \sin \alpha}{r}; 2c. V = \frac{\frac{m}{M} \cos \alpha}{1 + \frac{m}{M}} V_0, \omega = \frac{v_0}{r}$$

Bài 40. Một mô hình động cơ hơi nước đặt nằm ngang trên mặt sàn nhẵn. Tay quay OA có chiều dài r và quay đều với tốc độ góc ω , điểm B luôn chuyển động thẳng. Thanh truyền AB dài bằng tay quay. Coi khối lượng của các bộ phận chuyển động rút về thành 2 khối lượng m_1 và m_2 tập trung ở A và B, khối lượng của vỏ động cơ là m_3 (hình 25).

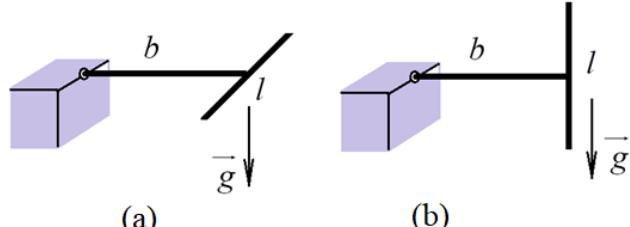


1. Cho rằng vỏ động cơ chỉ chuyển động ngang và ban đầu pit-tông ở vị trí xa nhất về bên trái. Xác định phương trình chuyển động của vỏ động cơ.
2. Nếu động cơ được bắt vít xuống nền bằng bu-lông, tìm áp lực của động cơ lên nền và lực cắt ngang bu-lông. Bỏ qua lực căng ban đầu của bu-lông.

$$\text{ĐS: 1. } X = \frac{(2m_2 + m_1)r(\cos \omega t - 1)}{m_1 + m_2 + m_3}; 2. T = (m_1 + 2m_2)\omega^2 r \cdot \cos \omega t$$

Bài 41. Một thanh không khối lượng chiều dài là b có một đầu được gắn khớp vào một giá đỡ và đầu kia được gắn cứng vuông góc với điểm giữa của một thanh có khối lượng m và chiều dài l.

- a. Nếu hai thanh được giữ trong một mặt phẳng nằm ngang (Hình 2.5P) và sau đó được thả ra, hỏi gia tốc ban đầu của khối tâm là bao nhiêu?



Hình 2.5P

- b. Nếu hai thanh được giữ trong một mặt phẳng thẳng đứng (xem hình 8.31) và sau đó được thả ra, hỏi gia tốc ban đầu của khối tâm là bao nhiêu?

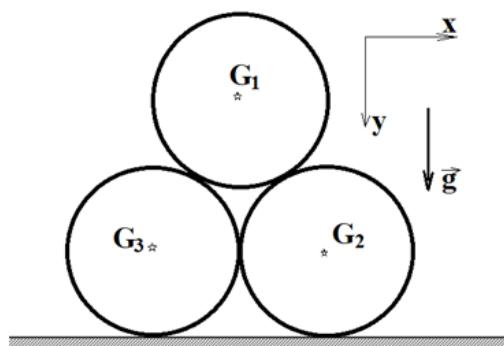
$$\text{Đáp số: a. } a=g \quad b. a = \frac{g}{1 + \frac{l^2}{12b^2}}$$

Bài 42. Ba hình trụ giống hệt nhau có momen quán tính là $I = \beta mR^2$ được đặt theo một hình tam giác (Hình 2.6P). Hãy tìm gia tốc hướng xuống dưới ban đầu của hình trụ nằm trên cùng trong hai trường hợp sau. Trường hợp nào có gia tốc lớn hơn?

a. Có ma sát giữa hai hình trụ bên dưới với nền (vì vậy chúng sẽ lăn không trượt) nhưng không có ma sát giữa các hình trụ với nhau.

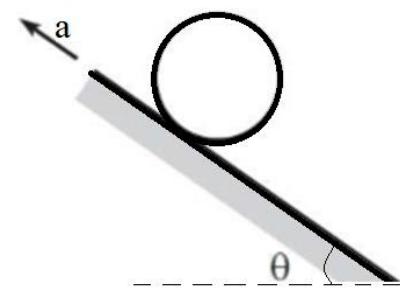
b. Không có ma sát giữa hai hình trụ nằm dưới với nền nhưng có ma sát giữa các hình trụ với nhau (vì vậy chúng không trượt đối với nhau)

$$\text{ĐS: a. } a_{1y} = \frac{g}{7 + 6\beta}; \text{ b. } a_{1y} = \frac{g}{8\beta + 7}$$



Hình 2.6P

Bài 43. Một quả bóng có $I = (2/5)MR^2$ được đặt trên một mặt phẳng nghiêng một góc θ . Mặt phẳng nghiêng được gia tốc hướng lên trên (dọc theo chiều của nó) với gia tốc a (Hình 2.7P). Với giá trị của a bằng bao nhiêu để cho khối tâm của quả bóng không di chuyển? Giả sử rằng hệ số ma sát là đủ lớn để cho quả bóng lăn không trượt đối với mặt phẳng nghiêng.

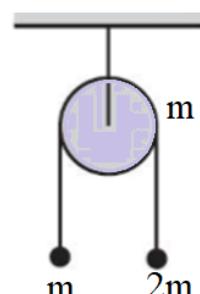


Hình 2.7P

$$\text{ĐS: } a = \frac{5g \sin \alpha}{2}$$

Bài 44. Xét máy Atwood như hình 2.8P. Các khối lượng là m và $2m$, ròng rọc là một đĩa đồng chất có khối lượng m và bán kính r . Dây không có khối lượng và không trượt đối với ròng rọc. Hãy tìm gia tốc của các khối lượng, sử dụng định luật bảo toàn năng lượng.

$$\text{Đáp số: } a = \frac{2}{7}g$$



Hình 2.8P

Bài 45. Một thang đồng chất có chiều dài l được dựng trên một mặt sàn không ma sát và dựa vào một bức tường không ma sát. Ban đầu, nó được giữ đứng yên với chân của nó cách bức tường một khoảng rất nhỏ, sau đó nó được thả ra. Ngay sau đó chân thang sẽ trượt ra xa bức tường và đỉnh thang sẽ trượt xuống dọc theo bức tường (Hình 2.9P).

Khi nó không còn tiếp xúc với tường, hỏi thành phần theo phương ngang của vận tốc khói tâm là bao nhiêu?

$$\text{ĐS: } v_n = \frac{1}{2} \sqrt{3gl(1 - \cos\theta)} \cdot \cos\theta$$

Khi thanh rời bắt đầu rời tường thì thành phần v_n đạt cực đại,

$$\text{khi đó } \cos\theta = \frac{2}{3} \Rightarrow \theta \approx 48,2^\circ$$

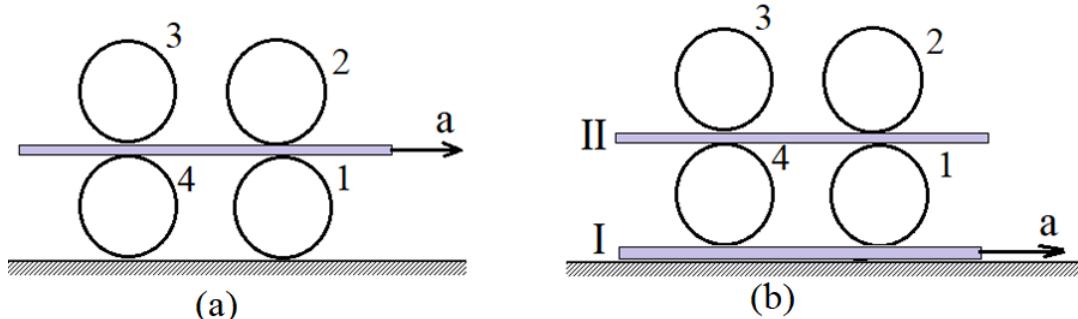


Hình 2.9P

Bài 46.

Cho bốn vật hình trụ giống nhau, đồng chất, tiết diện đều, mỗi trụ có khối lượng m, bán kính R. Bốn trụ đặt thành hai tầng, giữa hai tầng ngăn cách nhau bởi tấm ván có khối lượng không đáng kể. Cho rằng các trụ lăn không trượt trên ván và trên sàn. Tìm gia tốc của các trụ và độ lớn các lực ma sát nghỉ trong các trường hợp sau.

- a. Trên hình vẽ 2.10Pa, tấm ván được kéo với gia tốc a.
- b. Trên hình vẽ 2.10Pb, tấm ván I được kéo sang phải với gia tốc a.



Hình 2.10P

- c. Trong điều kiện câu b, biết rằng ván II có khối lượng m. Tìm gia tốc của các trụ và độ lớn các lực ma sát nghỉ.

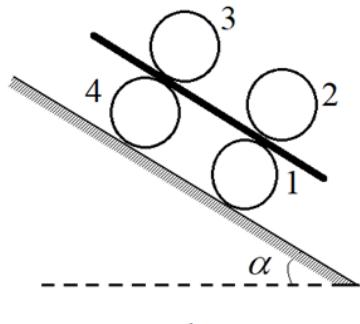
$$\text{ĐS:a. Trụ 1: } a_1 = \frac{a}{2}; F_1 = \frac{1}{8}ma; F_1' = \frac{3}{8}ma. \text{ Trụ 2: } a_2 = \frac{1}{3}a; F_2 = \frac{1}{3}ma$$

$$\text{b. } a_1 = \frac{7}{17}a, a_2 = \frac{-1}{17}a; F_1 = \frac{6}{17}ma; F_2 = F_1' = \frac{1}{17}ma;$$

$$\text{c. } a_1 = \frac{13}{29}a; a_2 = -\frac{1}{29}a; F_1 = \frac{21}{58}ma; F_1' = \frac{5}{58}ma; F_2 = \frac{1}{29}ma$$

Bài 47. Cho bốn vật hình trụ giống nhau, đồng chất, tiết diện đều, mỗi trụ có khối lượng m , bán kính R . Bốn trụ đặt thành hai tầng, giữa hai tầng ngăn cách nhau bởi tấm ván có khối lượng không đáng kể. Cho rằng các trụ lăn không trượt trên ván và trên mặt phẳng nghiêng. Biết góc nghiêng của mặt phẳng nghiêng là α . Tìm giá tốc mỗi vật.

$$\text{ĐS: } a_1 = \frac{10}{17} g \sin \alpha; a_2 = \frac{18}{17} g \sin \alpha$$



Hình 2.11P

Bài 48. Một vòng mảnh khói lượng M đặt dựng đứng trên mặt bàn nhẵn nằm ngang và được cho đổ xuống. Tìm áp lực của vòng trên mặt bàn khi mặt phẳng của vòng tạo với phương thẳng đứng một góc $\beta=60^0$.

$$\text{ĐS: } N = mg\left(\sqrt{3} - \frac{3}{2}\right)$$

Bài 49. Một đĩa mỏng đồng chất khói lượng m đặt dựng đứng trên mặt **phẳng nhẵn nằm ngang**. Người ta cho đĩa đổ xuống. Tìm áp lực của đĩa lên mặt phẳng ngang của đĩa tạo với phương thẳng đứng một góc $\alpha=30^0$.

$$\text{ĐS: } N = mg \frac{1 + (1 - \cos \alpha)^2}{(1 + 4 \sin^2 \alpha)} \approx 0,26mg$$

Bài 50. (Olympic Mỹ 1996)

1. Một hình nón, góc ở đỉnh 2θ , được đặt thẳng đứng tựa trên đỉnh. Mặt trong hình nón không có ma sát. Một vật có kích thước nhỏ, lăn ở mặt trong của hình nón ở độ cao h như hình vẽ. Hãy tìm vận tốc góc của vật.

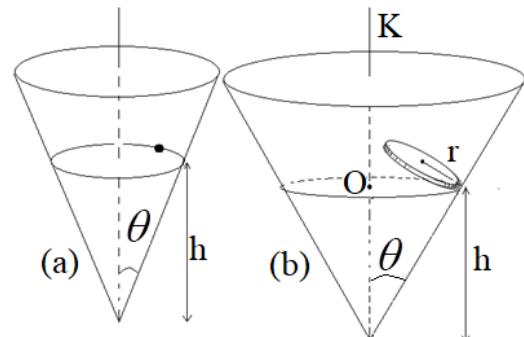
2. Giả sử bề mặt có lực ma sát và một vòng tròn nhỏ bán kính r lăn không trượt ở mặt trong hình nón với tốc độ góc ω không đổi như hình vẽ. Cho các điều kiện sau:

- a. Điểm tiếp xúc giữa vòng tròn và mặt trong cách đỉnh hình nón theo phương thẳng đứng một đoạn h
- b. Mặt phẳng chứa vòng tròn luôn vuông góc với thành hình nón.

Hãy tìm vận tốc góc của vòng tròn quanh trục hình nón (*để vật sắp trượt*). So sánh với câu 1.

Giả sử r khá nhỏ so với bán kính quay $h \cdot \tan \theta$.

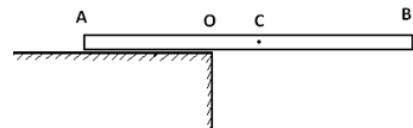
$$\text{ĐS: 1. } \omega = \frac{1}{\tan \theta} \sqrt{\frac{g}{h}}; 2. \omega = \frac{1}{\tan \theta} \sqrt{\frac{g}{2h}}$$



Hình 2.17P

Bài 51. Một thanh $AB = 2b$, khối lượng m , tâm C nằm trung điểm AB , mômen quán tính đi qua C và vuông góc AB là $I_C = \frac{1}{3}mb^2$. Thanh được đặt trên một mặt bàn nằm ngang, đầu A nằm trên bàn, đầu B nằm ngoài mặt bàn sao cho AB vuông góc mép bàn tại O (HV); $OC = a$. Hệ số ma sát giữa bàn và thanh là k ($k < 1$). Khi buông tự do không vận tốc đầu. Tìm góc nghiêng giữa thanh và phương ngang θ_0 để thanh bắt đầu trượt trên mép bàn.

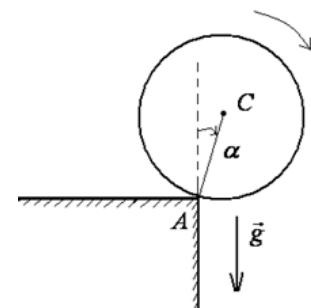
$$\text{ĐS: } \theta_0 = \arctg \left[k \frac{b^2}{9a^2 + b^2} \right]$$



Hình 2.18P

Bài 52. Một vật hình trụ đồng chất khối lượng m , bán kính R (có mômen quán tính đối với trục đối xứng $I_C = \frac{1}{2}mR^2$) nằm ở mép bàn sao cho đường sinh mặt trụ tiếp xúc cạnh A mép bàn. Ban đầu trụ cân bằng, sau đó nhiễu nhỏ ($v_0 = 0$) trụ đổ xuống bàn theo góc nghiêng α tăng dần. Ở độ nghiêng α_0 nào thì mặt trụ bắt đầu trượt trên cạnh mép bàn. Biết hệ số ma sát trượt giữa mặt trụ và cạnh bàn là $k = 0,2$.

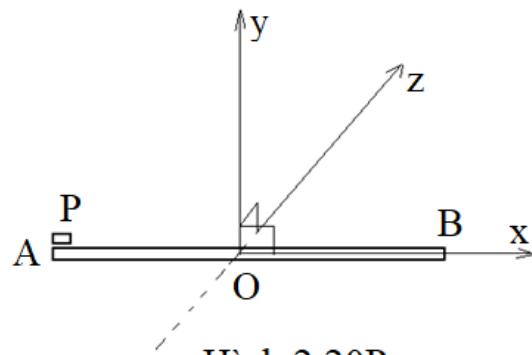
$$\text{ĐS: } \alpha_0 = 27^\circ$$



Hình 2.19P

Bài 53. Một thanh AB khối lượng m , chiều dài $2a$, chuyển động không ma sát quanh trục Oz nằm ngang, mặt phẳng chuyển động là mặt phẳng thẳng đứng (Oxy). Mômen quán tính đối với trục Oz là $I_0 = \frac{1}{3}Ma^2$. Người ta đặt lên đầu mút A của thanh một chất điểm P có khối lượng m . Hệ số ma sát giữa thanh và vật P là k . Người ta buông hệ tự do không vận tốc đầu từ vị trí thanh nằm ngang ($\alpha = 0$). Ở điều kiện nào P vẫn còn trên thanh.

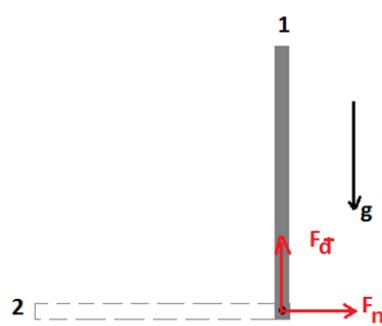
$$\text{ĐS: } \operatorname{tg} \alpha \leq k \frac{M}{M + 9m}$$



Hình 2.20P

Bài 44. Một thanh đồng chất khối lượng m , dài ℓ (hình 2.21P) rơi không vận tốc đầu từ vị trí 1 thực hiện chuyển động quay trục cố định nằm ngang O . Tìm thành phần nằm ngang F_n và thành phần thẳng đứng F_d của lực mà trực tác dụng lên thanh tại vị trí nằm ngang 2.

$$\text{ĐS: } F_n = \frac{3}{2}mg ; F_d = \frac{1}{4}mg$$



Hình 2.21P

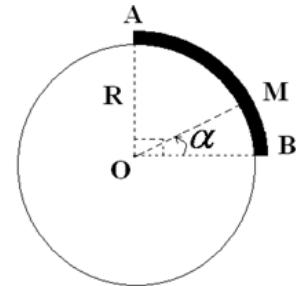
Bài 55. Một sợi dây AB mảnh, đồng chất, không dãn, chiều dài $\frac{\pi R}{2}$,

khối lượng m nằm trong mặt phẳng thẳng đứng, được vắt qua mặt trục nhẵn tâm O, bán kính R và nằm ngang như hình vẽ. Ban đầu, đầu A của dây nằm trên điểm cao nhất của mặt trục.

a. Tính giá tốc của dây và sức căng dây tại 1 điểm M trên dây lúc vừa buông đầu dây A. Biết góc $\angle MOB = \alpha$.

b. Tính vận tốc của dây khi đầu dây A vừa rời bán cầu.

$$\text{ĐS: a. } a = \frac{2g}{\pi}; T_M = \frac{2mg}{\pi} \left[\sin \alpha - \frac{2\alpha}{\pi} \right]; \text{ b. } v = \sqrt{2gR \left(\frac{2}{\pi} + \frac{\pi}{4} \right)}$$



Hình 2.24P

Bài 56. Trên bờ mặt của một hình trụ rỗng lớn nằm trên mặt phẳng ngang có một con chó khối lượng m bắt đầu leo về phía điểm cao nhất A, và nó luôn ở cùng một khoảng cách so với điểm A (hình vẽ). Kết quả là hình trụ bắt đầu lăn không trượt trên mặt phẳng ngang, khối lượng hình trụ là M, góc AOB bằng α . Hãy xác định:

1) Giá tốc a của trực hình trụ.

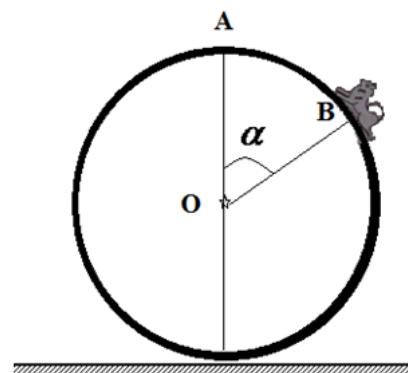
2) lực ma sát F_{ms} giữa hình trụ và mặt phẳng trong thời gian lăn.

3) Thời gian mà con chó có thể giữ được vị trí nói trên nếu công suất có ích lớn nhất mà nó có thể tạo ra bằng N_{max} . Vận tốc cực đại v_{max} của chuyển động tịnh tiến của hình trụ bằng bao nhiêu? (công suất có ích ở đây là công suất mà con chó sinh ra để làm tăng động năng của hệ. Coi con chó rất nhỏ so với hình trụ).

$$\text{ĐS: a. } a = \frac{mg \sin \alpha}{2M + m(1 + \cos \alpha)};$$

$$\text{b. } F_{ms} = \frac{(M + m)}{2M + m(1 + \cos \alpha)} mg \sin \alpha.$$

$$\text{c. } t_{max} = \frac{N_{max}}{(m + 2M)} \left[\frac{2M + m(1 + \cos \alpha)}{mg \sin \alpha} \right]^2; v_{max} = \frac{N_{max}}{(m + 2M)} \frac{2M + m(1 + \cos \alpha)}{mg \sin \alpha}$$

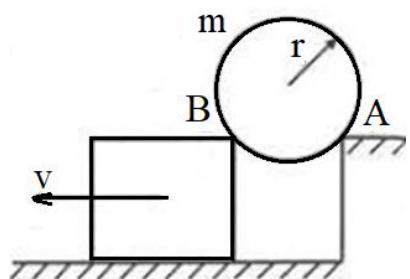


Hình 2.26P

Bài 57. Một hình trụ có khối lượng m và bán kính r đang đứng yên và tựa vào một khối hộp (Hình 2.27P). Khối hộp được kéo sang trái với vận tốc v không đổi. Lúc đầu khối hộp ở sát cạnh tường, bỏ qua ma sát giữa hình trụ với tường và khối hộp. Hãy xác định:

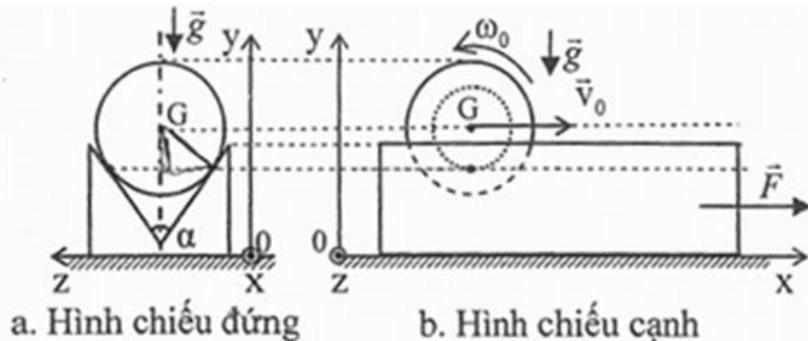
1. Dạng quỹ đạo chuyển động của tâm hình trụ so với điểm A
2. Điều kiện của vận tốc v để khối hộp vẫn còn tiếp xúc với trụ khi khoảng cách giữa hai điểm A và B là $r\sqrt{2}$.
3. Các lực tác dụng lên thành hình trụ khi khoảng cách giữa A và B là $r\sqrt{2}$.

ĐS: 2. $v \leq \sqrt{gr\sqrt{2}}$; 3. $N = m\left(\frac{g}{\sqrt{2}} - \frac{v^2}{2r}\right)$



Hình 2.27P

Xét một hệ cơ gồm một quả cầu đặc đồng chất và một thanh cứng. Quả cầu nằm trên máng của thanh, máng được tạo bởi hai mặt phẳng hợp với nhau góc $\alpha = 60^\circ$, mặt phẳng phân giác của nó là mặt phẳng đứng. Hình 1.a và 1.b mô tả hình chiếu đứng và hình chiếu cạnh của hệ. Hệ được đặt trên mặt sàn nằm ngang. Coi thanh và quả cầu không bị biến dạng trong quá trình khảo sát. Thanh có khối lượng m và đủ dài. Quả cầu có bán kính R, khối lượng M, mômen quán tính đối với trục quay đi qua khói tâm G là $I = \frac{2}{5}MR^2$.



Hình 2.29P

Hệ số ma sát trượt giữa máng và quả cầu là μ . Gia tốc trọng trường là g. Cho hệ tọa độ 0xyz, xét hai trường hợp sau:

1. Thanh được gắn cố định với sàn. Tại thời điểm ban đầu $t = 0$, quả cầu đang quay ngược chiều kim đồng hồ quanh trục quay vuông góc với mặt phẳng Oxy và đi qua G với tốc độ góc ω_0 , đồng thời có vận tốc khói tâm là \vec{v}_0 theo chiều Ox (hình 1.b). Tới thời điểm $t = \tau$, quả cầu bắt đầu lăn không trượt, vận tốc khói tâm vẫn còn cùng chiều Ox trên thanh.

- Mô tả quá trình chuyển động của quả cầu kể từ thời điểm ban đầu tới thời điểm $t = \tau$
- Tính quãng đường quả cầu đi được trên thanh trong khoảng thời gian τ nói trên.

2. Thanh có thể trượt không ma sát trên sàn. Tác dụng vào thanh một lực \vec{F} không đổi theo phương Ox sao cho trong quá trình thanh chuyển động, quả cầu lăn không trượt trên máng.

a. Tại một thời điểm nào đó, vận tốc của thanh là \vec{v}_1 , vận tốc khói tâm của quả cầu là \vec{v}_2 . Trong hệ quy chiếu gắn với thanh, hãy xác định vị trí của điểm có tốc độ lớn nhất trên quả cầu. Tính tốc độ lớn nhất đó.

b. Xác định biểu thức độ lớn cực đại của lực \vec{F} theo μ , g, M và m để trong quá trình thanh chuyển động quả cầu luôn lăn không trượt trên máng.

ĐS: 1b. $s = \frac{2}{169\mu g} (2v_0 + \omega_0 R)(9v_0 - 2\omega_0 R)$.

2a. Để v_M đạt cực đại tại đỉnh quả cầu, $v_M = \omega \cdot d_{max} = 3v_{21} = 3|\vec{v}_2 - \vec{v}_1|$.

2b. $F_{max} = \mu g(2M + \frac{13m}{4})$.

Bài 59. Một mặt phẳng nghiêng có chiều dài $\ell = 1m$ lập với phương ngang một góc $\alpha = 30^\circ$, hệ số ma sát tính theo khoảng cách x từ đỉnh đến chân mặt phẳng nghiêng theo công thức $\mu = \frac{x}{\ell}$. Tại thời điểm $t = 0$, thả nhẹ một vành tròn đồng chất có bán kính $R = 4cm$ từ đỉnh A của mặt phẳng nghiêng. Bỏ qua ma sát lăn. Cho $g = 10m/s^2$.

1. Tìm theo thời gian t: tọa độ x của tâm, gia tốc góc γ , tốc độ góc ω của vành khi vành lăn có trượt.

2. Xác định thời điểm vành bắt đầu lăn không trượt.

ĐS: 1. $x = 0,58[1 - \cos(2,94t)]$; $\omega = 125\left(1 - \frac{1}{2,94}\sin 2,94t\right)$; $\gamma = 125[1 - \cos(2,94t)]$; 2. $t = 0,64s$

CHƯƠNG II

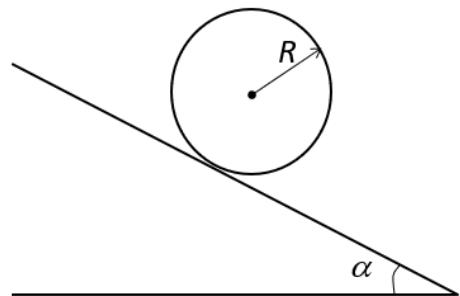
NĂNG LƯỢNG VẬT RĂN, VÀ CHẠM VẬT RĂN

II.1 NĂNG LƯỢNG VẬT RĂN

Bài 1. Một hình trụ mỏng đồng nhất bán kính R và khối lượng m được đặt lên một mặt phẳng nghiêng một góc α so với phương ngang. Hệ số ma sát trượt giữa mặt nghiêng và hình trụ là μ . Bỏ qua ma sát lăn.

a) Tìm sự phụ thuộc của gia tốc $a(\alpha)$ của hình trụ vào góc nghiêng α của mặt phẳng. Khảo sát trường hợp hình trụ lăn không trượt và lăn có trượt.

b) Nếu gắn vào thành trong của hình trụ một vật nhỏ khối lượng m_0 thì trong những điều kiện nào đó,



hình trụ có thể nằm cân bằng trên mặt phẳng nghiêng. Hãy xác định điều kiện đó và chỉ ra các vị trí cân bằng của hệ với các m_0 khác nhau.

ĐS : a. Lăn không trượt $a = \frac{g \sin \alpha}{2}$; lăn có trượt $a = g(\sin \alpha - \mu \cos \alpha)$ khi $\mu < \frac{\tan \alpha}{2}$.

b. $m_0 = \frac{\sin \alpha}{1 - \sin \alpha} m$; cân bằng bền khi phương bán kính nối vật tạo phương thẳng đứng một góc $\varphi = \arcsin\left(\frac{m+m_0}{m_0} \sin \alpha\right)$

Bài 2.

Cho một cơ hệ (như hình vẽ bên), thanh đồng nhất OA có khối lượng M, chiều dài l có thể quay tự do quanh trục O cố định nằm ngang, đầu A buộc vào một sợi dây nhẹ không dãn, đầu còn lại của dây vắt qua ròng rọc S và buộc vào vật m. S ở cùng độ cao với O và OS = l. Khi cân bằng góc $\alpha = 60^\circ$. Bỏ qua ma sát, khối lượng và kích thước của ròng rọc.

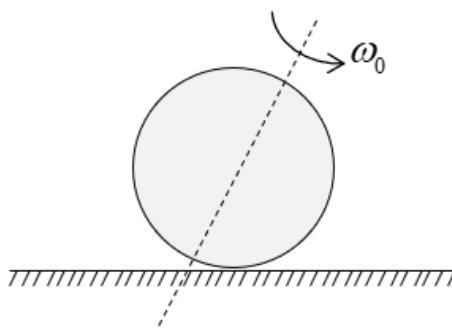
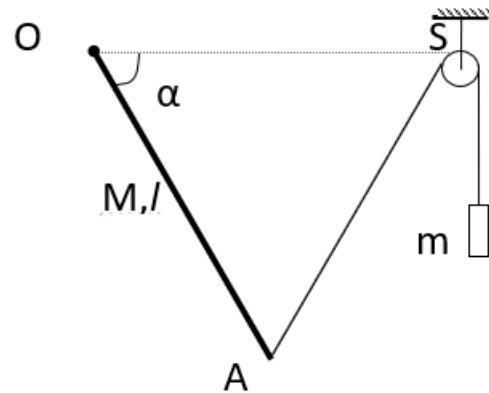
a) Tìm tỷ số $\frac{M}{m}$.

b) Đưa thanh đến vị trí nằm ngang rồi thả nhẹ. Tìm vận tốc của m khi thanh đi qua vị trí cân bằng ban đầu.

ĐS: a. $\frac{M}{m} = \sqrt{3}$; b. $\sqrt{\frac{9gl}{9+8\sqrt{3}}}$

Bài 3. Một quả cầu đặc đồng chất khối lượng m, bán kính R đang quay với tốc độ góc ω_0 . Trục quay đi qua tâm quả cầu và lập với phương thẳng đứng α . Vận tốc ban đầu của tâm quả cầu bằng không. Đặt nhẹ quả cầu lên mặt bàn nằm ngang. Hãy xác định vận tốc của tâm quả cầu và động năng của quả cầu tại thời điểm nó ngừng trượt trên mặt bàn. Bỏ qua ma sát lăn.

Áp dụng số: $m = 1kg$; $R = 10cm$; $\omega_0 = 10rad/s$; $\alpha = 12^\circ$.



TÀI LIỆU BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI VẬT LÝ TRUNG HỌC PHỔ THÔNG

ĐS: $v = \frac{2}{7} R \omega_0 \sin \alpha = 0,0594 m/s; W_d = \frac{1}{35} m R^2 \omega_0^2 (5 \cos^2 \alpha + 2) = 0,1938 J.$

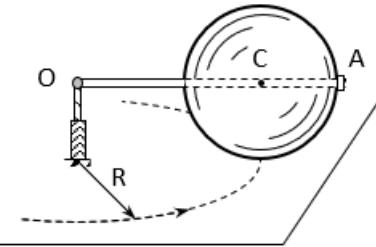
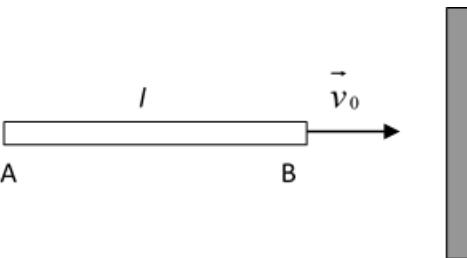
Bài 4. Một thanh đồng chất AB, khối lượng m, chiều dài l, chuyển động với vận tốc ban đầu v_0 (hướng dọc theo thanh) từ vùng không có ma sát sang vùng có ma sát trên mặt bàn nằm ngang với hệ số ma sát trượt là μ

1. Tìm điều kiện về v_0 để khi dừng lại toàn bộ thanh nằm trong vùng có ma sát.

2. Với một vị trí số cho trước của v_0 , hãy tính khoảng thời gian kể từ lúc đầu B bắt đầu chạm vào mép vùng có ma sát cho đến khi thanh dừng lại, đầu A cách mép vùng có ma sát một khoảng bao nhiêu?

ĐS: 1. $v_0 \geq \sqrt{\mu gl}$

Bài 5. Một quả cầu đồng tính có khối lượng m và bán kính r, lăn không trượt trên mặt phẳng nằm ngang, quay xung quanh một trục nằm ngang A (hình 1). Khi đó, trục A quay quanh trục cố định O còn tâm C của quả cầu chuyển động với vận tốc v theo một đường tròn bán kính R.



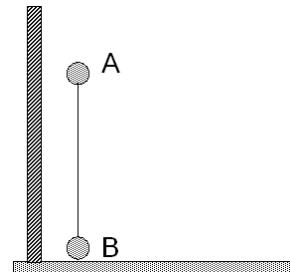
Điểm nào ở trên quả cầu chuyển động với tốc độ lớn nhất, tốc độ đó bằng bao nhiêu ?

Tính động năng của quả cầu.

ĐS: $K = \frac{7}{10} mv^2 (1 + \frac{2R^2}{7r^2})$

Bài 6.

Thanh AB cứng, nhẹ chiều dài l mỗi đầu gắn một quả cầu nhỏ khối lượng bằng nhau, tựa vào tường thẳng đứng (Hình vẽ). Truyền cho quả cầu B một vận tốc rất nhỏ để nó trượt trên mặt sàn nằm ngang. Giả thiết rằng trong quá trình chuyển động thanh AB luôn nằm trong mặt phẳng vuông góc với tường và sàn. Bỏ qua ma sát giữa các quả cầu với tường và sàn. Gia tốc trọng trường là g.



a. Xác định góc α hợp bởi thanh với sàn vào thời điểm mà quả cầu A bắt đầu rời khỏi tường.

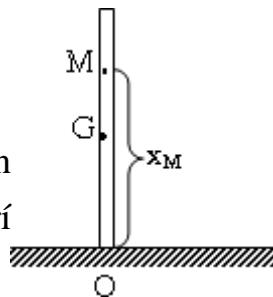
b. Tính vận tốc của quả cầu B khi đó.

$$\text{ĐS: a. } \alpha \approx 42^\circ; \text{ b. } v_B = \sqrt{\frac{8}{27} gl}$$

Bài 7. Một thanh đồng chất có chiều dài l đang ở vị trí thẳng đứng thõ bị đổ xuống. Hãy xác định :

a, Vận tốc dài của đỉnh thanh khi nó chạm đất?

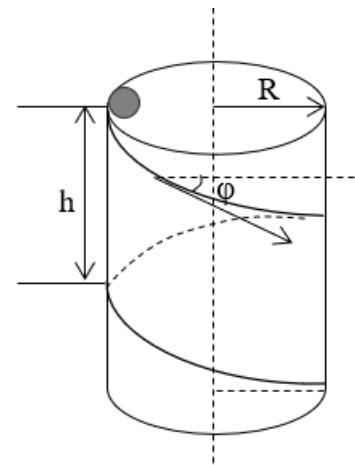
b, Vị trí của điểm M trên thanh sao cho khi M chạm đất thì vận tốc của nó đúng bằng vận tốc chạm đất của một vật rơi tự do từ vị trí M?



$$\text{ĐS: a. } v = \sqrt{3gl}; \text{ b. } x_M = \frac{2}{3}l$$

Bài 8. Một máng nhẹ uốn thành đường xoắn ốc hình trụ thẳng đứng bán kính R, có thể quay tự do quanh trục đôi xứng thẳng đứng (Hình 1). Biết vòng xoắn nghiêng 1 góc $\varphi = \frac{\pi}{4}$ so với phương ngang. Một vật có khối lượng m được thả không vận tốc ban đầu cho trượt không ma sát xuống theo máng. Coi khối lượng của máng bằng khối lượng của vật.

a. Xác định vận tốc của vật tại thời điểm vật trượt xuống được một độ cao bằng h.



b. Tính tốc độ góc quay của máng.

$$\text{ĐS: a. } v = \sqrt{\frac{5gh}{3}}; \text{ b. } \omega = -\frac{1}{R} \sqrt{\frac{gh}{3}}$$

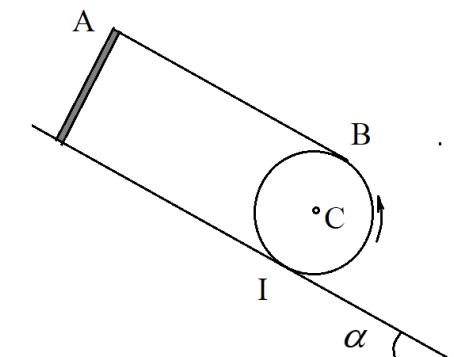
Bài 9. Một sợi dây quấn trên ống dây là hình trụ đồng chất kim loại m, bán kính R, $J = \frac{1}{2}mR^2$ so với trục. Hình trụ di chuyển trên mặt phẳng nghiêng góc α , giả thiết dây đủ mảnh để mẫu dây AB luôn bị căng song song với mặt phẳng nghiêng. Hệ số ma sát giữa ống dây và mặt phẳng nghiêng là f. Ban đầu ống dây đứng yên.

1. Với giả thiết nào của α , ống dây còn đứng yên.

2. Trong trường hợp chuyển động:

a, Tính giá tốc tâm C của ống dây.

b, Tính biến thiên năng lượng $t = 0$ và t .



ĐS: 1. Với α thoả mãn: $\tan \alpha \leq 2f$ thì ống dây còn đứng yên.

$$2a. : a = \frac{2}{3}g(\sin \alpha - 2f \cos \alpha); 2b. \Delta E_d = \frac{3}{4}mg^2(\sin \alpha - 2f \cos \alpha)^2 \cdot t^2$$

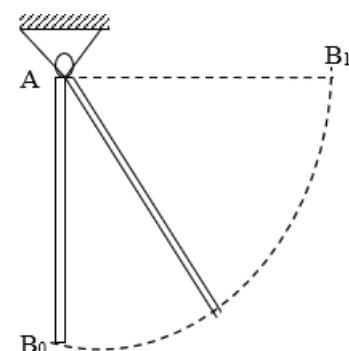
Bài 10.

Một khối trụ đặc có khối lượng m và bán kính r bắt đầu lăn không trượt bên trong một mặt trụ có ma sát bán kính R từ một vị trí xác định bởi góc α_0 . Hãy xác định áp lực của khối trụ tại một vị trí tùy ý xác định bởi góc α .

ĐS: $N = P/3 (7\cos\alpha - 4\cos\alpha_0)$

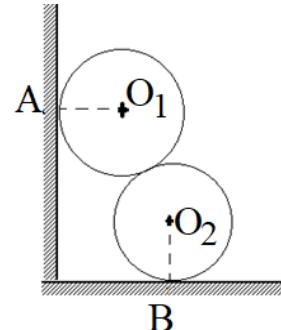
Bài 11. Thanh AB với chiều dài l được treo bằng khớp vào điểm A (hình vẽ). Cho rằng bỏ qua được ma sát ở khớp, hãy xác định vận tốc góc ω_0 bé nhất cần phải truyền cho thanh để thanh có đạt tới vị trí nằm ngang.

$$\text{ĐS: } \omega_0 = \sqrt{\frac{3g}{l}}$$



Bài 12. Một đĩa tròn đồng chất bán kính R , bề dày h . Đĩa đang quay với tốc độ góc ω_0 quanh trục thẳng đứng đi qua tâm đĩa vuông góc với mặt đĩa thì người ta đặt nhẹ nó xuống mặt sàn ngang. Hệ số ma sát giữa đĩa và sàn là μ . Hãy xác định số vòng mà đĩa quay được cho tới lúc dừng lại?

$$\text{ĐS: } N = \frac{3R\omega_0^2}{16\pi.\mu.g}$$



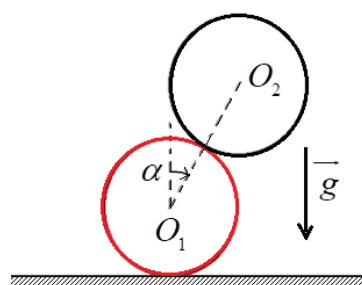
Hình 2.31P

Bài 13. Hai quả cầu cùng bán kính R , khối lượng m , dựa vào tường. Do quả cầu ở dưới bị đẩy nhẹ về phía bên phải nên quả cầu ở trên trượt xuống theo phương thẳng đứng. Hệ bắt đầu chuyển động không vận tốc đầu. Tìm vận tốc cực đại của quả cầu dưới. Bỏ qua ma sát.

$$\text{ĐS: } v_2 = \frac{4}{9}\sqrt{3gR}$$

Bài 14. Hai quả cầu rắn, đồng nhất, bán kính bằng nhau, được đặt lên nhau. Quả cầu 1 nằm dưới được giữ cố định. Quả cầu 2 ở trên, ban đầu nằm tại đỉnh quả cầu 1, sau đó bắt đầu lăn xuống. Gọi α là góc hợp bởi đường thẳng đứng và đường nối tâm của hai quả cầu, k là hệ số ma sát trượt giữa hai mặt cầu. Xác định vị trí quả cầu 2 trượt lên quả cầu 1 theo góc α .

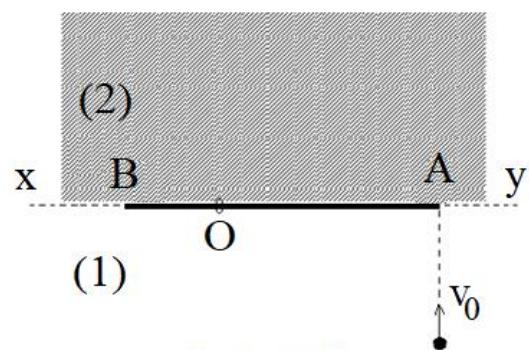
$$\text{ĐS: } \alpha = 47,5^\circ$$



Hình 2.32P

Bài 14.

Một thanh cứng AB đồng chất có tiết diện nhỏ và đều, chiều dài $3l=30\text{cm}$, khối lượng $3m=300\text{g}$ phân bố đều dọc theo thanh và dễ dàng quay quanh trục quay cố định thẳng đứng đi qua điểm O trên thanh và $OB=l$. Ban đầu thanh AB được đặt nằm ngang dọc trên đường thẳng xy, xy là đường thẳng ranh giới giữa hai phần của mặt phẳng ngang (1) và (2), phần mặt phẳng (1) trơn nhẵn; phần mặt phẳng (2) đủ rộng và nhám. Một vật nặng coi là chất điểm có khối lượng m được cung cấp với vận tốc đầu v_0 theo hướng vuông góc với AB, trượt không ma sát trên phần mặt phẳng (1), đến đập vào đầu A của thanh. Biết va chạm là hoàn toàn đàn hồi. Hệ



Hình 2.33P

số ma sát giữa thanh và vật với sàn đều bằng $k=0,2$.

1. Khi $v_0= 10 \text{ m/s}$. Hãy xác định:

- a) tốc độ góc của thanh và tốc độ của vật nặng sau khi vừa va chạm xong.
- b) phản lực đàn hồi cực đại của trực quay tác dụng lên thanh AB khi va chạm.
- c) góc quay cực đại của thanh AB sau va chạm.

2. Tìm giá trị v_0 để thanh AB quay vừa đúng 1 vòng thì dừng lại. Khi đó hãy xác định quãng đường tối đa vật nặng đi được sau khi va chạm?

Lấy gia tốc trọng trường $g=10\text{m/s}^2$.

3. MỞ RỘNG. Giả sử thanh không có trực quay cố định. Với $v_0= 10 \text{ m/s}$ hãy tìm tốc độ góc của thanh, góc quay cực đại của thanh AB sau va chạm.

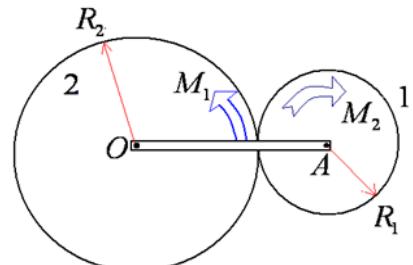
$$\text{ĐS: 1a. } \omega = \frac{4}{7} \frac{v_0}{l} = \frac{400}{7} \text{ rad/s; } v_1 = \frac{1}{7} v_0 = \frac{10}{7} \text{ m/s; 1b. } F_{dh} = \frac{48}{49l} m v_0^2 \approx 9,8N;$$

$$1c. \varphi = 31x2\pi + \frac{W_1 - 31|A_{ms}|}{|A_{ms1}|} x 2\pi \approx 62,5\pi.$$

$$2. v_0 = \frac{7}{4} \sqrt{\frac{5kg\pi l}{3}} = 1,79 \text{ m/s; } S = \frac{v_0^2}{49.2.kg} = \frac{5}{96} \pi l = 0,016m$$

Bài 16. Cơ hệ như hình vẽ. Biết bánh răng có bán kính R_2 cố định, bánh răng bán kính R_1 là một đĩa đồng chất, khối lượng m_1 . Tay quay OA là thanh đồng chất có khối lượng m có trực quay cố định đi qua O và vuông góc với mặt phẳng các đĩa (Bỏ qua kích thước các răng so với kích thước đĩa).

Hệ thống chuyển động từ trạng thái nghỉ do tác dụng của một ngẫu lực phát động có mômen **không đổi** bằng M_1 đặt vào tay quay OA. Bánh răng R_1 chịu tác dụng của một ngẫu lực cản có mômen là M_2 **không đổi**. Bỏ qua ma sát. Xác định vận tốc của tay quay OA theo góc quay của nó và gia tốc góc tay quay.



Hình 2.34P

$$\text{ĐS: } \omega = \frac{2}{R_1 + R_2} \sqrt{\frac{3M}{2m + 3m_1}} \varphi; \varepsilon = \frac{6M}{(2m + 3m_1)(R_1 + R_2)^2}$$

Bài 17.

Một máng nhẹ uốn thành đường xoắn ốc hình trụ thẳng đứng bán kính R , có thể quay tự do quanh trục đối xứng thẳng đứng (Hình 2.35P). Biết

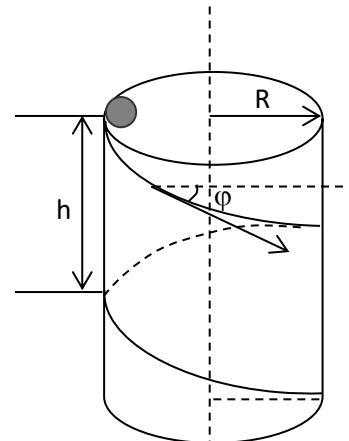
vòng xoắn nghiêng 1 góc $\varphi = \frac{\pi}{4}$ so với phương ngang. Một

vật có khối lượng m được thả không vận tốc ban đầu cho trượt không ma sát xuống theo máng. Coi khối lượng của máng bằng khối lượng của vật.

a. Xác định vận tốc của vật tại thời điểm vật trượt xuống được một độ cao bằng h .

b. Tính tốc độ góc quay của máng.

$$\text{ĐS: a. } v = \sqrt{\frac{5gh}{3}} ; \text{ b. } \omega = -\frac{1}{R} \sqrt{\frac{gh}{3}}$$

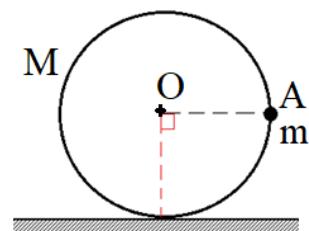


Hình 2.35P

Bài 18. Người ta gắn chặt vào vành tròn khối lượng M đặt dựng đứng trên bàn một vật nhỏ coi là chất điểm có khối lượng $m = \frac{M}{3}$ tại điểm A như

hình vẽ. Tìm giá trị lớn nhất của hệ số ma sát k giữa vành và mặt bàn để vành tròn bắt đầu lăn không trượt.

$$\text{ĐS: } k_{\min} = \frac{F_{ms}}{N} = \frac{m(M+m)}{2M^2 + 4Mm + m^2} = \frac{4}{31}$$



Hình 2.36P

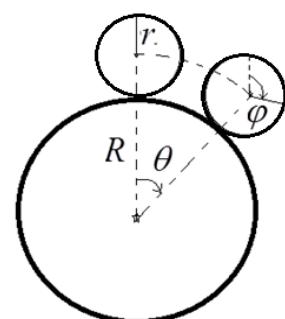
Bài 19. Một quả cầu đồng chất có khối lượng m và bán kính r lăn không trượt trên bề mặt bên ngoài của một quả cầu lớn hơn đứng yên có bán kính R như hình vẽ. Gọi θ là góc cực của quả cầu nhỏ đối với hệ trục tọa độ với gốc được đặt ở tâm của quả cầu lớn, với trục z là trục thẳng đứng. Quả cầu nhỏ bắt đầu lăn không trượt từ vị trí đỉnh của quả cầu lớn ($\theta = 0$).

a. Tính vận tốc ở tâm của quả cầu nhỏ như là hàm của θ .

b. Tính góc mà tại đó quả cầu nhỏ rời khỏi quả cầu lớn.

c. Nếu bây giờ cho phép trượt với một hệ số ma sát là μ (coi hệ số ma sát nghỉ cực đại bằng ma sát trượt) thì ở điểm nào quả cầu nhỏ sẽ bắt đầu trượt?

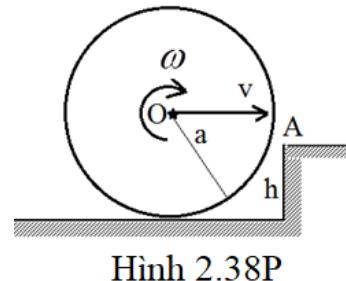
$$\text{ĐS: a. } v = \sqrt{\frac{10(R+r)(1-\cos\theta)g}{7}} ; \text{ b. } \theta_1 = \arccos \frac{10}{17} ;$$



Hình 2.37P

$$c. \theta_2 = \arccos \left(\frac{179\mu^2 + \sqrt{756\mu^2 + 4}}{289\mu^2 + 4} \right)$$

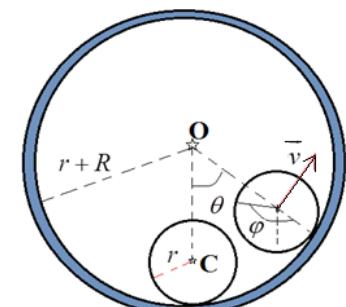
Bài 20. Một quả cầu rắn đồng chất có bán kính a lăn với vận tốc v trên một bờ mặt phẳng và va chạm không đàn hồi với một bậc có độ cao $h < a$ (Hình 2.38P). Hãy tìm vận tốc nhỏ nhất theo h và a để quả bóng có thể lăn qua bậc đó. Biết rằng không xảy ra sự trượt tại điểm va chạm; thời gian va chạm rất ngắn và momen quán tính của một khối cầu rắn đối với trục đi qua tâm của nó là $\frac{2}{5}Ma^2$.



Hình 2.38P

$$\text{ĐS: } v \geq \frac{a\sqrt{70gh}}{7a - 5h}$$

Bài 21. Một quả bóng hình cầu tâm C bán kính r chuyển động trong mặt phẳng thẳm đứng, ở mặt trong của một trụ rỗng. Trụ rỗng có trục đối xứng O nằm ngang, bán kính mặt trong $R+r$ như hình vẽ. Xem xét hai trường hợp: (i) lăn không trượt và (ii) trượt không ma sát mà không lăn.



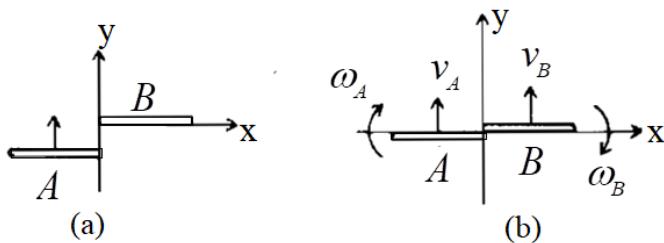
Hình 2.39P

a. Trong mỗi trường hợp thì vận tốc tối thiểu v_i của quả cầu tại đáy vòng tròn phải bằng bao nhiêu để nó không rơi tại vị trí đỉnh của vòng tròn?

b. Trong trường hợp trượt và với v_i nhỏ hơn 10% thì tại vị trí nào trên vòng tròn bắt đầu xảy ra sự rơi?

$$\text{ĐS: a. } v_i = \sqrt{5gR}; \text{ b. } \theta_r = 133,1^\circ$$

Bài 22. Hai chiếc que đồng chất A và B dài 1m, có khối lượng tương ứng là A nặng 1kg và B nặng 2kg. Chúng được đặt song song với nhau trên một mặt phẳng nằm ngang không ma sát (x, y). Vị trí ban đầu của que B là $y = 0, x = 0$ tới $x = 1m$. Que A đang chuyển động với vận tốc $v_0 = 10m/s$ theo chiều dương của trục y và nó mở rộng từ $x = (-1 + e)m$ tới $x = em$, ($e \ll 1m$) như mô tả trên hình 2.40P. Que A đạt tới $y = 0$ tại thời điểm $t = 0$ và va chạm đàn hồi với B. Bỏ qua khả năng có những va chạm sau đó, hãy tìm chuyển động tiếp theo của các que A và B. Kiểm tra tính ngang bằng của năng lượng trước và sau va chạm.

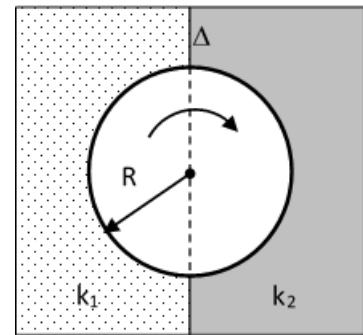


Hình 2.40P

$$\text{ĐS: } v_A = 10 - \frac{X}{m_A} = \frac{20}{3} m/s ; v_B = \frac{X}{m_B} = \frac{5}{3} m/s ;$$

$$\omega_A = \frac{6X}{m_A} = 20 \text{ rad/s} ; \omega_B = \frac{6X}{m_B} = 10 \text{ rad/s}$$

Bài 23. Một đĩa phẳng đồng chất, khối lượng M và bán kính R đang quay với vận tốc góc ω_0 quanh trục thẳng đứng đi qua tâm thì rơi nhẹ lên mặt sàn nằm ngang. Lực cản của sàn tác dụng lên phần đĩa có diện tích ΔS có vận tốc \vec{v} được xác định bởi công thức $\vec{F}_c = -k \cdot \Delta S \vec{v}$ với k là hệ số cản. Mặt sàn gồm hai phần được ngăn cách nhau bởi đường thẳng Δ , có hệ số cản tương ứng là k_1 và k_2 ($k_2 > k_1$). Tại thời điểm ban đầu tâm đĩa nằm trên đường thẳng Δ .



1. Xác định độ lớn gia tốc góc và gia tốc khối tâm của đĩa tại thời điểm ban đầu.
2. Tìm khoảng cách mà tâm đĩa bị dịch đi từ thời điểm ban đầu cho đến khi dừng lại.

$$\text{ĐS: 1. } a_G = \frac{2(k_2 - k_1)\omega_0 R^3}{3M}, \gamma = -\frac{\pi(k_1 + k_2)\omega_0 R^2}{2M};$$

$$2. L = \frac{M\omega_0}{\frac{3\pi(k_1 + k_2)^2}{8} - \frac{4}{3}(k_1 - k_2)}$$

Bài 24. Một cái đĩa đồng chất có bán kính R quay quanh tâm với tốc độ góc ω_0 . Người ta đặt nhẹ nhàng đĩa trên một mặt phẳng ngang. Hệ số ma sát giữa đĩa và mặt phẳng là μ . Hỏi sau thời gian bao lâu thì đĩa dừng lại. Cho gia tốc trọng trường là g .

$$\text{ĐS: } t = \frac{3\omega_0 R}{4\mu g}$$

Bài 25.

Một lăng trực lục giác đều cạnh a , khối lượng m phân bố đều. Mômen quán tính của lăng trụ là $I = \frac{5}{12}ma^2$ các mặt của lăng trụ hơi lõm để khi lăn trên mặt phẳng nghiêng lăng trụ tiếp xúc mặt phẳng nghiêng bằng các cạnh coi là vật rắn. Gọi ω_1, ω_2 lần lượt là vận tốc góc của lăng trụ ngay trước và sau va chạm. Tìm tỉ số $\frac{\omega_2}{\omega_1}$ biết ma sát đủ lớn để khối trụ lăn nhưng không nảy lên.

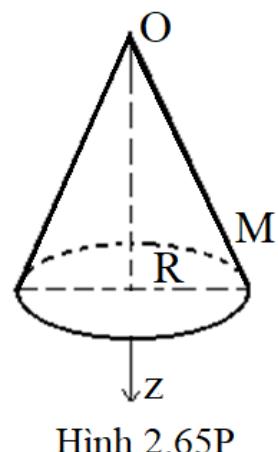
ĐS: 11/17

Bài 26. Một vật A hình nón đặc, đồng chất, khối lượng m phân bố đều theo thể tích, bán kính đáy là R và chiều cao h . Vật được đặt trên mặt phẳng nghiêng có góc nghiêng $\beta = 30^\circ$ so với phương ngang. Ban đầu vật đứng yên, đường sinh mặt nón nằm dọc trên đường dốc chính mặt phẳng nghiêng sao cho đáy ở trên, đỉnh ở dưới.

1. Tính mômen quán tính của vật A đối với trục đối xứng của nó và xác định vị trí khối tâm G .
2. Xác định mô men quán tính của hình nón đối với trục T đi qua đỉnh O và vuông góc với trục đối xứng Oz của nó.
3. Đặt nón lên mặt phẳng nghiêng, buông không vận tốc đầu. Nón lăn không trượt. Tìm vận tốc cực đại khối tâm G của nón.

$$\text{ĐS: 1. } I_z = 0,3mR^2; z_G = \frac{3}{4}h$$

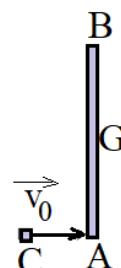
$$2. I_T = \frac{3m}{5} \left[h^2 + \frac{R^2}{4} \right]; 3. v_G = \frac{4}{3} \sqrt{\frac{5gh}{3 + \frac{R^2}{2h^2}}} \frac{h}{\sqrt{R^2 + h^2}}$$



II.2. VA CHẠM VẬT RẮN

Bài 1. Một thanh cứng AB đồng chất tiết diện đều, có khối lượng m, chiều dài l nằm yên trên mặt phẳng ngang nhẵn. Một vật nhỏ C coi là chất điểm cũng có khối lượng m, trượt trên mặt phẳng ngang vận tốc \vec{v}_0 , có phương vuông góc với thanh và va chạm vào đầu A của thanh (Hình 2.51P). Gọi G là khối tâm của thanh. Hãy tìm vận tốc khối tâm G của thanh và tốc độ góc của thanh sau khi vừa va chạm. Xét bài toán trong hai trường hợp:

- a. Va chạm hoàn toàn đàn hồi.
- b. Va chạm mềm, sau va chạm vật C dính chặt vào đầu A.



Hình 2.51P

$$\text{ĐS: a. } v_G = \frac{2v_0}{5}; \omega = \frac{12v_0}{5l}; \text{ b. } v_G = \frac{v_0}{2}; \omega = \frac{6}{5} \frac{v_0}{l}$$

Bài 2. Một thanh đồng nhất AB khối lượng m, chiều dài l có thể quay tự do quanh trực nằm ngang đi qua đầu A, ban đầu thanh đang đứng yên ở vị trí thẳng đứng. Một viên đạn khối lượng m bay với vận tốc v_0 theo phương ngang đến va chạm mềm rồi dính vào đầu B của thanh. Tìm vận tốc của viên đạn ngay sau va chạm.

$$\text{ĐS: } \frac{3v_0}{4}$$

Bài 3. Trên mặt bàn nằm ngang nhẵn có một thanh đồng nhất AB có khối lượng m và chiều dài 2l. Một viên bi khối lượng m chuyển động với vận tốc v_0 theo phương vuông góc với thanh đến va chạm tuyệt đối đàn hồi vào đầu B của thanh. Tìm vận tốc của đầu A ngay sau va chạm.

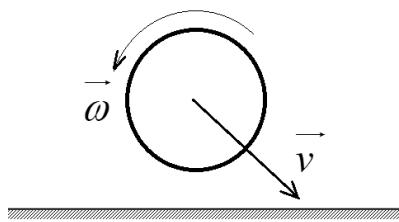
$$\text{ĐS: } \frac{2v_0}{5}$$

Bài 4. Một quả bóng siêu đàn hồi đặc, khối lượng m, bán kính R. Bóng bay tới va chạm vào mặt sàn ngang với vận tốc v và vận tốc góc ω . Chỗ mà quả bóng tiếp xúc với sàn có ma sát giữ cho điểm tiếp xúc không trượt. Do có ma sát nên va chạm là không đàn hồi tuy nhiên có thể bỏ qua sự biến thiên của thành phần pháp tuyến v_y và độ biến thiên động năng bóng.

a. Xác định thành phần tiếp tuyến v_x' của v' và ω' của quả bóng sau va chạm theo v_x và ω trước va chạm? Biện luận?

b. Tính vận tốc điểm tiếp xúc A của bóng trước và sau va chạm? Giải thích kết quả?

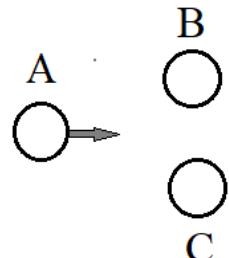
c. Xét $\omega = 0$ và $v_x > 0$.



$$\text{ĐS: a. } \omega' = -\frac{1}{7} \left(3\omega + 10 \frac{v_x}{R} \right); \quad v_x' = \frac{3v_x - 4\omega R}{7}; \text{ b. } \vec{v}_{A'} = -\vec{v}_A$$

Bài 5.

Ba vòng đệm nhỏ giống nhau A, B, C, nằm yên trên một mặt phẳng ngang, nhẵn, người ta truyền cho vòng A vận tốc \vec{v} và nó đến và chạm đồng thời với cả hai vòng B, C (hình vẽ). Khoảng cách giữ hai tâm của các vòng B, C trước khi va chạm bằng N lần đường kính mỗi vòng. Giả sử các va chạm là hoàn toàn đàn hồi. Xác định vận tốc của vòng A sau va chạm. Tính giá trị của N để vòng A: bật ngược lại, dừng lại, tiếp tục tiến lên?



$$\text{ĐS: * Vận tốc A sau va chạm là } v' = \frac{N^2 - 2}{6 - N^2} v$$

* Để A bật ngược trở lại thì $0 < N < \sqrt{2}$.

* Để A đứng yên thì $N = \sqrt{2}$.

* Để A tiếp tục tiến lên phía trước $2 \geq N > \sqrt{2}$.

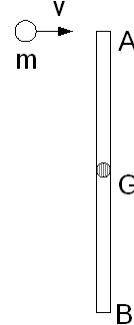
Bài 6. Hai quả cầu giống nhau rất nhẵn va chạm đàn hồi vào nhau với vận tốc song song có độ lớn v và $2v$. Đường thẳng đi qua tâm của quả cầu này và có phương của vận tốc là tiếp tuyến của quả cầu kia. Tính góc mà sau va chạm vận tốc của mỗi quả cầu với hướng ban đầu của nó.

$$\text{ĐS: * Góc giữa } \vec{v}_A' \text{ và } \vec{v}_A \text{ là: } 180^\circ - 79^\circ = 101^\circ. \text{ Góc giữa } \vec{v}_B' \text{ và } \vec{v}_B \text{ là: } 180^\circ - 46^\circ = 134^\circ$$

Bài 7. Một thanh AB đồng chất tiết diện đều, khối lượng m chiều dài l, đặt trên mặt phẳng ngang và dễ dàng quay quanh trục quay cố định đi qua trọng tâm G và vuông góc với mặt phẳng nằm ngang.

Ban đầu nằm yên. Một hòn bi khối lượng m chuyển động với vận tốc v_0 (theo phương nằm ngang và có hướng vuông góc với thanh AB) đập vào đầu A của thanh. Va chạm là hoàn toàn đàn hồi. Biết hệ số ma sát giữa thanh và mặt phẳng nằm ngang là μ . Tìm góc quay cực đại của thanh sau va chạm.

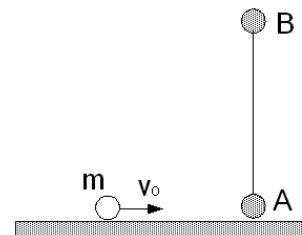
$$\text{ĐS: } \phi = \frac{3}{2} \frac{v_0^2}{\mu gl}$$



Bài 8.

Một thanh cứng AB khối lượng không đáng kể chiều dài l, ở hai đầu có gắn 2 viên bi giống nhau, mỗi viên có khối lượng m. Ban đầu thanh được giữ đứng yên ở trạng thái thẳng đứng, viên bi 2 ở trên, bi 1 ở dưới tiếp xúc với mặt phẳng ngang trơn.

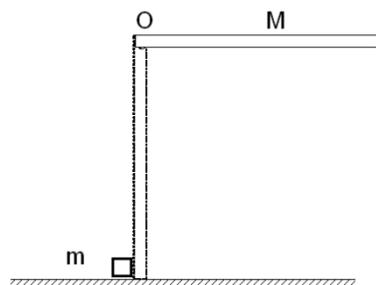
Một viên bi thứ 3 có khối lượng m chuyển động với vận tốc v_0 hướng vuông góc với AB đến va chạm xuyên tâm và dính vào bi 1. Hãy tìm điều kiện v_0 để hệ 2 quả cầu 1 và 3 không rời mặt phẳng ngang? Vận tốc của quả cầu 2 bằng bao nhiêu khi sắp chạm vào mặt phẳng ngang.



$$\text{ĐS: } v_0^2 \leq 12gl ; : v_2 = \sqrt{\frac{7}{9}v_0^2 + 2gl} ; \beta = \angle(\vec{v}_2, \vec{v}_0) \text{ thì } \tan \beta = \frac{3}{v_0} \sqrt{\frac{2v_0^2}{3} + 2gl}$$

Bài 9. Một thanh khối lượng M chiều dài l có thể quay tự do quanh trục cố định O nằm ngang đi qua một đầu thanh. Từ khi vị trí nằm ngang đầu thanh kia được thả ra. Khi rơi đến vị trí thẳng đứng thì nó va chạm hoàn toàn đàn hồi với một vật nhỏ khối lượng m nằm trên mặt bàn. Bỏ qua sức cản của không khí và ma sát ở trục quay của thanh.

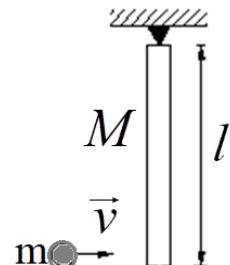
- a. xác định vận tốc của vật m ngay sau va chạm.



b. Xác định khoảng cách s mà vật m đi được sau va chạm nếu hệ số ma sát giữa vật và mặt bàn là μ không phụ thuộc vào vận tốc của vật. Biết rằng ngay sau va chạm thanh đứng lại và vật chuyển động tịnh tiến trên bàn.

$$\text{ĐS: a. } v = \frac{2M}{M+3m} \sqrt{3gl} ; \text{ b. } s = \frac{6M^2 l}{\mu(M+3m)^2}$$

Bài 10. Một chất điểm chuyển động với vận tốc v tới va chạm vào đầu A của thanh kim loại M , chiều dài l được treo vào O ở một đầu của thanh. Coi va chạm đàn hồi. Vận tốc của chất điểm sau va chạm v' của chuyển động cùng phương chiều với v và liên kết là hoàn hảo.



a) $v' = ?$ và $\omega_t = ?$

b) Góc lệch cực đại θ_m của thanh khỏi phương thẳng đứng

c) Sự mất mát động năng tương đối Q của chuyển động theo tỉ số $n = \frac{m}{M}$, khi nào

thì $Q_{\max}?$

$$\text{ĐS: a. } v' = \frac{3m-M}{3m+M} \cdot v; \omega = \frac{6m}{3m+M} \cdot \frac{v}{l}; \text{ b. } \sin \theta_m = \frac{v}{3 + \frac{M}{m}} \cdot \sqrt{\frac{6}{gl}}; \text{ c. } Q = \frac{12}{9n + \frac{1}{n} + 6}$$

, $n = 3 \rightarrow Q_{\max} = 1$

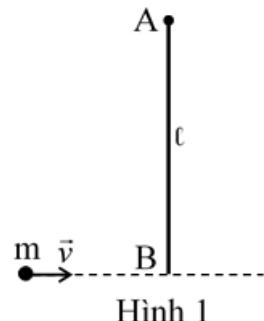
Bài 11.

Một thanh cứng AB đồng chất dài ℓ , khối lượng M có thể quay không ma sát trong mặt phẳng thẳng đứng quanh một trục nằm ngang cố định xuyên qua A (hình 1), ban đầu thanh ở vị trí cân bằng. Một chất điểm khối lượng m chuyển động thẳng đều theo phương nằm ngang với vận tốc v tới va chạm vào đầu B của thanh, gắn chặt vào đó và chuyển động cùng với thanh. Cho gia tốc rơi tự do là g , bỏ qua lực cản không khí.

1. Biết sau va chạm thanh dao động với biên độ góc nhỏ. Chứng tỏ rằng dao động của thanh là điều hòa. Tìm góc lệch cực đại của thanh so với phương thẳng đứng.

2. Tìm giá trị tối thiểu vận tốc v của chất điểm m trước khi va chạm để thanh có thể quay tròn quanh A.

$$\text{ĐS: } 1. \theta_{\max} = \frac{3mv_0}{(M+3m)\omega l}, \text{ với } \omega = \sqrt{\frac{3g(M+2m)}{2l(M+3m)}}.$$



Hình 1

Bài 12. Thanh ABC khối lượng M , chiều dài $2L$, gấp lại tại trung điểm B đặt trên mặt phẳng nằm ngang. Vật m chuyển động với vận tốc \vec{v}_0 trên mặt phẳng nằm ngang theo phương vuông góc với BC, va chạm với thanh tại C. Coi va chạm là đòn hồi, bỏ qua ma sát. Tìm điều kiện của m để sau va chạm vật bị bật ngược trở lại.

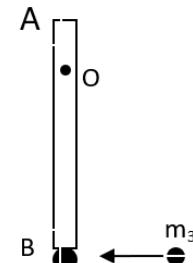
$$\text{ĐS: } \frac{M}{m} < \frac{5}{29}.$$

Bài 13. Một **vành đai** có bán kính R **lăn không trượt** với **vận tốc v_0** trên mặt phẳng ngang **rồi** va **cạnh hoàn toàn** không đòn hồi vào một cái bậc có chiều cao h ($h < R$). Vành đai sẽ có **vận tốc** là bao nhiêu khi nó trèo lên bậc? Với **vận tốc tối thiểu** là bao nhiêu **vành đai** có thể vượt qua bậc? Giả sử **không** có sự trượt trong suốt quá trình.

$$\text{ĐS: } v_0 \geq \frac{8}{3} \frac{gh}{R(1-\sin\alpha)}$$

Bài 14. Một cái thước đồng chất AB khối lượng $m_1 = 200\text{g}$, chiều dài $l = 80\text{cm}$, có trục quay cố định nằm ngang đi qua điểm O trên thanh và cách đầu A đoạn $OA = 20\text{cm}$. Đầu B của thước có gắn chặt một quả cầu nhỏ C khối lượng $m_2 = 100\text{g}$. Hệ đang cân bằng thì người ta bắn theo phương ngang vào quả cầu C một vật nhỏ khối lượng $m_3 = 100\text{g}$ với vận tốc v . Biết va chạm là **tuyệt đối đòn hồi** và sau va chạm thước đạt **góc lệch lớn nhất** so với phương thẳng đứng là 60° .

Cho $g = 9,8\text{m/s}^2$. Bỏ qua lực cản của không khí và ma sát ở trục quay.



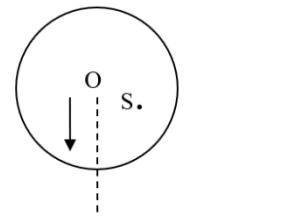
1. Tính vận tốc góc của thước ngay sau va chạm?

2. Tính vận tốc v của m_3 ngay trước va chạm?

ĐS: a. $\omega = 4,23 \text{ (rad/s)}$; 2. $v=3,16 \text{ (m/s)}$.

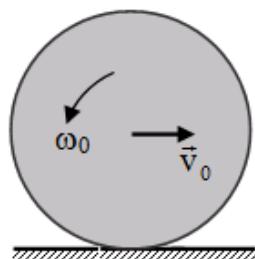
Bài 15. Một quả cầu **không đồng chất** khói lượng m , chuyển động với vận tốc \vec{v}_0 , đập vuông góc lên một chướng ngại vật nặng và rắn nằm ngang. Tâm khói S của quả cầu cách tâm hình học O một khoảng cách D.

Vị trí của quả cầu và chướng ngại vật ngay trước khi va chạm được biết như trên hình vẽ. Trước khi va chạm quả cầu không quay. Giả thiết rằng do hậu quả của va chạm xảy ra rất nhanh, tổng năng lượng của quả cầu không bị thay đổi. Tính vận tốc khói tâm của quả cầu. Sau va chạm, nếu biết giữa quả cầu và vật chướng ngại không xuất hiện ma sát, có thể bỏ qua biến dạng của chúng. Mô men quán tính của quả cầu tính qua tâm khói S bằng I và công nhận $I > mv^2$.



$$\text{ĐS: } v_s = -v_0 \cdot \frac{1 - \frac{mD^2}{I}}{1 + \frac{mD^2}{I}}$$

Bài 16. Một khói **trụ đồng chất** khói lượng 20kg bán kính 20cm có thể chuyển động trên một mặt phẳng ngang. Hệ số ma sát trượt giữa khói trụ và mặt phẳng ngang $\mu=0,1$. Lấy $g=10\text{m/s}^2$. Ở thời điểm ban đầu truyền cho khói trụ một chuyển động quay xung quanh khói tâm với tốc độ góc $\omega_0 = 65\text{rad/s}$ và vận tốc của khói tâm $v_0 = 5\text{m/s}$. Bỏ qua ma sát lăn, tính công của lực ma sát.

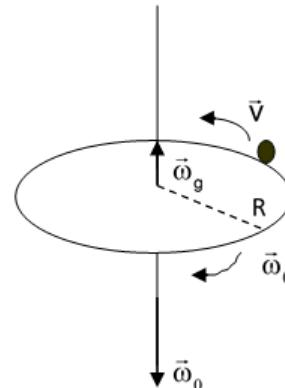


$$\text{ĐS: } A = -1080 \text{ J.}$$

Bài 17. Một quả cầu đặc, đồng chất có khói lượng $m = 2 \text{ kg}$, bán kính R lăn không trượt theo một mặt phẳng nằm ngang với vận tốc $v_1 = 10 \text{ m/s}$ đến va chạm vào một bức tường thẳng đứng và bật trở ra vẫn lăn không trượt với vận tốc $v_2 = 0,8v_1$. Tính nhiệt lượng tỏa ra trong quá trình va chạm.

$$\text{ĐS: } Q = 50,4 \text{ J}$$

Bài 18. Một con gián khói lượng m bò ngược chiều kim đồng hồ theo mép một cái khay nhiều ô (một cái đĩa tròn lắp trên một trực thẳng đứng), bán kính R , mômen quán tính I , với ô trực không ma sát. Vận tốc của con gián (đối với trái đất) là v , còn khay quay theo chiều kim đồng hồ với vận tốc góc ω_0 . Con gián tìm được mẫu vụn bánh mì ở mép khay và dừng lại.



a) Vận tốc góc của khay sau khi con gián dừng lại, là bao nhiêu?

b) Cơ năng của hệ có bảo toàn không?

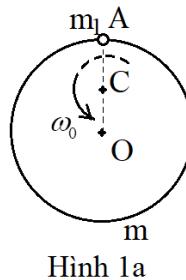
ĐS: a. $\omega = \frac{mRv - I\omega_0}{I + mR^2}$; b. $K_2 < K_1$: Động năng(cơ năng) của hệ bị giảm

Bài 19.

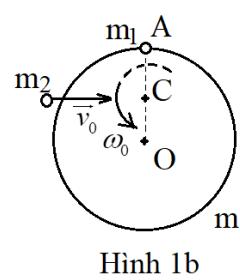
1. Một khung mảnh, hình tròn tâm O, bán kính R, cứng, đồng chất tiết diện đều, khối lượng m. Trên khung tại điểm A người ta gắn chặt một viên bi thứ nhất rất nhỏ coi như chất điểm, có khối lượng $m_1 = m$. Gọi C là khối tâm của hệ khung và bi. Hệ đặt nằm trên mặt sàn phẳng nằm ngang nhẵn. Sau đó người ta xoay hệ quay trên mặt phẳng ngang quanh khối tâm C với vận tốc góc ω_0 (Hình 1a), với C đứng yên.

Tính momen động lượng đối trục thẳng đứng qua khối tâm C và động năng của hệ theo m, R và ω_0

2. Khi hệ khung- bi đang xoay (nhìn từ trên xuống khung quay theo chiều ngược kim đồng hồ) thì người ta dùng viên nhỏ bi thứ 2, khối lượng $m_2 = m$, cho trượt trên mặt phẳng ngang với vận tốc \vec{v}_0 bắn vào khung, véc tơ \vec{v}_0 hướng vào C. Thời điểm bi thứ 2 va chạm vào khung là lúc OA vuông góc với \vec{v}_0 (Hình 1b).



Hình 1a



Hình 1b

Biết rằng: va chạm hoàn toàn đàn hồi; thời gian va chạm rất ngắn, bỏ qua mọi ma sát; khi va chạm các vật chỉ chuyển động trên mặt sàn nằm ngang; bi thứ nhất vẫn dính chặt trên khung; trong đó $\omega_0 R = v_0$

Sau va chạm, gọi: v_1 là tốc độ của bi thứ nhất, v_2 là tốc độ bi thứ 2, gọi v_C là tốc độ khối tâm của hệ khung và bi thứ nhất, ω là tốc độ góc khung. Coi m, R, v_0 là những giá trị đã biết.

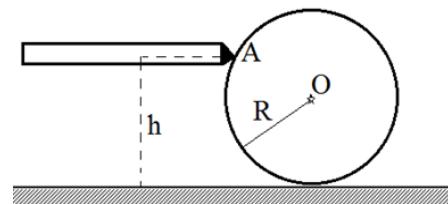
Hãy tìm v_1 , v_2 , v_C và ω .

ĐS:

$$1. L = \frac{3}{2} m R^2 \omega_0; 2. v_1 = \frac{\sqrt{93}}{26} v_0, v_2 = \frac{\sqrt{61}}{13} v_0, v_C = \frac{2\sqrt{3}}{13} v_0, \omega = \frac{15}{13} \frac{v_0}{R}$$

Bài 20. Một quả bóng bi-a có bán kính R và khối lượng M bị chọc bởi một chiếc gậy bi-a ở độ cao h so với bàn bi-a (Hình 2.43P). Cho momen quán tính của quả bóng bi-a là $\frac{2}{5}MR^2$. Hãy tìm độ cao h để ở đó quả bóng bị chọc lăn trên bàn mà không trượt. Bỏ qua ma sát giữa bi-a và sàn.

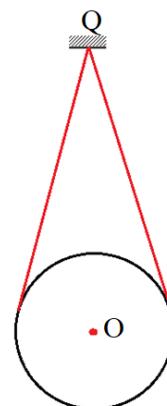
$$\text{ĐS: } h = \frac{7}{5}R$$



Hình 2.43P

Bài 21. Một con lắc thử đạn có dạng trụ khối lượng M , bán kính R treo trên 2 sợi chỉ không dãn (hình vẽ). Viên đạn có khối lượng m chuyển động với vận tốc v dọc theo trục khối trụ và viên đạn quay quanh trục của nó vận tốc ω , xuyên vào và mắc ở tâm của nó. Khoảng cách từ điểm treo đến tâm con lắc là L . Con lắc có thể di chuyển không ma sát về mọi hướng. Viên đạn có thể coi như một khối trụ đồng chất bán kính r ($r \ll R$). Xác định chiều chuyển động của con lắc so với quỹ đạo viên đạn ngay sau khi viên đạn mắc vào nó. Giả thiết rằng trong thời gian viên đạn xuyên vào con lắc, con lắc không kip lệch một khoảng đáng kể.

$$\text{ĐS: } \alpha = \arctan \left(\frac{\omega r^2}{2v_0 L \left[\frac{m}{M+m} \left(\frac{r^2}{2L^2} \right) + \frac{M}{M+m} \left(\frac{R^2}{2L^2} \right) + 1 \right]} \right)$$

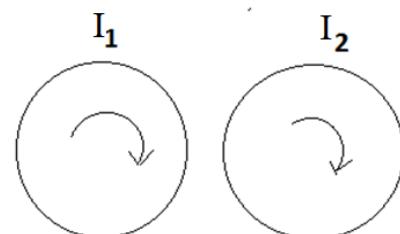


Hình 2.44P

Bài 22. Truyền cho hai đĩa, có cùng bán kính, cùng tốc độ góc ω_0 và sau đó cho chúng tiếp xúc nhau và sau một khoảng thời gian nào đó hệ chuyển sang một trạng thái mới được thành lập. Các trục của đĩa không chuyển động, bỏ qua ma sát ở các trục. Momen quán tính của các đĩa đối với trục quay của chúng là I_1 và I_2 . Hãy tìm:

a. Độ biến thiên momen xung lượng của hệ.

b. Độ giảm cơ năng hệ.

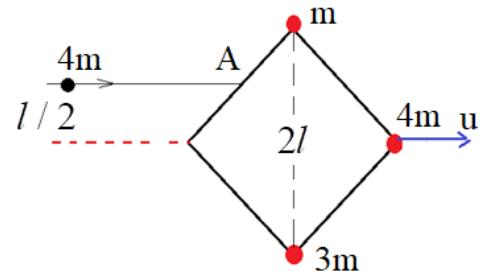


Hình 2.45P

$$\text{ĐS: a. } |\Delta L| = L_{o1} - L_{o1}' = \dots = \frac{4I_1 I_2}{I_1 + I_2} \omega_0; \text{ b. } |\Delta K| = \frac{2I_1 I_2}{I_1 + I_2} \omega_0^2$$

Bài 23. Một khung cứng hình vuông, chuyển động tịnh tiến không quay với vận tốc u trên mặt phẳng nhẵn nằm ngang. Trên ba đỉnh của hình người ta gắn ba quả cầu khối lượng m , $4m$ và $3m$ (Hình 2.46P). Chiều dài đường chéo hình vuông là $2l$. Một quả cầu bằng đất nặn khối lượng $4m$ đuổi theo hệ. Va chạm không đàn hồi xảy ra tại điểm A, cách một khoảng $\frac{l}{2}$ so với đường chéo mà hệ chuyển động dọc theo nó trước khi va chạm. Biết rằng sau va chạm tâm quán tính của cả hệ (hệ 4 vật) có vận tốc $2u$. Bỏ qua ma sát và khối lượng khung, xác định vận tốc góc Ω của hệ.

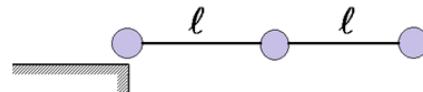
$$\text{ĐS: } \omega = \frac{18u}{29l}$$



Hình 2.46P

Bài 24. Một hệ nằm ngang, gồm ba quả cầu nhỏ giống nhau, được nối với nhau bằng một que cứng không trọng lượng, độ dài l . Hệ rời với vận tốc không đổi v_0 và quả cầu bên trái va vào gờ của một bờ mặt nằm ngang (hình vẽ). Xác định vận tốc góc ω của hệ ngay sau khi va chạm, coi va chạm là đàn hồi tuyệt đối.

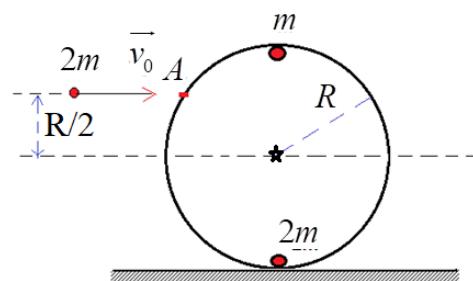
$$\text{ĐS: } \frac{6v_0}{5l}$$



Hình 2.47P

Bài 25. Một hệ gồm hai quả cầu nặng, gắn chặt vào một vòng dây đang chuyển động tịnh tiến không quay trên một bờ mặt nhẵn nằm ngang (Hình 2.48P). Khối lượng của các quả cầu là m và $2m$, bán kính vòng dây R . Một quả cầu bằng đất nặn khối lượng $2m$ có vận tốc v_0 chuyển động ngược chiều về phía hệ, v_0 song song với vectơ vận tốc của hệ. Quả cầu đất va vào vòng dây và dính luôn vào vòng tại điểm A ở khoảng cách $R/2$ tính từ đường kính mà hệ chuyển động dọc theo nó trước khi va chạm. Bỏ qua khối lượng của vòng dây và ma sát với bờ mặt nằm ngang, tìm vận tốc góc Ω của hệ sau va chạm và vận tốc u của vòng nếu biết rằng ban đầu tâm quán tính của hệ vòng dây chuyển động về phía ngược lại với cùng vận tốc u .

$$\text{ĐS: } \Omega = \frac{25v_0}{88R}; \quad u = \frac{v_0}{4}$$

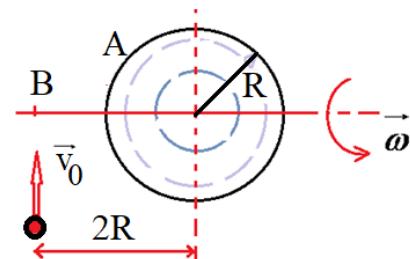


Hình 2.48P

Bài 26. Một quả cầu đồng chất khối lượng phân bố đều, bán kính R nối liền với một nan hoa AB khối lượng không đáng kể. AB nằm trên đường kéo dài của đường kính quả

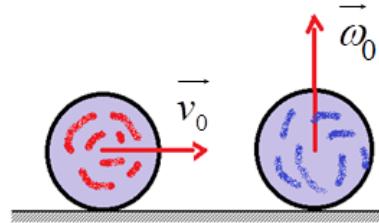
cầu. Quả cầu và nan hoa được cho quay quanh trục đi qua tâm của chúng đến vận tốc góc ω (trục quay qua nan hoa). Một chất điểm vận tốc \vec{v}_0 bay cách tâm cầu một khoảng $2R$ đến va chạm đàm hồi tuyệt đối vào nan hoa. Vận tốc \vec{v}_0 vuông góc với nan hoa và nằm trong mặt phẳng đi qua tâm quả cầu (trong mặt phẳng hình vẽ). Sau va chạm chất điểm dừng lại, góc lệch lớn nhất của nan hoa so với mặt phẳng trên (mặt phẳng chứa AB và \vec{v}_0) là φ . Xác định φ , nếu $\frac{R\omega}{v_0} = 50$. Bỏ qua ma sát. *Coi quả cầu chuyển động xảy ra trong không gian tự do.*

$$ĐS: \varphi = \frac{1}{55} rad = 1^0$$



Hình 2.49P

Bài 27. Một quả cầu đặc đồng chất nhẵn, bán kính r , nằm trên mặt bàn nằm ngang quay nhanh quanh đường kính thẳng đứng của nó với vận tốc góc ω_0 (Hình 2.50P). Một quả cầu thứ hai giống hệt có vận tốc v_0 tới va chạm vào nó. Va chạm là đàm hồi tuyệt đối và không có sự truyền chuyển động quay. Quả cầu thứ nhất bắt đầu chuyển động trượt trên mặt bàn. Hệ số ma sát trượt không phụ thuộc vào vận tốc. Tìm góc α giữa trục quay tức thời của quả cầu thứ nhất với đường thẳng đứng tại thời điểm t bất kỳ, khi quả cầu vẫn chưa ngừng trượt. Tìm độ lớn của góc khi quả cầu này chuyển động chỉ có lăn thuần túy. Bỏ qua ma sát lăn và ma sát quay. Xét trường hợp khi v_0 và ω_0 liên hệ với nhau bằng hệ thức $v_0 = \omega_0 r$.

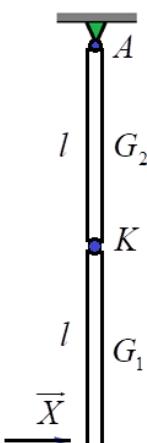


Hình 2.50P

$$\text{Đáp số: } \tan \alpha = \frac{5 kgt}{2 r \omega_0}; \tan \alpha_i = \frac{5}{7} \frac{v_0}{r \omega_0}$$

Bài 28.

Hai thanh giống nhau nối với nhau bằng một khớp và treo trên trục nằm ngang đi qua đầu của thanh phía trên. Tác dụng vào đầu dưới của thanh phía dưới một xung lực theo phương ngang (Hình 2.52P). Tìm tỷ số giữa vận tốc góc của các thanh sau khi tác dụng lực.

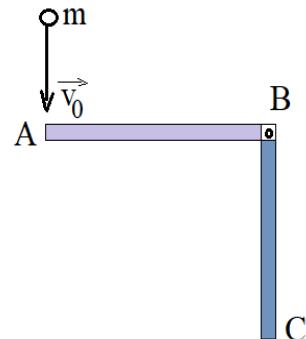


Hình 2.52P

$$\text{ĐS} \quad \frac{\omega_1}{\omega_2} = -5$$

Bài 29. Một thước gấp gồm hai đoạn giống nhau AB và CB đồng chất tiết diện đều, mỗi đoạn có chiều dài l , khối lượng $\frac{m}{2}$, nối với nhau qua chốt B và đặt chúng trên mặt phẳng ngang nhẵn như hình 2.53P. Ban đầu hai đoạn của thước vuông góc nhau và đang đứng yên. Sau đó một hòn bi khối lượng m chuyển động trên mặt phẳng ngang với vận tốc \vec{v}_0 theo phương vuông góc thanh AB và đập vào đầu A. Biết va chạm hoàn toàn đàn hồi. Tính vận tốc bi, vận tốc khối tâm thước và tốc độ góc của thước quanh khối tâm sau khi vừa va chạm trong hai trường hợp:

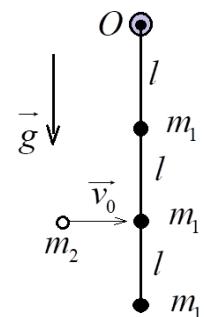
- a. Chốt B gắn cố định hai đoạn thước.
- b. Chốt B tự do.



Hình 2.53P

$$\text{ĐS: a. Bi } v_1 = \frac{27}{47} v_0; \text{ thước } \omega = \frac{72}{40} \frac{v_0}{l}; \quad v_2 = \frac{20}{47} v_0; \quad b. \text{ Bi } v_1 = \frac{27}{37} v_0; \text{ thước } v_2 = \frac{28}{37} v_0; \omega_2 = \frac{72}{37} \frac{v_0}{l}; v_3 = -\frac{8}{37} v_0$$

Bài 30. Ba quả cầu nhỏ, khối lượng mỗi quả đều là m_1 gắn trên một thanh cứng nhẹ, cách nhau một khoảng bằng l . Thanh có thể quay quanh chốt nằm ngang tại điểm O không ma sát. Khi các quả cầu đang đứng yên tại vị trí cân bằng theo phương thẳng đứng thì có một viên đạn khối lượng m_2 , bay ngang trúng quả cầu giữa như hình vẽ với vận tốc v_0 . Ngay sau vừa va chạm viên đạn quay ngược lại với vận tốc \vec{v} (\vec{v} ngược hướng với \vec{v}_0). Cho gia tốc trọng trường là g . Hỏi sau va chạm thanh cứng quay được một góc bao nhiêu quanh điểm O?



Hình 2.54P

ĐS:

-Điều kiện để thanh cứng quay tròn quanh O, khi đó $\alpha = \pi$ và $\omega^2 > 0$.

$$\text{Khi đó } \rightarrow \frac{m_2(v_0 - v)}{7m_1} > \sqrt{\frac{12gl}{7}}$$

Nếu $\frac{m_2(v_0 - v)}{7m_1} \leq \sqrt{\frac{12gl}{7}}$ thì góc quay cực đại quanh O là α_{\max} được xác định bằng biểu thức $\cos \alpha_{\max} = 1 - \frac{7}{6gl} \left[\frac{m_2(v_0 - v)}{7m_1} \right]^2$

Bài 31. Một quả cầu rỗng, cứng, có khối lượng m phân bố đều trên mặt cầu, tâm O bán kính R có đỉnh A, được đặt trên sàn nằm ngang nhẵn.

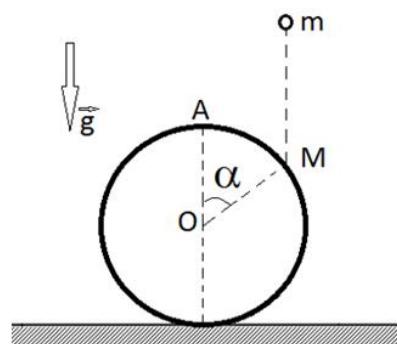
Một hòn bi nhỏ coi là chất điểm có khối lượng m được

thả rơi tự do từ độ cao so với sàn $h = (2R + \frac{R\sqrt{2}}{2})$, rơi chạm vào điểm M trên mặt cầu (Hình 2.55P). Coi mặt sàn rất cứng, quả cầu rỗng không nảy lên khi va chạm; thời gian va chạm rất ngắn. Biết góc $\angle MOA = \alpha = 45^\circ$.

Hãy tìm vận tốc tịnh tiến khói tâm mỗi vật và tốc độ góc quả cầu rỗng trong hai trường hợp:

- Va chạm hoàn toàn đàn hồi.
- Va chạm mềm (sau va chạm quả cầu nhỏ dính trên mặt cầu).

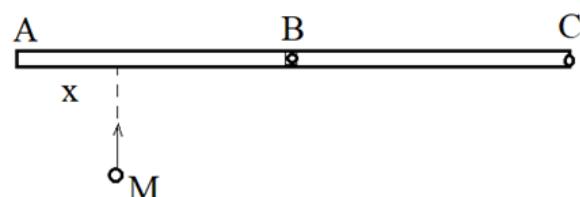
ĐS: a. Bi $v_1 = \frac{\sqrt{5}}{3}v_0$; quả cầu $v_2 = \frac{2}{3}v_0$, $\omega = 0$; b. Bi $v_1 = \frac{3}{17}\sqrt{10gR}$, quả cầu $\omega = \frac{6\sqrt{2}}{17} \frac{v_0}{R}$, $v_2 = \frac{3}{17}\sqrt{2gR}$



Hình 2.55P

Bài 32. Hai thanh nhỏ giống nhau, cùng khối lượng m và chiều dài l được nối với nhau bằng chốt tự do B, chốt C cố định như hình vẽ. Hai thanh có thể quay không ma sát quanh các chốt. Ban đầu hệ hai thanh thẳng hàng và cùng nằm trên một mặt phẳng ngang nhẵn.

Một vật nhỏ khối lượng M=3m, chuyển động theo phương vuông góc hai thanh, đập vào thanh AB ở vị trí cách đầu A một đoạn x.



Hình 2.56P

- Tìm x để sau va chạm hai thanh chuyển động cùng tốc độ góc.
- Khi đó vận tốc vật và vận tốc góc các thanh là bao nhiêu?

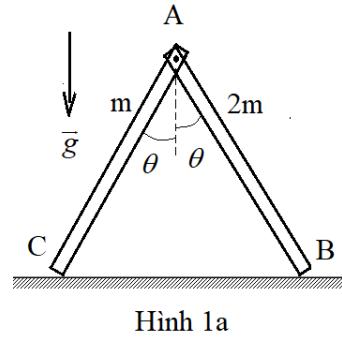
ĐS: a. $x = \frac{3l}{5}$

Lưu ý: Cùng tốc độ góc khác với cùng vận tốc góc

Bài 33. Hai thanh nhỏ AB và AC đồng chất, tiết diện đều, có cùng chiều dài l , khối lượng phân bố đều dọc thanh. Hai thanh liên kết với nhau bởi chốt liên kết tự do A ở một đầu mỗi thanh. Chốt liên kết A có dạng là một cái trục rất nhỏ luôn vuông góc với mặt phẳng ABC. Thanh thứ nhất (AB) có khối lượng $2m$; thanh thứ hai (AC) có khối lượng m và chốt liên kết có khối lượng không đáng kể. Coi hai thanh dễ dàng quay quanh chốt liên kết và bỏ qua mọi ma sát.

1. Khi hai thanh đặt trên cùng mặt phẳng thẳng đứng, đầu A ở trên, B và C tựa trên mặt phẳng ngang. Ban đầu AB và AC có phương gần như thẳng đứng. Sau đó buông hệ tự do, đầu B bắt đầu trượt sang phải và C trượt sang trái trên sàn và ba điểm A, B, C luôn nằm trên một mặt phẳng thẳng đứng. Gọi θ là góc tạo bởi phương mỗi thanh cung và phương thẳng đứng (Hình 1a).

$$\text{Đặt } \omega = \frac{d\theta}{dt}.$$



Hình 1a

a. Hãy xác định ω theo θ , gia tốc rơi tự do g và l .

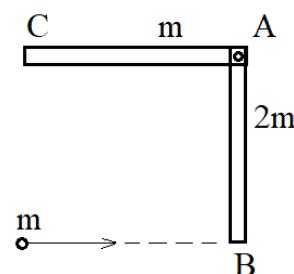
b. Hãy tìm ω khi chốt liên kết tự do A sắp chạm đất

2. Khi hệ hai thanh đặt nằm yên trên cùng mặt phẳng ngang và vuông góc nhau. Ta dùng viên bi dẻo có khối lượng m , chuyển động trên mặt phẳng ngang theo phương song song CA, có vận tốc \vec{v}_0 , đến va chạm mềm vào đầu B của thanh thứ nhất (Hình 1b). Sau va chạm, bi dính chặt vào đầu B của thanh thứ nhất và cùng chuyển động.

Tìm vận tốc góc của thanh thứ nhất và vận tốc thanh thứ 2 sau khi vừa va chạm.

$$\text{ĐS: 1a. } \omega = 6\sqrt{\frac{g}{l} \frac{(1 - \cos \theta)}{(\sin^2 \theta + 11)}}; \text{ 1b. } \omega = \sqrt{\frac{3g}{l}};$$

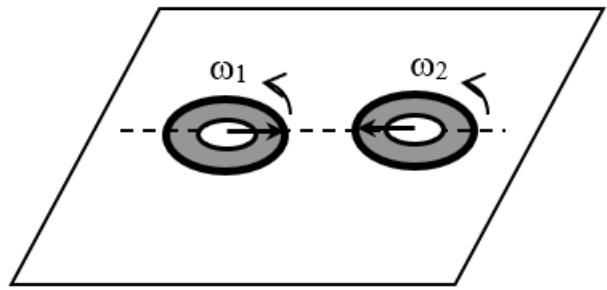
$$2. \omega_1 = \frac{3}{4} \frac{v_0}{l}; v_2 = -\frac{v_0}{8}$$



Hình 1b

Bài 34. Hai chiếc đĩa tròn đồng chất giống nhau chuyển động trên mặt phẳng nằm ngang rất nhẵn, theo đường thẳng nối tâm các đĩa, đến gặp nhau. Các đĩa này quay cùng chiều quanh trục thẳng đứng qua tâm của chúng với các vận tốc góc tương ứng là ω_1 và ω_2 .

Tác dụng của lực ma sát giữa các đĩa và mặt bàn không đáng kể, còn tác dụng của lực ma sát xuất hiện ở điểm tiếp xúc hai đĩa với nhau thì đáng kể. Biết các đĩa có khối lượng m , có dạng trụ tròn thẳng đứng, hai đáy phẳng, bán kính R ; phần tâm đĩa có khoét một lỗ thủng hình trụ tròn đồng tâm với vành đĩa, bán kính $R/2$.



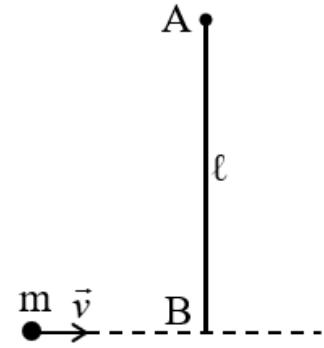
1. Tính mômen quán tính đối với trục quay nói trên của mỗi đĩa.
2. Hãy xác định vận tốc góc của các đĩa sau va chạm, biết rằng vào thời điểm va chạm kết thúc, tốc độ của các điểm va chạm trên các đĩa theo phương vuông góc với đường nối tâm của chúng là bằng nhau.
3. Xác định thành phần vận tốc tương đối của hai điểm tiếp xúc nhau của hai đĩa theo phương vuông góc với đường nối tâm của chúng ngay sau lúc va chạm.

$$\text{ĐS:} 1. \frac{5mR^2}{8}; 2. \omega_1 = \frac{9\omega_1 - 4\omega_2}{13}; \omega_2 = \frac{9\omega_2 - 4\omega_1}{13}; v_{1\perp} = \frac{5(\omega_1 + \omega_2)R}{26};$$

$$3. v_{\perp} = \frac{(\omega_1 - \omega_2)R}{2}$$

CHƯƠNG III. DAO ĐỘNG VẬT RẮN

Bài 1. Một thanh cứng AB đồng chất dài ℓ , khối lượng M có thể quay không ma sát trong mặt phẳng thẳng đứng quanh một trục nằm ngang cố định xuyên qua A (hình 1), ban đầu thanh ở vị trí cân bằng. Một chất điểm khối lượng m chuyển động thẳng đều theo phương nằm ngang với vận tốc v tới va chạm vào đầu B của thanh, gắn chặt vào đó và chuyển động cùng với thanh. Cho gia tốc rơi tự do là g , bỏ qua lực cản không khí.

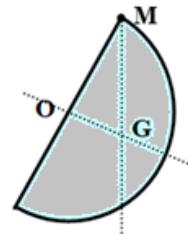


1. Biết sau va chạm thanh dao động với biên độ góc nhỏ. Chứng tỏ rằng dao động của thanh là điều hòa. Tìm góc lệch cực đại của thanh so với phương thẳng đứng.

2. Tìm giá trị tối thiểu vận tốc v của chất điểm m trước khi va chạm để thanh có thể quay tròn quanh A.

$$\text{ĐS: } 1. \theta_{\max} = \frac{3mv_0}{(M+3m)\omega l} \text{ với } \omega = \sqrt{\frac{3g(M+2m)}{2l(M+3m)}} ; 2. v_0 = \frac{1}{m} \sqrt{\frac{2(M+2m)(M+3m)gl}{3}}$$

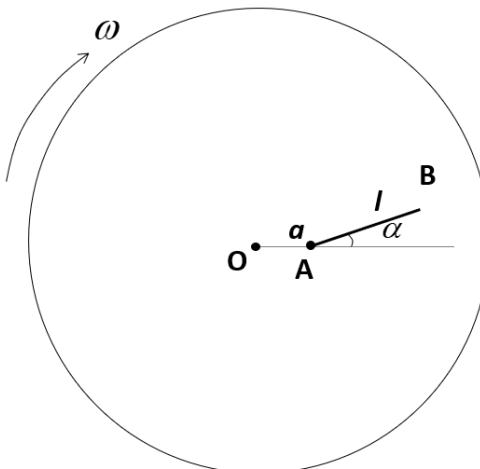
Bài 2. Một vật rắn có dạng tấm phẳng, mỏng, đồng chất hình bán nguyệt tâm O, khối lượng m, bán kính R. Tấm phẳng có thể chuyển động quay trong mặt phẳng thẳng đứng, không ma sát quanh trục cố định vuông góc với mặt phẳng của tấm qua M nằm trên đường kính và cách O một khoảng bằng R. (hình vẽ).



1. Xác định vị trí khối tâm G của tấm phẳng.
2. Xác định chu kì dao động nhỏ của tấm phẳng quanh trục quay.
3. Bây giờ ta xét trường hợp trục quay cố định vuông góc với mặt phẳng của tấm qua tâm O. Trên đường OG qua khối tâm, người ta gắn thêm một vật nhỏ khối lượng $m_1 = m/2$ vào tấm, cách O một đoạn x. Cho hệ dao động nhỏ quanh trục qua O. Tìm x để chu kỳ dao động của hệ là nhỏ nhất, tìm chu kì đó.

ĐS: 1. $z_G = \frac{4R}{3\pi}$; 2. $T = 2\pi \sqrt{\frac{9\pi R}{2g\sqrt{9\pi^2 + 16}}}$; 3. $T_o = T_{o\min} = 2\pi \sqrt{\frac{(-16 + 2\sqrt{9\pi^2 + 64})R}{3\pi g}}$ khi
 $x = \frac{-8 + \sqrt{9\pi^2 + 64}}{3\pi} R$

Bài 3. Một cái đĩa nhẵn nằm ngang có thể quay quanh một trục thẳng đứng đi qua tâm O của đĩa. Trên đĩa có một thanh AB dài l có thể quay quanh một trục thẳng đứng qua A gắn vào đĩa và cách trục O của đĩa một khoảng a. Vị trí ban đầu của thanh AB hợp với đường thẳng OA một góc α nhỏ như hình 1. Quay đĩa quanh O với vận tốc góc ω không đổi.

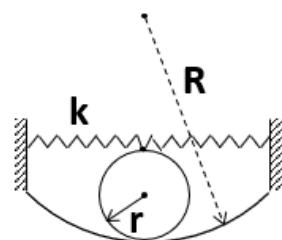


Chứng minh rằng, đối với đĩa thanh AB dao động điều hoà và tìm tần số góc ω_0 của dao động của thanh.

ĐS: $\omega_0 = \omega \sqrt{\frac{3a}{2l}}$

Bài 4. Một hình trụ đặc đồng chất, có trọng lượng P, bán kính r đặt trong một lõm bán kính cong R như hình vẽ. Ở điểm trên hình trụ người ta gắn hai lò xo có độ cứng như nhau. Tìm chu kỳ dao động nhỏ của hình trụ với giả thiết hình trụ lăn không trượt. Xét trường hợp: không có lò xo, khi mặt lõm là mặt phẳng.

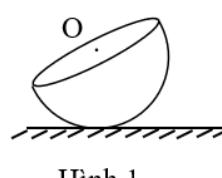
ĐS: $T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{2}{3} \frac{g}{(R-r)} + \frac{16k}{m}}}$



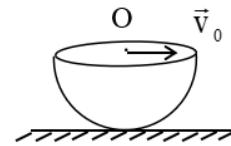
Bài 5.

Cho một bán cầu đặc đồng chất, khối lượng m, bán kính R, tâm O.

1. Chứng minh rằng khối tâm G của bán cầu cách tâm O của nó một đoạn là $d = 3R/8$.



Hình 1



Hình 2

2. Đặt bán cầu trên mặt phẳng nằm ngang. Đây bán cầu sao cho trục đối xứng của nó nghiêng một góc nhỏ so với phương thẳng đứng rồi buông nhẹ cho dao động (Hình 1). Cho rằng bán cầu không trượt trên mặt phẳng này và ma sát lăn không đáng kể. Hãy tìm chu kì dao động của bán cầu.

3. Giả thiết bán cầu đang nằm cân bằng trên một mặt phẳng nằm ngang khác mà các ma sát giữa bán cầu và mặt phẳng đều bằng không (Hình 2). Tác dụng lên bán cầu trong khoảng thời gian rất ngắn một xung của lực \vec{X} nào đó theo phương nằm ngang, hướng đi qua tâm O của bán cầu sao cho tâm O của nó có vận tốc \vec{v}_0 .

a) Tính năng lượng đã truyền cho bán cầu.

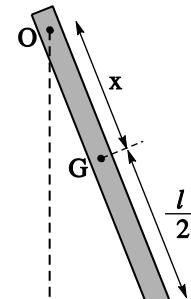
b) Mô tả định tính chuyển động tiếp theo của bán cầu. Coi v_0 có giá trị nhỏ.

Cho biết gia tốc trọng trường là g ; mô men quán tính của quả cầu đặc đồng chất khối lượng M , bán kính R đối với trục quay đi qua tâm của nó là $I = \frac{2}{5}MR^2$.

ĐS : 2. $T = 2\pi\sqrt{\frac{26R}{15g}}$; 3a. $E \approx 0,32 \frac{mv_0^2}{2}$; 3b. Khối tâm bán cầu chuyển động với thành phần vận tốc theo phương ngang bằng v_G không đổi. Bán cầu dao động quanh khối tâm.

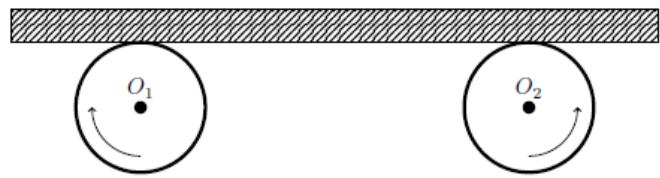
Bài 6. Một cái thước có chiều dài l , dao động nhỏ quanh một trục đi qua O, cách trọng tâm G một đoạn x .

- a) Tìm chu kì dao động của thước theo l và x .
- b) Với giá trị nào của $\frac{x}{l}$ thì chu kì là cực tiểu?
- c) Nếu $l = 1,00$ m và $g = 9,8$ m/s² thì chu kì có giá trị cực tiểu bằng bao nhiêu?



$$\text{ĐS: a. } T = 2\pi\sqrt{\frac{l^2 + 12x^2}{12gx}}; \text{ b. } \frac{x}{l} = \frac{1}{\sqrt{12}}; \text{ c. } T_{\min} \approx 1,53 \text{ s.}$$

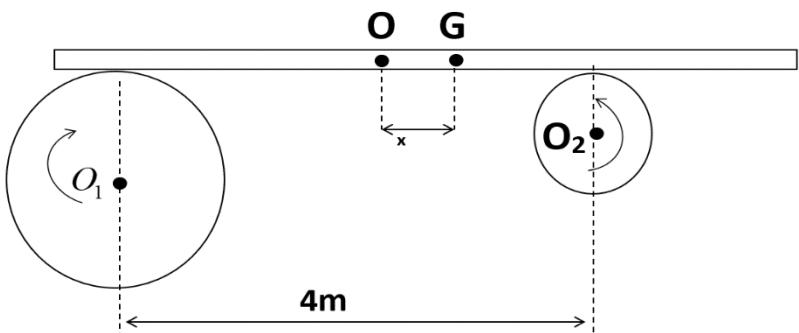
Bài 7. Một thanh đồng chất, tiết diện đều, được đặt nằm ngang trên hai xilanh giống nhau đang quay với vận tốc góc bằng nhau nhưng ngược chiều. Khoảng cách giữa hai trục quay O_1, O_2 là l . Hệ số ma sát trượt giữa thanh và xilanh là μ . Lúc đầu thanh ở VTCB.



- a) Chứng tỏ rằng nếu thanh bị lệch một chút khỏi VTCB theo phương ngang thì nó sẽ dao động điều hòa.
- b) Tìm tần số góc của dao động. Áp dụng bằng số $l = 30\text{cm}$, $\mu = 0,2$.
- c) Kết quả sẽ như thế nào nếu đổi chiều quay của cả hai xilanh và nếu độ lệch của thanh như cũ ?

$$\text{ĐS: b. } \omega = \sqrt{\frac{2\mu g}{l}}; \text{ c. } a = \frac{2\mu g}{l}x$$

Bài 8. Hai hình trụ bán kính khác nhau quay theo chiều ngược nhau quanh các trục song song nằm ngang với các tốc độ góc $\omega_1 = \omega_2 = \omega = 2\text{rad/s}$. (hình vẽ 4). Khoảng cách giữa các trục theo phương ngang là 4m. Ở thời điểm $t=0$, người ta đặt một tấm ván đồng chất có tiết diện đều lên các hình trụ, vuông góc với các trục quay sao cho nó ở vị trí nằm ngang, đồng thời tiếp xúc bì mặt với hai trụ, còn điểm giữa của nó thì nằm trên đường thẳng đứng đi qua trục của hình trụ nhỏ có bán kính: $r = 0,25\text{m}$. Hệ số ma sát giữa ván và các trụ là $\mu = 0,05$; $g = 10\text{m/s}^2$.



1. Xác định thời điểm mà vận tốc dài của một điểm trên vành trụ nhỏ bằng vận tốc của ván.
2. Tìm sự phụ thuộc của độ dịch chuyển nằm ngang của tấm ván theo thời gian.

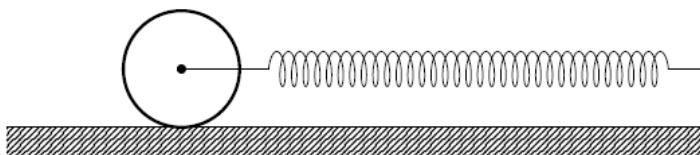
$$\text{ĐS: 1. } t_1 = \pi / 3(\text{s})$$

2. + với $0 \leq t \leq \frac{\pi}{3}(s)$ tọa độ khối tâm của ván là: $x = 2.\cos(0,5t)(\text{cm})$

+ với $\frac{\pi}{3}(s) \leq t \leq 4,5(s)$: tọa độ khối tâm của ván: $x = \sqrt{3} - 0,5.(t - \frac{\pi}{3})(\text{cm})$

+ với $t \geq 4,5(s)$: tọa độ khối tâm của ván: $x = 1.\cos(0,5t - 0,68)(\text{m})$

Bài 9. Một xy lanh đặc khối lượng m được gắn vào đầu tự do của một lò xo có độ cứng k. Xy lanh có thể lăn không trượt trên một mặt phẳng nằm ngang (Hình 1).

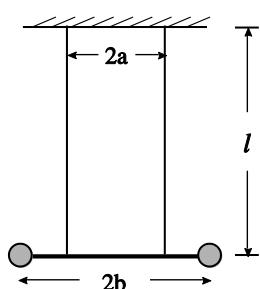


Hình 1

Kéo xy lanh cho lò xo dãn ra một đoạn nhỏ rồi buông nhẹ. Chứng minh rằng xy lanh dao động điều hòa và tìm chu kỳ dao động của nó.

$$\text{ĐS: } T = 2\pi \sqrt{\frac{3m}{2k}}$$

Bài 10. Một quả tạ đôi gồm hai quả cầu, khối lượng m, được gắn vào hai đầu một thanh nhẹ, dài 2b. Thanh được treo ở vị trí nằm ngang trên hai dây không dãn, mỗi dây dài l. Khoảng cách giữa hai dây là 2a. Hãy tìm chu kì dao động của tạ đôi.



$$\text{ĐS: } T = \frac{2\pi b}{a} \sqrt{\frac{l}{g}}$$

Bài 11. Một vật hình trụ đặc, tiết diện thẳng hình tròn tâm C, bán kính R, khối lượng m = 12 kg phân bố đều có thể chuyển động lăn không trượt trên mặt phẳng ngang. Tại đỉnh Q của hình trụ người ta gắn hai lò xo nhẹ có cùng độ cứng k = $36 \frac{\text{N}}{\text{m}}$, đầu còn lại của mỗi lò xo giữ cố định, sao cho hai lò xo nằm ngang và khi cân bằng lò xo không biến dạng (**Error! Reference source not found.**). Lăn vật đến vị trí tâm C cách vị trí cân bằng một đoạn 2 cm $\ll R$, rồi thả không vận tốc.

Tính tốc độ cực đại của các điểm C và Q khi vật chuyển động và thời gian từ lúc

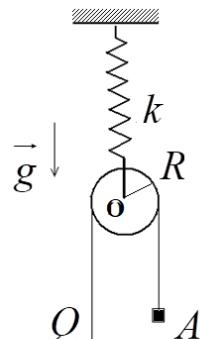
bắt đầu chuyển động đến khi hai điểm trên đạt tốc độ cực đại lần đầu.

$$\text{Đáp số: } v_C = 8 \frac{\text{cm}}{\text{s}}, v_Q = 16 \frac{\text{cm}}{\text{s}}, t = 0,39 \text{ s.}$$

Bài 12. Cho hệ cơ học gồm: một lò xo nhẹ, độ cứng k ; một ròng rọc khối lượng M , bán kính R , mômen quán tính đối với trục quay O là I ; vật nặng A khối lượng m ; dây nối nhẹ không dãn, vắt qua ròng rọc, một đầu dây nối với điểm cố định Q , một đầu còn lại nối với vật nặng khối lượng A . Ròng rọc O và vật nặng A được treo nhờ lò xo và dây trên phương thẳng đứng.

a) Tìm độ biến dạng lò xo khi hệ cân bằng.

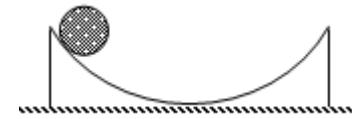
b) Từ vị trí cân bằng, kéo vật A thẳng đứng xuống dưới một đoạn nhỏ rồi buông tay. Chứng minh hệ dao động điều hòa. Tìm biểu thức tính chu kì. Bỏ qua ma sát lăn, coi ròng rọc chỉ lăn không trượt trên dây.



Hình 2.66P

$$\text{ĐS: a. } \Delta l_0 = \frac{2mg + Mg}{k}; \text{ b. } T = 2\pi \sqrt{\frac{M + 4m + \frac{I}{R^2}}{k}}$$

Bài 13. (Trích đề QG 2005) Cho cơ hệ như hình vẽ, quả cầu đặc có khối lượng m , bán kính r lăn không trượt trong máng có bán kính R . Máng đứng yên trên mặt phẳng nằm ngang.



Tìm chu kì dao động nhỏ của quả cầu. Cho biết momen quán tính của quả cầu đặc

$$I_G = \frac{2}{5}mr^2$$

$$\text{ĐS: } T = 2\pi \sqrt{\frac{7(R - r)}{5g}}$$

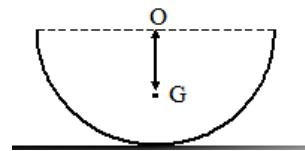
Bài 14. Một thanh đồng chất $AB = 2l$ có momen quán tính $I = \frac{m\ell^2}{3}$ đối với trục vuông

góc với thanh và đi qua trọng tâm G của thanh. Thanh trượt không ma sát bên trong một

nửa vòng tròn bán kính $R = \frac{2\ell}{\sqrt{3}}$. Chứng minh thanh dao động điều hòa và tìm chu kì dao động.

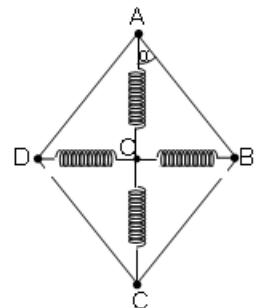
$$\text{ĐS : } T = 2\pi \sqrt{\frac{R}{g}}$$

Bài 15. Một nửa vòng xuyến mảnh bán kính R, khối lượng m thực hiện các dao động (lăn không trượt) trên mặt nhám nằm ngang. Ở vị trí cân bằng khối tâm G của nửa vòng xuyến ở dưới tâm O đoạn d = 2R/π. Tìm chu kì dao động T₁ ứng với các biên độ nhỏ?



$$\text{ĐS: } T = 2\pi \sqrt{\frac{R(\pi - 2)}{g}}$$

Bài 16. Bốn thanh giống nhau có cùng chiều dài b, khối lượng m và momen quán tính đối với trục vông góc và đi qua điểm giữa là: $I = \frac{1}{12}mb^2$, được liên kết bởi 4 lò xo giống nhau có độ cứng k, khối lượng không đáng kể(hình vẽ) tạo thành hình thoi ABCD có tâm là O. Bỏ ma sát giữa các khớp nối.



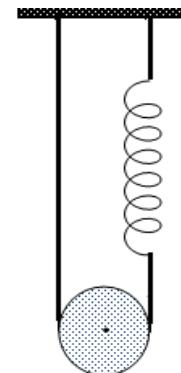
Cơ hệ nằm trên một mặt sàn nằm ngang không ma sát, độ biến dạng của lò xo được xác định thông qua góc α tạo bởi giữa đường chéo AC và cạnh AB. Các lò xo có chiều dài tự nhiên khi $\alpha = \pi/4$. Đầu tiên hệ được giữ cho biến dạng góc α_0 rồi buông ra không vận tốc đầu.

1. Xác định phương trình vi phân của góc α.
2. Trong trường hợp mà α_0 gần $\pi/4$. Tìm chu kì dao động nhỏ của hệ và xác định biểu thức của α theo thời gian.

$$\text{ĐS: 1. } \alpha'' = \frac{3k}{2m} \sin(\alpha - \frac{\pi}{4}); 2. \quad T = 2\pi \sqrt{\frac{2m}{3k}}$$

Bài 17. Một sợi dây đeo một đĩa có bán kính R và khối lượng m . Một đầu dây buộc vào giá đỡ, còn đầu kia nối với một lò xo nhẹ có độ cứng k . Kích thích cho đĩa dao động trong mặt phẳng của đĩa. Chứng minh đĩa dao động điều hòa và tìm chu kì dao động của đĩa. Biết đĩa không trượt trên dây.

$$\text{ĐS: } T = 2\pi \sqrt{\frac{3m}{8k}}$$



Bài 18. Một dây dẫn mảnh đồng chất, khối lượng m được gấp lại thành vòng dây hình chữ D có bán kính R .

1. Xác định vị trí khối tâm của vòng dây.

2. Tìm chu kì dao động nhỏ của vòng dây:

a) đối với trực nằm ngang đi qua O_1 là trung điểm của đường kính AB và vuông góc với mặt phẳng vòng dây.

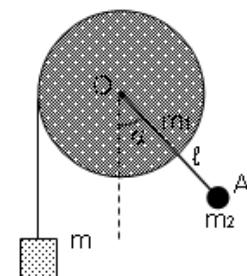
b) đối với trực nằm ngang đi qua O_2 là điểm chính giữa của AB và vuông góc với mặt phẳng vòng dây.

$$\text{ĐS: 1. } OG = \frac{2R}{2+\pi} ; \text{ 2a. } T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{(2+3\pi)R}{6g}} ; \text{ 2b. } T_2 = 2\pi \sqrt{\frac{2(3\pi-2)R}{3\pi g}}$$

Bài 19. Trên một hình trụ cố định bán kính R đặt 1 tấm ván có khối lượng không đáng kể chiều dài $2L$ theo phương vuông góc với trực hình trụ, mỗi đầu của nó gắn một vật nặng m . Tính chu kì dao động nhỏ của hệ.

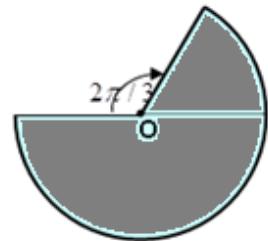
$$\text{ĐS: } T = \frac{2\pi L}{\sqrt{Rg}}$$

Bài 20. Dao động của cái ròng rọc. Một cái tời tạo từ một vật hình trụ bán kính R , momen quán tính I_o với tay quay có cánh tay dài l và khối lượng m_1 còn tay cầm có khối lượng m_2 . Người ta treo vào tời vật có khối lượng m . Tính chu kì dao động nhỏ của hệ. Bỏ qua khối lượng dây treo và lực cản của chuyển động.



$$\text{ĐS: } T = 2\pi \sqrt{\frac{2(I_o + \frac{m_1 \ell^2}{3} + m_2 \ell^2 + mR^2)}{(m_1 + 2m_2)g\ell \cos \alpha_o}}$$

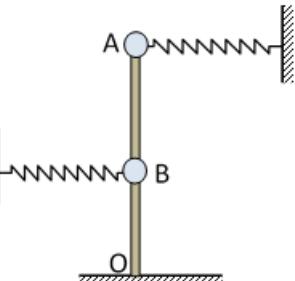
Bài 21. Một tấm phẳng, hình tròn, đồng chất, bán kính R, bị khoét một phần có góc ở tâm $2\pi/3$, khối lượng là m, chuyển động quay không ma sát quanh trục cố định đi qua O, vuông góc với mặt phẳng của tấm (hình vẽ).



- 1- Tìm vị trí khối tâm G của tấm.
- 2- Trên đường thẳng đi qua O và G, người ta gắn thêm một vật nhỏ khối lượng $m_1 = m/2$, cách O một đoạn x. Cho hệ dao động nhỏ quanh trục qua O. Tìm x để chu kỳ dao động của hệ là nhỏ nhất.

$$\text{ĐS: 1. } x_G = \frac{R\sqrt{3}}{2\pi}; 2. \quad x = \frac{\sqrt{3+\pi^2} - \sqrt{3}}{\pi} R$$

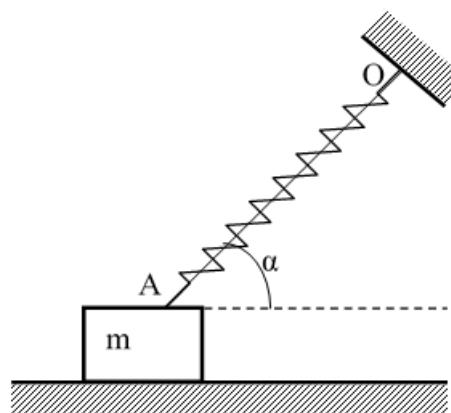
Bài 22. Hai hòn bi có cùng khối lượng m. Một hòn được gắn vào A của thanh OA thẳng đứng có chiều dài l; một hòn được gắn tại B ($OB = L/3$). Hai lò xo có cùng độ cứng k được móc vào thanh AB như hình vẽ. Khối lượng của thanh và các lò xo là không đáng kể, ban đầu thanh thẳng đứng và các lò xo không bị biến dạng. Chứng minh rằng với dao động nhỏ thì hệ dao động điều hòa. Tính chu kì dao động.



$$\text{ĐS: } T = 2\pi \sqrt{\frac{5ml}{5kl - 6mg}}$$

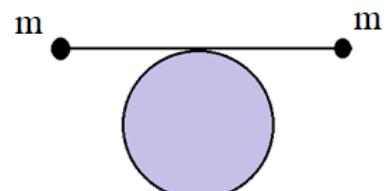
Bài 23. (Chọn đội thi APHO 2003) Một vật khối lượng m đặt trên mặt bàn nằm ngang nhẵn. Vật được nối với lò xo có độ cứng k và có trực nghiêng so với mặt phẳng ngang một góc α như hình vẽ. Cho chiều dài tự nhiên của lò xo là l_0 và ở vị ban đầu lò xo không bị biến dạng. Kéo vật theo mặt phẳng ngang một đoạn nhỏ. Tìm chu kỳ dao động của vật theo phương ngang. Bỏ qua mọi ma sát.

$$\text{ĐS: } T = 2\pi \frac{1}{\cos \alpha} \sqrt{\frac{m}{k}}$$



Bài 24. Trên một khối trụ nhám đứng yên, bán kính R (Hình 2.68P) có đặt (vuông góc với đường sinh của khối trụ) một thanh không trọng lượng dài $2l$ với hai quả cầu nhỏ khối lượng m ở hai đầu. Tìm chu kỳ dao động nhỏ của thanh.

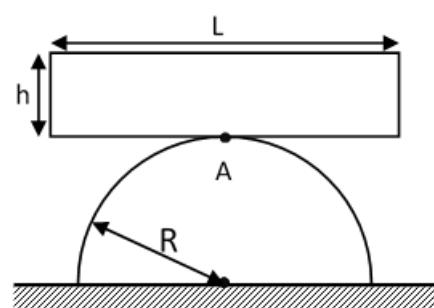
$$\text{ĐS: } T = \frac{2\pi l}{\sqrt{gR}}$$



Hình 2.68P

Bài 25. Một tấm ván dài L , dày h , khối lượng m được đặt cân bằng trên nửa bán cầu bán kính R gắn cố định trên mặt phẳng nằm ngang như hình vẽ. Cho ma sát giữa nghỉ giữa tấm ván và bán cầu là rất lớn và bỏ qua ma sát lăn. Tìm chu kỳ dao động của tấm ván khi lệch ra vị trí cân bằng một góc nhỏ.

$$\text{ĐS: } T = 2\pi \sqrt{\frac{(L^2 + 4h^2)}{6g(2R - h)}}$$

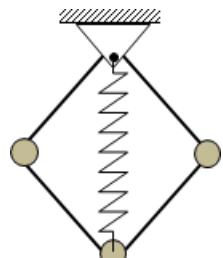


Bài 26. Một cơ hệ gồm ba quả cầu nhỏ giống nhau, mỗi quả cầu có khối lượng m , được nối với nhau bằng các thanh cứng nhẹ, dài l nhờ các bản lề. Tại vị trí cân bằng, cơ hệ có dạng một hình vuông nhờ được giữ bởi loxo thẳng đứng, có độ cứng k như hình vẽ.

a. Tìm chiều dài tự nhiên của xo.

b. Xác định chu kỳ dao động nhỏ của hệ theo phương thẳng đứng.

$$\text{ĐS: a. } l_0 = l\sqrt{2} - \Delta l = l\sqrt{2} - \frac{2mg}{k}; \text{ b. } T = 2\pi \sqrt{\frac{2m}{k}}$$

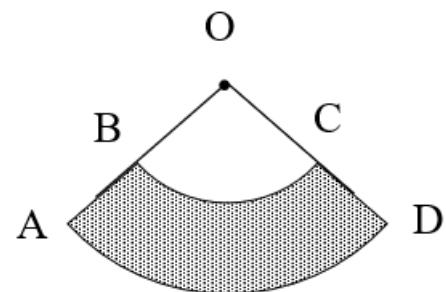


Bài 27. Một vật đồng chất, có dạng là một bản mỏng phẳng ABCD (hình vẽ) với BC và AD là hai cung tròn đồng tâm bán kính $R_1 = 2,2\text{m}$ và $R_2 = 2,8\text{m}$, OBA và OCD là hai bán kính, góc ở tâm $\angle BOC = \alpha_0 = 100^\circ$. Vật được treo lên điểm cố định O bằng hai dây treo nhẹ, không giān OB và OC ($OB = OC = R_1$). Cho vật dao động trong mặt phẳng thẳng đứng OAD. Bỏ qua ma sát. Hãy tính:

a. Mô men quán tính của vật đối với trục quay đi qua O và vuông góc với mặt phẳng OAD.

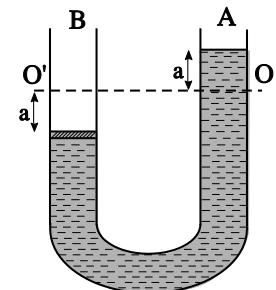
b. Chu kì dao động nhỏ của vật.

$$\text{ĐS: a. } I = \frac{1}{4} \rho \alpha_0 (R_2^4 - R_1^4)$$



$$\text{b. } T = \pi \sqrt{\frac{3\alpha_0(R_2^4 - R_1^4)}{2g(R_2^3 - R_1^3)\sin\frac{\alpha_0}{2}}} \approx 3,4021(s)$$

Bài 28. Một bình thông nhau có tiết diện đều S. Bình đựng một chất lỏng không chịu nén, có khối lượng riêng ρ ; cột chất lỏng ở trong bình dài l . Trên mặt cột chất lỏng ở nhánh B có một pittông mỏng, khối lượng không đáng kể (Hình vẽ). Người ta ấn pittông xuống dưới mức cân bằng ban đầu một đoạn bằng a rồi buông tay. Bỏ qua mọi ma sát.



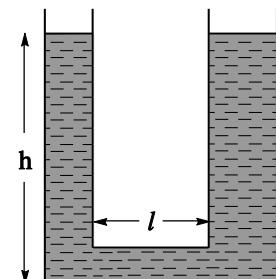
a) Tại sao khối chất lỏng lại dao động ?

b) Chứng minh rằng khối chất lỏng DĐDH và xác định chu kì dao động.

c) Tính tốc độ cực đại của khối chất lỏng.

$$\text{ĐS: b.: } T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{l}{2g}}; \text{c) } v_{\max} = A\omega = a\omega = a\sqrt{\frac{2g}{l}}.$$

Bài 29 . Một chất lỏng, khối lượng riêng ρ , chứa trong một ống hình chữ U có phần ống nằm ngang dài l . Tiết diện của các phần của ống là S_1 , S_2 và S_3 . Khi cân bằng, mực chất lỏng có độ cao là h . Cho chất lỏng dao động tự do. Chứng minh rằng chất lỏng dao động điều hòa và tìm tần số của dao động. Bỏ qua tác dụng của sức căng mặt ngoài và độ nhớt của chất lỏng. Bỏ qua phần nước ở hai góc khi xét chuyển động.



$$\text{ĐS: } \omega = \sqrt{\frac{g}{h + I \frac{S_1 S_2}{(S_1 + S_2) S_3}}}$$

Bài 30. Một quả cầu đặc, đồng chất, bán kính R, có khối lượng riêng ρ_0 , có thể nổi trong một chất lỏng, có khối lượng riêng ρ_L . Người ta gọi X là phần của đường kính thẳng đứng chìm trong chất lỏng và $\alpha = \frac{\rho_0}{\rho_L}$.

- a) Với giá trị nào của α thì quả cầu chìm hoàn toàn hoặc chìm một nửa ?
- b) Chứng minh rằng sự cân bằng của quả cầu được diễn tả bằng một hệ thức có dạng $b - X = \frac{c}{X^2}$. Hãy cho biết sự phụ thuộc của b và c vào R và α .
- c) Quả cầu cân bằng với $0 < X < 2R$. Người ta ấn nhẹ quả cầu xuống rồi thả ra. Xác định chuyển động của quả cầu.

ĐS: a. $\alpha = 0,5$; b. $b = 3R$ và $c = 4\alpha R^3$; c. Vật dao động điều hoà với tần số góc

$$\omega = \sqrt{\frac{3gX(2R - X)}{4\alpha R^3}}$$

Bài 31. Một xe chở khách khởi hành với tốc độ a. Lúc đầu cánh cửa hé mở. Hỏi khi cánh cửa tự động đóng sập lại thì xe chạy được bao xa ? Cho biết bề rộng của cánh cửa bằng l.

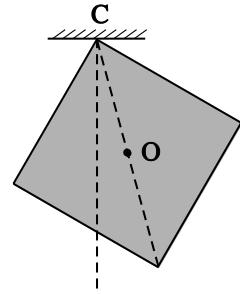
$$\text{ĐS : } S = \frac{\pi^2 l}{12}$$

Bài 32. Một vật đứng yên trên một mặt phẳng nghiêng, có góc nghiêng $\alpha = 0,10$ rad so với phương ngang. Hệ số ma sát nghỉ giữa vật và mặt phẳng nghiêng là μ . Cho mặt phẳng nghiêng dao động điều hoà với biên độ A = 4,9 cm theo một phương nằm trong mặt phẳng nghiêng. Hỏi cần phải rung mặt phẳng nghiêng theo phương nào và với tần số f tối thiểu là bao nhiêu để vật bắt đầu trượt trên mặt phẳng nghiêng.

$$\text{ĐS: } f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g(\mu - \alpha)}{A}}$$

Bài 33. Một khối lập phương có cạnh a, khối lượng m, được treo thẳng đứng tại một trong các cạnh của nó. Hãy tìm:

- a) Momen quán tính của nó đối với trục quay C.
- b) Phương trình vi phân của dao động nhỏ của khối và chu kì dao động.
- c) Chiều dài của con lắc đơn đồng bộ (tức là có cùng chu kì với con lắc vật lý).



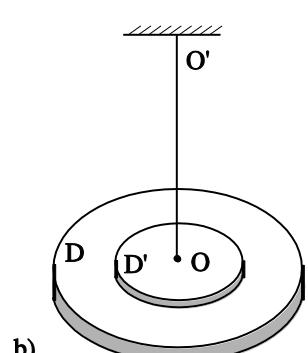
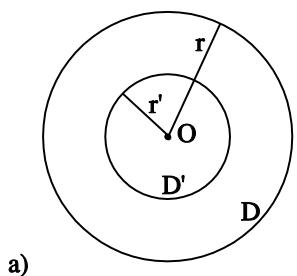
$$\text{ĐS: a. } I_C = \frac{2}{3}ma^2; \text{ b. } T = 2\pi \sqrt{\frac{2\sqrt{2}}{3} \frac{a}{g}}; \text{ c. } I = \frac{2\sqrt{2}}{3}a.$$

Bài 34. Một hệ S được tạo thành từ hai đĩa đồng chất D và D', cùng khối lượng riêng, cùng độ dày, cùng trục và gắn chặt với nhau. Đĩa D có khối lượng $m = 200 \text{ g}$ và bán kính $r = 1 \text{ cm}$, đĩa D' có bán kính $r' = \frac{r}{2}$. Người ta dùng hệ S làm con lắc xoắn, dây treo OO' trùng với trục đối xứng của hệ. Biết chu kì của con lắc là $6,5 \text{ s}$ và biên độ góc $\theta_m = 1,3 \text{ rad}$, hãy tính:

- a) Hằng số xoắn của dây OO'.
- b) Tốc độ góc cực đại của con lắc.
- c) Động năng cực đại của hệ S.

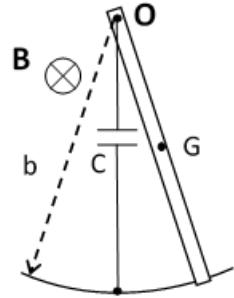
$$\text{ĐS: a. } K = \left(\frac{2\pi}{T} \right)^2 I_O \approx 0,993 \cdot 10^{-3} \text{ N.m.}$$

$$\text{b. } \theta'_{max} = \sqrt{\frac{K}{I_O}} \theta_m \approx 1,26 \text{ rad/s}; \text{ c. } K_{max} = 0,84 \cdot 10^{-3} \text{ J}$$



Bài 35. Một thanh kim loại mảnh đồng chất có khối lượng m có thể dao động xung quanh trục nằm ngang O đi qua một đầu của thanh như một con lắc (hình vẽ). Đầu dưới của thanh tiếp xúc với một sợi dây được uốn thành một vòng cung có bán kính b . Tâm của sợi dây này được nối với điểm treo O qua một tụ điện có điện dung C . Hệ được đặt trong từ trường đều hướng theo phương ngang vuông góc với mặt phẳng dao động của thanh. Bỏ qua ma sát và điện trở của thanh, của dây dẫn. Các chỗ tiếp xúc điện đều lý tưởng.

1) Xác định tính chất chuyển động được thực hiện sau khi thanh lệch khỏi phương thẳng đứng một góc nhỏ α_0 rồi thả ra không vận tốc ban đầu.



2) Nếu thay tụ điện bởi điện trở R thì chuyển động của thanh khác như thế nào?

ĐS: 1. Dao động điều hòa, tần số góc $\omega = \sqrt{\frac{2g}{\frac{4}{3}b + \frac{CB^2b^3}{m}}}.$

2. Dao động tắt dần, với phương trình $\theta'' + 2\beta\theta' + \omega_0^2\theta = 0$, trong đó $2\beta = \frac{3B^2b^2}{4mR}$ và $\omega_0^2 = \frac{3g}{2b}$

+ Nếu $\beta < \omega_0$ thì phương trình trên có nghiệm: $\theta(t) = \theta_0 e^{-\beta t} \cos(\omega t + \varphi)$, với

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \alpha^2} = \sqrt{\left(\frac{3g}{2b}\right)^2 - \left(\frac{3B^2b^2}{8mR}\right)^2}$$

Còn θ_0 và φ được xác định từ điều kiện ban đầu, tại $t = 0$ vật có:

$$\begin{cases} \theta(0) = \theta_0 \cos \varphi = \alpha_0 \\ \theta'(0) = \theta_0 \beta \cos \varphi + \theta_0 \omega \sin \varphi = 0 \end{cases}$$

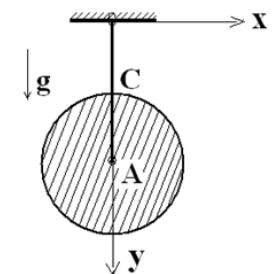
Do đó: $\theta_0 = \frac{\alpha_0}{\cos \varphi} = \alpha_0 \frac{\omega_0}{\omega}$, còn $\varphi = \arctan\left(-\frac{\beta}{\omega}\right)$.

+ Nếu $\beta \geq \omega_0$: con lắc chuyển động không hoàn toàn về vị trí cân bằng.

Bài 36. Xét một con lắc kép: Một thanh OA đồng nhất tiết diện đều, khối lượng m chiều dài $2R$, khối tâm C và mômen quán tính đối với trục vuông góc với thanh đi qua C là $I_C = \frac{1}{3}mR^2$.

Một đĩa đồng nhất khối lượng m, bán kính R; có tâm đặt tại A và mô men quán tính đối với trục đối xứng qua tâm đĩa và vuông góc mặt đĩa là $\frac{1}{2}mR^2$. Đĩa liên kết với thanh nhờ một cái chốt tại tâm đĩa và vuông góc mặt đĩa.

- Hệ có thể quay trong mặt phẳng thẳng đứng (Oxy) và quanh trục nằm ngang Oz đi qua O vuông góc mặt đĩa, bỏ qua ma sát giữa trục quay Oz và thanh OA.



Hình 2.69P

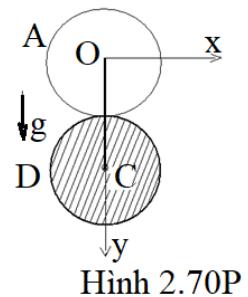
1. Đĩa và thanh liên kết chặt với nhau. Tính chu kì T_1 dao động của hệ.

2. Đĩa và thanh có thể quay tự do đối với nhau quanh chốt liên kết. Tính chu kì T_2 của những dao động bé của thanh quanh trục Oz.

$$\text{ĐS: } 1. T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{35R}{18g}} ; 2. T_2 = \frac{8}{3}\pi \sqrt{\frac{R}{g}}$$

Bài 37. Một thanh đồng nhất OC có khối lượng m, dài $2R$, mômen quán tính đối với trục Oz là $I_1 = \frac{4}{3}mR^2$ có thể quay không ma sát quanh trục Oz trong mặt phẳng thẳng đứng Oxy.

Một đĩa D đồng chất khối lượng m, có tâm đặt ở C, bán kính R, mômen quán tính đối với trục đi qua C và vuông góc mặt đĩa là $I_2 = \frac{1}{2}mR^2$. Đĩa D nối với thanh OC ở C nhờ một khớp. Thanh và đĩa có thể quay tự do với nhau không ma sát trong mặt phẳng Oxy quanh trục qua C và song song trục Oz.



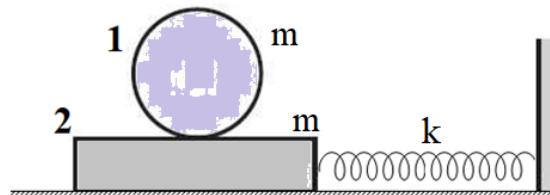
Hình 2.70P

Trong quá trình chuyển động của thanh OC, đĩa D lăn không trượt trên một hình trụ A cố định. Trụ A có trục đối xứng nằm trên Oz, bán kính R và được giữ cố định.

Từ vị trí cân bằng, thanh OC có phương thẳng đứng, đầu C ở dưới, người ta kéo thanh OC cho nghiêng một góc nhỏ và buông ra không vận tốc đầu. Tính chu kì dao động bé của thanh OC.

$$\text{ĐS: } T = \frac{2}{3}\pi\sqrt{\frac{22R}{g}}$$

Bài 38. Một tấm gỗ có khối lượng m , có thể trượt tự do trên sàn nằm ngang không ma sát, được nối với tường bằng một lò xo nhẹ độ cứng k nằm ngang. Một trụ đặc đồng chất, khối lượng m , có thể tự do lăn không trượt trên tấm gỗ. Nếu kéo tấm gỗ ra khỏi vị trí cân bằng một đoạn bé và buông. Chứng minh tấm gỗ dao động điều hòa và tìm chu kì?

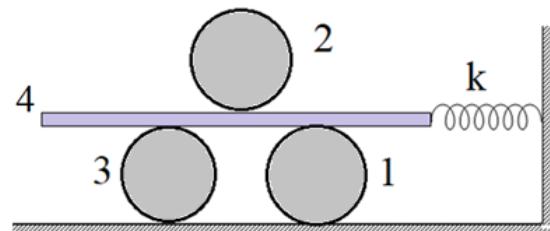


Hình 2.83P

$$\text{ĐS: } T = 2\pi\sqrt{\frac{4m}{5k}}$$

Bài 39.

Cho ba vật hình trụ giống nhau, đồng chất, tiết diện đều, mỗi trụ có khối lượng m , bán kính R . Hai trụ thứ 1 và 3 đặt trên sàn nằm ngang, trụ 2 nằm trên tấm ván 4 rất cứng, ván này đặt trên hai trụ 1, 2. Ván được gắn với một đầu lò xo độ cứng k , một đầu lò xo còn lại gắn với tường. Hệ cơ học được biểu diễn như hình vẽ, các trực hình trụ, trực lò xo đều song song mặt phẳng ngang. Biết khi chuyển động, các trụ chỉ lăn không trượt, các trực đối xứng các trực luôn xong song nhau. Bỏ qua khối lượng ván và lò xo. Hãy tìm chu kì dao động bé của hệ trong hai trường hợp:



Hình 2.84P

- a. Ván 4 có khối lượng không đáng kể.
- b. Ván 4 có khối lượng m .

$$\text{ĐS: a. } T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{13m}{12k}}; \text{ b. } T = \frac{5}{\sqrt{3}}\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

Bài 40. Có hai đĩa đồng đồng chất có cùng khối lượng m , bán kính đĩa 1 là $2R$ và đĩa 2 là R . Tại tâm của hai đĩa có hai trực quay A và B có kích thước rất nhỏ cùng nằm ngang và vuông góc với hai mặt đĩa. Trục quay A cố định, trực quay B có thể di chuyển tự do. Hai trực quay nối với nhau bằng một thanh cứng rất nhẹ để giữ cho đĩa 2 không rơi và

giữ cho hai vành đĩa một khoảng hở rất nhỏ không tiếp xúc nhau. *Khối lượng các trực quay không đáng kể và khi các đĩa chuyển động luôn bỏ qua ma sát ở hai trực quay.*

Ban đầu khi hệ đứng yên, AB thẳng đứng và đĩa 2 nằm bên dưới thì tác dụng lên đầu B thanh cứng một xung lực \vec{X} theo phương ngang dọc theo mặt đĩa 2.

1. Tìm giá trị cực tiểu của X để trực B đĩa 2 quay được một vòng quanh đĩa 1. Xét bài toán trong hai trường hợp:

a. Đĩa 1 được giữ cố định.

b. Đĩa 1 gắn chặt với thanh cứng và dễ dàng quay quanh trực A.

2. Khi giá trị X nhỏ thì thanh AB chỉ thực hiện dao động bé. Tìm chu kì dao động bé của đầu B thanh cứng trong hai trường hợp:

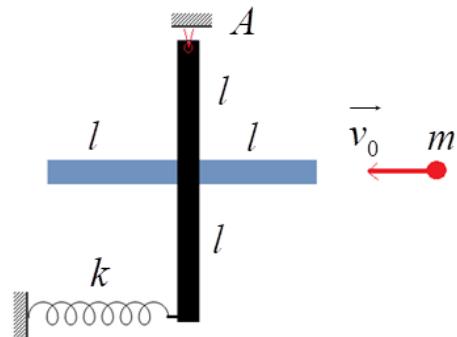
a. Đĩa 1 gắn chặt với thanh cứng và dễ dàng quay quanh trực A. Tính biên độ dao động bé của đầu B.

b. Đĩa 1 cố định và đĩa 2 lăn không trượt trên vành đĩa 1 (khi cho hai đĩa luôn tiếp xúc nhau).

$$\text{ĐS: } 1a. \quad X \geq 2m\sqrt{3gR}; \quad 1b. \quad X \geq 2m\sqrt{\frac{11}{3}gR}; \quad 2a. \quad T = 2\pi\sqrt{\frac{11R}{3g}}; \quad A = 3\frac{X}{m}\sqrt{\frac{3R}{11g}}; \quad 2b.$$

$$T = 6\pi\sqrt{\frac{R}{2g}}; \quad A = \frac{X}{m}\sqrt{\frac{2R}{g}}$$

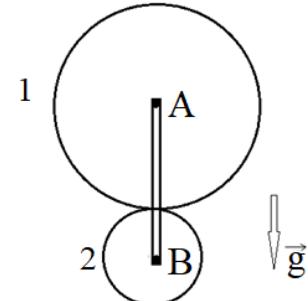
Bài 41. Hai thanh nhỏ có cùng chiều dài $2l$ và khối lượng m được hàn chặt vuông góc với nhau tạo thành hình chữ thập (Hình 2.60P). Hệ chữ thập này nằm trên mặt bàn nhẵn nằm ngang và có thể quay quanh trực thẳng đứng đi qua đầu A của một đầu thanh. Đầu kia của thanh này được giữ bằng một lò xo có độ cứng k như hình vẽ. Một quả cầu nhỏ khối lượng m bay với vận tốc \vec{v}_0 dọc theo trực của thanh thứ hai và đập vào đầu mút của thanh này, coi va chạm hoàn toàn đàn hồi. Coi sau va chạm hệ dao động bé.



a. Xác định biên độ góc φ_0 và chu kỳ dao động của hệ.

b. Hệ chữ thập này nằm **trên mặt thẳng đứng** và có thể quay quanh trực nằm ngang đi qua đầu A của một đầu thanh. Xác định biên độ góc φ_0 và chu kỳ dao động của hệ.

c. Giải lại câu b trong trường hợp va chạm mềm.



Hình 2.59P

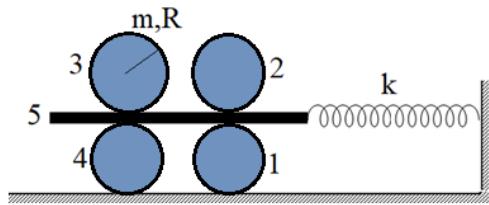
ĐS:

a. $\varphi_0 = \frac{2\sqrt{6}}{11} \frac{v}{l} \sqrt{\frac{m}{k}}$; $T = 2\pi \sqrt{\frac{2m}{3k}}$ (*đã công nhận dao động điều hòa thì trong bài toán này ta phải cho $\varphi_0 < 10^0$*)

b. $\varphi_0 = \frac{\frac{6}{11} \frac{v}{l}}{\sqrt{\frac{3}{4}(\frac{g}{l} + \frac{2k}{m})}}$; $T = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{3}{4}(\frac{g}{l} + \frac{2k}{m})}}$

Bài 42.

Cho bốn vật hình trụ giống nhau, đồng chất, tiết diện đều, mỗi trụ có khối lượng m , bán kính R . Hai trụ thứ 1 và 4 đặt trên sàn nằm ngang, trụ 2 và 3 nằm trên tấm ván 5 rất cứng, ván này đặt trên hai trụ 1, 4. Ván được gắn với một đầu lò xo độ cứng k , một đầu lò xo còn lại gắn với tường cố định. Hệ cơ học được biểu diễn như hình vẽ, các trục đối xứng các trụ, trục lò xo đều song song mặt phẳng ngang. Biết khi chuyển động, các trụ chỉ lăn không trượt, các trục đối xứng các trụ luôn xong song nhau và vuông góc với trục lò xo, khói tâm các trụ luôn nằm trên cùng một mặt phẳng thẳng đứng. Bỏ qua khối lượng lò xo. Hãy tìm chu kì dao động bé của hệ trong hai trường hợp:



Hình 2.85P

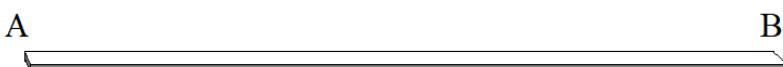
a. Ván 5 có khối lượng không đáng kể.

b. Ván 5 có khối lượng m .

ĐS: a. $T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{17m}{12k}}$; b. $T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{29m}{12k}}$

Bài 43.

Một thanh cứng AB, có tiết diện đều (tiết diện hình chữ nhật) và nhỏ, chiều dài của thanh AB= l và khối lượng m đã biết (Hình 1a). Biết mật độ khối lượng dài của thanh tăng tuyến tính dọc thanh từ A đến B, mật độ khối lượng dài tại B là λ_0 và gấp đôi mật độ khối lượng dài tại A.



Hình 1a

1. Hãy xác định :

a. Giá trị λ_0 theo m, l

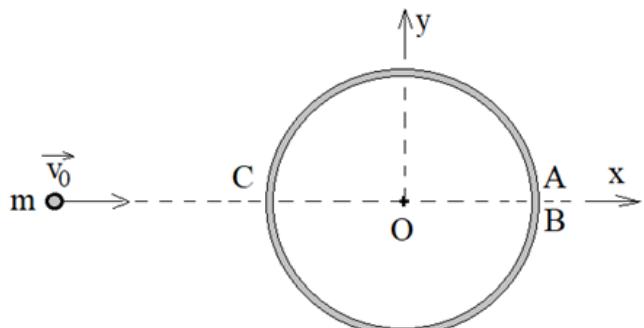
b. Vị trí khối tâm của thanh AB.

2. Gọi C là trung điểm AB. Thanh AB nói trên được uốn thành một vòng tròn (có đầu A trùng đầu B) tạo ra một cái vành chắc chắn có tâm O đường kính AC. Chọn hệ tọa độ Oxy, gốc tọa độ tại tâm O, Ox nằm dọc trên CA và hướng từ C đến A, Oy vuông góc AC (Hình 1b).

Hãy xác định:

a. Vị trí khối tâm vành (x_G, y_G).

b. Momen quán tính của vành đối với trục quay đi qua O và vuông góc với mặt phẳng chứa vành.



Hình 1b

3. Vành nói trong ý (2), được đặt nằm yên trên mặt phẳng ngang nhẵn.

Một vật nhỏ hình cầu cũng có khối lượng m (bi có đường kính bằng bě dài vành) coi là chất điểm, chuyển động với vận tốc \vec{v}_0 , trượt không ma sát trên mặt phẳng ngang, dọc theo đường thẳng CA hướng đến tâm O và va chạm với vành tại C. Xét bài toán trong hai trường hợp va chạm đàn hồi và va chạm mềm.

a. Trong trường hợp chạm hoàn toàn đàn hồi, hãy tìm vận tốc khối tâm của mỗi vật (bi, vành) và vận tốc góc của vành sau va chạm.

b. Trong trường hợp chạm mềm, sau va chạm bi dính chặt vào vành. Hãy tìm vận tốc khối tâm của hai vật (bi và vành) và tốc độ góc của vành.

4. Bây giờ ta đặt vành trên mặt sàn nằm ngang, sao cho mặt phẳng chứa vành thẳng đứng và coi vành lăn không trượt trên sàn. Hãy tìm chu kì dao động bé của vành khi kích thích dao động.

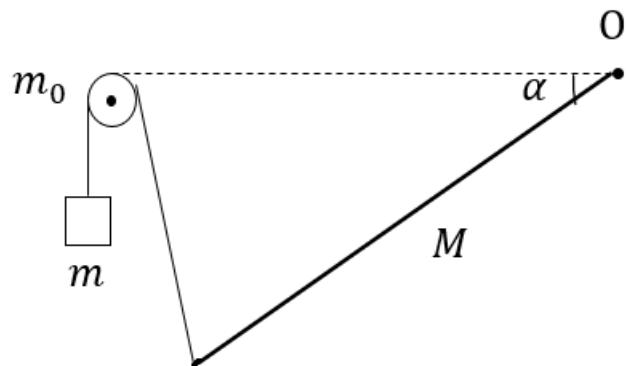
Ghi chú: trong bài toán này, các giá trị l, m, v_0 và giá trị v do g coi như đã biết.

$$\text{ĐS: 1a. } \lambda_0 = \frac{4m}{3l}; 1b. \quad X_G = \frac{5}{9}l; 2a. \quad x_G = 0; \quad y_G = -\frac{l}{6\pi^2}; 2b. \quad I_o = \frac{ml^2}{4\pi^2}; 3a.$$

$$\omega_G = \frac{2v_0}{\left[3 - \frac{1}{6\pi^2}\right]l}; \quad v_G = \frac{18\pi^2 - 2}{18\pi^2 - 1}v_0; \quad v = \frac{v_0}{18\pi^2 - 1}; \quad 3b. \quad v_{Gh} = \frac{v_0}{2}; \quad \omega_{Gh} = \frac{6\pi^2}{[(27\pi^2 - 2)]} \frac{v_0}{l};$$

$$4. T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g} \frac{(3\pi - 1)}{\pi}}$$

Bài 44. Một thanh cứng đồng chất, chiều dài ℓ , khối lượng M có thể quay tự do không ma sát quanh một điểm treo cố định O trên một bức tường thẳng đứng. Đầu dưới cùng của thanh có buộc một sợi dây mảnh, mềm, nhẹ và không dãn. Đầu còn lại của sợi dây nhẹ trên có buộc một vật nặng khối lượng $m = M\sqrt{3}/6$, sợi dây này vắt qua một ròng rọc cố định khối lượng $m_0 = m$ có bán kính rất nhỏ so với ℓ và cùng thuộc một mặt phẳng nằm ngang với O (hình 3). Biết rằng ròng rọc có thể được coi là một hình trụ đặc và cách O một khoảng $\ell' = \ell$, dây không trượt trên ròng rọc trong tất cả các chuyển động của hệ, gia tốc trọng trường tại nơi treo cơ hệ này là g .



Xác định góc hợp bởi thanh M và phương nằm ngang khi hệ cân bằng.

Kéo m xuống dưới một đoạn $A \ll \ell$ rồi buông nhẹ không vận tốc ban đầu. Tìm tần số góc dao động và tính vận tốc góc cực đại của thanh.

Gợi ý: Với $x \ll 1$, thì

$$\sin(\alpha + x) \approx \sin \alpha + x \cos \alpha - \frac{1}{2}x^2 \cos \alpha.$$

$$\text{ĐS: } \dot{\varepsilon}_{\max} = \frac{2\sqrt{30}}{\sqrt{81+48\sqrt{3}}} \frac{A}{\ell} \sqrt{\frac{g}{\ell}}; \omega = \frac{\sqrt{30}}{\sqrt{27+16\sqrt{3}}} \sqrt{\frac{g}{\ell}}$$

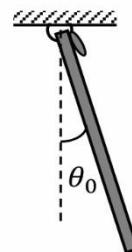
Bài 45. Một con lắc bao gồm thanh cứng đồng chất dài L , khối lượng M . Thanh đó quay quanh một đầu và dao động trong mặt phẳng thẳng đứng.

1. Vói dao động góc nhỏ.

a) Hãy tìm tần số góc dao động của riêng thanh.

b) Các nhà cổ sinh vật học mới khám phá ra đường đi của một khủng long có các dấu chân của cùng một chân cách nhau $A = 4.0$ m, chiều dài L của chân khủng long là 3,23m. Coi chân khủng long chuyển động như là dao động điều hòa con lắc trên, tìm tốc độ đi bộ của khủng long?

2. Một con bọ khối lượng $M/3$ có thể bò dọc theo thanh. Ban đầu, con bọ ở điểm chót của thanh và thanh lại đứng yên ở một góc θ_0 ($\theta_0 \approx 1\text{rad}$) so với đường thẳng đứng như hình vẽ. Thanh được thả ra không vận tốc ban đầu. Với $t > 0$ con bọ bò chậm với vận tốc không đổi V (với điều kiện $V \ll a\omega$, ω là tần số góc dao động của con lắc, a là khoảng cách từ con bọ đến trục quay) dọc theo thanh hướng theo điểm cuối của thanh.

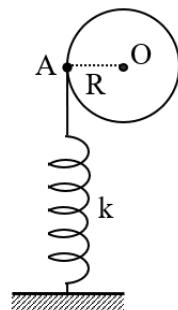


a) Tìm tần số góc dao động ω của con lắc khi con bọ bò được một đoạn là a dọc theo thanh.

b) Tìm biên độ dao động của con lắc khi con bọ bò tới điểm cuối cùng của thanh ($a = L$).

$$\text{ĐS: 1a. } \omega = \sqrt{\frac{3g}{2L}} ; 1b. v \approx 1.2m/s ; 2a. \omega = \sqrt{\frac{g(2a+3L)}{2(L^2+a^2)}} ; 2b. \theta_{\max} = \left(\frac{3}{10}\right)^{\frac{1}{4}} \theta_0$$

Bài 46. Một đĩa tròn đồng chất, khối lượng m , bán kính R , có thể quay quanh một trục cố định nằm ngang đi qua tâm O của đĩa. Lò xo có độ cứng k , một đầu cố định, một đầu gắn với điểm A của vành đĩa như hình 2. Khi OA nằm ngang thì lò xo có chiều dài tự nhiên. Xoay đĩa một góc nhỏ α_0 rồi thả nhẹ. Coi lò xo luôn có phương thẳng đứng và khối lượng lò xo không đáng kể.



a. Bỏ qua mọi sức cản và ma sát. Tính chu kì dao động của đĩa.

b. Thực tế luôn tồn tại sức cản của không khí và ma sát ở trục quay. Coi mômen cản M_c có biểu thức là $M_c = \frac{kR^2}{200}$. Tính số dao động của đĩa trong trường hợp $\alpha_0 = 0,1\text{rad}$.

$$\text{ĐS : a. } T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{2k}} ; \text{ b. } n = \frac{\alpha_0}{2(\alpha_1 - \alpha_2)} = 5$$

Bài 47. Một chiếc vòng khối lượng M , bán kính R , bề dày không đáng kể, mô-men quán tính đối với trục đi qua tâm MR^2 , được treo trên một chiếc vòng tay nhỏ bán kính r ($r < R$), tâm của vòng nhỏ tại O (hình 6). Cho chiếc vòng lớn dao động với biên độ góc

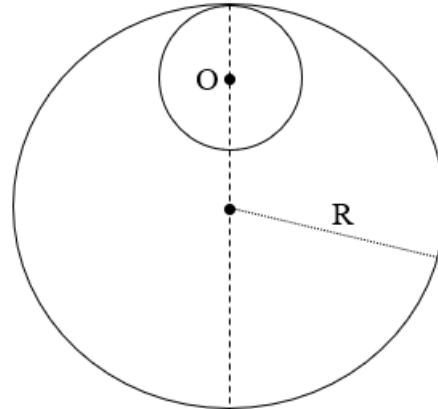
nhỏ trong mặt phẳng thẳng đứng. Biết chuyển động của vòng lớn trên vòng nhỏ là lăn không trượt. Cho gia tốc trọng trường là g và bỏ qua sức cản không khí.

1. Cho vòng nhỏ cố định, bán kính r vô cùng nhỏ ($r \approx 0$). Tìm chu kì dao động của vòng lớn.

2. Cho vòng nhỏ bán kính $r \neq 0$ và vẫn cố định. Tìm chu kì dao động của vòng lớn.

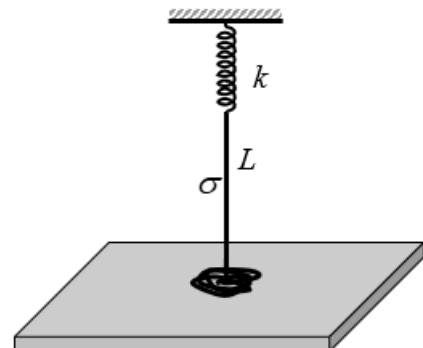
3. Trong trường hợp vòng nhỏ có khối lượng m , bán kính $r \neq 0$, mô-men quán tính đối với trục đi qua tâm là mr^2 và có thể quay không ma sát quanh trục cố định đi qua O . Tìm chu kì dao động của hệ.

ĐS: a. $T = 2\pi \sqrt{\frac{2R}{g}}$; b. $T = 2\pi \sqrt{\frac{2(R-r)}{g}}$; c. $T = 2\pi \sqrt{\frac{(R-r)}{g} \left(\frac{2m+M}{m+M} \right)}$



Bài 48. Một dây mềm, không giãn có khối lượng phân bố theo chiều dài với mật độ khối lượng là σ . Dây được treo vào một lò xo nhẹ có độ cứng k . Đầu trên lò xo được giữ cố định như hình.

Khi hệ nằm cân bằng, một phần dây xếp chồng lên nhau trên mặt bàn, phần còn lại nằm trong không khí và có phương thẳng đứng. Chiều dài dây tính từ mặt bàn đến điểm treo là L . Nâng điểm treo dây lên một đoạn nhỏ b theo phương đứng rồi buông ra. Cho gia tốc trọng trường là g . Hãy xác định sự phụ thuộc biên độ dao động của hệ theo thời gian.



Cho rằng: $L \gg b$. Dây mảnh và dài. Trong quá trình dao động thì phần dây được kéo lên khỏi mặt bàn coi như nằm theo phương thẳng đứng và mép dưới của dây không tách khỏi bàn. Không có ma sát giữa các phần của dây với nhau.

ĐS: $A(t) = \frac{1}{\frac{1}{b} + \frac{2\omega t}{3\pi L}}$

Bài 49. Một khối trụ rỗng giữa, có tiết diện thẳng là hình vành khăn, bán kính trong R_1 , bán kính ngoài R_2 , có mật độ khối phụ thuộc vào bán kính r bởi biểu thức: $\rho = \frac{18r}{5\pi(R_1^4 + R_2^4)}$ (kg/m³) với $R_1 \leq r \leq R_2$. Khối trụ bắt đầu lăn không trượt bên trong một vành trụ nhám bán kính $R > R_2$ từ vị trí xác định bởi góc φ_0 nhỏ. Hãy xác định chu kì dao động của khối trụ?

$$\text{ĐS: } T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{1 + \frac{3}{5} \cdot \frac{(R_2^5 - R_1^5)}{(R_2^3 - R_1^5)R_2^2}}{g(R - R_2)}}$$

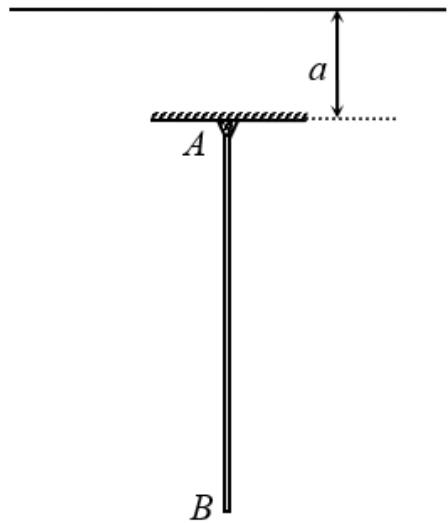
Bài 50. Thanh mảnh AB chiều dài l , có khối lượng trên một đơn vị chiều dài phụ thuộc khoảng cách từ A theo công thức $\rho(x) = \rho_0 \left(1 + \frac{x}{l}\right)$ ($\rho_0 = \text{const}$). Thanh có thể quay tự do trong mặt phẳng thẳng đứng quanh một trục nằm ngang cố định qua A. Bỏ qua mọi ma sát, lực cản không khí.

1. Tính chu kỳ nhỏ của thanh quanh vị trí cân bằng.

2. Thanh AB được tích điện đều với mật độ điện dài $\lambda_1 > 0$. Trong mặt phẳng của thanh, phía trên trục quay một đoạn a có một dây dẫn thẳng dài vô hạn nằm ngang tích điện đều với mật độ điện dài $\lambda_2 > 0$. Tính chu kỳ dao động nhỏ của thanh quanh vị trí cân bằng. (Trong quá trình dao động coi $\lambda_1, \lambda_2 = \text{const}$).

$$\text{ĐS: } 1. \quad T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{7l}{10g}}; \quad 2.$$

$$T_2 = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{10g}{7l} + \frac{6\lambda_1\lambda_2}{7\pi\varepsilon_0\rho_0 l^3} \left[l - a \ln\left(1 + \frac{l}{a}\right) \right]}}.$$



Bài 51. (Trích đề thi chọn học sinh vào đội tuyển dự olympic vật lý châu á năm 2004)

Để đo giá tốc trọng trường g , người ta có thể dùng con lắc rung, gồm một lá thép phẳng chiều dài l , khối lượng m , một đầu của lá thép gắn chặt vào điểm O của giá, còn đầu kia gắn một chất điểm khối lượng M ở vị trí cân bằng lá thép thẳng đứng. Khi làm lá thép lệch khỏi vị trí cân bằng một góc nhỏ θ (radian) thì sinh ra momen lực $c\theta$ (c là một hệ số không đổi) kéo lá thép trở về vị trí ấy (xem hình vẽ). Trọng tâm của lá thép nằm tại trung điểm của nó và momen quán tính của riêng lá thép đối với trục quay qua O là $ml^2/3$.

a, Tính chu kỳ T các dao động nhỏ của con lắc.

b, Cho $l = 0,20\text{m}$, $m = 0,01\text{kg}$, $M = 0,10\text{kg}$. Để con lắc có thể dao động, hệ số c phải lớn hơn giá trị nào? Biết g không vượt quá $9,9\text{m/s}^2$.

c, Cho l, m, M có các giá trị như ở mục b, c = 0,208. Nếu đo được T = 10s thì g có giá trị bằng bao nhiêu?

d, Cho l, m, M, c có các giá trị cho ở mục c. Tính độ nhạy của con lắc, xác định bởi $\frac{dT}{dg}$, dT là biến thiên nhỏ của T ứng với biến thiên nhỏ dg của g quanh giá trị trung bình $g_0 = 9,8m/s^2$. Nếu ở gần g_0 , gia tốc g tăng $0,01m/s^2$ thì T tăng hay giảm bao nhiêu?

e, Xét một con lắc đơn có chiều dài L = 1m cũng dùng để đo g. Tính độ nhạy của con lắc đơn ở gần giá trị trung bình g_0 ; g tăng $0,01m/s^2$ thì chu kỳ T của con lắc đơn tăng hay giảm bao nhiêu? So sánh độ nhạy của hai con lắc.

$$\text{ĐS: a. } T = 2\pi \sqrt{\frac{l^2(M + \frac{m}{3})}{c - gl(M + \frac{m}{2})}} ; \text{ b. } c > gl(M + \frac{m}{2}) \text{ hay } c > 0,2079 ; \text{ c. } g = 9,83m/s^2 ;$$

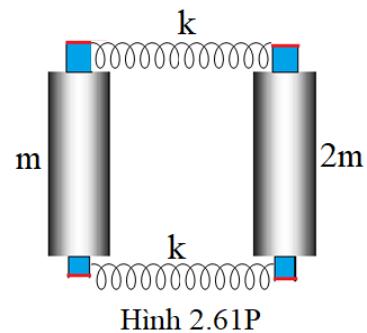
d. $\frac{dT}{dg} \approx 48$, g tăng $0,01m/s^2$ thì T tăng $0,48s$;

e. $\frac{dT}{dg} = -\frac{T}{2g}$. Con lắc đơn có $L = 1m$ thì $T \approx 2s$. Với $g \approx 9,8m/s^2$ thì $\frac{dT}{dg} \approx -0,1$; g tăng $0,01m/s^2$ thì T giảm $0,001s$, không đo được. Vậy con lắc rung nhạy hơn con lắc đơn

là: $\theta = \frac{3mv_0}{(M+3m)\omega l} \sin(\omega t)$ với $\omega = \sqrt{\frac{3}{2} \frac{g(M+2m)}{l(M+3m)}}$ và góc lệch cực đại

$$\theta_{\max} = \theta_0 = \frac{3mv_0}{(M+3m)\omega l}$$

Bài 52. Hai khối trụ có bán kính R, khối lượng m và 2m nằm trên mặt bàn nằm ngang. Các khối trụ có phân bố khối lượng khác nhau theo bán kính. Mô men quán tính của các khối trụ đối với trục đối xứng bằng nhau và bằng $I_1 = I_2 = \frac{mR^2}{2}$. Các trục của khối trụ nối với nhau bằng hai lò xo không trọng lượng có cùng độ cứng k và chiều dài tự nhiên ℓ_0 (hình vẽ). Tại thời điểm ban đầu các lò xo dẫn đến độ dài ℓ , còn các khối trụ đứng yên. Xác định chu kỳ dao động nhỏ và biên độ dao động của khối tâm, nếu các khối trụ lăn không trượt trên mặt bàn còn các lò xo có thể làm việc ở trạng thái nén hoặc dẫn.



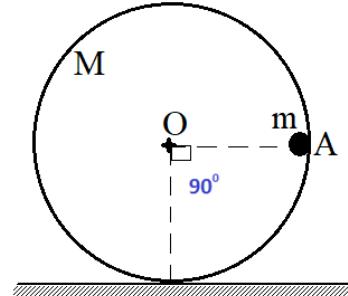
$$\text{ĐS: } T = 2\pi \sqrt{\frac{15m}{32k}} ; A = \frac{l - l_0}{24}$$

Bài 53. Người ta gắn chặt vào một vành tròn khối lượng M đặt đứng trên bàn một vật nhỏ khối lượng $m = \frac{M}{3}$ gắn tại điểm A (Hình 2.62P).

a. Tìm giá trị lớn nhất của hệ số ma sát k giữa vành và mặt bàn để vành tròn bắt đầu lăn không trượt.

b. Tìm chu kì dao động bé của hệ trong mặt phẳng thẳng đứng.

$$\text{ĐS: a. } k \geq \frac{4}{31} ; \text{ b. } T = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{g}{6R}}} = \pi \sqrt{\frac{24R}{g}}$$



Hình 2.62P

Bài 54. Một vật hình trụ đặc đồng chất có trục đối xứng O, khối lượng m , bán kính R và chiều dài hữu hạn. Người ta khoét vật này bởi một mặt trụ rỗng cùng chiều dài, có trục đối xứng O_1 bán kính $OO_1=R/2$. Gọi A là phần trụ đặc còn lại (gọi tắt là trụ A) có khối lượng còn lại là m_A (Hình 2.74Pa), có khối tâm G. Coi như m , R và gia tốc rơi tự do g đã biết.

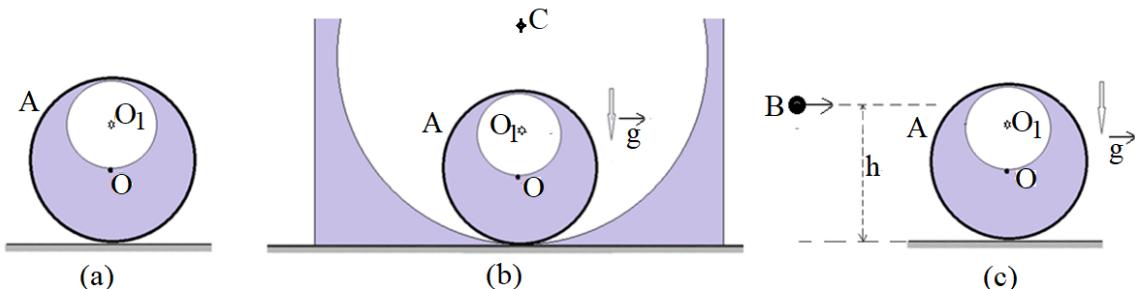
1. Hãy xác định:

- a. Khối lượng m_A theo m .
- b. Vị trí khối tâm G của trụ A theo R .
- c. Momen quán tính của trụ đặc A đối với trục quay O.
- d. Từ vị trí như hình 1 trên mặt phẳng ngang, kích thích cho vật A dao động bé. Tính chu kì dao động. *Biết rằng trụ A chỉ lăn không trượt.*

2. Một máng trụ C có mặt trong hình trụ, bán kính $3R$ đặt nằm ngang trên giá cố định. Người ta đặt trụ A vào mặt trong máng trụ C, sao cho các đường sinh của các mặt trụ song song nhau và khi trụ A ở vị trí thấp nhất thì OO_1 thẳng đứng, O nằm dưới (Hình 2.74b). Tìm chu kì dao động bé của trụ A trong điều kiện lăn không trượt mặt trong máng trụ C.

3. Nay ta đặt trụ A đặt nằm yên trên một mặt sàn khác nằm ngang nhẵn, có đường sinh mặt trụ song song mặt sàn. Một vật B rất nhỏ được coi là chất điểm, có khối lượng $m_B = \frac{m}{4}$ chuyển động song song mặt phẳng ngang ở độ cao $h = (1 + \frac{\sqrt{2}}{2})R$ so với mặt sàn với vận tốc \vec{v}_0 đến và chạm hoàn toàn đàm hồi với vật A. Biết véc tơ \vec{v}_0 có phương vuông góc đường sinh trụ A và nằm trong mặt phẳng thẳng đứng đi qua khối tâm G của trụ A (Hình 2.74c). Cho rằng khi va chạm, trọng lực tác dụng lên vật B không đáng kể so với

áp lực của mặt trụ A tác dụng lên vật B. Bỏ qua ma sát. Ngay sau va chạm, vật B chuyển động vận tốc \vec{v} , khói tâm G trụ A có vận tốc \vec{v}_G và trụ A quay với tốc độ góc ω . Hãy tìm độ lớn các véc tơ \vec{v} , \vec{v}_G và $\vec{\omega}$.



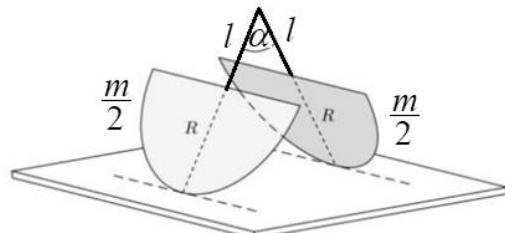
Hình 2.74P

$$1.a. m_A = \frac{3}{4}m; 1.b. OG = \frac{R}{6}; 1c. I_G = \frac{37}{96}mR^2; I_o = \frac{13}{32}mR^2; 1d. T = \pi \sqrt{\frac{29R}{g}}$$

$$2. T = \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{29R}{g}}$$

$$3. \omega = \frac{8}{87} \frac{v_0}{R}; v_G = \frac{74}{261} v_0; v = \frac{225,4}{261} v_0$$

Bài 55 (Rudolf 2014). Một đĩa tròn, mỏng, khói lượng m, bán kính R được cắt dọc theo đường kính đĩa thành hai phần bằng nhau, trên cả hai phần có gắn các thanh không khói lượng, chiều dài l được cố định dọc theo trục đối xứng trong mặt phẳng của mỗi phần. Sau đó các đầu tự do của thanh được nối với nhau, sao cho góc giữa chúng là α và các đường cắt của các nửa cái đĩa là song song với nhau (Hình 2.80P). Hệ này được đặt trên một sàn phẳng nằm ngang bắt đầu dao động. Tính tần số dao động bé của hệ.



Hình 2.80P

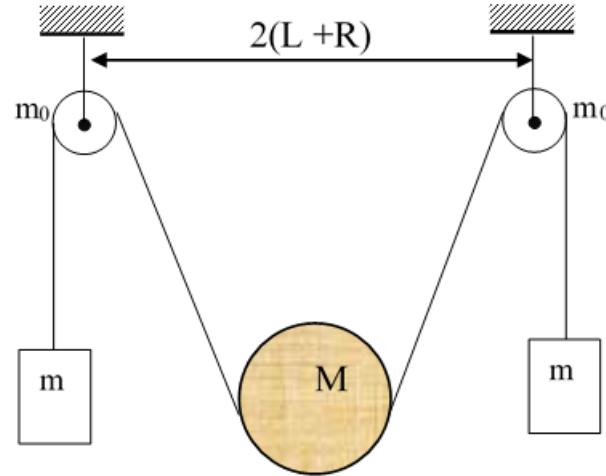
$$\text{ĐS: } T = 2\pi \sqrt{\frac{3\pi + (15\pi - 32)\cos^2 \frac{\alpha}{2}}{16\cos \frac{\alpha}{2}} \frac{R}{g}}$$

Bài 57. (Chọn đội tuyển olympic 2013 ngày thứ nhất). Treo hệ gồm hai vật m_1 và m_2 giống hệt nhau có cùng khói lượng m và một quả cầu đặc đồng chất có khói lượng M, bán kính R vào hai ròng rộc cố định bằng hai sợi dây mảnh, mềm nhẹ, không dãn dài. Các sợi dây nối vào quả cầu tại hai điểm ở hai đầu một đường kính song song với

mặt phẳng nằm ngang như hình vẽ. Hai ròng rọc giống hệt nhau có dạng hình trụ đặc, đồng chất, khối lượng m_0 , bán kính r và nằm trên cùng độ cao, cách nhau một khoảng $2(L+R)$. Biết $r \ll L$ và ròng rọc có trục vuông góc với mặt phẳng hình vẽ. Bỏ qua ma sát ở trục quay và lực cản của không khí. Giả thiết năng dây không trượt trên ròng rọc. Gia tốc rơi tự do là g .

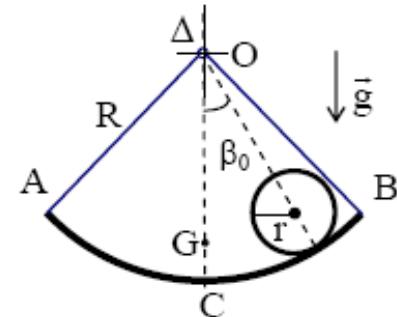
a. Xác định điều kiện để hệ cân bằng và tính khoảng cách từ tâm hình học của M đến mặt phẳng chưa hai trục của ròng rọc khi hệ cân bằng.

b. Từ vị trí cân bằng kéo vật M xuống phía dưới một đoạn nhỏ A theo phương thẳng đứng rồi buông nhẹ. Tìm chu kỳ dao động của các vật.



ĐS: a. ĐK $M < 2m$; $H = \frac{LM}{\sqrt{4m^2 - M^2}}$ b. $T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g} \sqrt{\frac{4Mm^2 + 2M^2m + m_0M^2}{(4m^2 - M^2)^{3/2}}}}$

Bài 57. (Trích đề thi HSGQG 2011) Cho vật 1 là một bản mỏng đều, đồng chất, được uốn theo dạng lòng máng thành một phần tư hình trụ AB cứng, ngắn, có trục Δ , bán kính R và được gắn với điểm O bằng các thanh cứng, mảnh, nhẹ. Vật 1 có thể quay không ma sát quanh một trục cố định (trùng với trục Δ) đi qua điểm O. Trên hình vẽ, OA và OB là các thanh cứng cùng độ dài R , OAB nằm trong mặt phẳng vuông góc với trục Δ , chứa khối tâm G của vật 1, C là giao điểm của OG và lòng máng.

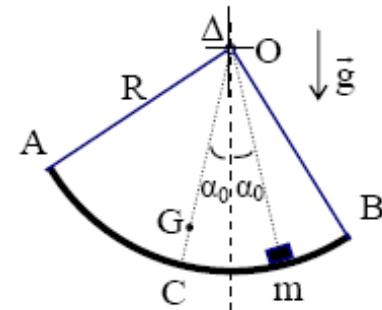


1. Tìm vị trí khối tâm G của vật 1.

2. Giữ cho vật 1 luôn cố định rồi đặt trên nó vật 2 là một hình trụ rỗng, mỏng, đồng chất, cùng chiều dài với vật 1, bán kính r nằm dọc theo đường sinh của vật 1. Kéo vật 2 lệch ra khỏi vị trí cân bằng một góc nhỏ rồi thả nhẹ.

a) Tìm chu kì dao động nhỏ của vật 2. Biết rằng trong quá trình dao động, vật 2 luôn lăn không trượt trên vật 1.

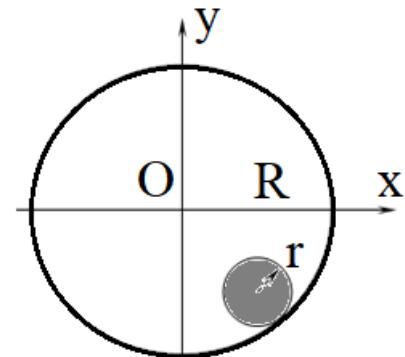
b) Biết là hệ số ma sát nghỉ giữa vật 1 và vật 2. Tìm giá trị lớn nhất của góc để trong quá trình dao động điều hoà, vật 2 không bị trượt trên vật 1.



3. Thay vật 2 bằng một vật nhỏ 3. Vật 3 nằm trong mặt phẳng OAB. Kéo cho vật 1 và vật 3 lệch khỏi vị trí cân bằng sao cho G và vật 3 nằm về hai phía mặt phẳng thẳng đứng chéo Δ, với các góc lệch đều là như hình vẽ, rồi thả nhẹ. Bỏ qua ma sát. Tìm khoảng thời gian nhỏ nhất để vật 3 đi tới C.

$$\text{ĐS: 1. } OG = y_G = \frac{2\sqrt{2}R}{\pi}; \text{ 2a. } T = 2\pi\sqrt{\frac{2(R-r)}{g}}; \text{ 2b. } \beta_0 \leq \frac{1}{2}\left(\sqrt{8 + \frac{1}{\mu^2}} - \frac{1}{\mu}\right). \text{ 3. } t_{\min} = \frac{\pi}{\omega_1 + \omega_1}.$$

Bài 58. (APHO 2009): Một hình trụ có thành mỏng, khối lượng M và mặt trong nhám với bán kính R có thể quay quanh trục nằm ngang cố định. Trục Z vuông góc với trang giấy và đi ra ngoài trang giấy. Một hình trụ khác, nhỏ hơn, đồng chất, có khối lượng m và bán kính r lăn không trượt quanh trục riêng của nó trên bề mặt trong của M; trục này song song với OZ



a, Xác định chu kì dao động nhỏ của m khi M bị bắt buộc quay với tốc độ góc không đổi. Viết kết quả theo R, r, g

b, Nay giờ M có thể quay (dao động) tự do, không bị bắt buộc, quanh trục Oz của nó, trong khi m thực hiện dao động nhỏ bằng cách lăn trên bề mặt trong của M. Hãy tìm chu kì dao động này.

$$\text{ĐS: a. } T = 2\pi\sqrt{\frac{3(R-r)}{2g}}; \text{ b. } T = 2\pi\sqrt{\frac{(R-r)}{g} \cdot \frac{(3M+m)}{(2M+m)}}$$

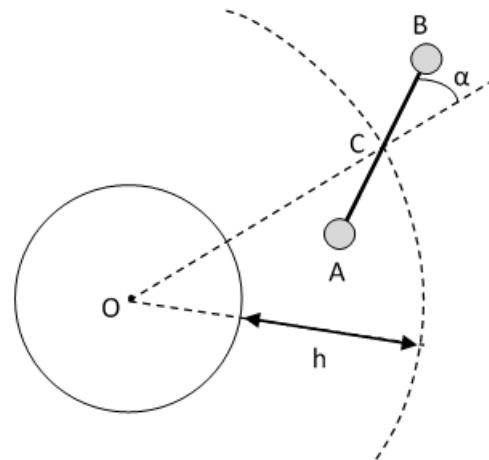
Bài 59. (Trích đề thi chọn đội olympic 2013 ngày thứ 2). Trái Đất coi như hình cầu khói lượng M , tâm O , bán kính R . Hệ quy chiếu gắn với Trái Đất được xem như hệ quy chiếu quán tính. Từ mặt đất, một vệ tinh nhân tạo được phóng lên theo quỹ đạo tròn quanh Trái Đất ở độ cao h so với mặt đất. Khi vệ tinh đang chuyển động ổn định ở độ cao h , vệ tinh tự động mở các tấm pin mặt trời ra hai bên. Khi đó có thể coi gần đúng vệ tinh như một hệ gồm hai chất điểm A, B có khối lượng giống nhau m , được nối với thanh cứng nhẹ, dài $2l$, có khối tâm C đặt ở độ cao h . Thanh cứng nằm trong mặt phẳng quỹ đạo và tạo với phương OC một góc α . AB chỉ có thể quay quanh trục vuông góc với mặt phẳng quỹ đạo và đi qua C .

a. Tìm các giá trị α ứng với các vị trí cân bằng của vệ tinh.

b. Khi vệ tinh chuyển động, tâm pin mặt trời dao động nhỏ quanh vị trí cân bằng bền. Tìm chu kỳ dao động đó.

ĐS: a. Khi $\alpha = 0$ là vị trí cân bằng bền, $\alpha = 90^\circ$ là cân bằng không bền của hệ.

$$b. T = 2\pi \sqrt{\frac{(R+h)^3}{3GM}}$$



Bài 60. (IPHO 2011).

1. Hai vật khối lượng M và m quay quanh khối tâm của chúng trên các quỹ đạo tròn bán kính lần lượt là R và r . Tìm tốc độ góc ω_0 của đường nối M và m theo R, r, M, m và hằng số hấp dẫn vũ trụ G .

2. Một vật thứ ba có khối lượng rất nhỏ μ (so với M và m) chuyển động tròn quanh tâm của hệ sao cho khoảng cách giữa μ đến M và m không đổi. Cho rằng khối lượng rất nhỏ này không tuyến tính với M và m . Tìm các giá trị sau theo R và r :

- a. Khoảng cách từ μ đến M .
- b. Khoảng cách từ μ đến m .
- c. Khoảng cách từ μ đến khối tâm của hệ.

3. Xét trường hợp $M = m$. Nếu μ dao động bé dọc theo phương bán kính $O\mu$ thì tần số gốc dao động của μ quanh vị trí cân bằng (tương đối) của nó là bằng bao nhiêu, tính theo ω_0 ? Cho rằng momen động lượng của μ là bảo toàn.

ĐS:1. $\omega_0 = \sqrt{\frac{G(M+m)}{(r+R)^3}}$; 2. $r_2 = r_1 = \rho = r+R$; Khi đó tam giác nối μ , m, M là tam giác đều, khoảng cách từ μ đến khối tâm của hệ: $a = \sqrt{(r+R)^2 - Rr}$;

3. Tần số góc $\omega = \frac{\sqrt{7}}{2} \omega_0$

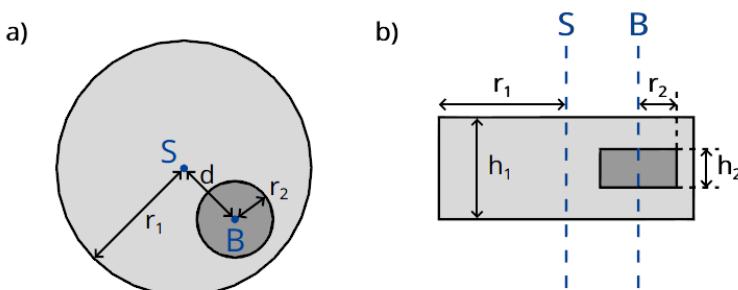
Bài 61 (Apho 2017). Ta xét một hình trụ đặc bằng gỗ có bán kính r_1 và độ dày h_1 . Ở một chỗ nào đó trong hình trụ gỗ, một đĩa kim loại có bán kính r_2 và độ dày h_2 chiếm chỗ của gỗ. Đĩa kim loại được đặt sao cho trục đối xứng B của nó song song với trục đối xứng S của hình trụ gỗ. Đĩa được đặt cách đều mặt trên và mặt dưới của hình trụ gỗ. Ta gọi khoảng cách giữa S và B là d. Khối lượng riêng của gỗ là ρ_1 , khối lượng riêng của kim loại là $\rho_2 > \rho_1$. Tổng khối lượng của hình trụ gỗ và đĩa kim loại bên trong là M.

Trong phần này, ta đặt hình trụ gỗ lên mặt sàn sao cho nó có thể lăn tự do sang phải hoặc sang trái. Hình 17 là hình ảnh nhìn ngang và nhìn từ trên xuống của dụng cụ này.

Mục đích của nhiệm vụ này là xác định kích thước và vị trí của đĩa kim loại.

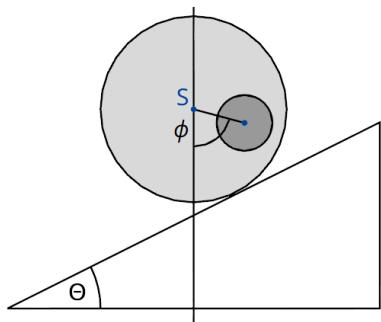
Trong phần tiếp theo, khi được yêu cầu biểu thị kết quả theo các giá trị đã cho, em luôn có thể coi các giá trị sau là đã biết: $r_1, h_1, \rho_1, \rho_2, M$.

Mục tiêu là xác định r_2, h_2 và d qua các phép đo gián tiếp.



Hình 2 a) nhìn ngang b) nhìn từ trên xuống

Ta gọi b là khoảng cách giữa khối tâm C của cả hệ vật và trục đối xứng S của hình trụ gỗ. Để tìm khoảng cách này, ta thiết kế thí nghiệm như sau: đặt hình trụ gỗ lên một tấm đế nằm ngang sao cho nó ở trạng thái cân bằng bền. Ta từ từ nghiêng tấm đế đến một góc Θ (xem Hình 3). Do có lực ma sát nghỉ, hình trụ gỗ có thể lăn tự do mà không trượt. Hình trụ lăn xuống mặt nghiêng một chút rồi sau đó đứng yên ở trạng thái cân bằng bền trên mặt nghiêng sau khi đã quay đi một góc ϕ mà ta có thể đo được.

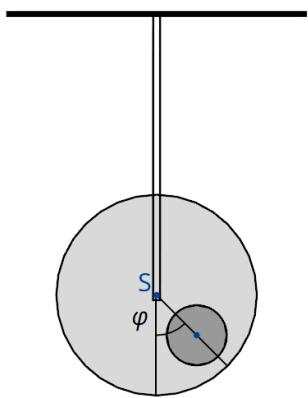


Hình 3. Hình trụ trên tám đê nghiêng

a) Hãy tìm biểu thức của b theo $r_1, h_1, \rho_1, \rho_2, M$, góc ϕ và góc nghiêng Θ của tám đê.

Từ đây trở đi, ta coi như đã biết giá trị của b.

Tiếp theo, ta đo moment quán tính I_S của hệ đối với trục đối xứng S. Muốn vậy, treo hình trụ gỗ ở trục đối xứng của nó vào một thanh cứng. Sau đó ta quay hình trụ đi một góc nhỏ φ khỏi vị trí cân bằng và thả tay ra. Xem mô hình trên Hình 4. Ta thấy rằng φ mô tả một chuyển động tuần hoàn với chu kỳ T.



Hình 4. Hệ treo

b) Hãy tìm phương trình chuyển động của φ . Hãy biểu thị mô men quán tính I_S của hệ đối với trục đối xứng S theo T, b và các đại lượng đã biết : $r_1, h_1, \rho_1, \rho_2, M$. Em có thể giả thiết rằng ta chỉ làm lệch nhẹ khỏi vị trí cân bằng, do vậy φ luôn là rất bé.

Từ các phép đo trong các câu hỏi a) và b), bây giờ ta muốn xác định hình dạng và vị trí của đĩa kim loại bên trong hình trụ gỗ.

c) Hãy tìm biểu thức cho khoảng cách d theo b và các đại lượng $r_1, h_1, \rho_1, \rho_2, M$. Biểu thức có thể bao gồm các biến r_2 và h_2 , các biến này sẽ được tính trong câu hỏi e).

TÀI LIỆU BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI VẬT LÝ TRUNG HỌC PHỔ THÔNG

d) Hãy tìm biểu thức của mô men quán tính I_s theo b và các đại lượng $r_1, h_1, \rho_1, \rho_2, M$. Biểu thức có thể bao gồm các biến r_2 và h_2 , các biến này sẽ được tính trong câu hỏi e).

e) Dùng tất cả các kết quả bên trên, em hãy viết biểu thức cho h_2 và r_2 theo b, T và các đại lượng $r_1, h_1, \rho_1, \rho_2, M$. Em có thể biểu diễn h_2 như là hàm của r_2 .

$$\text{ĐS: a)} \quad b = \frac{r_1 \sin \Theta}{\sin \phi} \quad \text{b)} \quad I_s = \frac{MgbT^2}{4\pi^2} \quad \text{c)} \quad d = \frac{Mb}{\pi r_2^2 h_2 (\rho_2 - \rho_1)}$$

$$\text{d)} \quad I_s = \frac{1}{2} \pi h_1 \rho_1 r_1^4 + \frac{1}{2} \pi h_2 (\rho_2 - \rho_1) r_2^4 + \frac{b^2 M^2}{\pi r_2^2 h_2 (\rho_2 - \rho_1)}$$

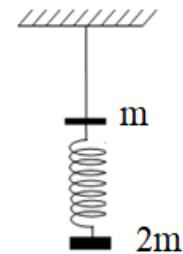
$$\text{e)} \quad r_2 = \sqrt{\frac{2}{M - \pi r_1^2 h_1 \rho_1} \left(\frac{Mb g T^2}{4\pi^2} - \frac{1}{2} \pi h_1 \rho_1 r_1^4 - \frac{b^2 M^2}{M - \pi r_1^2 h_1 \rho_1} \right)}, \quad h_2 = \frac{M - \pi r_1^2 \rho_1 h_1}{\pi r_2^2 (\rho_2 - \rho_1)}$$

CHƯƠNG IV.

DAO ĐỘNG CHẤT ĐIỂM

IV.1 VIẾT PHƯƠNG TRÌNH DAO ĐỘNG ĐIỀU HÒA

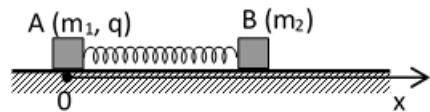
Bài 1. Cho hệ như **hình vẽ**. Khi hệ ở trạng thái cân bằng lò xo giãn 30cm. Đốt sợi dây treo.



1. Xác định gia tốc của các vật ngay sau khi đốt dây.
2. Sau bao lâu thì lò xo sẽ đạt đến trạng thái không biến dạng lần đầu tiên? Xác định vận tốc của các vật ở thời điểm đó.

ĐS: 2. $t = \pi / 20(s)$, $v_m \approx 3,57m/s$, $v_{2m} \approx 0,57m/s$.

Bài 2. Trên mặt phẳng nằm ngang nhẵn có hai vật nhỏ A và B ($m_A = m$, $m_B = 2m$) nối với nhau bởi một lò xo nhẹ có độ cứng k có chiều dài tự nhiên ℓ_0 . Vật A được tích điện dương q và cách điện với lò xo còn vật B thì không tích điện. Lúc đầu lò xo không co dãn, tại thời điểm $t = 0$, bật một điện trường đều có cường độ E , có phương dọc theo trục của lò xo và hướng từ A sang B như **hình vẽ**. Cho rằng vùng không gian có điện trường nói trên đủ rộng.

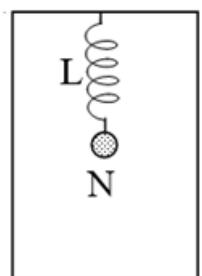


- a. Tìm khoảng cách cực đại, cực tiểu giữa hai vật khi chúng chuyển động.
- b. Viết phương trình chuyển động của mỗi vật đối với trục tọa độ Ox gắn với sàn, gốc tọa độ trùng vị trí ban đầu của A, chiều dương hướng từ A sang B.

ĐS: a. $l_{\min} = l_0 - \frac{4qE}{3k}$; $l_{\max} = l_0$; b. Phương trình chuyển động của vật A: $u_1 = -\frac{4qE}{9k} \cos(\sqrt{\frac{3k}{2m}} \cdot t)$, của B: $u_2 = \frac{2F}{9k} \cos(\sqrt{\frac{3k}{2m}} \cdot t) = \frac{2qE}{9k} \cos(\sqrt{\frac{3k}{2m}} \cdot t)$

Bài 3. Con lắc lò xo treo thẳng đứng vào trần thang máy, lò xo L có độ cứng k = 50N/m, chiều dài khi không biến dạng là $\ell_0 = 30cm$, vật nặng N khối lượng m = 500g buộc vào đầu dưới của lò xo (hình vẽ 2). Lấy $g = 10m/s^2$. Ban đầu thang máy đứng yên.

Tại gốc thời gian cung cấp cho N vận tốc hướng xuống thẳng đứng có độ lớn 40cm/s, thì N thực hiện một dao động điều hòa.



- a) Chọn chiều dương hướng xuống. Viết phương trình li độ.
- b) Tính chiều dài cực đại và cực tiểu của lò xo khi hệ dao động.
- c) Cho thang máy đi lên nhanh dần đều gia tốc có độ lớn 2m/s^2 , vật N vẫn dao động điều hòa quanh vị trí cân bằng O cùng biên độ. Tính độ lớn lực đàn hồi cực đại và cực tiểu tác dụng lên N.

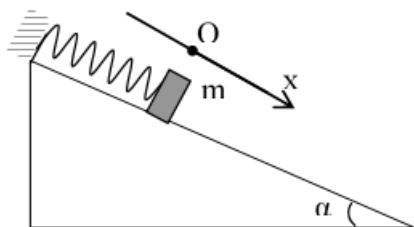
Tại một thời điểm, vật N đang qua vị trí cân bằng O và đi lên thì nó rời khỏi lò xo và sau 0,8 giây vật N chạm sàn thang máy, tính khoảng cách từ O đến sàn.

Đáp số: a) $x = 4\cos\left(10t - \frac{\pi}{2}\right)\text{cm}$ b) 8N và 4 N c) 3,52 m

Bài 4. Con lắc lò xo như hình vẽ. Vật nhỏ khối lượng $m = 200\text{g}$, lò xo lí tưởng có độ cứng $k = 1\text{N/cm}$, góc $\alpha = 30^\circ$. Lấy $g = 10\text{m/s}^2$.

a/ Chọn trục tọa độ như hình vẽ, gốc tọa độ trùng với vị trí cân bằng. Viết phương trình dao động. Biết tại thời điểm ban đầu lò xo bị dãn 2cm và vật có vận tốc $v_0 = 10\sqrt{15}\text{ cm/s}$ hướng theo chiều dương.

b/ Tại thời điểm t_1 lò xo không biến dạng. Hỏi tại $t_2 = t_1 + \frac{\pi}{4\sqrt{5}}\text{s}$, vật có tọa độ bao nhiêu?



c/ Tính tốc độ trung bình của m trong khoảng thời gian $\Delta t = t_2 - t_1$.

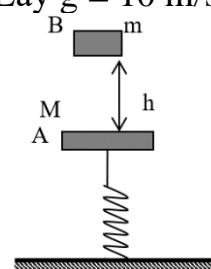
ĐS: a. $x = 2\cos(10\sqrt{5}t - \frac{\pi}{3})\text{cm}$; b. Tọa độ $x_2 = \sqrt{3}\text{ cm}$, $x'_2 = -\sqrt{3}\text{ cm}$; c. $v_{tb} = 26,4\text{m/s}$ hoặc $v_{tb} = 30,6\text{m/s}$.

Bài 5. Cho cơ hệ như hình vẽ. Lò xo có khối lượng không đáng kể, có độ cứng $K = 40\text{ N/m}$ mang đĩa A có khối lượng $M = 60\text{g}$. Thả vật B có khối lượng $m = 100\text{g}$ rơi tự do từ độ cao

$h = 10\text{ cm}$ so với đĩa A. Va chạm giữa vật B và đĩa A là va chạm mềm. Lấy $g = 10\text{ m/s}^2$.

- a. Tính biên độ và chu kỳ dao động điều hòa của hệ .
- b. Tính khoảng thời gian lò xo giãn trong một chu kỳ.

ĐS: a. $A \approx 6,1\text{cm}, T \approx 0,4\text{s}; \tau \approx 0,1\text{s}$



Bài 6.

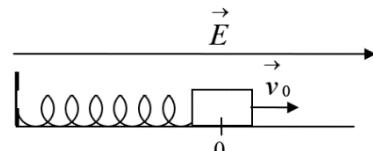
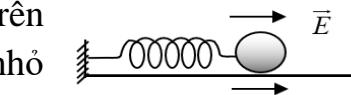
Một con lắc lò xo gồm một vật nhỏ có khối lượng $m_1 = 100\text{g}$, được tích điện đến điện tích $q = 2\mu\text{C}$ và một lò xo có độ cứng 40N/m được đặt trên mặt phẳng nằm ngang không ma sát. Ban đầu ($t = 0$) khi vật nhỏ đang nằm yên ở vị trí cân bằng thì người ta đặt con lắc vào điện trường đều có phương nằm ngang như hình vẽ, cường độ điện trường $E = 10^6 \text{V/m}$. Khi con lắc dao động điều hòa đến thời điểm $t = \frac{19}{12}\text{T}$ thì ngừng tác dụng điện trường (cho $E = 0$) đồng thời bắn một vật khối lượng $m_2 = m_1$ với vận tốc bằng vận tốc cực đại của m_1 (lúc trước khi ngừng tác dụng điện trường) vào vật m_1 theo hướng cùng chiều chuyển động với m_1 khi đó. Tìm biên độ dao động của vật trước và sau khi bắn trong các trường hợp sau:

- a) Va chạm là va chạm mềm
- b) Va chạm là hoàn toàn đàn hồi.

ĐS: a. $10,73 \text{ cm}$; b. $10,59 \text{ cm}$.

Bài 7. Một vật nặng có khối lượng m , điện tích dương q được gắn vào lò xo có độ cứng k khối lượng không đáng kể tạo thành con lắc lò xo nằm ngang. Điện tích trên vật nặng không thay đổi khi con lắc dao động. Kích thích cho con lắc dao động điều hòa với biên độ A . Tại thời điểm vật nặng đi qua vị trí cân bằng và có vận tốc hướng ra xa gốc lò xo, người ta bật một điện

trường đều có cường độ E , cùng hướng với vận tốc của vật. Tìm thời gian từ lúc bật

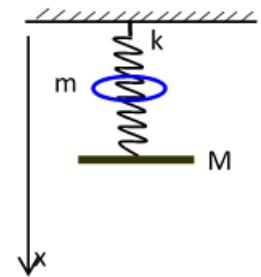


điện trường đến thời điểm con lắc dừng lại lần đầu tiên.

$$\text{ĐS: } \Delta t = \frac{\pi - \arccos \frac{Eq}{\sqrt{E^2 q^2 + A^2 k^2}}}{\sqrt{\frac{k}{m}}}$$

Bài 8.

Một đĩa có khối lượng $M=0,3$ kg treo dưới một lò xo nhẹ có hệ số đàn hồi là $k=200$ N/m. Một chiếc vòng khói lượng $m=0,2$ kg rơi từ độ cao $h = 3,75$ cm so với mặt đĩa xuống đĩa, va chạm hoàn toàn mềm với đĩa. Sau va chạm, đĩa và vòng dao động điều hòa.

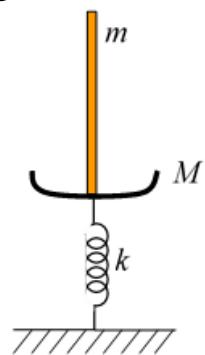


1. Viết phương trình dao động của hệ. Lấy trục tọa độ ox thẳng đứng, hướng xuống dưới, gốc tọa độ là VTCB của hệ, gốc thời gian là thời điểm ngay sau va chạm.
2. Tính biên độ dao động lớn nhất của hệ để trong quá trình dao động thì vòng không bị nảy lên khỏi đĩa

Bỏ qua mọi ma sát, sức cản. Lấy $g = 10$ m/s².

ĐS: 1. $x = 2\cos(20t - \frac{2\pi}{3})$ (cm); 2. 2,5cm

Bài 9. Một sợi dây xích mềm đồng chất tiết diện đều, có chiều dài l, khối lượng m được treo cân bằng, đầu dưới chạm vào một đĩa có khối lượng M. Đĩa được gắn với một lò xo có độ cứng k đầu dưới của lò xo cố định. Người ta thả cho xích rơi xuống và chạm mềm với đĩa. Coi rằng sau va chạm hệ dao động điều hòa theo phương thẳng đứng.



- a, Lập biểu thức tính vận tốc của hệ sau va chạm.
- b, Lập biểu thức năng lượng dao động của hệ.

ĐS: a. $V = \frac{2m}{3(M+m)}\sqrt{2gl}$; b. $E = \frac{4m^2 gl}{M+m} + \frac{m^2 g^2}{2k}$

Bài 10. 1. Ba vật nhỏ khối lượng lần lượt là m_1 , m_2 và m_3 (với $m_1 = m_2 = \frac{m_3}{2} = 100$ gam)

được treo vào 3 lò xo lí tưởng có độ cứng lần lượt k_1 , k_2 , k_3 (với $k_1 = k_2 = \frac{k_3}{2} = 40$ N/m).

Tại vị trí cân bằng, ba vật cùng nằm trên một đường thẳng nằm ngang và cách đều nhau ($O_1O_2 = O_2O_3 = 1,5$ cm) như hình vẽ 3. Kích thích đồng thời cho cả ba vật dao động điều

hòa theo các cách khác nhau: Từ vị trí cân bằng truyền cho m_1 vận tốc 60cm/s hướng

thẳng đứng lên trên; m_2 được thả nhẹ nhàng từ một điểm phía dưới vị trí cân bằng, cách vị trí cân bằng một đoạn 1,5cm. Chọn trục Ox hướng thẳng đứng xuống dưới, gốc O tại vị trí cân bằng, gốc thời gian ($t = 0$) lúc các vật bắt đầu dao động.

- a. Viết các phương trình dao động điều hòa của vật m_1 và vật m_2 . Nếu vào thời điểm t vật m_1 ở vị trí có li độ $x_1 = 2\text{cm}$ và đang giảm thì sau đó $\frac{\pi}{20}\text{s}$ vật m_2 có tốc độ là bao nhiêu?

- b. Tính khoảng cách lớn nhất giữa m_1 và m_2 trong quá trình dao động.

- c. Viết phương trình dao động của vật m_3 để trong suốt quá trình dao động ba vật luôn nằm trên cùng một đường thẳng?

2. Một con lắc lò xo có độ cứng $k = 40 \text{ N/m}$, vật nhỏ khối lượng $m = 100(\text{g})$ đặt trên mặt bàn nằm ngang. Hệ số ma sát trượt giữa vật và mặt bàn là $\mu = 0,16$. Ban đầu giữ vật sao cho lò xo bị nén $10(\text{cm})$ rồi thả nhẹ. Lấy $g = 10(\text{m/s}^2)$. Xác định:

- a. Tốc độ của vật lúc gia tốc của nó đổi chiều lần thứ 4.
 b. Quãng đường vật đi được cho đến khi dừng hẳn.

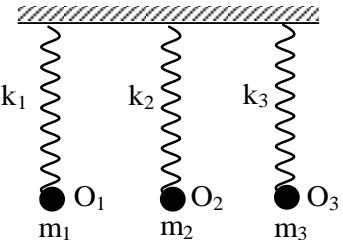
Bài 11. Một con lắc lò xo treo thẳng đứng gồm vật nhỏ có khối lượng $m = 250\text{g}$ và một lò xo nhẹ có độ cứng $k = 100\text{N/m}$. Kéo vật m xuống theo phương thẳng đứng đến vị trí lò xo giãn $7,5\text{cm}$ rồi thả nhẹ. Chọn gốc toạ độ ở vị trí cân bằng của vật, trực toạ độ thẳng đứng, chiều dương hướng xuống dưới, chọn gốc thời gian là lúc thả vật. Lấy $g = 10\text{m/s}^2$ và $\pi^2 \approx 10$. Coi vật dao động điều hòa.

1. Viết phương trình dao động
2. Tìm thời gian từ lúc thả vật đến khi vật tới vị trí lò xo không biến dạng lần đầu tiên.
3. Xác định độ lớn lực đàn hồi tại thời điểm động năng bằng ba lần thế năng.
4. Xác định khoảng thời gian lò xo bị giãn trong một chu kì.

ĐS: 1. $x = 5\cos 20t(\text{cm})$; 2. $\frac{\pi}{30}(\text{s})$; 3. 5N ; 4. $\frac{\pi}{15}(\text{s})$

Bài 12.

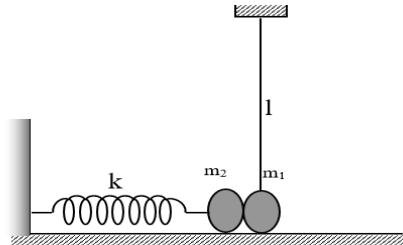
Con lắc đơn gồm quả cầu nhỏ khối lượng $m_1 = 100\text{g}$ và sợi dây lý tưởng chiều dài là $l = 1,0\text{m}$. Con lắc lò xo gồm lò xo có khối lượng không đáng kể, độ cứng $k = 25 \frac{\text{N}}{\text{m}}$ và quả



Hình vẽ 3

cầu nhỏ khối lượng $m_2 = m_1$ (hình vẽ bên). Lấy $g = 10 \frac{m}{s^2}$; $\pi^2 = 10$. Bố trí hai con lắc sao cho khi hệ cân bằng lò xo không biến dạng, sợi dây thẳng đứng. Kéo m_1 lệch khỏi

vị trí cân bằng để sợi dây lệch một góc nhỏ $\alpha_0 = 0,1$ rad rồi thả nhẹ.



a/ Tìm vận tốc của m_2 ngay sau khi va chạm với m_1 và độ nén cực đại của lò xo. Coi va chạm là tuyệt đối đàn hồi (bỏ qua mọi ma sát).

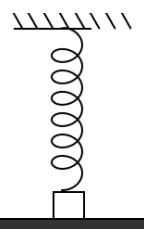
b/ Tìm chu kì dao động của hệ.

c/ Vẽ đồ thị biểu diễn sự phụ thuộc của vận tốc theo thời gian của con lắc lò xo. Chọn gốc thời gian là lúc va chạm.

ĐS: a. $0,314 \text{ (m/s)}$, 2cm ; b. 2s .

Bài 13.

Một con lắc gồm một vật nặng có khối lượng $m=100\text{g}$ được treo vào đầu dưới của một lò xo thẳng đứng đầu trên cố định. Lò xo có độ cứng $K=20\text{N/m}$, vật m được đặt trên một giá đỡ nằm ngang(hình vẽ).



Ban đầu giữ giá đỡ để lò xo không bị biến dạng, rồi cho giá đỡ chuyển động thẳng xuống nhanh dần đều với gia tốc $a=2\text{m/s}^2$. Lấy $g=10\text{m/s}^2$.

1- Hỏi sau bao lâu thì vật rời khỏi giá đỡ?

2- Cho rằng sau khi rời giá đỡ vật dao động điều hoà. Viết phương trình dao động của vật. Chọn gốc thời gian lúc vật vừa rời giá đỡ, gốc tọa độ ở vị trí cân bằng, trục tọa độ thẳng đứng, chiều dương hướng xuống.

ĐS: 2. $x = A \sin(\omega t + \varphi) = 3 \sin(10\sqrt{2}t - \frac{\pi}{9})\text{cm}$.

Bài 14. Một con lắc lò xo gồm vật nặng $M=300\text{g}$, độ cứng $k=200\text{N/m}$ như (hình vẽ 3). Khi M đang

ở vị trí cân bằng thả vật $m=200\text{g}$ từ độ cao $h=3,75\text{cm}$ so với M . Sau va chạm hệ M và m

bắt đầu dao động điều hòa . Bỏ qua ma sát,lấy $g=10m/s^2$.Coi va chạm giữa m và M là hoàn toàn không đàn hồi.

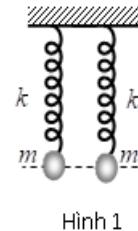
- a.Tính vận tốc của m ngay trước va chạm,và vận tốc của hai vật ngay sau va chạm
- b.Viết phương trình dao động của hệ ($M+m$) chọn gốc thời gian là lúc va chạm ,trục tọa độ Ox thẳng đứng hướng lên gốc 0 là vị trí cân bằng của hệ sau va chạm.
- c. Tính biên độ dao động cực đại của hai vật để trong quá trình dao động vật m không rời khỏi M

ĐS: a. $50\sqrt{3}$ cm/s; $20\sqrt{3}$ cm; b. $x=2\cos(20t+\frac{\pi}{3})$ (cm); c. 2,5cm

Bài 15.

Hai con lắc lò xo giống hệt nhau được treo thẳng đứng, sát nhau trên cùng một giá cố định nằm ngang. Mỗi con lắc gồm: lò xo nhẹ có độ cứng $k = 0,2(N/cm)$; vật nhỏ có khối lượng m như hình 1. Chọn trục Ox có gốc tọa độ trùng với vị trí cân bằng của vật, phương thẳng đứng, chiều dương hướng xuống dưới. Bỏ qua mọi ma sát, lấy $g = 10(m/s^2)$. Kích thích cùng lúc cho hai vật dao động điều hòa với phương trình lần lượt: $x_1 = 4\cos\left(4\pi t + \frac{\pi}{3}\right)(cm)$,

$$x_2 = 4\sqrt{2}\cos\left(4\pi t + \frac{\pi}{12}\right)(cm).$$



Hình 1

a) Phải kích thích thế nào để hai con lắc dao động theo hai phương trình trên?

b) Tìm lực cực đại tác dụng lên giá treo con lắc.

c) Kể từ thời điểm $t_1 = \frac{1}{24}(s)$ đến thời điểm $t_2 = \frac{1}{3}(s)$ thì thời gian mà khoảng cách giữa hai vật theo phương Ox không nhỏ hơn $2\sqrt{3}(cm)$ là bao nhiêu?

ĐS: a. Con lắc 1, lúc $t = 0$ thì kéo vật xuống một đoạn dưới vị trí cân bằng 2cm rồi truyền cho vật tốc độ $8\pi\sqrt{3}$ cm/s hướng lên trên

+ Con lắc 2 lúc $t = 0$ thì kéo vật xuống một đoạn dưới vị trí cân bằng 5,46cm rồi truyền cho vật tốc độ 18,4 cm/s hướng lên trên.

b. $F_{\max} \approx 4,32 \text{ N}$; c. $\Delta t = \frac{T}{4} = 0,125\text{s}$

Bài 16. Con lắc lò xo được treo vào điểm 0 cố định. Lò xo có khối lượng không đáng kể và có độ cứng là K, vật nặng có kích thước nhỏ và khối lượng m. Bỏ qua ma sát.

Vật nặng đang ở vị trí cân bằng thì tác dụng lên nó một lực theo phương thẳng đứng có cường độ $F = F_0 \cos(\omega t)$. Cho gia tốc trọng trường là g.

a) Chứng minh vật dao động điều hòa với tần số ω .

b) Tìm biên độ dao động cường bức và vẽ đồ thị biên độ A theo Cù - Nêu nhận xét về sự phụ thuộc của A vào ω .

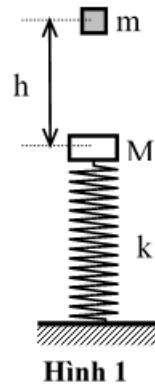
$$\text{ĐS: } A = \frac{F_0}{m(\omega_0^2 - \omega^2)}$$

Bài 17. Một con lắc lò xo gồm vật nặng có khối lượng $M = 300\text{g}$, lò xo nhẹ có độ cứng $k = 200\text{N/m}$. Khi M đang ở vị trí cân bằng thì thả nhẹ vật $m = 200\text{g}$ rời từ độ cao $h = 3,75\text{cm}$ so với M như hình 1. Coi va chạm giữa m và M là hoàn toàn mềm. Sau va chạm, hệ M và m bắt đầu dao động điều hòa. Lấy $g = 10\text{m/s}^2$. Bỏ qua mọi ma sát và lực cản môi trường.

a, Viết phương trình dao động của hệ $(M+m)$. Chọn gốc thời gian là lúc va chạm, trục tọa độ Ox thẳng đứng hướng lên, gốc O tại vị trí cân bằng của hệ sau va chạm.

b, Tính biên độ dao động cực đại của hệ vật để trong quá trình dao động vật m không rời khỏi M.

$$\text{ĐS: a. } x = 2\cos\left(20t + \frac{\pi}{3}\right)\text{cm; b. } 2,5\text{cm}$$



Hình 1

Bài 18. Hai hệ vật giống nhau, mỗi hệ gồm hai vật khối lượng m nối với nhau bằng một lò xo độ cứng k và chuyển động với vận tốc không đổi v_0 đến va chạm đàn hồi với nhau. Tại một thời điểm nào đó khoảng cách hai vật va chạm bằng L. Xác định khoảng thời gian tiếp theo đó để hai vật cách nhau L bỏ qua mọi ma sát và lực cản?

$$\text{ĐS: Xét trường hợp } v_0 > \frac{L}{2} : \theta_1 = \frac{L}{2v_0} + \sqrt{\frac{m}{2k}} \arcsin \frac{L}{2v_0} \sqrt{\frac{2k}{m}}$$

$$\text{Xét trường hợp } v_0 < \frac{L}{2} : \theta_2 = \frac{L}{2v_0} + \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{m}{2k}}$$

Xét trường hợp $v_0 \cdot \sqrt{\frac{m}{2k}} < \frac{L}{2}$: $\theta_3 = \frac{L}{v_0} + \pi \sqrt{\frac{m}{2k}}$

Bài 19. Một con lắc lò xo nằm ngang có độ cứng $K = 40(N/m)$, vật nhỏ khối lượng $m = 100(g)$. Ban đầu giữ vật sao cho lò xo bị nén 10(cm) rồi thả nhẹ.

1. Bỏ qua mọi ma sát, vật dao động điều hòa.

a) Viết phương trình dao động của vật, chọn gốc O là vị trí cân bằng của vật, chiều dương là chiều chuyển động của vật lúc thả, gốc thời gian lúc thả vật.

b) Xác định thời điểm lò xo nén 5cm lần thứ 2010 kể từ lúc thả.

2. Thực tế có ma sát giữa vật và mặt bàn với hệ số ma sát trượt giữa vật và mặt bàn là $\mu = 0,1$. Lấy $g = 10(m/s^2)$. Tính tốc độ của vật lúc gia tốc của nó đổi chiều lần thứ 4.

ĐS: 1a. $x = 10 \cos(20t + \pi)(cm)$; 1b. $t_{2010} = \frac{6029\pi}{60}(s)$; 2. $v_4 = 1,65(m/s)$

Bài 20. Một vật nhỏ dao động điều hòa trên trục tọa độ Ox với biên độ 10cm và đạt gia tốc lớn nhất tại li độ x_1 . Sau đó, vật lần lượt đi qua các điểm có li độ $x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7$ trong những khoảng thời gian bằng nhau $\Delta t = 0,1s$. Biết thời gian vật đi từ x_1 đến x_7 hết một nửa chu kì.

1. Tìm khoảng cách nhỏ nhất và khoảng cách lớn nhất giữa hai điểm gần nhau liên tiếp.

2. Tìm tốc độ trung bình lớn nhất của chất điểm chuyển động trong 0,8s.

ĐS: 1. 5cm, 1,34cm; 2. 37,5cm/s.

Bài 21. Hai con lắc lò xo giống nhau treo thẳng đứng, sát nhau trên cùng một giá nằm ngang gồm: lò xo nhẹ có độ cứng $k = 0,2N/cm$; vật nhỏ có khối lượng m . Chọn hệ trục tọa độ theo phương thẳng đứng, chiều dương hướng xuống dưới, gốc tọa độ trùng với vị trí cân bằng của vật. Lấy $g = 10m/s^2$. Kích thích cùng lúc cho hai vật dao động với phương trình của vật 1 là $x_1 = 6 \cos(20t - \frac{\pi}{3})$ cm và phương trình của vật 2 là $x_2 = 6\sqrt{3} \cos(20t + \frac{\pi}{6})$ cm.

1. Phải kích thích thế nào để hai con lắc dao động với hai phương trình trên.

2. Tìm khoảng cách dài nhất giữa hai vật trong quá trình dao động.

3. Tìm lực cực đại tác dụng lên giá treo con lắc.

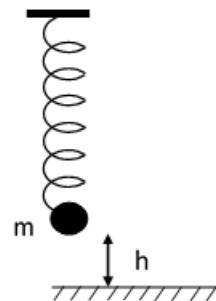
ĐS: 1. Con lắc 1. Tại thời điểm $t = 0$ thì

kéo vật xuống một đoạn dưới vị trí cân bằng 3cm rồi cấp cho vật vận tốc $60\sqrt{3}$ cm/s theo chiều hướng xuống dưới

Con lắc 2. Tại thời điểm $t = 0$ thì kéo vật xuống một đoạn dưới vị trí cân bằng 9cm rồi cấp cho vật vận tốc $60\sqrt{3}$ cm/s theo chiều hướng lên trên.

2.12cm; **3. 3,4N**

Bài 22. Một lò xo treo thẳng đứng, đầu trên được gắn cố định, đầu dưới gắn vật nặng có khối lượng $m = 0,2$ kg. Ở vị trí cân bằng (VTCB) lò xo giãn 16 cm. Lấy $g = \pi^2 \approx 10$ m/s².



a) Tính độ cứng của lò xo và chu kỳ dao động T_0 của hệ.

b) Vật m đang đứng yên ở VTCB, tác dụng lên m một lực theo phương thẳng đứng hướng xuống dưới có độ lớn 2,5 N trong thời gian 1 s. Tìm biên độ dao động và quãng đường vật đi được trong khoảng thời gian đó.

c) Vật m đang đứng yên ở VTCB, tác dụng lên m một lực theo phương thẳng đứng hướng xuống dưới có độ lớn 105 N trong thời gian $3 \cdot 10^{-3}$ s. Tìm biên độ dao động của vật.

d) Vật đang dao động tự do với biên độ như phần c, người ta đặt một bản cứng cố định, nằm ngang cách vị trí cân bằng một đoạn $h = 10$ cm (hình vẽ). Khi dao động vật va chạm đàn hồi vào bản này. Tính chu kỳ mới của dao động.

ĐS: a. $k = 12,5N / m$; $T_0 = 0,8s$; b. $A = 20cm$, $S = 100cm$; c. $A = 20cm$;

$$d. T = \frac{2}{3}T_0 \Rightarrow 0,53 \text{ s}$$

Bài 23. Một con lắc lò xo treo thẳng đứng gồm vật nặng có khối lượng $m = 100(g)$ và lò xo nhẹ có độ cứng $k = 100(N/m)$. Nâng vật nặng lên theo phương thẳng đứng đến vị trí lò xo không bị biến dạng, rồi truyền cho nó vận tốc $10\sqrt{30}$ (cm/s) thẳng đứng hướng lên. Chọn gốc thời gian là lúc truyền vận tốc cho vật nặng. Chọn trục tọa độ Ox thẳng

đứng, chiều dương hướng xuống, gốc tọa độ O ở vị trí cân bằng. Lấy $g = 10(m/s^2)$; $\pi^2 \approx 10$.

1. Nếu sức cản của môi trường không đáng kể, con lắc lò xo dao động điều hòa.
Tính:

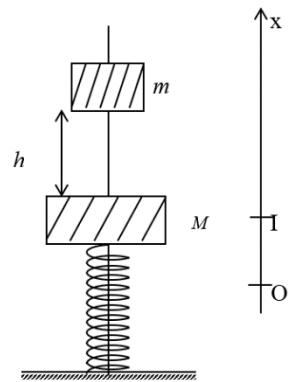
- Độ lớn của lực đàn hồi mà lò xo tác dụng vào vật lúc $t = 1/3(s)$.
- Tốc độ trung bình của vật trong khoảng thời gian $1/6(s)$ đầu tiên.

2. Nếu lực cản của môi trường tác dụng lên vật nặng có độ lớn không đổi và bằng $F_C = 0,1(N)$ Hãy tìm tốc độ lớn nhất của vật sau khi truyền vận tốc.

ĐS: 1. $3N$; 2. $0,586(m/s)$

Bài 24. Một con lắc lò xo gồm vật nặng khối lượng $M = 300g$, một lò xo có độ cứng $k = 200N/m$ được lồng vào một trực thăng đứng như hình 2. Khi M đang ở vị trí cân bằng, thả một vật $m = 200g$ từ độ cao $h = 3,75cm$ so với M . Coi ma sát không đáng kể, lấy $g = 10m/s^2$, va chạm là hoàn toàn mềm.

- Tính vận tốc của m ngay trước khi va chạm và vận tốc của hai vật ngay sau va chạm.
- Sau va chạm hai vật cùng dao động điều hòa. Lấy $t = 0$ là lúc va chạm. Viết phương trình dao động của hai vật. Chọn hệ tọa độ như hình vẽ, I là vị trí cân bằng của M trước va chạm, O là vị trí cân bằng của hai vật sau va chạm.
- Tính biên độ dao động cực đại của hai vật để trong quá trình dao động m không rời khỏi M .



ĐS : a $0,866m/s$; $0,346m/s$; b. $x = 2 \cdot \cos(20t + \frac{\pi}{3})(cm)$; c. $2,5cm$

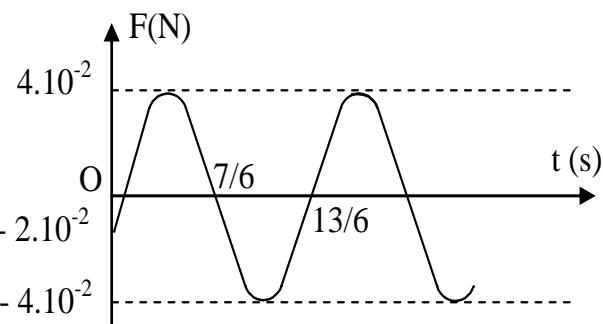
Bài 25.

- Một vật có khối lượng $m = 100(g)$, dao động điều hòa theo phương trình có dạng $x = A \cos(\omega t + \varphi)$. Biết đồ thị lực kéo về theo thời gian $F(t)$ như hình vẽ. Lấy $\pi^2 = 10$. Viết phương trình dao động của vật.

- 2) Một chất điểm dao động điều hòa với chu kì T và biên độ 12cm . Biết trong một chu kì, khoảng thời gian để vận tốc có độ lớn không vượt quá $24\pi\sqrt{3}\text{(cm/s)}$ là $\frac{2T}{3}$. Xác định chu kì dao động của chất điểm.

- 3) Một con lắc lò xo đặt trên mặt phẳng nằm ngang có $k = 100\text{(N/m)}$, $m = 500\text{(g)}$. Đưa quả cầu đến vị trí mà lò xo bị nén 10cm , rồi thả nhẹ. Biết hệ số ma sát giữa vật và mặt phẳng nằm ngang là $\mu = 0,2$. Lấy $g = 10\text{(m/s}^2)$. Tính vận tốc cực đại mà vật đạt được trong quá trình dao động.

ĐS: 1. $x = 4\cos(\pi t + \pi/3)\text{ cm}$; 2. $0,5\text{s}$; 3. $90\sqrt{2}\text{(cm/s)}$.



Bài 26. Một con lắc lò xo treo thẳng đứng gồm vật nhỏ khối lượng $m = 250\text{g}$ và một lò xo nhẹ có độ cứng $k = 100\text{ N/m}$. Kéo vật m xuống dưới theo phương thẳng đứng đến vị trí lò xo giãn $7,5\text{ cm}$ rồi thả nhẹ. Chọn gốc tọa độ ở vị trí cân bằng của vật, trục tọa độ thẳng đứng, chiều dương hướng lên trên, gốc thời gian là lúc thả vật. Cho $g = 10\text{m/s}^2$.
Coi vật dao động điều hòa

- Viết phương trình dao động
- Tính thời gian từ lúc thả vật đến thời điểm vật đi qua vị trí lò xo không biên dạng lần thứ nhất.
- Thực tế trong quá trình dao động vật luôn chịu tác dụng của lực cản có độ lớn bằng $\frac{1}{50}$ trọng lực tác dụng lên vật, coi biên độ dao động của vật giảm đều trong từng chu kì tính số lần vật đi qua vị trí cân bằng kể từ khi thả.

ĐS: a. $x = 5\cos(20t + \pi)\text{(cm)}$; b. $\frac{\pi}{30}\text{(s)}$; c. 50 lần

Bài 27. Một con lắc đơn gồm quả cầu kim loại khối lượng $m = 0,1\text{kg}$ được treo vào một điểm A cố định bằng một đoạn dây mảnh có độ dài $l = 5\text{m}$. Đưa quả cầu ra khỏi vị trí cân bằng cho đến khi dây treo nghiêng với góc thẳng đứng một góc $\alpha_0 = 9^\circ$ rồi buông cho nó dao động điều hòa. Lấy $g = \pi^2 = 10\text{ m/s}^2$.

a. Viết phương trình dao động của con lắc theo li độ góc và li độ dài ? Chọn gốc thời gian lúc buông vật.

b. Tính động năng của nó sau khi buông một khoảng thời gian $t = \frac{\pi}{6\sqrt{2}}$ (s)? Xác định cơ năng toàn phần của con lắc?

c. Xác định lực căng của dây treo con lắc khi vật đi qua vị trí cân bằng?

ĐS: a. $\alpha = \frac{\pi}{20} \cos(\sqrt{2}t)$ rad; $s = \frac{\pi}{4} \cos(\sqrt{2}t)$ m; b. 0,015625J; 0,0625J; c. 5,123N

Bài 28. Một con lắc đơn gồm một vật nhỏ có khối lượng $m = 2$ gam và một dây treo mảnh, chiều dài 1, được kích thích cho dao động điều hòa. Trong khoảng thời gian Δt con lắc thực hiện được 40 dao động. Khi tăng chiều dài con lắc thêm một đoạn bằng 7,9 cm, thì cũng trong khoảng thời gian Δt nó thực hiện được 39 dao động. Lấy gia tốc trọng trường $g = 9,8$ m/s².

- a) Kí hiệu chiều dài mới của con lắc là l' . Tính l, l' và các chu kỳ dao động T, T' tương ứng.
- b) Để con lắc với chiều dài l' có cùng chu kỳ dao động như con lắc chiều dài l , người ta truyền cho vật điện tích $q = +0,5 \cdot 10^{-8}$ C rồi cho nó dao động điều hòa trong một điện trường đều \vec{E} có đường súc thẳng đứng. Xác định chiều và độ lớn của vectơ cường độ điện trường.

ĐS: a. $l = 152,1$ cm, $l' = 160$ cm, $T \approx 2,475$ (s), $T' \approx 2,538$ (s).

b. \vec{E} có chiều hướng xuống, cùng chiều với \vec{P} , $E \approx 2,04 \cdot 10^5$ V/m

Bài 29. Một con lắc lò xo được treo thẳng đứng gồm vật nặng khối lượng $m = 1$ kg, lò xo nhẹ có độ cứng $k = 100$ N/m. Đặt giá B nằm ngang đỡ vật m để lò xo có chiều dài tự nhiên. Cho giá B chuyển động đi xuống với gia tốc $a = 2$ m/s² không vận tốc ban đầu.

- a. Tính thời gian từ khi giá B bắt đầu chuyển động cho đến khi vật rời giá B.
- b. Chọn trục tọa độ có phương thẳng đứng, chiều dương hướng xuống, gốc tọa độ tại vị trí cân bằng của vật, gốc thời gian là lúc vật rời giá B. Viết phương trình dao động điều hòa của vật.

$$\text{ĐS: a. } t = \sqrt{\frac{2m(g - a)}{ka}} = 0,283 \text{ s; b. } x = 6\cos(10t - 1,91) \text{ cm.}$$

Bài 30. Một sợi dây cao su nhẹ đàn hồi có độ cứng $k = 25\text{N/m}$ đầu trên được giữ cố định, đầu dưới treo vật $m = 625\text{g}$. Cho $g = 10\text{m/s}^2$, $\pi^2 = 10$.

1) Kéo vật rời khỏi vị trí cân bằng theo phương thẳng đứng hướng xuống dưới một đoạn bằng 5cm rồi thả nhẹ cho vật dao động điều hòa. Chọn gốc thời gian là lúc thả vật, gốc tọa độ tại vị trí cân bằng, chiều dương hướng xuống.

a) Viết phương trình dao động của vật.

b) Tính tốc độ trung bình của vật kể từ lúc bắt đầu chuyển động đến lúc vật qua vị trí có $x = -2,5\text{cm}$ lần thứ 2.

2) Vật đang ở vị trí cân bằng, truyền cho vật vận tốc 2m/s hướng thẳng đứng xuống dưới. Xác định độ cao cực đại của vật so với vị trí cân bằng.

$$\text{ĐS: 1a. } x = 5\cos 2\pi t (\text{cm}); 1b. 18,75(\text{cm/s}). 2. h_{\max} = 32,5\text{cm.}$$

Bài 31. Một con lắc đơn gồm dây treo dài $\ell = 1(m)$ gắn một đầu với vật có khối lượng m . Lấy $g = 10(\text{m/s}^2)$, $\pi^2 = 10$.

a. Treo con lắc đơn trên vào một giá cố định trong trường trọng lực. Người ta kéo vật ra khỏi vị trí cân bằng để dây treo lệch góc $0,02\text{rad}$ về bên phải, rồi truyền cho vật một vận tốc $4\pi(\text{cm/s})$ về bên trái cho vật dao động điều hòa. Chọn hệ quy chiếu có gốc ở vị trí cân bằng, chiều dương hướng sang trái, chọn thời điểm ban đầu là lúc vật qua vị trí cân bằng lần đầu. Viết phương trình li độ góc của vật.

b. Người ta đem con lắc đơn nói trên gắn vào trần xe ôtô, ôtô đang đi lên dốc chậm dần đều với gia tốc $5(\text{m/s}^2)$. Biết dốc nghiêng một góc 30° so với phương ngang. Tính chu kì dao động của con lắc trong trường hợp trên.

$$\text{ĐS: a. } s = 2\sqrt{5} \cos(\pi t - \pi/2) (\text{cm}); b. T' = 2\pi \sqrt{\frac{1}{5\sqrt{3}}} \approx 2,135(s)$$

Bài 32.

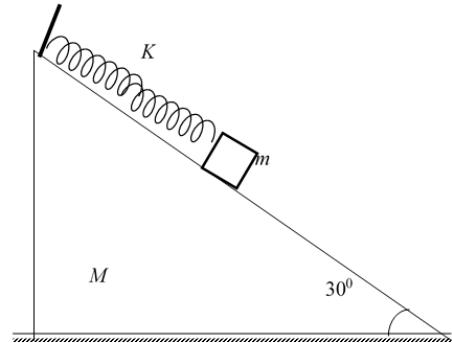
1. Một con lắc đơn có chiều dài $l = 40\text{cm}$, quả cầu nhỏ có khối lượng $m = 600\text{g}$ được treo tại nơi có gia tốc rơi tự do $g = 10\text{m/s}^2$. Bỏ qua sức cản không khí. Đưa con lắc lệch khỏi phương thẳng đứng một góc $\alpha_0 = 0,15\text{rad}$ rồi thả nhẹ, quả cầu dao động điều hoà.

a) Tính chu kì dao động T và tốc độ cực đại của quả cầu.

- b) Tính sức căng dây treo khi quả cầu đi qua vị trí cân bằng.
- c) Tính tốc độ trung bình của quả cầu sau n chu kì.
- d) Tính quãng đường cực đại mà quả cầu đi được trong khoảng thời gian $2T/3$ và tốc độ của quả cầu tại thời điểm cuối của quãng đường cực đại nói trên.

2. Một lò xo nhẹ có độ cứng K , đầu trên được gắn vào giá cố định trên mặt nêm nghiêng một góc α so với phương ngang, đầu dưới gắn vào vật nhỏ có khối lượng m (hình vẽ 1). Bỏ qua ma sát ở mặt nêm và ma sát giữa nêm với sàn ngang. Nêm có khối lượng M . Ban đầu nêm được giữ chặt, kéo m lệch khỏi vị trí cân bằng một đoạn nhỏ rồi thả nhẹ vật và đồng thời buông nêm. Tính chu kì dao động của vật m so với nêm. ĐS: 1a. $1,257(s)$; 30cm/s ; 1b. $6,135\text{N}$; 1c. $19,1\text{ cm/s}$; 1d. 18cm .

$$2.T = 2\pi \sqrt{\frac{m(M + m \cdot \sin^2 \alpha)}{K \cdot (M + m)}}$$



Bài 33. Một khối gỗ khối lượng $M=400\text{g}$ được treo vào lò xo có độ cứng $k=100\text{N/m}$. Một viên bi khối lượng $m=100\text{g}$ được bắn đến với vận tốc $v_0=50\text{cm/s}$ và chạm vào khối gỗ. Sau va chạm hệ dao động điều hòa.

Xác định chu kì và biên độ dao động.



Biết va chạm tuyệt đối đàn hồi.

$$\text{ĐS: } T = \frac{2\pi}{5}(\text{s}) ; A = 4(\text{cm})$$

Bài 34. 1) Một vật thực hiện đồng thời hai dao động điều hòa cùng phương có phương trình: $x_1 = A_1 \cos(2\pi t)(\text{cm})$ và $x_2 = 2,5\sqrt{3} \cos(2\pi t + \varphi_2)(\text{cm})$. Phương trình dao động tổng hợp thu được là: $x = 2,5 \cos(2\pi t + \varphi)(\text{cm})$. Biết $\varphi < \varphi_2$ và A_1 đạt giá trị lớn nhất. Xác định $A_{1(\max)}$, φ_2 và φ .

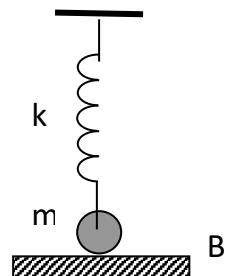
2) Một con lắc lò xo treo thẳng đứng như hình 2. Vật có khối lượng $m = 1\text{kg}$, lò xo nhẹ có độ cứng $k = 100\text{N/m}$. Đặt giá B nằm ngang đỡ vật m để lò xo có chiều dài tự nhiên. Cho giá B chuyển động xuống nhanh dần đều không vận tốc đầu với vận tốc $a = 2\text{m/s}^2$. Lấy $g = 10\text{m/s}^2$.

- a) Tính thời gian từ khi giá B bắt đầu chuyển động cho đến khi vật m rời giá B.

b) Sau khi rời giá B thì vật m dao động điều hòa.

Viết phương trình dao động của vật. Chọn trục tọa độ thẳng đứng, chiều dương hướng xuống, gốc tọa độ tại vị trí cân bằng của vật m, gốc thời gian là lúc vật m đi qua vị trí lò xo giãn 7cm hướng về vị trí cân bằng.

Hình 2



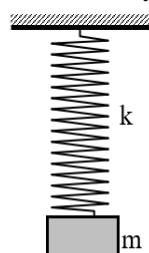
c) Xác định thời điểm vật đi qua vị trí có động năng gấp 3 lần thế năng lần thứ 2013.

$$\text{ĐS: 1. } A_{l_{\max}} = 5(\text{cm}), \varphi_2 = \frac{5\pi}{6}; \varphi = \pi/3$$

$$2 \text{ a. } t = \sqrt{0,08}(\text{s}) \quad 2 \text{ b. } x = 6 \cos(10t - \frac{2\pi}{3}) \text{ (cm)}; \text{ c. } t = \frac{3019\pi}{30}(\text{s})$$

Bài 35.

Cho con lắc lò xo gồm lò xo nhẹ có độ cứng $k = 50\text{N/m}$, vật nặng kích thước nhỏ có khối lượng $m = 500\text{g}$ (Hình 2). Kích thích cho vật dao động điều hòa theo phương thẳng đứng. Chọn gốc thời gian là lúc vật qua vị trí có li độ $x = 2,5\text{cm}$ với tốc độ $25\sqrt{3}\text{ cm/s}$ theo phương thẳng đứng hướng xuống dưới. Chọn trục tọa độ Ox theo phương thẳng đứng, chiều dương hướng lên trên, gốc O trùng với vị trí cân bằng của vật. Lấy $g = 10\text{m/s}^2$.



a) Viết phương trình dao động của vật.

b) Tính khoảng thời gian ngắn nhất để vật đi từ vị trí có li độ $x_1 = -2,5\text{cm}$ đến vị trí có li độ $x_2 = 2,5\text{cm}$. Hình 2

c) Tính quãng đường đi được của vật kể từ lúc bắt đầu dao động đến khi tới vị trí có động năng bằng thế năng lần thứ hai.

$$\text{ĐS: a. } x = 5 \cos(10t + \frac{\pi}{3}) \text{ (cm)}; \text{ b. } 0,1\text{s}; \text{ c. } 8,96\text{cm.}$$

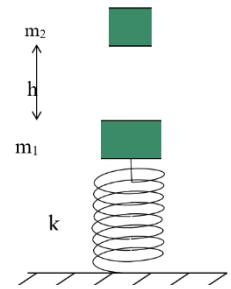
Bài 36. Một con lắc lò xo treo thẳng đứng. Đầu trên của lò xo cố định, đầu còn lại gắn với vật nhỏ có khối lượng $m = 100\text{(g)}$, lò xo nhẹ có độ cứng $k = 25\text{(N/m)}$. Từ vị trí cân bằng kéo vật theo phương thẳng đứng xuống dưới một đoạn 8(cm) rồi thả nhẹ cho vật dao động điều hòa. Chọn trục tọa độ thẳng đứng, gốc tọa độ ở vị trí cân bằng của vật, chiều dương hướng từ trên xuống, gốc thời gian là lúc thả vật. Cho $g = 10(\text{m/s}^2)$, $\pi^2 = 10$.

- Viết phương trình dao động của vật.
- Tính cơ năng, thế năng và động năng của hệ khi vật có li độ $x = 4$ (cm)
- Xác định khoảng thời gian lò xo bị giãn trong một chu kỳ dao động.

ĐS: a. $x = 8\cos(5\pi t)$ (cm); b. 0,08J; 0,02J; 0,06J; c. 4s/15

Bài 37. Con lắc lò xo đặt thẳng đứng (như hình vẽ 4), đầu dưới gắn chặt vào mặt sàn, đầu trên gắn vật $m_1 = 300\text{g}$ đang đứng yên ở vị trí cân bằng, độ cứng của lò xo là $k = 200 \text{ N/m}$. Từ độ cao $h = 3,75\text{cm}$ so với m_1 , người ta thả rơi tự do vật $m_2 = 200 \text{ g}$, va chạm mềm với m_1 . Sau va chạm cả hai vật cùng dao động điều hòa theo phương thẳng đứng. Lấy $g = 10 \text{ m/s}^2$, bỏ qua mọi ma sát.

- Tính vận tốc của m_1 ngay sau va chạm.
- Hãy viết phương trình dao động của hệ hai vật m_1 và m_2 .



Bài 38. Một lò xo lý tưởng treo thẳng đứng, đầu trên của lò xo được giữ cố định, đầu dưới treo một vật nhỏ có khối lượng $m = 100\text{g}$, lò xo có độ cứng $k = 25\text{N/m}$. Từ vị trí cân bằng nâng vật lên theo phương thẳng đứng một đoạn 2cm rồi truyền cho vật vận tốc $10\pi\sqrt{3} \text{ cm/s}$ theo phương thẳng đứng, chiều hướng xuống dưới. Chọn gốc thời gian là lúc truyền vận tốc cho vật, chọn trục tọa độ có gốc trùng vị trí cân bằng của vật, chiều dương thẳng đứng xuống dưới. Cho $g = 10\text{m/s}^2$; $\pi^2 \approx 10$.

1. Chứng minh vật dao động điều hòa và viết phương trình dao động của vật.

2. Xác định thời điểm lúc vật qua vị trí mà lò xo bị giãn 6cm lần thứ hai. Xác định hướng và độ lớn của lực tác dụng lên điểm treo tại thời điểm đó.

ĐS: 1. $x = 4\cos\left(5\pi t - \frac{2\pi}{3}\right)$ (cm); 2. $t = 0,2\text{(s)}$; $F = 1,5 \text{ (N)}$

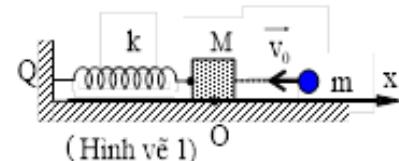
Bài 39. Một con lắc lò xo được treo thẳng đứng gồm vật nặng khối lượng $m = 1\text{kg}$, lò xo nhẹ có độ cứng $k = 100\text{N/m}$. Đặt giá B nằm ngang đỡ vật m để lò xo có chiều dài tự nhiên. Cho giá B chuyển động đi xuống với gia tốc $a = 2\text{m/s}^2$ không vận tốc ban đầu.

- Tính thời gian từ khi giá B bắt đầu chuyển động cho đến khi vật rời giá B.

b. Chọn trục tọa độ có phương thẳng đứng, chiều dương hướng xuống, gốc tọa độ tại vị trí cân bằng của vật, gốc thời gian là lúc vật rời giá B. Viết phương trình dao động điều hòa của vật.

ĐS: a. 0,283s; b. $x = 6\cos(10t - 1,91)$ (cm)

Bài 40. Cho cơ hệ như hình vẽ, lò xo lý tưởng có độ cứng $k = 100 \text{ N/m}$ được gắn chặt vào tường tại Q, vật $M = 200 \text{ g}$ được gắn với lò xo bằng một mối nối hàn. Vật M đang ở vị trí cân bằng, một vật $m = 50 \text{ g}$ chuyển động đều theo phương ngang với tốc độ $v_0 = 2 \text{ m/s}$ tới va chạm hoàn toàn mềm với vật M. Sau va chạm hai vật dính vào nhau và dao động điều hòa. Bỏ qua ma sát giữa vật M với mặt phẳng ngang.



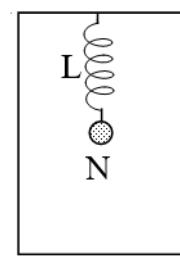
a) Chọn trục tọa độ như hình vẽ, gốc O tại vị trí cân bằng, gốc thời gian $t = 0$ lúc xảy ra va chạm. Viết phương trình dao động của hệ vật.

b) Sau một thời gian dao động, mối hàn gắn vật M với lò xo bị lỏng dần, ở thời điểm t hệ vật đang ở vị trí lực nén của lò xo vào Q cực đại. Sau khoảng thời gian ngắn nhất là bao nhiêu (tính từ thời điểm t) mối hàn sẽ bị bật ra? Biết rằng, kể từ thời điểm t mối hàn có thể chịu được một lực nén tùy ý nhưng chỉ chịu được một lực kéo tối đa là 1 N.

ĐS: a. $x = 2\cos(20t + \pi/2)$ (cm); b. $t_{\min} = \pi/30$ (s)

Bài 41.

Con lắc lò xo treo thẳng đứng vào trần thang máy, lò xo L có độ cứng $k = 50 \text{ N/m}$, chiều dài khi không biến dạng là $\ell_0 = 30 \text{ cm}$, vật nặng N khối lượng $m = 500 \text{ g}$ buộc vào đầu dưới của lò xo (hình vẽ 2). Lấy $g = 10 \text{ m/s}^2$. Ban đầu thang máy đứng yên.



Tại gốc thời gian cung cấp cho N vận tốc hướng xuống thẳng đứng có độ lớn 40cm/s, thì N thực hiện một dao động điều hòa.

a) Chọn chiều dương hướng xuống. Viết phương trình li độ.

b) Tính chiều dài cực đại và cực tiểu của lò xo khi hệ dao động.

c) Cho thang máy đi lên nhanh dần đều với độ lớn 2m/s^2 , vật N vẫn dao động điều hòa quanh vị trí cân bằng O cùng biên độ. Tính độ lớn lực đàn hồi cực đại và cực tiểu tác dụng lên N.

Tại một thời điểm, vật N đang qua vị trí cân bằng O và đi lên thì nó rời khỏi lò xo và sau 0,8 giây vật N chạm sàn thang máy, tính khoảng cách từ O đến sàn.

Đáp số: a) $x = 4\cos\left(10t - \frac{\pi}{2}\right)\text{cm}$ b) 8N và 4 N c) 3,52 m

Bài 42. Trong một thang máy đứng yên có treo một con lắc lò xo và một con lắc đơn. Con lắc lò xo gồm một vật, khối lượng $m = 250\text{ g}$ và một lò xo có độ cứng $k = 12\text{ N/m}$. Con lắc đơn có biên độ góc là 8° . Chu kì dao động của hai con lắc bằng nhau.

1. Tính chu kì dao động của hai con lắc và chiều dài của con lắc đơn. Lấy $g = 9,8\text{ m/s}^2$.
2. Thang máy chuyển động nhanh dần đều lên trên với gia tốc $a = \frac{1}{10}g$. Hỏi chu kì, VTCB và biên độ dao động của hai con lắc thay đổi như thế nào ?

ĐS: 1. 0,91s, 0,21m; 2. Chu kì của con lắc đơn giảm đi, chỉ còn bằng $0,953T \approx 0,85\text{ s}$.

Vị trí cân bằng và biên độ thay đổi.

Bài 43. Một con lắc lò xo treo thẳng đứng gồm vật nhỏ khối lượng $m = 250\text{g}$ và một lò xo nhẹ có độ cứng $k = 100\text{ N/m}$. Kéo vật m xuống dưới theo phương thẳng đứng đến vị trí lò xo giãn 7,5 cm rồi thả nhẹ. Chọn gốc tọa độ ở vị trí cân bằng của vật, trực tọa độ thẳng đứng, chiều dương hướng lên trên, gốc thời gian là lúc thả vật. Cho $g = 10\text{m/s}^2$. Coi vật dao động điều hòa

- a) Viết phương trình dao động
- b) Tính thời gian từ lúc thả vật đến thời điểm vật đi qua vị trí lò xo không biến dạng lần thứ nhất.
- c) Thực tế trong quá trình dao động vật luôn chịu tác dụng của lực cản có độ lớn bằng

$\frac{1}{50}$ trọng lực tác dụng lên vật, coi biên độ dao động của vật giảm đều trong từng chu kì tính số lần vật đi qua vị trí cân bằng kể từ khi thả.

ĐS: a) $x = 5\cos(20t + \pi)(cm)$; b) $t = \frac{\pi}{30}(s)$; c) 50 lần.

Bài 44. Một con lắc lò xo nằm ngang có độ cứng $K = 40(N/m)$, vật nhỏ khối lượng $m = 100(g)$. Ban đầu giữ vật sao cho lò xo bị nén $10(cm)$ rồi thả nhẹ.

1. Bỏ qua mọi ma sát, vật dao động điều hoà.

a) Viết phương trình dao động của vật, chọn gốc O là vị trí cân bằng của vật, chiều dương là chiều chuyển động của vật lúc thả, gốc thời gian lúc thả vật.

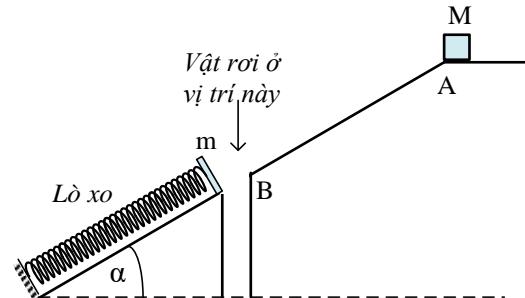
b) Xác định thời điểm lò xo nén $5cm$ lần thứ 2010 kể từ lúc thả.

2. Thực tế có ma sát giữa vật và mặt bàn với hệ số ma sát trượt giữa vật và mặt bàn là $\mu = 0,1$. Lấy $g = 10(m/s^2)$. Tính tốc độ của vật lúc gia tốc của nó đổi chiều lần thứ 4.

ĐS: 1) a) $x = 10\cos(20t + \pi)(cm)$; b) $t_{2010} = \frac{6029\pi}{60}(s)$

2) $v_4 = 1,65(m/s)$

Bài 45. Một cơ hệ dao động như hình vẽ. Lò xo không khối lượng có độ cứng k nối với một tấm phẳng nhỏ B khối lượng m trên mặt phẳng nghiêng góc α so với phương ngang. Quá trình dao động của hệ được mô tả như sau: Lò xo đẩy tấm phẳng đi từ B đến A thì dừng lại, ngay sau đó một vật khối lượng M được đặt nhẹ lên tấm làm cho tấm phẳng và vật chuyển động xuống đến vị trí B thì vật rơi xuống một lỗ sau đó tấm phẳng lại chuyển động đi lên đến điểm A thì dừng và nhận một vật có khối lượng M và đi xuống. Quá trình lặp được đi lặp lại. Khoảng cách giữa hai vị trí A,B là L, hệ số ma sát động và hệ số ma sát tĩnh của vật cũng như tấm phẳng với mặt phẳng ngang đều bằng μ . Chuyển động về phía A hay B đều là chuyển động điều hòa



TÀI LIỆU BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI VẬT LÝ TRUNG HỌC PHỔ THÔNG

- a) Gọi μ_0 là hệ số ma sát ứng với trường hợp vật M bắt đầu trượt trên mặt phẳng nghiêng (khi không chịu tác dụng của lò xo), cho hệ số ma sát $\mu = \frac{\mu_0}{2}$. Tính μ theo g, α , M.
- b) Để cho hệ thống này để hoạt động, cần phải có tỷ lệ chính xác giữa khối lượng M của vật và khối lượng m của tấm phẳng. Sao cho khi di chuyển xuống khỏi và tấm chỉ dừng lại ở điểm B, khi đi lên chỉ dừng lại ở điểm A. Tìm tỷ lệ $R = \frac{M}{m}$
- c) Vật chuyển động từ A về B mất thời gian T_0 , tấm phẳng chuyển động từ B về A mất thời gian T' . Tính tỉ số T_0/T' .
- d) Tấm phẳng chỉ dao động một số ít lần sau khi nhận được vật cuối cùng. Xác định vị trí tấm dừng lại so với điểm B.

ĐS: a) $\mu = \frac{\tan \alpha}{2}$; b) $R = \frac{M}{m} = 2$; c) $\frac{T_0}{T'} = \sqrt{3}$; d)

Bài 46. Một con lắc đơn gồm dây treo dài $\ell = 1(m)$ gắn một đầu với vật có khối lượng m.

Lấy $g = 10(m/s^2)$, $\pi^2 = 10$.

a) Treo con lắc đơn trên một giá cố định trong trường trọng lực. Người ta kéo vật ra khỏi vị trí cân bằng để dây treo lệch góc $0,02\text{rad}$ về bên phải, rồi truyền cho vật một vận tốc $4\pi(\text{cm/s})$ về bên trái cho vật dao động điều hòa. Chọn hệ quy chiếu có gốc ở vị trí cân bằng, chiều dương hướng sang trái, chọn thời điểm ban đầu là lúc vật qua vị trí cân bằng lần đầu. Viết phương trình li độ góc của vật.

b) Người ta đem con lắc đơn nói trên gắn vào trần xe ôtô, ôtô đang đi lên dốc chậm dần đều với vận tốc $5(\text{m/s}^2)$. Biết dốc nghiêng một góc 30° so với phương ngang. Tính chu kì dao động của con lắc trong trường hợp trên.

ĐS: a) $\alpha = 0,02\sqrt{5} \cos(\pi t - \pi/2)$ (rad); b) $T' \approx 2,135(s)$

Bài 47. Một con lắc đơn có chiều dài $l = 40cm$, quả cầu nhỏ có khối lượng $m = 600g$ được treo tại nơi có vận tốc rơi tự do $g = 10m/s^2$. Bỏ qua sức cản không khí. Đưa con

lắc lệch khỏi phương thẳng đứng một góc $\alpha_0 = 0,15\text{ rad}$ rồi thả nhẹ, quả cầu dao động điều hòa.

- a) Tính chu kì dao động T và tốc độ cực đại của quả cầu.
- b) Tính sức căng dây treo khi quả cầu đi qua vị trí cân bằng.
- c) Tính tốc độ trung bình của quả cầu sau n chu kì.
- d) Tính quãng đường cực đại mà quả cầu đi được trong khoảng thời gian $2T/3$ và tốc độ của quả cầu tại thời điểm cuối của quãng đường cực đại nói trên.

ĐS: a) $T = 1,257(s)$; $v_{max} = 30\text{ cm/s}$; b) $\tau = 6,135(N)$;

c) $\bar{V} = 19,1(\text{cm/s})$; d) $S_{max} = 18\text{ cm}$; $|v| = 18\sqrt{3}(\text{cm/s})$

Bài 48. Một con lắc đơn gồm một vật nhỏ có khối lượng $m = 2\text{ gam}$ và một dây treo mảnh, chiều dài l , được kích thích cho dao động điều hòa. Trong khoảng thời gian Δt con lắc thực hiện được 40 dao động. Khi tăng chiều dài con lắc thêm một đoạn bằng $7,9\text{ cm}$, thì cũng trong khoảng thời gian Δt nó thực hiện được 39 dao động. Lấy giá trị trọng trường $g = 9,8\text{ m/s}^2$.

- a) Kí hiệu chiều dài mới của con lắc là l' . Tính l , l' và các chu kì dao động T , T' tương ứng.
- b) Để con lắc với chiều dài l' có cùng chu kỳ dao động như con lắc chiều dài l , người ta truyền cho vật điện tích $q = +0,5 \cdot 10^{-8}\text{ C}$ rồi cho nó dao động điều hòa trong một điện trường đều \vec{E} có đường sức thẳng đứng. Xác định chiều và độ lớn của vectơ cường độ điện trường.

ĐS: a) $l = 152,1\text{ cm}$; $T = 2,475(s)$; $l' = 160\text{ cm}$; $T' = 2,538(s)$

b) $E \approx 2,04 \cdot 10^5 \text{ V/m}$; hướng xuống

Bài 49. Một con lắc đơn gồm quả cầu kim loại khối lượng $m = 0,1\text{ kg}$ được treo vào một điểm A cố định bằng một đoạn dây mảnh có độ dài $l = 5\text{ m}$. Đưa quả cầu ra khỏi vị trí cân bằng cho đến khi dây treo nghiêng với góc thẳng đứng một góc $\alpha_0 = 90^\circ$ rồi buông cho nó dao động điều hòa. Lấy $g = \pi^2 = 10\text{ m/s}^2$.

a) Viết phương trình dao động của con lắc theo li độ góc và li độ dài ? Chọn gốc thời gian lúc buông vật.

b) Tính động năng của nó sau khi buông một khoảng thời gian $t = \frac{\pi}{6\sqrt{2}}$ (s)? Xác định cơ năng toàn phần của con lắc?

c) Xác định lực căng của dây treo con lắc khi vật đi qua vị trí cân bằng?

ĐS: a) $\alpha = \frac{\pi}{20} \cos(\sqrt{2}t)$ rad; $s = \frac{\pi}{4} \cos(\sqrt{2}t)$ m

b) 0,015625J

c) 5,123N

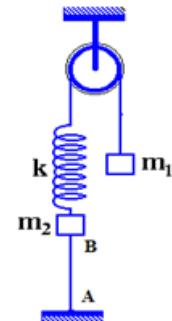
IV.2. CON LẮC LÒ XO

Bài 1. Cho hệ cơ học như hình 1, biết lò xo nhẹ có độ cứng $k = 100N/m$, vật nặng khối lượng $m_1 = 0,4kg$ và $m_2 < m_1$. Lấy $g = 10m/s^2$. Bỏ qua khối lượng ròng rọc; dây nối nhẹ không dãn. Bỏ qua mọi ma sát.

a) Xác định độ biến dạng của lò xo khi hệ ở trạng thái cân bằng.

b) Kéo m_1 xuống theo phuong thẳng đứng và giữ nó bằng một lực có độ lớn 3N rồi sau đó thả nhẹ để m_1 dao động. Hỏi khối lượng lớn nhất của m_2 bằng bao nhiêu để nó còn đứng yên trong khi vật m_1 dao động.

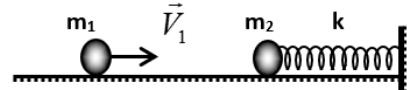
ĐS: a. 4cm; b. $m_{2\max} = 0,1kg$



Hình 1

Bài 2. Hình bên có một con lắc lò xo gồm lò xo nhẹ có độ dài tự nhiên $l_0 = 20cm$, độ cứng $k = 480N/m$ gắn với vật có khối lượng $m_2 = 300g$ ở trên mặt bàn nằm ngang nhẵn. Vật có khối lượng $m_1 = 100g$ chuyển động với vận tốc $v_1 = 0,8m/s$ dọc theo phuong trực của lò xo đến va chạm xuyên tâm với m_2 .

1/ Nếu va chạm là hoàn toàn đàn hồi. Hãy:



a. Tìm vận tốc của hai vật ngay sau va chạm và mô tả chuyển động của chúng sau va chạm.

b. Viết phương trình dao động của vật có khối lượng m_2

2/ Nếu là va chạm mềm. Hãy:

- a. Mô tả chuyển động của hai vật sau va chạm.
- b. Tìm biên độ và tần số dao động của con lắc lò xo.
- c. Tìm chiều dài cực đại và cực tiểu của lò xo.

ĐS: 1a. $v_1' = -0,4\text{m/s}$; $v_2' = 0,4\text{m/s}$; 1b. $x = \sin 40t$ (cm)

2a. $x = 0,5\sin 40t$ (cm)

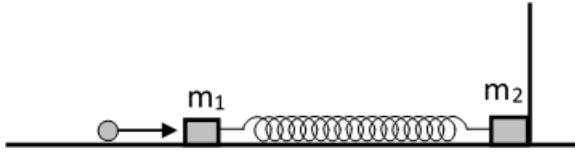
b. Khi chưa tách m_1 m_2 hệ có $\omega_1 = \sqrt{\frac{k}{m_1 + m_2}} = 20\sqrt{3}$ (rad/s)

$$\text{Biên độ khi đó } A_1 = \frac{v_{\max}}{\omega_1} = \frac{10^{-2}}{\sqrt{3}} \text{ m} = \frac{1}{\sqrt{3}} \text{ cm} = \frac{\sqrt{3}}{3} \text{ cm}$$

Sau khi tách ra m_2 có $\omega_2 = 40\text{rad/s}$ $A_2 = 0,5\text{cm}$.

2c. $l_{\max} = 20,5\text{cm}$; $l_{\min} = 19,423\text{cm}$

Bài 3. Cho cơ hệ gồm hai vật nhỏ có khối lượng $m_1 = m_2 = m = 100\text{ g}$ được nối với nhau bằng một lò xo rất nhẹ có độ cứng $k = 150\text{ N/m}$; chiều dài tự nhiên $l_0 = 50\text{ cm}$. Hệ được đặt trên một mặt phẳng ngang trơn nhẵn (hình vẽ). Ban đầu lò xo không dãn; m_2 tựa vào tường trơn và hệ vật đang đứng yên thì một viên đạn có khối lượng $m/2$ bay với vận tốc $\vec{V}_0 = 1,5\text{ m/s}$ dọc theo trục của lò xo đến ghim vào vật m_1



a) Tính khoảng thời gian m_2 tiếp xúc với tường kể từ lúc viên đạn ghim vào m_1 và tính vận tốc của khối tâm của hệ khi m_2 rời khỏi tường

b) Sau khi hệ vật rời khỏi tường, tính chiều dài cực đại và cực tiểu của lò xo trong quá trình hệ vật nói trên chuyển động

ĐS: a. 0,1s; 0,3 m/s; b. 51cm; 49cm.

Bài 4. Một khối gỗ khối lượng $M=400\text{g}$ được treo vào lò xo có độ cứng $k=100\text{N/m}$. Một viên bi khối lượng $m=100\text{g}$ được bắn đến với vận tốc $v_0=50\text{cm/s}$ và chạm vào khối gỗ. Sau va chạm hệ dao động điều hòa.

Xác định chu kì và biên độ dao động.

Biết va chạm tuyệt đối đàn hồi.

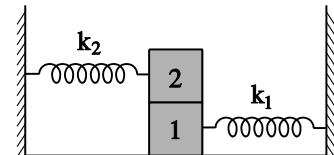
ĐS: $\frac{2\pi}{5}(s)$; 4cm

Bài 5. Trên một mặt phẳng nằm ngang, nhẵn, có một hệ gồm hai quả cầu, khối lượng m_1, m_2 được gắn vào hai đầu của một lò xo dài l , độ cứng k . Truyền cho quả cầu m_1 một vận tốc đầu v_0 hướng đến quả cầu m_2 . Hãy khảo sát chuyển động của hệ.

ĐS : -Khối tâm của hệ chuyển động thẳng đều với vận tốc $v_G = \frac{m_1 v_0}{m_1 + m_2}$.

- Hai quả cầu DĐDH đối với khối tâm với tần số góc $\omega = \sqrt{\frac{k}{\mu}}$, trong đó $\mu = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}$

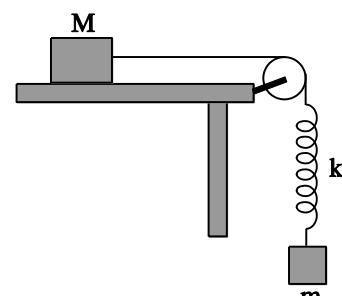
Bài 6. Một hệ dao động gồm hai vật chồng lên nhau, mỗi vật gắn với một lò xo, đầu kia của lò xo gắn vào giá đỡ. Lò xo 1 có độ cứng $k_1 = 10 \text{ N/m}$, lò xo 2 có độ cứng $k_2 = 20 \text{ N/m}$. Mỗi vật có khối lượng $m = 100 \text{ g}$. Hệ số ma sát nghỉ giữa vật 1 và sàn bằng không, giữa hai vật bằng 0,5. Ở VTCB, lò xo 1 dãn ra một đoạn bằng 2 cm.



Hãy xác định tần số và biên độ dao động cực đại để hai vật dao động giống như một vật.

ĐS: 1,9 Hz; 6cm.

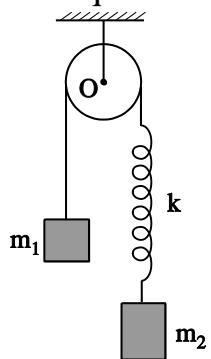
Bài 7. Một vật, khối lượng M , nằm yên trên mặt bàn nằm ngang và một con lắc lò xo được nối với nhau bằng một sợi dây nhẹ, không dãn, vắt qua một ròng rọc lí tưởng, cố định. Hệ số ma sát nghỉ giữa vật M và mặt bàn là $\mu = 0,3$. Tỉ số $\frac{M}{m} = 8$. Vật m thực hiện dao động điều hoà theo phương thẳng đứng với chu kỳ $T = 0,5 \text{ s}$. Hỏi biên độ dao động có thể lớn nhất bằng bao nhiêu ?



ĐS: $A_{\max} = 6,3 \text{ cm}$.

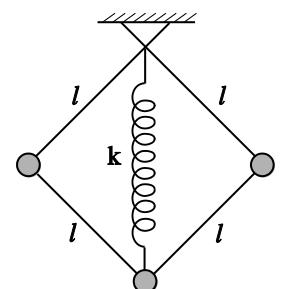
Bài 8. Một hệ cơ học như hình. Khối lượng của ròng rọc không đáng kể. Bỏ qua ma sát ở trục O. $m_2 > m_1$. Tại thời điểm thả cho hệ tự do thì lò xo không biến dạng.

- a) Chứng minh rằng hệ dao động điều hoà.
- b) Tìm biên độ dao động.



$$\text{ĐS: } A = \frac{2m_1 m_2 g}{k(m_1 + m_2)}.$$

Bài 9. Một cơ hệ gồm ba quả cầu nhỏ giống nhau, mỗi quả có khối lượng m, được nối với nhau bằng các thanh cứng nhẹ, dài l nhờ các bản lề. Tại VTCB cơ hệ có dạng một hình vuông nhỏ được giữ bởi một lò xo thẳng đứng, có độ cứng k.



- a) Tìm chiều dài tự nhiên l_0 của lò xo.
- b) Dịch chuyển quả cầu dưới khỏi VTCB một đoạn nhỏ x theo phương thẳng đứng (lên hoặc xuống). Hãy xác định độ biến thiên thế năng của hệ.
- c) Giả sử tại VTCB người ta truyền cho quả cầu dưới một vận tốc v theo phương thẳng đứng. Hãy xác định động năng của hệ.
- d) Hãy xác định chu kì dao động nhỏ của quả cầu dưới theo phương thẳng đứng.

$$\text{ĐS : a. } l_0 = l\sqrt{2} - \frac{2mg}{k}; b. \frac{1}{2}kx^2; c. W_{he} = mv^2; d. T = 2\pi\sqrt{\frac{2m}{k}}$$

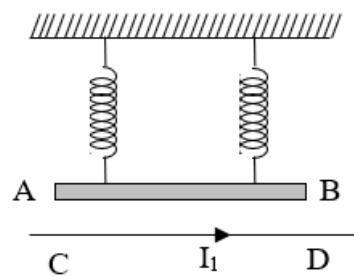
Bài 10. Xét sơ đồ thí nghiệm như trên hình 3. CD là một sợi dây dẫn thẳng có dòng điện I_1 chạy qua, AB là một thanh kim loại có khối lượng m, có chiều dài l.

Thanh AB được treo vào hai lò xo giống nhau, có độ cứng k. Dòng điện có cường độ I_2 chạy qua thanh AB.

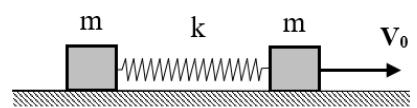
- a) Tìm chiều của I_2 để cho lực tương tác giữa dây C và thanh AB là lực hút.

- b) Xác định vị trí cân bằng của hệ.
 c) Tìm chu kỳ của dao động nhỏ quanh vị trí cân bằng.
 Giả thiết mọi dịch chuyển đều thực hiện trong mặt phẳng thẳng đứng.

ĐS: b. Cân bằng không bền $x_{01} = \frac{d_0 - \sqrt{d_0^2 - \frac{\mu_0 \cdot I_1 \cdot I_2 \cdot l}{k\pi}}}{2}$; cân bằng bền $x_{02} = \frac{d_0 + \sqrt{d_0^2 - \frac{\mu_0 \cdot I_1 \cdot I_2 \cdot l}{k\pi}}}{2}$; c. $T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{2k - \frac{\mu_0 I_1 I_2 l}{2\pi \cdot x_{02}^2}}}$



Bài 11. Hai vật cùng khối lượng m đặt trên mặt phẳng ngang không ma sát, chúng liên kết với nhau bằng một lò xo có độ cứng k. Cung cấp cho vật bên phải vận tốc V_0 hình H3. Mô tả chuyển động của hệ. Sau bao lâu độ biến dạng của lò xo cực đại lần đầu?



ĐS: $t = \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{m}{2k}}$

Bài 12. Hai vật có cùng khối lượng m, nối với nhau bằng một lò xo lí tưởng và chuyển động với một vận tốc nào đó trên phần nhẵn của mặt bàn nằm ngang. Vectơ vận tốc hướng theo trục lò xo và lò xo chưa biến dạng cho tới khi vật thứ nhất đi vào một dải ráp trên mặt bàn (qua dải này, mặt bàn lại nhẵn).

Dải ráp này vuông góc với vận tốc của hai vật và có bề rộng bằng L (xem hình vẽ bên). Hệ số ma sát giữa vật thứ nhất và dải ráp là μ , còn vật thứ hai chuyển động trên toàn mặt bàn đều không có ma sát. Hỏi độ cứng của lò xo cần có giá trị bằng bao nhiêu để vận tốc ban đầu cần thiết cho hai vật vượt qua được dải ráp là cực tiểu? Tính giá trị cực tiểu đó.

ĐS: $v_{\min} = \sqrt{\mu g L}; k = \frac{n^2 \pi^2 m \mu g}{2L}$ với $n = 1, 2, \dots$

Với mỗi giá trị của n (số chu kỳ) ta có một giá trị tương ứng của k .

Bài 13. Cho cơ hệ như hình 4, các lò xo lí tưởng có độ cứng là $k_1; k_2$. Lò xo k_1 có một đầu gắn chặt vào giá D, đầu còn lại gắn vào vật nặng m coi là chất điểm. Lò xo k_2 một đầu gắn vào vật m, đầu E còn lại để tự do. Ban đầu các lò xo không biến dạng, người ta kéo đầu E của lò xo k_2 với vận tốc không đổi V_0 dọc theo trục của lò xo như hình 4. Bỏ qua mọi ma sát lực cản, chọn trục tọa độ như hình vẽ.

1. Chọn gốc thời gian $t_0 = 0$ là lúc bắt đầu kéo đầu E của lò xo k_2 . Viết phương trình biểu diễn sự phụ thuộc tọa độ của vật theo thời gian.

2. Nếu $k_1 = k_2 = k$

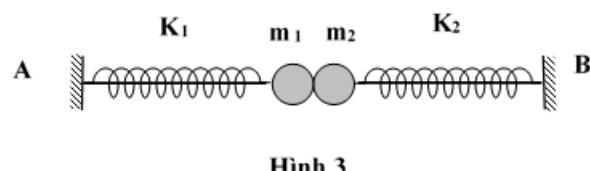
a. Kể từ khi kéo đầu E của lò xo thì sau bao lâu vật nặng đạt vận tốc bằng V_0 lần đầu tiên? Khi đó vật có tọa độ bao nhiêu?

b. Đến thời điểm vật nặng đạt vận tốc V_0 lần đầu tiên thì chỗ gắn lò xo k_1 với điểm D bị bung ra. Chọn gốc thời gian là lúc lò xo k_1 bị bung ra. Viết phương trình biểu diễn sự phụ thuộc tọa độ của vật theo thời gian.

$$\text{ĐS: } 1. \quad x = \frac{k_2 V_0}{k_1 + k_2} \left(t - \sqrt{\frac{m}{k_1 + k_2}} \cos(\omega t - \pi/2) \right); \quad 2a. \quad t = \pi \sqrt{\frac{m}{2k}}, \quad x = \left(\frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{m}{2k}} \right) V_0$$

$$2b. \quad x = V_0 \left[\pi \sqrt{\frac{m}{2k}} + t + \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{m}{2k}} \cos\left(\sqrt{\frac{k}{m}} t + \pi\right) \right]$$

Bài 14. Cho cơ hệ như hình 3: Hai lò xo lí tưởng có độ cứng lần lượt là K_1 và K_2 ; hai vật m_1 và m_2 có khối lượng bằng nhau. Ban đầu các lò xo không biến dạng, hai vật tiếp xúc nhau và có thể trượt không ma sát dọc thanh cứng AB nằm ngang. Kéo vật m_2 để lò xo K_2 bị nén một đoạn A_2 theo chiều dương rồi thả nhẹ. Va chạm giữa 2 vật là xuyên tâm đàn hồi.



Hình 3

a. Tính độ nén cực đại A_1 của lò xo K_1 sau va chạm. Mô tả chuyển động và tính chu kì dao động của hệ.

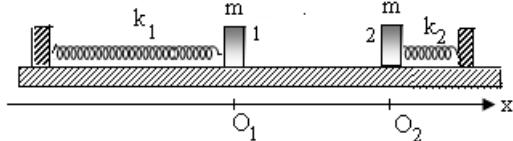
b. Vẽ dạng đồ thị của dao động của hệ kể từ lúc thả $m_2 (K_2 > K_1)$

$$\text{ĐS: } a \cdot A_1 = \sqrt{\frac{k_2}{k_1}} A_2.$$

Bài 15. Một lò xo nhẹ có chiều dài l_0 , độ cứng $k = 16 \text{ N/m}$ được cắt ra thành hai lò xo, lò xo thứ nhất có chiều dài $l_1 = 0,8 l_0$, lò xo thứ hai có chiều dài $l_2 = 0,2 l_0$. Hai vật nhỏ 1 và 2 có khối lượng bằng nhau $m_1 = m_2 = 500 \text{ g}$ đặt trên mặt phẳng nhẵn nằm ngang và được gắn vào tường nhờ các lò xo trên (hình 2) Khoảng cách giữa hai vật khi hai lò xo chưa biến dạng là $O_1O_2 = 20 \text{ cm}$. Lấy gần đúng $\pi^2 = 10$.

a. Tính độ cứng k_1 và k_2 của mỗi lò xo.

b. Người ta kích thích cho hai vật dao động dọc theo trục x : **Vật thứ nhất bị đẩy về bên trái** còn vật thứ **hai bị đẩy về bên phải** rồi đồng thời buông nhẹ để hai vật dao động điều hòa. Biết động năng cực đại của hai vật bằng nhau và bằng $0,1(J)$. Kể từ lúc thả các vật, sau khoảng thời gian ngắn nhất là bao nhiêu khoảng cách giữa chúng là nhỏ nhất, tính khoảng cách nhỏ nhất đó.



ĐS: a. $k_1 = 20 \text{ N/m}$; b. $t_{\min} = 1/3 \text{ (s)}$; $d_{\min} = 12,5 \text{ cm}$

Bài 16. Cho cơ hệ gồm vật M, các ròng rọc R_1 , R_2 và dây treo có khối lượng không

đáng kể, ghép với nhau như hình 1. Các điểm A và B được gắn cố định vào

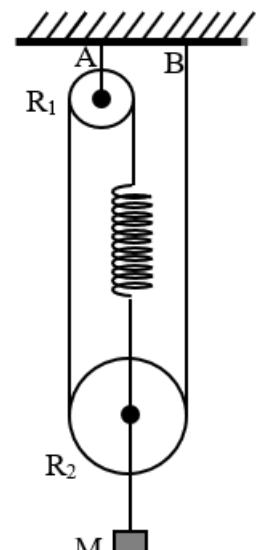
giá đỡ. Vật M có khối lượng $m=250(\text{g})$, được treo bằng sợi dây buộc vào

trục ròng rọc R_2 . Lò xo có độ cứng $k=100 \text{ (N/m)}$, khối lượng không đáng kể,

một đầu gắn vào trục ròng rọc R_2 , còn đầu kia gắn vào đầu sợi dây vắt qua

R_1 , R_2 đầu còn lại của dây buộc vào điểm B. Bỏ qua ma sát ở các ròng rọc,

coi dây không dãn. Kéo vật M xuống dưới vị trí cân bằng một đoạn $4(\text{cm})$ rồi buông ra không vận tốc ban đầu.



1) Chứng minh rằng vật M dao động điều hòa.

2) Viết phương trình dao động của vật M.

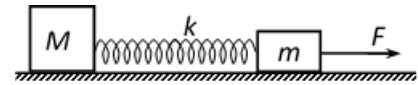
$$\text{ĐS: } x = 4\sin(60t + \delta/2) \text{ (cm)}$$

Bài 17. Vật nặng có khối lượng m nằm trên một mặt phẳng nhẵn nằm ngang, được nối với một lò xo có độ cứng k , lò xo được gắn vào bức tường đứng tại điểm A như hình 5a. Từ một thời điểm nào đó, vật nặng bắt đầu chịu tác dụng của một lực không đổi F hướng theo trục lò xo như hình vẽ.



Hình bài 5a

a) Hãy tìm quãng đường mà vật nặng đi được và thời gian vật đi hết quãng đường ấy kể từ khi bắt đầu tác dụng lực cho đến khi vật dừng lại lần thứ nhất.

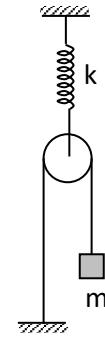


Hình bài 5b

b) Nếu lò xo không gắn vào điểm A mà được nối với một vật khối lượng M như hình 5b, hệ số ma sát giữa M và mặt ngang là μ . Hãy xác định điều kiện độ lớn của lực F để sau đó vật m dao động điều hòa.

$$\text{ĐS : a. } t = \pi \sqrt{\frac{m}{k}}; S = \frac{2F}{k}; \text{ b. } F < \frac{\mu mg}{2}.$$

Bài 18. Cho cơ hệ như hình vẽ. Lò xo nhẹ có độ cứng $k = 100\text{N/m}$; vật nhỏ khối lượng $m = 50\text{g}$; bỏ qua lực cản không khí và ma sát tại trục ròng rọc, dây nhẹ không dãn. Lấy $g = 10\text{m/s}^2$.



1. Xét trường hợp ròng rọc có khối lượng không đáng kể. Tại thời điểm $t = 0$, nâng vật đến vị trí lò xo không biến dạng rồi thả nhẹ. Chọn trục toạ độ Ox hướng xuống, gốc toạ độ O trùng với vị trí cân bằng của vật. Chứng minh vật dao động điều hòa, viết phương trình. Tính lực căng lớn nhất và nhỏ nhất của dây treo vật khi vật dao động.

2. Ròng rọc là một đĩa tròn đặc đồng chất có bán kính $R = 2\text{cm}$ khối lượng $M = 100\text{g}$. Từ vị trí cân bằng kéo vật m xuống một đoạn nhỏ rồi thả nhẹ. Cho rằng dây không trượt trên ròng rọc. Chứng tỏ m dao động điều hòa, tìm chu kì.

$$\text{ĐS: 1. } x = 2\cos(10\sqrt{5}t + \pi) \text{ cm}; T_{\max} = 1\text{N}; T_{\min} = 0; 2. T = 2\pi \sqrt{\frac{8m+3M}{2k}} \approx 0,37\text{s}$$

Bài 19. Cho cơ hệ gồm có một vật nặng có khối lượng m được buộc vào sợi dây không dãn vắt qua ròng rọc C, một đầu dây buộc cố định vào điểm A.

Ròng rọc C được treo vào một lò xo có độ cứng k . Bỏ qua hối lượng

của lò xo, ròng rọc và của dây nối. Từ một thời điểm nào đó vật nặng

bắt đầu chịu tác dụng của một lực \vec{F} không đổi như hình vẽ

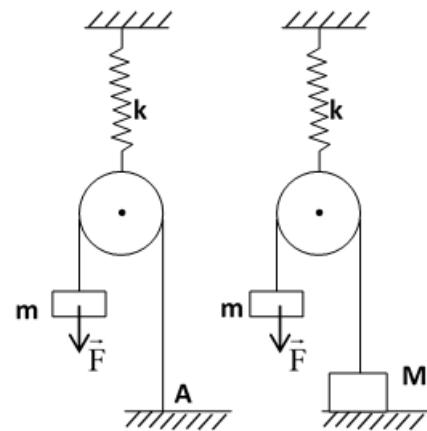
a. Tìm quãng đường mà vật m đi được và khoảng thời gian kể từ lúc

vật bắt đầu chịu tác dụng của lực \vec{F} đến lúc vật dừng lại lần thứ nhất

b. Nếu dây không cố định ở A mà nối với một vật khối lượng M ($M > m$)

Hãy xác định độ lớn của lực F để sau đó vật dao động điều hòa

$$\text{ĐS : a. } S = \frac{8F}{k}; \text{ b. } F \leq Mg$$



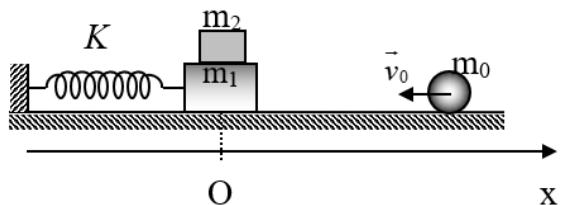
Bài 20. Cho con lắc lò xo lí tưởng $K = 100N/m$, $m_1 = 200\text{ gam}$, $m_2 = 50\text{ gam}$, $m_0 = \frac{1}{12} \text{ kg}$.

Bỏ qua lực cản không khí, lực ma sát giữa vật m_1 và mặt sàn.

Hệ số ma sát giữa vật m_1 và m_2 là $\mu_{12} = 0,6$.

Cho $g = 10m/s^2$.

1. Giả sử m_2 bám m_1 , m_0 có vận tốc ban đầu v_0 đến va chạm đàm hồi xuyên tâm với m_1 , sau va chạm hệ $(m_1 + m_2)$ dao động điều hòa với biên độ $A = 1 \text{ cm}$.



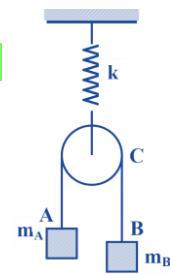
a. Tính v_0 .

b. Chọn gốc thời gian ngay sau va chạm, gốc tọa độ tại vị trí va chạm, chiều dương của trục tọa độ hướng từ trái sang phải (hình vẽ). Viết phương trình dao động của hệ $(m_1 + m_2)$. Tính thời điểm hệ vật đi qua vị trí $x = + 0,5 \text{ cm}$ lần thứ 2011 kể từ thời điểm $t = 0$.

2. Vận tốc v_0 phải ở trong giới hạn nào để vật m_1 và m_2 không trượt trên nhau (bám nhau) trong quá trình dao động?

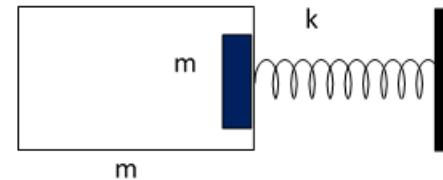
ĐS: 1a. $v_0 = 40cm/s$; 1b. $x = \cos(20t + \pi/2)cm$; $t \approx 315,75s$; 2. $v_0 < 0,6m/s$

Bài 21. Hai vật A và B có khối lượng lần lượt là $m_A = m$ và $m_B = 2m$ được nối với nhau bằng một sợi dây không dãn, không khối lượng, vắt qua ròng rọc động C. **Ròng rọc là một đĩa tròn đồng chất, khối lượng $m_C = 2m$, bán kính R.** Hệ thống được buộc vào đầu một lò xo có độ cứng k; đầu còn lại của lò xo buộc vào một điểm cố định. Ở thời điểm ban đầu, giữ hệ đứng yên và lò xo có chiều dài tự nhiên. Xác định gia tốc của các vật A và B .



$$\text{ĐS: } a_A = \frac{g}{4} \left(1 - 5 \cos \sqrt{\frac{4k}{19m}} t \right); a_B = \frac{g}{4} \left(1 + 3 \cos \sqrt{\frac{4k}{19m}} t \right)$$

Bài 22. Một vật nhỏ khối lượng m nằm trên mặt bàn nằm ngang trong một cái khung cứng. **Khung có chiều dài L và khối lượng m được nối vào một điểm tựa cố định bằng một lò xo có độ cứng k (H:2).** Ban đầu vật nằm tiếp xúc với cạnh phải của khung, lò xo không biến dạng. Sau đó, khung được đẩy về phía bên phải sao cho cạnh trái của nó tiếp xúc với vật và buông ra. Do va chạm đàn hồi giữa vật và khung nên hệ thực hiện dao động. Bỏ qua bề rộng của vật so với L, bỏ qua mọi ma sát. Tìm chu kì dao động của vật nặng.



$$\text{ĐS: } T = 2(\pi+1) \sqrt{\frac{m}{k}}$$

Bài 23. Hai vật A, B có cùng khối lượng m được nối với nhau bằng một lò xo có khối lượng không đáng kể, độ cứng k. Hệ số ma sát trượt giữa mỗi vật và mặt sàn là μ . Lực ma sát nghỉ cực đại tác dụng lên mỗi vật có cường độ là $3\mu mg/2$.

Lúc đầu A được kéo bằng một lực có phương nằm ngang, độ lớn $F = 2\mu mg$. Đến khi B bắt đầu chuyển động, người ta điều chỉnh độ lớn của lực F sao cho A luôn chuyển động với vận tốc không đổi.

1. Viết phương trình chuyển động và vận tốc của vật A.

2. Khảo sát chi tiết chuyển động của vật B đối với mặt sàn. Tìm chu kỳ chuyển động của vật B. Biểu thị sự phụ thuộc vận tốc của vật B đối với mặt sàn theo thời gian.

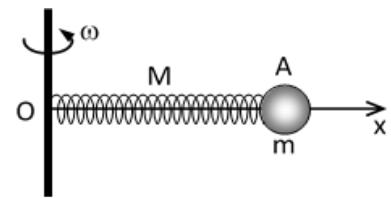
TÀI LIỆU BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI VẬT LÝ TRUNG HỌC PHỔ THÔNG

ĐS: 1. $x_A = \frac{\mu mg}{k} \left[1 + \sin \left(\sqrt{\frac{k}{m}} t - \frac{\pi}{2} \right) \right]; v_A = \mu g \sqrt{\frac{m}{k}} \cos \left(\sqrt{\frac{k}{m}} t - \frac{\pi}{2} \right)$

2. $t_1 = \frac{2\pi}{3} \sqrt{\frac{m}{k}}, t_2 = \frac{7\pi}{3} \sqrt{\frac{m}{k}}, t_3 = \left(\frac{7\pi}{3} + \frac{2}{\sqrt{3}} \right) \sqrt{\frac{m}{k}}, T = \left(\frac{5\pi}{3} + \frac{2}{\sqrt{3}} \right) \sqrt{\frac{m}{k}}.$

$$\begin{cases} 0 \leq t < t_1 : v_B^* = 0; \\ t_1 + nT \leq t < t_2 + nT : v_B^* = \mu g \sqrt{\frac{m}{k}} \left[\cos \left(\sqrt{\frac{k}{m}} t - \frac{3\pi}{2} \right) + \frac{\sqrt{3}}{2} \right] \quad (n = 0, 1, 2, 3, \dots) \\ t_2 + nT \leq t < t_3 + nT : v_B^* = 0 \end{cases}$$

Bài 24. Một lò xo có độ cứng k, chiều dài tự nhiên L_0 và có khối lượng M phân bố đều theo chiều dài khi không bị biến dạng. Một đầu lò xo được gắn cố định ở O, đầu kia gắn với quả cầu A khối lượng m, kích thước nhỏ. Quả cầu có thể dịch chuyển không ma sát trên một trục nằm ngang Ox. Người ta quay trục Ox với tốc độ góc ω không đổi quanh một trục thẳng đứng đi qua đầu O của lò xo. Gọi chiều dài của lò xo khi hệ cân bằng là L.



1. Tìm L trong hai trường hợp sau:

a) Bỏ qua khối lượng m so với M ($m \ll M$).

b) Khối lượng m đáng kể so với M.

2. Tìm động năng của hệ gồm quả cầu và lò xo khi hệ cân bằng.

Cho biết: $\int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} = \arcsin x; \int \frac{x^2 dx}{\sqrt{a^2 - x^2}} = \frac{a^2}{2} \left(\arcsin \frac{x}{a} - \frac{x}{a} \sqrt{1 - \frac{x^2}{a^2}} \right).$

ĐS: 1a. $L = L_0 \sqrt{\frac{k}{Mw^2}} \tan \sqrt{\frac{Mw^2}{k}}$; 1b. $L = \frac{\frac{k}{\omega^2 M}}{\sqrt{\frac{k}{\omega^2 M}} \cdot \frac{1}{\tan \sqrt{\frac{M\omega^2}{k}}} - \frac{m}{M}} L_0$. với điều kiện

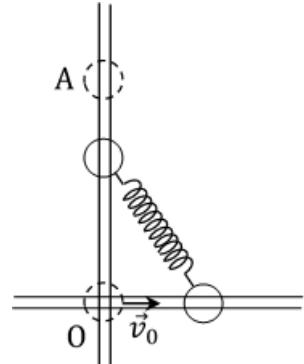
$$m < \sqrt{\frac{kM}{\omega^2}} \cdot \frac{1}{\tan \sqrt{\frac{Mo^2}{k}}}$$

$$2. W = \frac{w^2}{2} \sqrt{\frac{kL_0}{r_0 w^2}} \frac{kL_0 + 2C}{2w^2} \arcsin \frac{L}{\sqrt{\frac{kL_0 + 2C}{2r_0 w^2}}} - \frac{L}{\sqrt{\frac{kL_0 + 2C}{2r_0 w^2}}} \sqrt{1 - \frac{L^2}{\frac{kL_0 + 2C}{2r_0 w^2}}} + mL^2 \ddot{\theta}$$

$$\text{Trong đó: } C = mw^2L + \frac{(mw^2L)^2}{2kL_0} + r_0 w^2 \frac{L^2}{2}$$

Bài 25.

1. Hai quả cầu nhỏ có cùng khối lượng $m = 10g$ được nối với nhau bằng một lò xo nhẹ, có chiều dài tự nhiên $L = 10cm$ và độ cứng $k = 100N/m$. Hai quả cầu này có thể trượt không ma sát trên mặt phẳng nằm ngang dọc theo hai thanh. Ban đầu lò xo không biến dạng, 2 quả nằm ở A và O như hình vẽ. Truyền cho quả cầu ở O vận tốc $v_0 = 2m/s$. Tính độ dãn tỉ đối lớn nhất của lò xo.



2. Giải lại bài toán trên trong trường hợp các quả cầu có thể chuyển động không ma sát trên mặt phẳng nằm ngang.

$$\text{ĐS: } 1. \frac{\Delta\ell}{\ell} \approx 0,0721; 2. \frac{\Delta\ell}{\ell} \approx 0,0378$$

Bài 26. (Trích đề thi Olimpic Vật lí Boston, Mĩ năm 2000)

Một dây thừng có khối lượng riêng σ được treo vào một lò xo có độ cứng k . Đầu trên lò xo được giữ cố định (Hình vẽ). Khi hệ nằm cân bằng, một phần dây thừng xếp đồng nằm trên mặt bàn, phần còn lại nằm trong không khí, có phương thẳng đứng) có chiều dài L tính từ mặt bàn đến điểm treo. Nâng dây thừng lên một đoạn nhỏ b rồi buông ra. Hãy xác định biên độ của dao động là hàm của thời gian.

Giả thiết:

a) $L \gg b$.

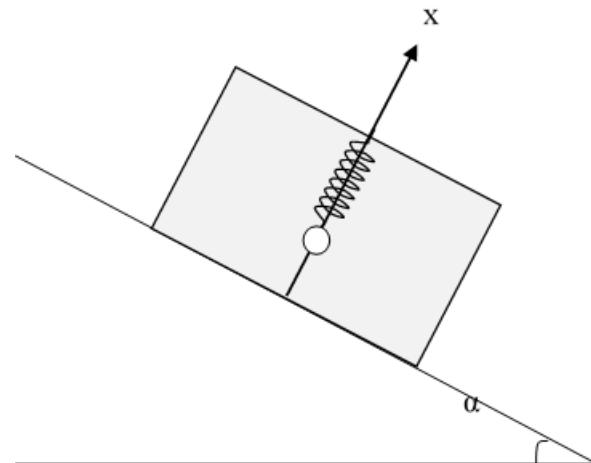
b) Dây thừng mảnh, sao cho kích thước của lớp xếp đồng trên mặt bàn rất nhỏ so với b .

c) Chiều dài của phần dây thừng xếp đồng trên mặt bàn có trí số sao cho trong quá trình dao động mép dưới của dây thừng không tách khỏi bàn.

d) Không có ma sát giữa các phần của dây thừng với nhau.

ĐS: $A(t) = \frac{1}{\frac{1}{b} + \frac{2\omega t}{3\pi L}}$. Sau khoảng thời gian lớn: $A(t) \approx \frac{3\pi L}{2\omega t}$. Đặt $n = \frac{\omega t}{2\pi}$ thì $A(t) \approx \frac{3L}{4n}$

Bài 27. Trên mặt phẳng nghiêng góc α có một cái hòm rỗng hình hộp chữ nhật có khối lượng M , trong hòm có một vật nhỏ khối lượng m có thể chuyển động không ma sát dọc theo một thanh vuông góc với mặt phẳng nghiêng. Vật được nối với nóc hòm qua lò xo. Hệ số ma sát giữa hòm và mặt phẳng nghiêng là $\mu = \tan \alpha$. Ban đầu hòm được giữ đứng yên. Vào thời điểm $t = 0$ thì hòm được thả đồng thời vật cũng bắt đầu dao động tự do với phương trình $x = A \sin\left(\frac{2\pi}{T}t\right)$ dọc theo thanh.



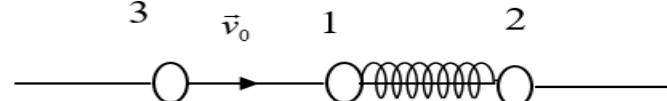
1. Tỉ số M/m phải thỏa mãn điều kiện nào để hòm không bị nẩy lên?

2. Tìm vận tốc trung bình của hòm sau khoảng thời gian lớn so với chu kỳ T .

ĐS: a. $\frac{M}{m} \geq \frac{4\pi^2}{gT^2} \cdot \frac{A}{\cos \alpha} + 1$; b. $\bar{v} = \frac{m}{m+M} \cdot \frac{2\pi}{T} A \tan \alpha$.

Bài 28. Ba quả cầu có thể trượt không ma sát trên một thanh cứng, mảnh nằm ngang. Biết khối lượng 2 quả cầu 1 và 2 là $m_1 = m_2 = m$; lò xo có độ cứng K và khối lượng không đáng kể. Quả cầu 3 có khối lượng $m_3 = \frac{m}{2}$

. Lúc đầu 2 quả cầu 1,2 đứng yên, lò xo



có độ dài tự nhiên l_0 . Truyền cho m_3 vận tốc \vec{v}_0 đến va chạm đàn hồi vào quả cầu 1

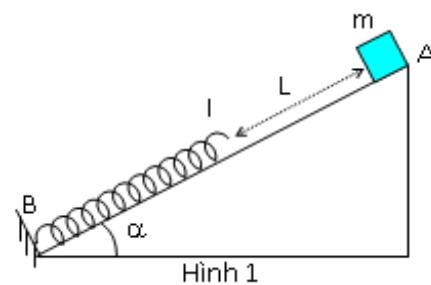
1. Sau va chạm, khối tâm G của các quả cầu 1,2 chuyển động như thế nào? Tìm vận tốc của G.

2. Chứng minh rằng hai quả cầu 1 và 2 dao động điều hoà ngược pha quanh vị trí cố định đối với G. Tìm chu kỳ và biên độ dao động của các vật.

$$\text{ĐS: 1. Sau va chạm: } v_1 = \frac{2v_0}{3}, v_2 = 0, v_G = \frac{v_0}{3}$$

Bài 29. Trên một mặt phẳng nghiêng góc $\alpha = 30^\circ$ so với phương ngang có một lò xo nhẹ, độ cứng $k = 25 \text{ N/m}$, một đầu gắn vào điểm cố định

B. Một vật khối lượng $m = 250 \text{ g}$ ở cách đầu I còn lại của lò xo một khoảng $L = 2,5 \text{ cm}$ trượt không vận tốc ban đầu xuống dưới (Hình 1). Biết rằng khi tới I vật chỉ tiếp xúc với lò xo chứ không bị gắn chặt vào lò xo. Bỏ qua ma sát. Lấy $g = 10 \text{ m/s}^2$.

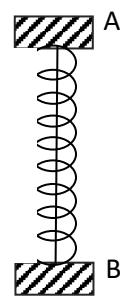


Hình 1

1. Tìm độ nén cực đại của lò xo và vận tốc cực đại của vật.
2. Tìm thời gian ngắn nhất kể từ lúc vật bắt đầu trượt từ A cho đến khi vật lại quay trở về A.

$$\text{ĐS: 1. } \Delta l_{\max} = \Delta l + A = 0,121m; v_{\max} = \omega A = 0,5\sqrt{2} \text{ m/s}; 2. 0,672s$$

Bài 30. Một cơ hệ gồm hai vật A, B giống nhau, cùng khối lượng m , nối với nhau bằng một sợi dây sao cho một lò xo nhẹ, chiều dài tự nhiên l_0 , độ cứng k , bị nén lại giữa hai khối đó. B nằm trên đất (hình vẽ).



1. Tìm độ co ban đầu tối thiểu của lò xo để B được nâng lên khỏi mặt đất khi đốt dây nối.
2. Nếu độ co ban đầu của lò xo là $7mg/k$ thì khối tâm hệ được nâng lên độ cao bao nhiêu?

$$\text{ĐS: 1. } \Delta l_{\min} = \frac{3mg}{k}; 2. \frac{8mg}{k}$$

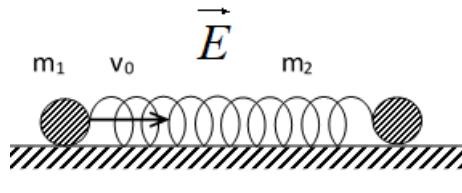
Bài 31. Trên một mặt phẳng nằm ngang, nhẵn, có một hệ gồm hai quả cầu, khối lượng m_1, m_2 được gắn vào hai đầu của một lò xo có chiều dài tự nhiên là l , độ cứng k . Truyền

cho quả cầu m_1 một vận tốc đầu v_0 hướng đến quả cầu m_2 . Hãy khảo sát chuyển động của hệ.

ĐS: Hai quả cầu dao động ngược pha nhau

$$\text{cùng chu kỳ: } T_1 = T_2 = 2\pi \sqrt{\frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}}.$$

$$\text{Vật 1 có biên độ dao động } A_1 = \frac{m_2 v_0}{m_1 + m_2} \sqrt{\frac{\mu}{k}}, \text{ vật 2: } A_2 = \frac{m_1 v_0}{m_1 + m_2} \sqrt{\frac{\mu}{k}}$$



Độ nén cực đại và độ dãn cực đại của lò xo là

$$A = v_0 \sqrt{\frac{\mu}{k}}$$

Bài 32.

Hai quả cầu đồng chất, cùng bán kính R có thể trượt không ma sát trên một thanh cứng nằm ngang. Một lò xo nhẹ có độ cứng k , chiều dài tự nhiên $6R$ được gắn vào quả cầu có khối lượng $6m$. Quả cầu có khối lượng m chuyển động với vận tốc v_0 đến va chạm vào lò xo. Tìm độ biên dạng cực đại của lò xo và thời gian τ mà quả cầu có khối lượng m tiếp xúc với lò xo.



$$\text{ĐS: } \Delta l_{max} = v_0 \sqrt{\frac{6m}{7k}}; \tau = \pi \sqrt{\frac{6m}{7k}}$$

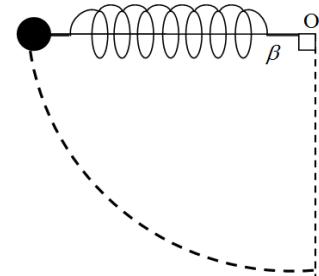
Bài 33. Một quả cầu có khối lượng $m= 2\text{kg}$ treo ở một đầu một sợi dây có khối lượng không đáng kể và không co dãn. Bỏ qua ma sát và sức cản. Lấy $g= 10\text{m/s}^2$.

a) Kéo quả cầu khỏi vị trí cân bằng một góc α_m rồi thả ra (vận tốc ban đầu bằng không). Thiết lập biểu thức lực căng dây của dây treo khi quả cầu ở vị trí lệch một góc α so với vị trí cân bằng. Tìm vị trí của quả cầu trên quỹ đạo để lực căng đạt cực đại. Tính độ lớn của lực căng cực đại nếu góc $\alpha_m=60^\circ$.

b) Phải kéo quả cầu khỏi vị trí cân bằng một góc bằng bao nhiêu để khi thả cho dao động, lực căng cực đại gấp 3 lần trọng lượng của quả cầu.

c) Thay sợi dây treo quả cầu bằng một lò xo có trọng lượng không đáng kể. Độ cứng của lò xo là $k= 500\text{N/m}$, chiều dài ban đầu $l_0=0,6\text{m}$. Lò xo có thể dao động trong mặt phẳng thẳng đứng xung quanh điểm treo O. Kéo quả cầu khỏi vị trí cân bằng một góc

$\beta = 90^\circ$ rồi thả ra. Lúc bắt đầu thả, lò xo ở trạng thái không bị nén dãn. Xác định độ dãn của lò xo khi quả cầu đến vị trí cân bằng.

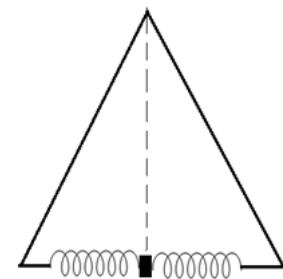


ĐS: a) $T = mg(3\cos \alpha - 2\cos \alpha_m)$;
 $T_{\max} = mg(3 - 2\cos \alpha_m) = 40(N)$

b) $\alpha_m = 90^\circ$; c) $\Delta l = 0,104(m)$.

Bài 34. Một tam giác cân tạo bởi ba thanh mảnh quay với vận tốc không đổi $\omega = 4\text{rad/s}$ trong mặt phẳng ngang (trùng với mặt phẳng tam giác) quanh trục thẳng đứng đi qua đỉnh của nó (hình vẽ). Ở cạnh đáy của tam giác một quả cầu nhỏ khối lượng $m = 0,1\text{kg}$ được nối với hai đỉnh kề nhau bằng hai lò xo giống nhau mỗi chiếc có độ cứng $k = 3,2\text{ N/m}$. Tìm tần số dao động của quả cầu trên thanh? Bỏ qua ma sát.

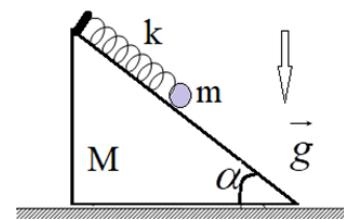
ĐS: $f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{2K}{m} - \omega^2} \approx 1,1\text{s}$



Hình 1.36P

Bài 35. Cho hệ như hình 1.37P. Vật khối lượng m nối với lò xo có độ cứng k dao động trên mặt nghiêng của ném. Góc giữa mặt nghiêng của với phương ngang là α . Ném có khối lượng M và có thể chuyển động tự do trên mặt phẳng ngang. Tìm chu kì dao động nhỏ của hệ. Bỏ qua mọi ma sát.

ĐS: $T = 2\pi \sqrt{\frac{m(M + m\sin^2 \alpha)}{k(M + m)}}$



Hình 1.37P

Bài 36. Hai vật nhỏ 1 và 2 có khối lượng lần lượt là m_1 và m_2 được nối với nhau bằng một lò xo và nằm yên trên mặt phẳng ngang nhẵn, lúc đầu lò xo không biến dạng. Sau đó người ta truyền đồng thời cho hai vật các vận tốc ban đầu, cụ thể: vật 1 đạt vận tốc \vec{v}_1 , vật 2 đạt vận tốc \vec{v}_2 . Biết lò xo có độ cứng k và khối lượng không đáng kể. Gọi G là khối tâm hệ hai vật trên. Hãy tìm các kết quả theo yêu cầu của bài toán trong hệ quy chiếu khối tâm G trong các trường hợp dưới đây:

a. Trường hợp 1. Các véc tơ vận tốc \vec{v}_1 , \vec{v}_2 đều có phương nằm ngang và \vec{v}_1 vuông góc với \vec{v}_2 . Hãy tìm cơ năng hệ hai vật.

b. Trường hợp 2. Các véc tơ \vec{v}_1 , \vec{v}_2 ngược chiều nhau và trùng với trục lò xo. Tìm chu kỳ và biên độ dao động mỗi vật.

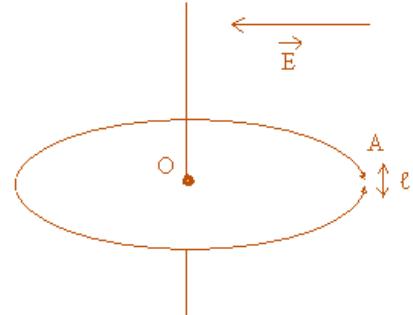
$$\text{ĐS: a. } E_G = K_G|_{t=0} = \frac{1}{2} \frac{m_1 m_2}{(m_1 + m_2)} [v_1^2 + v_2^2];$$

$$\text{b. } \begin{cases} T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{m_1}{k_1}} = 2\pi \sqrt{\frac{m_1 m_2}{(m_1 + m_2)k}} \\ T_2 = 2\pi \sqrt{\frac{m_2}{k_2}} = 2\pi \sqrt{\frac{m_1 m_2}{(m_1 + m_2)k}} \end{cases}; \quad \begin{cases} A_1 = \frac{m_2}{(m_1 + m_2)} (v_1 + v_2) \sqrt{\frac{m_1 m_2}{k(m_1 + m_2)}} \\ A_2 = \frac{m_1}{(m_1 + m_2)} (v_1 + v_2) \sqrt{\frac{m_1 m_2}{k(m_1 + m_2)}} \end{cases}$$

IV.3. DAO ĐỘNG CỦA ĐIỆN TÍCH – HỆ ĐIỆN TÍCH

Bài 1. Một vòng dây mảnh, khối lượng M, bán kính R, mảng điện tích Q > 0 phân bố đều. Trên vòng dây có một khe hở nhỏ, chiều dài ℓ . Vòng dây được đặt trong mặt phẳng nằm ngang và có thể quay quanh trục thẳng đứng qua tâm O của vòng. Ban đầu vòng dây đứng yên. Đưa vòng dây vào điện trường đều có cường độ điện trường \vec{E} song song với mặt phẳng vòng dây. Quay vòng lệch khỏi vị trí cân bằng góc α nhỏ.

Chứng minh vòng dao động đều hòa. Tìm chu kỳ dao động.



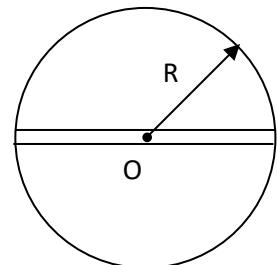
$$\text{ĐS: } T = 2\pi \sqrt{\frac{2\pi.mR^2}{\ell QE}}$$

Bài 2. Ba đồng xu nhỏ đồng chất, khối lượng m được nối với nhau bằng hai sợi dây nhẹ, không dẫn điện, mỗi dây có chiều dài d. Mỗi đồng xu này có điện tích q. Các đồng xu này được đặt trên một mặt phẳng nhẵn nằm ngang và cách điện (góc hợp bởi giữa các sợi dây này gần bằng 180°). Sau đó người ta thả tự do cho các đồng xu này dao động, người ta nhận thấy chu kỳ dao động của các đồng xu là T. Tìm điện tích q của mỗi đồng xu.

$$\text{ĐS: } q \approx \frac{4\pi}{T} \sqrt{\frac{md^3/3}{1/4\pi\epsilon_0}}$$

Bài 3. Một quả cầu tích điện tích khói với điện tích Q , bán kính R được giữ cố định. Người ta tạo ra một rãnh rất nhỏ dọc theo một đường kính của quả cầu

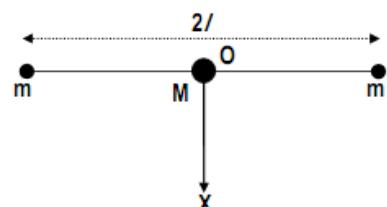
(Coi rãnh nhỏ này không ảnh hưởng đến sự phân bố điện tích của quả cầu). Có một hạt nhỏ có khối lượng m , tích điện tích q , ngược dấu với Q , bắt đầu chuyển động với động năng K_0 , từ tâm của quả cầu dọc theo rãnh. Trong quá trình chuyển động của hạt m , ta chỉ tính đến lực tĩnh điện.



- a) Hãy xác định giá trị K_0 sao cho hạt m vừa vặn đi đến được mép của quả cầu thì dừng lại tức thời.
- b) Mất bao nhiêu thời gian để hạt m đi được đến mép quả cầu với giá trị động năng K_0 vừa tìm được từ ý a.

$$\text{ĐS: a. } K_0 = \frac{-qQ}{8\pi\epsilon_0 R}; \text{ b. } \Delta t = \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{4\pi\epsilon_0 m}{-qQ}}.$$

Bài 4. Ba quả cầu nhỏ có khối lượng m , M , m cùng điện tích q nối với nhau bằng hai dây nhẹ không dẫn và không dẫn điện, chiều dài l . Chọn trục tọa độ có gốc O trùng với vị trí quả cầu M khi hệ cân bằng, trục Ox vuông góc với hai dây. Tìm chu kỳ dao động nhỏ của hệ theo phương Ox . Bỏ qua ảnh hưởng của trọng lực.



$$\text{ĐS: } T = 2\pi \sqrt{\frac{4Mml^3}{kq^2(M+2m)}}$$

Bài 5. Hai điện tích bằng nhau ($+q$) được cố định ở hai đầu một đoạn thẳng dài $2a$. Một điện tích dương Q với khối lượng m đặt ở trung điểm của hệ và có thể chuyển động.

1) CMR : chuyển động của Q là không ổn định với các dịch chuyển nhỏ vuông góc với đoạn thẳng và ổn định với các dịch chuyển nhỏ dọc theo đoạn thẳng.

2) Nếu Q được chuyển một khoảng cách $x < a$. Tìm điện thế ở vị trí của Q do 2 điện tích (+q) gây ra.

3) Dùng khai triển nhị thức, khai triển biểu thức cho thế đó và chỉ giữ lại số hạng có bậc thấp nhất của x. Xác định độ lớn của lực tĩnh điện tác dụng lên Q khi nó dịch đi x.

4) Nếu Q được thả ra ở độ dịch x đó : Tìm tần số góc của dao động của Q quanh trung điểm của đoạn thẳng.

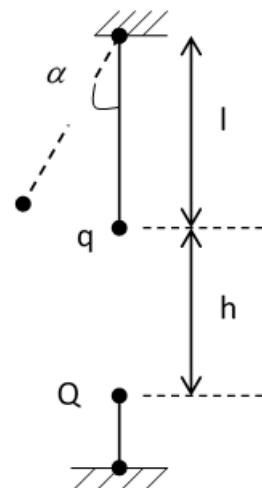
$$\text{Chú ý: } (1 \pm x)^n = 1 \pm \frac{n x}{1!} + \frac{n(n-1)x^2}{2!} + \dots \quad (\text{với } x \ll 1)$$

$$\text{ĐS: } 2. \ V = \frac{k \cdot q}{x + a} + \frac{k \cdot q}{a - x}; \ 3. \ F = \frac{4kQqx}{a^3}; \ 4. \ \omega = \sqrt{\frac{4kQq}{ma^3}}$$

Bài 6. Một con lắc đơn chiều dài l, quả nặng có khối lượng m, tích điện q. Phía dưới vị trí cân bằng của con lắc có một điện tích điểm Q được giữ cố định. Khi con lắc cân bằng quả nặng và Q cùng nằm trên đường thẳng đứng, khoảng cách từ vị trí cân bằng đến điện tích điểm Q bằng h (hình vẽ). Bỏ qua lực cản không khí. Tính chu kì dao động nhỏ của con lắc.

$$\text{ĐS: } \omega = \sqrt{\frac{g}{l} - \frac{qQ(h+l)}{4\pi\epsilon_0 \cdot m \cdot h^3 \cdot l}}$$

với điều kiện $mg > \frac{qQ(h+l)}{4\pi\epsilon_0 mh^3}$ nếu $q \cdot Q > 0$



Bài 7. Nguyên tử Thomson.

TÀI LIỆU BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI VẬT LÝ TRUNG HỌC PHỔ THÔNG

Một nguyên tử hdro được biểu diễn bằng 1 hạt nhân có điện tích e chuẩ một khối cầu bán kính k, ở bên trong khối cầu có điện tích e được phân bố đều electron có điện tích $-e$, có khả năng vận động bên trong khối cầu tích điện dương.

1) Electron vận động trong quả cầu có bán kính R chịu lực nào? Vị trí cân bằng của nó ở đâu?

2) Bản chất quỹ đại của electron, giả thiết nằm trong khối cầu là gì? Tìm giá trị trung bình của momen lưỡng cực của nguyên tử này?

3) Đặt một trường \vec{E}_0 lên nguyên tử này, hạt nhân được giả thiết đứng yên unless electron vẫn còn ở bên trong quả cầu bán kính R, thì có những thay đổi gì đối với các kết quả trên do có trường đặt vào? Chứng tỏ rằng momen lưỡng cực trung bình có dạng $\langle \vec{P} \rangle = \alpha \varepsilon_0 \vec{E}_0$, trong đó α là hệ số phân cực của nguyên tử. Hỏi thử nguyên của α và cỡ lớn của nó.

4) Với giá trị nào của trường ngoài thì nguyên tử này sẽ bị ion hóa?

ĐS: 1.: $\vec{f} = -\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 R^3} \vec{r}$ hướng về 0. Vị trí cân bằng của electron là tại 0.

2. Quỹ đạo là một hình elip tâm O. Momen lưỡng cực tức thời của nguyên tử $\vec{P} = -er$. Giá trị trung bình của nó bằng 0.

3. Quỹ đạo của electron vẫn có hình dạng như cũ nhưng bị lệch đi một đoạn không đổi:

$$\text{elip sẽ có tâm tại } \vec{r} = \frac{4\pi\varepsilon_0 R^3}{e} \vec{E}_0$$

- Giá trị trung bình của momen lưỡng cực: $P = 4\pi\varepsilon_0 R^3 E_0$; $\alpha = 4\pi R^3$ thứ nguyên: $[m^3]$

4. E_0 cỡ 10^{11}V/m rất lớn.

Bài 8. Mẫu nguyên tử Thomson)

TÀI LIỆU BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI VẬT LÝ TRUNG HỌC PHỔ THÔNG

1. Mẫu nguyên tử Thomson cho nguyên tử Hiđrô được biểu diễn bằng một hạt nhân có điện tích e chiếm một khối cầu tâm O bán kính R, ở bên trong khối cầu điện tích e được phân bố đều. Electron có điện tích $-e$ có khả năng vận động ở bên trong khối cầu tích điện dương.

a. Xác định quỹ đạo của electron trong khối cầu, biết tại $t=0$ nó có vị trí \vec{r}_0 và vận tốc \vec{v}_0 vuông góc với \vec{r}_0 so với tâm khối cầu.

b. Đặt một điện trường \vec{E}_0 lên nguyên tử này, hạt nhân được giả thiết đứng yên, electron vẫn còn bên trong khối cầu bán kính R thì quỹ đạo của nó có gì thay đổi? Tính mômen lưỡng cực trung bình của nguyên tử khi đó.

2. Một hệ điện tích tạo ra thế có đối xứng cầu: $V(r) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r} \left(1 + \frac{r}{a}\right) \exp\left(-\frac{2r}{a}\right)$, với $q > 0$,

a là hằng số dương. Hãy tính điện tích $Q(r)$ nằm trong quả cầu bán kính r . Nếu tính chất của phân bố điện tích tương ứng với thế trên. Hãy định nghĩa năng lượng liên kết của hệ này và tìm biểu thức của năng lượng liên kết đó.

ĐS: 1a. Quỹ đạo là một elip có tâm O, phương trình chuyển động $\vec{r}(t) = \vec{r}_0 \cdot \cos \omega t + \frac{\vec{v}_0}{\omega} \sin \omega t$

$$; \omega = \sqrt{\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 m R^3}}$$

1b. Quỹ đạo của electron vẫn là một elip như câu a nhưng tâm O' của nó bị lệch đi một vectơ không đổi: $\overrightarrow{OO'} = -\frac{4\pi\epsilon_0 R^3}{e} \vec{E}_0$

+ Mô men lưỡng cực tức thời của nguyên tử: $\vec{p} = -e\vec{r}$ với $\vec{r} = \overrightarrow{OM}$

Do đó, mômen lưỡng cực trung bình của nguyên tử: $\langle \vec{p} \rangle = 4\pi\epsilon_0 R^3 \vec{E}_0$

3. $Q(r) = q \left(1 + \frac{2r}{a} + \frac{2r^2}{a^2}\right) \exp\left(-\frac{2r}{a}\right)$; năng lượng liên kết $W = \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 a}$

Bài 9. Một hình vuông ABCD có cạnh $a\sqrt{2}$ có tâm ở O, tại mỗi đỉnh của hình vuông ta đặt một điện tích $+q$.

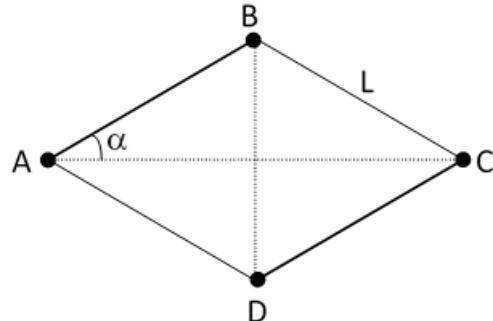
a) Xác định điện thế do các điện tích ở đỉnh gây ra tại tâm hình vuông.

- b) Chứng minh rằng điểm O là vị trí cân bằng bền của một điện tích thử (điểm) $Q = +q$ trong mặt phẳng của hình vuông, và là vị trí cân bằng không bền theo trục đi qua tâm O và vuông góc với mặt phẳng của hình vuông.
- c) Tính chu kỳ dao động nhỏ của điện tích Q trong mặt phẳng hình vuông.
- d) Nếu $Q = -q$ thì có thay đổi gì trong các kết quả trên.

ĐS: a. $V_O = \frac{q}{\pi \epsilon_0 a}$; c. $T = \frac{2\pi}{q} \sqrt{\pi \epsilon_0 m a^3}$.

Bài 10. Bốn hạt nhỏ A, B, C, D có cùng khối lượng m và đều mang điện tích dương, được nối với nhau bằng bốn sợi dây mảnh có cùng chiều dài L trong không khí. Các dây không giãn, khối lượng của dây không đáng kể. Từng cặp hai hạt A và C, B và D có điện tích bằng nhau. Biết điện tích của mỗi hạt A, C bằng q . Khi hệ cân bằng, bốn điện tích ở bốn đỉnh của hình thoi ABCD có góc ở các đỉnh A, C là 2α (hình vẽ). Bỏ qua tác dụng của lực hấp dẫn và lực cản của môi trường.

- a) Tính điện tích Q của mỗi hạt B, D.
- b) Kéo hai hạt A, C về hai phía ngược nhau theo phương AC sao cho mỗi hạt lệch khỏi vị trí cân bằng ban đầu một đoạn nhỏ rồi buông cho dao động. Tìm chu kỳ dao động.
- c) Giả thiết khi các điện tích đang nằm yên ở vị trí cân bằng thì các dây đồng thời bị đứt đứt tức thời. Tìm tỉ số gia tốc của hạt A so với gia tốc của hạt B ngay sau khi đứt dây.



ĐS: a. $Q = q \sqrt{\tan^3 \alpha}$; b. $T = \sqrt{\frac{4mL^3 \cos^3 \alpha}{3kq^2}}$; c. $\frac{a_1}{a_2} = \cot \alpha$

Bài 11. Một lò xo nhẹ, cách điện, một đầu gắn chặt vào giá cố định, đầu còn lại treo quả cầu kim loại nhỏ khối lượng m , tích điện q . Hệ được đặt trong không khí và khi cân bằng quả cách một thành phẳng bằng kim loại đã nới đất một khoảng a (hình vẽ)

- 1) Từ vị trí cân bằng người ta kéo quả cầu xuống dưới, cách VTCB một đoạn x_0 ($x_0 << a$)

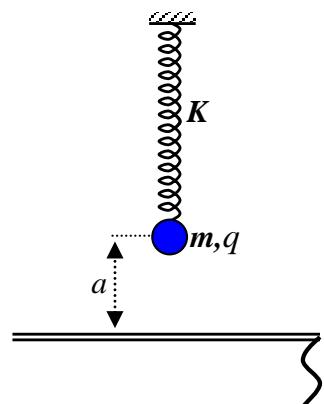
2a) rồi thả nhẹ. Chứng minh quả cầu dao động điều hòa. Lập biểu thức tính chu kì và viết phương trình dao động của quả cầu.

2) Nghiên cứu sự biến đổi mật độ điện tích hướng ứng trên mặt vật dẫn tại điểm M cách vị trí cân bằng của quả cầu khoảng 2a.

$$\text{ĐS: } 1. \omega = \sqrt{\frac{k}{m} - \frac{q^2}{16\pi m \epsilon_0 a^3}} ; \quad T = 2\pi \sqrt{\frac{k}{m} \times \frac{1}{1 - \frac{q^2}{16k\pi \epsilon_0 a^3}}}$$

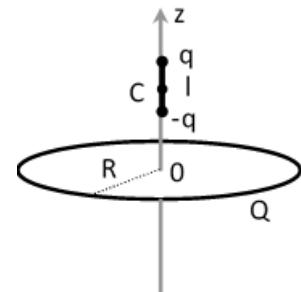
$$, \quad x = x_0 \cos \omega t$$

$$2. \text{ Khi đó } \sigma \approx \frac{q}{16\pi a^2} \left(1 + \frac{3}{4a} x_0 \cos \omega t \right)$$



Bài 12. Đặt trong chân không một vòng dây mảnh, tròn, bán kính R, tâm O, mang điện tích dương Q phân bố đều. Dựng trục Oz vuông góc với mặt phẳng của vòng dây và hướng theo chiều vectơ cường độ điện trường của vòng dây tại O (hình vẽ). Một lưỡng cực điện có vectơ mômen lưỡng cực \vec{p} và có khối lượng m chuyển

động dọc theo trục Oz mà chiều của \vec{p} luôn trùng với chiều dương của trục Oz (Lưỡng cực điện là một hệ thống gồm hai hạt mang điện tích cùng độ lớn q nhưng trái dấu, cách nhau một khoảng cách l không đổi ($l \ll R$), C là trung điểm của l. Vectơ mômen lưỡng cực điện là vectơ hướng theo trục lưỡng cực, từ điện tích âm đến điện tích dương, có độ lớn $p = ql$, khối lượng của lưỡng cực là khối lượng của hai hạt). Bỏ qua tác dụng của trọng lực.



1. Xác định tọa độ z_0 của C khi lưỡng cực ở vị trí cân bằng bền và khi lưỡng cực ở vị trí cân bằng không bền? Tính chu kì T của dao động nhỏ của lưỡng cực quanh vị trí cân bằng bền.

2. Giả sử lúc đầu điểm C nằm ở điểm O và vận tốc của lưỡng cực bằng không. Tính vận tốc cực đại của lưỡng cực khi nó chuyển động trên trục Oz.

ĐS: 1. + $z = r\sqrt{2}$, tại điểm đó thế năng cực tiểu, là cân bằng bền. Chu kỳ $T = \frac{\pi r^2 3^{5/4}}{2} \sqrt{\frac{m}{kpQ}}$

+ $z = -r/\sqrt{2}$, tại điểm đó thế năng cực đại, là cân bằng không bền.

$$2. v_{\max} = \frac{2}{r \cdot 3^{3/4}} \sqrt{\frac{kpQ}{m}}$$

Bài 13. Một hạt mang điện $-q$ ($q > 0$), khối lượng m chuyển động trong điện trường gây bởi các ion dương. Các ion dương phân bố đều với mật độ điện tích ρ trong vùng không gian dạng khối trụ, bán kính R , trục đối xứng là xx' và đủ dài.

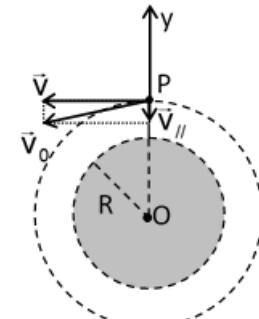
Giả sử các lực khác tác dụng lên hạt là rất nhỏ so với lực điện và trong khi chuyển động hạt không va chạm với các ion dương. Xét hai trường hợp sau:

1. Hạt chuyển động trong mặt phẳng chứa trục đối xứng xx' :

Lúc đầu hạt ở điểm M cách trục một đoạn $a < R$ và có vận tốc \vec{v}_0 hướng theo phuong của trục. Giá trị v_0 phải bằng bao nhiêu để sau khi hạt đi được một khoảng L (tính dọc theo trục) thì nó tới điểm N nằm cùng phía với M so với trục xx' và cách trục một đoạn $a/2$?

2. Hạt chuyển động trong mặt phẳng vuông góc với trục đối xứng xx' :

Lúc đầu hạt ở điểm P cách trục một khoảng $b > R$, có vận tốc \vec{v}_0 nằm trong mặt phẳng vuông góc với trục đối xứng. Lấy giao điểm O của mặt phẳng này với trục xx' làm tâm, vẽ một vòng tròn bán kính b qua P và phân tích $\vec{v}_0 = \vec{v} + \vec{v}_{\parallel}$, trong đó \vec{v} có phương tiếp tuyến với vòng tròn còn \vec{v}_{\parallel} hướng dọc theo phuong bán kính. Giả sử $\vec{v}_{\parallel} \ll \vec{v}$.



a. Chứng minh rằng hạt chuyển động tuần hoàn theo phuong bán kính đi qua hạt.

b. Tìm độ lớn của v và chu kỳ T .

c. Tính khoảng cách l từ P tới hạt sau khoảng thời gian $t = n \cdot \frac{T}{2}$ (n nguyên, dương).

ĐS: 1. $v_0 = \frac{3L}{\pi} \sqrt{\frac{q\rho}{2m\varepsilon_0}}$ hoặc $v_0 = \frac{L}{2\pi(k \pm \frac{1}{6})} \sqrt{\frac{q\rho}{2m\varepsilon_0}}$ với $k=1,2,3$,

2. b. $v = R \sqrt{\frac{q\rho}{2m\varepsilon_0}}$; $T = \frac{2\pi b}{R} \sqrt{\frac{m\varepsilon_0}{q\rho}}$; c. $l = 2b \left| \sin \frac{n\pi\sqrt{2}}{4} \right|$ (n nguyên, dương).

IV.4. MỘT SỐ DAO ĐỘNG ĐIỀU HÒA KHÁC.

Bài 1. Hai vật nhỏ A và B giống nhau có khối lượng m được nối với nhau bởi dây nhẹ không giãn chiều dài ℓ rồi vắt qua một lỗ nhỏ O trong mặt phẳng nằm ngang như hình 4. Ban đầu giữ vật B cố định sao cho phần dây OA dài là $\frac{\ell}{2}$ rồi truyền cho vật A vận tốc ban đầu V_0 nằm trong mặt phẳng ngang và có phương vuông góc với dây OA như hình vẽ. Ngay khi A chuyển động thì người ta thả vật B ra tự do. Bỏ qua mọi ma sát lực cản.

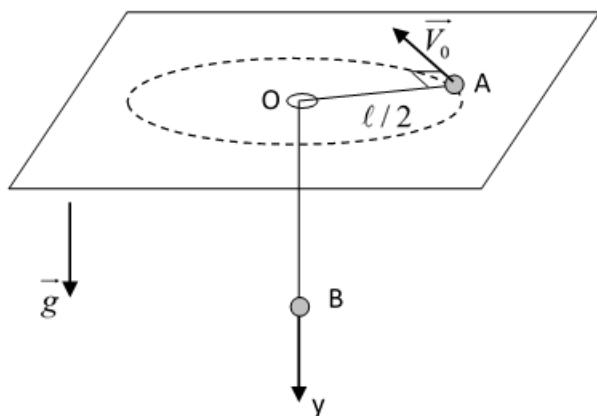
1. Tìm điều kiện của V_0 theo $g; \ell$ để sau khi thả vật B tự do, vật B đứng yên ?

2. Khi $V_0 = \sqrt{\frac{g\ell}{2}}$, từ vị trí cân bằng của B, dịch chuyển B một đoạn nhỏ theo phương thẳng đứng Oy. Chứng minh rằng sau đó B dao động điều hòa. Tính chu kì dao động của vật B. Cho biết $\left(\frac{1}{2} + \alpha\right)^n \approx \frac{1}{2} + n.a$ nếu $|a| \ll \frac{1}{2}$

.

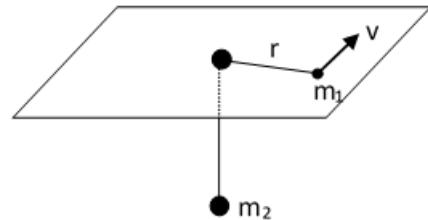
3. Với $V_0 = \sqrt{\frac{g\ell}{3}}$, xác định vị trí của A tại đó vật B đạt vận tốc cực đại. Tính vận tốc cực đại này theo $g; \ell$.

ĐS: 1. $V_0 = \sqrt{\frac{g\ell}{2}}$; 2. $T = 2\pi \sqrt{\frac{16\ell}{3g}}$; 3. $r = \frac{\ell}{\sqrt[3]{12}} \approx 0,43679\ell$, $V_{max} = \sqrt{\frac{g\ell}{2} \left[\frac{4}{3} - \frac{3}{\sqrt[3]{12}} \right]} \approx 0,107151\sqrt{g\ell}$



Bài 2. Một vật m_1 chuyển động quanh một lỗ trống trên mặt phẳng của cái bàn nằm ngang không ma sát. Vật được nối với một lò xo xuyên qua lỗ. Một vật m_2 được buộc vào đầu kia của lò xo. Khoảng cách từ m_1 đến lỗ trống là r , vận tốc của m_1 là v .

a) Biết ban đầu m_1 cách lỗ trống đoạn R_0 và có vận tốc v_0 . Tìm phương trình xác định bán kính quỹ đạo lớn nhất và nhỏ nhất



b) Tìm tần số dao động của bán kính quỹ đạo khi quỹ đạo chỉ hơi lệch so với vòng tròn.

ĐS: a. $2m_2gr^3 - 2Cr^2 + m_1h^2 = 0$, nghiệm của phương trình này là giá trị lớn nhất hoặc nhỏ nhất của r .

$$b. f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{3m_2g}{(m_1 + m_2)R_0}}$$

Bài 3. a. Một hạt có khối lượng m được đặt trong một trường điện ở đó năng lượng điện của hạt phụ thuộc vào x với $U(x) = U_0 (1 - \cos ax)$, U_0 và a là những hằng số. Tìm chu kỳ dao động nhỏ mà hạt thực hiện quanh vị trí cân bằng.

b. Giải bài tập trên nếu năng lượng điện của hạt có dạng $U(x) = a/x^2 - b/x$; với a , b là những hằng số dương.

$$\text{ĐS: a. } T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{a^2 U_0}}; \text{ b. } T = 2\pi \frac{\sqrt{8ma^3}}{b^2}$$

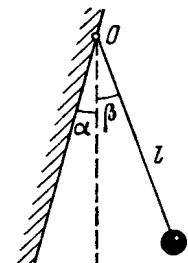
Bài 4. Tìm chu kỳ dao động nhỏ thăng đứng của một quả cầu có khối lượng $m = 40g$ được gắn vào tâm của một sợi dây căng nằm ngang có độ dài $l = 1,0\text{ m}$. Sức căng của sợi dây coi như không đổi và bằng $F = 10\text{ N}$.

$$\text{ĐS: } T = \pi \frac{\sqrt{ml}}{F} = 0,2s$$

Bài 5. Xác định chu kỳ dao động nhỏ của một con lắc toán học là một hòn bi treo vào một sợi dây chỉ, dài $l = 20 \text{ cm}$, nếu nó nằm trong chất lỏng lý tưởng có khối lượng riêng $\eta = 3,0$ lần nhỏ hơn khối lượng riêng của hòn bi.

$$\text{ĐS: } T = 2\pi \sqrt{\frac{\eta l}{g(\eta - 1)}} = 1,1s$$

Bài 6 : Một quả bóng được treo bởi một sợi dây mảnh dài l tại điểm O trên tường, tạo một góc nhỏ α với phương thẳng đứng (hình vẽ). Sau đó sợi dây và bóng đã đi lệch một góc nhỏ β ($\beta > \alpha$) và chuyển động tự do. Giả thiết va chạm của bóng với tường là tuyệt đối đàn hồi. Tìm chu kỳ dao động của con lắc này.

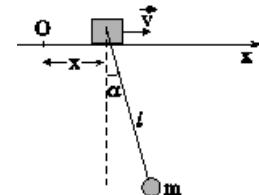


$$\text{ĐS: } T = 2\sqrt{\frac{l}{g}} \left(\pi - \arccos \frac{\alpha}{\beta} \right)$$

Bài 7. Một con lắc đơn được treo vào một giá đỡ, giá đỡ này dao động theo phương ngang nhờ ngoại lực theo phương trình $x = A \cos \omega t$.

a) Hãy lập phương trình chuyển động của con lắc khi góc lệch α nhỏ.

b) Hãy tìm nghiệm của phương trình khi con lắc đã dao động ổn định.



$$\text{ĐS: a. } \alpha'' + \omega_0^2 \alpha = \frac{A\omega^2}{l} \cos \omega t \quad (\text{với } \omega_0 = \sqrt{\frac{g}{l}})$$

$$\text{b. Nghiệm tổng quát của phương trình là: } \alpha = \frac{A\omega^2}{l(\omega_0^2 - \omega^2)} \cos \omega t + B \cos(\omega_0 t + \varphi)$$

Hiện tượng cộng hưởng xảy ra nếu $\omega \approx \omega_0$. Còn nếu $\omega \neq \omega_0$ thì chuyển động của con lắc là ổn định.

Bài 8. Luồn một hạt cườm nhỏ vào một sợi dây có chiều dài $2l$. Treo hai đầu dây vào hai điểm A và B có cùng độ cao và cách nhau $2a$.

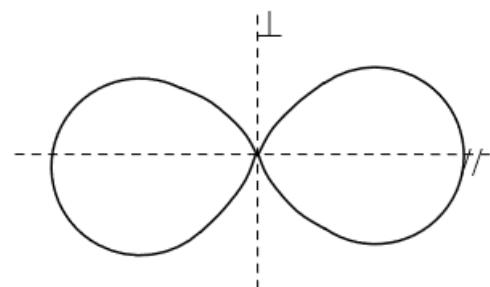
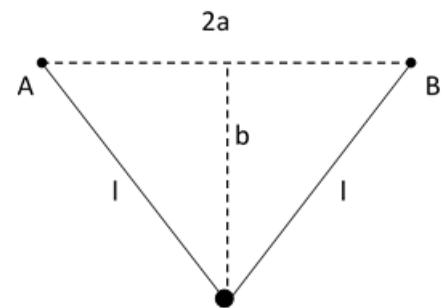
a. Tìm chu kỳ dao động nhỏ trong mặt phẳng vuông góc với đoạn thẳng AB.

b. Tìm chu kỳ dao động nhỏ trong mặt phẳng thẳng đứng song song với đoạn thẳng AB.

c. Với tỷ số b/a bằng bao nhiêu thì quỹ đạo hạt cườm chiếu lên mặt phẳng ngang có dạng như hình vẽ.

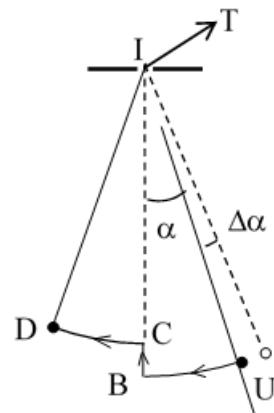
$$\text{ĐS: a. } T_{\perp} = 2\pi \sqrt{\frac{b}{g}} = 2\pi \sqrt{\frac{\sqrt{l^2 - a^2}}{g}};$$

$$\text{b. } T_{\parallel} = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g \sqrt{1 - \left(\frac{a}{l}\right)^2}}}; \text{c. } \frac{l}{a} = \frac{2}{\sqrt{3}}$$



Bài 9. Một con lắc đơn có chiều dài L thực hiện dao động nhỏ trong mặt phẳng thẳng đứng. Để tăng biên độ dao động người ta làm như sau: cứ mỗi lần vật đi qua vị trí cân bằng thì dây được rút ngắn bớt một đoạn nhỏ $\Delta L \ll L$ qua một lỗ hẹp ở điểm treo, còn khi vật đến vị trí biên thì dây lại được thả ra một đoạn ΔL . Hãy ước tính độ tăng biên độ góc tỷ đối $\Delta\alpha/\alpha$ sau mỗi chu kỳ dao động.

$$\text{ĐS: } \frac{\Delta\alpha}{\alpha} = 3 \frac{\Delta L}{L}$$



Bài 10. Một chất điểm khối lượng m chuyển động trong trường xuyên tâm O có biểu thức lực xuyên tâm có dạng $F(r)$.

a) Ở quỹ đạo tròn ổn định, hạt có vận tốc v_0 và bán kính quỹ đạo tròn là r_0 . Tìm liên hệ giữa v_0, r_0

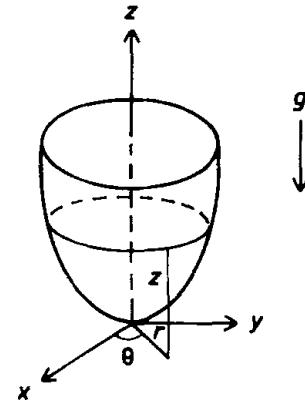
b) Một tác động nhỏ làm hạt lệch khỏi quỹ đạo ổn định. Tìm điều kiện để hạt dao động quanh quỹ đạo ổn định và tìm tần số góc dao động đó.

ĐS: a. $m \frac{v_0^2}{r_0} = -F(r_0)$; b. Điều kiện $\frac{3F(r_0)}{r_0} + F'(r_0) < 0$

Tần số góc $\omega = \sqrt{\frac{1}{m} \left(\frac{3F(r_0)}{r_0} + F'(r_0) \right)}$

Bài 11. Một hạt chuyển động không ma sát trong vách một hình đồi xứng được cho bởi phương trình $z = \frac{b}{2}(x^2 + y^2)$ với b là hạch số cố định. Hạt đang chuyển động ổn định ở độ cao $z = z_0$ nhưng bị hơi án xuống dưới. Tìm tần số góc dao động nhỏ của hạt quanh quỹ đạo tròn ổn định.

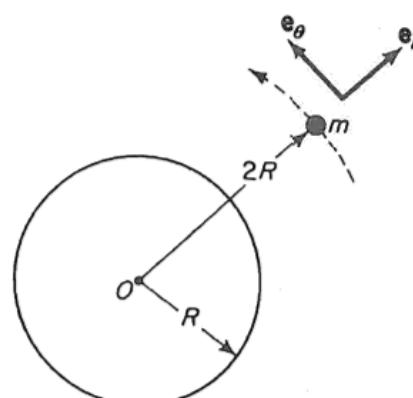
ĐS: $\omega = \sqrt{\frac{4gb}{1+2bz_0}}$



Bài 12. Một vệ tinh khối lượng m lúc đầu chuyển động ở quỹ đạo tròn bán kính $2R$ đối với Trái Đất. Sau đó vệ tinh chịu một lực đẩy độ lớn $10^{-4}mg_0$ theo phương e_θ trong khoảng thời gian một vòng quay. Tính sự thay đổi nhỏ của vận tốc và bán kính quỹ đạo vệ tinh giữa 2 thời điểm bắt đầu và ngừng tác dụng lực.

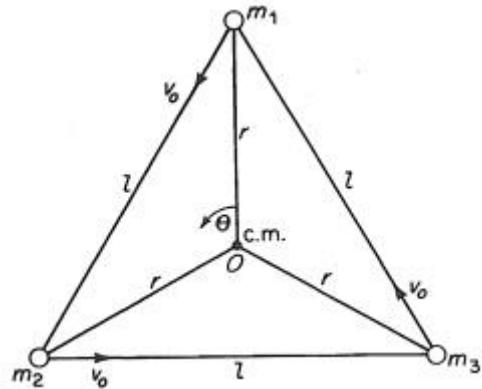
ĐS: Sau thời gian $\Delta t = \frac{2\pi R}{v_0}$ thì: $\frac{\Delta r}{r_0} = 16\pi \cdot 10^{-4}$

$$\frac{\Delta v}{v_0} = -8\pi \cdot 10^{-4}$$



Bài 13. Ba hạt cùng khối lượng m được đặt ở 3 đỉnh của 1 tam giác đều cạnh ℓ . Ban đầu truyền cho chúng vận tốc đầu $v_0 = \sqrt{\frac{GM}{\ell}}$ có phương và chiều như hình vẽ. Giả sử rằng chỉ có trọng lực tác dụng. Tính r_{\min} và r_{\max} trong chuyển động tiếp theo của các vật. Tính chu kì chuyển động của hệ.

$$\text{ĐS : } r_{\max} = c(\frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{1}{2}), r_{\min} = c(\frac{1}{\sqrt{3}} - \frac{1}{2}), T = 2\pi \sqrt{\frac{c^3}{3Gm}}$$



Bài 14. Một xe lăn B khối lượng M , phần trên của nó có dạng là một phần của mặt cầu tâm C, bán kính R. Xe đặt trên mặt sàn nằm ngang và trọng tâm của xe nằm trên đường thẳng đứng đi qua tâm mặt cầu. Một hòn bi A rất nhỏ, có khối lượng m được đặt trên mặt cầu của xe (hình 2). Bi A được giữ ở vị trí bán kính mặt cầu qua nó hợp với phương thẳng đứng góc α_0 và hệ đứng yên. Bỏ qua mọi ma sát, cho gia tốc trọng trường là g.

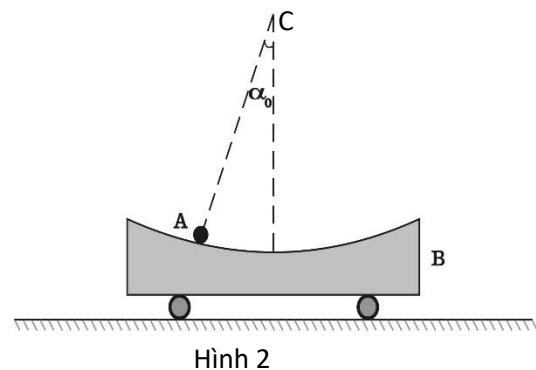
1. Xe lăn được giữ cố định. Thả cho bi A chuyển động không vận tốc đầu.

a. Tìm vận tốc của A và áp lực của A nén lên B tại vị trí bán kính qua A hợp với phương thẳng đứng góc $\alpha < \alpha_0$.

b. Giả thiết góc α_0 rất bé, hãy chứng minh A dao động điều hòa và tính chu kì dao động của nó?

2. Giả thiết góc α_0 rất bé, đồng thời giải phóng A và B không vận tốc đầu. Chứng minh hệ dao động điều hòa. Tính chu kì dao động của hệ, biên độ dao động của A, B và áp lực cực đại mà A nén lên B trong quá trình dao động?

$$\text{ĐS: 1a. } v = \sqrt{2gR(\cos\alpha - \cos\alpha_0)} ; Q = N = mg(3\cos\alpha - 2\cos\alpha_0). \text{ 1b. } T = 2\pi \sqrt{\frac{R}{g}}$$



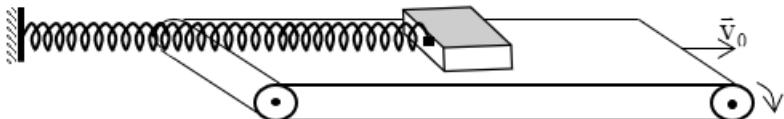
Hình 2

ĐS: $2. T = 2p \sqrt{\frac{R}{g(1 + \frac{m}{M})}}; A_1 = \frac{MR\alpha_0}{M+m}; A_2 = \frac{mR\alpha_0}{M+m};$

$$N_{max} = 3mg + 2mg \frac{m}{M} - 2mg(1 + \frac{m}{M}) \cos \alpha_0.$$

Bài 15. Trên một băng chuyền chuyển động theo phuong

ngang người ta đặt một vật có
gắn vào đầu lò xo, đầu kia của
lò xo gắn cố định



(Hình 2), nhờ đó vật dao động
tắt dần.

a. Tìm độ biến dạng cực đại và cực tiểu trong quá trình dao động và chu kì dao động của vật

b. Tìm quy luật chuyển động của vật $x(t)$ và vẽ đồ thị tọa độ theo thời gian.

Cho biết: khối lượng vật $m = 100g$, độ cứng lò xo $k = 10N/m$, vận tốc băng chuyền $v_0 = 5cm/s$.

Hệ số ma sát trượt $\mu = 0,25$, hệ số ma sát nghỉ $\mu_0 = 0,3$.

ĐS: a. $x_{max} = \frac{\mu mg}{k} + \sqrt{\left(\frac{(\mu_0 - \mu)mg}{k}\right)^2 + \left(\frac{v_0}{\omega_0}\right)^2} = 3,2cm;$

$$x_{min} = \frac{\mu mg}{k} - \sqrt{\left(\frac{(\mu_0 - \mu)mg}{k}\right)^2 + \left(\frac{v_0}{\omega_0}\right)^2} = 1,8cm$$

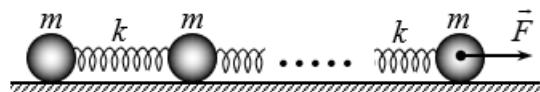
Bài 16. Trong một xilanh đứng yên nằm ngang, đóng kín hai đầu, có một pitông khối lượng M . Pitông có thể chuyển động trong xilanh không ma sát. TTGB của pitông ở giữa xi lanh. Giữa pitông và hai mặt đáy của xilanh có hai quả cầu giống nhau khối lượng $m \ll M$ đang bay dọc theo trục xi lanh. Biết rằng khi pitông ở TTGB thì tần số va chạm của mỗi quả cầu vào pitông là f (va chạm là tuyệt đối đàn hồi). Nếu pitông từ từ dịch khỏi TTGB một đoạn nhỏ thì pitông bắt đầu dao động điều hòa. Hãy xác định chu kì dao động của pitông?

ĐS: $T = \frac{\pi}{\sqrt{6f}} \cdot \sqrt{\frac{M}{m}}$

Bài 17. Một con lắc đơn được treo vào trần một toa của đoàn tàu hoả. Khi tàu đứng yên, con lắc dao động bé với chu kì T . Tính chu kì dao động bé của con lắc khi đoàn tàu này chuyển động với tốc độ không đổi v trên một đường ray nằm trên mặt phẳng nằm ngang có dạng một cung tròn bán kính cong R . Cho biết giá trị trọng trường là g ; bán kính cong R là rất lớn so với chiều dài con lắc và khoảng cách giữa hai thanh ray. Bỏ qua mọi sự mất mát năng lượng.

$$\text{ĐS: } T' = \frac{T\sqrt{gR}}{\sqrt[4]{v^4 + g^2 R^2}}$$

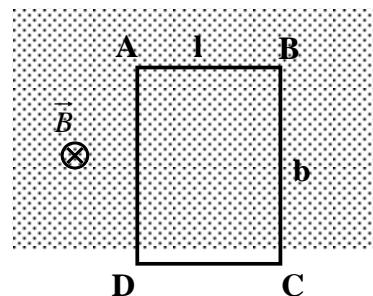
Bài 18. Có N quả cầu giống nhau, khối lượng mỗi quả là m được nối với nhau bằng các lò xo nhẹ có độ cứng k thành một dãy như hình 1. Tác dụng một lực không đổi \vec{F} hướng nằm ngang vào một trong hai quả cầu ở hai đầu dãy. Khi hệ chuyển động ổn định (tất cả các quả cầu chuyển động giống nhau), hãy tìm độ biến dạng tổng cộng của tất cả các lò xo trong hai trường hợp:



- a) Hệ chuyển động trên sàn ngang với hệ số ma sát giữa sàn và các quả cầu là μ .
- b) Hệ chuyển động không có ma sát với sàn ngang nhưng ở trong một môi trường nhót với lực cản của môi trường $\vec{F}_c = -\beta \vec{v}$. Trong đó β là hằng số đối với môi trường đã cho, v là vận tốc chuyển động của các quả cầu.

$$\text{ĐS: a. } \Delta x = \frac{F}{k} \cdot \frac{(N-1)}{2}; \text{ b. } \Delta x = \frac{FN}{2k}.$$

Bài 19. Một khung dây dẫn kín hình chữ nhật ABCD ($AB = l; BC = b$), khối lượng m được giữ đứng yên và mặt phẳng khung nằm trong mặt phẳng thẳng đứng. Khung được đặt trong từ trường đều có véc tơ cảm ứng từ \vec{B} vuông góc với mặt phẳng khung sao cho chỉ có cạnh CD không nằm trong từ trường như hình vẽ 1. Ở thời điểm ban đầu ($t = 0$) người ta thả nhẹ khung dây.



- a. Giả sử khung có điện trở thuần R , độ tự cảm của khung không đáng kể, chiều dài b đủ lớn sao cho khung đạt tới vận tốc giới hạn (vận tốc không đổi) trước khi ra khỏi từ trường. Tìm vận tốc giới hạn của khung và nhiệt lượng tỏa ra trên khung đến khi cạnh AB của khung vừa ra khỏi từ trường?

Hình vẽ 1

b. Giả sử khung được làm từ vật liệu siêu dãn và có độ tự cảm L. Cũng giả thiết b dù lớn để khung không ra khỏi từ trường trong quá trình chuyển động. Chọn trục Ox hướng thẳng đứng từ trên xuống, gốc O tại vị trí ban đầu của cạnh CD. Biết trong quá trình khung chuyển động, cạnh CD không chuyển động vào vùng có từ trường. Viết phương trình chuyển động của khung?

Giả thiết khung dây không bị biến dạng trong quá trình chuyển động.

$$\text{ĐS: a. } v = \frac{mgR}{B^2 l^2}; Q = mg \left(b - \frac{m^2 g R^2}{2 B^4 l^4} \right); \text{ b. } x = \frac{gL}{B^2 l^2} \left[\cos \left(\frac{Bl}{\sqrt{mL}} t + \pi \right) + 1 \right] - \frac{b}{2}$$

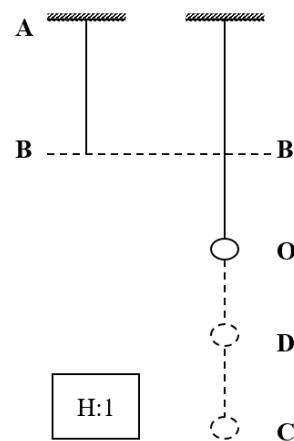
Bài 20. Một dây cao su nhẹ đàn hồi có chiều dài $AB = l_0 = 1\text{m}$, có lực đàn hồi tuân theo định luật Hooke: $F = kx$. Một đầu dây được treo ở A, đầu kia gắn vật có khối lượng $m = 0,2\text{kg}$. Dây giãn đoạn OB và vật nằm vị trí cân bằng O. Kéo vật xuống đoạn OC = 0,10 m rồi buông ra. Vật dao động điều hòa theo phương thẳng đứng với chu kỳ $T = 2\text{s}$ (hình 1).

a. Hãy tìm:

Hệ số đàn hồi của dây.

Vận tốc của vật ở vị trí OD = 0,05 m.

Thời gian để vật đi từ C đến D.



Động năng cực đại của vật.

b. Khối lượng m được nâng lên đến vị trí A rồi được thả rơi tự do. Tìm thời gian để vật m quay lại A lần thứ nhất (Chu kỳ dao động).

c. Vẽ đồ thị vận tốc của vật m theo thời gian trong chuyển động ở ý (b).

$$\text{ĐS: a. } k = 2 \left(\frac{N}{m} \right), v = 0,27 \text{ (m/s)}, \Delta t = \frac{1}{3} \text{ (s)}, W_{dmax} = 0,01 \text{ (J)}; \text{ b. } t = 2,286 \text{ (s)}$$

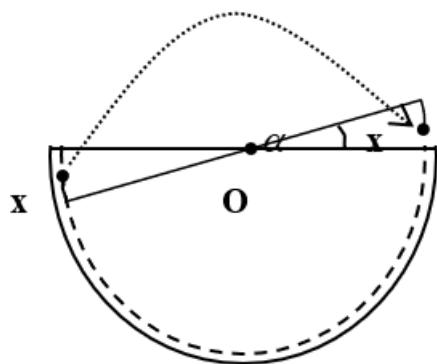
Bài 21. Từ điểm A trong lòng một cái chén tròn M đặt trên mặt sàn phẳng nằm ngang, người ta thả một vật m nhỏ (hình vẽ). Vật m chuyển động trong mặt phẳng thẳng đứng, đến B thì quay lại. Bỏ qua ma sát giữa chén M và m.

a. Tìm thời gian để m chuyển động từ A đến B. Biết A ở cách điểm I của chén một khoảng rất ngắn so với bán kính R. Chén đứng yên.

b. Tìm điều kiện về hệ số ma sát nghỉ giữa chén và sàn.

$$\text{ĐS: a. } \Delta t = \pi \sqrt{\frac{R}{g}}; \text{ b. } \mu \geq \frac{m \sin 2\alpha}{2(M + m \cos^2 \alpha)}$$

Bài 22. Một thanh dài $l=40\text{cm}$ được uốn thành nửa vòng tròn nhờ các nan hoa có khối lượng không đáng kể. Người ta gắn vào nửa vòng tròn này một trục quay nằm ngang đi qua tâm vòng tròn. Hãy tìm tần số góc của những dao động bé của nửa vòng tròn xung quanh vị trí cân bằng nếu trục quay vuông góc với mặt phẳng đó. Lấy $g=9,8 \text{ m/s}^2$.



$$\text{ĐS: } \omega = \sqrt{\frac{2g}{l}} = 7 \text{ (rad/s)}$$

Bài 23. Một thanh không trọng lượng được uốn thành $1/3$ vòng tròn bán kính $R=5\text{cm}$. Nhờ các nan hoa có khối lượng không đáng kể, người ta gắn cung tròn này vào một trục quay nằm ngang đi qua tâm vòng tròn và vuông góc với mặt phẳng của nó. Người ta gắn vào 2 đầu cung tròn 2 vật nặng như nhau. Hãy tìm tần số góc của những dao động bé của cung tròn xung quanh vị trí cân bằng. Lấy $g=9,8 \text{ m/s}^2$.

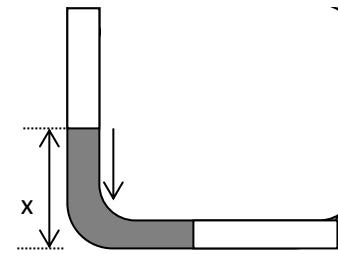
$$\text{ĐS: } \omega = \sqrt{\frac{g}{2R}} = 10 \text{ (rad/s)}$$

Bài 24. Một thanh có khối lượng $M=20\text{g}$ và chiều dài $l=118\text{cm}$ được uốn thành một nửa vòng tròn, và nhờ các nan hoa có khối lượng không đáng kể người ta gắn nửa vòng tròn này vào một trục quay nằm ngang đi qua tâm vòng tròn và vuông góc với mặt phẳng của nó. Người ta gắn vào giữa thanh một vật nặng $m=100\text{g}$. Hãy tìm tần số góc của những dao động bé của nửa vòng tròn xung quanh vị trí cân bằng. Lấy $g=9,8 \text{ m/s}^2$ và $\pi=3,14$.

$$\text{ĐS: } \omega = \sqrt{\frac{\pi m + 2M}{m+M} \frac{g}{l}} = 5 \text{ (rad/s)}$$

Bài 25. Một ống dài được uốn thành góc vuông được đặt sao cho một nhánh thẳng đứng. Trong nhánh thẳng đứng người ta dỗ một sợi dây dài $l=90\text{cm}$ sao cho một đầu của nó nằm ở điểm uốn của ống. Hỏi qua thời gian bao lâu (tính ra mili giây) sau khi buông tay ra thì nó trượt được một nửa vào nhánh nằm ngang của ống? Bỏ qua ma sát. lấy $g=10\text{m/s}^2$ và $\pi=3,14$.

$$\text{ĐS: } T = \frac{\pi}{3} \sqrt{\frac{l}{g}} = 314 \text{ ms}$$



Bài 26. Một chất điểm khối lượng m chuyển động trong trường

xuyên tâm O có biểu thức lực xuyên tâm có dạng $F(r) = -\frac{K}{r^n}$. Một tác động nhỏ làm hạt lệch khỏi quỹ đạo ổn định. Tìm điều kiện để hạt dao động quanh quỹ đạo ổn định.

$$\text{ĐS: } n < 3$$

Bài 27. Xét chuyển động của các e trong 1 từ trường đối xứng trực. Giả thiết tại $z = 0$ (xOy), thành phần bán kính của từ trường bằng 0 ($\vec{B}(z=0) = B_r \vec{k}$). Các electron tại $z = 0$ chuyển động tròn bán kính R.

a) Xác định mối quan hệ giữa momen động lượng và bán kính quỹ đạo.

b) Trong máy Betatron, các e được gia tốc bởi 1 từ trường biến thiên. Lấy B_{av} là giá trị trung bình của từ trường trên mặt phẳng quỹ đạo (trong quỹ đạo), từ thông qua quỹ đạo là $\varphi_B = B_{av}\pi R^2$. Tại bán kính R, lấy từ trường là B_0

b1) Giả thiết B_{av} thay đổi 1 lượng ΔB_{av} và ΔB_0 , hỏi phải có liên hệ gì giữa ΔB_{av} và ΔB_0 để e vẫn chuyển động trên quỹ đạo tròn bán kính R khi động lượng của chúng tăng.

b2) Giả thiết thành phần z của từ trường biến thiên theo quy luật $B_z(r) = \frac{A}{r^n}$. Tìm tần số dao động theo phương bán kính (xét sự lệch nhỏ khỏi VTCB theo phương bán kính). Tìm điều kiện n để có ổn định.

$$\text{ĐS: a. } L = mVR = eBR^2; \text{ b1. } \Delta B_0 = \frac{\Delta B_{av}}{2}; \text{ b2. Tân số: } f = \frac{eA}{2\pi mr^n} \sqrt{2-n}; n < 2$$

Bài 28. Một dây kim loại cứng, mảnh được uốn sao cho nếu đặt trục 0y trùng với một phần của dây thì phần còn lại của nó trùng với đồ thị hàm số $y = ax^3$ với $x > 0$. Quay đều dây trên theo phần thẳng đứng của dây với vận tốc góc ω . Hạt khối lượng m được đặt sao cho có thể chuyển động không ma sát dọc theo dây. Xác định các vị trí cân bằng có thể và nghiên cứu dao động nhỏ xung quanh vị trí cân bằng.

$$\text{ĐS: } T = \frac{2\pi}{\omega} \sqrt{1 + 9a^2 x_0^4}$$

Bài 29. Một phần tử khối lượng m được treo để di chuyển không ma sát trên trục z'z. Nó chịu phản lực trực và lực hút từ chất điểm khối lượng M (không đổi) đặt tại điểm A. Khoảng cách từ A tới trục là a . Thời điểm ban đầu $t = 0$, phần tử nằm tại O (hình chiếu của A lên trục) với vận tốc $\vec{v}_0 = v_0 \vec{e}_z$ ($v_0 > 0$).

1. Người ta có thể nói gì về chuyển động sau đó của phần tử.

2. Trong trường hợp chuyển động bị hạn chế, xác định các đặc tính của nó khi phần tử ở vị trí lân cận O. Gọi T_0 là chu kỳ của một chuyển động, hãy đưa ra biểu thức theo T_0 .

$$\text{ĐS: } T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{2a^2}{v_c^2}}$$

Bài 30. Một hạt cùm chuyển động không ma sát trên một chiếc vòng C đang quay với vận tốc góc không đổi ω xung quanh một trục thẳng đứng (Az) tiếp tuyến tại A với vòng tròn.

1. Xác định một hay nhiều vị trí cân bằng tương đối của hạt cùm, biết rằng hạt cùm không thể bứt ra khỏi vòng tròn.

2. Hãy nghiên cứu các chuyển động nhỏ xung quanh vị trí cân bằng bền. Tính chu kỳ liên kết trong trường hợp $g = 10\text{m/s}^2$; $R = 0,1\text{m}$; $\omega = 10\text{rad.s}^{-1}$.

Cho phương trình $\sin x - (1 + \sin x)\cos x = 0$ có nghiệm $x = 63^\circ$ và $x = 208^\circ$.

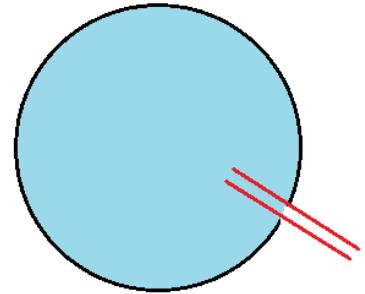
ĐS: 1. Vị trí ứng với $\theta_1 = 63^\circ$ có $\frac{d^2U}{d\theta^2} > 0 \rightarrow$ Cân bằng bền.

Vị trí ứng với $\theta_2 = 208^\circ$ có $\frac{d^2U}{d\theta^2} < 0 \rightarrow$ Cân bằng không bền.

2.

$$T = \frac{2\pi}{\omega_0 \sqrt{\cos \theta_1 + \sin \theta_1 + \cos 2\theta_1}} \approx 0,72(\text{s})$$

Bài 31. Người ta thổi một bong bóng xà phòng có khối lượng $m=0,01\text{g}$ và hệ số căng bề mặt là $\sigma=0,01\text{N/m}$ thông qua một ống ngắn hở hai đầu (Hình vẽ). Tích điện cho bong bóng đến điện tích $Q=5,4 \cdot 10^{-8}\text{C}$. Màng bong bóng xà phòng coi là một vật dẫn, điện tích phân bố đều trên bề mặt.



1- Trong trạng thái cân bằng tĩnh điện, hãy xác định cường độ điện trường trên bề mặt của màng bong bóng. So sánh với cường độ điện trường do mặt phẳng vô hạn tích điện đều gây ra và giải thích kết quả thu được.

2- Chứng minh rằng một diện tích dS bất kỳ của mặt ngoài màng bong bóng sẽ chịu tác dụng của lực tĩnh điện $d\vec{F} = \frac{Q^2 dS}{32\pi^2 \epsilon_0 R^4} \vec{n}$ do các điện tích trên diện tích còn lại gây ra, với \vec{n} là vec tơ đơn vị pháp tuyến ngoài của dS còn R là bán kính của màng.

3- Xác định bán kính R_0 của bong bóng ở trạng thái cân bằng.

4. Tính chu kỳ dao động nhỏ của bong bóng nếu khi dao động, bán kính thay đổi một lượng nhỏ và nó vẫn giữ nguyên dạng hình cầu.

$$\text{ĐS: } 3. R_0 = \left(\frac{Q^2}{128\pi^2 \epsilon_0 \sigma} \right)^{1/3} = 3\text{cm} \quad 4. T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{48\pi\sigma}} = \sqrt{\frac{m\pi}{12\sigma}} = 16\text{s}.$$

Bài 32. Sao là thiên thể giống mặt trời, với nhiệt độ cao nên các sao đều tồn tại ở trạng thái khí. Coi mật độ khí của sao là đồng đều. Có những sao có thể giãn nén tuần hoàn coi gần đúng là dao động điều hòa, khi ta quan sát chúng sẽ thấy cường độ ánh sáng thay đổi tuần hoàn và ta gọi là sao biến quang do giãn nén. Hãy tính chu kì dao động nhỏ của các sao này theo mật độ khối lượng trung bình và hệ số đoạn nhiệt $\gamma = \frac{5}{3}$.

Gợi ý: Xét một lớp khí ở vành ngoài, nó sẽ chịu lực hấp dẫn của khối khí bên trong nhưng có áp suất chống đỡ lại. Bằng phương pháp biến phân thay $R = R_0 + \delta R$ và $p = p_0 + \delta p$ đồng thời sử dụng phương trình khí giãn đoạn nhiệt.

$$\text{ĐS: } T = 2\pi \sqrt{\frac{R_0^3}{GM(3\gamma - 4)}}.$$

Bài 33. Bạn được tặng một cái hộp. Khi bạn mở nắp hộp ra, thì thật bất ngờ, một chú hề bật ra. Đó là hộp bất ngờ. Bài toán sau xét về mô hình của đồ chơi này.

Cho hai vật nhỏ (có thể coi như những chất điểm) có khối lượng tương ứng là m và M được gắn với nhau bằng một lò xo có độ cứng k , chiều dài tự nhiên ℓ và khối lượng không đáng kể. Hai vật m và M được lồng vào một trực thăng đứng có thể trượt không ma sát dọc theo trực. Gắn trực toạ độ Oz dọc theo trực, gốc O ở mặt sàn và có chiều hướng lên trên (hình bên).

Ở trạng thái nghỉ, vật m nằm trên sàn và có toạ độ $z_0 = 0$, vật M nằm ở đầu trên của lò xo và có toạ độ z_a .

1. Ta nén vật M cho đến khi nó có toạ độ z_b (với $z_b < z_a$) rồi thả nó ra với vận tốc ban đầu bằng không (coi lúc đó là thời điểm $t = 0$). Hỏi cần nén vật M ít nhất đến điểm có toạ độ z_b bao nhiêu để khi lò xo dãn ra, vật m bị nâng lên khỏi mặt sàn?

2. Giả sử điều kiện ở ý 1 được thoả mãn, hãy xác định tọa độ z_c và vận tốc v_c của vật M ở thời điểm t_c , lúc mà vật m bắt đầu bị nâng lên khỏi mặt sàn. Biểu thị z_c và v_c theo k, m, M, ℓ, z_b .

3. Hãy xác định độ cao cực đại $z_{G\max}$ mà khói tâm G của hệ hai vật m, M đạt được khi vật m được nâng lên khỏi mặt sàn. Biểu thị $z_{G\max}$ theo k, m, M, ℓ, z_b .

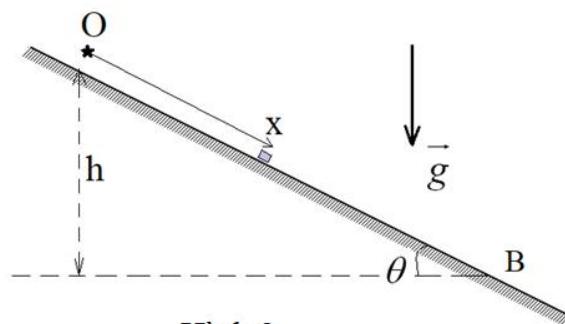
$$\text{ĐS: } 1. z_b \leq \ell - \frac{(2M+m)g}{k}$$

$$2. z = z(t_1) = z_a + (z_b - z_a)\cos\omega t_1; v_c = \left(\ell - \frac{Mg}{k} - z_b \right) \sqrt{\frac{k}{M}} \sqrt{1 - \left(\frac{(M+m)g}{Mg - k(\ell - z_b)} \right)^2}$$

$$3. z_{G\max} = \frac{Mg}{2k} + \frac{M}{M+m} \left(\ell - \frac{Mg}{k} \right) + \frac{kM}{2g(M+m)^2} \left(\ell - \frac{Mg}{k} - z_b \right)^2.$$

IV.5. DAO ĐỘNG TẮT DÀN- CƯỜNG BỨC

Bài 1. Một vật nhỏ trượt không vận tốc ban đầu tại một điểm O, trượt xuống dọc trực Ox trên một mặt phẳng nghiêng có góc nghiêng θ . Biết rằng hệ số ma sát trượt giữa vật và mặt phẳng nghiêng thay đổi theo quy luật sau: $\mu(x) = \alpha x$, trong đó x là khoảng cách từ O đến vị trí của vật, α là một hằng số dương. Sau khi hạ xuống độ cao theo phương thẳng đứng một đoạn h , vật dừng lại tại điểm B (Hình 2). Coi hệ số ma sát nghỉ bằng hệ số ma sát trượt.



Hình 2

a. Tìm vị trí cân bằng có tọa độ x_0 của vật theo α và θ .

b. Chọn mốc thời gian lúc buông vật. Viết phương trình chuyển động $x(t)$. Tìm α theo h và θ .

c. Tìm vận tốc lớn nhất của vật trong quá trình chuyển động theo h và g .

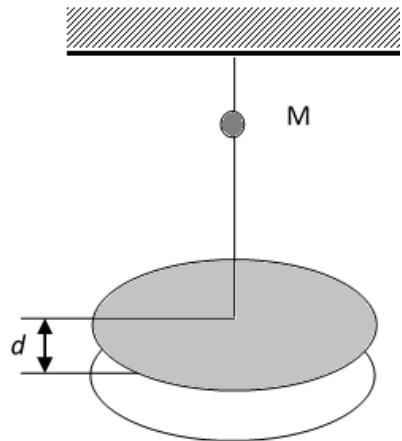
d. Tìm thời gian chuyển động của vật từ O đến B theo h, θ và g .

ĐS: a. $x_0 = \frac{\tan \theta}{\alpha}$; b. $x = \frac{\tan \theta}{\alpha} \left\{ 1 + \cos \left[(\sqrt{\alpha g \cos \theta})t + \pi \right] \right\}$, $\alpha = \frac{2 \sin^2 \theta}{h \cos \theta}$; c. $v_{\max} = \sqrt{\frac{gh}{2}}$; d. $t = \frac{\pi}{\sin \theta} \sqrt{\frac{h}{2g}}$

Bài 2. Trên hình vẽ biểu diễn sơ lược một dụng cụ để đo hệ số nhót η của một chất khí.

Ở phía trên một đĩa đứng yên, người ta treo một đĩa thứ hai bằng một sợi dây đàn hồi mảnh. Góc quay của đĩa này được xác định bằng một gương M. Lượng giảm loga của sự tắt dần Λ của dao động xoắn của đĩa trong chất khí cần nghiên cứu và chu kỳ dao động tự do của đĩa trong chân không τ được xác định bằng thực nghiệm. Tìm công thức để tính η . Cho biết: bán kính a của các đĩa, khoảng cách d giữa các đĩa ($d \ll a$), momen quán tính của đĩa là I.

ĐS: $\eta = \frac{4Id}{\pi a^4} \frac{\Lambda}{\tau}$.



Bài 3. Một chất khí lấp đầy khoảng không gian giữa hai hình trụ đồng trục rất dài. Các bán kính của các hình trụ là r_1 và r_2 ($r_1 < r_2$). Hình trụ ngoài quay với vận tốc góc không đổi, hình trụ trong đứng yên. Momen của lực ma sát tác dụng lên một đơn vị chiều dài của hình trụ trong bằng N. Tìm hệ số nhót η của khí và gradient của vận tốc

góc $\frac{d\omega_0}{dr}$ theo r .

ĐS: a) Hệ số nhót của chất khí: $\eta = \frac{N}{4\pi\omega_0} \frac{(r_2^2 - r_1^2)}{r_1^2 r_2^2}$

b) Gradient của vận tốc góc: $\frac{d\omega_0}{dr} = \frac{2\omega_0 r_1^2 r_2^2}{r_2^2 - r_1^2} \frac{1}{r^3}$.

Bài 4.

Dưới tác dụng của ngoại lực thẳng đứng $F = F_0 \cos \omega t$, một con lắc lò xo thẳng đứng thực hiện một dao động cường bức theo quy luật $x = a \cos(\omega t - \varphi)$.

1. Tìm công của lực F sau một chu kỳ dao động.

2. Chứng minh rằng công này đúng bằng công sinh ra để thẳng lực ma sát.

ĐS: $A = \pi F_0 a \sin \varphi$.

Bài 5. Một quả cầu có khối lượng m, có thể thực hiện một dao động điều hòa không tắt xung quanh điểm $x = 0$, với tần số riêng ω_0 . Tại thời điểm $t = 0$, khi quả cầu nằm ở trạng thái cân bằng, người ta đặt vào nó một ngoại lực cường bức $F = F_0 \cos \omega t$, trùng phuong trực x. Tìm phương trình dao động cường bức của quả cầu.

ĐS: $x = \frac{F_0}{m(\omega_0^2 - \omega^2)} (\cos \omega t - \cos \omega_0 t)$

Bài 6. Con lắc lò xo thẳng đứng thực hiện một dao động tắt dần với hệ số tắt dần là β , tần số dao động riêng là ω_0 . Khi chịu tác dụng thêm của ngoại lực cường bức $F = F_0 \cos \omega t$ theo phuong thẳng đứng, quả cầu thực hiện một dao động điều hòa. Hãy tìm:

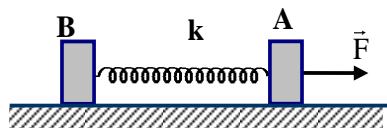
1. Công suất trung bình P_{tb} sau một chu kỳ dao động.
2. Tần số ω của ngoại lực khi P_{tb} là cực đại. $P_{tb \max}$ bằng bao nhiêu.
3. Gọi P_{ch} là công suất trung bình sau một chu kỳ khi hệ thực hiện dao động trong điều kiện cộng hưởng. Tính $P_{ch} / P_{tb \max}$.

ĐS: 1. $P_{tb} = \frac{F_0^2 \omega^2 \beta}{m[(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\beta^2 \omega^2]}$; 2. $P_{tb \max} = \frac{F_0^2}{4m\beta}$;

c. $\frac{P_{tb \max} - P_{ch}}{P_{tb \max}} = \frac{1}{(\eta^2 - 1)}$

Bài 7. (*Chọn đội tuyển vật lí quốc tế 2008*)

Hai vật A, B có cùng khối lượng m được nối với nhau bằng một lò xo có khối lượng không đáng kể, độ cứng k . Hệ số ma sát trượt giữa mỗi vật và mặt sàn là μ . Lực ma sát nghỉ cực đại tác dụng lên mỗi vật có cường độ là $3\mu mg/2$.



Lúc đầu A được kéo bằng một lực có phương nằm ngang, độ lớn $F = 2\mu mg$. Đến khi B bắt đầu chuyển động, người ta điều chỉnh độ lớn của lực F sao cho A luôn chuyển động với vận tốc không đổi.

1. Viết phương trình chuyển động của vật A.
2. Khảo sát chi tiết chuyển động của vật B đối với mặt sàn. Tìm chu kỳ chuyển động của vật B. Biểu thị sự phụ thuộc vận tốc của vật B đối với mặt sàn theo thời gian.

ĐS: 1. $x = \frac{\mu mg}{k} \left[1 - \cos \sqrt{\frac{k}{m}} t \right] + l_0$; 2. $T = \left(\frac{5\pi}{3} + \frac{2}{\sqrt{3}} \right) \sqrt{\frac{m}{k}}$

Bài 8.

Để đo giá tốc trọng trường g , người ta có thể dùng con lắc rung, gồm một lá thép phẳng chiều dài l , khối lượng m , một đầu của lá thép gắn chặt vào điểm O của giá, còn đầu kia gắn một chất điểm khối lượng M . Ở vị trí cân bằng lá thép thẳng đứng. Khi làm lá thép lệch khỏi vị trí cân bằng một góc nhỏ θ (radian) thì sinh ra momen lực $c\theta$ (c là một hệ số không đổi) kéo lá thép trở về vị trí ấy (xem hình vẽ). Trọng tâm của lá thép nằm tại trung điểm của nó và momen quán tính của riêng lá thép đối với trục quay qua O là $ml^2/3$.

- a. Tính chu kỳ T các dao động nhỏ của con lắc.
- b. Cho $l = 0,20\text{m}$, $m = 0,01\text{kg}$, $M = 0,10\text{kg}$. Để con lắc có thể dao động, hệ số c phải lớn hơn giá trị nào? Biết g không vượt quá $9,9\text{m/s}^2$.
- c. Cho l , m , M có các giá trị như ở mục b, $c = 0,208$. Nếu đo được $T = 10\text{s}$ thì g có giá trị bằng bao nhiêu?

TÀI LIỆU BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI VẬT LÝ TRUNG HỌC PHỔ THÔNG

d. Cho l, m, M, c có các giá trị cho ở mục c. Tính độ nhạy của con lắc, xác định bởi $\frac{dT}{dg}$, dT là biến thiên nhỏ của T ứng với biến thiên nhỏ dg của g quanh giá trị trung bình $g_0 = 9,8m/s^2$. Nếu ở gần g_0 , gia tốc g tăng $0,01m/s^2$ thì T tăng hay giảm bao nhiêu?

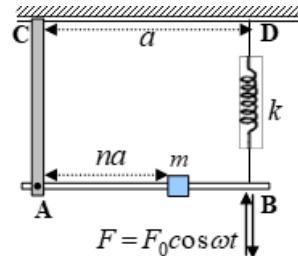
e. Xét một con lắc đơn có chiều dài $L = 1m$ cũng dùng để đo g. Tính độ nhạy của con lắc đơn ở gần giá trị trung bình g_0 ; g tăng $0,01m/s^2$ thì chu kỳ T của con lắc đơn tăng hay giảm bao nhiêu? So sánh độ nhạy của hai con lắc.

$$\text{ĐS: a. } T = 2\pi \sqrt{\frac{l^2(M + \frac{m}{3})}{c - gl(M + \frac{m}{2})}}; \text{ b. } c > 0,2079; \text{ c. } g = 9,83m/s^2; \text{ d. } T \text{ tăng } 0,48s;$$

e. Với $g \approx 9,8m/s^2$ thì $\frac{dT}{dg} \approx -0,1$; g tăng $0,01m/s^2$ thì T giảm $0,001s$, không đo được. Vậy con lắc rung nhạy hơn con lắc đơn.

Bài 9.

Cho cơ hệ như hình vẽ. Thanh cứng AC cố định, thanh cứng AB nhẹ, có thể quay tự do quanh trục nằm ngang qua đầu A. Lò xo nhẹ có độ cứng k một đầu gắn vào giá cố định, đầu còn lại gắn chặc vào đầu B của thanh. Khoảng cách từ điểm C gắn thanh AC đến điểm D gắn lò xo bằng a . Vật nhỏ khối lượng m gắn chặt vào thanh AB tại điểm M cách đầu A của thanh một đoạn na với $n < 1$. Tại thời điểm $t = 0$, khi hệ ở trạng thái cân bằng, thanh AB nằm ngang người ta tác dụng vào đầu B của thanh AB một lực cưỡng bức $F = F_0 \cos \omega t$ theo phương thẳng đứng. Giả thiết trong quá trình dao động nhỏ lò xo luôn có phương thẳng đứng. Bỏ qua mọi ma sát.



1. Tìm phương trình dao động cưỡng bức của quả cầu.

2. Ta xét điều kiện ở gần công hưởng, bằng cách viết $\omega = \omega_0 + \Delta\omega$ trong đó ω_0 là tần số riêng của hệ, $\Delta\omega \ll \omega$ và ω_0 . Viết phương trình dao động của vật.

$$\text{ĐS: 1. } \alpha = \frac{F_0}{n^2 ma (\omega_0^2 - \omega^2)} (\cos \omega t - \cos \omega_0 t); 2. \alpha = \frac{F_0}{2n^2 ma \omega_0} (t \sin \omega_0 t)$$

TÀI LIỆU BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI VẬT LÝ TRUNG HỌC PHỔ THÔNG

Bài 10. Khi xét về dao động cưỡng bức, nếu tần số của ngoại lực là ω_1 và ω_2 , biên độ vận tốc của hạt bằng nửa giá trị cực đại. Hãy tìm:

1. Tần số của ngoại lực ứng với cộng hưởng vận tốc.
2. Hệ số tắt dần.

$$\text{ĐS: } 1. \omega_{ch} = \omega_0 = \sqrt{\omega_1 \omega_2} \quad 2. \beta = \frac{\sqrt{3} |\omega_1 + \omega_2|}{6}$$

Bài 11. Nghiên cứu dao động của con lắc trong môi trường có lực cản $\vec{F}_c = -\alpha \vec{v}$. Giả thiết rằng $\beta = \frac{\alpha}{2m} \ll \omega_0$.

1. Chứng minh rằng công thực hiện bởi lực cản trong mỗi chu kỳ chuyển động xấp xỉ bằng $-2\pi^2 \alpha f_0 A^2(t)$. Trong đó f_0 là tần số dao động riêng còn $A(t)$ là biên độ dao động tại thời điểm t .
2. Các định phần năng lượng bị mất sau mỗi chu kỳ chuyển động.
3. Xác định số chu kì cần thiết cho năng lượng tiêu hao mất $e^{2\pi} \approx 535$ lần.

$$\text{ĐS: } 2. \left| \frac{\Delta W}{W(t)} \right| = \frac{4\pi^2 \alpha f_0}{k}; \quad 3. \text{Gọi } N \text{ là số chu kỳ cần thiết thì } N = \frac{\pi}{\beta T}.$$

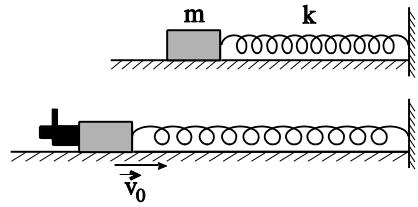
Bài 12.

Con lắc toán học dao động trong môi trường có giảm lượng loga tắt dần $\delta_0 = 1,50$.

1. Giảm lượng loga tắt dần sẽ là bao nhiêu nếu lực cản của môi trường tăng lên $n = 2$ lần.
2. Muốn cho dao động của hệ không thể thực hiện được thì lực cản môi trường phải tăng lên bao nhiêu lần.

$$\text{ĐS: } 1. \delta = \frac{n\delta_0}{\sqrt{1 + (1-n^2) \frac{\delta_0^2}{4\pi^2}}} \approx 3,3; \quad 2. 4,3 \text{ lần.}$$

Bài 13. Một con lắc lò xo, có khối lượng m và độ cứng k , có thể dao động trên một mặt phẳng nằm ngang có ma sát. Để đo miền nghỉ của vật (tức là miền ở đó vật có thể nằm cân bằng dưới tác dụng của lực đàn hồi và lực ma sát nghỉ), người ta xê dịch vật sang phải rồi sang trái. Người ta thấy miền nghỉ có bề rộng là $2a$.

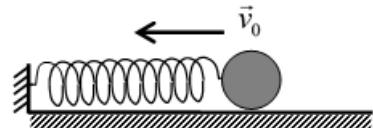


Sau đó người ta kéo vật ra khỏi miền nghỉ một khoảng lớn hơn $2a$ rất nhiều và quan sát dao động của nó. Cho rằng lực ma sát trượt bằng lực ma sát nghỉ cực đại.

- Lập phương trình dao động và xác định chu kì.
- Biên độ dao động thay đổi theo quy luật nào? Vẽ đồ thị dao động.
- Để duy trì dao động của vật thì cứ mỗi lần vật ở vị trí biên trái người ta lại dùng búa gõ vào vật và vận tốc lại bằng v_0 . Hỏi biên độ dao động của vật bằng bao nhiêu?
- Giả sử biên độ dao động duy trì của vật rất lớn so với $2a$. Hãy xác định xem chu kì dao động này khác với chu kì dao động tắt dần bao nhiêu?

ĐS: c. $A_2 = \frac{mv_0^2}{8ka} + a$; $A_3 = \frac{mv_0^2}{8ka} - a$; d. Chu kì của dao động duy trì nhỏ hơn chu kì dao động tắt dần một lượng bằng $\tau \approx \frac{8a}{v_0}$.

Bài 14: Một vật nặng khối lượng m được nối với lò xo có độ cứng k , đầu kia của lò xo gắn với một bức tường thẳng đứng. Hệ số ma sát giữa vật và mặt sàn nằm ngang là μ . Làm cho vật dao động duy trì trên mặt sàn bằng cách mỗi khi lò xo giãn cực đại bằng $l > \mu mg / k$ thì lại truyền cho vật vận tốc v_0 hướng vào tường.



- Tìm v_0 để dao động ổn định.
- Tìm chu kỳ dao động và vẽ đồ thị dao động $x(t)$, với vị trí lò xo không biến dạng làm gốc tọa độ.

$$\text{ĐS: a. } v_0 = \sqrt{8\mu g \left(l + \frac{\mu mg}{k} \right)}; \text{ b. } T_x = \left[\frac{3\pi}{2} + \arcsin \left(\frac{l - \mu mg / k}{l + 3\mu mg / k} \right) \right] \sqrt{\frac{m}{k}}$$

Bài 15. Một vật khối lượng $m = 500$ g, được treo vào đầu một lò xo có độ cứng k , dao động theo phương thẳng đứng, chịu một lực ma sát nhót của chất lỏng. Người ta quan sát thấy vật dao động với "chu kì" $T = 2$ s và với biên độ cứ sau 20 dao động toàn phần thì giảm đi 10 lần. Hãy xác định hệ số ma sát nhót b và chu kì T_0 của các dao động không tắt dần. T_0 có khác T nhiều không? Hãy xác định độ cứng k của lò xo.

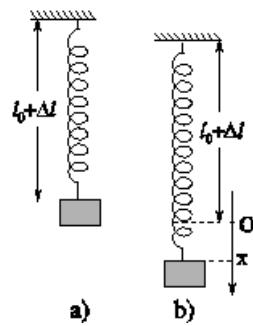
$$\text{ĐS: } b = 2m\lambda = 5,76 \cdot 10^{-2} \text{ N.s/m}; T_0 \approx T; k = m\omega_0^2 = m\omega^2 = 4,93 \text{ N/m.}$$

Bài 16. (Nguyên tắc của máy ghi địa chấn).

Một vật có khối lượng m , được treo vào đầu của một lò xo không khối lượng, có độ cứng k , đầu kia của lò xo móc vào một giá đỡ. Vật dao động tắt dần do chịu một lực ma sát nhót với hệ số ma sát là b . Khi xảy ra một cơn địa chấn, sóng địa chấn làm cho giá đỡ dao động điều hoà theo phương thẳng đứng phương trình $x_1 = a_1 \cos \omega t$.

a) Lập phương trình vi phân của chuyển động tương đối của khối lượng m đối với giá đỡ S , được đánh dấu bằng lì độ x .

b) Trong chế độ ổn định, hãy lập phương trình dao động $x(t)$ của vật m .



c) Chứng minh rằng đối với tần số riêng ω_0 nhỏ của con lắc lò xo, thiết bị này có thể dùng để đo biên độ của sóng địa chấn.

$$\text{ĐS: a. } x'' + \frac{b}{m}x' + \frac{k}{m}x = \omega^2 a_1 \cos \omega t; \text{ b. } x = \frac{m\omega a_1}{\sqrt{\left(\frac{k}{\omega} - m\omega\right)^2 + b^2}} \cos(\omega t + \varphi)$$

$$\text{với: } \tan \varphi = \frac{b}{m\omega - \frac{k}{\omega}};$$

c. Vật m dao động theo phương trình: $x = a_1 \cos \omega t$.

Suy ra biên độ và tần số dao động của vật m bằng biên độ và tần số của sóng địa

CHƯƠNG V. SÓNG CƠ- SÓNG ÂM

V.1. SÓNG CƠ

Bài 1. Hai nguồn âm điểm phát sóng cầu đồng bộ với tần số $f = 3400(Hz)$ được đặt tại A và B cách nhau $1(m)$ trong không khí. Biết tốc độ truyền âm trong không khí là $340(m/s)$. Bỏ qua sự hấp thụ âm của môi trường.

a) Gọi I là trung điểm của AB , Q là điểm nằm trên đường trung trực của AB ở gần I nhất, dao động ngược pha với I . Tính khoảng cách AQ .

b) Gọi O là điểm thuộc đường trung trực của AB cách AB $100(m)$ và M là điểm nằm trên đường thẳng qua O song song với AB và gần O nhất mà tại đó nhận được âm to nhất. Cho rằng với góc α bất kỳ, nếu $\alpha < 10^{\circ}$ thì $\cos\alpha \approx 1$. Tính khoảng cách OM .

ĐS: a. $0,55(m)$; b. $10m$.

Bài 2. Tại hai điểm A và B trên mặt chất lỏng có hai nguồn phát sóng cơ kết hợp cùng pha cách nhau $AB = 8 cm$, dao động với tần số $f = 20 Hz$. Một điểm M trên mặt chất lỏng, cách A một khoảng $25 cm$ và cách B một khoảng $20,5 cm$, dao động với biên độ cực đại. Giữa M và đường trung trực của AB có hai vân giao thoa cực đại. Coi biên độ sóng không suy giảm khi truyền đi.

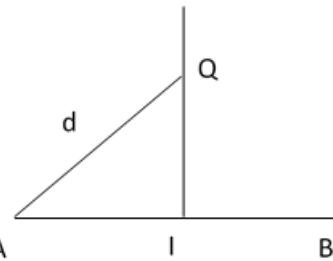
a. Xác định tốc độ truyền sóng và tìm số điểm dao động cực đại trên đoạn AB (không kể A và B).

b. Gọi O là trung điểm của AB ; N và P là hai điểm nằm trên trung trực của AB về cùng một phía so với O thỏa mãn $ON = 2 cm$; $OP = 5 cm$. Trên đoạn NP gọi Q là điểm trên đoạn NP và Q dao động cùng pha với O . Xác định khoảng cách từ Q đến O .

ĐS: a. $30 (cm/s)$; 11 điểm dao động cực đại; b. $OQ \approx 3,775 cm$.

Bài 3. Hai nguồn sóng cơ kết hợp S_1, S_2 ở trên mặt nước cách nhau $20cm$ dao động cùng pha, cùng biên độ, theo phương vuông góc với mặt nước. Vận tốc truyền sóng là $v = 1,5m/s$. M là điểm trên mặt nước có sóng truyền đến cách S_1, S_2 lần lượt $16cm, 25cm$ là điểm dao động với biên độ cực đại và trên đoạn MS_2 có số điểm dao động cực đại nhiều hơn trên đoạn MS_1 là 6 điểm.

a, Tính tần số của sóng



Hình 3

b, Xét điểm S'_2 trên đường thẳng S_1S_2 cách S_1, S_2 lần lượt là 30cm, 10cm. Hỏi trong đoạn $S_2S'_2$ có bao nhiêu điểm đặt nguồn S_2 để điểm M dao động với biên độ cực đại.

ĐS: a. 50Hz; b. 2.

Bài 4. Hai nguồn phát sóng kết hợp A, B trên mặt thoảng của một chất lỏng dao động theo phương trình $u_A = 6 \cos(20\pi t)(mm); u_B = 6 \cos(20\pi t + \pi/2)(mm)$. Coi biên độ sóng không giảm theo khoảng cách, tốc độ sóng $v = 30(cm/s)$. Khoảng cách giữa hai nguồn $AB = 20(cm)$.

1. Tính số điểm đứng yên và số điểm dao động với biên độ cực đại trên đoạn AB.

2. H là trung điểm của AB, điểm đứng yên trên đoạn AB gần H nhất và xa H nhất cách H một đoạn bằng bao nhiêu ?

3. Hai điểm M_1, M_2 cùng nằm trên một elip nhận A,B làm tiêu điểm có $AM_1 - BM_1 = 3(cm)$ và $AM_2 - BM_2 = 4,5(cm)$. Tại thời điểm t_1 nào đó, li độ của M_1 là 2(mm), tính li độ của M_2 tại thời điểm đó.

ĐS: 1. 13; 2. $9,375(cm)$; $0,375(cm)$; 3. $u_{M_2} = -2(mm)$

Bài 5. Trên mặt chất lỏng, tại hai điểm A và B đặt hai nguồn sóng dao động theo đường thẳng đứng với phương trình dao động lần lượt là: $u_A = a_1 \cos(20\pi t)$ và $u_B = a_2 \cos\left(20\pi t + \frac{\pi}{2}\right)$. Biết tốc độ truyền sóng trên mặt chất lỏng là 40cm/s và biên độ sóng không thay đổi trong quá trình sóng truyền.

1. Cho $AB = 20\text{ cm}$; $a_1 = 6\text{ mm}$ và $a_2 = 6\sqrt{3}\text{ mm}$

a. Viết phương trình sóng tại trung điểm O của AB.

b. Tìm số điểm dao động với biên độ cực đại trên đoạn AB.

2. Cho $AB = 6,75\lambda$ và $a_1 = a_2 = a$. Trên đoạn AB, có hai điểm C và D: C nằm trên đoạn AO; D nằm trên đoạn BO (với $CO = \lambda$; $DO = 2,5\lambda$). Hãy xác định số điểm và vị trí điểm gần B nhất dao động với biên độ cực đại và cùng pha với nguồn B trên đoạn CD.

ĐS: 1a. $u = 12 \cos\left(20\pi t - \frac{14\pi}{3}\right)\text{mm}$; 1b. 10 điểm ; 2. 4 điểm; $d_{2\min} = 4\text{cm}$

Bài 6. Nhờ một nguồn dao động, người ta tạo được tại một điểm O trên mặt nước phẳng lặng những dao động điều hoà theo phương thẳng đứng với tần số $f = 20\text{ Hz}$.

a) Trên mặt nước xuất hiện những gợn sóng tròn đồng tâm O, các đỉnh sóng cách đều nhau 6 cm. Tính tốc độ truyền sóng ngang trên mặt nước.

b) Tại một điểm A cách O là 0,1m biên độ sóng là 3 cm. Hãy tìm biên độ sóng tại một điểm M theo khoảng cách $d_M = OM$, cho biết năng lượng sóng không mất dần trong quá trình lan truyền, nhưng phân bố đều trên mặt sóng tròn.

c) Xét điểm B nằm cùng phía với A so với O trên đường thẳng qua O, AB = 10 cm. Tại thời điểm $t_1(s)$ điểm A có li độ -1,5 cm và đang đi lên, tìm độ dời và hướng chuyển động của B ở thời điểm $t_1 + \frac{1}{60}(s)$.

$$\text{ĐS: a. } 120\text{cm/s; b. } a = 3\sqrt{\frac{1}{10.d_M}} \text{ (cm);}$$

$$\text{c. Li độ của B là } -\frac{3}{2\sqrt{2}}\text{cm và đang đi xuống.}$$

Bài 7. Trên bề mặt chất lỏng có hai nguồn sóng kết hợp A, B cách nhau 32 cm dao động vuông góc với bề mặt chất lỏng có phương trình $u_A = 5\cos(10\pi t)(mm)$ và $u_B = 5\cos(10\pi t + \pi)(mm)$. Biết tốc độ truyền sóng trên bề mặt chất lỏng là $v = 50\text{ cm/s}$. Giả thiết biên độ sóng không đổi khi truyền đi.

- a. Viết phương trình sóng tổng hợp tại C. Biết C cách A một đoạn 22 cm và cách B một đoạn 12 cm.
- b. Xác định số điểm dao động cực đại trong khoảng AB.

$$\text{ĐS: a. } u_C = 0; \text{ b. } 6 \text{ điểm dao động cực đại trên AB}$$

Bài 8. Trên mặt chất lỏng có hai nguồn sóng kết hợp ở A và B dao động theo phương thẳng đứng với phương trình: $u_A = u_B = U_0\cos 40\pi t(cm)$. Biết AB = d = 12 cm, tốc độ truyền sóng trên mặt chất lỏng là 20 cm/s.

- a) Xét điểm M nằm trên đường thẳng vuông góc với AB tại A và cách A một khoảng l . Tính giá trị lớn nhất của l mà tại M vẫn có cực đại của giao thoa.
- b) Xét đoạn thẳng CD = 6cm trên mặt chất lỏng có chung đường trung trực với AB. Trên đoạn CD chỉ có 5 điểm dao động với biên độ cực đại. Hỏi khoảng cách từ AB đến CD có thể đạt giá trị lớn nhất là bao nhiêu?

$$\text{ĐS: a. } l = 71,5(cm); \text{ b. } 16,73(cm)$$

Bài 9. Hai nguồn kết hợp S₁, S₂ cách nhau 50 mm dao động theo phương trình $u_{S1} = u_{S2} = 2\cos 200\pi t(\text{mm})$ trên mặt nước, coi biên độ sóng không đổi. Xét về một phía đường trung trực của S₁S₂ ta thấy vân bậc k đi qua điểm M₁ có hiệu số M₁S₁ – M₁S₂ =

12 mm và vân thứ k +3 (cùng loại với vân k) đi qua điểm M₂ có hiệu số M₂S₁ – M₂S₂ = 36 mm

a) Tìm bước sóng và vận tốc truyền sóng trên mặt nước. Vân bậc k là cực đại hay cực tiểu?

b) Xác định số cực đại trên đường nối S₁S₂.

c) Điểm gần nhất dao động cùng pha với nguồn trên đường trung trực S₁S₂ cách nguồn S₁ bao nhiêu?

ĐS: a. $\lambda = 8 \text{ mm}$, $v=0,8\text{m/s}$; b. 13; c. 32mm.

Bài 10. Trong thí nghiệm giao thoa sóng trên mặt nước, hai nguồn kết hợp S₁, S₂ cách nhau 8cm dao động cùng pha với tần số $f = 20\text{Hz}$. Điểm M trên mặt nước cách S₁, S₂ lần lượt những khoảng $d_1 = 25\text{cm}$, $d_2 = 20,5\text{cm}$ dao động với biên độ cực đại, giữa M và đường trung trực của AB có hai dãy cực đại khác.

a) Tính tốc độ truyền sóng trên mặt nước.

b) A là một điểm trên mặt nước sao cho tam giác AS₁S₂ vuông tại S₁, $AS_1 = 6\text{cm}$. Tính số điểm dao động cực đại, cực tiểu trên đoạn AS₂.

c) N là một điểm thuộc đường trung trực của đoạn thẳng S₁S₂ dao động ngược pha với hai nguồn. Tìm khoảng cách nhỏ nhất từ N đến đoạn thẳng S₁S₂.

ĐS: a. 30cm/s; b. 8 điểm cực tiểu và 8 điểm cực đại; c. 3,4cm.

Bài 11. Tại mặt chất lỏng có hai nguồn sóng A và B cách nhau 12 cm dao động theo phương thẳng đứng với phương trình: $u_1 = u_2 = a \cos 40\pi t (\text{cm})$, tốc độ truyền sóng trên mặt chất lỏng là 20cm/s . Xét đoạn thẳng CD = 6cm trên mặt chất lỏng có chung đường trung trực với AB. Để trên đoạn CD chỉ có 5 điểm dao động với biên độ cực đại thì khoảng cách lớn nhất từ CD đến AB là bao nhiêu?

ĐS: 16,73cm

Bài 12.

Trên mặt nước có hai nguồn phát sóng kết hợp là nguồn điểm A và B dao động theo phương trình: $u_A = u_B = a \cos(20\pi t)$. Coi biên độ sóng không đổi. Người ta đo được khoảng cách giữa 2 điểm đứng yên tiếp trên đoạn AB là 3cm. Khoảng cách giữa hai nguồn A, B là 30cm.

1. Tính tốc độ sóng.

2. Tính số điểm đứng yên trên đoạn AB.

3. Hai điểm M_1 và M_2 trên đoạn AB cách trung điểm H của AB những đoạn lần lượt là $0,5\text{cm}$ và 2cm . Tại thời điểm t_1 vận tốc của M_1 có giá trị đại số là -12cm/s . Tính giá trị đại số của vận tốc của M_2 tại thời điểm t_1 .

4. Tính số điểm dao động với biên độ cực đại trên đoạn AB cùng pha với nguồn.

ĐS: a. $v = 60\text{cm/s}$; b. 10; c. $v_{M_2} = 4\sqrt{3}\text{(cm/s)}$; d. 4.

Bài 13. Trên mặt nước có hai nguồn phát sóng kết hợp A, B dao động theo phương trình: $u_A = 5\cos(20\pi t)\text{cm}$ và $u_B = 5\cos(20\pi t + \pi)\text{cm}$. Coi biên độ sóng không đổi, tốc độ sóng là 60cm/s .

a) Viết phương trình sóng tổng hợp tại điểm M cách A, B những đoạn là: $MA = 11\text{cm}$; $MB = 14\text{ cm}$.

b) Cho $AB = 20\text{ cm}$. Hai điểm C, D trên mặt nước mà ABCD là hình chữ nhật với $AD = 15\text{ cm}$. Tính số điểm dao động với biên độ cực đại đoạn AB và trên đoạn AC.

c) Hai điểm M_1 và M_2 trên đoạn AB cách A những đoạn 12cm và 14cm . Tại một thời điểm nào đó vận tốc của M_1 có giá trị đại số là -40cm/s . Xác định giá trị đại số của vận tốc của M_2 lúc đó.

ĐS: a. $u_M = 10.\cos(20\pi t - \pi/11)(\text{cm})$; b. 5; c. 40cm/s .

Bài 14. Trong thí nghiệm giao thoa sóng mặt nước, có hai nguồn kết hợp tại hai điểm A, B ($AB = 18\text{cm}$) dao động theo phương trình $u_1 = u_2 = 2\cos 50\pi t(\text{cm})$. Coi biên độ sóng không đổi. Tốc độ truyền sóng là 50cm/s .

a. Viết phương trình sóng tổng hợp tại điểm M trên mặt nước cách các nguồn lần lượt d_1, d_2 .

b. Xác định số điểm đứng yên trên đoạn AB.

c. Trên đoạn AB có mấy điểm cực đại có dao động cùng pha với nguồn.

d. Gọi O là trung điểm AB, điểm M ở mặt chất lỏng nằm trên đường trung trực của AB và gần O nhất sao cho phần tử chất lỏng tại M dao động cùng pha với phần tử chất lỏng tại O. Tính MO.

ĐS: a. $u_M = 4\cos\left[\frac{\pi}{\lambda}(d_2 - d_1)\right]\cos\left[50\pi t - \frac{\pi}{\lambda}(d_1 + d_2)\right](\text{cm})$; b. 18 ; c. 8 ; d. $MO = 2\sqrt{10}(\text{cm})$

Bài 15. Hai nguồn sóng kết hợp S_1 và S_2 cách nhau 2m dao động điều hòa cùng pha, phát ra hai sóng có bước sóng 1m . Một điểm A nằm ở khoảng cách 1km từ S_1 và $AS_1 \perp S_1S_2$.

a) Tính giá trị cực đại của 1 đê tại A có được cực đại của giao thoa.

b) Tính giá trị của 1 đê tại A có được cực tiểu của giao thoa.

ĐS : a. $l = 1,5(m)$; b. $* l = 3,75 (m)$ hoặc $l \approx 0,58 (m)$.

Bài 16. Một sóng dừng trên một sợi dây mà phương trình sóng có dạng $u = a \cos(\omega t) \sin(bx)$. Trong đó u là li độ dao động tại thời điểm t của một phần tử trên dây mà vị trí cân bằng của nó cách gốc toạ độ O một khoảng x (x đo bằng mét, t đo bằng giây). Cho $\lambda = 0,4m$, $f = 50Hz$ và biên độ dao động của một phần tử M cách một nút sóng 5cm có giá trị là $A_M = 5mm$.

a. Xác định a và b.

b. Dây có hai đầu cố định và có chiều dài 2,2m. Hỏi có bao nhiêu điểm trên dây có biên độ dao động 5mm.

ĐS: a. $b = \frac{\pi}{20} m^{-1}$, $a = 5\sqrt{2} (mm)$; b. 22.

Bài 17. Hai mũi nhọn S_1, S_2 ban đầu cách nhau 8cm gắn ở đầu một cần rung có tần số $f = 100Hz$, được đặt chạm nhẹ vào mặt nước. Tốc độ truyền sóng trên mặt nước là $v = 0,8 m/s$.

a. Gõ nhẹ cần rung cho hai điểm S_1, S_2 dao động theo phuong thẳng đứng với phuong trình dạng $u = A \cos 2\pi ft$. Viết phuong trình dao động của điểm M_1 cách đều S_1, S_2 một khoảng $d = 8cm$.

b. Tìm trên đường trung trực của S_1, S_2 điểm M_2 gần M_1 nhất và dao động cùng pha với M_1 .

c. Có định tần số rung, thay đổi khoảng cách S_1S_2 . Để lại quan sát được hiện tượng giao thoa ổn định trên mặt nước, phải tăng khoảng cách S_1S_2 một đoạn ít nhất bằng bao nhiêu? Với khoảng cách ấy thì giữa S_1, S_2 có bao nhiêu điểm có biên độ cực đại. Coi rằng khi có giao thoa ổn định thì hai điểm S_1S_2 là hai điểm có biên độ cực tiểu.

ĐS: a. $u_{M_1} = 2A \cos(200\pi t - 20\pi)$; b. $M_1M_2 = 0,91 (cm)$; $M_1M_2' = 0,94 (cm)$; c. 21.

Bài 18. Hai nguồn sóng trên mặt nước S_1, S_2 cách nhau

30 cm có biểu thức $u_1 = u_2 = 2 \cos 10\pi t (cm, s)$. Biết vận tốc truyền sóng

$v = 40 cm/s$. Chỉ xét các điểm trên mặt nước.

1. Tại điểm M cách hai nguồn S_1, S_2 lần lượt là 10cm và 20cm ở đó biên độ bằng bao nhiêu? Trên đoạn MS_2 có bao nhiêu điểm có biên độ cực đại, và bao nhiêu điểm đứng yên?

2. Gọi I là trung điểm của S_1S_2 . Tìm khoảng cách tới I của tất cả các điểm nằm trên đường trung trực của S_1S_2 có cùng pha với hai nguồn.

3. Tìm các điểm dao động cùng pha với I.

ĐS: 1. $A_M = 2\sqrt{2} \text{ cm}$; trên đoạn MS_2 có 05 cực đại, 05 cực tiểu; 2. $x = \sqrt{64k^2 - 225}$ ($k \geq 2$)

3. Những điểm thỏa $d_1 + d_2 = 16n + 30$ ($n \in N^*$)

Bài 19. Trong thí nghiệm giao thoa sóng mặt nước, có hai nguồn kết hợp tại hai điểm A, B cách nhau 18 cm dao động theo phương trình $u_A = u_B = 2 \cos 50\pi t (\text{cm})$. Cho tốc độ truyền sóng trên mặt nước là 50 cm/s. Coi biên độ sóng không đổi khi truyền đi.

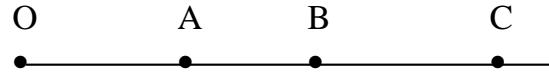
a) Tính số điểm dao động với biên độ cực tiểu trong khoảng AB.

b) Trong khoảng AB có bao nhiêu điểm dao động với biên độ cực đại và cùng pha với các nguồn.

ĐS: a. 18; b. 8.

V.2. SÓNG ÂM

Bài 1. Cho 3 điểm A, B, C thẳng hàng, theo thứ tự xa dần nguồn âm O. Mức cường độ âm tại A, B, C lần lượt là 40dB; 35,9dB và 30dB. Biết khoảng cách giữa AB là 30m. Xác định khoảng cách giữa BC.



ĐS: $BC = 77,53 \text{ m}$

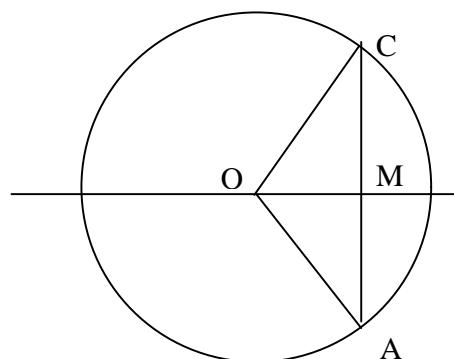
Bài 2. Hai điểm M và N nằm ở cùng một phía của nguồn âm, trên cùng một phương truyền âm và có mức cường độ âm lần lượt là 30 dB và 10 dB. Hỏi nếu nguồn âm đó đặt tại M thì mức cường độ âm tại N khi đó là bao nhiêu.



ĐS: $L'_N \approx 11 \text{ dB}$.

Bài 3. Tại O có một nguồn phát âm thanh đẳng hướng với công suất không đổi. Người đi bộ từ A đến C theo đường thẳng và lắng nghe âm thanh từ nguồn O thì nghe thấy cường độ âm tăng từ I đến $4I$ rồi lại giảm xuống I. Xác định khoảng cách OA.

ĐS: $AO = \frac{AC\sqrt{3}}{3}$



Bài 4. Một người đứng giữa hai loa A và B. Khi loa A bật thì người đó nghe được âm có mức cường độ 76dB. Khi loa B bật thì nghe được âm có mức cường độ 80 dB. Nếu bật cả hai loa thì nghe được âm có mức cường độ bao nhiêu?

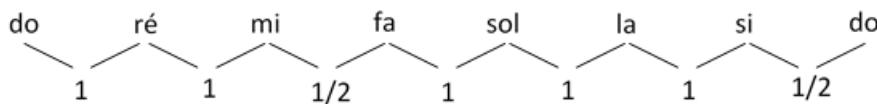
ĐS: $L = 81,46\text{dB}$

Bài 5. Hai điểm A, B nằm trên cùng một đường thẳng đi qua một nguồn âm và ở hai phía so với nguồn âm. Biết mức cường độ âm tại A và tại trung điểm của AB lần lượt là 50 dB và 44 dB. Xác định mức cường độ âm tại B.



ĐS: $L_B \approx 36 \text{ dB}$.

Bài 6. Âm giai thường dùng trong âm nhạc gồm 7 nốt (do, ré, mi, fa, sol, la, si) lặp lại thành nhiều quãng tám phân biệt bằng các chỉ số $do_1, do_2 \dots$. Tỉ số tần số của hai nốt cùng tên cách nhau một quãng tám là 2 (ví dụ $\frac{f(do_3)}{f(do_2)} = 2$). Khoảng cách giữa hai nốt nhạc trong một quãng tám được tính bằng cung và nửa cung. Mỗi quãng tám được chia thành 7 quãng nhỏ gồm 5 quãng một cung và 2 quãng nửa cung theo sơ đồ:



Hai nốt nhạc cách nhau nửa cung thì hai âm tương ứng với hai nốt nhạc này có tỉ số tần số là $\sqrt[12]{2}$ (ví dụ $\frac{f(do)}{f(si)} = \sqrt[12]{2}$).

1. Trong cùng một quãng tám, nếu âm fa có tần số 349Hz thì âm mi có tần số bao nhiêu?
2. Biết rằng âm la₃ có tần số 440Hz, tính tần số của âm do₁.

ĐS: 1. 329Hz; 2. 65Hz

Bài 7. Mức cường độ âm do nguồn S gây ra tại một điểm M là L; Cho nguồn S tiến lại gần M một khoảng D thì mức cường độ âm tăng thêm được 7dB.

- a. Tính khoảng cách R từ S tới M biết D = 62m.
- b. Biết mức cường độ âm tại M là 73dB, Hãy tính công suất của nguồn.

ĐS: a. 112m; b. $P \approx 3,15w$

Bài 8. Hai nguồn âm điểm phát sóng cầu đồng bộ với tần số $f = 680(\text{Hz})$ được đặt tại A và B cách nhau 1(m) trong không khí. Biết tốc độ truyền âm trong không khí là 340(m/s). Bỏ qua sự hấp thụ âm của môi trường.

TÀI LIỆU BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI VẬT LÝ TRUNG HỌC PHỔ THÔNG

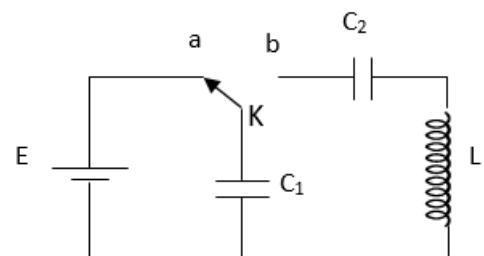
- 1) Gọi I là trung điểm của AB, P là điểm nằm trên trung trực của AB ở gần I nhất dao động ngược pha với I. Tính khoảng cách AP.
- 2) Gọi O là điểm nằm trên trung trực của AB cách AB 100(m). Và M là điểm nằm trên đường thẳng qua O song song với AB, gần O nhất mà tại đó nhận được âm to nhất. Cho rằng AB << OI. Tính khoảng cách OM.

ĐS: 1. 0,75(m); 2.50m

CHƯƠNG VI DAO ĐỘNG ĐIỆN TỪ

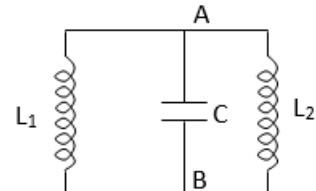
Bài 1.

Cho mạch điện: hai tụ C_1 và C_2 có cùng điện dung C ; cuộn dây thuần cảm có độ tự cảm L ; nguồn có suất điện động E ; bỏ qua điện trở thuần của nguồn, dây nối, khoá K. Ban đầu khoá K ở chốt a, sau đó đóng sang chốt b. Hãy viết biểu thức của điện tích trên các bản tụ C_1 , C_2 phụ thuộc vào thời gian khi đóng K sang chốt b. Chọn gốc thời gian lúc K đóng vào chốt b. Từ đó suy ra chu kỳ dao động của mạch.



$$\text{ĐS: } T = 2\pi \sqrt{\frac{LC}{2}}$$

Bài 2. Trong mạch: tụ điện có điện dung là C , hai cuộn dây L_1 và L_2 có độ tự cảm lần lượt là $L_1 = L$, $L_2 = 2L$; điện trở của các cuộn dây và dây nối không đáng kể. Ở thời điểm $t = 0$, không có dòng qua cuộn L_2 , tụ điện không tích điện còn dòng qua cuộn dây L_1 là I_1 .

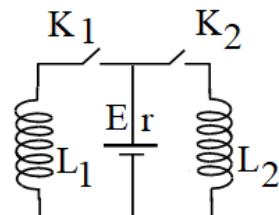


a. Tính chu kỳ của dao động điện từ trong mạch.

b. Lập biểu thức của cường độ dòng điện qua mỗi cuộn dây theo thời gian.

$$\text{ĐS: a. } T = 2\pi \sqrt{\frac{2LC}{3}} ; \text{ b. } i_1 = \frac{I_1}{3} + \frac{2I_1}{3} \cos \sqrt{\frac{3}{2LC}} t ; i_2 = \frac{I_1}{3} \cos \sqrt{\frac{3}{2LC}} t - \frac{I_1}{3}$$

Bài 3. Cho mạch điện: các cuộn dây thuần cảm có độ tự cảm L_1 ; L_2 . Ban đầu các khóa K_1 và K_2 mở. Pin có suất điện động E và điện trở trong r. Đóng K_1 cho đến khi dòng qua L_1 đạt I_0 thì đóng tiếp K_2 .



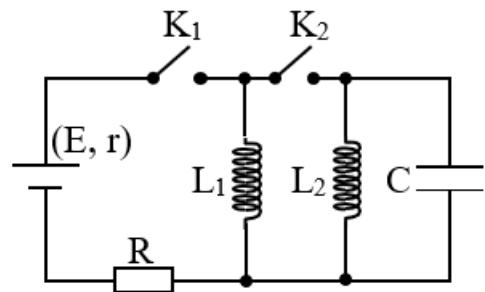
a. Tính dòng I_1 ; I_2 qua các cuộn dây khi đã ổn định.

b. Giải lại trong trường hợp đóng đồng thời cả K_1 và K_2 .

$$\text{ĐS: a. } I_1 = \frac{L_2 E}{r(L_1 + L_2)} + \frac{L_1 I_0}{L_1 + L_2} ; I_2 = \frac{L_1 E}{r(L_1 + L_2)} - \frac{L_1 I_0}{L_1 + L_2} .$$

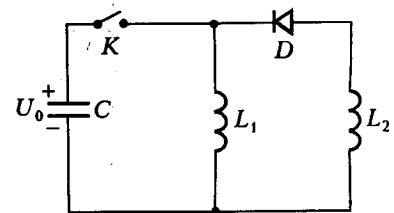
$$\text{b. } I_1 = \frac{L_2 E}{r(L_1 + L_2)}; I_2 = \frac{L_1 E}{r(L_1 + L_2)}$$

Bài 4. Cho mạch điện: điện trở thuần R, tụ điện C, hai cuộn cảm lí tưởng $L_1 = 2L$, $L_2 = L$ và các khóa K₁, K₂ được mắc vào một nguồn điện không đổi (có suất điện động E, điện trở trong r = 0). Ban đầu K₁ đóng, K₂ ngắt. Sau khi dòng điện trong mạch ổn định thì đóng K₂, ngắt K₁. Tính hiệu điện thế cực đại ở tụ và $I_{L2\max}$?



$$\text{ĐS: } U_0 = \frac{E}{R} \sqrt{\frac{2L}{3C}}; I_{2\max} = \frac{4E}{3R}$$

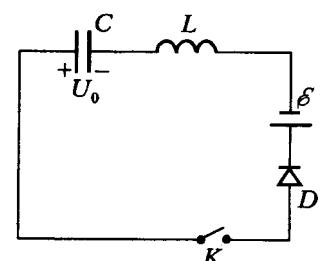
Bài 5. Trong mạch: các cuộn cảm L_1 và L_2 được nối với nhau qua một điôt lý tưởng D. Tại thời điểm ban đầu khoá K mở, còn tụ điện với điện dung C được tích điện đến hiệu điện thế U_0 . Sau khi đóng khoá một thời gian, hiệu điện thế trên tụ điện trở nên bằng không. Hãy tìm dòng điện chạy qua cuộn cảm L_1 tại thời điểm đó. Sau đó tụ điện được tích điện lại đến một h.d.t. cực đại nào đó. Xác định h.d.t. cực đại đó.



$$\text{ĐS: } I_L = U_0 \sqrt{\frac{C}{L_1}}; U_m = U_0 \sqrt{\frac{L_2}{L_1 + L_2}}$$

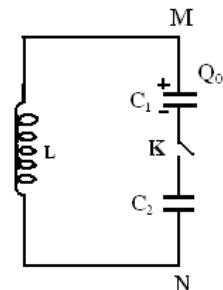
Bài 6. Khi khoá K đóng, tụ điện với điện dung $C = 20\mu F$ được tích điện đến hiệu điện thế $U_0 = 12V$, suất điện động của nguồn (ắcqui) $E = 5V$, độ tự cảm của cuộn dây $L = 2H$, D là một điôt lý tưởng.

- Tính dòng điện cực đại trong mạch sau khi đóng khoá K.
- Tính hiệu điện thế của tụ điện sau khi đóng khoá K.



$$\text{ĐS : a. } I_m = (U_0 - E) \sqrt{\frac{C}{L}} \approx 0,022 A ; \text{ b. } U_K = 2E - U_0 = -2V$$

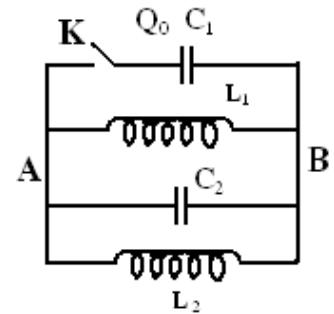
Bài 7. Cho mạch dao động: tại thời điểm ban đầu khoá K mở và tụ điện C_1 có điện tích Q_0 , còn tụ C_2 không tích điện. Hỏi sau khi đóng khoá K thì điện tích các tụ điện và cường độ dòng điện trong mạch biến đổi theo thời gian như thế nào? Coi $C_1 = C_2 = C$ và L đã biết.



$$\text{ĐS: } q_1 = \frac{Q_0}{2} + \frac{Q_0}{2} \cdot \cos \sqrt{\frac{2}{LC}} \cdot t; \quad i = \frac{Q_0}{\sqrt{2LC}} \sin \left(\sqrt{\frac{2}{LC}} \cdot t \right)$$

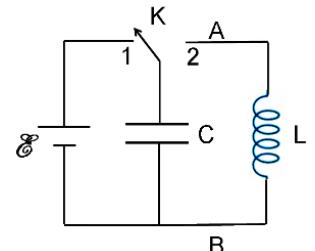
Bài 8. Cho mạch dao động như hình vẽ. Ban đầu tụ C_1 tích điện đến hiệu điện thế $U_0 = 10(V)$, còn tụ C_2 chưa tích điện, các cuộn dây không có dòng điện chạy qua. Biết $L_1 = 10mH$; $L_2 = 20mH$; $C_1 = 10nF$; $C_2 = 5nF$. Sau đó khoá K đóng. Hãy viết biểu thức dòng điện qua mỗi cuộn dây. Bỏ qua điện trở thuần của mạch.

$$\text{ĐS : } i_1 = \frac{2}{3} \cdot \sin 10^5 t \text{ (mA)}; \quad i_2 = \frac{1}{3} \cdot \sin 10^5 t \text{ (mA)}$$



Bài 9. Sự chuyển hóa năng lượng điện thành năng lượng từ:

Cho mạch điện như hình vẽ: nguồn điện $E = 6V$, tụ điện có điện dung $C = \frac{1}{\pi} (\mu F)$, cuộn dây thuần cảm, độ tự cảm là $L = \frac{1}{\pi} (\mu H)$. Ban đầu khoá K ở vị trí 1. Sau đó chuyển K sang vị trí 2.



a) Tính hiệu điện thế, điện tích và năng lượng của tụ điện khi K ở vị trí 1.

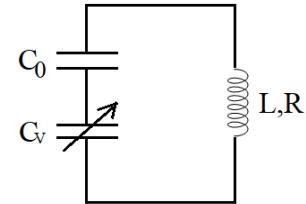
b) Khi K chuyển sang 2, tính cường độ dòng điện cực đại qua cuộn dây.

c) Tính cường độ dòng điện qua cuộn dây và hiệu điện thế giữa hai bản tụ điện khi năng lượng điện trường trong tụ điện bằng 3 lần năng lượng từ trường trong cuộn dây.

$$\text{ĐS: a. } 6 V; \frac{6}{\pi} (\mu C); \frac{18}{\pi} (\mu J); \text{ b. } i_{\max} = I_0 = U_0 \sqrt{\frac{C}{L}}; \text{ c. } i = 3A, u = 3\sqrt{3} V$$

Bài 10. Cho mạch dao động của máy thu sóng điện từ như hình 2: $C_0 = 20pF$; C_v là tụ xoay; cuộn dây có độ tự cảm $L = 4mH$ và điện trở thuần $R = 10^3 \Omega$

- a) Khi tụ xoay C_v có giá trị $C_v = 20\text{pF}$ thì mạch trên có thể thu được sóng điện từ có bước sóng bao nhiêu?

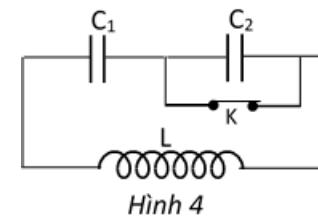


b. Phải tăng (giảm) giá trị của tụ xoay một lượng điện dung để dòng điện trong mạch có giá trị $I = 10^{-3}I_{\max}$ (I_{\max} là dòng điện trong mạch khi có cộng hưởng). Coi trong mạch được duy trì một suât điện động cảm ứng e và tần số f không đổi. Khi đó mạch thu được sóng điện từ có bước sóng bao nhiêu?

ĐS: a. $\lambda = 2\pi c \sqrt{LC} = 11,915\text{m}$; b. $\lambda_x = (11,915 \pm 9,413 \cdot 10^{-3}) (\text{m})$

Bài 11. Cho mạch dao động như hình 4: C_1 và C_2 là các điện dung của hai tụ điện, L là độ tự cảm của một cuộn cảm thuần. Biết $C_1 = 4 \mu\text{F}$, $C_2 = 8 \mu\text{F}$, $L = 0,4 \text{ mH}$. Điện trở khóa K và các dây nối là không đáng kể.

a. Ban đầu khóa K đóng, trong mạch có dao động điện từ với điện tích cực đại trên tụ C_1 là $q_0 = 1,2 \cdot 10^{-5} \text{ C}$. Tính chu kỳ dao động riêng của mạch và cường độ dòng điện cực đại trong mạch.

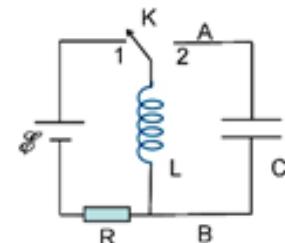


Hình 4

b. Tại thời điểm điện áp giữa hai bản của tụ C_1 đạt cực đại người ta mở khoá K . Xác định độ lớn cường độ dòng điện trong mạch tại thời điểm điện áp giữa hai bản của tụ C_1 bằng không.

ĐS: a. $T \approx 0,25\text{ms}$; $I_0 = 0,3\text{A}$; b. $I = 0,15\sqrt{2}(\text{A})$

Bài 12. Sự chuyển hoá năng lượng từ thành năng lượng điện: Cho mạch điện như hình vẽ: nguồn điện có suât điện động E , điện trở trong r , điện trở thuần R , cuộn dây thuần cảm, độ tự cảm L , tụ điện có điện dung C . Ban đầu khoá K ở 1, sau đó K chuyển nhanh sang 2.



a) Tính cường độ dòng điện qua cuộn dây khi K ở 1.

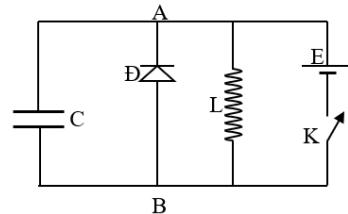
b) Tính hiệu điện thế cực đại giữa hai đầu tụ điện khi K chuyển sang 2

c) Tính hiệu điện thế giữa hai đầu tụ điện khi cường độ dòng điện trong cuộn dây bằng $\frac{1}{2}$ cường độ dòng điện cực đại.

ĐS: a. $I_0 = \frac{E}{r+R}$; b. $U_0 = \frac{E}{r+R} \sqrt{\frac{L}{C}}$; c. $u = \frac{\sqrt{3}}{2} \frac{E}{R+r} \sqrt{\frac{L}{C}}$

Bài 13. Cho mạch điện như hình vẽ. Suất điện động của nguồn E, điện trở trong không đáng kể tụ C, cuộn dây L thuận cảm Đ là đi ốt lý tưởng khoá K đóng trong thời gian τ rồi mở, ở thời điểm K mở dòng qua L là I_0 .

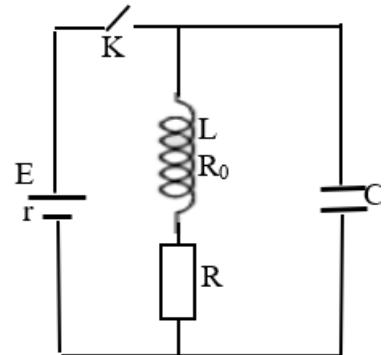
a) Sau bao lâu kể từ khi K mở dòng qua L lại đạt cực đại bằng $2I_0$. Viết biểu thức điện tích trên bản tụ và cường độ dòng điện qua cuộn cảm theo thời gian



b) Vẽ phác đồ thị biểu diễn sự phụ thuộc của dòng qua L vào thời gian và điện tích trên tụ biến đổi theo thời gian. Chọn gốc thời gian là lúc k mở.

$$\text{ĐS: a. } t_{\min} = \frac{\pi\tau\sqrt{3}}{3}; q = \frac{2CE}{\sqrt{3}} \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{6}\right); i = 2E\sqrt{\frac{C}{3L}} \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{6}\right)$$

Bài 14. Cho mạch điện như hình 2 gồm: nguồn không đổi có suất điện động $E = 32$ V, điện trở trong $r = 1\Omega$, tụ điện có điện dung $C = 100\mu F$ (ban đầu chưa tích điện), cuộn dây không thuận cảm có hệ số tự cảm $L = 0,1$ H, điện trở hoạt động $R_0 = 5\Omega$ và điện trở thuần $R = 10\Omega$. Ban đầu khoá K đóng, khi trạng thái trong mạch đã ổn định người ta ngắt khoá K.



a. Tính năng lượng điện từ trong mạch ngay sau khi ngắt khoá K.

b. Tính nhiệt lượng toả ra trên điện trở R trong thời gian từ khi ngắt khoá K đến khi dao động trong mạch tắt hoàn toàn.

$$\text{ĐS: a. } W = 0,245(J); \text{ b. } Q_R \approx 0,163(J)$$

Bài 15. Cho mạch dao động lí tưởng như hình vẽ 2. Các tụ điện có điện dung $C_1 = 3nF; C_2 = 6nF$. Cuộn thuận cảm có độ tự cảm $L = 0,5mH$.

Bỏ qua điện trở khoá K và dây nối.

1. Ban đầu khoá K đóng, trong mạch có dao động điện từ tự do với cường độ dòng điện cực đại trong mạch là $0,03A$.

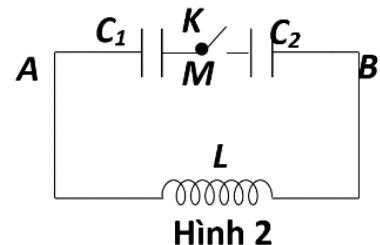
a) Tính tần số biến thiên năng lượng từ trường của mạch.

b) Tính điện áp cực đại giữa hai điểm A, M và M, B.

c) Lúc điện áp giữa hai bản tụ điện C_1 là $6V$ thì độ lớn của cường độ dòng điện trong mạch bằng bao nhiêu?

2. Ban đầu khoá K ngắt, tụ điện C_1 được tích điện đến điện áp $10V$, còn tụ điện C_2 chưa tích điện. Sau đó đóng khoá K. Tính cường độ dòng điện cực đại trong mạch.

ĐS: 1a. $f = 159155(Hz)$; 1b. $10V; 5V$; 1c. $0,024A$; 2. $I_0=0,02A$



Bài 16. Biểu thức của cường độ dòng điện qua một mạch dao động LC là $i = I_0 \cos \omega t$.

a. Sau $1/8$ chu kỳ dao động thì năng lượng từ trường của mạch lớn hơn năng lượng điện trường bao nhiêu lần?

b. Sau thời gian bao nhiêu chu kỳ thì năng lượng từ trường lớn gấp 3 lần năng lượng điện trường của mạch?

ĐS : a. năng lượng từ trường bằng $\frac{1}{3}$ năng lượng điện trường.

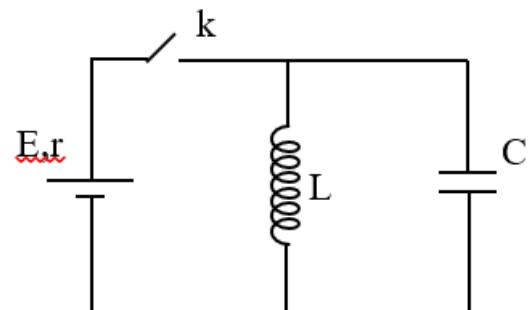
$$b. t = \frac{T}{12}.$$

Bài 17. Cho 3 mạch dao động LC lí tưởng có cùng điện tích cực đại $Q_0 = 5 \cdot 10^{-6}C$, và có tần số dao động lần lượt là f_1, f_2 và f_3 . Biết rằng tại mọi thời điểm, điện tích và dòng điện của các mạch dao động liên hệ với nhau bằng biểu thức $\frac{q_1}{i_1} + \frac{q_2}{i_2} = \frac{q_3}{i_3}$. Tại thời điểm

t, điện tích trên các tụ của các mạch dao động lần lượt là $q_1 = 3 \cdot 10^{-6}C$,

$q_2 = 2 \cdot 10^{-6}C$ và q_3 . Tính điện tích q_3 khi đó.

ĐS: $q_3 = 4 \cdot 10^{-6}(C)$



Bài 18. Cho mạch điện như hình 1, nguồn điện có suất điện động E, điện trở trong $r = 0,5\Omega$, cuộn cảm thuần có độ tự cảm L, tụ điện có điện dung C. Ban đầu khóa k đóng, khi dòng điện đã ổn định thì ngắt khóa k, trong mạch có dao động điện từ với chu kỳ $T = 10^{-3}(s)$. Hiệu điện thế cực đại giữa hai bản tụ điện gấp $n = 5$ lần suất điện động của nguồn điện. Bỏ qua điện trở thuần của mạch dao động, tìm điện dung C và độ tự cảm L.

$$\text{ĐS: } L = \frac{nrT}{2\pi} \approx 0,398mH; C = \frac{T}{2\pi r n} \approx 63,7(\mu F)$$

Bài 19. Mạch chọn sóng của một máy thu vô tuyến điện gồm một cuộn dây thuần cảm có độ tự cảm L và một bộ tụ điện gồm tụ điện có điện dung C_0 không đổi mắc song song với tụ xoay C_x . Tụ xoay C_x có điện dung biến thiên từ $C_1 = 10\text{pF}$ đến $C_2 = 250\text{pF}$ khi góc xoay biến thiên từ 0° đến 120° . Mạch thu được sóng điện từ có bước sóng nằm trong dải từ $\lambda_1 = 10\text{m}$ đến $\lambda_2 = 30\text{m}$. Cho biết điện dung của tụ xoay là hàm bậc nhất của góc xoay.

- a. Tính độ tự cảm L của cuộn dây và điện dung C_0 của tụ.
- b. Để thu được sóng điện từ có bước sóng $\lambda_0 = 20\text{m}$ thì góc xoay của bản tụ bằng bao nhiêu?

$$\text{ĐS: a. } C_0 = 20\text{pF}; L = \frac{\lambda_1^2}{4\pi^2 c^2 (C_0 + C)} = 9,4 \cdot 10^{-7} (H); \text{ b. } \alpha = 45^\circ$$

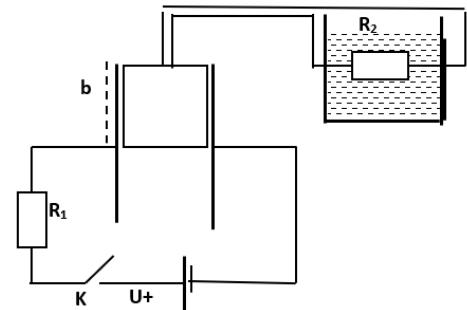
Bài 20. Mạch chọn sóng của một máy thu vô tuyến gồm một tụ điện có điện dung $C_0 = 100 (\text{pF})$ và cuộn cảm có độ tự cảm $L = \frac{1}{\pi^2} (\mu H)$.

- a) Mạch này có thể thu được sóng điện từ có bước sóng bao nhiêu?
- b) Để mạch chỉ thu được sóng điện từ có bước sóng từ 12m đến 18m thì cần phải ghép thêm một tụ điện C_x có điện dung biến thiên. Hỏi phải ghép C_x nối tiếp hay song song với tụ điện C_0 ? Điện dung của tụ điện C_x biến thiên trong khoảng nào?

$$\text{ĐS: a. } 6\text{m}; \text{ b. } 300 (\text{pF}) \leq C_x \leq 800 (\text{pF})$$

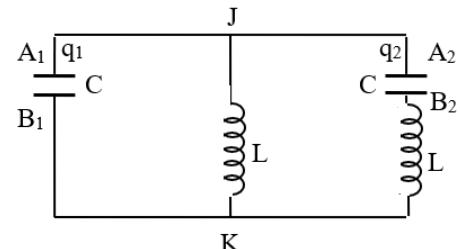
Bài 21. Cảm ứng điện từ - Mạch dao động

1. Một tụ điện phẳng không khí, bán kính tròn bán kính b khoảng cách hai bán kính a ($b \gg a$). Một vòng dây mảnh siêu dẫn hình chữ nhật đặt vừa khít vào khe hẹp a (không tiếp xúc) và chiếm một khoảng cách từ tâm đến mép tụ. Vòng dây siêu dẫn được nối với điện trở R_2 nhúng vào bình nước ở nhiệt độ 1000°C (HV). Nguồn điện có hiệu điện thế không đổi U nối qua điện trở R_1 nhờ khóa K (bỏ qua điện trở của các phần khác). Tại thời điểm nào đó người ta đóng khóa K sau một thời gian khá lớn khối lượng nước bị bay hơi là bao nhiêu? Biết nhiệt hoá hơi của nước là λ . Bài toán bỏ qua sự mất mát nhiệt ra môi trường và vỏ bình đựng nước



2. Cho hai cuộn dây, mỗi cuộn có độ tự cảm L và hai tụ điện, mỗi tụ có điện dung C , mắc với nhau thành mạch điện như hình vẽ. Điện trở của các cuộn dây và dây nối có thể bỏ qua.

Vào thời điểm ban đầu $t = 0$ điện tích của bản A1 bằng Q_0 , điện tích của bản A2 bằng không và không có dòng điện nào trong mạch. Viết biểu thức diễn tả sự phụ thuộc của q_1 và q_2 vào thời gian.



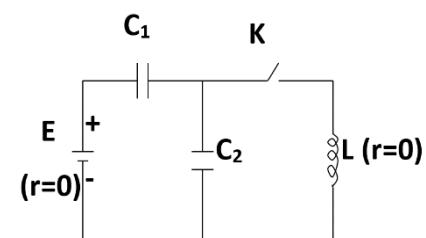
$$\text{ĐS: 1. } m = \frac{\mu_0^2}{32\pi^3 R_1^3 R_2 \varepsilon_0 b^2 \lambda} U^2 a^3 ; 2. q_1 = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{1}{\sqrt{5}} \right) Q_0 \cos \omega_1 t + \frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{\sqrt{5}} \right) Q_0 \cos \omega_2 t$$

$$q_2 = -\frac{1}{\sqrt{5}} Q_0 \cos \omega_1 t + \frac{1}{\sqrt{5}} Q_0 \cos \omega_2 t$$

Bài 22. Cho mạch như hình 3, các phần tử trong mạch đều lý tưởng

1. Đóng K, tìm i_{\max} trong cuộn dây và $U_{1\max}$ trong tụ C_1 .

2. Viết biểu thức điện tích của tụ điện khi K đóng theo C_1 , C_2 , E và L.



$$\text{ĐS: 1. } i_{\max} = \frac{C_1}{\sqrt{L(C_1 + C_2)}} E ; U_{1\max} = \frac{2C_1 + C_2}{C_1 + C_2} E$$

$$2. \quad q_2 = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} E \cos \frac{1}{\sqrt{L(C_1 + C_2)}} t; \quad q_1 = C_1 E - \frac{C_1^2 E}{C_1 + C_2} \cos \frac{1}{\sqrt{L(C_1 + C_2)}} t$$

Bài 23. Trong mạch điện như hình vẽ, Đ là điốt lí tưởng, tụ điện có điện dung là C, hai cuộn dây L_1 và L_2 có độ tự cảm lần lượt là $L_1 = L$, $L_2 = 2L$; điện trở của các cuộn dây và dây nối không đáng kể. Lúc đầu khoá K_1 và khoá K_2 đều mở.

1. Đầu tiên đóng khoá K_1 . Khi dòng qua cuộn dây L_1 có giá trị là I_1 thì đồng thời mở khoá K_1 và đóng khoá K_2 . Chọn thời điểm này làm mốc tính thời gian t.

- a. Tính chu kì của dao động điện từ trong mạch.
- b. Lập biểu thức của cường độ dòng điện qua mỗi cuộn dây theo t.
- 2. Sau đó, vào thời điểm dòng qua cuộn dây L_1 bằng không và hiệu điện thế u_{AB} có giá trị âm thì mở khoá K_2 .
- a. Mô tả hiện tượng điện từ xảy ra trong mạch.

b. Lập biểu thức và vẽ phác đồ thị biểu diễn cường độ dòng điện qua cuộn dây L_1 theo thời gian tính từ lúc mở khoá K_2 .

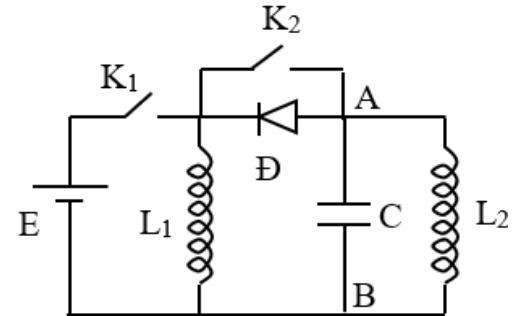
$$\text{ĐS : 1a. } T = 2\pi \sqrt{\frac{2LC}{3}}; \quad 1b. \quad i_1 = \frac{I_1}{3} + \frac{2I_1}{3} \cos \sqrt{\frac{3}{2LC}} t; \quad i_2 = \frac{I_1}{3} \cos \sqrt{\frac{3}{2LC}} t - \frac{I_1}{3}$$

$$2b. \text{ Với } 0 < t < \frac{\pi \sqrt{2LC}}{4} \text{ thì } i_1 = 0; \text{ với } t \geq \frac{\pi \sqrt{2LC}}{4} \text{ thì}$$

$$i = \frac{2I_1}{3} \left\{ 1 - \cos \left(\sqrt{\frac{2}{3LC}} t - \pi \frac{\sqrt{3}}{4} \right) \right\}$$

Bài 24. Cho một mạch dao động gồm một tụ điện phẳng điện dung C_o và một cuộn dây thuận cảm có độ tự cảm L . Trong mạch có dao động điện từ với chu kỳ T_o . Khi cường độ dòng điện trong mạch đạt cực đại thì người ta điều chỉnh khoảng cách giữa các bản tụ điện, sao cho độ giảm của cường độ của dòng điện trong mạch sau đó tỉ lệ với bình phương thời gian; chọn gốc thời gian là lúc bắt đầu điều chỉnh, bỏ qua điện trở dây nối.

a, Hỏi sau một khoảng thời gian t bằng bao nhiêu (tính theo T_o) kể từ lúc bắt đầu điều chỉnh thì cường độ dòng điện trong mạch bằng không ?



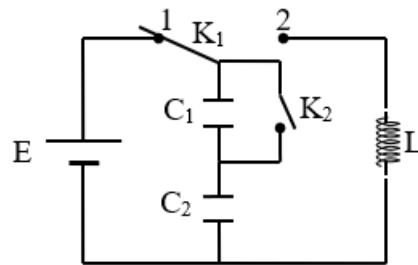
Hình 4

b, Người ta ngừng điều chỉnh điện dung tụ điện lúc cường độ dòng điện trong mạch bằng không. Hãy so sánh năng lượng điện từ trong mạch sau khi ngừng điều chỉnh với năng lượng điện từ ban đầu trước khi điều chỉnh. Giải thích ?

$$\text{ĐS: a. } t_1 = \frac{T_0}{\pi\sqrt{2}}; \text{ b. } W = \frac{4}{3}W_0$$

Bài 25. Cho mạch dao động lý tưởng như hình 1:

Ban đầu khoá K₁ ở 1, khoá K₂ mở, hai tụ C₁, C₂ giống nhau được cấp năng lượng W = 10⁻⁶J từ nguồn điện một chiều có suất điện động E = 4V. Chuyển K₁ từ 1 sang 2, mạch dao động với chu kỳ T = 4.10⁻⁶s.



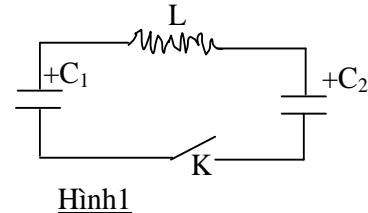
1. Xác định cường độ dòng điện cực đại trong cuộn dây.

2. Vào lúc cường độ dòng điện trong cuộn dây đạt giá trị cực đại thì đóng nhanh K₂. Tính điện áp cực đại giữa hai đầu cuộn dây sau đó.

$$\text{ĐS: 1. } I_0 = 0,79A; 2. U_0 = 2,83V$$

Bài 26. Có mạch điện như hình 1.

Tụ điện C₁ được tích điện đến hiệu điện thế U₁, tụ điện C₂ được tích điện đến hiệu điện thế U₂ (U₁>U₂). Cuộn dây thuần cảm có hệ số tự cảm L. Tìm biểu thức cường độ dòng điện trong mạch sau khi đóng khoá K.



$$\text{ĐS: } i = \frac{U_1 - U_2}{L\omega} \cdot \cos\left(\sqrt{\frac{C_1 + C_2}{L \cdot C_1 \cdot C_2}} t - \frac{\pi}{2}\right)$$

Bài 27. Cho mạch điện có sơ đồ như hình vẽ. Hai tụ điện C₁ và C₂ giống nhau, có cùng điện dung C. Tụ điện C₁ được tích điện đến hiệu điện thế U₀, cuộn dây có độ tự cảm L, các khoá K₁ và K₂ ban đầu đều mở. Điện trở của cuộn dây, của các dây nối, của các khoá là rất nhỏ, nên có thể coi dao động điện từ trong mạch là điều hoà.

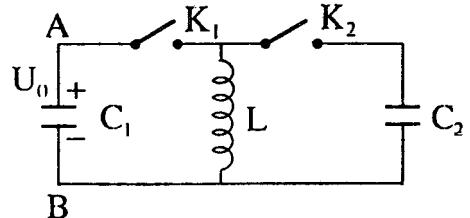
1. Đóng khoá K₁ tại thời điểm t = 0. Hãy tìm biểu thức phụ thuộc thời gian t của:
 - a) cường độ dòng điện chạy qua cuộn dây.
 - b) điện tích q₁ trên bán nối với A của tụ điện C₁.

TÀI LIỆU BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI VẬT LÝ TRUNG HỌC PHỔ THÔNG

2. Sau đó đóng K_2 . Gọi T_0 là chu kỳ dao động riêng của mạch LC_1 và q_2 là điện tích trên bản nối với K_2 của tụ điện C_2 . Hãy tìm biểu thức phụ thuộc thời gian t của cường độ dòng điện chạy qua cuộn dây và của q_2 trong hai trường hợp:

- a) Khoá K_2 được đóng ở thời điểm $t_1 = 3T_0/4$.
- b) Khoá K_2 được đóng ở thời điểm $t_2 = T_0$.

3. Tính năng lượng điện từ của mạch điện ngay trước và ngay sau thời điểm t_2 theo các giải thiết ở câu 2b. Hiện tượng vật lý nào xảy ra trong quá trình này?



$$\text{Đ: 1a. } i = U_0 \sqrt{\frac{C}{L}} \sin \frac{t}{\sqrt{LC}}; \text{ 1b. } q_1 = CU_0 \cos \frac{t}{\sqrt{LC}};$$

$$2a. \quad i_1 = -U_0 \sqrt{\frac{C}{L}} \cos \left(\frac{t}{\sqrt{2LC}} - \frac{3\pi\sqrt{2}}{4} \right); \quad q = \frac{CU_0}{\sqrt{2}} \sin \left(\frac{t}{\sqrt{2LC}} - \frac{3\pi\sqrt{2}}{4} \right)$$

$$2b. \quad i_2 = U_0 \sqrt{\frac{C}{2L}} \sin \left(\frac{t}{\sqrt{2LC}} - \pi\sqrt{2} \right); \quad q_{K2} = \frac{CU_0}{2} \cos \left(\frac{t}{\sqrt{2LC}} - \pi\sqrt{2} \right)$$

$$3. \quad \frac{Q_0^2}{2C}; \quad \frac{Q_0^2}{4C}$$

CHƯƠNG VII.

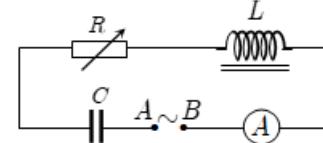
DÒNG ĐIỆN XOAY CHIỀU

VII.1. MẠCH ĐIỆN XOAY CHIỀU MẮC NỐI TIẾP.

Bài 1. Một dòng điện xoay chiều có biểu thức $i = I\sqrt{2}\sin 2\pi f t$ chạy trong một đoạn mạch không phân nhánh. Tính từ thời điểm có $i = 0$, hãy tìm điện lượng chuyển qua một tiết diện dây dẫn của mạch trong một nửa chu kì đầu tiên.

$$\text{ĐS: } q = \frac{I\sqrt{2}}{\pi f}$$

Bài 2. Cho mạch điện như hình bên. Điện trở ampe kế không đáng kể, ống dây thuần cảm, lõi sắt bên trong ống có thể di chuyển dọc theo trục ống dây. R là một biến trở, bỏ qua điện trở dây nối. Đặt vào hai đầu đoạn mạch AB một điện áp xoay chiều ổn định $u = U\sqrt{2}\cos(\omega t + \varphi) (V)$.



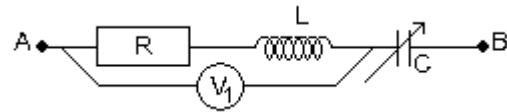
a) Khi $R = R_1$, $\omega = 100\pi (rad/s)$. Di chuyển lõi sắt ta thấy có một vị trí của lõi để ampe kế chỉ giá trị lớn nhất I_{max} . Tiếp tục di chuyển lõi sắt, ta thấy có hai vị trí để ampe kế đều chỉ $\frac{I_{max}}{\sqrt{2}}$, ở hai vị trí này độ tự cảm của ống dây lần lượt là $L_1 = \frac{9}{2\pi}(H)$ và $L_2 = \frac{11}{2\pi}(H)$. Tính điện dung C và giá trị R_1 của biến trở.

b) Thay ống dây bằng cuộn cảm có điện trở $r = 10(\Omega)$. Khi $R = R_2 = 6(\Omega)$ hoặc $R = R_3 = 26(\Omega)$ thì công suất của đoạn mạch bằng nhau và bằng $208(W)$. Khi biến trở có giá trị $R = R_0$ thì công suất tiêu thụ trên R_0 đạt giá trị cực đại. Tính giá trị cực đại này.

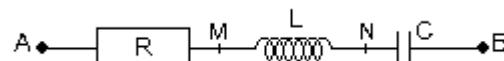
$$\text{ĐS: a. } C = \frac{10^{-4}}{5\pi} F; R_1 = 50\Omega; \text{ b. } P_{R_{max}} \approx 150,2W$$

Bài 3. Cho mạch điện xoay chiều như hình vẽ. Thay đổi C để số chỉ V_1 cực đại. Khảo sát số chỉ V_1 khi C thay đổi.

$$\text{ĐS: } U_{1max} = \frac{U\sqrt{R^2 + Z_L^2}}{R} \text{ khi } C = \frac{1}{L\omega^2}$$



Bài 4. Cho mạch điện xoay chiều như hình vẽ. Hãy khảo sát hiệu điện thế hai đầu mỗi phần tử theo thông số của nó sau đây.

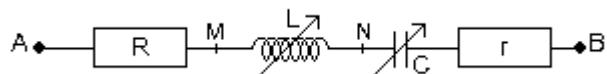


- 1.Thay đổi R để U_R cực đại.
- 2.Thay đổi L để U_L cực đại.
- 3.Thay đổi C để U_C cực đại.
- 4.Thay đổi tần số góc ω của điện áp hai đầu mạch lần lượt để U_R cực đại, U_L cực đại, U_C cực đại.

Bài 5. cho mạch điện xoay chiều hình vẽ.

Hiệu thế 2 đầu đoạn mạch AB là

$$u = 85\sqrt{2} \sin 100\pi t \text{ (v)} \quad R = 70\Omega; \quad r = 80\Omega$$



cuộn dây có L thay đổi được, tụ điện có C thay đổi được.

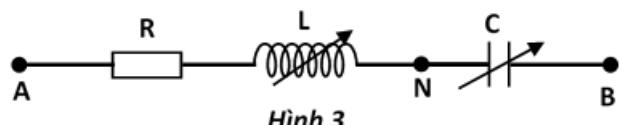
- 1.Điều chỉnh $L = \frac{3}{2\pi} \text{H}$ rồi thay đổi điện dung C . Tìm điện dung C để U_{MB} cực tiểu. Khảo sát U_{MB} khi C thay đổi
- 2.Điều chỉnh $C = \frac{1}{7\pi} \cdot 10^{-3} \text{F}$ rồi thay đổi L . Tìm độ cảm L để U_{AN} cực đại. Khảo sát U_{AN} khi L thay đổi.

$$\text{ĐS: 1. } C = \frac{1}{15\pi} \cdot 10^{-3} \text{F}; U_{MB\min} = 45,33 \text{ (v)}; 2. \text{ Khi } L = \frac{Z_L}{\omega} = 0,906 \text{H} \text{ thì } U_{AM\max} = 123,47 \text{ (v)}$$

Bài 6. Cho mạch điện như hình 3, trong đó R là điện trở thuần, cuộn dây thuận cảm có độ tự cảm L thay đổi được, tụ điện có điện dung C biến thiên. Đặt vào hai đầu AB một điện áp xoay chiều có giá trị hiệu dụng không đổi $U = 120 \text{ V}$ và tần số $f = 50 \text{ Hz}$.

- a. Điều chỉnh $L = L_1$, $C = C_1$ thì các điện áp hiệu dụng giữa hai điểm A, N và N, B là $U_{AN} = 160 \text{ V}$, $U_{NB} = 56 \text{ V}$ và công suất tiêu thụ của mạch điện là $P = 19,2 \text{ W}$. Tính các giá trị R ,

L_1 và C_1 .



b. Điều chỉnh $C = C_2$ rồi thay đổi L , nhận thấy khi $L = L_2 = \frac{9,6}{\pi} \text{ H}$ thì điện áp hiệu dụng ở hai đầu cuộn dây đạt giá trị cực đại. Tìm giá trị của C_2 và giá trị cực đại của điện áp hiệu dụng đó.

ĐS: a. $R = 480\Omega$; $L_1 = \frac{640}{100\pi} \text{ H}$; $C_1 \approx 11,37 \mu\text{F}$; b. $C_2 \approx 6,63 \mu\text{F}$, $U_{\text{Lmax}} = 120\sqrt{2} (\text{V})$

Bài 7. Cho mạch điện có sơ đồ như hình 2. Cuộn dây thuần cảm có độ tự cảm L thay đổi được. Tụ điện C có dung kháng lớn gấp 3 lần điện trở R . Vôn kế có điện trở rất lớn. Đặt vào hai đầu A, B của đoạn mạch hiệu điện thế: $u = 200\sqrt{5} \sin 100\pi t (\text{V})$

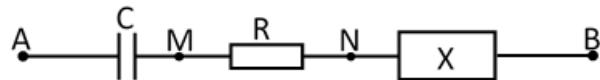
a, Biết $R = 40\Omega$. Tính L để số chỉ của vôn kế là cực đại. Viết biểu thức của u_{AM} khi đó.

b, Khi độ tự cảm của cuộn dây có giá trị $L = L_1$ thì vôn kế chỉ U_1 và dòng điện trong mạch sớm pha góc φ_1 so với u . Còn khi độ tự cảm của cuộn dây có giá trị $L = L_2 = 2L_1$ thì vôn kế chỉ $U_2 = \frac{U_1}{2}$ và dòng điện trong mạch trễ pha góc φ_2 so với u . Hãy tính φ_1 , φ_2 và viết biểu thức u_{AM} ứng với trường hợp $L = L_2$.

ĐS: a. $u_{AM} = 1000\sqrt{2} \sin(100\pi t - 1,25) (\text{V})$; b. : $|\varphi_1| = 0,46 \text{ rad}$, $|\varphi_2| = 1,11 \text{ rad}$

$$u_{AM} = 200\sqrt{10} \sin(100\pi t - 2,36) (\text{V})$$

Bài 8. Cho mạch điện như hình vẽ. Hộp đèn X chứa hai trong ba phần tử: điện trở R_0 , tụ điện có điện dung C_0 , cuộn cảm thuần L_0 mắc nối tiếp. Đặt vào hai đầu đoạn mạch AB một điện áp xoay chiều có giá trị hiệu dụng không đổi. Khi đó điện áp tức thời giữa hai đầu các đoạn mạch AN và NB có biểu thức lần lượt là $u_{AN} = 180\sqrt{2} \cos(100\pi t - \frac{\pi}{2}) (\text{V})$; $u_{NB} = 60\sqrt{2} \cos 100\pi t (\text{V})$, đồng thời có $Z_C = 90\Omega$; $R = 90\Omega$.



1. Viết biểu thức u_{AB} .

2. Xác định các phần tử trong X và giá trị tương ứng của các phần tử đó.

ĐS: 1. $u_{AB}(t) = 190\sqrt{2} \cos(100\pi t - 0,4\pi) (\text{V})$. 2. $R_0 = 30\Omega$; $L_0 = \frac{0,3}{\pi} \text{ H}$

Bài 9. Cho mạch điện có sơ đồ như hình 2. Trong đó X và Y là hai hộp linh kiện, mỗi hộp chỉ chứa hai trong ba loại linh kiện mắc nối tiếp: điện trở thuần, cuộn dây thuần cảm, tụ điện. Ampe kế nhiệt có điện trở không đáng kể, vôn kế nhiệt có điện trở rất lớn. Ban đầu mắc hai điểm A và M của mạch điện vào hai cực của một nguồn điện không đổi, thì vôn kế V_1 chỉ 45V, ampe kế chỉ 1,5A. Sau đó bỏ nguồn điện không đổi đi rồi mắc A và B vào hai cực của nguồn điện xoay chiều có hiệu điện thế $u = 120\sin 100\pi t$ (V) thì thấy ampe kế chỉ 1A, hai vôn kế có cùng số chỉ như nhau và u_{AM} lệch pha góc $\pi/2$ so với u_{MB}

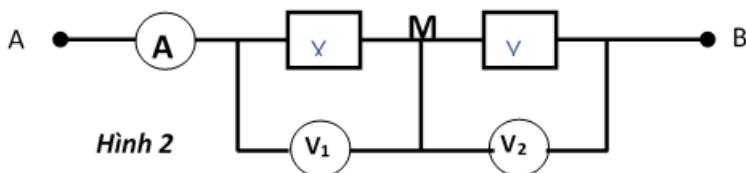
1) Hỏi hộp X và Y có chứa các linh kiện nào? Tính trị số của chúng. Viết biểu thức của cường độ dòng điện trong mạch.

2. Thay tụ điện có trong mạch bằng một tụ điện khác có điện dung C' sao cho số chỉ của vôn kế V_2 đạt giá trị lớn nhất $U_{2\max}$.

Tính C' , $U_{2\max}$ và công suất tiêu thụ của mạch khi đó.

ĐS: 1. X chứa cuộn cảm $L=0,165H$ và điện trở thuần $R_1 = 30\Omega$; Hộp Y chứa tụ điện $C=106 \mu F$ và điện trở thuần $R_2=30\sqrt{3}\Omega$.

2. $C' = 25,9 \mu F$, $U_{2\max} = 103V$, $P = 48,6W$



Bài 10. 1. Đặt điện áp $u = 120\sqrt{2}\cos 100\pi t$ (V) vào hai đầu đoạn mạch mắc nối tiếp gồm biến trở R, tụ điện có điện dung $C = \frac{1}{16\pi}$ mF và cuộn cảm thuần $L = \frac{1}{\pi}$ H.

a) Cần thay đổi R đến giá trị nào để công suất tiêu thụ trên mạch đạt giá trị cực đại? Tìm công suất cực đại đó.

b) Khi thay đổi giá trị của biến trở thì thấy ứng với hai giá trị R_1 và R_2 , mạch tiêu thụ cùng công suất P và độ lệch pha của điện áp hai đầu đoạn mạch so với dòng điện trong mạch tương ứng là φ_1, φ_2 với $\varphi_1 = 2\varphi_2$. Tìm R_1, R_2 và công suất P khi đó.

2. Rô to của một máy phát điện xoay chiều một pha có 4 cực từ và quay với tốc độ n vòng/phút. Hai cực phản ứng của máy mắc với một tụ điện có điện dung $C = 10 \mu F$. Cho rằng điện trở trong của máy không đáng kể. Hãy vẽ đồ thị biểu diễn sự biến thiên của cường độ dòng điện hiệu dụng I qua tụ theo tốc độ quay của rô to khi tốc độ quay của rô to biến thiên liên tục từ $n_1 = 150$ vòng/phút đến $n_2 = 1500$ vòng/phút. Biết rằng

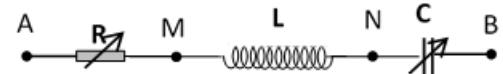
với tốc độ quay 1500 vòng/phút thì suất điện động hiệu dụng giữa hai cực máy phát tương ứng là 200 V.

ĐS: 1a. , $P_{\max} = 120W$; 1b. $R_1 = 20\sqrt{3} \Omega$; $R_2 = 60\sqrt{3} \Omega$, $P = 60\sqrt{3} W$

Bài 11. Cho đoạn mạch AB gồm R, L, C mắc nối tiếp (hình vẽ). Đặt vào hai đầu đoạn mạch một điện áp xoay chiều $u_{AB} = 220\sqrt{2}\cos 100\pi t(V)$, $R = 50\sqrt{3}(\Omega)$, $L = \frac{2}{\pi}H$,

$$C = \frac{10^{-3}}{5\pi}(F).$$

1. Viết biểu thức cường độ dòng điện, biểu thức của các điện áp u_{AN} và u_{MB} .



2. Điều chỉnh C để công suất trên cả đoạn mạch đạt cực đại. Tìm C và giá trị cực đại của công suất.

3. Giữ nguyên $L = \frac{2}{\pi}H$, thay điện trở R bằng $R_1 = 1000(\Omega)$,

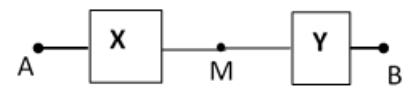
điều chỉnh tụ điện C bằng $C_1 = \frac{4}{9\pi}\mu F$. Giữ nguyên điện áp hiệu dụng của nguồn, thay đổi tần số f đến giá trị f_0 sao cho điện áp hiệu dụng U_{C1} giữa hai bán cực của tụ điện đạt cực đại. Tìm f_0 và giá trị cực đại của U_{C1} .

ĐS: 1. $u_{AN} = 392,4\cos(100\pi t + 0,11)(V)$, $u_{MB} = 270\cos(100\pi t + \frac{\pi}{6})(V)$

2. $C = \frac{10^{-4}}{2\pi} F$, $P_{\max} \approx 558,7(W)$; 3. $f_0 = 500Hz$, $U_{C1max} = 480,2(V)$.

Bài 12. Cho đoạn mạch nối tiếp như hình vẽ (hình vẽ)

Trong mỗi hộp X, Y chứa một linh kiện thuộc loại điện trở, cuộn cảm hoặc tụ điện. Đặt vào hai đầu đoạn mạch một điện áp xoay chiều $u_{AB} = 100\sqrt{2}\cos(2\pi f.t)(V)$. Lúc tần số $f = 50(Hz)$,



thì $U_{AM} = 200(V)$; $U_{MB} = 100\sqrt{3}(V)$; $I = 2(A)$. Giữ điện áp hiệu dụng hai đầu đoạn mạch và giá trị các linh kiện không đổi, tăng f lên quá 50(Hz) thì cường độ dòng điện hiệu dụng trong mạch giảm. Hỏi X, Y chứa linh kiện gì? Xác định giá trị của các linh kiện đó.

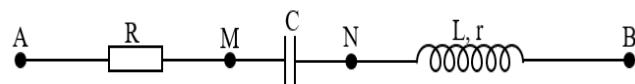
TÀI LIỆU BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI VẬT LÝ TRUNG HỌC PHỔ THÔNG

ĐS: : X chứa cuộn dây có $r = 50(\Omega)$; $L = 0,5\sqrt{3}/\pi(H)$ và Y chứa tụ điện, $C = 10^{-3}/5\sqrt{3}(F)$

Bài 13. Mạch điện xoay chiều gồm điện trở thuần R, cuộn cảm thuần có độ tự cảm L và tụ điện có điện dung C theo thứ tự mắc tiếp ($2L > C \cdot R^2$). Đặt vào hai đầu đoạn mạch điện áp xoay chiều $u = U\sqrt{2} \cos \omega t$ với U không đổi còn ω thay đổi được. Điều chỉnh ω sao cho U_C đạt giá trị cực đại thì $U_R = 3U_L$. Tìm hệ số công suất của mạch khi đó.

$$\text{ĐS: } \cos \varphi = \frac{2}{\sqrt{13}} \approx 0,55$$

Bài 14. Cho mạch điện không phân nhánh như hình 3 gồm: điện trở thuần R, cuộn dây không thuần cảm có độ tự cảm L, điện trở hoạt động r và tụ điện có điện dung C. Đặt vào hai đầu A và B điện áp xoay chiều có biểu thức $u = 120\sqrt{6} \cos(2\pi ft)(V)$ với tần số f thay đổi được.



a. Khi $f = f_1 = 50 Hz$ thì u_{AN} lệch pha $\frac{\pi}{2}$ so với u_{MB} và lệch pha $\frac{\pi}{3}$ so với u_{AB} .

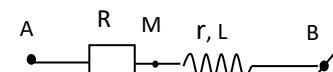
Biết điện áp hiệu dụng giữa hai điểm A, M là $U_{AM} = 120 V$, công suất tiêu thụ trên mạch AB là 360W. Tính các giá trị R, L, r, C.

b. Khi $f = f_2$ thì điện áp hiệu dụng giữa hai điểm M, B là U_{MB} có giá trị cực tiểu. Tìm f_2 và U_{MB} khi đó.

$$\text{ĐS: a. } R = 60(\Omega); r = 30(\Omega), L = \frac{0,5\sqrt{3}}{\pi}(H), C = \frac{10^{-3}}{2\pi\sqrt{3}}(F).$$

$$\text{b. } f_2 = 31,6(Hz); U_{MB\min} = 40\sqrt{3}(V)$$

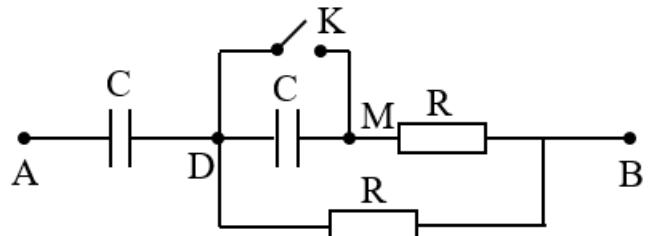
Bài 15. Cho mạch điện như hình vẽ 1, hiệu điện thế hai đầu đoạn mạch dạng $u_{AB}=120\sqrt{2} \cos 100\pi t(V)$.



1. Khi K đóng hiệu điện thế hiệu dụng $U_{AM}=40\sqrt{3}(V)$, hiệu điện thế hai đầu đoạn mạch MB sớm pha $\frac{\pi}{6}$ so với u_{AB} . Tìm biểu thức của hiệu điện thế hai đầu đoạn mạch AM.
2. Khi K mở hiệu điện thế hiệu dụng $U'_{AM}=40\sqrt{7}(V)$. Cho điện dung của tụ điện $C=\frac{10^{-3}}{3\pi} F$. Tìm R, r

$$\text{ĐS: 1. } u_{AM}=40\sqrt{6} \cos(100pt - \pi/6); 2. r=10\sqrt{3} \Omega; R=20\sqrt{3} \Omega$$

Bài 16. Cho mạch điện xoay chiều như hình bên. Biết $u_{AB} = 120\sqrt{2}\sin \omega t(V)$; $\frac{1}{Cw} = mR$ (với m là tham số dương).



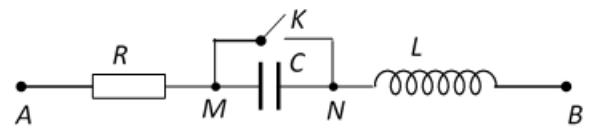
1. Khi khoá K đóng, tính m để hệ số công suất của mạch bằng 0,5.

2. Khi khoá K mở, tính m để điện áp u_{AB} vuông pha với u_{MB} và tính giá trị điện áp hiệu dụng U_{MB} .

$$\text{ĐS: a. } m = \frac{\sqrt{3}}{2}; \text{ b. } m=1, U_{MB} = 40(V)$$

Bài 17. Cho mạch điện như hình vẽ bên, gồm điện trở R , tụ điện C và cuộn cảm có điện trở thuần mắc nối tiếp. Đặt vào hai đầu đoạn mạch một điện áp xoay chiều $u_{AB} = 120\cos(100\pi t)V$. Bỏ qua điện trở của dây nối và của khoá K.

1. Ban đầu khoá K đóng, điện áp hiệu dụng hai đầu đoạn AM và MB lần lượt là: $U_1 = 40V; U_2 = 20\sqrt{10}V$.



a) Tính hệ số công suất của đoạn mạch.

b) Viết biểu thức của điện áp tức thời hai đầu điện trở R .

2. Điện dung của tụ điện $C = \frac{10^{-3}}{\pi}F$. Khoá K mở thì điện áp hiệu dụng giữa hai điểm M, B là $U_{MB} = 12\sqrt{10}V$. Tính giá trị của điện trở R và độ tự cảm L .

$$\text{ĐS: 1a. } \cos\varphi = \frac{\sqrt{2}}{2}; \text{ 1b. } u_{AM} = 40\sqrt{2}\cos(100\pi t - \pi/4)(V); \text{ 2. } R = 10\Omega, L = 0,15/\pi(H).$$

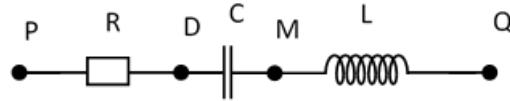
Bài 18. Cho mạch điện không phân nhánh như hình 2, gồm có điện trở thuần $R = 80\Omega$, cuộn dây L không thuần cảm và tụ điện C . Điện áp giữa hai điểm P và Q có biểu thức $u_{PQ} = 240\sqrt{2}\cos 100\pi t(V)$.

a) Dòng điện hiệu dụng trong mạch là $I = \sqrt{3}(A)$, u_{DQ} sớm pha hơn u_{PQ} là $\frac{\pi}{6}$, u_{PM} lệch

pha $\frac{\pi}{2}$ so với u_{PQ} . Tìm độ tự cảm, điện trở thuần r của cuộn dây và điện dung

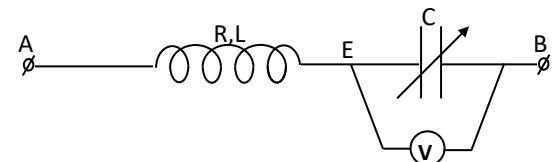
của tụ điện.

b) Giữ nguyên tụ điện C, cuộn dây L và điện áp giữa hai điểm P và Q như đã cho, thay đổi điện trở R. Xác định giá trị của R để công suất tiêu thụ trong đoạn mạch PM là cực đại.



ĐS: a. $L = 0,562(H)$; $C = 23(\mu F)$; $r = 40\Omega$; b. $R = 80\Omega$

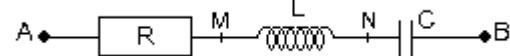
Bài 19. Cho mạch điện xoay chiều như hình vẽ bên. Điện áp hai đầu mạch là $u_{AB} = 60\sqrt{2} \cos\left(100\pi t - \frac{\pi}{6}\right)(V)$. Điều chỉnh giá trị điện dung C của tụ điện để vôn kế V chỉ giá trị cực đại và bằng 100V. Viết biểu thức điện áp u_{AE} .



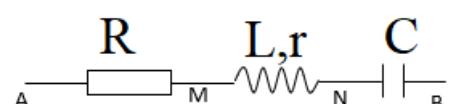
ĐS: $u_{AE} = 80\sqrt{2} \cos\left(100\pi t + \frac{\pi}{3}\right)(V)$

Bài 20. Trong quá trình truyền tải điện năng đi xa cần tăng điện áp của nguồn lên bao nhiêu lần để giảm công suất hao phí trên đường dây đi 100 lần. Giả thiết công suất tiêu thụ nhận được không đổi, điện áp tức thời u cùng pha với dòng điện tức thời i. Biết ban đầu độ giảm điện thế trên đường dây bằng 15% điện áp của tải tiêu thụ.

ĐS: $\frac{U'}{U} = 8,7$



Bài 21. Cho mạch điện xoay chiều như hình vẽ bên. Hiệu điện thế xoay chiều hai đầu mạch có biểu thức: $u_{AB} = U_0 \sin 100\pi t (V)$, bỏ qua điện trở các dây nối. Các hiệu điện thế hiệu dụng: $U_{AN} = 300 (V)$, $U_{MB} = 60\sqrt{3} (V)$. Hiệu điện thế u_{AN} lệch pha so với u_{MB} một góc $\frac{\pi}{2}$. Cuộn dây có hệ số tự cảm $L = \frac{1}{\sqrt{3}\pi} (H)$ với điện trở r , điện dung của tụ điện $C = \frac{\sqrt{3} \cdot 10^{-3}}{16\pi} (F)$.



1) Tính điện trở r.

2) Viết biểu thức hiệu điện thế u_{AN} .

ĐS: 1. 20Ω ; 2. $u_{AN} = 300\sqrt{2} \sin\left(100\pi t + \frac{49\pi}{180}\right)(V)$.

Bài 22. Cho mạch điện xoay chiều gồm cuộn dây D có độ tự cảm L mắc nối tiếp với điện trở thuần R và tụ điện có điện dung C (hình vẽ). Biết điện áp giữa hai đầu đoạn mạch AB có biểu thức $u = U_0 \cos 100\pi t$ (V) không đổi. Các vôn kế nhiệt $V_1; V_2$ có điện trở rất lớn chỉ lần lượt là $U_1 = 120V$; $U_2 = 80\sqrt{3}V$. Điện áp tức thời giữa hai đầu đoạn mạch MB lệch pha so với điện áp tức thời giữa hai đầu đoạn mạch NB góc $\pi/6$ và lệch pha so với điện áp tức thời giữa hai đầu đoạn mạch AN góc $\pi/2$. Ampe kế nhiệt có điện trở không đáng kể chỉ $\sqrt{3}A$.

a. Xác định các giá trị của R; L và C.

b. Tính U_0 và viết biểu thức cường độ dòng điện tức thời qua mạch.

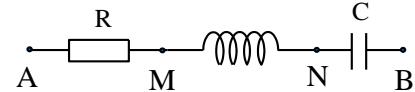
ĐS: a. $R=40\Omega$, $C \approx 4,59 \cdot 10^{-5} F$, $L \approx 0,11H$.

$$b. U_0 = 120\sqrt{2} \text{ (V)}; i = \sqrt{6} \cos(100\pi t + \pi/6) \text{ (A)}$$

Bài 23. Mạch điện nối tiếp gồm một tụ điện $10\mu F$ và một ampe kế xoay chiều có điện trở không đáng kể được mắc vào một hiệu điện thế xoay chiều tần số $50Hz$. Để tăng số chỉ của ampe kế lên gấp đôi hoặc giảm số chỉ đó xuống còn một nửa giá trị ban đầu, cần mắc nối tiếp thêm vào mạch trên một cuộn dây thuần cảm có độ tự cảm bằng bao nhiêu?

ĐS : $L_3 = 6L_1 = 3(H)$

Bài 24. Một đoạn mạch điện xoay chiều AB gồm một điện trở



thuần, một cuộn cảm và một tụ điện ghép nối tiếp như trên

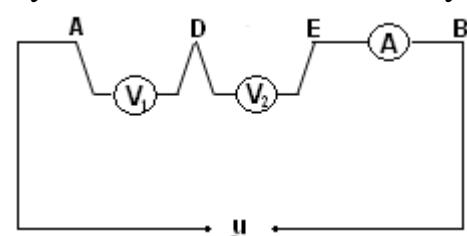
hình vẽ. Hiệu điện thế hai đầu đoạn mạch có dạng :

$u_{AB} = 175\sqrt{2} \sin 100\pi t$ (V). Biết các hiệu điện thế hiệu dụng $U_{AM} = U_{MN} = 25V$, $U_{NB} = 175V$. Tìm hệ số công suất của đoạn mạch AB.

ĐS: $\cos\varphi = 0,28$.

Bài 25. Hai đầu A, B của mạch điện nối với một nguồn điện xoay chiều có hiệu điện thế hiệu dụng không đổi $U_{AB} = 100V$ và có tần số f thay đổi được. Hai vôn kế xoay chiều V_1 và V_2 có điện trở rất lớn (coi như lớn vô cùng), ampe kế A và dây nối có điện trở không đáng kể.

1. Mắc vào hai chốt A và D một tụ điện có điện dung C và mắc vào hai chốt D, E một cuộn cảm có độ



tự cảm L , điện trở R và cho tần số $f = f_0 = 250$ Hz. Người ta thấy V_1 chỉ $U_1 = 200$ (V), vôn kế V_2 chỉ $U_2 = 100\sqrt{3}$ (V), ampe kế chỉ 1 (A). Tính các giá trị C , L , R của mạch.

2. Thay hai linh kiện trên bằng hai linh kiện khác (thuộc loại điện trở, tụ điện, cuộn cảm) thì số chỉ của các dụng cụ đo vẫn như trước và hơn nữa khi thay đổi tần số f của nguồn điện thì số chỉ của ampe kế giảm đi.

a. Hỏi đã mắc các linh kiện nào vào các chốt nói trên và giải thích tại sao? Tìm các giá trị R' , L' , C' (nếu có) của mạch và độ lệch pha giữa u_{AD} và u_{DE} .

b. Giữ nguyên tần số $f = f_0 = 250$ Hz và mắc thêm hai linh kiện nữa giống hệt hai linh kiện của câu 2a vào mạch. Hỏi phải mắc thế nào để thỏa mãn; số chỉ của các vôn kế vẫn như trước, nhưng số chỉ của ampe kế giảm đi một nửa. Trong trường hợp đó, nếu thay đổi tần số f của nguồn điện thì số chỉ của ampe kế thay đổi như thế nào?

$$\text{ĐS: 1. } R = 50\sqrt{3} \text{ } (\Omega); L = \frac{0,3}{\pi} \text{ } (\text{H}); C = \frac{10^{-5}}{\pi} \text{ } (\text{F}).$$

$$2a. + R' = 100 \text{ } (\Omega), L' = \frac{\sqrt{3}}{5\pi} \text{ } (\text{H}), C' = \frac{10^{-4}}{5\sqrt{3}\pi} \text{ } (\text{F}).$$

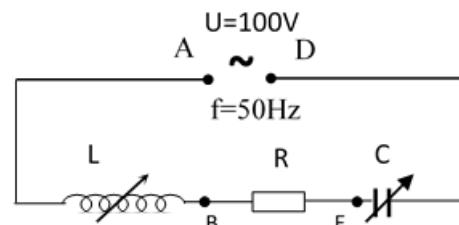
2b. Nếu thay đổi tần số f thì dòng điện sẽ giảm.

Bài 26.

Mạch điện có sơ đồ như hình vẽ. Cuộn dây thuận cảm L . Người ta thay đổi L và C để

công suất mạch tuân theo biểu thức: $P = K^2 \sqrt{Z_L Z_C}$.

a) Khi $L = \frac{1}{\pi} (H)$ thì $K^2 = 4$, dòng điện trong mạch cực đại. Tính C và R .



b) Tính độ lệch pha giữa u_{AE} và u_{BD} khi I_{max} . Tìm liên hệ giữa R , C , L để $I = K$. Lúc đó độ lệch pha giữa u_{AE} và u_{BD} bằng bao nhiêu?

$$\text{ĐS: a. } C = \frac{10^{-4}}{\pi} (F), R = 25\Omega; \text{ b. } R^2 = \frac{L}{C}; \varphi_{u_{AE}} - \varphi_{u_{BD}} = \frac{\pi}{2}$$

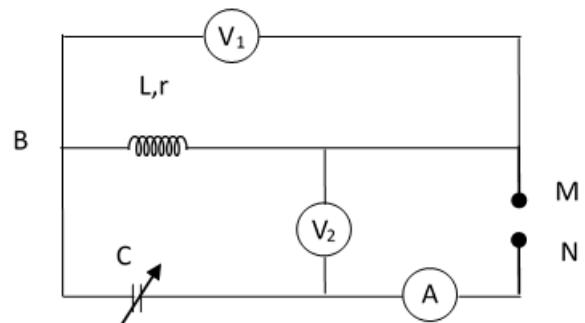
Bài 27. Một mạch điện XC gồm một cuộn dây thuần cảm có L_1 mắc nối tiếp với cuộn dây $L_2 = \frac{1}{2\pi} H$; điện trở trong $r = 50\Omega$. Điện áp XC giữa hai đầu đoạn mạch có dạng $u = 130\sqrt{2} \cos 100\pi t$ (V). Cường độ hiệu dụng trong mạch là 1A. Phải mắc thêm một tụ có điện dung C là bao nhiêu để điện áp giữa hai đầu cuộn (L_2, r) đạt giá trị cực đại.

$$\text{ĐS: } C = \frac{10^{-3}}{12\pi} F$$

Bài 28. Cho mạch điện như hình vẽ: Cho biết:

$$L = \frac{0.9}{\pi} (H), U_{MN} \text{ không đổi}, C \text{ thay đổi}, R_A = 0,$$

R_V rất lớn, tần số của dòng điện $f = 50\text{Hz}$; $r = 90(\Omega)$. Hãy chứng tỏ rằng khi điều chỉnh C để hiệu điện thế trên các vôn kế lệch pha nhau một góc $\frac{\pi}{2}$ thì U_C đạt giá trị cực đại.

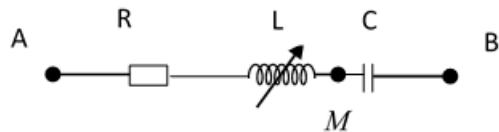


Bài 29. Cho mạch điện như hình vẽ:

$$u_{AB} = 200\sqrt{2} \cos 100\pi t (V), R = 100(\Omega); C = \frac{10^{-4}}{2\pi} (F)$$

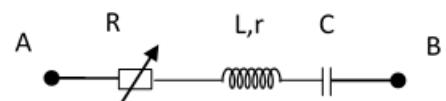
Cuộn dây thuần cảm và có độ tự cảm L thay đổi được. Tìm L để U_{AM} đạt giá trị cực đại. Tìm giá trị cực đại đó.

$$\text{ĐS: } L = 0,767(H), U_{AM \max} = 482(\Omega).$$



Bài 30. Cho mạch điện như hình vẽ: $u_{AB} = 200\sqrt{2} \cos 100\pi t (V)$.

$$L = \frac{1}{\pi} (H), C = \frac{10^{-4}}{2\pi} (F). R \text{ thay đổi.}$$



a. Tìm R để công suất trên R cực đại khi $r = 0$.

b. Tìm R để công suất trên R cực đại khi $r = 50(\Omega)$

$$\text{ĐS: a. } P_{max} = 200(W) \text{ khi } R = 100(\Omega);$$

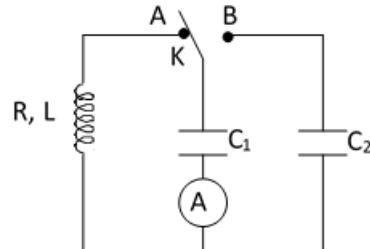
$$\text{b. } P_{max} = 124(W) \text{ thì } R = 100(\Omega).$$

VII.2. MẠCH ĐIỆN XOAY CHIỀU MẶC HỖN HỢP.

Bài 1. Cho mạch điện như hình vẽ 2.

$$L = \frac{1}{20\pi} (H); C_1 = C_2 = \frac{10^{-5}}{4\pi} (F); R_A = 0.$$

Đặt vào AB điện áp: $u_{AB} = U\sqrt{2}\cos(2000\pi t)(V)$. Đóng K vào A thì ampe kế chỉ 0,5 (A) và dòng điện qua C_2 sớm pha $\pi/3$ so với u_{AB} .



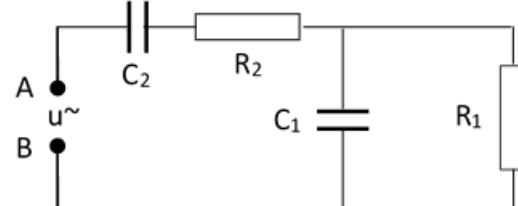
Hình 2

a. Tìm R, U, và cường độ hiệu dụng dòng điện qua cuộn L.

b. Đóng K sang B. Tìm số chỉ ampe kế.

ĐS: a. $U = 100\sqrt{3}(V); R = 100\sqrt{3}(\Omega); I_L = 0,5(A)$; b. $I_A = 0,5(A)$

Bài 2. Cho mạch điện như hình vẽ. Biết $C_1 = C$, $C_2 = 2C$, $R_1 = R$, $R_2 = 2R$. Hiệu điện thế xoay chiều đặt vào 2 điểm A và B có biểu thức $u = U_0 \sin \omega t$, trong đó biên độ U_0 được giữ không đổi còn tần số góc ω có thể thay đổi trong một khoảng giá trị rộng.



a. Hiệu điện thế hiệu dụng U_1 giữa hai đầu điện trở R_1 có thể đạt giá trị cực đại bằng bao nhiêu?

b. Khi U_1 đạt giá trị cực đại thì hiệu điện thế hiệu dụng U_2 giữa hai đầu điện trở R_2 đạt giá trị nào?

ĐS: a. $U_{1\max} = \frac{U_0\sqrt{2}}{7}$; b. $U_2 \approx 0,45U_0$

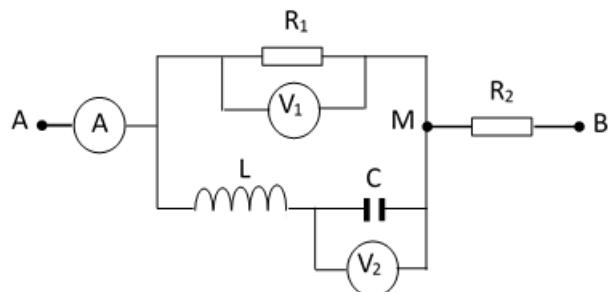
Bài 3. Cho mạch điện có sơ đồ như hình vẽ bên.

Cho biết: $R_1 = 3\Omega$; $R_2 = 2\Omega$; $C = 100nF$; L là cuộn dây thuận cảm với $L = 0,1H$; $R_A \approx 0$; $R_{V_1} = R_{V_2} = \infty$. Ampe kế và von kế là ampe kế và von kế nhiệt.

Đặt vào hai đầu A, B hiệu điện thế

$$u_{AB} = 5\sqrt{2} \cos \omega t (V).$$

- Dùng cách vẽ giản đồ vectơ Fresenius tìm biểu thức của các hiệu điện thế hiệu dụng U_{R_1} , U_C và cường độ dòng điện hiệu dụng qua R_2 theo hiệu điện thế hiệu dụng $U = U_{AB}$, R_1 , R_2 , L , C và ω .



- Tìm điều kiện của ω để ampe kế có số chỉ lớn nhất có thể. Tìm số chỉ của các von kẽ V_2 và số chỉ ampe kế khi đó.

- Tìm điều kiện của ω để các von kẽ V_1 và V_2 có số chỉ như nhau. Tìm số chỉ của ampe kế và các von kẽ khi đó.

$$\text{ĐS: 1. } I = \sqrt{I_L^2 + I_{R1}^2} = \frac{UR}{R_1 R_2} \sqrt{\frac{R_1^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2}{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2}}; \quad U_{R1} = \frac{UR}{R_2} \frac{\left|L\omega - \frac{1}{C\omega}\right|}{\sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2}}$$

$$U_C = \frac{UR}{R_2} \frac{1}{C\omega \sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2}}; \text{ với } R = \left(\frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \right).$$

- $\omega = 10^4 \text{ rad/s}$, $2,5(A)$; $2500V$; 3. $\omega = 1,41 \cdot 10^4 \text{ rad/s}$; $I_A \approx 1(A)$; $U_{R1} = U_C \approx 3(V)$.

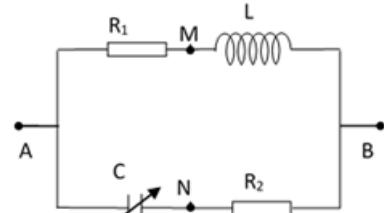
Bài 4. Cho mạch điện xoay chiều như hình vẽ.

Biết $u_{AB} = 180\sqrt{2} \sin(100\pi t) \text{ (V)}$, $R_1 = R_2 = 100 \Omega$, cuộn dây thuận cảm có $L = \frac{\sqrt{3}}{\pi} \text{ H}$, tụ điện có điện dung C biến đổi được.

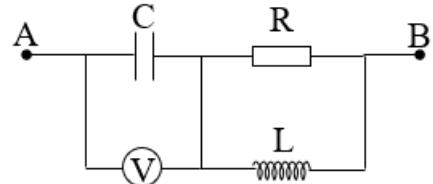
- Tìm C để hiệu điện thế hiệu dụng giữa hai điểm M, N đạt cực tiểu.

- Khi $C = \frac{100}{\pi\sqrt{3}} \mu F$, mắc vào M và N một ampe kế có điện trở không đáng kể thì số chỉ ampe kế là bao nhiêu?

ĐS: 1. $C = 55(\mu F)$; 2. $0,6A$.



Bài 5. Cho mạch điện như hình 2, trong đó điện dung C của tụ điện và điện trở R có thể thay đổi được. Cuộn dây cảm thuần có độ tự cảm $L = \frac{1}{\pi} H$; vôn kế có điện trở vô cùng lớn. Đặt vào hai đầu mạch điện áp $u_{AB} = 100\sqrt{2}\cos 100\pi t (V)$.

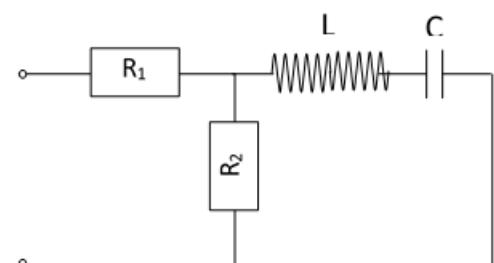


1. Khi $R = 100\sqrt{3}\Omega$, tìm C để số chỉ vôn kế đạt giá trị lớn nhất, tìm giá trị lớn nhất đó.

2. Tìm C để số chỉ của vôn kế không phụ thuộc vào R.

$$\text{ĐS: 1. } C = \frac{10^{-4}}{\pi} F; 200V; 2. C = \frac{2 \cdot 10^{-4}}{\pi} F.$$

Bài 6. Cho mạch điện như hình vẽ: Các điện trở thuần $R_1 = 400\Omega$, $R_2 = 200\Omega$; cuộn dây thuần cảm có độ tự cảm $L = \frac{2}{\pi} H$; tụ điện có điện dung $C = \frac{10^2}{\pi} \mu F$. Đặt vào hai đầu mạch điện một điện áp xoay chiều $u = 2\sqrt{2}\cos\omega t (V)$, tần số góc ω có thể thay đổi được.

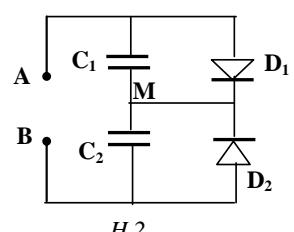


a) Giá trị của ω bằng bao nhiêu để hiệu điện thế giữa hai bản của tụ điện đạt giá trị cực đại?

b) Nếu thay điện trở R_2 bằng điện trở $R_3 = 500\Omega$ thì giá trị cực đại của hiệu điện thế giữa hai bản của tụ điện là bao nhiêu và ứng với giá trị nào của ω ?

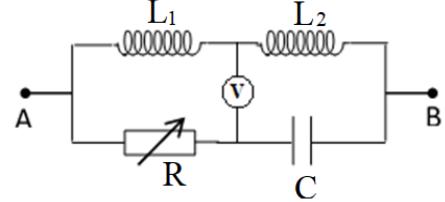
$$\text{ĐS: a. } \omega = \frac{\sqrt{2LC - R^2C^2}}{\sqrt{2LC}} \approx 165,6 \text{ rad/s; b. } \omega = 0; U_C = U \frac{R_3}{R_1 + R_3} = \frac{10}{9} V$$

Bài 7. Cho mạch điện như hình vẽ. Hai tụ điện có điện dung C_1 và C_2 (với $C_2 > C_1$), hai di ôt lí tưởng. Đặt vào hai đầu đoạn mạch một điện áp xoay chiều $u_{AB} = U_0 \cos \omega t$. Viết biểu thức của điện áp hai đầu mỗi tụ khi hệ ở trạng thái ổn định.



$$\text{ĐS: } u_{AM} = \frac{C_2 U_0}{C_1 + C_2} \cdot (\cos \omega t - 1); u_{MB} = \frac{C_1 U_0}{C_1 + C_2} \cos \omega t + \frac{C_2 U_0}{C_1 + C_2}$$

Bài 8. Cho mạch điện xoay chiều như hình vẽ: Biết $u_{AB} = 100\sqrt{2} \cos 100\pi t$ (V); hai cuộn dây cảm thuần giống nhau; tụ điện có điện dung $C = \frac{10^{-4}}{\pi}$ F; vôn kế nhiệt có $R_V = \infty$.

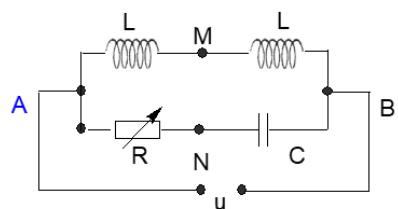


1. Xác định số chỉ của vôn kế.

2. Tìm R để điện áp hai đầu vôn kế lệch pha $\pi/2$ so với điện áp giữa hai điểm A, B.

ĐS: 1. 50V; 2. $R = 100\Omega$

Bài 9. Mạch điện như hình vẽ . Hai cuộn dây thuần cảm có cùng $L = \frac{\sqrt{3}}{6\pi}$ H, tụ có $C = \frac{\sqrt{3}}{5\pi} 10^{-3}$ F, R là biến trở. Hai đầu đoạn mạch nối với nguồn xoay chiều $u = 200\sqrt{2} \sin 100\pi t$ (V).



a). Điều chỉnh cho $R = 50\Omega$.

1) Viết biểu thức của cường độ dòng điện (i) qua mạch chính.

2) Tính công suất tiêu thụ trên mạch điện.

b). Chứng minh rằng hiệu điện thế hiệu dụng U_{MN} không đổi khi thay đổi R . Tính U_{MN} .

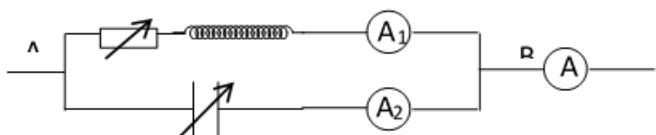
ĐS: a1. $i = 2\sqrt{6} \sin(100\pi t - \frac{\pi}{6})$ (A); a2. 600W; b. 100V.

Bài 10. Áp đặt một điện áp xoay chiều ổn định vào hai đầu đoạn mạch điện như hình vẽ. Biết $L = 1/\pi(H)$; R và C có thể thay đổi được.

a) Giữ cố định giá trị $C = C_1$ và thay đổi R , ta có các kết quả sau :

+ Số chỉ của ampe kế A luôn bằng 1A

+ Khi $R = R_1 = 100\Omega$ thì u_{AB} và cường độ dòng điện i trong mạch chính cùng pha. Tính C_1 và xác định số chỉ của các ampe kế lúc này



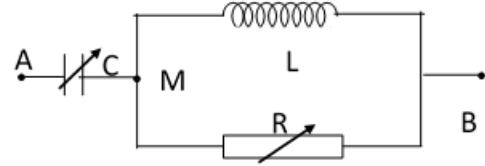
b) Tìm giá trị của C phải thoả để khi điều chỉnh R ; điện áp tức thời u_{AB} ở hai đầu mạch điện luôn lệch pha với cường độ dòng điện trong mạch chính.

ĐS: a. $1,414A$; $C_1 = \frac{10^{-4}}{2\pi} F$; b. $C > \frac{10^{-4}}{\pi} F$

Bài 11. Cho mạch điện như hình 3: $u_{AB} = 80\sqrt{2} \cos 100\pi t$ (V), L là cuộn dây cảm thuần có độ tự cảm $\frac{0,4}{\pi}$ H, tụ điện C và điện trở R đều có thể thay đổi được.

1/ Cho $Z_C = Z_L$, $R = R_1 = 75\Omega$. Chứng minh rằng :

a/ i_R sớm pha $\frac{\pi}{2}$ so với u_{AB} .



Hình 3

b/ Khi $Z_C = Z_L$ thì U_C đạt cực đại. Tính U_{Cmax} .

2/Giữ nguyên C điều chỉnh R, chứng tỏ công suất tiêu thụ $P = kR$, k là hằng số không phụ thuộc vào R.

3/ Giữ $R = R_1$. Tìm C để u_{AB} cùng pha với i.

ĐS : 1b. $170V$; 3. $C = 10^{-4}F$.

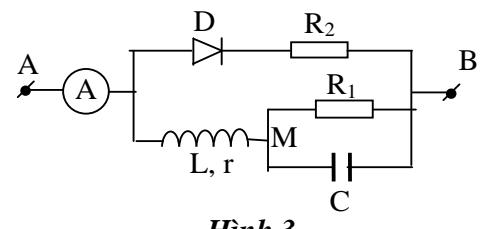
Bài 12. Cho mạch điện xoay chiều như hình vẽ 3.

Các điện trở $R_1 = 150 (\Omega)$; $R_2 = 200 (\Omega)$; cuộn dây có độ tự cảm $L = \frac{1}{\pi} (H)$ và điện trở

trong $r = 50 (\Omega)$. D là một diốt lí tưởng. Ampe kế có điện trở không đáng kể. Đặt vào hai đầu đoạn mạch AB một điện áp xoay chiều $u_{AB} = 200\sqrt{2} \cos 100\pi t$ (V).

Dòng điện qua tụ điện cùng pha với điện áp u_{AB} . Tính giá trị điện dung C của tụ và số chỉ của ampe kế.

ĐS: $C = \frac{4 \cdot 10^{-4}}{3\pi} F$; $2,7A$.



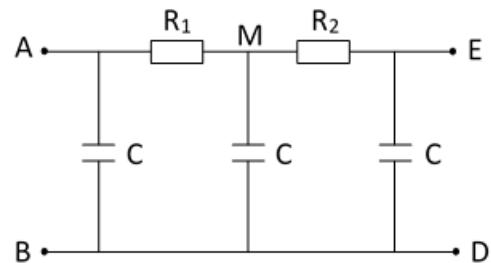
Hình 3

Bài 13. Cho mạch điện xoay chiều như hình vẽ.

Các tụ điện đều có điện dung bằng C, $R_1 = R_0$; $R_2 = mR_0$ (m là hằng số).

Đặt vào A, B một hiệu điện thế xoay chiều $u = U_0 \sin \omega t$
với $\omega = \frac{1}{R_0 C}$.

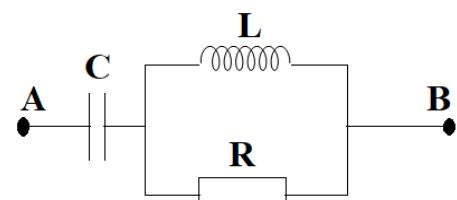
Xác định hiệu điện thế hiệu dụng giữa hai điểm E và D?



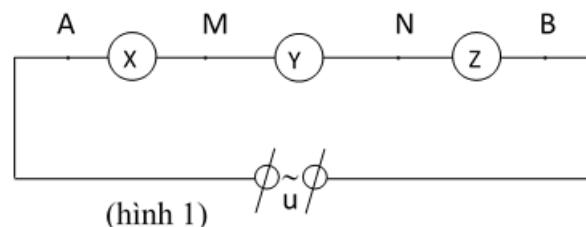
$$\text{ĐS: } U_{ED} = \frac{U_0}{\sqrt{4m^2 + 4m + 10}}$$

Bài 14. Cho mạch điện như hình vẽ . Giữa hai điểm A và B luôn có hiệu điện thế $u_{AB} = U\sqrt{2} \cos \omega t(V)$. Cuộn dây có hệ số tự cảm L xác định
Hãy xác định giá trị của C để : Cường độ hiệu dụng của
dòng điện qua C không phụ thuộc vào R

$$\text{ĐS: } C = \frac{2}{L\omega^2}$$

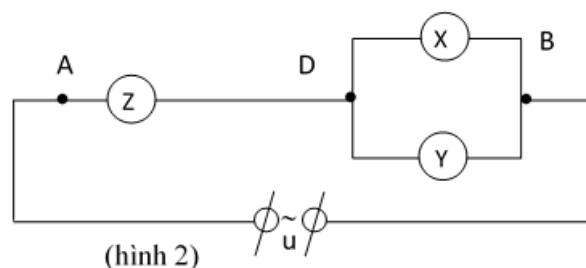


Bài 15. Mạch điện xoay chiều gồm 3 phần tử : điện trở thuận R, cuộn thuận cảm có độ
tự cảm L và tụ có điện dung C mắc nối tiếp
như hình vẽ (1). Biết u_{AN} nhanh pha so với
 u_{MB} và $|\tan \varphi_{AN}| = 2|\tan \varphi_{MB}|$



Nếu mắc mạch lại như hình vẽ (2) thì
cường độ hiệu dụng qua mạch chính là bao
nhiêu? Biết dung kháng $Z_C = 50\Omega$ và điện áp hiệu dụng hai đầu mạch là 100V.

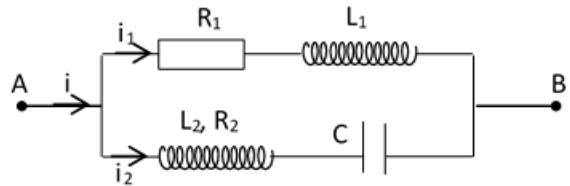
$$\text{ĐS: } I = 2A$$



Bài 16. Cho $R = 10 \Omega$; $L_1 = 0,1/\pi$ (H); $R_2 = 10\sqrt{3} \Omega$; $L_2 = 0,5/\pi$ (H);

$$C = 10^{-3}/6\pi \text{ (F)}$$

$$u_{AB} = 100\sqrt{2} \sin 100\pi t \text{ (V)}$$



Tìm:

1. Biểu thức dòng điện chính?

2. Tổng trở của mạch?

3. Công suất và hệ số công suất?

ĐS: 1. $i = 9,5\sqrt{2} \sin\left(100\pi t - \frac{\pi}{12}\right)$ (A); 2. $Z = 10,5\Omega$; 3. $P = 932,5(W)$, $\cos \varphi = 0,966$

Bài 17. Cho $R_1 = 60\Omega$; $L_1 = 6/5\pi$ (H); $R_2 = 50 \Omega$; $L_2 = 1/\pi$ (H).

$$u_{AB} = 120\sqrt{2} \sin 100\pi t \text{ (V)}$$

Biết rằng i_1 và i_2 lệch pha nhau $\pi/2$

1/ Viết biểu thức dòng điện i_1 ?

2/ Tìm C và viết biểu thức dòng điện i_2 ?

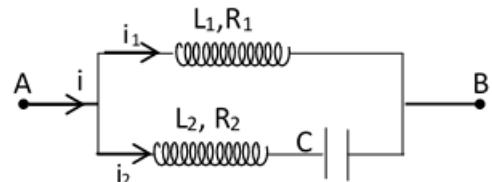
3/ Viết biểu thức dòng điện trong mạch chính i ?

ĐS: 1. $i_1 = 0,4\sqrt{10} \sin(100\pi t - \frac{63\pi}{180})$ (A);

2. $i_2 = \frac{24\sqrt{10}}{25} \sin\left(100\pi t + \frac{27\pi}{180}\right)$ (A);

$$C = \frac{4}{5\pi} \cdot 10^{-4} F$$

3. $i = 2,3\sqrt{2} \sin(100\pi t + \frac{4\pi}{180})$ (A)

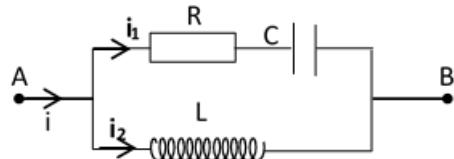


Bài 18. Cho mạch điện xoay chiều như hình vẽ, dòng điện trong mạch chính:

$$i = 1,5\sqrt{2} \sin 100\pi t (A)$$

$$L = 5/6\pi (H) ; P = 180W ; \cos\varphi = 0,8$$

Tìm I_2 ? I_1 ? R ? C ?

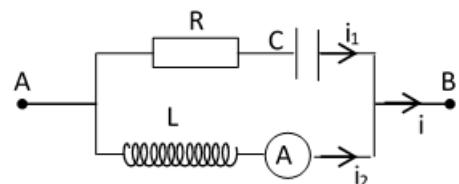


ĐS: $I_2 = 1,8(A)$; $I_1 = 1,5 (A)$;

Trường hợp 1: $R = 80(\Omega)$, $C = \frac{10^{-3}}{6\pi} F$. Trường hợp 2: $R = 51,6(\Omega)$, $C = 56,9 \cdot 10^{-6} F$

Bài 19. $u = 200\sqrt{2} \sin 100\pi t (V)$. Cuộn dây thuần cảm; $R_{BB_{aBB}} = 0$; $R = 100 \Omega$; L, C được lựa chọn sao cho $\cos\varphi = 1$. Tìm L và C tương ứng để số chỉ của ampe kế cực đại?

ĐS: $C = \frac{1}{\pi} \cdot 10^{-4} F$, $L = \frac{2}{\pi} H$, $I_{2\max} = 1(A)$



Bài 20. Cho $u_{AD} = U\sqrt{2} \sin \omega t (V)$; $R_1 = R_2 = R_3 = R$

1. Trong giản đồ vectơ của mạch, quỹ tích các điểm biểu diễn điện thế của điểm F khi C biến thiên từ $0 \rightarrow \infty$ là đường gì? (Lấy $V_{AB} = 0$).

2. Tìm biên độ và góc lệch pha của u_{FB} so với u_{AD}

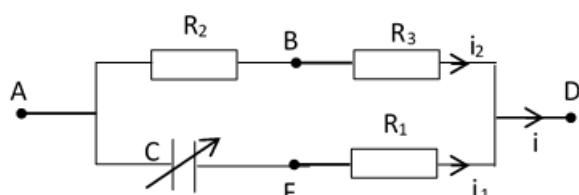
3. Tính các giá trị của C để có u_{FB} :

a. Cùng pha với u_{AD} ?

b. Ngược pha với u_{AD} ?

c. Lệch pha $\pi/2$ so với u_{AD} ?

Biết $R = 50 \Omega$; $\omega = 300 \text{ rad/s}$.



4. Tìm điều kiện để có $I_1 = I_2$?

Trong điều kiện $I_1 = I_2$, tìm I và góc lệch pha của dòng điện mạch chính so với u_{AD} .

Biết $U = 100 (V)$?

ĐS: 1. Đường tròn đường kính AD bằng U.

1. Biên độ $\frac{U_0}{2}$ và trễ pha 2α so với u , với $\tan \alpha = RC\omega$.

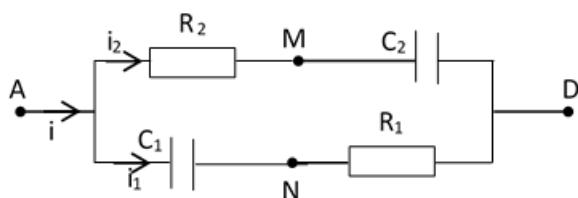
3a. $C = 0$; 3b. $C = \infty$; 3c. $C = 66,6\mu F$

4. Điều kiện $RC\omega = \frac{1}{\sqrt{3}}$; Dòng i sớm pha so với u góc 30° , $I = \sqrt{3}(A)$

Bài 21. Cho mạch điện như hình vẽ

$$u_{AB} = U\sqrt{2} \sin \omega t(V)$$

Tìm hệ thức liên hệ giữa R_1, R_2, C_1, C_2 và ω để:



1. u_{MN} vuông pha với u_{AB} ?

2. u_{MN} Có biên độ cực đại. Tìm độ lệch pha giữa u_{MN} và u_{AB} lúc đó?

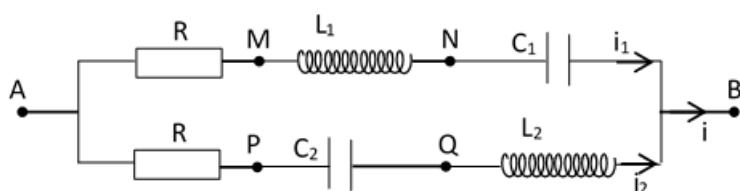
3. u_{MN} có giá trị hiệu dụng bằng $U\sqrt{3}/2$ và lệch pha $\pi/3$ so với u_{AB} ?

ĐS: 1. $R_1 R_2 C_1 C_2 \omega^2 = 1$; 2. $R_1 C_1 = R_2 C_2$, lệch góc φ , $\tan \varphi = \frac{2R_1 C_1 \omega}{1 - R_1^2 C_1^2 \omega^2}$; 3.

$$\frac{R_2 C_2}{R_1 C_1} = 2 + \sqrt{3}$$

Bài 22. Cho mạch điện như hình vẽ.

$R = 100 \Omega$, $L_1 = 2/\pi$ (H), $L_2 = 1/\pi$ (H), Hai cuộn dây đều thuận cảm.



$$C_1 = 31,8\mu F, C_2 = 15,9\mu F, f = 50 \text{ Hz.}$$

1. Biết $U_{MP} = 200 \text{ V}$. Tìm U_{AB} ?

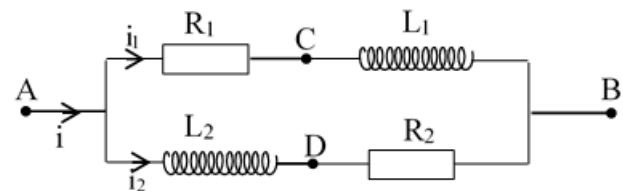
2. Viết biểu thức dòng điện chính. Lấy pha của u_{AB} làm pha gốc?

ĐS: a. $U_{AB} = 200V$; b. $i = 2\sqrt{2} \sin 100\pi t(A)$

Bài 23. Cho mạch điện như hình vẽ. Các thông số trên hình đã cho.

$$u_{AB} = U\sqrt{2} \sin \omega t(V)$$

1. Tìm điều kiện để $U_{CD} = U_{AB}$. Trong trường hợp này tính độ lệch pha giữa u_{AB} và u_{CD} ?



2. Mạch này có công dụng gì? Hãy vẽ một mạng khác có công dụng như thế?

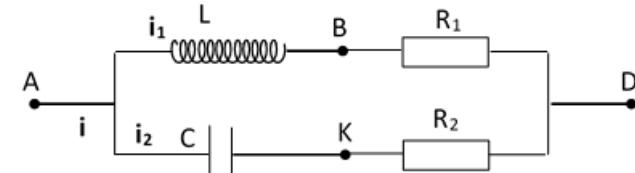
ĐS: 1. Điều kiện $L_1R_2 = L_2R_1$; độ lệch pha $\varphi: \operatorname{tg}\varphi = \frac{2\omega L_1 R_1}{R_1^2 - \omega^2 L_1^2}$

Bài 24. Cho mạch điện như hình vẽ. Trong đó $R_1 = R_2 = R = 40\Omega$,

$$Z_L = Z_C = 30\Omega, U_{AD} = 100(V)$$

1. Tìm i_1, i_2 , và i ?

2. Tìm U_{BK} ?



ĐS:

1.

$$i_1 = 2\sqrt{2} \sin(100\pi t - \frac{37\pi}{180})(A)$$

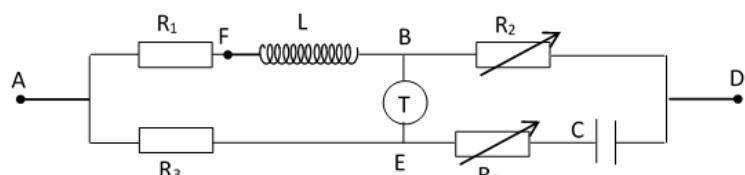
$$i_2 = 2\sqrt{2} \sin(100\pi t + \frac{37\pi}{180})(A), i = 3,2\sqrt{2} \sin 100\pi t(A)$$

2. 96V

Bài 25. Cho mạch điện như hình vẽ. Cho $R_3 = 1000\Omega$, $C = 0,2\mu F$,

$\omega = 1000\text{rad/s}$. Chỉnh cho $R_2 = 1000\Omega$

, $R_4 = 5000\Omega$ thì $U_{BE} = 0$ (Không có dòng qua tai nghe (T))



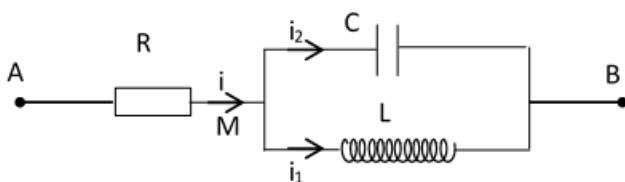
1/ Vẽ giản đồ vecto?

2/ Tính R_1 và L ?

ĐS: $L = 0,1(H)$; $R_1 = 100(\Omega)$

Bài 26. Mạch điện xoay chiều như hình vẽ: Biết $R = 3\Omega$, cuộn dây thuần cảm $L = \frac{12 \cdot 10^{-2}}{\pi} H$, tụ điện có điện dung $C = \frac{10^{-2}}{\pi} F$ dòng điện $i_R = 5\sqrt{2} \sin 100\pi t(A)$

1. Xác định hiệu điện thế giữa A và B?
2. Tính công suất tiêu thụ của mạch? Tính tổng trở của mạch?

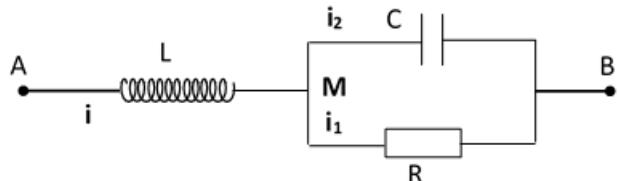


ĐS: 1. $25V$; 2. $P = 75 W$, $Z = 5(\Omega)$

Bài 27. Cho đoạn mạch như hình vẽ, $u_{AB} = 173\sqrt{2} \sin 100\pi t(V)$; $R = 200/\sqrt{3}(\Omega)$; $L = 0,159(H)$

$C = 15,9 \mu F$; Cuộn dây thuần cảm.

1. Tìm biểu thức của i ?
2. Tìm tổng trở và công suất của mạch?



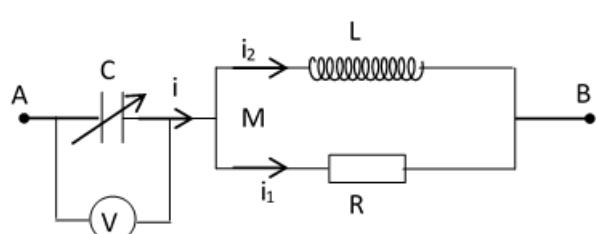
ĐS: 1. $i = 2\sqrt{2} \sin 100\pi t(A)$;

2. $P = 200\sqrt{3} W$

Bài 28. Cho mạch điện xoay chiều như hình vẽ: $u_{AB} = 100\sqrt{2} \sin 100\pi t(V)$; $R = 30\Omega$; $L = 0,128(H)$

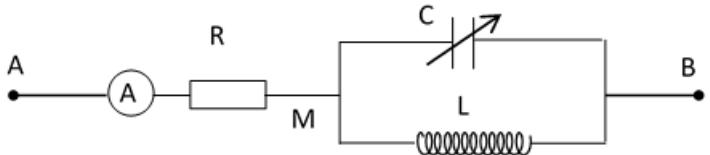
Tìm số chỉ cực đại của vôn kế khi cho C thay đổi?

ĐS: $U_{C_{max}} = 125(V)$



Bài 29. Cho mạch điện xoay chiều như hình vẽ

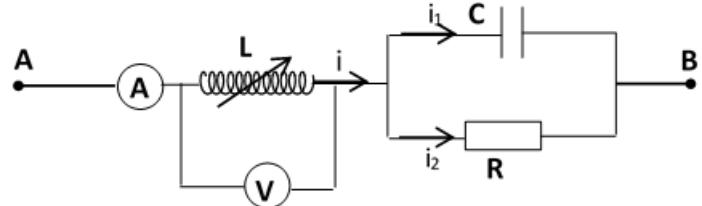
$u_{AB} = 100\sqrt{2} \sin 100\pi t(V)$; $L = 0,159$ (H). Tìm C để số chỉ của ampe kế cực tiểu? Viết biểu thức dòng điện khi đó?



$$\text{ĐS: } C = \frac{10^{-4}}{2\pi} F; i = 0; i_1 = 2\sqrt{2} \sin(100\pi - \frac{\pi}{2})(A); i_2 = 2\sqrt{2} \sin(100\pi + \frac{\pi}{2})(A)$$

Bài 30. Cho mạch điện xoay chiều như hình vẽ, biết $U_{AB} = 120$ (V) ; $f = 50$ (Hz) ; $R = 15\Omega$; $C = 10P^{-3}F/2\pi$ (F).

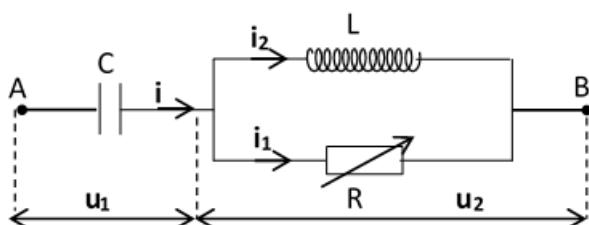
Điều chỉnh L để số chỉ của ampe kế cực đại? Tìm số chỉ đó? Suy ra số chỉ của vôn kế và độ tự cảm L?



$$\text{ĐS: } I_{\max} = 12,5(A). \text{ Độ tự cảm lúc đó: } L = 23(mH). \text{ Số chỉ của vôn kế: } U_1 = 90(V)$$

Bài 31. Cho mạch điện xoay chiều như hình vẽ , $u = U\sqrt{2} \sin 100\pi t(V)$

1. Cho $LC\omega^2 = 1$. Chứng minh rằng dòng điện qua R không phụ thuộc R?
2. Cho $LC\omega^2 = 2$. Chứng minh rằng dòng điện qua C không phụ thuộc R?
3. Tìm điều kiện để dòng qua điện trở thuần I_R không phụ thuộc R?
4. Tìm điều kiện để dòng qua tụ I_C không phụ thuộc R?



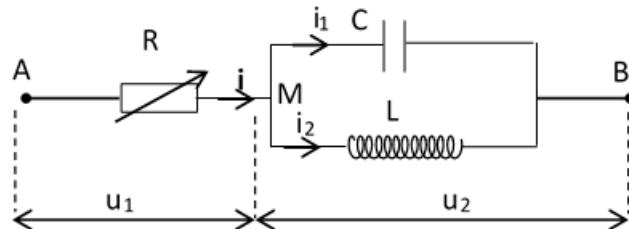
$$\text{ĐS : 3. } LC\omega^2 = 1; 4. \text{ } LC\omega^2 = 2$$

Bài 32. Cho mạch điện xoay chiều như hình vẽ. Biết $U_{AB} = 24(V)$; $Z_L = 20\Omega$; $Z_C = 30\Omega$; $f = 50 \text{ Hz}$

1. Tìm R để công suất P đạt cực đại?

Tìm P_{\max}

2. Xác định R khi $P = P_{\max}/2$?



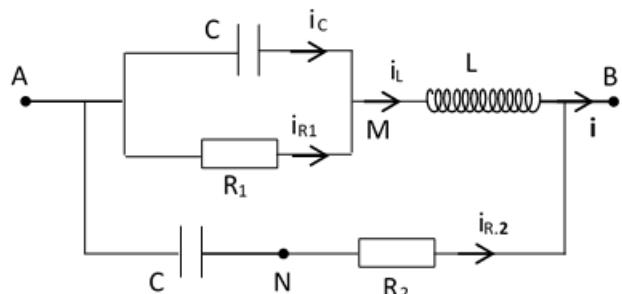
ĐS: 1. Khi $R = 12(\Omega)$, $P_{\max} = 24(W)$

2. $R = 287,5 (\Omega)$ hoặc $R = 0,5 (\Omega)$

Bài 33. Cho mạch điện xoay chiều như hình vẽ, biết $u_{AB} = 200\sqrt{2} \sin 100\pi t (V)$; $R_1 = 100\Omega$; $Z_C = Z_L = 100\Omega$. Dòng điện qua cuộn cảm và dòng qua R_2 vuông pha với nhau.

1. Tìm R_2 ?

2. Viết biểu thức các cường độ dòng điện qua L , qua R_2 và dòng chính?

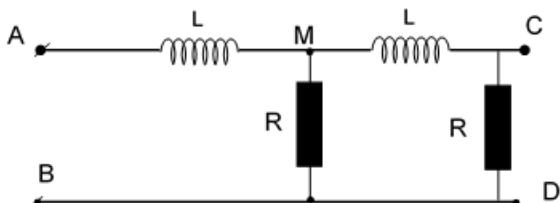


ĐS: 1. $R_2 = 100(\Omega)$.

$$2. i_L = 4 \sin(100\pi t - \frac{\pi}{4})(A); i_{R_2} = 2 \sin(100\pi t + \frac{\pi}{4})(A);$$

$$i = 2\sqrt{5} \sin(100\pi t - \frac{19\pi}{180})(A)$$

Bài 34. Cho mạch điện như hình vẽ gồm hai cuộn cảm thuần có cùng độ tự cảm L , hai điện trở thuần có cùng giá trị R . Đặt vào hai đầu A, B một điện áp xoay chiều. Biết điện áp tức thời u_{AB} vuông pha với điện áp tức thời u_{CD} . Tìm tần số của điện áp xoay chiều và tỉ số các điện áp hiệu dụng U_{CD}/U_{AB} .



$$\text{ĐS: } \omega = \frac{R}{L}, \frac{U_{CD}}{U_{AB}} = \frac{1}{3}$$

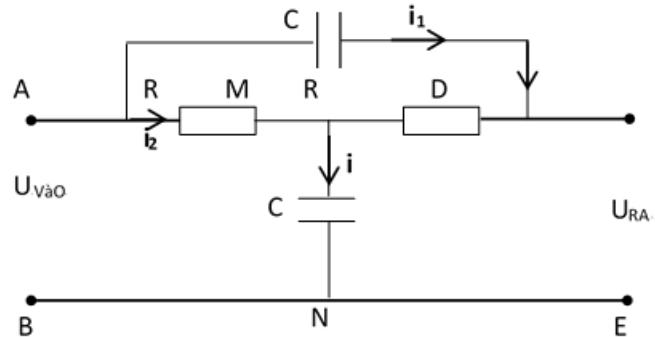
Bài 35. Cho mạch điện như hình vẽ.

1. Tìm ω để hiệu điện thế ra và hiệu điện thế vào cùng pha?

2. Xác định tỉ số $U_{ra}/U_{vào}$?

3. Triển khai các mạch lọc tương tự?

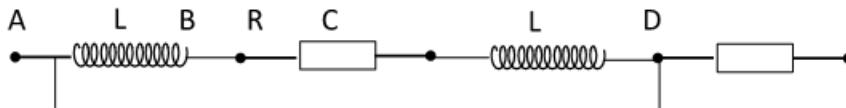
ĐS: 1. $\omega = \frac{1}{RC}$; 2. $U_{ra}/U_{vào} = 2/3$.



Bài 36. Đặt vào hai điểm C và D hiệu điện thế xoay chiều tần số ω thì thấy hiệu điện thế u_{CD} vuông pha với u_{AB} .

1. Tính tần số góc ω theo R và L?

2. Tính tỉ số giữa U_{CD} và U_{BD} ?



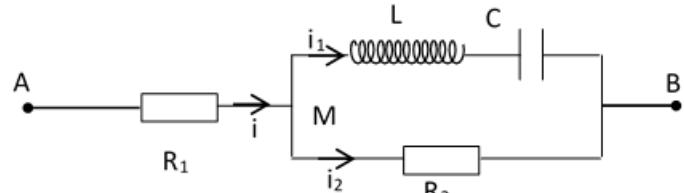
ĐS: 1. $\omega = \frac{R}{L}$; 2. $\frac{U_{CD}}{U_{BD}} = \frac{3}{2}$

Bài 37. Cho mạch điện xoay chiều như hình vẽ: $u_{AB} = U \sqrt{2} \sin \omega t$; $U = 2V$; $R_1 = 4k\Omega$; $R_2 = 200 \Omega$; $L = 0,02 H$; $C = 50nF$

1. Dùng cách vẽ Fresnel tìm U_C theo U ?

2. Muốn U_C đạt cực đại thì ω bằng bao nhiêu? Tính U_{Cmax} ?

3. Nếu thay R_2 bằng $R_3 = 2k\Omega$ thì trị số khả dĩ lớn nhất của U_C ứng với tần số nào?
Tìm U_{Cmax} khi đó



ĐS: 2. $\omega = \sqrt{\frac{2LC - R^2C^2}{2L^2C^2}} = 3 \cdot 10^4 \text{ Hz}$, $U_{Cmax} = 0,32 \text{ (V)}$;

3. Khi đó $\omega = 0$ và $U_{Cmax} = \frac{2}{3}(V)$

Bài 38. Cho mạch điện như hình vẽ, $u_{AB} = U\sqrt{2} \sin \omega t (V)$. cuộn dây thuần cảm có $Z_L = 100\Omega$

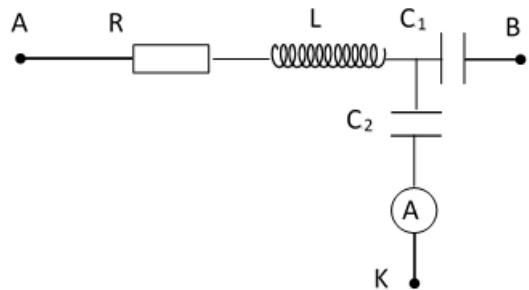
$$Z_{C1} = Z_{C2} = 200 \Omega; \text{điện trở ampe kế } R_A = 0.$$

Biết rằng khi nối K vào đầu A thì ampe kế chỉ $0,5A$ và qua tụ điện C_1 có dòng

$$i = I\sqrt{2} \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{3}\right) (A)$$

Hỏi khi chuyển K sang B thì ampe kế chỉ bao nhiêu? Vẽ giản đồ vectơ chính xác khi nối K với B?

ĐS: $I_A = 0,5 (A)$

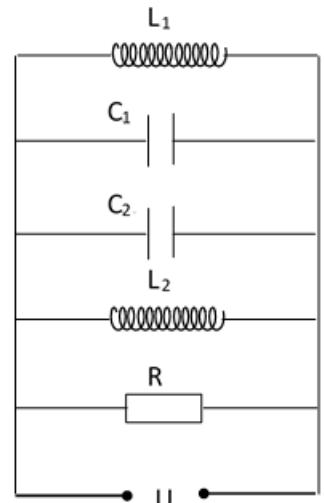


Bài 39. Cho mạch điện xoay chiều. $L_1 = 10\mu H$; $L_2 = 20\mu H$; $C_1 = 15\mu F$; $C_2 = 5\mu F$; $R = 100\Omega$; ω biến thiên cường độ dòng điện trong mạch chính có giá trị hiệu dụng không đổi.

Với $\omega = \omega_0$ thì $P = P_{MAX}$. Với $\omega = \omega_1$ và $\omega = \omega_2$ thì
 $P = \frac{P_{max}}{2}$ ($\omega_1 < \omega_2$)

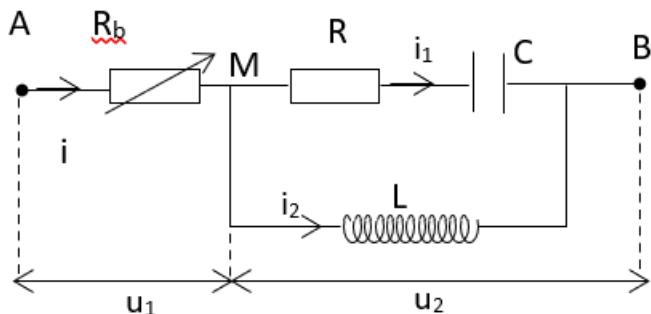
Tìm tỉ số $\frac{\omega_0}{\omega_2 - \omega_1} = ?$

$$\text{ĐS: } \frac{\omega_0}{\omega_2 - \omega_1} = R \sqrt{\frac{C}{L}} = 100\sqrt{3}$$



Bài 40. Cho mạch điện như hình vẽ. $u_{AB} = U\sqrt{2} \sin \omega t (V)$, $R = Z_L = Z_C$

Tìm quỹ tích đầu mút vectơ \vec{I} trên giản đồ vectơ Fresnel khi R_b biến thiên từ $0 \rightarrow \infty$?



Bài 41. Một hiệu điện thế xoay chiều tần số ω được đặt vào một phụ tải. Biết rằng công suất trên phụ tải **cực đại** nếu như tổng trở của tải tương đương với một điện trở thuần R . Nếu tải là mạch (R^*, L, C) có điện trở thuần bằng $5R$. Hỏi L, C phải mắc với tải như thế nào để công suất trên tải **cực đại**? Tính L, C theo R và ω ?

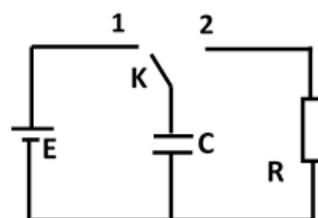
ĐS : Cách 1 : $(R^*// C)$ nt L thì $C = \frac{2}{5\omega R}$, $L = \frac{2R}{\omega}$;

Cách 2: $(R^*// L)$ nt C thì $C = \frac{1}{2\omega R}$ $L = \frac{2,5R}{\omega}$

CHƯƠNG VIII. MẠCH QUÁ ĐỘ, PHI TUYẾN

Bài 1. Cho mạch điện như hình vẽ. Ban đầu khóa K ở vị trí 1, tụ điện được tích điện đến **hiệu điện thế bằng E**. Sau đó, chuyển khóa K sang vị trí 2. Khảo sát sự biến thiên điện tích tụ và cường độ dòng điện trong mạch. Bỏ qua điện trở dây nối, khóa K.

ĐS: $q = Q_0 \cdot e^{\frac{-t}{R \cdot C}}$; $i = \frac{E}{R} \cdot e^{\frac{-t}{R \cdot C}}$

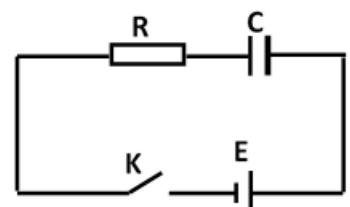


Bài 2. Cho mạch điện như hình vẽ:

Ban đầu khóa K mở, tụ điện chưa được tích điện. Sau đó, đóng khóa K. Hãy khảo sát sự biến thiên của cường độ dòng điện trong mạch.

Bỏ qua
điện trở dây nối, khóa K.

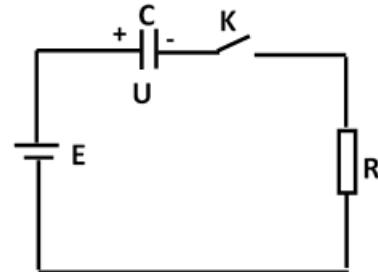
ĐS: $i = \frac{E}{R} \cdot e^{\frac{-t}{R \cdot C}}$



Bài 3. Cho mạch điện như hình vẽ. Ban đầu tụ điện đã được tích điện đến hiệu điện thế U , sau đó mắc vào mạch điện và khóa K mở. Ngay sau đó đóng khóa K, hãy khảo sát sự biến thiên của cường độ dòng điện trong mạch ($E > U$).

Bỏ qua điện trở dây nối, khóa K.

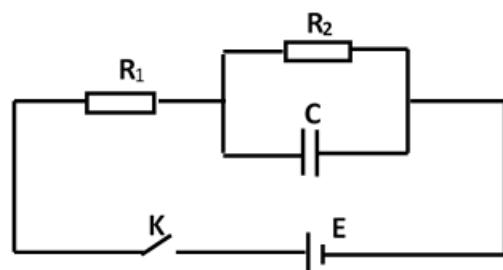
$$\text{ĐS: } i = \frac{E - U}{R} \cdot e^{\frac{-t}{R \cdot C}}$$



Bài 4. Cho mạch điện như hình vẽ. Khi khóa K mở, tụ chưa tích điện. Sau đó đóng khóa K. Hãy khảo sát sự biến thiên điện tích của tụ và dòng điện trong mạch.

$$\text{ĐS: } q = E \cdot \frac{R_2 \cdot C}{R_1 + R_2} (1 - e^{\frac{-t}{R}}); i = \frac{EC}{R_1 + R_2} (1 - e^{\frac{-t}{R}})$$

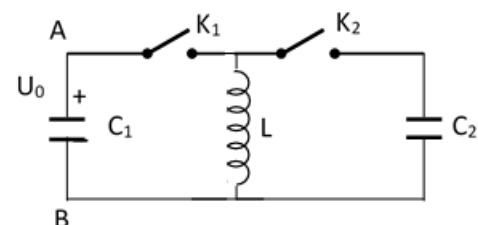
$$\text{Với } R = \frac{R_1 + R_2}{R_1 \cdot R_2 \cdot C}$$



Bài 5. Cho mạch điện có sơ đồ như hình vẽ. Hai tụ điện C_1 và C_2 giống nhau, có cùng điện dung C. Tụ điện C_1 được tích điện đến hiệu điện thế U_0 , cuộn dây có độ tự cảm L, các khoá K_1 và K_2 ban đầu đều mở. Điện trở của cuộn dây, của các dây nối, của các khoá là rất nhỏ, nên có thể coi dao động điện từ trong mạch là điều hoà.

1. Đóng khoá K_1 tại thời điểm $t = 0$. Hãy tìm biểu thức phụ thuộc thời gian t của:

- a. cường độ dòng điện chạy qua cuộn dây.
- b. điện tích q_1 trên bản nối với A của tụ điện C_1 .



2. Sau đó đóng K_2 . Gọi T_0 là chu kì dao động riêng của mạch LC_1 và q_2 là điện tích trên bản nối với K_2 của tụ điện C_2 . Hãy tìm biểu thức phụ thuộc thời gian t của cường độ dòng điện chạy qua cuộn dây và của q_2 trong hai trường hợp:

- a. Khoá K_2 được đóng ở thời điểm $t_1 = \frac{3T_0}{4}$

- b. Khoá K_2 được đóng ở thời điểm $t_2 = T_0$.

3. Tính năng lượng điện từ của mạch điện ngay trước và ngay sau thời điểm t_2 theo các giả thiết ở câu 2b. Hiện tượng vật lí nào xảy ra trong quá trình này?

TÀI LIỆU BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI VẬT LÝ TRUNG HỌC PHỔ THÔNG

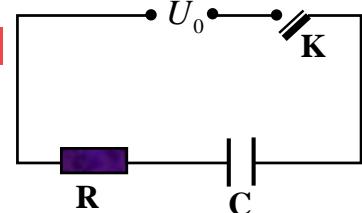
ĐS: 1a. $i = U_0 \sqrt{\frac{C}{L}} \sin \frac{t}{\sqrt{LC}}$; 1b. $q(t) = CU_0 \cos \frac{t}{\sqrt{LC}}$.

2a. $i_1 = -U_0 \sqrt{\frac{C}{L}} \cos \left(\frac{t}{\sqrt{2LC}} - \frac{3\sqrt{2}\pi}{4} \right)$; $q' = \frac{CU_0}{\sqrt{2}} \sin \left(\frac{t}{\sqrt{2LC}} - \frac{3\sqrt{2}\pi}{4} \right)$

2b. $i_2 = U_0 \sqrt{\frac{C}{2L}} \sin \left(\frac{t}{\sqrt{2LC}} - \sqrt{2}\pi \right)$; $q_2 = \frac{CU_0}{2} \cos \left(\frac{t}{\sqrt{2LC}} - \sqrt{2}\pi \right)$.

3. Làm giảm năng lượng điện từ giá trị $\frac{Q_0^2}{2C}$ đến $\frac{Q_0^2}{4C}$.

Bài 6. Cho mạch điện như hình vẽ, ban đầu tụ chưa được tích điện. $R=10^3\Omega$; $C=1\mu F$, điện áp nguồn $U_0=10V$. Tại $t=0$, người ta đóng khóa K. Biết rằng ở thời điểm t, **điện áp giữa hai bản tụ có biểu thức** $u=U_0(1-e^{-t/\tau})$, trong đó $\tau=RC$ gọi là hằng số thời gian.



a. Tìm đơn vị của τ .

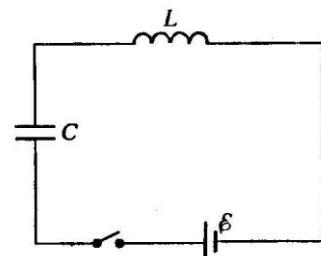
b. Xác định hiệu điện thế hai bản tụ sau $10^{-3}s$; $5.10^{-3}s$; $10^{-2}s$.

c. Sau bao lâu thì điện áp tụ bằng $U_0/2$.

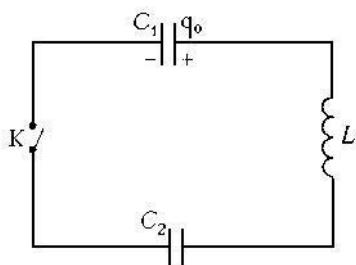
ĐS: a. giây; b. $u \approx 6,3V$; $u \approx 9,93V$; $u \approx 9,9995V$; c. $t = \tau \ln 2 = 0,693.10^{-3}s$

Bài 7. Tại thời điểm $t=0$ người ta mắc một nguồn điện một chiều có **suất điện động** E điện trở trong nhỏ không đáng kể vào mạch LC (H.2). Xác định sự phụ thuộc của hiệu điện thế u_C trên tụ vào thời gian.

ĐS: $u_C(t) = E(1 - \cos \frac{1}{\sqrt{LC}} t)$



Bài 8. Trong mạch dao động LC trên hình 4, khi **khóa K ngắt**, **điện tích trên tụ thứ nhất có điện dung C_1 bằng q_0** , còn **tụ thứ hai có điện dung C_2 không tích điện**. Hỏi bao lâu sau khi khoá K đóng điện tích trên tụ C_2 đạt giá trị cực đại? Bỏ qua điện trở thuần của mạch.

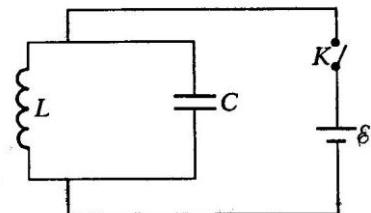


Hình 4

ĐS: $t_1 = \pi/\omega_0$

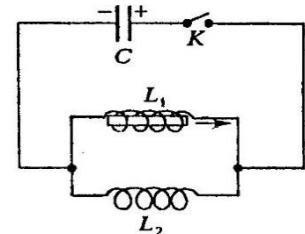
Bài 9. Trong mạch điện trên hình, tại thời điểm ban đầu khoá K ngắt và tụ C không nạp điện. Sau đó cho khoá K đóng một thời gian rồi lại ngắt. Hãy xác định dòng điện qua cuộn cảm tại thời điểm ngắt khoá K, nếu sau khi ngắt hiệu điện thế trên tụ đạt cực đại bằng $2E$ với E là suât điện động của nguồn một chiều. Bỏ qua điện trở thuần của cuộn dây. Điện trở trong của nguồn nhỏ tới mức thời gian nạp điện cho tụ nhỏ hơn rất nhiều so với thời gian đóng của khoá K.

$$\text{ĐS: } t_1 = \pi/\omega_0, I_0 = \sqrt{3}EC\omega_0 = E\sqrt{3}\frac{C}{L}$$



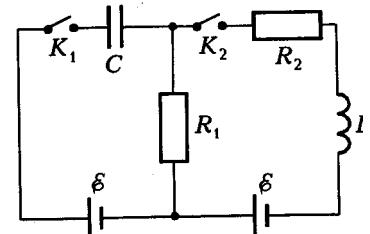
Bài 10. Trong mạch điện trên hình 7, tụ có điện dung C đó được nạp điện tới một hiệu điện thế nào đó, còn khoá K thì ngắt. Sau khi đóng khoá K, trong mạch diễn ra các dao động tự do, trong đó biên độ dòng điện trong cuộn cảm L_2 bằng I_0 . Khi dòng điện trong cuộn cảm L_1 đạt giá trị cực đại thì người ta rút nhanh lõi sắt ra (trong thời gian rất ngắn so với chu kỳ dao động) khiến cho độ tự cảm của nú giảm k lần. Tìm hiệu điện thế cực đại trên tụ điện sau khi lõi sắt đó được rút ra.

$$\text{ĐS: } U_m = I_0 \sqrt{\frac{L_2(L_1 + kL_2)}{CL_1}}$$



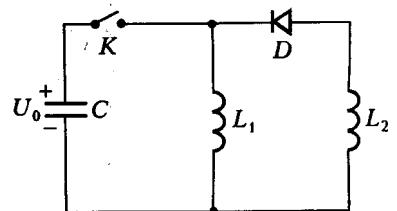
Bài 11. Trong một sơ đồ điện mà các tham số của nó được trình bày trên Hình 1, tại thời điểm ban đầu các khoá K_1 và K_2 để mở. Sau đó đóng khoá thứ nhất (K_1), cho đến khi hiệu điện thế (h.d.t.) trên tụ điện đạt giá trị $U_0 = E/2$ thì đóng khoá thứ hai (K_2). Hãy xác định hiệu điện thế trên cuộn cảm ngay sau khi đóng khoá thứ 2 và hiệu điện thế trên tụ điện đối với chế độ đã được thiết lập. Bỏ qua điện trở thuần của nguồn.

$$\text{ĐS: } U_L = \frac{3}{2}E; U_c = \frac{(2R_1 + R_2)E}{R_1 + R_2}.$$



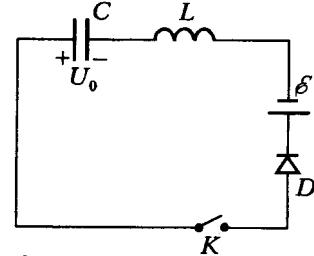
Bài 12. Trong sơ đồ được biểu diễn trên hình, các cuộn cảm L_1 và L_2 được nối với nhau qua một diốt lý tưởng D. Tại thời điểm ban đầu khoá K mở, còn tụ điện với điện dung C được tích điện đến hiệu điện thế U_0 . Sau khi đóng khoá một thời gian, hiệu điện thế trên tụ điện trở nên bằng không. Hãy tìm dòng điện chạy qua cuộn cảm L_1 tại thời điểm đó. Sau đó tụ điện được tích điện lại đến một hiệu điện thế cực đại nào đó. Xác định hiệu điện thế cực đại đó.

$$\text{ĐS: } I_L = U_0 \sqrt{\frac{C}{L_1}}; U_m = U_0 \sqrt{\frac{L_2}{L_1 + L_2}}.$$



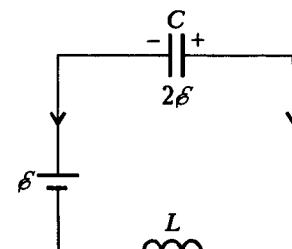
Bài 13. Khi khoá K đóng (Hình vẽ) tụ điện với điện dung $C = 20\mu F$ được tích điện đến hiệu điện thế $U_0 = 12V$, suât điện động. của nguồn (ăcqui) $E = 5V$, độ tự cảm của cuộn dây $L = 2H$, D là một diốt lý tưởng. Hãy cho biết dòng điện cực đại trong mạch sau khi đóng khoá K bằng bao nhiêu? Hiệu điện thế . của tụ điện sau khi đóng khoá K bằng bao nhiêu ?

$$\text{ĐS: } I_m = (U_0 - E) \sqrt{\frac{C}{L}} \approx 0,022 A; U_K = 2E - U_0 = -2V$$



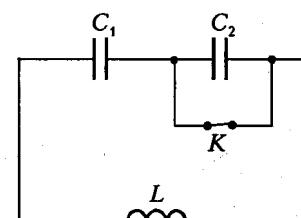
Bài 14. Mắc nối tiếp một tụ điện (điện dung C) chưa tích điện với một nguồn điện (suất điện động E) và một cuộn cảm (độ tự cảm L). Trong mạch xuất hiện các dao động của dòng. Tại thời điểm khi dòng trở nên bằng không, ta ngắt tụ điện khỏi sơ đồ rồi lại nối vào với đầu vào và đầu ra đảo ngược lại. Hỏi dòng điện cực đại chạy trong mạch sau việc làm đó bằng bao nhiêu ? Bỏ qua điện trở trong của nguồn.

$$\text{ĐS: } I_{m2} = 3E \sqrt{\frac{C}{L}}$$



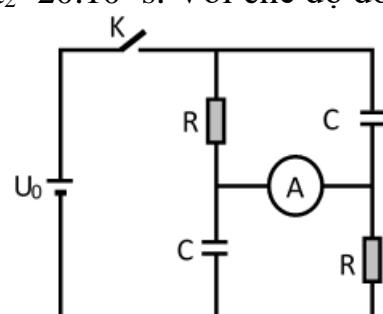
Bài 15. Trong mạch dao động được mô tả trên Hình 5 xuất hiện các dao động tự do khi khoá K đóng. Tại thời điểm hiệu điện thế trong tụ điện với điện dung C_1 đạt giá trị cực đại U_0 , ta mở khoá K. Hãy xác định giá trị của dòng điện trong mạch, khi hiệu điện thế của tụ điện với điện dung C_1 sẽ bằng không với điều kiện $C_2 > C_1$.

$$\text{ĐS: } I_K = U_0 \sqrt{\frac{C_1(C_2 - C_1)}{C_2 L}}.$$



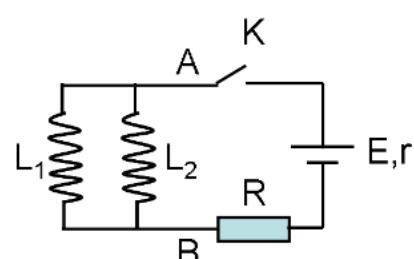
Bài 16. Cho mạch điện như hình vẽ bên. Biết $R=100\Omega$, $C=10\mu F$, $U_0=10V$. Khoá K đóng trong thời gian $\Delta t_1=10^{-3}s$ và khoá K mở trong thời gian $\Delta t_2=20.10^{-3}s$. Với chế độ đóng ngắt tuần hoàn như trên, kim ampe kế gần như không rung. Hãy tính số chỉ của ampe kế. Điện trở trong của nguồn điện và điện trở của ampe kế không đáng kể.

$$\text{ĐS: } I_A = \frac{U_0}{2R} \left(\frac{\Delta t_1 + RC}{\Delta t_1 + \Delta t_2} \right) = 4,8mA$$



Bài 17. Quá trình quá độ của dòng điện trong mạch có cuộn cảm: Cho mạch điện như hình vẽ. Các cuộn dây thuần cảm có độ tự cảm L_1 và L_2 ; nguồn điện có suât điện động E, điện trở trong r, điện trở ngoài có giá trị R. Ban đầu K mở. Tính cường độ dòng điện qua R, qua L_1 và L_2 khi K đóng.

$$\text{ĐS:Dòng qua R theo thời gian } i = \frac{E}{R+r} \left(1 - e^{-\frac{(r+R)(L_1+L_2)}{L_1 L_2} t} \right)$$



Sau thời gian dài, dòng qua cuộn L_1, L_2 lần lượt

$$i_1 = \frac{L_2}{L_1+L_2} i = \frac{L_2}{L_1+L_2} \frac{E}{R+r}; \quad i_2 = \frac{L_1}{L_1+L_2} i = \frac{L_1}{L_1+L_2} \frac{E}{R+r}$$

Bài 18. Cho mạch điện như hình vẽ. Khoá K đóng trong thời gian τ rồi mở.

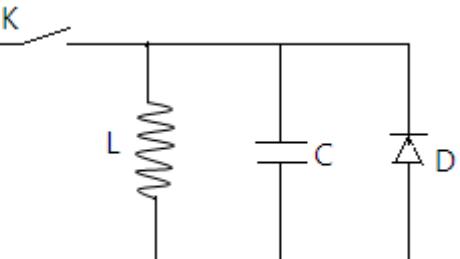
a) Sau bao lâu tính theo τ kể từ khi ngắt K, dòng điện qua cuộn cảm đạt giá trị cực đại, biết giá trị cực đại đó gấp hai lần cường độ dòng điện lúc bắt đầu ngắt khoá K.

b) Vẽ đồ thị sự phụ thuộc cường độ dòng điện qua cuộn cảm theo thời gian. Lấy $t = 0$ lúc ngắt K. Điốt D lí tưởng.

$$\text{ĐS: } a. t = \frac{\pi\sqrt{3}}{3} \tau.$$

Bài 19. Để nạp điện cho một bình ắc quy có suất điện động $E = 12V$ bằng một hiệu điện thế không đổi $U_0 = 5V$, người ta lắp một mạch điện như hình vẽ gồm một cuộn dây có độ tự cảm $L = 0,1H$, một diốt lí tưởng D và một cái ngắt điện K đóng ngắt tuần hoàn sau những khoảng thời gian như nhau $\tau_1 = \tau_2 = 0,1s$. Bằng cách đó, sau thời gian bao lâu có thể nạp được cho ắc quy một điện lượng là $q = 0,1Ah$? Bỏ qua sự hao phí do điện trở thuần.

$$\text{ĐS: } T = \frac{2qL(E-U_0)(\tau_1+\tau_2)}{U_0^2\tau_1^2} = 22,4(h)$$



Bài 20. Cho mạch điện như hình vẽ; D là một diốt lí tưởng, hai tụ có điện dung C_1 và C_2 . $u_{AB} = U_o \cos \omega t$.

a. Tại $t=0$: k_1 mở; k_2 đóng vào chốt 1. Hãy viết biểu thức i qua L ? Vẽ đồ thị $i(t)$? Tính $I_{L\max}$?

b. Tại $t=0$: k_1 đóng; k_2 đóng vào chốt 2. Tìm biểu thức hiệu điện thế trên các tụ và vẽ đồ thị theo thời gian của các hdot đó?

$$\text{ĐS: a. } 0 \leq t \leq \frac{T}{2}: \quad i = \frac{U_o}{L\omega} \sin \omega t$$

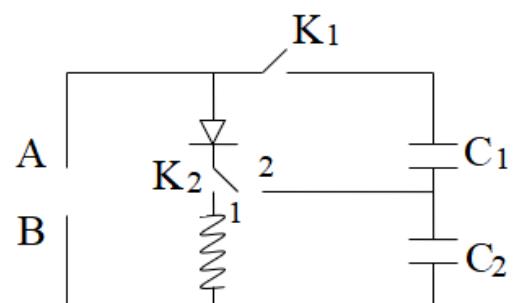
$$+ t = \frac{T}{2}: \quad i = 0.$$

$$+ \frac{T}{2} \leq t \leq \frac{3T}{4}: \quad i = 0$$

$$+ t \geq \frac{3T}{4}: \quad i = \frac{U_o}{L\omega} \sin \omega t + \frac{U_o}{L\omega}; \quad I_{\max} = 2 \frac{U_o}{L\omega}$$

Sau đó quá trình lặp lại.

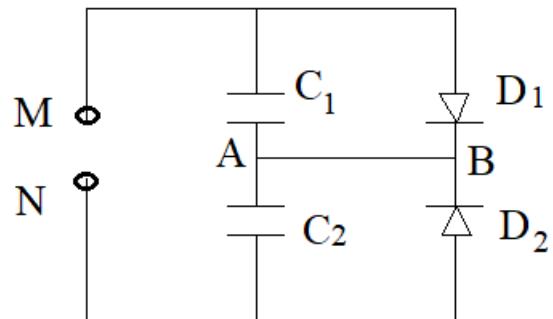
$$\text{b. } u_{MA} = \frac{C_2 U_o}{C_1 + C_2} (1 - \cos \omega t); \quad u_{MB} = \frac{C_1 U_o}{C_1 + C_2} (\cos \omega t + \frac{C_2}{C_1})$$



Bài 21. Cho mạch điện như hình vẽ, các điện trở là tưởng, $C_2 > C_1$; $u_{MN} = U_0 \cos \omega t$. Lập biểu thức u_{C1} và u_{C2} .

ĐS:

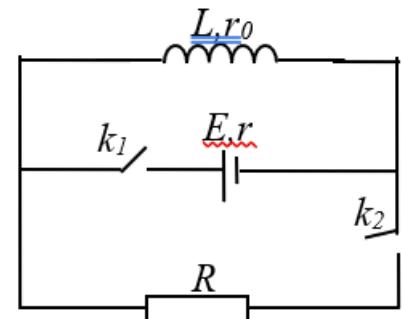
$$u_{AM} = \frac{C_2 U_0}{C_1 + C_2} (1 - \cos \omega t); u_{AN} = \frac{C_2 U_0}{C_1 + C_2} \left(1 + \frac{C_1}{C_2} \cos \omega t \right)$$



Bài 22. Cho mạch điện như hình 2: nguồn điện có suất điện động E , điện trở trong r ; cuộn cảm có điện trở r_0 và độ tự cảm L ; điện trở $R = r = r_0 = R_0$.

1) Lúc đầu k_1 mở, k_2 đóng. Tìm cường độ dòng điện qua nguồn, qua cuộn cảm và qua điện trở nếu ngay sau đó ta đóng k_1 . Cường độ các dòng điện này bằng bao nhiêu khi mạch đã đạt trạng thái ổn định?

2) Lúc đầu k_1 và k_2 đều đóng. Nếu sau đó ta ngắt k_1 . Tính điện lượng dịch chuyển qua cuộn dây khi mạch đã đạt trạng thái ổn định. Hãy chứng tỏ năng lượng từ trường của cuộn cảm đã chuyển hóa thành nhiệt trên các điện trở.



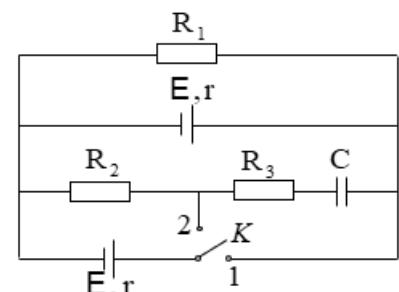
ĐS: 1. Sau khi mạch đã ổn định thì: $I_E = \frac{2E}{3R_0}$ và $I_L = I_R = \frac{E}{3R_0}$.

Bài 23. Cho mạch điện gồm hai nguồn điện giống nhau có suất điện động $E = 3$ V, điện trở trong $r = 1 \Omega$; $R_1 = 2 \Omega$; $R_2 = 5 \Omega$; $R_3 = 1 \Omega$; $C = 10 \mu F$ (Hình 2). Bỏ qua điện trở dây nối và khóa K.

a. Đóng khóa K vào chốt 1. Tính cường độ dòng điện qua R_1 và điện tích của tụ C khi dòng điện đã ổn định.

b. Đảo khóa K từ chốt 1 sang chốt 2. Tính tổng điện lượng chuyển qua điện trở R_3 kể từ khi đảo khóa K.

c. Ngắt khóa K, thay tụ điện C bằng một cuộn dây có độ tự cảm $L = 50$ mH. Đóng khóa K vào chốt 1 thì cường độ dòng điện qua cuộn dây tăng dần. Tính tốc độ biến thiên cường độ dòng điện qua cuộn dây tại thời điểm dòng điện đó có cường độ bằng $0,35$ A. Bỏ qua điện trở của cuộn dây.



ĐS: a. $I_1 = 1,2$ A; $q_1 = 24 \mu C$; b. $29 \mu C$; c. $\frac{\Delta I}{\Delta t} = 3,2$ A/s.

Bài 24. Cho mạch dao động điện từ như hình :

$$L = \frac{\pi}{4} H, C = \frac{10^{-4}}{\pi} F, R = 5 \Omega.$$

Do mạch có điện từ thuần R nên dao động tắt dần. Để duy trì dao động người ta làm như sau : vào thời điểm tụ điện tích điện cực đại, người ta thay đổi khoảng cách 2 bản tụ 1 lượng Δd ; và khi điện tích của tụ bằng không thì đưa các bản tụ về vị trí ban đầu cách nhau khoảng d . Cho rằng thời gian để thay đổi khoảng cách giữa 2 bản tụ là rất nhỏ so với chu kỳ dao động. Hãy xác định độ biến thiên tương đối $\frac{\Delta d}{d}$ để dao động được duy trì.

$$\text{ĐS: } \frac{\Delta d}{d} \geq 10\%$$

Bài 25. Một tụ phẳng không khí có tiết diện là $S = 2(\text{cm}^2)$ và khoảng cách giữa hai bản tụ là

$d_0 = 0,002(\text{cm})$. Một bản cực nối đất, bản còn lại được nối với điện trở thuần $R = 10(\text{M}\Omega)$ và vào pin có suất điện động $E = 90(\text{V})$ như hình vẽ.

1. Sau thời gian đủ dài, tách bản trên khỏi điện trở và cho nó dao động sao cho khoảng cách giữa hai bản biến thiên điều hòa hình sin, tần số $f = 1000(\text{Hz})$; biên độ $A = 2.10^{-5}(\text{cm})$; điện thế của bản cực trên có thể viết gần đúng bằng tổng các điện thế không đổi V_0 và điện thế tuần hoàn $V \sin \omega t$. Xác định V_0 , V .

2. Giả sử các bản tụ vẫn được nối như hình vẽ và khoảng cách hai bản biến thiên như trên thì dòng trong mạch là $i = I_0 \sin(\omega t + \phi)$.

a.Xác định I_0 và ϕ lúc này.

b.Tụ mắc như trên làm micrô điện dung. Tính hiệu điện thế xoay chiều ở hai đầu R .

c. Người ta gọi giới hạn tần số thấp là $f_0(t)$ khi tín hiệu còn 0,7 tín hiệu khi tần số rất cao. Hãy xác định f_0 . Cho biết $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}(\text{C}^2/\text{Nm}^2)$.

$$\text{ĐS: } 1. V_0 = E = 90(\text{V}); V = \frac{A}{d_0} E = 0,9(\text{V})$$

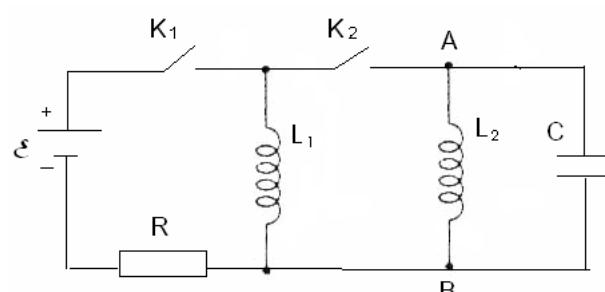
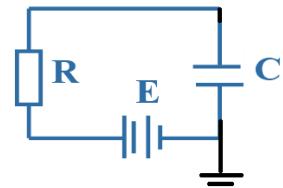
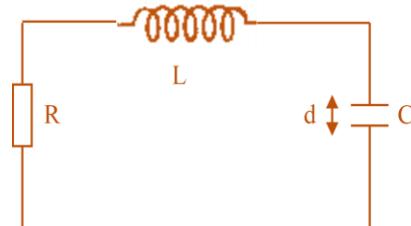
$$2a. I_0 = \frac{EA}{R \cdot d_0} = 9 \cdot 10^{-7}(\text{A}); \phi = \pi(\text{rad})$$

$$2b. u_R = 0,9 \sin(2000\pi t + \pi)(\text{V}); (\text{Với } \omega = 2\pi f)$$

$$2c. f_0 = 176(\text{Hz})$$

Bài 26. Cho mạch điện như hình vẽ: Một điện trở thuần R , một tụ điện C , hai cuộn cảm lí tưởng $L_1 = 2L$, $L_2 = L$ và các khóa K_1, K_2 ($R_K = 0$) được mắc vào một nguồn điện không đổi (có suất điện động ϵ , điện trở trong $r = 0$). Ban đầu K_1 đóng, K_2 ngắt. Sau khi dòng điện trong mạch ổn định, người ta đóng K_2 , ngắt K_1 . Tính hiệu điện thế cực đại ở tụ và $I_{L2 \text{ max}}$?

$$\text{ĐS: } U_0 = \frac{\epsilon}{R} \sqrt{\frac{2L}{3C}} ; I_{L2 \text{ max}} = \frac{4\epsilon}{3R}$$

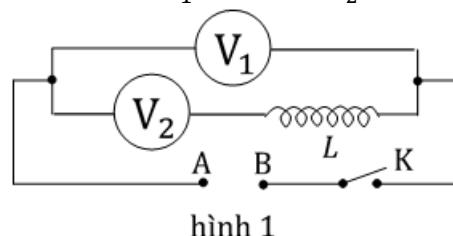


Bài 27. Cho mạch điện như hình 1, biết rằng sau khi đóng khóa K một khoảng thời gian đủ dài cả hai Vôn kế đều chỉ giá trị U_0 . Khoảng thời gian tính từ lúc đóng K đến khi V_2 chỉ giá trị $U_0/2$ là τ . Biết rằng điện trở của hai Vôn kế lần lượt là $R_{V_1} = R_1$, $R_{V_2} = R_2$, hiệu điện thế giữa hai điểm A và B luôn không đổi, cuộn dây có điện trở không đáng kể.

1. Tính độ tự cảm L của cuộn dây.

2. Tại thời điểm $t = 0$, khi khóa K đang đóng và hai Vôn kế đều chỉ giá trị U_0 người ta đột ngột ngắt K. Tìm số chỉ các Vôn kế tại thời điểm t .

$$\text{ĐS: } 1. L = \frac{R_2 \tau}{\ln 2}; 2. u_{V_{1\text{hd}}} = -\frac{R_1}{R_2} U_0 e^{-(1+\frac{R_1}{R_2})\frac{t}{\tau} \ln 2}; u_{V_{2\text{hd}}} = U_0 e^{-(1+\frac{R_1}{R_2})\frac{t}{\tau} \ln 2}$$



Bài 28. Một tụ điện phẳng có 2 bản cực hình vuông, cạnh a = 30 cm đặt cách nhau một khoảng d = 4 mm, nhúng trong thùng dầu cách điện có hằng số điện môi $\epsilon = 2,4$. Hai bản cực được nối với 2 cực của một nguồn điện có suất điện động E = 24V, điện trở trong không đáng kể, qua một điện trở $R = 100\Omega$.

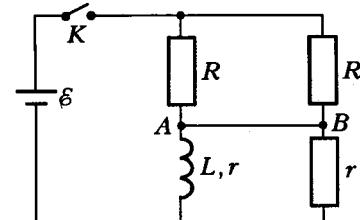
1. Hai bản cực của tụ thẳng đứng, chìm hoàn toàn trong dầu. Tính điện tích của tụ điện.

2. Bằng một vòi ở đáy thùng dầu, người ta tháo cho dầu chảy ra ngoài và mức dầu trong thùng hạ thấp dần đều với tốc độ $v = 5 \text{ mm/s}$. Chọn gốc thời gian lúc mức dầu chạm mép trên hai bản cực của tụ. Viết công thức tính điện dung của tụ theo thời gian. Chứng minh rằng trong quá trình mức dầu hạ thấp xuống, qua điện trở R và nguồn điện E có một dòng điện. Xác định cường độ dòng điện ấy.

$$\text{ĐS: } 1. Q = 11,52 \cdot 10^{-9} (\text{C}); 2. I = 1,12 \cdot 10^{-10} (\text{A})$$

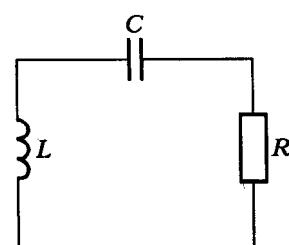
Bài 29. Trong sơ đồ trên hình vẽ, tại thời điểm ban đầu khoá K mở. Cuộn cảm với độ tự cảm L có điện trở thuần r . Hãy xác định điện lượng chạy qua dây nối AB sau khi khoá K đóng? Bỏ qua điện trở trong của nguồn và điện trở của đoạn dây nối. Các tham số của mạch điện được chỉ ra trên hình vẽ.

$$\text{ĐS: } Q = \frac{LE}{2r(R+r)}$$



Bài 30. Để duy trì các dao động không tắt dần trong mạch với độ tắt dần nhỏ (Hình vẽ) người ta tăng nhanh độ tự cảm của cuộn dây (so với chu kỳ dao động trong mạch) một đại lượng nhỏ ΔL ($\Delta L \ll L$) mỗi lần khi dòng trong mạch bằng không, và sau thời gian bằng một phần tư chu kỳ dao động người ta lại chuyển nhanh nó về trạng thái ban đầu. Hãy xác định ΔL , nếu $L = 0,15\text{H}$, $C = 1,5 \cdot 10^{-7}\text{F}$, $R = 20\Omega$.

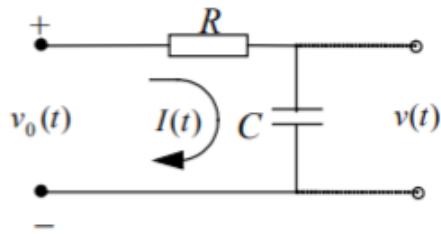
$$\text{ĐS: } \Delta L \geq \pi R \sqrt{LC} \approx 9,4 \cdot 10^{-3}\text{H.}$$



Bài 31. Bộ lọc điện.

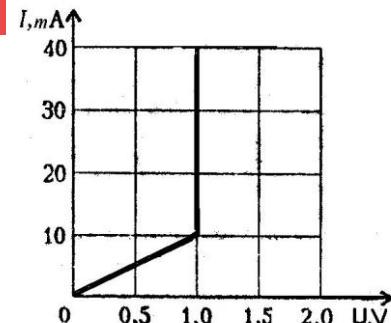
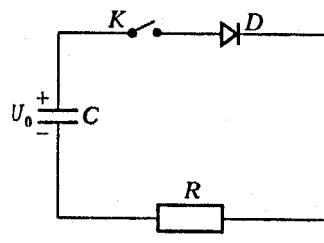
Xét mạng điện RC như hình vẽ, trong đó R là điện trở và C là điện dung. Giả sử $v_0(t)$ là điện thế cung cấp, $I(t)$ là dòng điện trong mạng và $v(t)$ là điện thế cho ra của bộ lọc. Bài toán đặt ra là hãy tính $v(t)$ khi biết $v_0(t)$.

ĐS: $v(t) = \alpha e^{-t/RC} + \sum_{k=-\infty}^{\infty} C_k^* e^{i\omega_k t}$, với $C_k^* = \frac{C_k}{1+i\omega_k RC}$, trong đó hệ số Fourier C_k của hàm $v_0(t)$ được tính theo công thức $C_k = 2 \frac{v_0 \sin(\omega_k \tau / 2)}{T \omega_k}$



Bài 32. Trong mạch điện trên hình 3, tụ điện có điện dung $C = 100\mu F$ được tích điện đến $U_0 = 5V$ và được nối điện trở $R = 100\Omega$ qua diốt D. Đường đặc trưng von-ampe của diốt như hình vẽ. Ở thời điểm ban đầu, khoá K mở. Sau đó đóng K. Xác định cường độ dòng điện trong mạch ngay sau khi đóng K. Tính hđt trên tụ điện khi dòng điện trong mạch bằng $10mA$. Tính lượng nhiệt tỏa ra trên diốt sau khi đóng khoá K.

$$\text{ĐS: } Q_d = 4 \cdot 10^{-4} J; I = 40mA$$



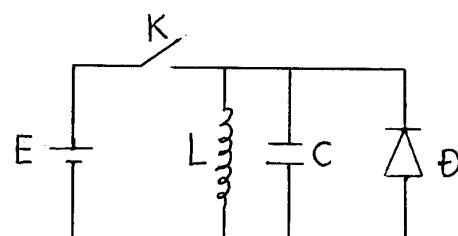
Bài 33. Cho mạch điện như hình vẽ, các đại lượng trên hình đã biết. Đ là diốt lý tưởng. Khoá K đóng trong thời gian τ rồi ngắt. Ở thời điểm khoá K ngắt, dòng điện trong cuộn cảm là I_0 .

- Sau bao lâu kể từ khi ngắt khoá K, dòng điện trong cuộn cảm đạt giá trị cực đại, biết giá trị đó bằng $2I_0$.
- Vẽ đồ thị biểu diễn sự phụ thuộc của cường độ dòng điện qua cuộn cảm vào thời gian ($t = 0$ lúc ngắt khoá K).

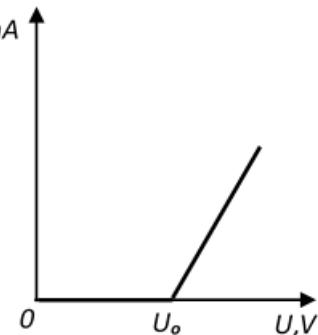
$$\text{ĐS: a. } t = \frac{\pi\sqrt{3}}{3} \tau \approx 1,814\tau.$$

$$\text{b. Khi } 0 < t < \frac{\pi\sqrt{3}}{3} \tau, \text{ thì } i_L = 2I_0 \omega \cos(\omega t - \pi/3)$$

+ Khi $t > \frac{\pi\sqrt{3}}{3} \tau$, thì dòng điện không đổi, chỉ đi qua cuộn cảm và diốt Đ.



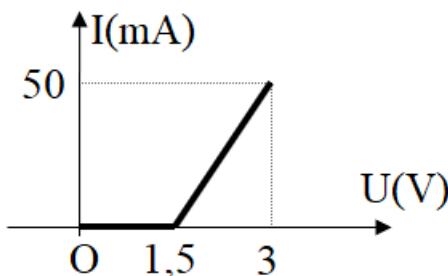
Bài 34. Trên hình là đường đặc trưng von-ampe của một phần tử phi tuyến nào đó. Trước điện áp $U_0 = 100V$, khung có dòng điện đi qua phần tử này, nhưng sau đó cường độ dòng điện tăng tuyến tính theo hiệu điện thế (h.d.t.). Khi mắc phần tử này vào một nguồn điện có suất điện động không đổi và điện trở trong $r = 25\Omega$ thì cường độ dòng điện đi qua nó là $I_1 = 2mA$, nhưng khi mắc nó với cùng nguồn điện đó nhưng qua một tải có điện trở $R = r$ thì dòng qua nó là $I_2 = 1mA$. Hãy xác định suất điện động của nguồn điện.



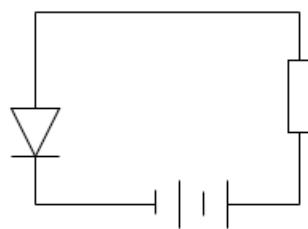
ĐS: $E = 150V$.

Bài 35. Một LED (điốt phát quang) có đường đặc trưng V-A cho bởi H1. Nó được mắc vào mạch điện như ở H2. $R=100\Omega$, nguồn có $E=3V$; $r=0$.

Hãy tính cường độ dòng điện I ; hiệu điện thế đặt vào LED và hiệu suất của LED?



Hình 1



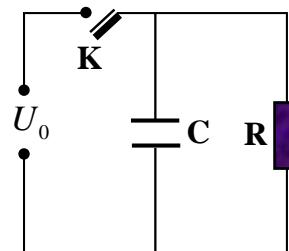
Hình 2

ĐS: $I = 0,0115$ (A); $U_L = 1,85$ (V); $H = 81\%$

Bài 36. Cho mạch điện như hình vẽ. $R=10^3\Omega; C=1\mu F$, điện áp nguồn $U_0=10V$. Tại $t=0$, người ta mở khóa K. Biết rằng ở thời điểm t , điện áp giữa hai bản tụ có biểu thức $u=U_0e^{-t/\tau}$, trong đó $\tau=RC$ gọi là hằng số thời gian.

- a. Xác định hiệu điện thế hai bản tụ sau $5 \cdot 10^{-3}s$; $10^{-2}s$.
- b. Sau bao lâu thì điện áp tụ bằng $U_0/2$.
- c. Sau bao lâu thì điện áp tụ giảm đi e lần.

ĐS: a. $0,0679V$; $0,000468V$; b. $0,693 \cdot 10^{-3}s$; c. $10^{-3}s$.



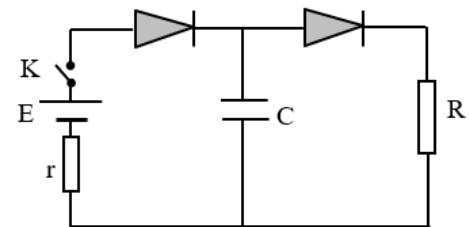
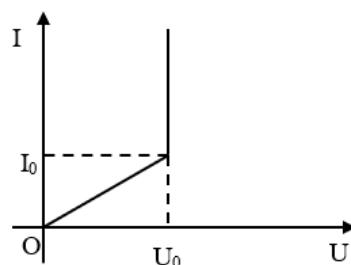
Bài 37. Hai điốt không lí tưởng giống nhau có đường đặc trưng Vôn-Ampe như hình 3 được mắc vào mạch điện như hình 4. Cho biết $R = 16\Omega$, $r = 4\Omega$, nguồn điện lý tưởng có suất điện động là $E = 4V$, điện dung của tụ là $C = 100\mu F$. Các tham số trên đường đặc trưng Vôn-Ampe của điốt: $U_0 = 1V$, $I_0 = 50mA$.

1. Đóng khoá K, hỏi tụ điện nạp đến hiệu điện thế bằng bao nhiêu.

2. Sau khi nạp cho tụ, mở khoá K. Tính nhiệt lượng tỏa ra trên R và trên mỗi diốt.

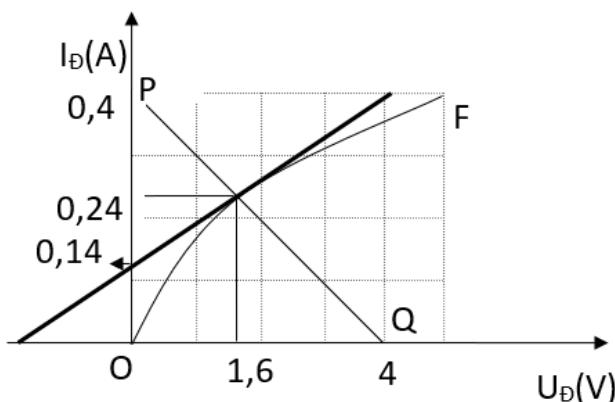
ĐS: 1. 2,6V;

2. Vậy nhiệt lượng tỏa ra trên R là: $16,8 \cdot 10^{-5}$ (J), trên diốt bên phải là: $17 \cdot 10^{-5}$ (J). Không có nhiệt lượng tỏa ra trên diốt bên trái.

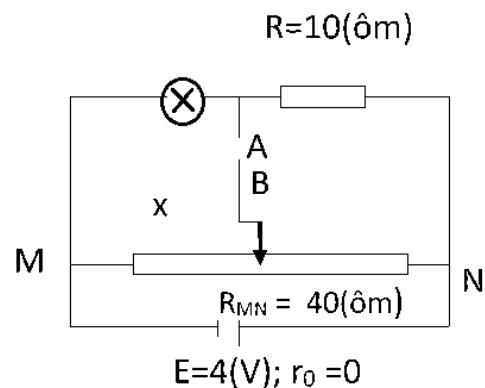


Bài 38. Cho đặc tuyến V-A của một bóng đèn là đường cong OF như h.vẽ1. Người ta mắc nó vào mạch điện như H2.

- 1) Tính cường độ dòng điện chạy qua đèn
- 2) Xác định x để:
+ $U_{AB} = 0$
+ U_{AB} hầu như không thay đổi khi suất điện động E biến thiên xung quanh giá trị 4V?



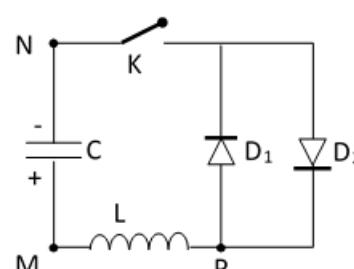
ĐS: 1.
 $\approx 24 (\Omega)$



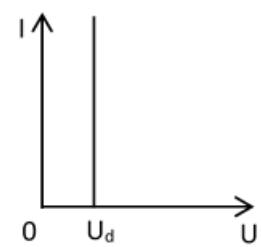
$$I_D = 0,24A; 2a. x = 16 (\Omega); 2b. x$$

Bài 39. Cho mạch điện như hình vẽ, một mạch dao động gồm một tụ điện, một cuộn dây thuần cảm, hai diốt giống nhau, khoá K và các dây nối. Tích của giá trị điện dung C của tụ điện và độ tự cảm L của cuộn dây không đổi và bằng $1/\omega^2$. Đường đặc trưng vôn-ampe của các diốt D_1 và D_2 được cho ở hình 3, với U_d là hiệu điện thế ngưỡng của diốt. Bỏ qua điện trở của khoá K và các dây nối. Lúc đầu khoá K mở và tụ điện được tích điện đến hiệu điện thế $U_0 = (6 + k)U_d$, với k là một số không đổi ($0 < k < 1$). Ở thời điểm $t = 0$ khoá K được đóng.

1. Viết biểu thức biểu diễn sự biến đổi của hiệu điện thế u_{MN} theo thời gian.



Hình 2



Hình 3

2. Vẽ đồ thị của hàm số $u_{MN}(t)$ với các giá trị $\omega = 2000 \text{ rad/s}$, $U_d = 0,7 \text{ V}$, $U_0 = 4,5 \text{ V}$.

$$\text{ĐS: } 1. \omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

+ Trong khoảng $0 \leq t \leq t_1 = \pi/\omega$, $u_{MN} = u_1 = U_d + (U_0 - U_d) \cos \omega t$.

+ Trong khoảng $t_1 = \pi/\omega \leq t \leq t_2 = 2\pi/\omega$, $u_{MN} = u_2 = -U_d + (U_0 - 3U_d) \cos \omega t$

+ Trong khoảng $t_2 = \pi/\omega \leq t \leq t_3 = 3\pi/\omega$, $u_{MN} = u_3 = U_d + (U_0 - 5U_d) \cos \omega t$.

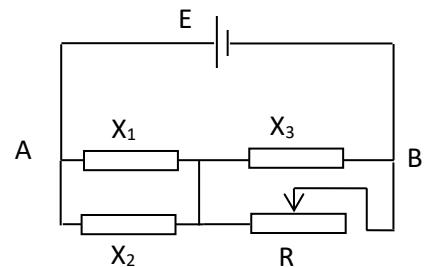
+ Khi $t \geq t_3 = 3\pi/\omega$ thì cả hai điốt đều ngắt, lúc đó $u_{MN} = -kU_d = \text{const}$

Bài 40. Trong sơ đồ bên X_1, X_2, X_3 là các dụng cụ phi tuyến giống nhau, cường độ dòng điện I qua mỗi dụng cụ phụ thuộc vào hiệu điện thế U giữa hai cực của nó theo quy luật: $I = kU^2$, k là hằng số. Nguồn điện có suất điện động E , điện trở trong không đáng kể. R là một biến trở.

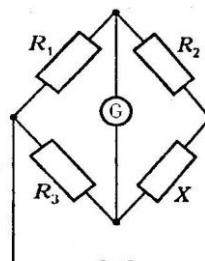
a. Phải điều chỉnh cho biến trở có giá trị bao nhiêu để công suất tỏa nhiệt trên biến trở đạt cực đại?

b. Tháo bỏ X_3 . Với một giá trị R xác định, cường độ dòng điện qua đoạn mạch AB phụ thuộc vào hiệu điện thế U_{AB} như thế nào?

$$\text{ĐS: a. } R = \frac{U}{2k(E-U)^2 - kU^2} \approx \frac{0,29}{kE}; \text{ b. } I = \frac{(1 + \sqrt{1 + 8kRE})^2}{2R}$$

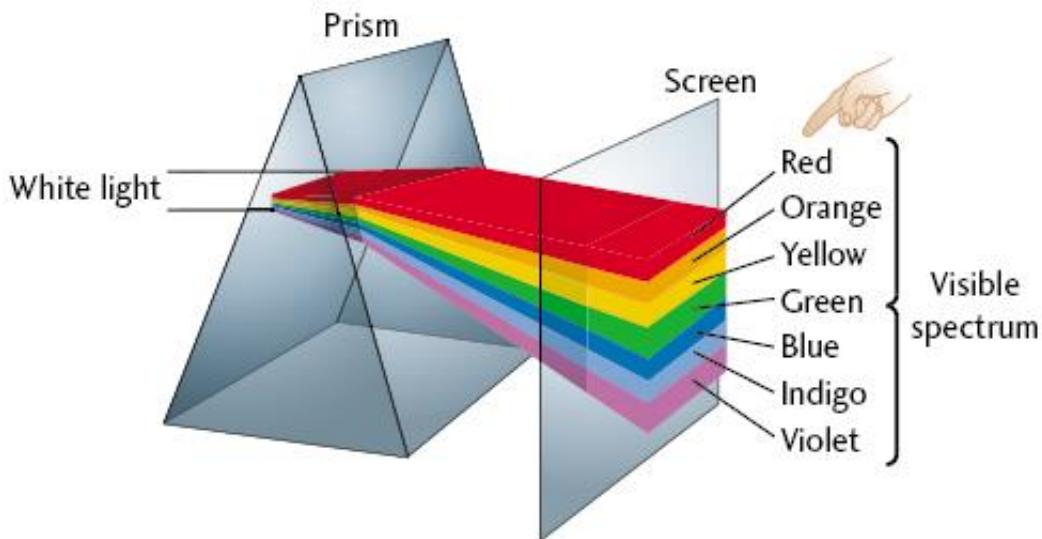


Bài 41. Cho một mạch điện như hình 2, X là một phần tử phi tuyến mà cường độ dòng điện đi qua nó phụ thuộc h.d.t. hai đầu phàn tử theo công thức: $I_X = \alpha U_X^3$ với $\alpha = 0,25 \text{ A/V}^3$. Hãy tính cung suất tỏa ra trên X , khi dòng qua điện kế G bằng không. Biết rằng $R_1 = 2\Omega$, $R_2 = 4\Omega$ và $R_3 = 1\Omega$.



$$\text{ĐS: } P_X = 1 \text{ W.}$$

CHƯƠNG IX. TÍNH CHẤT SÓNG ÁNH SÁNG



IX.1 TÁN SẮC ÁNH SÁNG

Bài 1. Lăng kính của một máy quang phổ có góc chiết quang $A=60^0$ được làm bằng flin (một loại thuỷ tinh quang học) có chiết suất như sau:

$$\text{Với } \lambda_1 = 656 \text{ nm} \quad n_1 = 1,608$$

$$\lambda_2 = 546 \text{ nm} \quad n_2 = 1,617$$

$$\lambda_3 = 434 \text{ nm} \quad n_3 = 1,635$$

a. Lăng kính được đặt ở độ lệch cực tiêu đối với bức xạ λ_2 . Tính góc tới i và góc lệch D của tia sáng.

b. Thấu kính trực chuẩn và thấu kính buồng tối đều có tiêu cự $f = 50 \text{ cm}$, dùng đạo hàm $\frac{dD}{dn}$, hãy tính góc lệch đối với các bức xạ λ_2 , λ_3 và khoảng cách giữa ba vạch quang phổ λ_1 , λ_2 và λ_3 .

c. Nếu, từ vị trí trên của 3 lăng kính, ta tăng góc tới i một chút, thì vị trí và khoảng cách của 3 quang phổ trên thay đổi thế nào?

ĐS: a. $D_m = 47^{\circ}54'$, $i = 53^{\circ}57'$.

b. Góc lệch ứng với hai bức xạ λ_1 và λ_3 lần lượt là:

$$D_1 = 47^{\circ}54' - 0^{\circ}52'36'' = 47^{\circ}1'24''$$

$$D_2 = 47^{\circ}54' + 1^{\circ}45'12'' = 49^{\circ}39'12''$$

Khoảng cách giữa hai vạch λ_1 và λ_2 là: $d_{1,2} = 7,645 \text{ mm}$.

Khoảng cách giữa hai vạch λ_2 và λ_3 là: $d_{2,3} = 15,290 \text{ mm}$

Bài 2. Một lăng kính crao (lăng kính thuỷ tinh quang học thông dụng) có góc chiết quang

$$A = \frac{1}{20} \text{ rad} \text{ và có các chiết suất:}$$

$$n_C = 1,524 \text{ với } \lambda_C = 656 \text{ nm}$$

$$n_P = 1,532 \text{ với } \lambda_F = 434 \text{ nm}$$

Một tia sáng trắng rời vào một mặt bên của lăng kính dưới góc tới i nhỏ.

- a) Tính góc lệch của hai tia ló, ứng với hai bức xạ C và F.
 b) Người ta ghép lăng kính này với một lăng kính flin, có các chiết suất $n_C = 1,780$ và $n_F = 1,810$. Tính góc A' của lăng kính này để hai tia C và F sau khi đi qua hệ hai lăng kính trở thành song song. Tính góc lệch D của tia sáng trong trường hợp đó.

ĐS: a. $\Delta D = D_F - D_C \approx 1'20''$; b. $A' = \frac{1}{75} \text{ rad}$, $D = 158.10^{-4} \text{ rad}$

Bài 3. Một thấu kính hai mặt lồi, cùng bán kính cong $R = 30 \text{ cm}$ bằng crao có các chiết suất:

$$\text{Với } \lambda_C = 656 \text{ nm} \quad n_C = 1,524$$

$$\lambda_F = 434 \text{ nm} \quad n_P = 1,532$$

a) Tính khoảng cách $F_F F_C$ giữa hai tiêu điểm F_F và F_C của thấu kính ứng với hai bức xạ F và C.

b) Thấu kính này được ghép sát với một thấu kính hai mặt lõm cùng bán kính R bằng flin, có chiết suất $n_C = 1,780$ và $n_F = 1,810$ sao cho hai tiêu điểm của hệ đối với hai bức xạ F và C trùng nhau. Tính R' và tiêu cự f của hệ.

ĐS: a. $F_C F_F = 0,431 \text{ cm}$; b. $R' = 112,5$; $f \approx 139 \text{ cm}$

Bài 4. Một thấu kính hai mặt lồi, cùng bán kính cong R, bằng crao, có chiết suất được tính theo công thức:

$$n_1 = a_1 + \frac{b_1}{\lambda^2} \text{ với } a_1 = 1,5; b_1 = \frac{1}{200} \text{ và } \lambda \text{ tính bằng micrômét.}$$

a) Tiêu cự của thấu kính, đối với bức xạ $\lambda = 0,55 \mu\text{m}$ là 30 cm . Tính R và tiêu cự của thấu kính với các bức xạ $\lambda_1 = 0,65 \mu\text{m}$, $\lambda_2 = 0,43 \mu\text{m}$.

b) Thấu kính được dán với một thấu kính thứ hai bằng flin có chiết suất $n_2 = a_2 + \frac{b_2}{\lambda^2}$, với $a_2 = 1,61$, $b_2 = \frac{1}{80}$. Để thấu kính ghép này trở thành tiêu sắc đối với λ_1 và λ_2 , thì bán kính cong của mặt thứ hai của thấu kính flin phải bằng bao nhiêu? Tính tiêu cự của hệ đối với các bức xạ λ, λ_1 và λ_2 .

ĐS: a. $R = 2(n-1).f \approx 31 \text{ cm}$; $f_1 = f \frac{(n-1)}{(n_1-1)} \approx 30,28 \text{ cm}$; $f_2 = f \frac{(n-1)}{(n_2-1)} \approx 29,40 \text{ cm}$.

b. $R'_2 = 155 \text{ cm}$; Đối với hai bức xạ λ_1 và λ_2 , tiêu cự của thấu kính ghép là $f' \approx 59,625 \text{ cm}$

Bài 5. Một thấu kính tiêu sắc đối với hai bức xạ C và F (xem bài 3) có độ tụ D = 4 dp đối với bức xạ $\lambda_D = 0,589 \mu\text{m}$, được tạo bởi một thấu kính crao dán với một thấu kính flin, các chiết suất của crao và flin lần lượt là:

$$\begin{array}{lll} n_C = 1,524 & n_D = 1,528 & n_F = 1,532 \\ n_C' = 1,642 & n_D' = 1,652 & n_F' = 1,662 \end{array}$$

Biết rằng mặt tiếp xúc giữa hai thấu kính có bán kính cong bằng $1/3$ bán kính của mặt kia của thấu kính crao. Hãy tính bán kính các mặt của mỗi thấu kính.

ĐS: Gọi R_1, R_2, R'_1, R'_2 là bán kính cong của các mặt hai thấu kính: $R_2 \approx 8,9\text{ cm}$, $R_1 = 3R_2 \approx 26,72\text{ cm}$; $R'_1 = -R_2 = -8,9\text{ cm}$; $R'_2 \approx 19,08\text{ cm}$.

Bài 6. (*Trích đề thi Olimpic Vật lý quốc tế năm 1983 tại Rumani*).

Hai lăng kính có góc ở đỉnh $A_1 = 60^\circ$, $A_2 = 30^\circ$ được ghép như trong hình bên (góc $C = 90^\circ$), chiết suất của hai lăng kính là (công thức Côsi):

$$n_1 = a_1 + \frac{b_1}{\lambda^2}; n_2 = a_2 + \frac{b_2}{\lambda^2}$$

trong đó $a_1 = 1,1$; $b_1 = 10^5\text{ nm}^2$; $a_2 = 1,3$; $b_2 = 5 \cdot 10^4\text{ nm}^2$

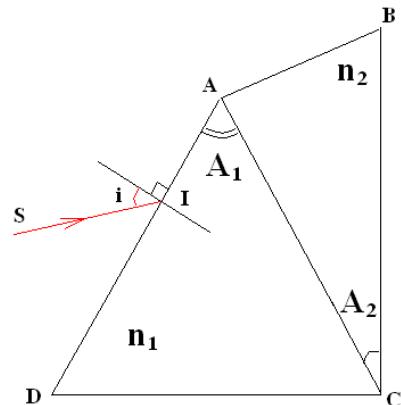
1. Tính bước sóng λ_0 của bức xạ tới, sao cho trên mặt AC không có khúc xạ (đi thẳng) với mọi góc tới i .

2. Vẽ (một cách định tính) đường đi qua hệ thống lăng kính của ba bức xạ có bước sóng $\lambda_{\text{đỗ}}$, λ_0 , $\lambda_{\text{tím ứng}}$ với cùng một góc tới.

3. Tính góc lệch cực tiêu cho bức xạ λ_0 .

4. Tính bước sóng của bức xạ đi tới theo phương song song với DC và có tia ló cũng song song với DC.

$$\text{ĐS: } a. \lambda_0 = \sqrt{\frac{b_1 - b_2}{a_2 - a_1}} = 500\text{ nm}; 3. \delta = 15^\circ 40'; 4. \lambda = 1,2\mu\text{m.}$$



Bài 7. (Chọn đọi tuyển dự IPho 2010) Chiếu tia sáng trắng vào mặt bên của một lăng kính tam giác đều với góc tới $i=45^\circ$. Do tán sắc, các tia sáng đơn sắc ló ra khỏi mặt bên thứ hai của lăng kính với các góc lệch khác nhau so với tia sáng trắng. Biết sự thay đổi chiết suất của lăng kính đối với các tia từ đỏ đến tím rất chậm, chiết suất đối với tia vàng là $n_v=1,653$.

a. Tính góc lệch D_v của tia màu vàng sau khi ló khỏi lăng kính.

b. Biết hai tia đơn sắc ló ra khỏi lăng kính hợp với nhau một góc $\Delta i'$ nhỏ. Tìm hiệu số chiết suất Δn của lăng kính đối với hai tia đơn sắc này.

Áp dụng tính Δn khi $\Delta i' = 2^\circ$

ĐS: a. $D_v = 55,12^\circ$; b. $\Delta n = 0,355\Delta i'$

Bài 8. Năng suất tán sắc của một lăng kính

Xét một lăng kính có góc chiết quang $A = 60^\circ$, chiếu lăng kính bằng chùm sáng trắng ($0,43\mu\text{m} \leq \lambda \leq 0,77\mu\text{m}$) với góc tới $i = 60^\circ$. Tính độ tán sắc (độ biến đổi của góc lệch của

lăng kính ở hai bước sóng $\lambda = 0,77 \mu m$ và $\lambda = 0,43 \mu m$. Biết lăng kính chế tạo bằng thủy tinh crown với $n(0,43 \mu m) = 1,528$; $n(0,77 \mu m) = 1,511$.

ĐS: Độ tán sắc giữa hai bước sóng là: $\Delta D = 41^0 5' - 39^0 44' = 1^0 21'$

Bài 9. Chiếu tia sáng trắng vào mặt bên của lăng kính có thiết diện là tam giác đều với góc tới $i = 45^0$. Do tán sắc các tia sáng ló ra khỏi mặt bên thứ hai của lăng kính với góc lệch khác nhau so với tia tới. Biết sự thay đổi chiết suất của lăng kính đối với các tia từ đỏ đến tím rất chậm. Chiết suất của lăng kính với tia vàng là $n_v = 1,653$.

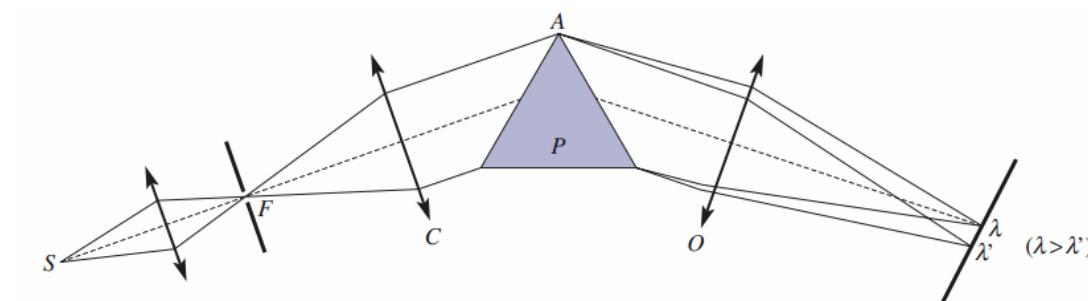
a) Tính góc lệch của vàng (D_v) sau khi ló ra khỏi lăng kính.

b) Biết hai tia đơn sắc ló ra khỏi lăng kính hợp với nhau một góc $\Delta i'$ nhỏ (dưới 2^0). Tìm hiệu số chiết suất Δn của lăng kính đối với hai tia đơn sắc này. Áp dụng tính Δn với $\Delta i' = 2^0$.

ĐS: a. $D_v = 55^0 7'$; b. $\Delta n \approx 0,015$

Bài 10. Khả năng phân giải một vạch kép:

Trên hình vẽ là sơ đồ của máy quang phổ lăng kính. Biết chiết suất của lăng kính phụ thuộc vào bước sóng theo định luật CAUCHY $n = a + \frac{b}{\lambda^2}$ với $a = 1,652$ và $b = 1,50 \cdot 10^{-2} \mu m^2$



a) Tính $\frac{dn}{d\lambda}$ tại giá trị λ_0

b) Cho $A = 60^0$ và $\lambda_0 = 0,6 (\mu m)$. Tiêu cự thấu kính trong ống chuẩn trực là $f = 20 (cm)$, tiêu cự vật kính trong buồng tối là $f' = 1 (m)$. Đã khắc phục hiện tượng sắc sai.

b1) Thiết lập hệ thức giữa góc lệch cực tiểu D_{\min} , góc A của lăng kính và chiết suất n đối với một bức xạ có bước sóng λ cho trước. Tính D_{\min} đối với vạch kép vàng của thủy ngân ứng với bước sóng $\lambda_1 = 577 (nm); \lambda_2 = 579 (nm)$;

b2) Chứng minh rằng khi xảy ra góc lệch cực tiểu thì mối biến thiên nhỏ của bước sóng

$$d\lambda \text{ ứng với biến thiên của góc lệch } dD \text{ thỏa mãn: } \frac{dD}{d\lambda} = \frac{\sin A}{\cos \frac{A}{2} \cos \left(\frac{D_{\min} + A}{2} \right)} \left(-\frac{2b}{\lambda^3} \right)$$

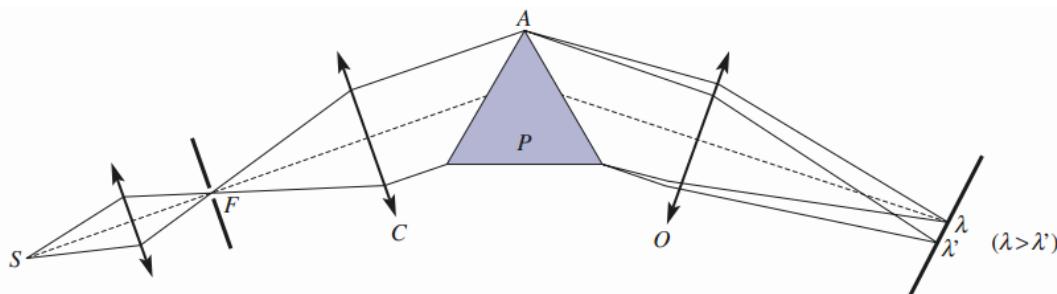
b3) Hỏi khoảng cách giữa hai vạch sáng tương ứng với bước sóng λ_1, λ_2 trên phim của buồng ảnh.

b4) Tính độ rộng cực đại mà khe của ống chuẩn trực để có thể tách vạch kép. Giả thiết không có giới hạn nào khác.

ĐS: a. $\left(\frac{dn}{d\lambda} \right)_{\lambda=\lambda_0} \approx 3.10^{-4} \text{ nm}^{-1}$; b1. $D_{1\min} = 56^0 6'$, $D_{2\min} = 56^0 4'$; b3. $\Delta x \approx 0,590(\text{mm})$; b4.

$0,118(\text{mm})$

Bài 11. Trong máy **quang phổ lăng kính**, khe hẹp F của ống chuẩn trực có độ rộng a và song song với cạnh bên của lăng kính. Cạnh đáy của lăng kính độ rộng là r, tiêu cự thấu kính C là f_1 , tiêu cự thấu kính O là f' . Ảnh của khe hẹp có bề rộng là a'



Cho nguồn đơn sắc S có bước sóng λ , chùm tia tới mặt bên của lăng kính có bề rộng L và cho góc i . Chùm tia ló ra khỏi lăng kính có bề rộng L' và cho góc i'

a) Chùm tia tới tới lăng kính từ giá trị góc i sau đó góc biến thiên là di thì chùm tia ló ra khỏi lăng kính với góc biến thiên là di' . Chứng minh hệ thức:

$$|\delta i'| = \frac{\cos r' \cos i}{\cos r \cos i'} |\delta i|$$

b) Tìm liên hệ của L và L'

c) Tìm liên hệ giữa a và a'.

$$DS: b \cdot \frac{L}{\cos r' \cdot \cos i} = \frac{L'}{\cos r \cdot \cos i}; c. \frac{La}{f_1} = \frac{L'a'}{f'}$$

IX.2. GIAO THOA KHÔNG ĐỊNH XỨ

Bài 1. Trong thí nghiệm giao thoa ánh sáng Y-âng với ánh sáng đơn sắc có bước sóng $0,6 \mu\text{m}$, khoảng cách giữa màn chứa khe S và màn chứa hai khe S_1, S_2 bằng 80 cm , khoảng cách giữa hai khe S_1, S_2 bằng $0,6 \text{ mm}$, khoảng cách từ mặt phẳng chứa hai khe S_1, S_2 đến màn quan sát bằng 2 m . Trên màn quan sát, chọn trục Ox song song với S_1S_2 , gốc O trùng với giao điểm của đường trung trực của S_1S_2 với màn, chiều dương cùng chiều từ S_2 đến S_1 .

a. Cần dịch chuyển khe S theo phương song song với Ox một đoạn nhỏ nhất bằng bao nhiêu và theo chiều nào để tại điểm có tọa độ $+1,2 \text{ mm}$ trên màn có một vân tối.

b. Thay nguồn S bằng nguồn S' đặt tại vị trí lúc đầu của S, S' phát ra đồng thời hai bức xạ đơn sắc có bước sóng lần lượt $\lambda_1 = 0,48 \mu\text{m}$ và $\lambda_2 = 0,672 \mu\text{m}$. Xác định tọa độ các vị trí trên màn mà tại đó vân tối của hai bức xạ trùng nhau.

ĐS: a. Vậy khe S phải dịch chuyển ngược lại tức là theo chiều âm 1 đoạn ngắn nhất là $|y| = \frac{d}{D}x = \frac{0,8}{2}0,2 = 0,08 \text{ (mm)}$.

b. Vị trí $x_{\text{tối trùng}} = (2k+1)5,6 \text{ (mm)}$ với $k \in \mathbb{Z}$

Bài 2. Trong thí nghiệm giao thoa khe I-âng, dùng đồng thời hai ánh sáng đơn sắc có khoảng vân trên màn giao thoa tương ứng là $i_1 = 0,8 \text{ mm}$ và $i_2 = 0,6 \text{ mm}$. Biết hai khe hẹp cách nhau $a = 1 \text{ mm}$, khoảng cách giữa màn quan sát và màn chứa hai khe là $D = 1,5 \text{ m}$.

a) Tìm bước sóng của từng bức xạ. Tìm vị trí của vân gần trung tâm nhất có cùng màu với vân trung tâm?

b) Tìm tổng số vân sáng trong khoảng hai vân cùng màu với vân trung tâm, đối xứng với nhau qua vân trung tâm và gần vân trung tâm nhất?

c) Trên miền giao thoa đối xứng qua vân trung tâm, có bề rộng $9,6 \text{ mm}$ có bao nhiêu vị trí mà vân tối của bức xạ λ_1 trùng với vân sáng của bức xạ λ_2 ? Xác định các vị trí đó?

ĐS : a. $\lambda_1 = \frac{8}{15}(\mu\text{m})$, $\lambda_2 = 0,4(\mu\text{m})$; $x=2,4\text{mm}$.

b. 11 vân sáng; c. có 4 vị trí.

x (mm)	-3,6	-1,2	1,2	3,6
-----------	------	------	-----	-----

Bài 3. Thực hiện thí nghiệm I-âng về giao thoa ánh sáng với nguồn sáng phát ra đồng thời hai bức xạ điện từ thuộc vùng ánh sáng nhìn thấy có bước sóng λ_1 và $\lambda_2 = 0,46 \mu\text{m}$. Trên màn quan sát, người ta nhìn thấy trong khoảng giữa hai vân gần nhất cùng màu với vân sáng trung tâm có 11 vân sáng khác. Trong đó số vân sáng của bức xạ λ_1 và của bức xạ λ_2 lệch nhau 3 vân. Tính bước sóng λ_1 .

$$\text{ĐS: } \lambda_1 = 0,736 \mu\text{m}$$

Bài 4. Trong thí nghiệm giao thoa sóng mặt nước, hai nguồn kết hợp S_1, S_2 cách nhau 8cm dao động cùng pha với tần số $f = 20\text{Hz}$. Tại điểm M trên mặt nước cách S_1, S_2 lần lượt những khoảng $d_1 = 25\text{cm}$, $d_2 = 20,5\text{cm}$ dao động với biên độ cực đại, giữa M và đường trung trực của AB có hai dãy cực đại khác.

a. Tính tốc độ truyền sóng trên mặt nước.

b. N là một điểm thuộc đường trung trực của đoạn thẳng S_1S_2 dao động ngược pha với hai nguồn. Tìm khoảng cách nhỏ nhất từ N đến đoạn thẳng nối S_1S_2 .

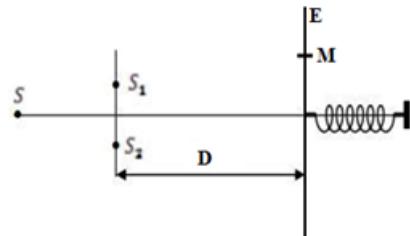
c. Điểm C cách S_1 khoảng L thỏa mãn CS_1 vuông góc với S_1S_2 . Tính giá trị cực đại của L để điểm C dao động với biên độ cực đại.

$$\text{ĐS: a. } v = \lambda f = 30 \text{ cm/s; b. } x_{\min} \approx 3,4\text{cm}; \text{ c. } L_{\max} \approx 20,6\text{cm}.$$

Bài 5. Trong thí nghiệm Y-âng về giao thoa ánh sáng, thực hiện đồng thời với hai bức xạ đơn sắc có bước sóng λ_1 và λ_2 , các khoảng vân tương ứng thu được trên màn quan sát là $i_1 = 0,48(\text{mm})$ và i_2 . Hai điểm A, B trên màn quan sát cách nhau 34,56(mm) và AB vuông góc với các vân giao thoa. Biết A và B là hai vị trí mà cả hai hệ vân đều cho vân sáng tại đó. Trên đoạn AB quan sát được 109 vân sáng trong đó có 19 vân sáng cùng màu với vân sáng trung tâm. Tìm i_2 .

$$\text{ĐS: } i_2 = 0,64\text{mm}$$

Bài 6. Thí nghiệm giao thoa I-Âng với ánh sáng đơn sắc có bước sóng $0,75 \mu\text{m}$, khoảng cách giữa hai khe S_1, S_2 là 1mm. Màn quan sát E khá nhỏ được gắn với một lò xo và có thể dao động điều hòa theo phương ngang với chu kỳ $T=4,5\text{s}$ như hình bên. Ban đầu màn



đang ở vị trí lò xo không bị biến dạng, khi đó nó cách mặt phẳng chứa hai khe một đoạn 2m. Sau đó kéo màn ra khỏi vị trí ban đầu một khoảng 20cm theo phương vuông góc và hướng ra xa mặt phẳng chứa 2 khe, rồi thả nhẹ cho nó dao động điều hòa. Tìm khoảng thời gian kể từ khi thả màn đến khi điểm M trên màn cách vân trung một đoạn 9,45mm thuộc vân sáng bậc 6 lần thứ 2016.

$$\text{ĐS: } \Delta t = 1007T + \frac{5T}{6} = 4527,75s$$

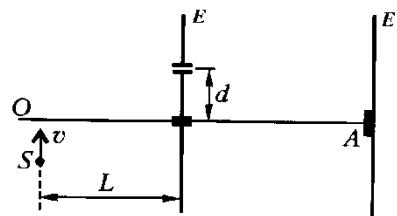
Bài 7. Trong thí nghiệm giao thoa ánh sáng Y-âng, hai khe cách nhau $a = 0,5 \text{ mm}$, khoảng cách từ hai khe đến màn $D = 2 \text{ m}$. Nguồn S phát ra đồng thời ba ánh sáng đơn sắc có bước sóng lần lượt là $\lambda_1 = 0,4 \text{ } \mu\text{m}$, $\lambda_2 = 0,5 \text{ } \mu\text{m}$, $\lambda_3 = 0,6 \text{ } \mu\text{m}$ chiếu vào hai khe S_1S_2 . Trên màn, ta thu được một trường giao thoa có bề rộng 20 cm. Hỏi trên màn quan sát có tổng cộng bao nhiêu vân sáng cùng màu với vân sáng chính giữa của trường giao thoa?

ĐS: 9 vân.

Bài 8. Trong thí nghiệm Y-âng về giao thoa ánh sáng. Lần thứ nhất, ánh sáng dùng trong thí nghiệm có hai loại bức xạ có bước sóng $\lambda_1 = 0,56 \mu\text{m}$ và λ_2 , với $0,67 \mu\text{m} < \lambda_2 < 0,74 \mu\text{m}$, thì trong khoảng giữa hai vân sáng gần nhau nhất cùng màu với vân sáng trung tâm có 6 vân sáng của bức xạ λ_2 . Lần thứ hai, ánh sáng dùng trong thí nghiệm có ba loại bức xạ có bước sóng λ_1 , λ_2 và λ_3 với $\lambda_3 = 7\lambda_2 / 12$, khi đó trong khoảng giữa hai vân sáng gần nhau nhất và cùng màu với vân sáng trung tâm quan sát được bao nhiêu vân sáng đơn sắc?

ĐS: 23

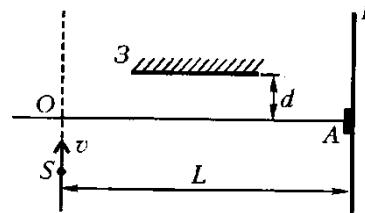
Bài 9. Một sơ đồ giao thoa cho trên hình 13, gồm nguồn sáng điểm đơn sắc S chuyển động với vận tốc $v = 4 \text{ cm/s}$ tới gần trực OA và hai màn. Trên màn E có hai lỗ nhỏ cách nhau một khoảng $d = 0,5 \text{ cm}$, còn màn E' dùng để quan sát bức tranh giao thoa. Tại tâm của màn E' người ta đặt một máy thu quang điện A. Hãy xác định tần số dao động của dòng quang điện trong máy thu khi nguồn sáng ở gần OA, biết rằng $L = 1 \text{ m}$ và bước sóng $\lambda = 5 \cdot 10^{-7} \text{ m}$. Coi cường độ dòng quang điện tỷ lệ với độ rọi tại điểm A.



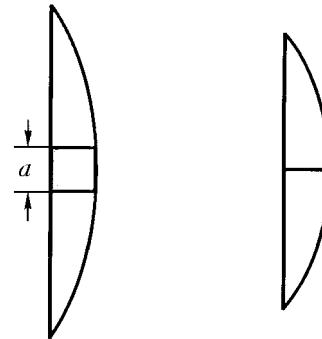
Bài 10. Sơ đồ thí nghiệm giao thoa gồm gương phẳng M, màn ảnh E, máy thu quang điện A và nguồn sáng điểm đơn sắc S chuyển động với vận tốc $v = 2m/s$ vuông góc với trục OA (H.9). Hãy xác định tần số dao động của dòng quang điện trong máy thu A khi nguồn sáng chuyển động tới gần trục OA, nếu bước sóng ánh sáng $\lambda = 5 \cdot 10^{-7} m$, khoảng cách $L = 1m$ và khoảng cách $d = 0,5cm$. Biết rằng dòng quang điện trong máy thu tỷ lệ với độ rọi tại điểm A.

Gợi ý: Với những giá trị nhỏ của x, có thể dùng công thức gần đúng $\sqrt{1+x} \approx 1 + x/2$.

$$\text{ĐS: } f = \frac{2dv}{\lambda L} = 40.000 Hz.$$



Bài 11. (Sóng Huyghen) Một thấu kính hội tụ có tiêu cự $f = 50cm$ bị cắt đi phần trung tâm có bẹ rộng $a = 0,6cm$ theo hướng vuông góc với mặt phẳng hình bên, sau đó dịch hai nửa lại cho tới khi tiếp xúc với nhau. Về một phía của thấu kính ghép này, tại điểm cách thấu kính một khoảng bằng f đặt nguồn sáng điểm S phát ánh sáng đơn sắc có bước sóng $\lambda = 600nm$ và ở phía kia của thấu kính đặt một màn ảnh để quan sát các vân giao thoa (H.6). Hãy xác định khoảng vân.



$$\text{ĐS: } i \approx \frac{\lambda F}{a} = 0,5mm.$$

Bài 12. (Trích Đề thi Olimpic Vật lí quốc tế tại Nam Tư năm 1985)

Một thanh niên ở tỉnh Portoroz liên hệ bằng vô tuyến với hai thiếu nữ ở hai tỉnh khác nhau. Anh ta muốn lắp ăngten sao cho cô gái ở A (Koper) nhận được tín hiệu cực đại, mà cô gái ở B (Buje) lại không nhận được và ngược lại. ăngten gồm hai thanh song song thẳng đứng phát sóng là hai nguồn phát sóng (đường thẳng nối liền hai ăngten và song song mặt đất nằm trên phương bắc nam) có cường độ không đổi theo mọi phương nằm ngang.

a. Tìm các thông số của ăngten, nghĩa là: khoảng cách giữa hai thanh, phương của mặt phẳng của hai thanh, và độ lệch pha giữa hai tín hiệu điện truyền cho hai thanh với điều kiện khoảng cách ấy là cực tiểu.

b. Tìm lời giải bằng số nếu máy phát có tần số 27 MHz và đặt ở Portoroz.

Góc giữa phương Bắc và phương đến A (Koper) là 72° , giữa phương Bắc và phương đến của B (Buje) là 157° .

$$\text{ĐS: b. } \alpha_A = 47,5^\circ, \alpha_B = 132,5^\circ, a = 3,76m$$

Bài 13. Cho một lưỡng lăng kính dạng nêm, đáy mỏng, góc chiết quang $15'$, làm bằng thủy tinh được coi là trong suốt với các ánh sáng dùng làm thí nghiệm, có chiết suất $n = 1,5$ và được coi là không đổi với các ánh sáng dùng trong thí nghiệm. Phía trước lăng kính có đặt một khe sáng hẹp S được chiếu ánh sáng đơn sắc trên đường thẳng đi qua đáy và trùng với đáy chung.

a) Tìm khoảng cách d giữa khe S và lưỡng lăng kính để hai ảnh S_1 và S_2 của S qua lưỡng lăng kính ở cách nhau một khoảng $a = 1,8 \text{ mm}$. Lấy $1' = 3.10^{-4} \text{ rad}$.

b) Tại vùng giao thoa trên màn, người ta đếm được 11 vân sáng. Xác định khoảng cách từ lưỡng lăng kính đến màn, suy ra bề rộng vùng giao thoa trên màn và khoảng vân i . Biết bước sóng của ánh sáng đơn sắc dùng trong thí nghiệm là $\lambda = 0,5 \mu\text{m}$.

c) Thay ánh sáng đơn sắc trên bằng bức xạ tử ngoại gần. Để quan sát hình ảnh giao thoa người ta đã dùng máy ảnh với phim đen trắng thông thường chụp ảnh miền giao thoa và in trên giấy ảnh thì đếm được 15 vạch đen trên toàn miền giao thoa. Giải thích hiện tượng và hình ảnh quan sát được, tính bước sóng của ánh sáng tử ngoại nói trên.

ĐS: a. $d = 40 \text{ cm}$

b. $d' = 64,5 \text{ cm}$, $L = 2,9 \text{ mm}$, $i = 0,29 \text{ mm}$; c. $\lambda' \approx 0,357 \mu\text{m}$

Bài 14. Hai lăng kính bằng thủy tinh, chiết suất $n = 1,5$ có cùng góc chiết quang A nhỏ và có chung đáy P (tức là lưỡng lăng kính Fresnel). Trên mặt phẳng của đáy P, cách hai lăng kính một khoảng $l = 10 \text{ cm}$, có một khe F hẹp, song song với cạnh khúc xạ của hai lăng kính và phát ánh sáng đơn sắc bước sóng $\lambda = 546 \text{ nm}$. Sau lưỡng lăng kính, cách một khoảng p có một kính lúp L, tiêu cự $f_0 = 2 \text{ cm}$ mà trong tiêu diện có một thước chia (gọi là thước trắc vi) cho phép ta đo khoảng cách giữa các vân giao thoa, chính xác tới $0,01 \text{ mm}$. Một thấu kính hội tụ mỏng O, tiêu cự $f = 10 \text{ cm}$ có thể dịch chuyển dễ dàng giữa lưỡng lăng kính và kính lúp.

1. Dịch chuyển O về phía L bắt đầu từ sát lưỡng lăng kính, đồng thời quan sát trong L, ta tìm được hai vị trí S_1 , S_2 của O cách nhau $S_1S_2 = 48 \text{ cm}$, mà trong kính lúp ta thấy hai ảnh rõ nét của khe F, khoảng cách giữa hai ảnh ấy đo được trong kính L lần lượt là $4,5 \text{ mm}$ và $0,18 \text{ mm}$. Tính góc chiết quang A của hai lăng kính và khoảng cách p.

2. Cho O dịch chuyển từ S_1 đến S_2 thì đến một vị trí V_1 ta bắt đầu trông thấy vân giao thoa, rồi đến một vị trí V_2 thì thấy vân giao thoa biến mất.

a. Hãy giải thích hiện tượng và xác định các khoảng cách từ V_1 , V_2 đến L

b. Chứng minh rằng trong quá trình dịch chuyển của O thì khoảng vân i (giữa hai vân giao thoa liên tiếp) qua một giá trị cực đại. Hãy tính giá trị cực đại i_m ấy, số vân N có thể quan sát được và khoảng cách từ L đến vị trí tương ứng của O. Nếu giữ nguyên khe F, kính lúp L, lưỡng lăng kính, nhưng bỏ kính O đi thì khoảng vân i' và số vân quan sát được N' là bao nhiêu?

3. Tiếp tục cho O dịch chuyển về phía L thì qua vị trí S_2 , đến một vị trí V_3 , ta lại trông thấy vân. Xác định khoảng cách từ V_3 đến L, tính khoảng cách vân i'' và số vân quan sát được N'' khi O ở cách L là 8cm.

ĐS: 1. $p = 64\text{cm}$; $A = 9 \cdot 10^{-3} \text{rad} \approx 30'$

2a. S_1 cách lúp 51,5cm, và S_2 cách lúp 14,5cm.

2b. $i_{\max} \approx 0,035\text{cm}$, $N=8$ vân, $i' \approx 0,44\text{mm}$, $N' = 12$.

3. $i'' \approx 0,2\text{mm}$, $N'' = 13$ vân.

Bài 15 (HSGQG 2016)

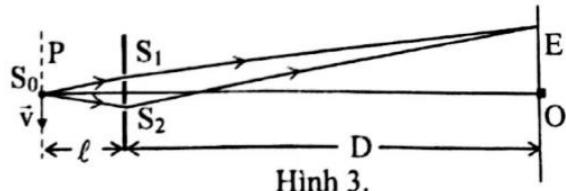
Xét hệ giao thoa Y-âng, hai khe song song S_1 và S_2 cách nhau một khoảng $a = 2\text{mm}$, màn quan sát E cách mặt phẳng chứa hai khe một khoảng $D = 2\text{m}$. Hệ thống khe – màn được đặt trong không khí. Nguồn sáng S là dây tóc thăng hình trụ có đường kính rất nhỏ của một bóng đèn điện được đặt trước hai khe S_1, S_2 . Ban đầu S đặt tại S_0 cách đều S_1, S_2 .

1. Đặt trước hai khe một tấm kính lọc sắc, chỉ để lọt qua bức xạ có bước sóng $0,500\mu\text{m}$. Miền quan sát được hình ảnh giao thoa có dạng đối xứng, khoảng cách giữa hai vân ngoài cùng là 20mm.

a. Xác định hiệu khoảng cách từ khe S_2 và khe S_1 tới vị trí vân sáng bậc 3 trên màn.

b. Xác định số vân sáng, vân tối quan sát được trên màn.

2. Ánh sáng phát ra từ dây tóc bóng đèn là ánh sáng trắng, gồm các ánh sáng đơn sắc nằm trong dải $0,400\mu\text{m} \leq \lambda \leq 0,750\mu\text{m}$ được chiếu vào hai khe Y – âng. Xác định số bức xạ và bước sóng của từng bức xạ cho vân sáng trùng nhau tại vị trí vân sáng bậc 5 của ánh sáng đỏ có $\lambda = 0,750\mu\text{m}$.



Hình 3.

3. Tại vị trí vân sáng trung tâm ban đầu O trên màn E, đặt một máy thu quang điện có độ nhạy cao. Cho nguồn sáng S dịch chuyển trong mặt phẳng P song song với mặt phẳng chứa hai khe S_1, S_2 với tốc độ không đổi $v = 1\text{cm/s}$ như hình 11.3. Hãy xác định tần số dao động của dòng quang điện trong máy thu khi nguồn sáng còn ở gần trục S_0O . Biết rằng nhờ kính lọc sắc, ánh sáng $\lambda = 0,400\mu\text{m}$, nguồn sáng S cách mặt phẳng chứa hai khe S_1, S_2 là $l = 1\text{m}$. Coi cường độ dòng quang điện tỉ lệ với cường độ sáng tại O.

$$\text{ĐS: 1.a. } \Delta\delta = 3\lambda = 1,50\mu\text{m}$$

b. Số vân sáng 41 vân; số vân tối 40 vân

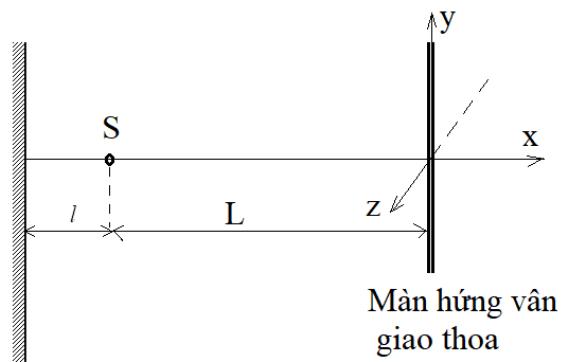
2. có 5 bức xạ: $\lambda_5 = \lambda_d = 0,750\mu\text{m}; \lambda_6 \approx 0,625\mu\text{m}; \lambda_7 \approx 0,536\mu\text{m}, \lambda_8 \approx 0,469\mu\text{m}; \lambda_9 \approx 0,417\mu\text{m}$

$$3. f = \frac{av}{l\lambda} = 50\text{Hz}$$

Bài 16.

Một nguồn điểm S phát ánh sáng kết hợp có bước sóng λ đồng đều theo mọi phương, hay nói cách khác mặt sóng là những mặt cầu đồng tâm. Sóng phản xạ trên một bề mặt điện môi đặt ở khoảng cách $l = N\lambda$ (N là một số nguyên lớn) từ nguồn điểm. Hình ảnh giao thoa được quan sát trên một màn chắn ở khoảng cách $L \gg l$ từ nguồn điểm (Xem hình 4.10).

Trong cách tính toán dưới đây, ta sử dụng hệ tọa độ xyz như trên hình vẽ. Màn chắn đặt song song với gương và nằm trong mặt phẳng y-z.



1. Tại tọa độ y bằng bao nhiêu ($z = 0$), ta quan sát được cực đại giao thoa? Có thể giả sử $y \ll L$.

2. Hãy vẽ vài cực đại có bề rộng nhỏ nhất trên màn chắn (trong mặt phẳng y-z).

3. Bây giờ ta thay màn chắn phẳng bằng màn chắn hình cầu bán kính L, có tâm trùng với vị trí đặt nguồn điểm. Có bao nhiêu cực đại có thể quan sát được?

$$\text{ĐS: 1. Để có cực đại } y_n = L \sqrt{\frac{n+0,5}{N}}, \text{ với } n=0,1,2,3,\dots << N$$

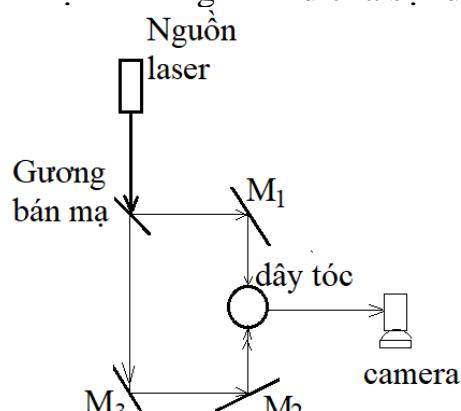
3. Số vân cực đại là $m = 2N$

Bài 17. Đo đường kính sợi dây tóc.

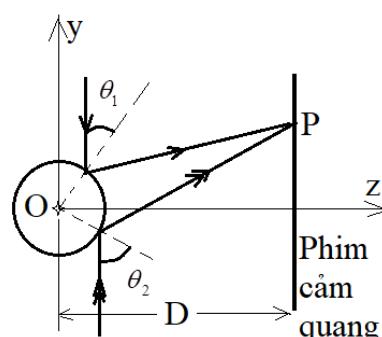
Người ta đo đường kính sợi dây tóc có kích thước dưới milimet bằng một giao thoa kép hai chùm tia như trong hình a, trong đó M_1, M_2, M_3 là hệ gương phản chiếu toàn phần, màn chắn là một camera kỹ thuật số CCD (Charge Coupled Device – thiết bị điện tích liên kết). Chùm laser xuất phát từ tinh thể Iridium acid barium sẽ đi qua một phim bán mạ để tách thành hai chùm sáng. Chùm thứ nhất sau khi phản xạ trên gương M_1 tới đập vào mặt trên sợi dây tóc, chùm kia phản xạ trên hai gương M_2, M_3 , rồi đập vào mặt dưới sợi dây tóc. Hình b cho thấy ánh sáng phản chiếu để tạo ra hai chùm sáng giao thoa; θ_1, θ_2 tương ứng là các góc tới, D là khoảng cách từ trục dây tóc đến màn chắn (phim cảm quang trong camera), P là điểm mà hai chùm ánh sáng giao nhau trên màn hình. Chọn hệ trục tọa độ như sau: gốc O nằm trên trục của sợi, trục x (không thể hiện trên hình vẽ) dọc theo trục sợi dây (chiều dương hướng lên), trục z vuông góc với màn hình. Bước sóng của ánh sáng là λ , khoảng vân trên màn hình bằng i. Vì khoảng cách D lớn hơn rất nhiều so với đường kính của sợi và kích thước của màn hình, có thể coi chùm tia chiếu đến màn chắn là chùm gần song song với trục z.

1. Vì khoảng cách từ dây tóc tới màn chắn lớn hơn so với kích thước dây tóc, nên trên cả mặt trên và mặt dưới của dây tóc chỉ có các chùm tia có góc tới quanh giá trị 45° mới phản xạ lên màn chắn được. Hai chùm tia này coi như được xuất phát từ hai ảnh ảo, tìm vị trí của hai ảnh ảo ở cả hai mặt trên và mặt dưới. Có thể sử dụng các công thức gần đúng: khi $x \approx 0$, thì $\sin x \approx x$, $\cos x \approx 1$.

2. Xác định đường kính d của sợi dây tóc.



Hình a



Hình b

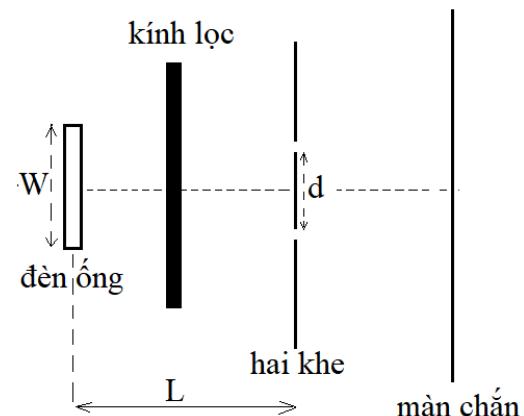
ĐS: 1. Chùm phản xạ của chùm tới dưới góc $\pi/4$ giống như xuất phát từ nguồn đặt ở điểm F có tọa độ (y_+, z_+) : $y_+ = \frac{\sqrt{2}}{4}d$; $z_+ = \frac{\sqrt{2}}{8}d$

Tương tự chùm phản xạ ở mặt dưới dây tóc coi như phát ra từ nguồn F' có tọa độ

$$y_- = -\frac{\sqrt{2}}{4}d; z_- = \frac{\sqrt{2}}{8}d$$

$$2. d = \frac{\lambda D}{i} \sqrt{2}$$

Bài 18. Một màn chấn có hai khe hẹp song song nằm cách nhau một đoạn d và được chiếu bởi một đèn ống thẳng có bề rộng W , được đặt ở khoảng cách L giữa hai khe. Một kính lọc được đặt giữa chúng sao cho chỉ có ánh sáng bước sóng λ tới được hai khe. Nếu thay đổi khoảng cách giữa hai khe một cách liên tục, thì ở khoảng cách nhỏ nhất $d = d_0$ các vân giao thoa trên một màn đặt ở xa sẽ biến mất. Tìm giá trị của W (biểu diễn theo các tham số trong bài).

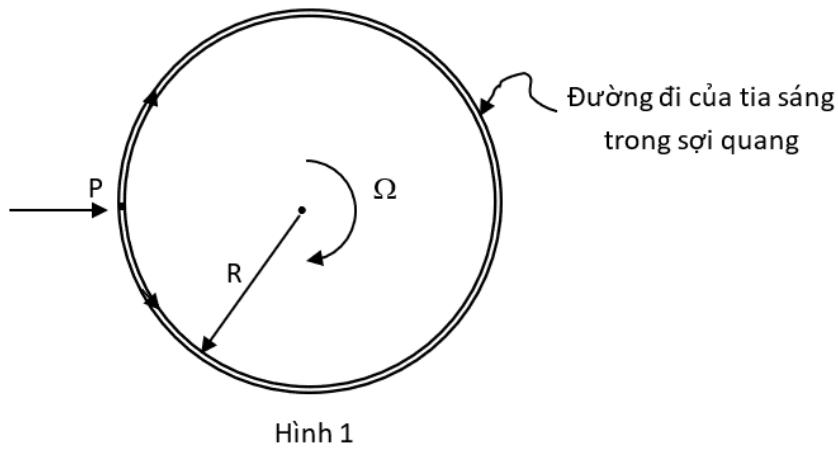


$$\text{ĐS: } W = \frac{\lambda L}{d_0}$$

Bài 19. Con quay quang học APHO 2003

Vào năm 1913, Georges Sagnac (1869-1926) đã xét việc sử dụng một bộ cộng hưởng vòng để tìm sự trôi của ête vũ trụ đối với một hệ quy chiếu quay. Tuy nhiên, như thường xảy ra, các kết quả của ông đã có những ứng dụng mà chính ông cũng chưa bao giờ mơ tới. Một trong những ứng dụng đó là con quay sợi quang (Fibre-Optic Gyroscope- FOG) dựa trên một hiện tượng đơn giản mà lần đầu tiên Sagnac đã quan sát được. Hiện tượng vật lí chủ yếu liên quan đến hiệu ứng Sagnac là do sự dịch pha gây nên bởi hai chùm tia sáng kết hợp được truyền theo hai chiều ngược nhau vòng quanh một vòng đang quay làm bằng sợi quang. Độ dịch pha này còn được dùng để xác định vận tốc góc của vòng đang quay.

Như chỉ ra trên sơ đồ ở Hình 1, một sóng ánh sáng đi qua điểm P vào một sợi quang hình tròn có bán kính R đặt trên một bệ quay với vận tốc góc không đổi Ω theo chiều kim đồng hồ. Tại đây, sóng ánh sáng bị tách thành hai sóng truyền theo hai hướng ngược nhau dọc theo vòng: theo chiều kim đồng hồ (CW) và ngược chiều kim đồng hồ (CCW). Chiết suất của vật liệu làm sợi quang là μ . Giả thiết đường truyền tia sáng trong sợi quang là một đường tròn trơn tru có bán kính R .



Hình 1

- a) Trên thực tế, vận tốc quay của vòng nhỏ hơn vận tốc ánh sáng rất nhiều, sao cho $(R\Omega)^2 \ll c^2$. Hãy tìm hiệu thời gian $\Delta t = t^+ - t^-$ trong đó t^+ và t^- chỉ thời gian đi hết một vòng kín của các tia đi theo chiều kim đồng hồ (CW) và ngược chiều kim đồng hồ (CCW). Hãy viết kết quả theo diện tích A được bao quanh bởi cái vòng.
- b. Hãy tìm hiệu quang trình ΔL của tia CW và tia CCW khi chúng đi hết một vòng kín trên cái vòng đang quay.
- c. Với một sợi quang hình tròn có bán kính $R = 1$ m, hãy tìm giá trị cực đại của ΔL đối với sự quay của sợi quang bằng tốc độ quay của Trái Đất. Cho biết chiết suất sợi quang là $\mu = 1,5$.
- d. Trong phần b), phép đo có thể được khuếch đại bằng cách tăng số vòng của cuộn sợi quang lên N vòng. Hãy tìm hiệu số pha $\Delta\theta$ của hai tia sáng khi chúng đã đi hết chiều dài cuộn sợi quang. (1 điểm)

Sơ đồ thứ hai của Con quay Quang học là Con quay Laser Vòng (Ring Laser Gyroscope - RLG). Điều này có thể thực hiện bằng cách đặt hốc cộng hưởng của nguồn phát laser vào một vòng dưới dạng một tam giác đều, chiều dài tổng cộng của vòng là L , như trên Hình 2. Nguồn laser ở đây sẽ sinh ra hai nguồn sáng kết hợp lan truyền theo hai hướng ngược nhau. Để duy trì dao động của laser trong bộ cộng hưởng vòng hình tam giác này, chu vi của vòng phải bằng một số nguyên lần bước sóng λ . Etalon (bộ chuẩn mẫu), là một dụng cụ phụ được đặt chen vào vòng; nó có thể gây ra trong vòng các tốn hao có tính lọc lựa theo tần số, sao cho các kiểu dao động không mong muốn bị làm yếu đi hoặc bị loại trừ.

<p>Hình.2: Sơ đồ minh họa Con quay Laser Vòng</p>	<p>Hình 3: Minh họa Con quay Laser Vòng được nói tới trong bài toán này</p>
---------------------------------------------------	-----------------------------------------------------------------------------

e) Tìm hiệu số thời gian truyền Δt theo chiều kim đồng hồ và ngược chiều kim đồng hồ cho trường hợp vòng hình tam giác như trên Hình 2. Viết kết quả theo Ω và diện tích A được bao quanh bởi vòng. Chứng tỏ rằng kết quả này cũng giống hệt như kết quả đối với vòng hình tròn.

f) Nếu cái vòng này quay với tần số góc Ω như trên Hình 2, sẽ có sự khác nhau về tần số giữa hai phép đo CW và CCW. Tìm tần số phách $\Delta\nu$ quan sát được giữa hai tia CW và CCW theo L, Ω, λ

$$\text{ĐS: a. } \Delta t = \frac{4\mu^2 \Omega A}{c^2}; \text{ b. } \Delta L = c' \Delta t = \frac{4\pi R^2 \Omega}{c'}$$

$$\text{c. } \Delta L \approx 4,56 \cdot 10^{-12} \text{ m}$$

$$\text{d. } \Delta\theta' = \frac{8\pi^2 R^2 N \Omega}{c \lambda'}$$

$$\text{e. } \Delta t = \frac{4\Omega A}{c^2}; \text{ f. } \Delta\nu = \frac{1}{\sqrt{3}} \frac{L}{\lambda} \Omega$$

VIII.3 GIAO THOA ĐỊNH XỨ

Bài 1. Chiếu một chùm tia sáng có bước sóng $\lambda = 0,54\mu\text{m}$ chiếu theo phương vuông góc vào một nêm thủy tinh mỏng có chiết suất 1,51. Biết số khoảng vân giao thoa trên 1cm là 9.

a) Tính góc nghiêng của nêm.

b) Tìm độ đơn sắc $\Delta\lambda/\lambda$ của chùm tia nếu các vân giao thoa biến mất từ điểm M cách đỉnh nêm là $l = 2,5\text{cm}$.

$$\text{Đáp số. a. } \alpha = \frac{\lambda}{2ni} = 1,43 \cdot 10^{-4} \text{ rad ; b. } \frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{1}{19}$$

Bài 2. Hai bản thủy tinh mỏng phẳng tạo thành một nêm không khí có cạnh nêm qua A (hình vẽ). Tại điểm M cách A là $l = 10\text{mm}$ độ dày của nêm là $d = 5\mu\text{m}$. Nêm được chiếu bằng ánh sáng có bước sóng $\lambda = 0,5\mu\text{m}$ theo phương vuông góc với mặt dưới của nêm.

a) Tìm tổng số vân tối quan sát được từ A đến M.

b) Thay bằng chùm tia sáng trắng cũng chiếu vào mặt nêm. Hỏi tại điểm N có độ dày $d' = 20\mu\text{m}$ có vân tối nào?

$$\text{Đáp số. a. } 21 \text{ vân tối (tính luôn tại A); b. } \lambda_k = \frac{40}{k} \mu\text{m} \text{ với } k = 53 \div 105$$

Bài 3 Nhìn một váng dầu trên mặt nước theo phương làm với mặt nước một góc 60° ta thấy toàn bộ váng dầu màu vàng (ứng với bước sóng $\lambda_1 = 0,6\mu\text{m}$). Coi chiết suất của dầu là 1,45 và không phụ thuộc vào bước sóng. Mắt đặt xa mặt nước.

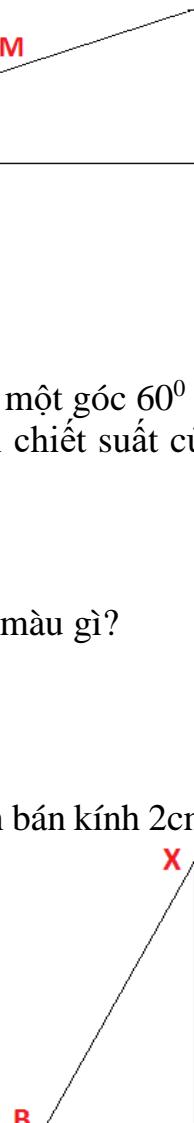
a) Tính bề dày nhỏ nhất của váng dầu.

b) Nếu nhìn theo phương hợp với mặt nước 1 góc 30° thì thấy váng dầu màu gì?

$$\text{Đáp số a. } d_{\min} = \frac{\lambda_1}{4\sqrt{n^2 - \sin^2 i_1}} = 0,11\mu\text{m} ; \text{ b. tìm được } \lambda = 0,513\mu\text{m} \text{ (màu lục)}$$

Bài 4. Một màng mỏng nước xà phòng được tạo bởi khung dây hình tròn bán kính 2cm. Màng được chiếu bằng một nguồn sáng trắng, rộng. Quan sát màng bằng ánh sáng phản xạ dưới góc 45° ta thấy nó có màu xanh (bước sóng $\lambda = 0,5\mu\text{m}$). Có thể xác định khối lượng của màn bằn cân có độ chính xác 0,2mg được không? Cho biết chiết suất và khối lượng riêng của nước xà phòng lần lượt là $n = 1,33$ và $\rho = 10^3\text{kg/m}^3$.

Đáp số: $m = 0,18\text{mg}$. Giá trị này tương đương sai số của cân nên không thể cân được.



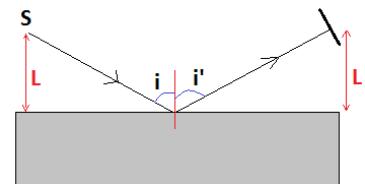
Bài 5. Một màng nước xà phòng có chiết suất 1,33 được đặt thẳng đứng. Do trọng lực, nước xà phòng dồn xuống dưới nên ta coi màng có dạng hình nêm (hình vẽ). Quan sát

những vân giao thoa của ánh sáng phản chiếu có bước sóng $\lambda = 0,48\mu\text{m}$ người ta thấy vân tối thứ 6 cách giao tuyến của nêm $1,2\text{cm}$. Biết hướng quan sát vuông góc với mặt nêm.

- a) Tính góc nghiêng của nêm.
- b) Xác định vị trí hai vân sáng đầu tiên.

Đáp số: a. $\alpha \approx 2,57'$. b $0,12\text{cm}; 0,36\text{cm}$

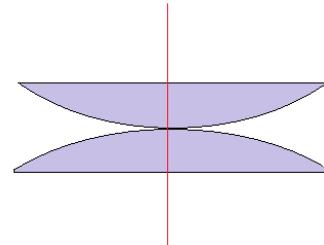
Bài 6. Nguồn sáng điểm S phát ra ánh sáng đơn sắc có $\lambda = 0,56\mu\text{m}$ và đặt cách bản mỏng $L = 1\text{m}$. Bản có bề dày $h = 0,1\text{mm}$, chiết suất $n = 1,4$. Một màn E đặt vuông góc với chùm phản xạ và cũng cách bản mặt 1cm (hình 2.25). Góc tới của chùm phản xạ là $i = 60^\circ$



- a) Tính khoảng vân.
- b) Xác định độ đơn sắc cho phép $\Delta\lambda$ để có thể quan sát được giao thoa.

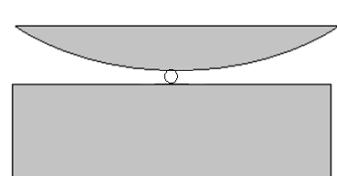
Đáp số: a. $i \approx 2,85\text{cm}$ $\Delta\lambda \approx 14A^0$

Bài 7. Một chùm ánh sáng tán xạ đơn sắc có $\lambda = 0,5\mu\text{m}$ đập vào một bản thủy tinh mỏng, hai mặt song song, chiết suất $n = 1,52$. Biết khoảng cách góc giữa hai cực đại liên tiếp của ánh sáng phản xạ là $\delta i = 3^\circ$ (quan sát dưới các góc lân cận góc $i = 60^\circ$). Xác định bề dày của bản.



Đáp số: $d = 13,8\mu\text{m}$

Bài 8. Một hệ thống gồm hai thấu kính mỏng giống nhau, một mặt phẳng, một mặt cầu lồi đặt tiếp xúc nhau như hình vẽ. Chiếu tới hệ chùm tia đơn sắc có bước sóng $\lambda = 0,5\mu\text{m}$ theo phương vuông góc với mặt phẳng.



- a) Xác định bề dày của lớp không khí ở đó ta quan sát thấy vân đầu tiên.

Biết vân tối thứ năm có bán kính 2mm và thấu kính có chiết suất $n = 1,5$. Tìm tiêu cự hệ thấu kính trên.

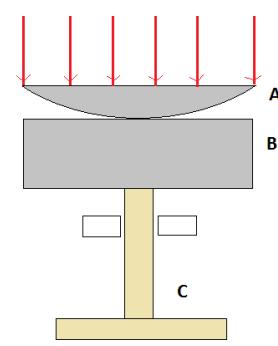
- b) Tìm tiêu cực của thấu kính biết bán kính mặt cong là $R = 0,8\text{m}$.

Đáp số: a. $d = 1,25\mu\text{m}$; $f = 0,8\text{m}$

Bài 9. Một thấu kính phẳng lồi, mặt lồi có bán kính $R = 25\text{cm}$ đặt trên một bản thủy tinh phẳng. Đỉnh mặt cầu không tiếp xúc với bản thủy tinh phẳng vì có một hạt bụi (hình vẽ). Người ta đo được bán kính các vân tròn Newton (vân tối) thứ 10 và thứ 15 là $r_{10} = 0,5\text{mm}$, $r_{15} = 0,75\text{mm}$. Xác định bước sóng ánh sáng.

Đáp số: $\lambda = 25\mu m$

Bài 10. Một hệ gồm thấu kính phẳng lồi A cố định và một bản thủy tinh hai mặt song song B có thể dịch chuyển nhờ một óc vít C có bước óc $h = 0,1mm$. Chiếu một chùm ánh sáng đơn sắc có bước sóng $\lambda = 580nm$ từ trên xuống dưới theo phương vuông góc với mặt phẳng để quan sát vân tròn Newton bằng ánh sáng phản xạ (hình 2.28).



a) Hình ảnh giao thoa thay đổi thế nào nếu quay đều óc C để tăng hoặc giảm khe hở giữa thấu kính và bản?

b) Số vân xuất hiện hoặc biến mất là bao nhiêu khi xoay óc một vòng?

Đáp số:

a. Gọi D là khoảng cách từ bản thủy tinh đến đỉnh thấu kính. Bán kính vân tối là $r_k^2 = R(k\lambda - 2D)$

b. Xuất hiện hoặc biến mất 345 vân tối.

Bài 11. Một thấu kính phẳng lồi L đặt trên một bản thủy tinh phẳng. Chiếu ánh sáng phản xạ có $\lambda = 0,546\mu m$ theo phương vuông góc và quan sát bằng ánh sáng phản xạ.

a) Người ta đo được đường kính vân tối thứ 5 và thứ 15 lần lượt là 9,34mm và 16,18mm. Tính bán kính mặt cong của L.

b) Cho một chất lỏng chiếm đầy giữa không khí và bản thủy tinh rồi lặp lại phép đo trên được 8,09mm và 14,0mm. Tìm chiết suất của chất lỏng.

c) Trong trường hợp lớp mỏng là không khí, nếu ta tịnh tiến thấu kính lên trên thì điều gì sẽ xảy ra?

Đáp số: a. 8mm; b. 1,33; c. Khi dịch thấu kính lên làm d tăng, bán kính vân thu nhỏ lại, nếu d quá lớn thì khó quan sát được.

Bài 12. Một thấu kính mỏng hai mặt lồi, cùng bán kính R_1 và một thấu kính mỏng hai mặt lõm, cùng bán kính R_2 cùng bằng thủy tinh chiết suất n, được đặt cho trục chính trùng nhau và tiếp xúc với nhau. Chiếu sáng hệ bằng một chùm sáng đơn sắc rộng, bước sóng λ và quan sát trong ánh sáng phản xạ theo phương trục chính người ta quan sát được một hệ vân Newton. Vân sáng thứ 6 và thứ 16 tính từ trong ra lần lượt là ρ_1 và ρ_2 . Một vật phẳng AB đặt trước hệ, cách hệ một khoảng d. Xác định vị trí, bán chất số phóng đại của ảnh A'B' của vật qua hệ.

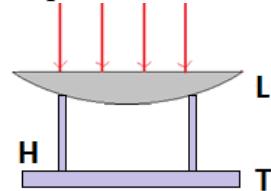
Cho biết: $\lambda = 546\text{nm}$, $\rho_1 = 1,855\text{mm}$, $\rho_2 = 3,161\text{mm}$, $n = 1,5$, $d = 0,8\text{m}$.

Đáp số. $d' = -2,4\text{m}$, $k \approx 3$

Bài 13. Đặt một hình trụ rỗng H bằng thủy tinh kích thước nhỏ, thành lỏng, lên trên một tấm thủy tinh đen T, hai mặt song song đặt trong không khí. Sau đó trên H đặt một thấu kính phẳng lồi L, bán kính cong của mặt lồi là $R = 3\text{m}$, đỉnh của mặt lồi cách T một đoạn $h = 5\text{mm}$. Chiếu vào hệ theo phương vuông góc một chùm bức xạ đơn sắc có bước sóng $\lambda_1 = 0,456\mu\text{m}$. Chiếu suất của không khí là $n = 1,000293$.

1. Biết tâm của hệ vân là một điểm sáng, hãy tính bán kính của ba vân tối kế tiếp đầu tiên.

2. Thay bức xạ trên bằng bức xạ đơn sắc có bước sóng $\lambda_2 = 0,436\mu\text{m}$ rồi cho nhiệt độ của H tăng dần từ 15°C lên 100°C thì thấy có 18 vân tròn Newton đi qua tâm. Hỏi các vân đã dịch chuyển theo chiều nào? Tính hệ số nở dài của thủy tinh làm hình trụ.



3. Hệ được giữ ở nhiệt độ không đổi và vẫn được chiếu sáng bằng bức xạ λ_2 . Rút dần không khí trong hình trụ ra thì hệ vân thay đổi thế nào? Tính số vân đi qua tâm của hệ khi đã hút hết không khí.

4. Nay chỏm cầu của thấu kính L được mài bẹt thành một mặt tròn bán kính $R_0 = 3\text{mm}$ song song với mặt phẳng của thấu kính rồi đặt cho tiếp xúc với tấm thủy tinh T. Hệ được chiếu sáng vuông góc bằng bức xạ λ_1 . Hãy tính bán kính của vân tối thứ 10 và vân sáng thứ 5 tính từ trong ra.

$$\text{ĐS: 1. } R_{t_1} \approx 0,826\text{mm}; R_{t_2} \approx 2,43\text{mm}; R_{t_3} \approx 1,849\text{mm}$$

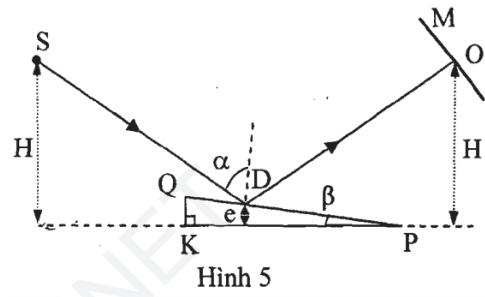
2. Các vân dồn vào tâm rồi biến mất ở tâm; hệ số nở dài $k = 0.10^{-6}\text{K}^{-1}$

3. Khi hút khí dần ra, các vân nở ra từ tâm. Số vân mới đi qua tâm hệ vân là $N = \frac{\Delta h}{0,5\lambda} \approx 6,6$

4. Bán kính vân thứ 10 là $R_{t_{10}} \approx 4,62\text{mm}$, bán kính vân sáng thứ 5 là $R_s \approx 3,89\text{mm}$

Bài 14. Cho một chiếc nêm quang học làm bằng chất trong suốt, đồng tính và có tiết diện thẳng là tam giác vuông KPQ (hình 5). Hai mặt phẳng KP và QP hợp với nhau một góc β rất nhỏ. Biết chiết suất của nêm đối với ánh sáng đơn sắc có bước sóng $\lambda = 0,6\mu m$ là $n = \sqrt{3}$.

1. Bức xạ đơn sắc λ trên được phát ra từ nguồn sáng điểm S đặt cách mặt phẳng PK của nêm một khoảng H. Xét chùm tia sáng hẹp đi từ nguồn S tới mặt phẳng nghiêng của nêm tại vị trí D với góc tới $\alpha = 60^\circ$, bùnghay của nêm tại D là e. Chùm sáng sau khi qua nêm tới vuông góc với màn M tại điểm O. Biết O cũng cách mặt phẳng PK của nêm một đoạn là H. Tìm bùnghay e nhỏ nhất để tại điểm O ta thu được vân sáng.



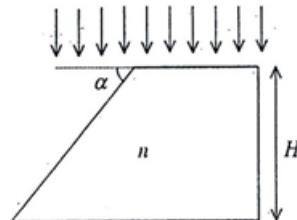
Hình 5

2. Chiếu chùm ánh sáng đơn sắc bước sóng λ vào mặt nêm QP theo phương gần như vuông góc với QP. Quan sát hệ vân giao thoa trên mặt nêm người ta thấy khoảng cách giữa hai vân sáng liên tiếp là $I = 0,10mm$. Xác định góc nghiêng β của nêm.

ĐS: 1. $e_{\min} = 0,1\mu m$; 2. $\beta = 1,744 \cdot 10^{-3} rad \approx 0,1^\circ$.

Bài 15. Một tấm thủy tinh chiết suất $n = 1,5$; tiết diện ngang là một hình thang như hình 4. Một chùm phô tôp được chiếu song song lên bùnghay mặt trên của tấm thủy tinh theo phương vuông góc với mặt đáy nhỏ của nó. Khi đó trên mặt đáy lớn đã đánh nhám sẽ quan sát được hình ảnh giao thoa. Biết rằng bùnghay của tấm là $H = 10cm$, năng lượng riêng của mỗi phô tôp là $W = 1 \cdot 10^{-19} J$, góc $\alpha = 0,02rad$. Hãy xác định bậc lớn nhất của dãy cực đại giao thoa quan sát được. Hằng số Plăng $h = 6,62 \cdot 10^{-34} Js$.

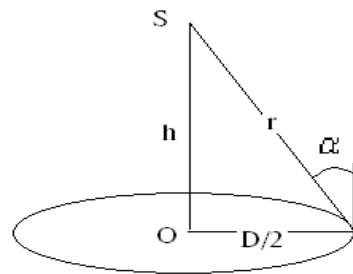
$$\text{ĐS: } k_{\max} = \left\{ \frac{(n-1)^2 \alpha^2 H W}{2n h c} \right\} = 6$$



IX.4 CÁC ĐẠI LUỢNG QUANG TRẮC

Bài 1. Hãy tính độ rọi tại tâm điểm và tại sát mép của một chiếc bàn tròn có đường kính $D = 3\text{m}$ nếu ngọn đèn có kích thước nhỏ, cường độ $I = 200\text{cd}$ treo bên tâm bàn và có độ cao $h = 2\text{m}$.

ĐS: $E_0 = 50\text{lum}$. $E_M = 25,6\text{lum}$



Bài 2. Hãy xác định cường độ của ngọn đèn đường, sao cho độ rọi trên mặt đất tại điểm cách đều hai đèn là $E = 0,2 \text{ lux}$. Các đèn được treo ở độ cao $h = 10 \text{ m}$, khoảng cách giữa hai cột đèn là $l = 40 \text{ m}$. Chỉ cần tính độ rọi do hai đèn gần nhau tạo nên.

ĐS: $I \approx 110\text{cd}$

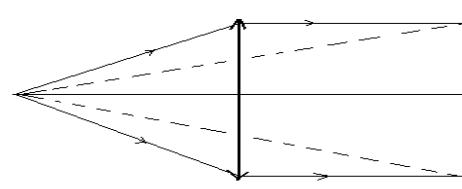
Bài 3. Một nguồn sáng điểm nằm cách một màn ảnh một khoảng L , đặt vào khoảng giữa nguồn và màn một tấm thủy tinh hai mặt song song có chiết suất $n = 1,5$ và bề dày $h = L/6$, thì nhận thấy độ rọi tại tâm màn vẫn như trước. Hãy xác định hệ số phản xạ trung bình của bề mặt thủy tinh khi ánh sáng rọi vuông góc.

ĐS: $\rho = \frac{1}{18} = 5,5\%$

Bài 4. Một ngọn đèn nhỏ bóng mờ đặt cách một màn ảnh một khoảng $L = 1\text{m}$. Nhờ dịch chuyển một chiếc thấu kính người ta thu được trên màn hai lần ảnh rõ nét của bóng đèn. Độ rọi của ảnh khi đó khác nhau 9 lần. Hãy xác định tiêu cự của thấu kính.

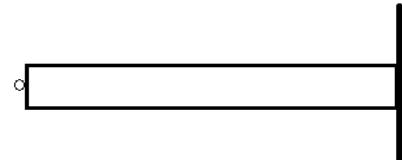
ĐS: $f = 18,75 \text{ cm}$.

Bài 5. Một nguồn sáng điểm nằm cách một màn ảnh một khoảng L . Giữa nguồn và màn đặt một thấu kính hội tụ, sao cho nguồn rọi vào tiêu điểm của thấu kính. Khi đó nhận thấy độ rọi trên màn không thay đổi trước và sau khi đặt thấu kính. Hỏi đã có bao nhiêu phần trăm năng lượng ánh sáng đã bị mất khi đi qua thấu kính? Xét trường hợp $f = \frac{2}{3}L$



ĐS: 55,5%

Bài 6. Một màn ảnh có lỗ tròn đường kính $d=1\text{ cm}$. Một nguồn sáng điểm nằm cách màn một khoảng $L = 1\text{m}$ trên trực của lỗ. Đặt vào giữa màn và nguồn một thanh thủy tinh chiết suất $n = 1,5$ dài đúng bằng L và đường kính đúng bằng d . Hỏi quang thông qua lỗ tăng lên bao nhiêu lần? Bỏ qua mất mát do phản xạ.



$$\text{ĐS: } \frac{\Phi_2}{\Phi_1} = 8.10^4$$

Bài 7. Độ chói của Mặt Trời bằng $1.000.000.000 \text{ nt}$. Đường kính Mặt Trời $d = 1,4.10^6 \text{ km}$. Hãy tìm cường độ của ánh sáng Mặt Trời quan sát từ Trái Đất và độ rời trên một màn ảnh đặt trên Mặt Đất vuông góc với ánh sáng Mặt Trời. Biết khoảng cách từ Trái Đất đến Mặt Trời là $L = 1,5.10^8 \text{ km}$.

$$\text{ĐS: } I = 1,5.10^{27} \text{ cd} \text{ và } E = 67.000 \text{ lux}$$

Bài 8. Một quang thong $\Phi = 1.000 \text{ lm}$ rời trên một tờ giấy trắng với diện tích $S = 500 \text{ cm}^2$. Hố số phản xạ của tờ giấy $\rho = 0,68$. Hãy xác định độ rời và độ chói của tờ giấy đó.

$$\text{ĐS: } E = 2.10^4 \text{ lux}; B = 4330 \text{ nt}$$

Bài 9. Một nguồn sáng chuẩn có cường độ sáng $I_0 = 25 \text{ cd}$. Khoảng cách từ nguồn sáng chuẩn đến màn của một quang kế bằng $l_1 = 15 \text{ cm}$. Một nguồn sáng thử đặt cách màn một khoảng $l_2 = 45 \text{ cm}$ thì cho cùng độ rời trên mặt. Tính cường độ của chùm sáng thử.

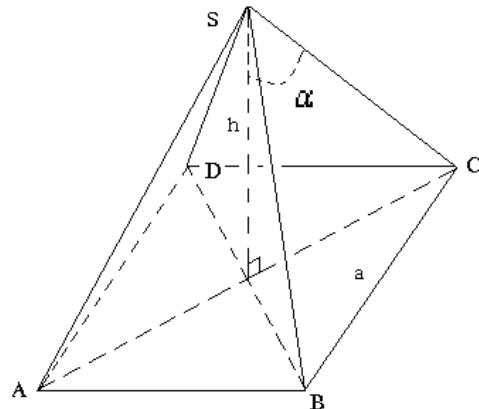
$$\text{ĐS: } I_2 = 9I_0 = 225 \text{ cd}$$

Bài 10. Một thợ ảnh tập sự hiểu rõ về quang hình đã chụp ảnh mặt trước của một ngôi nhà ở khoảng cách 100 m với một thời gian mở cửa sập của máy ảnh t_1 nào đó. Đi gần đến ngôi nhà thêm 50 m và biết rằng sẽ thu được ảnh có diện tích lớn hơn 4 lần, anh ta quyết định tăng thời gian chụp lên $t_2 = 4t_1$. Về nhà khi tráng phim thì nhận thấy ảnh đầu đẹp, ứng với thời gian chụp đúng, còn thời gian chụp ảnh thứ hai không đúng. Hãy xác định xem đúng ra anh ta phải tăng thời gian chụp t_3 mấy lần so với t_1 .

$$\text{ĐS: } t_3 = t_1.$$

Bài 11. Ở giữa một căn phòng hình vuông diện tích 16 m^2 có một ngọn đèn coi như là nguồn sáng điểm đang hướng được treo trên trần nhà. Hãy xác định độ cao của đèn so với sàn nhà để độ rời E tại các góc phòng là lớn nhất

$$\text{ĐS: } h = \frac{a}{2} = 2 \text{ m}$$



Bài 12. Khi in ảnh, người ta dùng một ngọn đèn có cường độ sáng I đặt cách phim 1m; thời gian phơi sáng cần thiết của phim khi đó là 20s. Nếu thay bằng đèn có cường độ ánh sáng bằng $I/2$ đặt cách phim 0,5m thì thời gian phơi sáng cần thiết của phim đó là

bao nhiêu? Xem rằng đèn được đặt trên đường thẳng đứng vuông góc với mặt phim và đi qua tâm đối xứng của nó.

$$\text{ĐS: } t_2 = t_1 \frac{I_1}{I_2} \frac{r_2^2}{r_1^2} = 10s$$

Bài 13. Hai nguồn sáng điểm có cường độ sáng bằng nhau $I_1 = I_2 = 100\text{cd}$ phát ánh sáng đồng hướng, treo cách nhau 4m ở cùng một độ cao, đều cách sàn nhà 2,5 m. Xác định điểm có độ rọi cực đại trên sàn nhà và tính độ rọi cực đại đó.

Bỏ qua sự tán xạ ánh sáng trên trần nhà và trên tường.

ĐS: Nghĩa là M nằm trung điểm H_1H_2 . Khi đó $E_{\max} = 2Ih(h^2 + d^2/4)^{-3/2} = 15,24 \text{ lux}$.

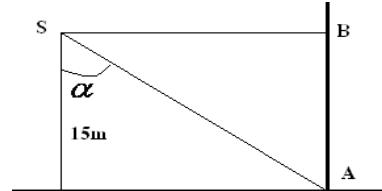
Bài 14. Ở độ cao 2m phía trên một mặt phẳng nằm ngang MN, người ta đặt 2 nguồn sáng cách nhau 1m; mỗi nguồn cho một quang thông 300 lm. Hãy xác định độ rọi trên mặt MN tại:

- a) Điểm ngay dưới mỗi nguồn sáng
- b) Điểm cách đều 2 nguồn sáng.

ĐS: a. 10,2lux; b. 10,9 lux

Bài 15. Một đèn chiếu đặt ở độ cao so với mặt phẳng ngang là 15 m. Tại một điểm nào đó trên mặt phẳng ngang có độ rọi là 10 lux và độ rọi cực đại trên mặt phẳng thẳng đứng đi qua điểm đó là 20 lux. Hãy xác định cường độ sáng của đèn theo phương từ đèn đến điểm đó.

Đáp số: $I = 24875 \text{ cd}$



Bài 16.

a) Một dây tóc bóng đèn dài 60 cm đường kính 0,04 mm phát ra quang thông 400 lm. Xác định độ trung của bóng đèn

b) Một sợi dây kim loại nóng sáng, dài $L = 60 \text{ cm}$, bức xạ một quang thông 132 lm . Xác định độ rọi tại điểm đối diện với trung điểm của dây và nằm trên một mặt phẳng song song với dây, cách dây một khoảng $a = 5 \text{ cm}$.

$$\text{ĐS: a. } R = \frac{\Phi}{\pi dl} = 5,3 \text{ lm/m}^2; \text{ b) } E = \frac{\Phi}{2\pi al} = 700 \text{ lux}$$

Bài 17. Một mặt đĩa diện tích 1cm^2 phát xạ đồng đều và đồng hướng (như một nguồn phát xạ tuân theo định luật Lambert) với độ chói $1\text{W.cm}^2\text{strad}^{-1}$ ở một tần số nào đó trong phổ ánh sáng nhìn thấy.

- a. Tính thông lượng toàn phần của năng lượng phát ra từ mặt đĩa.

- b. Cho một thấu kính bằng thạch anh đúc ($n = 1,5$) có đường kính 10cm, tiêu cự 100cm. Tìm ảnh của nguồn phát xạ trên mặt đĩa có diện tích $1/4\text{cm}^2$.
- c. Tính năng thông toàn phần tối $1/4\text{cm}^2$ mặt đĩa trong phạm vi sai số vài phần trăm.
- d. Bằng cách thay đổi n và kích thước thấu kính có thể làm tăng năng thông tối $1/4\text{cm}^2$ mặt đĩa. Bằng lập luận nào ta có thể xác định được năng thông cực đại tối $1/4\text{cm}^2$ mặt đĩa có thể đạt được?

ĐS: a. $\Phi = \pi BS = 3,14W$; b. Khoảng cách của vật và ảnh tương ứng là 300cm và 150cm.

c. $\Phi' = BS\Omega = 8,7 \cdot 10^{-4}W$; d. $\Phi'' = \frac{\Phi}{4} = 0,785W$

Bài 18. Một thấu kính (tiêu cự f) cho ảnh của mặt trời trên mặt phẳng tiêu. Chứng minh rằng độ chói của ảnh (W/m^2) gần bằng độ chói của bề mặt mặt trời.

Bài 19. Không thể tăng độ chói biểu kiến của một nguồn sáng khuếch tán rộng (góc khối lớn) nhờ các thấu kính. Bài toán này minh họa kết luận đó đối với thấu kính đơn. Một nguồn sáng có độ chói S trung một góc khối lớn hơn góc khối nhận Ω của kính thiên văn quan sát nó. Nguồn phát S đơn vị quang năng trên đơn vị diện tích, trong đơn vị góc khối và đơn vị thời gian một cách đồng hướng. Kính vật của kính thiên văn có diện tích A và là một thấu kính mỏng.

- a. Chứng minh rằng năng lượng tối kính thiên văn trong một giây là $S\Omega A$.
- b. Chứng minh rằng tích của diện tích ảnh tạo bởi kính vật và góc khối trung bởi kính vật là ΩA .
- c. Giải thích tại sao những kết quả trên đây chứng tỏ rằng độ chói biểu kiến của một nguồn rộng không thay đổi bởi kính vật của kính thiên văn.

Bài 20. Khi mặt trời ở trên đỉnh đầu, một bề mặt trắng phẳng có một quang thông nhất định. Bây giờ ta dùng một thấu kính bán kính r, tiêu cự f hội tụ ảnh mặt trời trên một tấm mỏng. Tính quang thông trong diện tích ảnh. Với r cho trước, tính f để thấu kính không làm tăng quang thông trong ảnh? Từ mặt đất góc nhìn mặt trời khoảng 0,01rad. Chỉ có ánh sáng rong ảnh mới đi qua thấu kính.

ĐS: $\Phi' = \pi B\sigma' \left(\frac{r}{f} \right)^2$, σ' là diện tích được chiếu sáng trên mặt đất. Đối với $f \geq 100r$ thấu kính sẽ không làm tăng quang thông trên diện tích ảnh.

Bài 21. (HSGQG 2015)

Khi một tia sáng tới mặt phẳng ngăn cách giữa hai môi trường có chiết suất n_1 và n_2 theo phương vuông góc thì đồng thời xuất hiện cả tia phản xạ và tia khúc xạ. Tỉ số giữa cường độ I_p của tia phản xạ và I_0 của tia tới được cho bởi biểu thức:

$$\frac{I_p}{I_0} = \left[\frac{n_2 - n_1}{n_2 + n_1} \right]^2$$

Chiếu một chùm tia sáng hẹp vào bề mặt một tấm thủy tinh có hai mặt song song theo phương gần như vuông góc với bề mặt. Chiết suất của tấm thủy tinh là n , chiết suất không khí là $n_0 = 1$.

1. Hỏi có bao nhiêu phần trăm cường độ của chùm sáng đó sẽ truyền được qua tấm thủy tinh này? Bỏ qua sự hấp thụ của tấm thủy tinh với ánh sáng và biết độ dày của tấm thủy tinh rất lớn so với bước sóng của ánh sáng. Áp dụng bằng số với $n = 1,45$.
2. Để giảm sự phản xạ ánh sáng xảy ra khi chiếu vào tấm thủy tinh, người ta phủ lên mặt của tấm thủy tinh một lớp chất trong suốt có chiết suất $n' = \sqrt{n}$ và có độ dày cỡ độ lớn của bước sóng ánh sáng. Khi đó thấy tấm thủy tinh này gần như khử được sự phản xạ ánh sáng đơn sắc có bước sóng λ xác định. Hãy giải thích hiện tượng và tính bề dày nhỏ nhất của lớp chất phủ này theo n và λ .

ĐS: 1. $T' = \frac{16n^2}{(n+1)^4} \approx 93,4\%$; 2. $e_{\min} = \frac{\lambda}{4\sqrt{n}}$

CHƯƠNG X.
CƠ HỌC TƯƠNG ĐỐI HẸP
X.1 ĐỘNG HỌC TƯƠNG ĐỐI TÍNH.

Bài 1. Tìm lại luật hợp các vận tốc song song bằng hai phép biến đổi Loren đặc biệt.

Bài 2. Gọi $\vec{u}(u_x, u_y, 0)$ và $\vec{u}'(u'_x, u'_y, 0)$ là vận tốc của một hạt trong các hệ K và K' ; \vec{v} là vận tốc tương đối của hệ quy chiếu quán tính K' đối với hệ quy chiếu quán tính K; $\vec{v} // Ox//O'x'$.

Hãy chứng minh hệ thức: $u = \frac{\sqrt{(\vec{u}' + \vec{v})^2 - [\vec{u}' \wedge \vec{v}]^2 / c^2}}{1 + \frac{1}{c^2} (\vec{u}' \cdot \vec{v})}$

Bài 3. Vận tốc của một hạt đối với hệ qui chiếu K' là \mathbf{u}' nằm trong mặt phẳng $x'y'$ hợp với trục $0'x'$ một góc θ' . Hệ K' chuyển động dọc theo trục $0x$ của hệ K với vận tốc v. Hãy xác định phương của vận tốc u của hạt trong hệ K.

ĐS: $\tan \theta = \frac{u' \sqrt{1 - \beta'^2} \sin \theta'}{v + u' \cos \theta'}$, θ là góc hợp bởi u và trục Ox.

Bài 4. Hai tên lửa được phóng đi từ Trái Đất trên cùng một phương theo hai hướng ngược nhau với vận tốc $0,8c$ đối với Trái Đất. Hỏi:

a) Hai tên lửa tách xa nhau với vận tốc bằng bao nhiêu theo quan điểm cổ điển và tương đối tính của người đứng trên Trái Đất.

b) Vận tốc của một tên lửa đối với hệ qui chiếu gắn với tên lửa kia.

ĐS: a. $v = 0,97c$; b. $v_{12} = 0,97c$

Bài 5. Thời gian sống riêng trung bình của mêzôn μ khoảng $2 \cdot 10^{-6}$ s. Giả sử có một dòng mêzôn μ từ một độ cao nào đó trong khí quyển chuyển động với vận tốc $V = 0,99c$. Số va chạm trong khí quyển trên đường đi của chúng xuống dưới là không lớn. Nếu như tại mặt đất chỉ còn lại 1% số mêzôn của dòng ban đầu. (*Nếu xét trong hệ qui chiếu của dòng mêzôn, thì số hạt còn lại sau thời gian t được xác định bằng công thức*

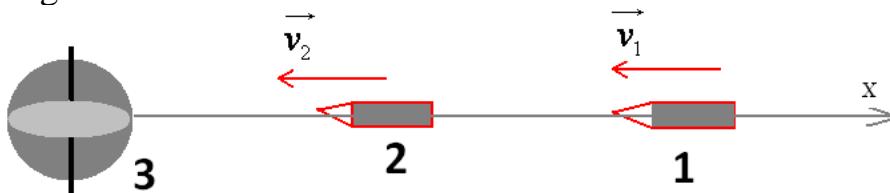
$N(t) = N = N_0 e^{-\frac{t_0}{\tau}}$, với τ là thời gian sống). Hãy xác định độ cao ban đầu.

Đáp số: $20.000m = 20Km$.

Bài 6. Theo quan điểm của một quan sát viên trên một xe chuyển động thì hai sét đánh tại hai điểm A (trước xe) và B (sau xe) xảy ra đồng thời. Hỏi theo quan điểm của người đứng trên mặt đất thì sét nào trước, sét nào sau?

ĐS: Quan điểm của người đứng trên mặt đất thì sét đánh ở B trước (phía sau xe) ở A sau (trước xe).

Bài 7. Hai tàu vũ trụ 1 và 2 bay hướng về Trái Đất dọc theo một đường thẳng với vận tốc như nhau $v = 0,6c$ (hình vẽ). Tại một thời điểm nào đó, các tàu và Trái Đất gửi cho nhau các xung ánh sáng ngắn (tàu 1 gửi cho tàu 2 và Trái Đất, tàu 2 gửi cho tàu 1 và Trái Đất, Trái Đất gửi cho tàu 1 và 2). Biết rằng các tín hiệu được phát đi đồng thời trong hệ quy chiếu gắn với Trái Đất. Sau đó (*nói rõ thêm người trên trái đất cho rằng*) thấy thời gian giữa hai lần nhận xung theo đồng hồ trên tàu 1 là $\tau_1' = 1s$, trên tàu 2 là $\tau_2' = 0$. Hỏi thời gian τ_3 giữa các lần nhận xung (*của người trên trái đất*) trên Trái Đất bằng bao nhiêu?



$$\text{ĐS: } \tau_3 = \tau_1' \sqrt{\frac{c-v}{c+v}} = 0,5s$$

Bài 8. Có hai anh em sinh đôi. Vào năm họ 20 tuổi thì người anh lên tàu vũ trụ bay với vận tốc $v = 0,8c$ ($c = 3 \cdot 10^8 m/s$ là vận tốc ánh sáng trong chân không) tới một ngôi sao S

ở cách Trái Đất 12 ns (ns là chiều dài bằng quãng đường ánh sáng đi được trong một năm) rồi lập tức quay về cùng với vận tốc v.

- Người em ở lại Trái Đất dùng các công thức của thuyết tương đối hẹp để tính xem vào lúc người anh trở lại Trái Đất thì mỗi người đã bao nhiêu tuổi.

- Người anh cũng dùng các công thức ấy để tính tuổi hai anh em lúc gặp lại nhau. Hãy làm các tính toán của họ và nêu kết luận của họ về sự già hoặc trẻ của hai anh em với nhau.

ĐS: Theo cách tính của người em, người em đã 50 tuổi, người anh 38 tuổi. Như thế người em kết luận: anh trẻ hơn mình 12 tuổi.

Theo cách tính của người anh, người anh 38 tuổi, em có 30,8 tuổi. Anh kết luận: em trẻ hơn 7,2 tuổi.

Bài 9. Năm 1971 thuyết tương đối của Anhxtanh đã được kiểm chứng như sau:

Người ta đặt đồng hồ nguyên tử Cs rất chính xác lên một máy bay, cho bay một vòng theo một vĩ tuyến xác định và so sánh thời gian bay t_b tính theo đồng hồ trên máy bay với thời gian t_d tính theo một đồng hồ nguyên tử Cs khác gắn với mặt đất có cùng vĩ độ.

- Lần đầu bay theo hướng **Đông**, lần sau bay theo hướng **Tây** ở cùng độ cao. Vận tốc của máy bay đối với mặt đất là $v = 250\text{m/s}$. Đối với quan sát viên O đứng yên ở Bắc cực thì đồng hồ gắn với mặt đất có vận tốc $v_d = 400\text{m/s}$.

Coi các hệ quy chiếu gắn với máy bay hoặc mặt đất đều là hệ quy chiếu quán tính, hãy tính hiệu số $\Delta t = t_b - t_d$ cho lần bay theo hướng Đông (Δt_D) và lần bay theo hướng Tây (Δt_T). Biết $t_d = 45\text{h}$.

Thời gian bay một vòng vĩ tuyến theo hướng này ngắn hơn so với bay theo hướng kia bao nhiêu nanô giây?

ĐS: - Khi bay theo hướng đông sẽ có $\Delta t_D \approx -236\text{ns}$

- Khi bay theo hướng tây có $\Delta t_T = 124\text{ns}$

Như vậy $\Delta t_T - \Delta t_D = 360\text{ns}$, nghĩa là bay theo hướng Đông ngắn hơn theo hướng Tây.

Bài 10. Trong hệ quy chiếu gắn với **Lee** đang đứng yên so với đất, **Zhang** và nhóm bạn chuyển động sang phải với vận tốc tương đối tĩnh v , còn **Wang** và các bạn của mình

chuyển động sang trái với cùng tốc độ v . Khi còn ở cùng một chỗ, cả ba người đều chỉnh đồng hồ của mình về 0. Lee đứng quan sát trên mặt đất và khi thấy khoảng cách giữa nhóm của Zhang và Wang là L (trong hệ quy chiếu của Lee) thì Lee nhìn thấy Zhang và nhóm bạn vỗ tay. Cho biết công thức tính vận tốc tương đối giữa Zhang và Wang:

$$v_r = \frac{2\beta c}{1+\beta^2}, \text{ trong đó: } \beta = \frac{v}{c}, \text{ } c \text{ là vận tốc ánh sáng.}$$

1. Đồng hồ của Zhang chỉ bao nhiêu khi Zhang và nhóm bạn vỗ tay?

2. Trong hệ quy chiếu gắn với nhóm Wang, khi họ nhìn thấy Zhang vỗ tay, họ cũng vỗ đáp trả. Trong hệ quy chiếu gắn với nhóm Zhang, khi họ nhìn thấy nhóm Wang vỗ tay, họ vỗ tay lần thứ hai. Nhóm Wang, trong hệ quy chiếu của mình, khi thấy nhóm Zhang vỗ tay cũng vỗ tay lần hai. Cứ tiếp tục như vậy, khi nhóm Zhang vỗ tay lần thứ n , các nhóm Wang và Zhang ở cách xa nhau bao nhiêu nếu quan sát từ hệ quy chiếu mặt đất (của Lee)?

3. Trong hệ quy chiếu đứng yên gắn với nhóm Lee, các nhóm Zhang và Wang vỗ tay ở những thời điểm nào? Có nhận xét gì về thứ tự các thời điểm này?

$$\text{ĐS: 1. } t_{1Z} = \frac{L}{2v} \sqrt{1-\beta^2} = T; 2. \text{ d} = \left[\frac{(1+\beta^2)^2}{(1-\beta^2)(1-\beta)^2} \right]^{n+1} \frac{L}{2}$$

3. Theo Lee sẽ thấy nhóm Zhang và Wang vỗ tay vào những thời điểm :

$$+ \text{Zhang: } \frac{t_{1Z}}{\sqrt{1-\beta^2}}, \frac{t_{2Z}}{\sqrt{1-\beta^2}}, \frac{t_{3Z}}{\sqrt{1-\beta^2}}, \dots, \frac{t_{nZ}}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

$$+ \text{Wang: } \frac{t_{1W}}{\sqrt{1-\beta^2}}, \frac{t_{2W}}{\sqrt{1-\beta^2}}, \frac{t_{3W}}{\sqrt{1-\beta^2}}, \dots, \frac{t_{nW}}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

Bài 11. Một hình tam giác đều đứng yên đối với hệ quy chiếu K' có một cạnh nằm trên trực Ox' có diện tích S' . Hệ K' chuyển động thẳng đều đối với hệ quy chiếu quán tính K dọc theo trực Ox với vận tốc $v = 0,6c$ (c là vận tốc ánh sáng trong chân không). Trong hệ quy chiếu quán tính K , diện tích của tam giác là S .

1) Tìm hệ thức liên hệ giữa S và S' .

2) Tính các góc của tam giác trên trong hệ quy chiếu quán tính K .

$$\text{ĐS: a. } S = 0,8.S'; 2. \hat{A} = 50^\circ, \hat{C} = \hat{B} = 65^\circ$$

Bài 12. Hệ quy chiếu K' ($O'x'y'z'$) chuyển động với vận tốc \vec{v} không đổi dọc theo trục $O'x'$ ($O'x'$ trùng với trục Ox , $O'y'$ và $O'z'$ lần lượt song song với Oy và Oz) đối với hệ quy chiếu K ($Oxyz$). Từ các công thức của phép biến đổi Lorentz và các công thức cộng vận tốc, tìm giá tốc \vec{a}' tương ứng của một hạt trong hệ K' tại thời điểm trong hệ K hạt này chuyển động với vận tốc \vec{u} và giá tốc \vec{a} dọc theo một đường thẳng

- a. song song với \vec{v}
- b. vuông góc với \vec{v}
- c. nằm trong mặt phẳng xOy có phương lập với \vec{v} một góc α .

$$\text{ĐS: a. } a' = \frac{(1-\beta^2)^{\frac{3}{2}}}{\left(1 - \frac{v}{c^2} u\right)^3} a; \text{ b. } a' = (1-\beta^2) a;$$

$$\text{c. } a'_{x'} = \frac{a \cos \alpha \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{3/2}}{\left(1 - \frac{uv \cos \alpha}{c^2}\right)^3}; \quad a'_{y'} = \frac{\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right) \times a \sin \alpha}{\left(1 - \frac{v}{c^2} u \cos \alpha\right)^3}.$$

X.2 ĐỘNG LỰC HỌC- NĂNG XUNG LUỢNG TƯƠNG ĐỐI TÍNH

Bài 1 Một vật có khối lượng nghỉ $m_0 = 1\text{kg}$ chuyển động với vận tốc $v_0 = 0,6c$ tới va chạm mềm với một vật đứng yên có khối lượng nghỉ $m_1 = 2\text{kg}$. Tìm khối lượng nghỉ m và vận tốc v của hạt tạo thành. Cho biết $1\text{kg} = 561 \cdot 10^{27} \text{MeV}/c^2$.

$$\text{ĐS: } v = \frac{3}{13}c = 0,23c; m = \sqrt{10} = 3,17 \text{ kg}$$

Bài 2. Hạt có khối lượng nghỉ $m_0 = 1000 \text{MeV}/c^2$ và động năng $k_0 = 250 \text{MeV}$ va chạm mềm vào một hạt đứng yên có khối lượng nghỉ $m_1 = 3000 \text{MeV}/c^2$. Tính khối lượng nghỉ m và vận tốc của hạt tạo thành.

$$\text{ĐS: } v = 0,176c; m = 4183 \text{ MeV}/c^2.$$

Bài 3. Mêzôn π đứng yên tự phân hủy thành mêzôn μ và neutrino (neutrino có khối lượng nghỉ $m_\nu = 0$). Biết khối lượng nghỉ của mêzôn π là m_π và mêzôn μ là m_μ . Tính động năng K của hạt mêzôn μ .

$$\text{ĐS: } K = \frac{(m_\pi - m_\mu)^2}{2m_\pi} c^2$$

Bài 4. Chứng minh rằng khi không có trường ngoài, phôtônen không thể biến thành cặp elecrôn – pôzitrôn.

Bài 5. Một hạt m có năng lượng W bay tới đập vào một hạt khác đứng yên khối lượng M. Xác định biểu thức năng lượng W_t của hạt này (hạt m) sau khi va chạm phụ thuộc vào góc tán xạ θ . Va chạm coi là đàn hồi.

Xét trường hợp $m = 0$ (hiệu ứng Compton Compton).

$$\text{ĐS: } (W - W_1)Mc^2 - W W_1 + \sqrt{(W^2 - m^2c^4)(W_1^2 - m^2c^4)} \cos \theta + m^2c^4 = 0$$

Bài 6. Hai hạt có cùng khối lượng nghỉ m được phát ra theo cùng một hướng, với các xung lượng tương ứng là $5mc$ và $10mc$ so với phòng thí nghiệm(PTN). Khi nhìn từ hạt có xung lượng nhỏ hơn, chậm hơn thì vận tốc của hạt có xung lượng lớn hơn nhanh hơn là bao nhiêu, và ngược lại ($c = \text{vận tốc ánh sáng}$).

$$\text{ĐS: } v_{21} \approx 0,595c ; v_{12} \approx -0,595c$$

Bài 7. Một vật có khối lượng nghỉ m_0 và đang chuyển động thì chịu tác dụng lực \vec{F} không đổi. Sau đó vật tăng tốc, đến một thời điểm t nào đó vật đạt vận tốc \vec{u} .

a. Hãy lập biểu thức gia tốc \vec{a} theo \vec{u} và lực \vec{F} .

b. Khi $\vec{u} = \vec{u}_1$ thì lực $\vec{F} \perp \vec{u}_1$. Hãy tìm gia tốc \vec{a}_1 khi đó.

c. Khi $\vec{u} = \vec{u}_2$ thì lực $\vec{F} \perp \vec{u}_2$. Hãy tìm gia tốc \vec{a}_2 khi đó.

$$\text{ĐS: a. } \vec{a} = \frac{1}{m} \left[\vec{F} - \frac{1}{c^2} (\vec{F} \cdot \vec{u}) \vec{u} \right]; \quad \text{b. } \vec{a}_1 = \frac{\left(1 - \frac{u_1^2}{c^2}\right)^{\frac{3}{2}}}{m_0} \vec{F} = \frac{\vec{F}}{m_0 \gamma_1^3}; \quad \text{c. }$$

$$\vec{a}_2 = \frac{\sqrt{1 - \frac{u_2^2}{c^2}}}{m_0} \vec{F} = \frac{\vec{F}}{m_0 \gamma_2}$$

Bài 8. Một hạt có khối lượng nghỉ m_0 đang chuyển động với vận tốc \vec{v}_1 ($v_1 = 0,6c$) thì chịu tác dụng lực \vec{F} , tăng tốc đạt đến vận tốc \vec{v}_2 ($v_2 = 0,8c$) sau khoảng thời gian τ . Biết rằng \vec{F} cùng hướng \vec{v}_1 và luôn không đổi. Tìm F ?

$$\text{ĐS: } F = \frac{7m_0c}{12\tau}$$

Bài 9. Một chất điểm có khối lượng m_0 , chuyển động dọc theo trục x của hệ quy chiếu K.

a. Nếu tại $t = 0$, $x = 0$ ta bắt đầu tác dụng lực \vec{F} không đổi dọc theo trục x , tìm sự phụ thuộc của tọa độ theo thời gian của chất điểm trên.

b. Nếu chất điểm chuyển động theo phương trình $x = \sqrt{a^2 + c^2 t^2}$, tìm lực tác dụng lên hạt trong hệ quy chiếu này.

$$\text{ĐS: a. } x = \sqrt{m_0^2 c^4 / F^2 + c^2 t^2}; \text{ b. } F = \frac{m_0 c^2}{a}$$

Bài 10. Xuất phát từ phương trình động lực học tương đối tính, hãy tìm:

- a. Các trường hợp như thế nào thì lực tác dụng \vec{F} cùng phương với gia tốc \vec{a}
- b. Trong các trường hợp đó, tìm mối quan hệ giữa \vec{F} và \vec{a}

ĐS: a. Để lực tác dụng cùng phương với gia tốc của lực tác dụng phải cùng phương với vận tốc hoặc vuông góc với vận tốc.

$$\text{b. Khi } \vec{u} // \vec{F} \text{ thì } \vec{F} = \frac{m_0}{\left(\sqrt{1 - \vec{u}^2/c^2}\right)^3} \vec{a}.$$

$$\text{Khi } \vec{u} \perp \vec{F} \text{ thì } \vec{F} = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \vec{u}^2/c^2}} \vec{a}.$$

Bài 11. Một proton tương đối tính, tại thời điểm $t = 0$ bay vào với vận tốc \vec{v}_0 trong miền có điện trường đều \vec{E} . Khảo sát chuyển động của proton trong hai trường hợp sau:

- a) $\vec{v}_0 // \vec{E}$, tìm biểu thức xác định vận tốc \vec{v} của proton theo thời gian.
- b) $\vec{v}_0 \perp \vec{E}$, xác định góc $\theta = (\vec{v}; \vec{v}_0)$ giữa hai vector \vec{v} và \vec{v}_0 theo thời gian; hình chiếu v_x của \vec{v} lên phương \vec{v}_0 .

c) Cũng proton này, nhưng tại thời điểm $t = 0$ bay vào một miền từ trường \vec{B} nào đó. Biết proton này chuyển động tròn, xác định bán kính quỹ đạo của proton này và tốc độ của proton này theo vận tốc v.

$$\text{ĐS: a. } \frac{v}{\sqrt{1-v^2/c^2}} = \frac{v_0}{\sqrt{1-v_0^2/c^2}} + \frac{qEt}{m_0}$$

$$\text{b. } \tan \theta = \frac{qEt}{m_0 v_0} \sqrt{1-v_0^2/c^2}$$

$$\text{c. } R = \frac{m_0 v / qB}{\sqrt{1-v^2/c^2}} \text{ và } a = \frac{qvB}{m_0} \sqrt{1-v^2/c^2}.$$

Bài 12. Trên lãnh thổ Kazakhstan có bệ phóng tên lửa Baikonur – bệ phóng mà từ đó vệ tinh Trái đất đầu tiên được phóng lên và người trở thành nhà du hành vũ trụ đầu tiên là Yu.A. Gagarin. Bệ phóng tên lửa Baikonur là một tổ hợp các cấu trúc công nghệ cao được thiết kế để phóng các phương tiện có người lái vào không gian, đặc biệt là đến Trạm vũ trụ quốc tế (ISS).

Để thực hiện di chuyển giữa các vì sao, cần phải tăng tốc tên lửa để đạt tốc độ gần với tốc độ ánh sáng, và do đó không thể bỏ qua các tác động của lý thuyết tương đối trong các tính toán. Để xác định tính chất của chuyển động tên lửa trong trường hợp tương đối tính, chúng ta giới thiệu khái niệm về một hệ quy chiếu đi kèm. Hệ quy chiếu đi kèm là một hệ quy chiếu quán tính di chuyển so với hệ quy chiếu trong phòng thí nghiệm với tốc độ của tên lửa, có nghĩa nó là hệ quy chiếu mà trong đó tên lửa đứng yên tại một thời điểm nhất định.

1. Tìm mối quan hệ giữa gia tốc của tên lửa trong hệ quy chiếu đi kèm a_p và gia tốc của nó trong hệ quy chiếu của phòng thí nghiệm a_r nếu tốc độ của tên lửa tại một thời điểm nhất định là v và tốc độ ánh sáng là c .

2. Cho tên lửa đứng yên tại thời điểm ban đầu. Sau đó, bằng cách sử dụng kết quả ở trên, có thể thấy rằng khối lượng của tên lửa tại một thời điểm trong hệ quy chiếu đi kèm có liên quan đến tốc độ của nó trong hệ quy chiếu phòng thí nghiệm theo tỷ lệ:

$$m = m_0 \left(\frac{1-v/c}{1+v/c} \right)^\alpha$$

Tìm α và biểu diễn nó theo u, c .

3. Để một vật có khối lượng $m = 1000$ kg tăng tốc đến tốc độ bằng một nửa tốc độ ánh sáng $= 0,5c$ với $c = 3,00 \cdot 10^8$ m/s. Tìm khối lượng ban đầu của tên lửa m_0 (bao gồm cả nhiên liệu), nếu biết vận tốc của dòng nhiên liệu thoát ra là $u = 5,00$ km/s.

4. Theo quan điểm thực nghiệm, tên lửa để thực nghiệm tốt nhất là tên lửa photon. Tên lửa này không phun ra khí nóng do quá trình đốt cháy nhiên liệu, mà là photon. Cần cho một vật có khối lượng $m = 1000 \text{ kg}$ tăng tốc lên tốc độ $v = 0,5c$. Tìm khối lượng ban đầu của tên lửa photon m_0 .

$$\text{ĐS: } 1. a_r = (1 - \frac{v^2}{c^2})^{\frac{3}{2}} a_p; 2. \alpha = \frac{c}{2u}; 3. m_0 = m \left(\frac{1 + \frac{v}{c}}{1 - \frac{v}{c}} \right)^{\frac{c}{2u}}; 4. m_0 = m \left(\frac{1 + \frac{v}{c}}{1 - \frac{v}{c}} \right)^{\frac{c}{2u}} = 1730 \text{ kg}$$

Bài 13. Một hạt tương đối tính có khối lượng nghỉ m do va chạm với một hạt đứng nghỉ có khối lượng M gây ra phản ứng sinh các hạt mới: $m + M \rightarrow m_1 + m_2 + \dots + m_n$, trong đó vé bên phải để chỉ khối lượng nghỉ của các hạt sinh ra. Dùng tính bất biến của đại lượng $E^2 - p^2 c^2$ của hệ hạt, chứng minh rằng động năng ngưỡng của hạt m để sinh ra phản ứng này là:

$$K = \frac{\left(\sum_{i=1}^n m_i \right)^2 - (m+M)^2}{2M} c^2$$

$$\text{ĐS: } K \geq \frac{(m_1 + m_2 + \dots + m_n)^2 - (m+M)^2}{2M} c^2$$

Bài 14. Hiệu ứng (bức xạ) Cherencov

Một hạt điện tích chuyển động với vận tốc u không đổi trong một môi trường trong suốt, đồng tính, đẳng hướng, chiết suất $n > 1$.

a) Tìm biểu thức sự phụ thuộc của động lượng và năng lượng photon ứng với chùm bức xạ đơn sắc truyền trong môi trường vào chiết suất n của môi trường, tần số f của bức xạ và các hằng số vũ trụ. Biết rằng trong chân không bức xạ có bước sóng λ_0 .

b) Trong một điều kiện thích hợp, hạt mang điện sẽ phát ra một photon có tần số f theo phương hợp với vận tốc u góc α (Hiệu ứng Cherencov). Dùng định luật bảo toàn năng lượng và định luật bảo toàn động lượng hãy tính $\cos \alpha$ và các điều kiện cần và đủ để xảy ra hiệu ứng là $c > u > v$ ($v = \frac{c}{n}$ là vận tốc ánh sáng trong môi trường, c là vận tốc ánh sáng trong chân không). Giả thiết là năng lượng của photon nhỏ hơn rất nhiều năng lượng của hạt tích điện.

$$\text{ĐS:a. } \left(\frac{\epsilon_f}{c} \right)^2 - p_f^2 = -(n^2 - 1) \left(\frac{hf}{c} \right)^2$$

$$b. \cos\alpha = \frac{c}{nu} \left(1 + \frac{hf(n^2 - 1)}{2\varepsilon_e} \right). Khi \varepsilon_f = hf \square \varepsilon_e \text{ thì } \cos\alpha \approx \frac{c}{nu} = \frac{v}{u} \leq 1$$

ta suy ra điều kiện để có thể bức xạ Cherencov: $c > u > v$

Bài 15. Tại thời điểm $t = 0$, một prôton có vận tốc rất lớn bay vào một điện trường đều \vec{E} với vận tốc ban đầu \vec{V}_0 vuông góc với \vec{E} . Biết rằng hạt chỉ chuyển động trong mặt phẳng chứa \vec{E} và \vec{V}_0 . Hãy xác định

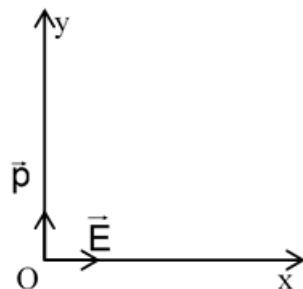
- a) Hình chiếu V_x của \vec{V} lên phương chuyển động ban đầu của prôton.
- b) Sự phụ thuộc thời gian của góc θ hợp bởi vectơ vận tốc \vec{V} của prôton và hướng chuyển động ban đầu của nó.

ĐS: a. $V_x = \frac{V_0}{\sqrt{1 + (1 - V_0^2/c^2)(eEt/m_0c)^2}} \quad (với \varepsilon = \frac{m_0c^2}{\sqrt{1 - \frac{V_0^2}{c^2}}})$

b. $\tan \theta = \frac{c^2 e Et}{V_0} \cdot \frac{\sqrt{1 - V_0^2/c^2}}{m_0 c^2} = \frac{e Et}{m_0 V_0} \sqrt{1 - V_0^2/c^2}$

Bài 16. (Chọn đội tuyển dự thi QUỐC TẾ 2008)

Cho một hạt điện tích $q > 0$ chuyển động tương đối tính trong một điện trường đều $\vec{E} = \{E, 0\}$ thuộc mặt phẳng Oxy. Lúc $t = 0$, hạt đi qua gốc toạ độ với động lượng



$\vec{p} = \{0, p_0\}$. Biết khối lượng nghỉ của hạt là m_0 .

1. Thiết lập phương trình chuyển động và vẽ phác dạng quỹ đạo của hạt.
2. Xác định vectơ vận tốc của hạt ở thời điểm $t = \frac{p_0}{qE}$.

ĐS: 1. $x = c \sqrt{t^2 + \left(\frac{\varepsilon_0}{qEc}\right)^2} - \frac{\varepsilon_0}{qE}; y = \frac{p_0 c}{qE} \ln\left(\frac{qEc}{\varepsilon_0}\right) + \frac{p_0 c}{qE} \ln\left(t + \sqrt{t^2 + \left(\frac{\varepsilon_0}{qEc}\right)^2}\right)$

2. Khi $t = \frac{P_0}{qE}$: v hợp với trục Ox góc φ

$$v = \frac{P_0 c \sqrt{2}}{\sqrt{2P_0^2 c^2 + m_0^2 c^4}}; \varphi = \frac{\pi}{4}.$$

Bài 17. (Chọn đội dự tuyển quốc tế 2005- ngày thứ nhất)

Trong quá trình sinh cặp, năng lượng của một photon được biến đổi hoàn toàn thành các hạt vật chất. Một sự sinh cặp xảy ra cạnh một hạt nhân nặng được đặt trong một từ trường đều có cảm ứng từ $B = 0,1\text{T}$ đã tạo thành cặp electron- poziton mà các quỹ đạo có bán kính cong tương ứng là 40mm và 160mm . Biết phương của cảm ứng từ vuông góc với các mặt phẳng quỹ đạo.

1. Áp dụng định luật II Niuton $\vec{F} = \frac{d}{dt}(\vec{mu})$, hãy tìm biểu thức vận tốc tương đối tính của hạt tích điện q trong từ trường.
2. Tìm năng lượng toàn phần của các hạt trong sự sinh cặp này.
3. Tính bước sóng của photon.

Biết mối liên hệ giữa khối lượng m của hạt và vận tốc u của nó được tính theo biểu thức:

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{u}{c}\right)^2}};$$

trong đó m_0 là khối lượng nghỉ của hạt đo được khi hạt đứng yên đối với người quan sát, $c = 3 \cdot 10^8 \text{m/s}$ là vận tốc ánh sáng trong chân không; $m_e = 0,511 \text{MeV}/c^2$ là khối lượng nghỉ của electron.

ĐS: 1. $\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} = m_0 c^2 \sqrt{1 + \left(\frac{qBR}{m_0 c}\right)^2}$

2. Năng lượng toàn phần của poziton và electron bằng:

$$E_+ = 4,814 \text{Mev}$$

$$E_- = 1,3 \text{Mev.}$$

3. $\lambda = \frac{hc}{E_+ + E_-} = 0,002 \text{\AA}^\circ$

Bài 18. Tại trung tâm nghiên cứu SLAC (Stanford Linear Accelerator Center - Máy Gia tốc Tuyến Tính Stanford) để tạo ra các laser tia X người ta sử dụng một máy có tên gọi là máy lượn sóng, mà trong đó chùm electron đã được gia tốc trước đó tới năng lượng $E = 14 \text{ GeV}$ bởi một máy gia tốc tuyến tính, được cho qua khe có chiều dài 112 m tạo bởi các nam châm xếp ngược chiều xen kẽ nhau. Mỗi nam châm có chiều rộng $a = 1,5 \text{ cm}$ và cảm ứng từ bên trong nam châm có giá trị $B_0 = 1,25 \text{ T}$. Khi đi qua máy lượn sóng, quỹ đạo của các electron hơi bị uốn cong (Hình 5). Sau khi ra khỏi máy lượn sóng các electron được điều hướng tới một bộ hấp thụ. Khi electron di chuyển với tốc độ cao theo một quỹ đạo cong, nó phát ra theo hướng chuyển động bức xạ tia X có bước sóng :

$$\lambda = \frac{a}{\gamma^2} \left(1 + \frac{K^2}{2} \right)$$

trong đó $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$ là thừa số Lorentz, còn $K = \frac{eB_0a}{\pi m_e c}$ là thông số của máy lượn sóng.

Electron chuyển động trong máy lượn sóng như một đám mây nhỏ cỡ micrômét, nên tia X do chúng phát ra có độ kết hợp cao.

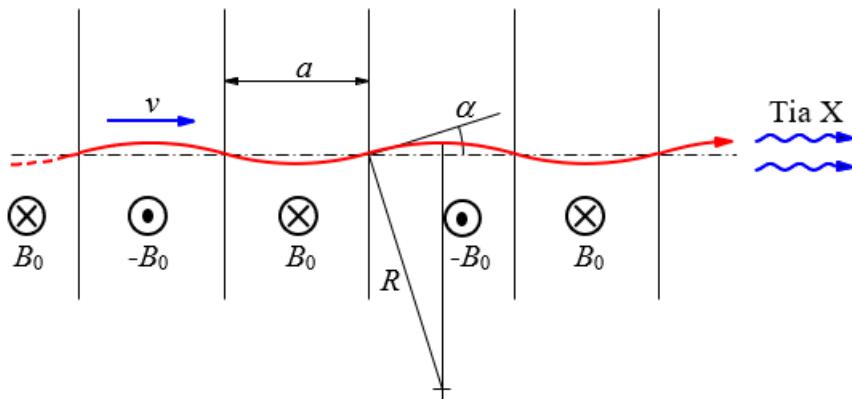
a. So sánh tổng năng lượng E của electron trước khi đi vào máy lượn sóng, với năng lượng nghỉ E_0 của nó. Vận tốc v của electron sai khác bao nhiêu % so với vận tốc c của ánh sáng trong chân không?

b. Tìm biểu thức bán kính R của cung tròn mà electron chuyển động theo trong mỗi phần của máy lượn sóng? Xác định góc α mà electron đi vào máy lượn sóng và độ dời lớn nhất d của electron khỏi trục của máy.

c. Xác định bước sóng λ của tia X được tạo ra và so sánh năng lượng E_{ph} của photon với tổng năng lượng của electron ở lối vào của máy lượn sóng.

Cho biết: Khối lượng electron: $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$, vận tốc ánh sáng trong chân không $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$, điện tích nguyên tố $e = 1,60 \cdot 10^{-19} \text{ C}$, hằng số Planck $h = 6,6 \cdot 10^{-34} \text{ J.s}$.

Năng lượng nghỉ của hạt có khối lượng nghỉ m_0 là $E_0 = m_0 c^2$, năng lượng toàn phần của hạt chuyển động vận tốc v là $E = m.c^2 = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} c^2$, năng lượng của hạt vi mô ứng với bước sóng λ là $E_f = \frac{hc}{\lambda}$.



ĐS: a. $\frac{E}{E_0} = 27,397 \cdot 10^3; \frac{v}{c} = 1 - 6,7 \cdot 10^{-10};$

b. $R = \frac{E}{B_0 e c} = 37,33 \text{ m}, \alpha = 0,0115^\circ = 41''$

c. $\lambda = 0,14 \text{ nm}; E_f = 6,28 \times 10^{-7} E$

X.3 HIỆU ỨNG ĐỐP-LE TƯƠNG ĐỐI TÍNH

Bài 1. Khi quan sát vạch phổ có $\lambda = 0,59 \mu\text{m}$ theo các hướng kẻ từ các bờ đối diện của một đĩa Mặt Trời tới xích đạo của nó, người ta đã phát hiện được sự khác biệt về bước sóng là $\Delta\lambda = 8,0 \text{ pm}$. Tìm chu kỳ quay của Mặt Trời xung quanh trục riêng của nó? Bán kính mặt trời $R \approx 7 \cdot 10^8 \text{ m}$

ĐS: $T = \frac{4\pi R \lambda}{c \Delta\lambda} = 25 \text{ ngày đêm.}$

Bài 2. Một máy rađa làm việc ở bước sóng $\lambda = 50,0 \text{ cm}$. Hãy xác định vận tốc của một máy bay phản lực bay tới, nếu tần số của phách giữa tín hiệu của máy phát và tín hiệu phản xạ từ máy bay ở chỗ đặt rađa bằng $\Delta\nu = 1,0 \text{ KHz}$.

ĐS: $v = 250 \text{ m/s.}$

Bài 3. Hiệu ứng Doppler đã cho phép khám phá ra các sao đôi ở xa nhau đến nỗi không thể phân biệt được chúng bằng kính thiên văn. Những vạch quang phổ của các sao đó trở thành kép một cách tuần hoàn, từ đó có thể giả thiết rằng các nguồn là hai ngôi sao quay xung quanh khối tâm của chúng (sao đôi). Giả sử rằng khối lượng của hai ngôi sao là như nhau, tìm khoảng cách giữa chúng và khối lượng của chúng, nếu sự tách cực đại các vạch quang phổ bằng $\Delta\lambda/\lambda = 1,2 \cdot 10^{-4}$. Biết rằng cứ sau $\tau = 30 \text{ ngày}$ hiện tượng lại xảy ra một lần.

ĐS: $d = \frac{\Delta\lambda}{\lambda} \frac{c\tau}{\pi} = 3 \cdot 10^7 \text{ km}; m = \left(\frac{\Delta\lambda}{\lambda} \right)^3 \frac{c^3 \tau}{2\pi G} = 2,9 \cdot 10^{29} \text{ kg. } G \text{ là hằng số hấp dẫn.}$

Bài 4. Một tinh vân nào đó đi ra xa chúng ta với vận tốc bằng bao nhiêu, nếu biết vạch Hiđrô $\lambda_H = 434\text{nm}$ trong phô của nó dịch chuyển về phía đỏ là 130nm ?

$$v = 0,256c$$

Hướng dẫn.

Ở đây ta coi người quan sát thuộc HQCQT K' thu sóng có tần số f' (bước sóng $\lambda' = \lambda_H + 130\text{nm}$) và nguyên tử H đóng vai trò máy phát (HQCQT K) và phát được sóng f' ứng với bước sóng $\lambda = \lambda_H = 434\text{nm}$. Khi đó ta coi người quan sát đi ra xa tinh vân, biết chắc $\alpha = 0$; $\beta = \frac{v}{c}$.

$$\text{Do đó: } f' = f \frac{1 - \beta \cos \alpha}{\sqrt{1 - \beta^2}} \Leftrightarrow \frac{c}{\lambda_H + 130} = \frac{c}{\lambda_H} \frac{1 - \frac{v}{c}}{\sqrt{1 - (\frac{v}{c})^2}} \Rightarrow v = 0,256c$$

Bài 5. Một xe ô tô phải chuyển động với vận tốc bằng bao nhiêu để ánh sáng đỏ của đèn sau ($\lambda = 0,70\mu\text{m}$) trở thành xanh ($\lambda' = 0,55\mu\text{m}$)?

ĐS: $0,236c$.

Bài 6. Một nguồn điểm S của ánh sáng đơn sắc phát bức xạ có tần số f . Một người quan sát A chuyển động với tốc độ không đổi v dọc theo một đường thẳng cách nguồn S một khoảng d.

a. Hãy xác định biểu thức cho tần số quan sát được như một hàm của khoảng cách x từ gốc O gần S nhất.

b. Hãy vẽ đồ thị gần đúng cho trường hợp $v = 0,80c$.

Bài 7. Một quan sát viên chuyển động theo một đường thẳng nào đó với vận tốc $v_1 = c/2$ và trước người đó là một nguồn sáng đơn sắc có vận tốc $v_2 = 3c/4$. Tần số riêng của ánh sáng là ω_0 . Tìm tần số ánh sáng mà quan sát viên ghi nhận được?

ĐS: $\omega = 0,65\omega_0$.

Bài 8. Một tên lửa rời bệ phóng để thực hiện một chuyến bay với vận tốc $0,6c$. Một nhà du hành trên tên lửa phát ra một chùm sáng có bước sóng $\lambda = 5000\text{A}^0$ về phía bệ phóng.

1) Tìm tần số ánh sáng quan sát được ở bệ phóng.

2) Tìm tần số ánh sáng quan sát được bởi nhà du hành của một tên lửa thứ hai rời bệ phóng với vận tốc $0,8c$ ngược hướng với tên lửa thứ nhất.

ĐS: a. $3 \cdot 10^{14}\text{Hz}$; b. $1 \cdot 10^{14}\text{Hz}$

Bài 9.(HSG QG 2007)

Giả sử có một nguồn sáng S gắn với gốc O của hệ quy chiếu quán tính K phát ra sóng điện từ đơn sắc lan truyền dọc theo trục Ox. Một máy thu gắn với gốc O' của hệ K'. Hệ K' có các trục song song với các trục tương ứng của hệ K và chuyển động với vận tốc v dọc theo trục Ox.

Sử dụng công thức biến đổi Lorentz, tính hiệu số $\Delta f = f - f'$ giữa tần số f của sóng điện từ mà nguồn phát ra và tần số f' của sóng điện từ mà máy thu nhận được. áp dụng cho các trường hợp sau:

a. Tên lửa A rời bệ phóng đặt trên một trạm quỹ đạo địa tĩnh với vận tốc $0,6c$ (c là vận tốc ánh sáng trong chân không), máy phát bức xạ trên tên lửa A làm việc với bước sóng $1000 \text{ } \text{\AA}$. Tìm bước sóng của bức xạ mà máy thu đặt ở bệ phóng nhận được.

b. Tên lửa B rời bệ phóng với vận tốc $0,8c$ ngược lại với tên lửa A (đã nói ở trên). Máy thu trên tên lửa này nhận được bức xạ có bước sóng bằng bao nhiêu?

$$\text{ĐS: a. } \lambda' = \lambda \sqrt{\frac{1+\beta}{1-\beta}} = 1 \cdot 10^3 \sqrt{\frac{1+0,6}{1-0,6}} = 2,10^3 \text{ } \text{\AA} ; \text{b. } \lambda'' = \lambda \sqrt{\frac{1+\beta'}{1-\beta'}} = 6 \cdot 10^3 \text{ } \text{\AA}$$

Bài 10. Một con tàu có máy phát tín hiệu và một máy thu tín hiệu. Con tàu, rời khỏi trái đất với vận tốc không đổi, gửi trở lại trái đất một xung tín hiệu và nó bị phản xạ từ trái đất. Bốn mươi giây sau trên đồng hồ con tàu, con tàu nhận được tín hiệu và tần số tín hiệu nhận được bằng một nửa tần số phát ra.

- a) Tại thời điểm khi xung ra đã bị phản xạ khỏi trái đất, trái đất ở vị trí nào trong hệ quy chiếu con tàu.
- b) Vận tốc của con tàu bằng bao nhiêu so với trái đất.
- c) Tại thời điểm khi con tàu nhận lại xung ra đã thì con tàu ở đâu trong hệ quy chiếu Trái đất.

ĐS: a. Trong hệ quy chiếu gắn con tàu $x_1 = 6 \cdot 10^9 \text{ m}$

$$\text{b. } v = \frac{c}{3} = 10^8 \text{ m/s}$$

c. Trong hệ quy chiếu gắn với Trái Đất $x'_1 = 8,5 \cdot 10^9 \text{ m}$

Bài 11. (*Chọn đội tuyển Apha năm 2010*) Vào năm 1851, Fizeau thực hiện thí nghiệm nổi tiếng để đo vận tốc ánh sáng trong một chất lỏng chuyển động. Giả sử chất lỏng chiết suất n đựng trong một bình chuyển động với vận tốc v so với phòng thí nghiệm (PTN). Ông chiếu tia sáng vào bình, chiều truyền ánh sáng cùng với chiều chuyển động của bình thì kết quả là vận tốc ánh sáng trong chất lỏng: $u = \frac{c}{n} + kv$, trong đó k là hệ số kéo theo. Fizeau xác định được hệ số kéo theo đối với nước $n = 4/3$ là $k = 0.44$.

- a) Hãy sử dụng phép biến đổi Lorentz để tìm lại các kết quả thực nghiệm của Fizeau.
- b) Nếu chiết suất ánh sáng phụ thuộc vào bước sóng theo công thức Cauchy: $n = a + \frac{b}{\lambda^2}$ thì hệ số k bằng bao nhiêu?

$$\text{ĐS: a. } k = \left(1 - \frac{1}{n^2}\right) \approx 0,438; \text{b. } k = 1 - \frac{1}{n^2} + \frac{2b}{n\lambda^2}$$

Bài 12. Năm 1842, nhà vật lý người Áo Christian Doppler phát hiện ra một hiện tượng mang tên ông – hiệu ứng Doppler. Hiệu ứng Doppler tương đối tính là hiệu ứng Doppler trong cơ học tương đối tính.

Để khảo sát hiệu ứng Doppler tương đối tính, ta xem photon là một hạt có động lượng \vec{p} và năng lượng ε . Hệ quy chiếu K gắn với nguồn, hệ quy chiếu K' gắn với máy thu.

a. Sử dụng phép biến đổi Lorentz giữa động lượng và năng lượng, giả sử nguồn đứng yên, máy thu chuyển động để chứng tỏ hệ thức sau:

$$f_M = \frac{1 - \frac{v}{c} \cos \theta_M}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} f_S$$

b. Tương tự câu a, giả sử nguồn chuyển động còn máy thu đứng yên, hãy chứng tỏ hệ thức sau:

$$f_S = \frac{1 - \frac{v}{c} \cos \theta_S}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} f_M$$

c. Sử dụng biến đổi Lorentz về phương truyền ánh sáng, chứng tỏ các hệ thức ở a và b là tương đương nhau.

$$\text{d. Từ các kết quả ở a và b, hãy chứng tỏ: } \frac{f_M \sqrt{1 - \frac{v_M^2}{c^2}}}{1 - \frac{v_M c_M}{c^2}} = \frac{f_S \sqrt{1 - \frac{v_S^2}{c^2}}}{1 - \frac{v_S c_S}{c^2}}.$$

Bài 13. Hiệu ứng Mössbauer

a) Một photon “rơi tự do” về phía Trái Đất từ độ cao z so với mặt đất. Tại độ cao z nó có tần số f_0 và khi tới mặt đất tần số của nó là f. Bỏ qua sự thay đổi gia tốc trọng trường theo độ cao và nó luôn có giá trị g. Lấy vận tốc ánh sáng trong chân không là c.

Hãy tính tỉ số $\frac{f}{f_0}$ gần đúng đến bậc nhất của $\frac{z}{R}$ trong trường hợp độ cao z rất nhỏ so

với bán kính R của Trái Đất.

b) Để quan sát được tần số của photon như trên ta hãy xét hiện tượng hấp thụ cộng hưởng trong vật lý hạt nhân. Một hạt nhân ở trạng thái kích thích sẽ trở về trạng thái cơ bản bằng cách tham gia vào một phóng xạ γ . bức xạ γ này có thể bị hấp thụ bởi hạt nhân cùng loại bên cạnh và gọi là hấp thụ cộng hưởng. Tuy nhiên hiện tượng này rất khó xảy ra vì một phần năng lượng trạng thái kích thích của hạt nhân sẽ chuyển thành

TÀI LIỆU BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI VẬT LÝ TRUNG HỌC PHỔ THÔNG

động năng giật lùi của hạt nhân mẹ sau phóng xạ γ . Để khắc phục tình trạng này, Mössbauer đưa ra giải pháp là gắn hạt nhân phóng xạ và hạt nhân hấp thụ vào một khối tinh thể, khi đó có thể coi như khối lượng hạt nhân rất lớn và phần động năng giật lùi xấp xỉ bằng 0. Lúc này hiện tượng hấp thụ cộng hưởng được gọi là hiệu ứng Mössbauer.

Ta lấy hai khối tinh thể có đủ điều kiện để xảy ra hấp thụ cộng hưởng. Một khối dùng làm nguồn phát bức xạ γ , khối kia là nguồn hấp thụ. Tại mặt đất đặt hai khối tinh thể này trên một mặt phẳng nằm ngang thì người ta quan sát thấy hấp thụ cộng hưởng. Bây giờ đặt nguồn phát phía trên nguồn hấp thụ theo phương thẳng đứng sao cho chúng cách nhau một khoảng z . Photon γ phát ra khỏi nguồn có tần số f_0 và đến nguồn thu có tần số f . Để xảy ra hấp thụ cộng hưởng ta phải cho nguồn hấp thụ chuyển động theo phương thẳng đứng với vận tốc v để nó nhận được tần số đúng bằng f_0 nhờ hiệu ứng Doppler. Hãy xác định chiều chuyển động của nguồn thu và tính vận tốc v (gần đúng đến bậc nhất của $\frac{z}{R}$) theo các thông số có trong ý a).

$$\text{ĐS: a. } \frac{f}{f_0} = 1 + \frac{\frac{g}{c^2} z}{1 - \frac{Rg}{c^2}} \approx 1 + \frac{g}{c^2} z; \text{ b. } v = \frac{g}{c} z$$

CHƯƠNG XI TÍNH CHẤT HẠT ÁNH SÁNG

XI.1. PHOTON-ÁP SUẤT ÁNH SÁNG

1. Các đặc trưng của photon.

Einstein cho rằng ánh sáng là dòng các “hạt” riêng biệt. Những hạt này đầu tiên Planck gọi là các lượng tử ánh sáng, còn Einstein gọi là các photon.

- Năng lượng của photon tần số ν là

$$\epsilon = h\nu, h = 6,626 \cdot 10^{-34} \text{ Js} \quad (1.1)$$

- Mối liên hệ giữa bước sóng λ và tần số ν của photon:

$$\lambda\nu = c \quad (1.2)$$

- Xung lượng (động lượng) của photon tính bằng công thức:

$$p = \frac{\epsilon}{c} = \frac{h\nu}{c} = \frac{h}{\lambda} \quad (1.3)$$

- Khối lượng của photon:

Theo thuyết tương đối, năng lượng của mỗi hạt có khối lượng m , vận tốc v là:

$$E = mc^2 = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - \beta^2}}, \text{ trong đó } m_0 \text{ là khối lượng nghỉ, } \beta = \frac{v}{c}.$$

Nếu hạt có vận tốc bằng c thì năng lượng của nó cũng tăng lên ∞ . Vì photon luôn chuyển động với vận tốc c , mà năng lượng của nó giới nội, chỉ bằng $h\nu$. Vì vậy người ta phải giả thiết rằng photon có khối lượng nghỉ bằng 0 ($m_0 = 0$). Kết luận này không

có gì là nghịch lý cả, vì không thể chọn một hệ quy chiếu nào mà đối với nó photon lại nằm yên.

Vì vậy $m_0 = 0$, còn $m = \frac{hv}{c^2}$.

Người ta viết lại các công thức trên như sau:

Gọi $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ là số sóng, vectơ \vec{k} có hướng theo chiều chuyển động của photon là vectơ sóng, $\omega = 2\pi\nu$ là tần số vòng, và $\hbar = \frac{h}{2\pi} = 1,05 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$ (cũng gọi là hằng số Plank) thì công thức (1.1) và (1.3) được viết lại như sau:

$$\begin{cases} \varepsilon = \hbar\omega \\ \vec{p} = \hbar\vec{k} \end{cases} \quad (1.4)$$

2. Áp suất ánh sáng.

Áp suất ánh sáng được xem như kết quả của việc truyền xung lượng của các photon cho các vật phản xạ hay hấp thụ ánh sáng.

Từ các quan điểm sao chổi, Képler (1571 – 1630) đã cho rằng ánh sáng Mặt Trời gây nên một áp lực lên đám bụi sao chổi, khiến nó bị đẩy về phía sau tạo thành một đuôi sao chổi rất dài.

Theo quan điểm thuyết sóng điện từ, Maxwell đã tính được áp suất p gây ra bởi sóng điện từ tác dụng lên vật:

$$P = \frac{E}{c}(1+R)$$

Trong đó $\frac{E}{c}$ là mật độ năng lượng của ánh sáng, còn R là hệ số phản xạ của mặt được rọi sáng.

- Theo kết quả tính toán của Măcxoen, trong những ngày trời nắng, áp suất do ánh sáng Mặt Trời gây ra trên mặt đất có trị số bằng (hay khoảng) $4 \cdot 10^{-3} \text{ N/m}^2$

- Việc phát hiện bằng thực nghiệm một áp suất có trị số nhỏ như vậy là hết sức khó khăn. Áp suất ánh sáng đã được Măcxoen tiên đoán từ năm 1874, nhưng mãi tới năm 1900, lần đầu tiên nhà bác học Nga Lebedev đã chế tạo được một dụng cụ đặc biệt cho phép phát hiện và đo được trị số của áp suất ánh sáng.

Các phép đo của Lebedev đã kiểm nghiệm lại công thức (4.34) với độ chính xác khoảng 20%. Thí nghiệm này là một bằng chứng về bản chất điện từ của ánh sáng.

Theo quan điểm của thuyết lượng tử ánh sáng, thì áp suất là kết quả của sự truyền xung lượng của các phôtônen cho các vật phản xạ hay hấp thụ ánh sáng.

Chứng minh: Ta xét trường hợp chùm sáng đơn sắc tần số ν chiếu vuông góc lên mặt vật.

Gọi E là năng lượng của N phôtônen tới đập vuông góc trên một đơn vị diện tích bề mặt của vật trong 1 giây thì: $N = \frac{E}{h\nu}$

Khi một phôtônen bị hấp thụ một xung lượng $\frac{h\nu}{c}$. Nếu một phôtônen bị phản xạ, xung lượng của nó đổi chiều, tức là biến đổi từ $\frac{h\nu}{c}$ thành $-\frac{h\nu}{c}$, do đó nó truyền cho mặt phản xạ một xung lượng: $p' = 2mc = 2hf/c$

Vậy trong một giây, một đơn vị diện tích của mặt hấp thụ hoàn toàn nhận một xung lượng:

$$N \frac{h\nu}{c} = \frac{E}{c} \quad (2.1)$$

Đây cũng chính là áp suất do dòng ánh sáng chiếu vuông góc gây ra trên bề mặt vật hấp thụ hoàn toàn.

$$\text{Vậy } P_{ht} = N_{ht} \frac{h\nu}{c} = \frac{E}{c} \quad (2.2)$$

Đối với bề mặt vật phản xạ hoàn toàn, áp suất của chùm sáng chiếu vuông góc bằng:

$$P_{px} = 2N_{px} \frac{h\nu}{c} = 2 \frac{E}{c} \quad (2.3)$$

Trong trường hợp mặt của vật có hệ số phản xạ R thì trong số N phôtônen tới trong 1 giây sẽ có RN phôtônen bị phản xạ, $(1 - R)N$ phôtônen bị hấp thụ. Kết quả là:

$$P = (1 - R)N \frac{h\nu}{c} + 2RN \cdot \frac{h\nu}{c} = N \cdot \frac{h\nu}{c} (1 + R)$$

$$\text{Hay } P = \frac{E}{c} (1 + R)$$

Đối với vật hoàn toàn trong suốt, phôtôん không thay đổi xung lượng khi truyền qua vật, nên không gây ra áp suất lên mặt vật.

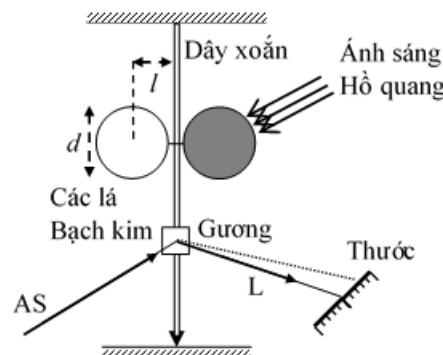
Các kết quả thu được từ thuyết lượng tử ánh sáng hoàn toàn phù hợp với các kết luận về áp suất ánh sáng mà Măcxoen đã tìm được từ thuyết điện từ.

Việc phát hiện áp suất ánh sáng bằng thực nghiệm đã khẳng định ánh sáng không chỉ có năng lượng mà có cả xung lượng. Đây là một bằng chứng khẳng định tính vật chất của ánh sáng: ánh sáng cũng là một dạng của vật chất.

3.Bài tập.

Bài 1. Trong thí nghiệm đo áp suất ánh sáng Lebedev (Pyotr Nikolayevich Lebedev 1866 - 1912), ông đã đo góc xoắn của một sợi dây khi chiếu ánh sáng vào một lá bạch kim tròn (lá được sơn đen trong 2 lá), từ đó xác định được độ lớn của áp suất ánh sáng.

Biết rằng nếu rọi vào lá bạch kim sơn đen thì độ lệch của vết sáng trên thước đo là 76mm (thước đo đặt cách gương 1200mm). Biết đường kính của các lá là 5mm; hệ số phản xạ của lá bạch kim sơn đen là 0,5; khoảng cách từ tâm lá đến trục quay là 9,2mm; hằng số k của momen xoắn của sợi dây ($M = k\alpha$) là $2,2 \cdot 10^{-9}$ Ncm/rad.



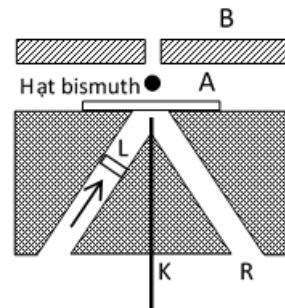
Hãy:

- Xác định độ lớn của áp suất ánh sáng.
- Năng lượng của ánh sáng hồ quang rọi vào mặt các lá bạch kim trong thời gian 1s trên diện tích 1cm^2 .

$$\text{ĐS: a. } P = \frac{4kx}{\pi l L d^2} = 3,85 \cdot 10^{-9} \text{ N/cm}^2$$

Bài 2. Thí nghiệm Dobronravov và Ioffe xác nhận tính hạt của ánh sáng

Trong một bản ebonite dày, người ta khoét một lỗ nhỏ. Lỗ này dùng làm một ống tia Röntgen tý hon. Không khí trong ống được rút qua ống nhỏ R. Đoạn cuối của ống có một dây mảnh bằng nhôm K dùng làm âm cực của ống. Đối âm cực là một bản nhôm mỏng A. Sợi dây K được rọi bằng những tia tử ngoại qua cửa sổ thạch anh L. Các quang electron bị bật khỏi dây K sẽ được tăng tốc qua một điện trường có hiệu điện thế 12000V giữa bản A và dây K. Khi va chạm với bản A, các electron sẽ bị hấp lại và phát ra tia X. Tia X bị hấp thụ ít trong bản nên thực tế nó đi qua bản một cách tự do. Dây dẫn K được rọi một thông lượng bức xạ tử ngoại sao cho nó chỉ làm bật ra khoảng 1000 electron trong một giây. Những electron này, khi va chạm với bản A, sẽ gây ra khoảng 1000 xung tia X trong một giây.



Người ta đặt một bản nhôm thứ hai B, song song với bản A và tạo cùng với A một tụ điện phẳng. Qua một lỗ nhỏ khoét trên bản B người ta đưa vào trong tụ điện phẳng một hạt bismuth tích điện có bán kính vào khoảng $r = 3 \cdot 10^{-5}$ cm. Giữa hai bản A và B có đặt một hiệu điện thế sao cho lực tĩnh điện tác dụng lên hạt bismuth cân bằng với trọng lượng của nó. Vì vậy, hạt bismuth sẽ được giữ lơ lửng cách đối âm cực một khoảng $d = 0,02$ cm.

Tia X sau khi đi qua bản A, chiếu vào hạt bismuth làm bật electron ra, và làm cho nó mất cân bằng. Thực nghiệm cho thấy trung bình cứ sau $\tau = 30$ phút thì hạt bismuth lại bị mất cân bằng.

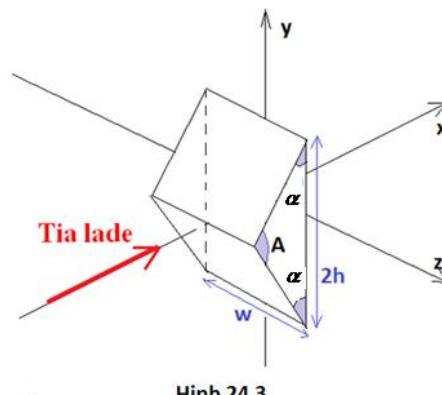
1. Chứng minh rằng không thể sử dụng quan điểm sóng để giải thích kết quả thí nghiệm trên.

2. Hãy sử dụng quan điểm hạt để giải thích kết quả thí nghiệm trên.

Bài 3. IPHO 1993

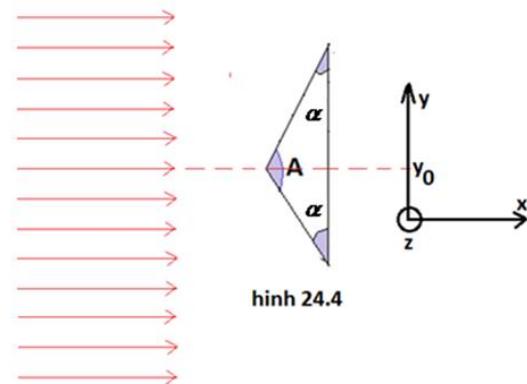
LADE VÀ LĂNG KÍNH

Các lực do lade tác dụng lên một lăng kính trong suốt. Do sự khúc xạ mà một tia lade mạnh có thể tác dụng những lực đáng kể lên những vật nhỏ trong suốt. Để xem sự việc ấy ta hãy xét một lăng kính đáy tam giác nhỏ với



Góc đỉnh A = $\pi - 2\alpha$, cạnh đáy là 2h và chiều rộng là W (hình 24.3). Lăng kính có chiết suất n và khối lượng riêng ρ .

Cho rằng lăng kính được đặt sao cho tia lade đi tới theo phương x (trong suốt bài toán này, ta thừa nhận lăng kính không bị quay, nghĩa là đỉnh của nó luôn quay về hướng tới của tia lade). Đây tam giác của lăng kính song song với mặt xy , đáy của lăng kính song song với mặt yz như đã vẽ trên hình 24.3). Chiết suất của không khí bao quanh là $n_{air} = 1$. Các mặt lăng kính đều phủ một lớp khử phản xạ, nên không có tia phản xạ. Cường độ tia lade phân bố đều trên độ rộng của tia theo phương trục z , nhưng giảm tuyến tính theo khoảng cách y tính từ trục x trở ra. Nó có giá trị cực đại I_0 tại $y = 0$ và giảm đến 0 tại $y = \pm h$ (H24.4) (cường độ là công suất trên đơn vị diện tích, nghĩa là được tính bằng W/m^2).



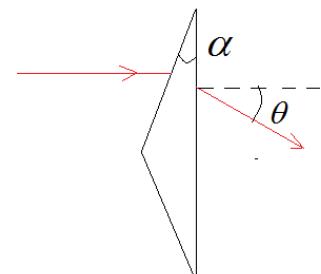
Hình 24.4

1) Viết công thức cho ta tính góc θ (H.24.5) (theo α và n) trong trường hợp tia lade rơi vào mặt trên của lăng kính.

2) Viết biểu thức của thành phần x và y của lực tác dụng lên lăng kính do chùm tia lade gây ra, theo I_0 , θ , h , W và y_0 khi đỉnh của lăng kính nằm cách trục x một khoảng y_0 với $|y_0| = 3h$

Vẽ đồ thị biểu diễn thành phần nằm ngang và thành phần thẳng đứng của lực ấy theo sự dịch chuyển theo phương thẳng đứng y_0 .

3) Cho rằng độ rộng theo phương z của tia lade là 1mm, còn độ dày theo phương y của tia là $D=80\ \mu\text{m}$, Lăng kính có góc đáy $\alpha=30^\circ$, $h=10\ \mu\text{m}$, $n=1,5$, $W=1\text{mm}$ và $\rho=2,5\text{g/cm}^3$. Hỏi công suất của lade phải bằng bao nhiêu để lực đẩy theo phương y cân bằng với trọng lực, khi đỉnh của lăng kính ở dưới trục của chùm tia lade một khoảng y_0 , $y_0=-h/2$ ($=-5\ \mu\text{m}$)?



Hình 24.5

4) Giả sử thí nghiệm trong điều kiện phi trọng lượng, với lăng kính và chùm tia lade có kích thước như trong câu 3 nhưng $I_0=10^8\text{W/m}^2$. Hỏi chu kỳ dao động của lăng kính là bao nhiêu khi nó được đặt cách tâm của chùm tia lade khoảng $y=h/20$ rồi thả tự do?

$$\text{ĐS: } 1. \theta = \text{arc} \left[n \sin \left(\alpha - \arcsin \left(\frac{\sin \alpha}{n} \right) \right) \right]$$

$$2. \text{Trường hợp 1: } h \leq y_0 \leq 3h : F_x = \frac{2hWI_0}{c} \left(1 - \frac{y_0}{4h} \right) (1 - \cos \theta); F_y = -\frac{hWI_0}{4c} \sin \theta$$

Trường hợp 2: $F_x = \frac{P_L + P_u}{c} (1 - \cos \theta) = \frac{hI_0 w}{c} \left(\frac{7}{4} - \frac{y_0^2}{4h} \right) (1 - \cos \theta)$

$$F_y = \frac{P_u - P_L}{c} \sin \theta = -\frac{hI_0 w}{c} \frac{y_0}{2h} \left(1 - \frac{y_0}{2h} \right) \sin \theta$$

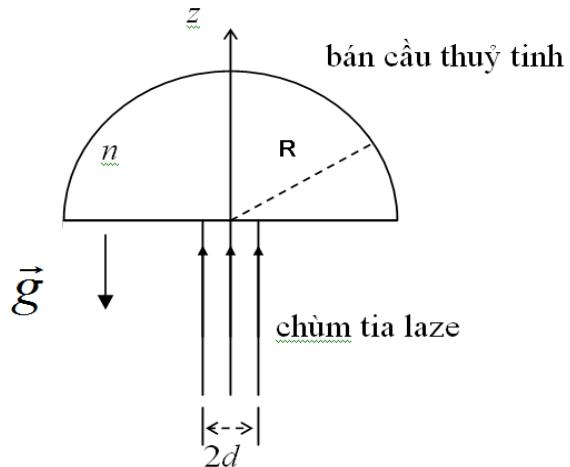
3. $P = \frac{I_0}{2} \cdot w \cdot D = 33,2 \text{W}$; 4. $T = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{I_0 w}{2mc} \sin \theta}} = 11,2 \cdot 10^{-3} \text{s}$

Bài 4. Ipho 2003

Tác dụng nâng của ánh sáng

Một bán cầu thuỷ tinh trong suốt bán kính R và khối lượng m , có chiết suất n . Ở môi trường bên ngoài bán cầu, chiết suất bằng một. Một chùm sáng laze đơn sắc song song đi tới vuông góc và phân bố đều ở khu vực trung tâm mặt phẳng bán cầu như thấy trên hình 3a. Gia tốc trọng trường \vec{g} hướng thẳng xuống dưới. Bán kính δ của tiết diện hình tròn của chùm laze rất nhỏ so với R . Cả bán cầu thuỷ tinh và chùm tia laze đều đối xứng trực đối với trục z .

Hình 3a



Bán cầu thuỷ tinh không hấp thụ ánh sáng laze. Bề mặt của nó được phủ một lớp mỏng vật liệu trong suốt sao cho sự phản xạ có thể bỏ qua được khi ánh sáng đi vào và đi ra khỏi bán cầu thuỷ tinh. Quang trình của chùm ánh sáng laze qua lớp bề mặt không phản xạ cũng bỏ qua được.

(b) Bỏ qua các số hạng bậc $(\delta/R)^3$ hoặc cao hơn, tìm công suất P của chùm tia laze cần thiết để cân bằng trọng lượng của bán cầu thuỷ tinh.

Gợi ý: $\cos \theta \approx 1 - \theta^2/2$ khi θ rất nhỏ so với một.

$$\text{ĐS: } P = \frac{4mgcR^2}{(n-1)^2 \delta^2}$$

XI.2 HIỆN TƯỢNG QUANG ĐIỆN

Bài 1. Chiếu một bức xạ điện từ có bước sóng $\lambda = 0,546 \mu m$ lên mặt kim loại dùng làm catôt của một tế bào quang điện, thu được dòng quang điện bão hòa với cường độ 2mA. Biết công suất của bức xạ điện từ là $P=1,515W$.

a, Tính hiệu suất lượng tử của hiệu ứng quang điện.

b, Dùng màn chắn tách ra một chùm hẹp các quang electron cực đại ngay lúc bắn ra từ catôt và hướng chúng vào một từ trường đều có cảm ứng từ \vec{B} vuông góc với véc tơ vận tốc của nó và có độ lớn $B = 10^{-4}T$ thì quỹ đạo các electron đó là đường tròn có bán kính $R=2,332cm$. Tính giới hạn quang điện của kim loại làm catôt.

$$\text{ĐS: a. } \eta = \frac{Ihc}{eP\lambda} = 3 \cdot 10^{-3} = 0,3\%$$

$$\text{b. } \lambda_0 = 0,690 \mu m$$

Bài 2. Một tế bào quang điện với catôt làm bằng kim loại có công thoát electron là $A = 3 \text{ eV}$, chiếu vào catôt bức xạ điện từ có bước sóng $\lambda = 0,207 \mu m$. Cho $h = 6,625 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$, $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$, $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$, $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$.

a. Tính tốc độ ban đầu cực đại của electron quang điện khi bật ra từ catôt.

b. Đặt vào hai điện cực của tế bào quang điện một điện áp xoay chiều có biểu thức $u_{AK} = 6 \cos(100\pi t)(V)$. Trong một phút, hãy xác định khoảng thời gian dòng quang điện bằng 0.

$$\text{ĐS: a. } v_{0\max} \approx 1,0273 \cdot 10^6 \left(\frac{m}{s} \right); \text{ b. } 20(s)$$

Bài 3. Chiếu lần lượt hai bức xạ có bước sóng $\lambda_1 = 0,555 \mu m$ và $\lambda_2 = 377nm$ vào một tấm kim loại có giới hạn quang điện λ_0 thì thấy vận tốc ban đầu cực đại của các quang electron có độ lớn gấp đôi nhau.

a. Tìm giới hạn quang điện λ_0 của kim loại đó.

b. Chỉ chiếu bức xạ có bước sóng λ_1 , tách từ chùm electron bắn ra một electron có vận tốc lớn nhất rồi cho nó bay từ A đến B trong điện trường đều mà hiệu điện thế $U_{AB} = -3V$. Tìm vận tốc của electron khi đến B.

$$\text{ĐS: a. } \lambda_0 \approx 0,659 \mu m; \text{ b. } v_B \approx 1,086 \cdot 10^6 m/s$$

Bài 4. Một nguồn sáng có công suất 2W, phát ra ánh sáng đơn sắc có bước sóng $0,597 \mu m$ tỏa đều theo mọi hướng. Hãy tính khoảng cách xa nhất mà người còn nhìn thấy

được nguồn sáng này. Biết rằng, mắt còn cảm nhận được ánh sáng khi có ít nhất 10 phôtônen lọt vào mắt trong 0,05s. Biết diện tích con ngươi của mắt là $4\pi \text{ mm}^2$. Bỏ qua sự hấp thụ ánh sáng của khí quyển.

ĐS: $R \leq 173,313(\text{Km})$

Bài 5. Một quả cầu kim loại có giới hạn quang điện $\lambda_0 = 0,275 \mu\text{m}$ được đặt cô lập về điện. Chiếu vào quả cầu nói trên đồng thời hai bức xạ điện từ. Bức xạ thứ nhất có bước sóng $\lambda_1 = 0,2 \mu\text{m}$, bức xạ thứ hai có tần số $f_2 = 1,67 \cdot 10^{15} \text{ Hz}$. Tính điện thế cực đại của quả cầu. Cho $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$; $h = 6,625 \cdot 10^{-34} \text{ J.s}$; $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$.

ĐS: $V_{\max} = V_{2\max} = 2,4 \text{ V}$

Bài 6. Hai bản kim loại phẳng M, N đặt đối diện, song song cách nhau 4cm trong chân không. Cho công thoát của kim loại M là $A = 2,5 \text{ eV}$. Chiếu đến điểm O trên bản kim loại M một bức xạ có bước sóng $\lambda = 0,3 \mu\text{m}$. Cho các hằng số:

$$h = 6,625 \cdot 10^{-34} \text{ J.s}; c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}; m_e = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}; e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}.$$

a) Tính vận tốc ban đầu cực đại của các quang electron bứt ra từ bản M.

b) Đặt giữa M và N một hiệu điện thế không đổi $U_{MN} = 4,55 \text{ V}$. Hỏi các quang electron có thể đến cách bản N một đoạn gần nhất là bao nhiêu.

ĐS : a. $v = 7,6 \cdot 10^5 \text{ m/s}$; b. $d_{\min} = 2,556 \text{ cm}$

XI.3 HIỆU ỨNG COMPTON

Hiệu ứng Compton chỉ có thể giải thích trên cơ sở thuyết lượng tử ánh sáng, coi chùm tia X tới là chùm hạt phôtônen.

- Hiện tượng tán xạ của chùm tia X trên các nguyên tử nhẹ được giải thích như kết quả của sự va chạm giữa phôtônen tia X và electron của các nguyên tử chất tán xạ. Trong quá trình đó các định luật bảo toàn năng lượng và bảo toàn xung lượng được thỏa mãn.

- Giả sử một phôtônen tia X tần số v tới theo phương OP và va chạm với một electron tự do đứng yên tại O. Trong quá trình va chạm, phôtônen nhường một phần năng lượng của mình cho electron và biến thành một phôtônen khác có tần số nhỏ hơn (bước sóng dài hơn). Sau va chạm, phôtônen bị bắn đi theo phương OQ, còn electron bị bắn đi theo phương ON với vận tốc v (thường gọi là electron giật lùi)

TÀI LIỆU BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI VẬT LÝ TRUNG HỌC PHỔ THÔNG

Trước va chạm, electron có khối lượng tĩnh m_0 và năng lượng m_0c^2 , sau va chạm nó có khối lượng m , năng lượng mc^2 , với $m = \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$. Phôtônen tới có năng lượng $h\nu$, xung lượng $\frac{h\nu}{c}$, còn phôtônen tán xạ có năng lượng $h\nu'$, xung lượng $\frac{h\nu'}{c}$

Theo định luật bảo toàn năng lượng ta có:

$$h\nu + m_0c^2 = h\nu' + mc^2 \quad (1)$$

Biểu diễn động lượng của phôtônen tới, phôtônen tán xạ và electron giật lùi làn lượt bằng các vectơ $\overrightarrow{OP}; \overrightarrow{OQ}; \overrightarrow{ON}$, theo định luật bảo toàn động lượng, ta có:

$$\overrightarrow{OP} = \overrightarrow{OQ} + \overrightarrow{ON}$$

$$\text{Do đó: } ON^2 = OP^2 + OQ^2 - 2OP \cdot OQ \cdot \cos \varphi$$

$$\text{Thay } OP = \frac{h\nu}{c}, OQ = \frac{h\nu'}{c} \text{ và } ON = mv, \text{ ta rút ra}$$

$$m^2v^2 = \left(\frac{h\nu}{c}\right)^2 + \left(\frac{h\nu'}{c}\right)^2 - 2 \cdot \frac{h\nu}{c} \cdot \frac{h\nu'}{c} \cdot \cos \varphi$$

$$\text{hay: } m^2v^2c^2 = h^2\nu^2 + h^2\nu'^2 - 2h^2\nu\nu' \cdot \cos \varphi \quad (2)$$

Từ phương trình (1) rút ra $mc^2 = h(\nu - \nu') + m_0e^2$, bình phương cả hai vế hệ thức này, ta có

$$m^2c^4 = h^2\nu^2 + h^2\nu'^2 - 2h^2\nu\nu' + m_0^2c^4 + 2hm_0c^2(\nu - \nu') \quad (3)$$

Lấy (3) trừ đi (2) từng vế một, ta thu được:

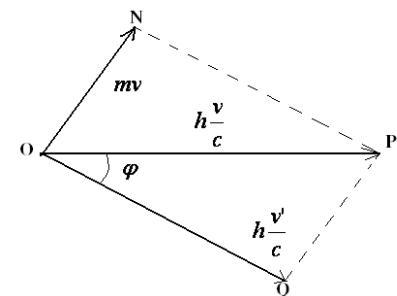
$$m^2c^4 \left(1 - \frac{\nu^2}{c^2}\right) = -2h^2\nu\nu'(1 - \cos \varphi) + 2hm_0c^2(\nu - \nu') + m_0^2c^4$$

$$\text{thay } m = \sqrt{1 - \frac{\nu^2}{c^2}}, \text{ ta có: } m^2 \left(1 - \frac{\nu^2}{c^2}\right) = m_0^2$$

$$\text{do đó ta thu được kết quả cuối cùng } m_0c^2(\nu - \nu') = h\nu\nu'(1 - \cos \varphi)$$

Thay $(1 - \cos \varphi) = 2\sin^2 \frac{\varphi}{2}$ và chia cả hai vế cho $m_0c\nu\nu'$, ta có

$$\frac{c}{\nu'} - \frac{c}{\nu} = \frac{h}{m_0c} \cdot 2\sin^2 \frac{\varphi}{2}$$



Hay $\Delta\lambda = \lambda - \lambda' = 2\lambda_c \sin^2 \frac{\varphi}{2}$

Trong đó $\lambda_c = \frac{h}{m_0 c}$ gọi là bước sóng Compton, còn φ gọi là góc tán xạ.

Thay các giá trị của hằng số h , m_0 , c ta thu được $h/m_0 c = 0,02426 A^0$, phù hợp với kết quả quan sát được bằng thực nghiệm: Điều đó khẳng định sự đúng đắn của thuyết lượng tử ánh sáng.

Trong tính toán ở trên, để đơn giản ta đã giả thiết electron hoàn toàn tự do. Thực tế electron luôn luôn liên kết với nguyên tử. Vì vậy, trong công thức $\Delta\lambda = \lambda - \lambda' = 2\lambda_c \sin^2 \frac{\varphi}{2}$ đúng ra còn phải kể đến công cần thiết bứt electron khỏi nguyên tử và công để làm nguyên tử dịch chuyển. Tuy nhiên, thực nghiệm cho thấy các electron trong tán xạ Compton thường là các electron lén kẽt lỏng lẻo với hạt nhân, nên trong gần đúng bậc nhất có thể coi chúng là các electron tự do.

Bài 1. Một photon X có năng lượng $0,3 \text{ Mev}$ (có thể cho λ) va chạm với một e^- tự do ở trạng thái nghỉ. Tính vận tốc giật lùi của e^-

ĐS: $v = 0,65c$

Bài 2. Tia X ($\lambda = 0,3 A^0$) tán xạ góc $\theta = 60^\circ$. Tìm λ' và K_e

ĐS: $\lambda' = 0,312 A^0$, $K_e = 1,6 \text{ K eV}$.

Bài 3. Trong tán xạ Compton một photon tới đã truyền cho e^- một năng lượng cực đại là 45 Mev . Tìm λ ?

ĐS: $\rightarrow \lambda = 9,39 \cdot 10^{-2} A^0$

Bài 4. Chùm phôtônen của bức xạ đơn sắc $\lambda = 2720 A^0$ đập xiên góc vào một mặt của điện cực vônfram và làm bắn ra theo phương vuông góc với chùm tới các quang electron chuyển động với vận tốc $b = 0,02$ vận tốc cực đại. Hãy tính tổng động lượng đã truyền cho điện cực đối với mỗi phôtônen đập vào và làm bắn ra một electron. Cho biết công thoát electron từ vônfram $A = 4,5 \text{ eV}$.

$$\text{ĐS: } \Delta p = \sqrt{\left(\frac{h}{\lambda}\right)^2 + 2mb^2\left(\frac{hc}{\lambda} - A\right)} \approx 3,43 \cdot 10^{-27} \text{ kgm/s}$$

Bài 5. Trong hiện tượng tán xạ Cômton, chùm tia tới có bước sóng λ . Hãy xác định động năng của electron bắn ra đối với chùm tán xạ theo góc θ . Tính động lượng của electron đó. Tìm giá trị cực đại của động năng của electron bắn ra.

$$\text{ĐS: } E_d = \frac{hc}{\lambda} \cdot \frac{2\lambda_c}{\frac{\sin^2 \frac{\theta}{2} + 2\lambda_c}{\lambda}}; E_{d\max} = \frac{hc}{\lambda} \cdot \frac{2\lambda_c}{\lambda + 2\lambda_c}; p_e^2 = \left(\frac{h}{\lambda}\right)^2 + \left(\frac{h}{\lambda'}\right)^2 - 2 \frac{h^2}{\lambda\lambda'} \cos\theta$$

Với $\lambda' = \lambda + 2\lambda_c \sin^2 \frac{\theta}{2}$, ta tính được p_e .

Bài 6. Xác định bước sóng của bức xạ Ronghen, biết rằng trong hiện tượng Cômton cho bởi bức xạ đó, động năng cực đại của electron bắn ra là 0,19 MeV.

$$\text{ĐS: } \lambda = \frac{h}{mc} \left(\sqrt{1 + \frac{2m_0c^2}{E_{d\max}}} - 1 \right) = 0,037 \text{ Å}$$

Bài 7. Dùng định luật bảo toàn động lượng và công thức Côtơn, tìm hệ thức giữa góc tán xạ θ và góc φ xác định phương bay ra của electron.

Áp dụng hệ thức đó tìm bước sóng của một phôtônen biết rằng trong hiện tượng tán xạ Cômton, năng lượng phôtônen tán xạ và động năng của electron bay ra bằng nhau nếu góc giữa hai phương chuyển động của chúng bằng 90° . Tính góc tán xạ θ khi đó.

$$\text{ĐS: } \tan \varphi = \frac{\cot g \frac{\theta}{2}}{1 + \frac{\lambda_c}{\lambda}}; \theta = 60^\circ$$

Bài 8. Phôtônen có năng lượng 250 keV bay đến va chạm với một electron đứng yên và tán xạ theo góc 120° (tán xạ Cômton). Xác định năng lượng của phôtônen tán xạ.

$$\text{ĐS: } E' = \frac{1}{\frac{1}{E} + \frac{2\lambda_c}{hc} \sin^2 \frac{\theta}{2}} = 0,144 \text{ MeV}$$

Bài 9. Một chùm tia lade xung, hẹp, có năng lượng $E = 0,4 \text{ J}$ và kéo dài trong khoảng thời gian $T = 10^{-9} \text{ s}$, chiếu vào một thấu kính hội tụ song song với trục chính của thấu kính, khoảng cách từ chùm tia đến trục chính bằng tiêu cự f của thấu kính. Thấu kính hấp thụ một nửa năng lượng của bức xạ lade, sự phản xạ ở hai mặt thấu kính không đáng kể.

Tính lực trung bình do chùm lade tác dụng lên thấu kính trong khoảng thời gian chiếu. Lực ấy hướng thế nào?

ĐS: $\overrightarrow{F} \approx 1N$; \overrightarrow{F} hợp với trục chính thấu kính) một góc $\theta = 28^0 40'$

Bài 10. Một phôtônen trong một chùm tia X hẹp, sau khi va chạm với một electron đứng yên, thì tán xạ theo một phương làm với phương ban đầu một góc θ . Kí hiệu λ là bước sóng của tia X.

1. Cho $\lambda = 6,2 \text{ pm}$ và $\theta = 60^0$. Hãy xác định:

- a) Bước sóng λ' của tia X tán xạ.
- b) Phương và độ lớn của vận tốc của electron sau va chạm.

2. Tia X trên được phát ra từ một ống phát tia X (ống Coolidge) có hai cực nối vào hai đầu cuộn thứ cấp của một máy biến thế tăng thế với tỉ số biến thế $k = 1000$. Hai đầu của cuộn sơ cấp của máy biến thế này được nối vào một nguồn điện hiệu điện thế xoay chiều có hiệu điện thế hiệu dụng U có thể biến thiên liên tục (nhờ dùng một máy biến thế tự ngẫu) từ 0 đến 500 V.

- a) Hỏi U phải có trị số tối thiểu U_m bằng bao nhiêu để có thể tạo được tia X nêu ở câu 1.
- b) Với hiệu điện thế U_m ấy, vận tốc của electron trong ống phát tia X khi tới đối âm cực có trị số bằng bao nhiêu?
- c) Để phương chuyển động của electron vuông góc với phương của phôtônen tán xạ (có bước sóng λ') thì bước sóng λ của phôtônen tới không được vượt quá trị số bao nhiêu?
- d) Giả sử sau va chạm electron có vận tốc $v = 2 \cdot 10^8 \text{ m/s}$ vuông góc với photon tán xạ, hãy tính bước sóng λ của tia X tới và hiệu điện thế U cần đặt vào cuộn sơ cấp của máy biến thế tăng thế nói trên.

TÀI LIỆU BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI VẬT LÝ TRUNG HỌC PHỔ THÔNG

ĐS: 1a. $\lambda' = 7,4 \text{ pm}$; 1b. Vận tốc $v = 9,26 \cdot 10^7 \text{ m/s}$ và tạo với phương photon tới một góc $\varphi = 68^\circ 14'$

$$2a. U_m \approx 100\sqrt{2} \approx 141,4 \text{ V} ; b. v = 2,02 \cdot 10^8 \text{ m/s}; c. \lambda_{\max} = \lambda_c = 2,42(\text{pm})$$

$$2d. U_{02\min} = \frac{hc}{e\lambda} \approx 690.000(V) ; U_{1\min} = \frac{U_{02\min}}{k\sqrt{2}} \approx 484(V)$$

Bài 11. Mô hình sóng ánh sáng tiên đoán rằng khi một bức xạ điện từ bị tán xạ trên một hạt điện tích thì bức xạ tán xạ về khắp mọi phương phải có tần số như bức xạ tới. Năm 1922, Arthur H.Compton đã chứng minh rằng bức xạ tán xạ có tần số phụ thuộc vào góc nhiễu xạ. Cụ thể bước sóng biến đổi một lượng $\Delta\lambda = 2 \frac{h}{m_e c} \sin^2 \theta$ khi bị tán xạ bởi electron.

Hiệu ứng trên được gọi là hiệu ứng Compton.

a.Xem tương tác giữa electron và photon lúc này như va chạm giữa hai hạt tương đối tính, chứng tỏ hệ thức Compton.

b.Xây dựng biểu thức liên hệ giữa góc tán xạ φ của electron bay sau khi “va chạm” với photon và góc tán xạ θ của photon.

c.Xây dựng biểu thức liên hệ giữa động năng của electron và góc tán xạ φ của nó.

d.Vẽ đồ thị động năng của electron tán xạ và photon tán xạ theo góc tán xạ θ của photon tán xạ trong trường hợp photon tới có năng lượng bằng 2 lần năng lượng nghỉ của electron.

e.Từ đồ thị đã vẽ, xác định động năng của electron tán xạ và photon tán xạ khi chúng vuông góc.

f. Trong điều kiện câu d và e, photon tán xạ có thể sinh cặp electron – positron được không?

g.Chứng tỏ rằng: góc tán xạ cực đại của photon tán xạ để nó sinh cặp electron – positron luôn bé hơn 60° .

ĐS: a. Chứng tỏ được $\Delta\lambda = 2 \frac{h}{m_e c} \sin^2 \theta$; b. $\cot\varphi = \left(1 + \frac{\varepsilon_1}{E_e}\right) \tan \frac{\theta}{2}$; c.

$$K_e = \frac{2E_e}{\left(1 + \frac{E_e}{\varepsilon_1}\right)^2 \left(1 + \tan^2 \varphi\right) - 1} ;$$

e. $\theta = 60^\circ$; f. Photon tán xạ không thể sinh cặp trong trường hợp này

Bài 12(hiệu ứng Compton thuận)

Xét quá trình va chạm giữa phôtô và electron tự do đứng yên.

1. Chứng minh rằng trong quá trình va chạm này, năng lượng và động lượng của phôtô không được truyền hoàn toàn cho electron.

2. Sau va chạm electron sẽ nhận được một phần năng lượng của phôtô và chuyển động "giật lùi", còn phôtô thì bị tán xạ (tán xạ Compton). Tính độ dịch chuyển bước sóng của phôtô sau va chạm.

3. Giả sử phôtô tới có năng lượng $\epsilon = 2E_0$, còn electron "giật lùi" có động năng $W_d = E_0$ (ở đây $E_0 = 0,512 \text{ MeV}$ là năng lượng nghỉ của electron). Tính góc "giật lùi" của electron (góc giữa hướng phôtô tới và hướng chuyển động của electron).

$$\text{ĐS: } 2. \Delta\lambda = \frac{2h}{m_0 c} \sin^2 \frac{\theta}{2}; 3. \text{ Góc "giật lùi" của electron } \Phi = 30^\circ.$$

Bài 13 (hiệu ứng Compton nghịch)

Một ống phát tia X làm việc ở hiệu điện thế U phát ra photon có bước sóng ngắn nhất là $\lambda_0 = 0,1250 \text{ nm}$.

1. Tìm hiệu điện thế làm việc của ống (Bỏ qua động năng của electron khi nó bứt khỏi catốt).

2. Photon có bước sóng λ_0 tới tán xạ trên một electron tự do đang chuyển động với vận tốc không đổi. Sau va chạm ta thu được một hệ gồm một electron đứng yên và một photon tán xạ. Biết góc tán xạ $\theta = 60^\circ$. Tính:

a) Bước sóng của photon tán xạ.

b) Bước sóng de Broglie của electron trước va chạm.

Cho biết khối lượng nghỉ của electron là $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$, hằng số Planck $h = 6,626 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$, vận tốc ánh sáng $c \approx 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$.

$$1. U = \frac{hc}{e\lambda_{\min}} \approx 10^4 \text{ V}; 2a. \lambda' = 0,1238 \text{ nm}; 2b. \lambda_e = 0,1244 \text{ nm}.$$

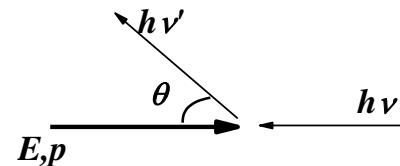
Bài 14. (APHO 2007)

Tán xạ Compton ngược

Khi va chạm với electron năng lượng cao tương đối tính, một photon có thể thu được năng lượng từ electron năng lượng cao, tức là năng lượng và tần số của photon tăng lên nhờ va chạm. Đó chính là tán xạ Compton ngược. Loại hiện tượng này rất quan trọng trong vật lí thiên văn, chẳng hạn, nó cung cấp một cơ chế quan trọng để giải thích sự sinh ra các tia X và tia γ trong vũ trụ.

1. Một electron năng lượng cao có năng lượng toàn phần E (động năng của nó cao hơn năng lượng tĩnh) và một photon năng lượng thấp (năng lượng của nó nhỏ hơn năng lượng tĩnh của electron) có tần số ν chuyển động ngược hướng với nhau, và va chạm với nhau. Như thấy ở hình dưới đây, sự va chạm làm tán xạ photon, làm cho photon bị tán xạ chuyển động theo một hướng lập một góc θ với hướng tới ban đầu ($\text{electron bị tán xạ không được vẽ trên hình}$). Hãy tính năng lượng của photon bị tán xạ, biểu thị theo E, ν, θ , và năng lượng tĩnh E_0 của electron.

Hãy tìm giá trị của θ , mà ở đó photon bị tán xạ có năng lượng lớn nhất, và giá trị của năng lượng lớn nhất đó.



2. Giả sử rằng năng lượng E của electron tới lớn hơn rất nhiều so với năng lượng tĩnh của nó, mà ta có thể viết $E = \gamma E_0, \gamma \gg 1$, và rằng năng lượng của photon tới nhỏ hơn E_0 / γ rất nhiều, hãy cho biểu thức gần đúng của năng lượng của electron bị tán xạ. Lấy $\gamma = 200$ và bước sóng của photon tới thuộc vùng ánh sáng khả kiến, $\lambda = 500\text{nm}$, hãy tính gần đúng giá trị của năng lượng cực đại và bước sóng tương ứng của photon bị tán xạ.

Các tham số: Năng lượng tĩnh của electron là $E_0 = 0.511\text{MeV}$, hằng số Planck $h = 6.63 \times 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$, và $hc = 1.24 \times 10^3 \text{ eV}\cdot\text{nm}$, với c là tốc độ ánh sáng trong chân không.

3. (a) Một electron năng lượng cao, tương đối tính, có năng lượng toàn phần E và một photon chuyển động ngược hướng nhau, và va chạm với nhau. Hãy tìm giá trị năng lượng của photon tới, sao cho photon tán xạ có thể thu được nhiều năng lượng nhất từ electron tới. Hãy tính năng lượng của photon bị tán xạ trong trường hợp này.

(b) Một electron năng lượng cao, tương đối tính, có năng lượng toàn phần E và một photon chuyển động theo hướng vuông góc với nhau, và va chạm với nhau. Hãy tìm năng lượng của photon tới, sao cho photon tán xạ có thể thu được nhiều năng lượng nhất từ electron tới. Hãy tính năng lượng của photon bị tán xạ trong trường hợp này.

Bài 15. Chứng minh rằng một electron tự do không thể hấp thụ hoàn toàn một photon.

Bài 16. Xét hai hệ qui chiếu K và K' , trong đó hệ K' chuyển động với vận tốc \vec{v} không đổi ($v \ll c$). Tìm hệ thức liên hệ giữa những năng lượng, động lượng của một photon trong hai hệ qui chiếu đó. Giả thiết là phương chuyển động của photon trùng với \vec{v} .

ĐS: Hệ thức giữa các năng lượng của photon trong hai hệ qui chiếu là

$$\frac{\Delta(hf)}{hf} = \frac{hf' - hf}{hf} = \frac{\Delta f}{f} = -\frac{v}{c}$$

Và hệ thức giữa các động lượng trong hai hệ qui chiếu là $\frac{\Delta p}{p} = \frac{\Delta f}{f} = \frac{\Delta(hf)}{hf} = -\frac{v}{c}$

Bài 17. Một ống Ron-ghen hoạt động ở hiệu điện thế 10^5 V. Bỏ qua động năng khi electron bứt khỏi bề mặt catot. Một photon có bước sóng ngắn nhất được phát ra từ ống trên tới tán xạ trên một electron tự do đang đứng yên, do kết quả tương tác electron bị giật lùi.

1. Hãy tính góc giật lùi của electron (là góc hợp bởi hướng bay của electron và hướng của photon) và góc tán xạ của photon, biết động năng của electron giật lùi bằng $W_{de} = 10\text{KeV}$.

2. Tính động năng lớn nhất mà electron có thể thu được trong quá trình tán xạ.

ĐS: 1. $\alpha \approx 64^0 24'$; 2. $w_{de\max} = \frac{2E_0}{\left(1 + \frac{E_0}{\epsilon}\right)^2 - 1} \approx 28\text{keV}$

Bài 18.

Xác định giá trị của góc cực đại có thể có được mà ở góc đó một deutron bị tán xạ khi va chạm đàn hồi với một proton lúc đầu đứng nghỉ.

ĐS: $\theta_{\max} = 60^0$

XI.4 CÁC MẪU NGUYÊN TỬ CỘ ĐIỂN.

I.Các mẫu nguyên tử

1. Mẫu nguyên tử Thomson.

Nguyên tử được coi là hình cầu đường kính d cỡ 10^{-10} m, trong đó điện tích dương phân bố đều, xung quanh là các electron.

Mẫu này bị thực nghiệm sau 8 năm tồn tại bằng thí nghiệm của Rutherford và Geiger.

2. Mẫu hành tinh nguyên tử của Rutherford.

Nguyên tử có dạng hình cầu, trong đó:

- Điện tích $+Ze$ tập trung ở tâm nguyên tử, chiếm thể tích nhỏ, như hầu như nó mang toàn bộ khối lượng nguyên tử.
- Điện tử chuyển động quanh hạt nhân.
- Điện tích âm và dương trung hòa.

Theo Rutherford, lực tương tác giữa nguyên tử và hạt nhân giống như lực tương tác giữa các Hành tinh và Mặt trời. Điều này khiến cho chuyển động của điện tử quanh hạt nhân giống như Hành tinh chuyển động xung quanh Mặt trời. Vì vậy mẫu nguyên tử Rutherford còn gọi là mẫu hành tinh nguyên tử.

3. Mẫu nguyên tử Bohr.

Về cơ bản mẫu Bohr giống như mẫu Rutherford chỉ khác một điểm là nguyên tử không thể tồn tại ở trạng thái tùy ý được, mà chỉ tồn tại ở các trạng thái dừng (được xác định bằng quy tắc lượng tử Bohr $L = n\hbar$ hoặc tổng quát hơn đó là quy tắc lượng tử hóa Bohr-Sommerfeld $\oint pdq = nh$)

II. Nguyên tử Hydro và các ion đồng dạng theo quan niệm của Bohr.

$$\text{Lực hướng tâm } F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{Ze^2}{r^2} = \frac{mv^2}{r}$$

1. Tiên đề thứ nhất của Bohr:

$$mv_r r_n = n\hbar$$

Với n là số tự nhiên (1,2,3..), \hbar là hằng số Planck rút gọn:

$$\hbar = \frac{h}{2\pi} = 1,05 \cdot 10^{-34} (J.s)$$

TÀI LIỆU BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI VẬT LÝ TRUNG HỌC PHỔ THÔNG

Từ đó ta suy ra được $r_n = \frac{n^2 \hbar^2}{Kme^2}$; $v_n = \frac{Ke^2}{n\hbar}$

Và năng lượng ở trạng thái dừng thứ n của nguyên tử hydro: $E_n = -\frac{K^2 me^4}{2n^2 \hbar^2}$

2. Tiên đề thứ 2 của Bohr.

Tần số bức xạ điện từ mà nguyên tử phát xạ hoặc hấp thụ

$$f = \frac{|E_n - E_m|}{h}$$

Với E_n, E_m là năng lượng trạng thái đầu và cuối của nguyên tử.

$E_n > E_m$ là quá trình phát xạ, $E_n < E_m$ là quá trình hấp thụ.

3. Quy luật bức xạ của nguyên tử hydro.

$$f = \frac{K^2 me^4}{4\pi\hbar^3} \left(\frac{1}{n_i^2} - \frac{1}{n_k^2} \right); \quad \frac{1}{\lambda} = \frac{K^2 me^4}{4\pi c \hbar^3} \left(\frac{1}{n_i^2} - \frac{1}{n_k^2} \right)$$

$$\text{Định luật Rydberg } \frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n_i^2} - \frac{1}{n_k^2} \right)$$

Với hằng số Rydberg $R \approx 1,097 \cdot 10^7 \text{ m}^{-1}$

Trong trường hợp có kể đến ảnh hưởng của sự dật lùi của hạt nhân nguyên tử, ta phải thay đổi khối lượng của electron bằng khối lượng rút gọn:

$$\mu = \frac{mM}{m+M}$$

III. Bài tập.

Bài 1. Nguyên tử hiđrô ở trạng thái cơ bản, đứng yên hấp thụ một photon. Kết quả là nguyên tử chuyển sang trạng thái kích thích và bắt đầu chuyển động. Hãy tính giá trị vận tốc v của nguyên tử hiđrô. Cho năng lượng kích thích của nguyên tử hiđrô $E_{12} = 1,63 \cdot 10^{-18} \text{ J}$. Năng lượng nghỉ của hiđrô $mc^2 = 1,49 \cdot 10^{-10} \text{ J}$.

$$\text{ĐS: } v \approx c \frac{hc/\lambda}{mc^2} = c \frac{E_{12}}{mc^2}$$

Bài 2. Một nguyên tử hiđrô ở trạng thái cơ bản bay đến va chạm với một nguyên tử hiđrô khác cũng ở trạng thái cơ bản và đứng yên. Động năng của hiđrô tới nhỏ nhất phải bằng bao nhiêu để khi va chạm phát ra một photon. Năng lượng ion hóa của nguyên tử hiđrô là 13,6eV.

$$\text{ĐS: } E_{ng} = \frac{3}{2}E_i = 20,4\text{eV}.$$

Bài 3. 1. Theo mẫu nguyên tử Bo, nguyên tử Hidro gồm hạt nhân và một electron chuyển động tròn đều xung quanh hạt nhân. Ở trạng thái cơ bản, bán kính quỹ đạo của electron là $r_0 = 5,3 \cdot 10^{-11}$ m (bán kính Bo). Hãy tính tốc độ dài của electron trên quỹ đạo này. Cho điện tích của electron có độ lớn $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ C, hằng số điện $k = 9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 / \text{C}^2$.

2. Con người mắt người có đường kính 4 mm. Mắt con người bắt đầu có cảm giác về ánh sáng nếu có ít nhất 100 photon lọt vào con ngươi mắt trong mỗi giây. Một nguồn sáng phát ra ánh sáng đơn sắc có bước sóng $\lambda = 0,6 \mu\text{m}$ đều theo mọi hướng với công suất của nguồn là 2,4 W. Hỏi người có thể đứng xa nhất cách nguồn sáng này bao nhiêu mà vẫn trông thấy được nguồn sáng này. Bỏ qua sự hấp thụ ánh sáng của môi trường. Cho hằng số P-lăng $h = 6,625 \cdot 10^{-34}$ Js, tốc độ ánh sáng trong chân không $3 \cdot 10^8$ m/s.

$$\text{ĐS: 1. } v = e \sqrt{\frac{k}{mr_0}} \approx 2,186 \cdot 10^6 \frac{\text{m}}{\text{s}}; 2. d_{max} \approx 269,2 \cdot 10^3 \text{ (m)}$$

Bài 4. Dựa vào mẫu Thomson, tính bán kính nguyên tử hydro và bước sóng ánh sáng do nospahats ra, nếu biết năng lượng ion hóa của nguyên tử là $E=13,6\text{eV}$.

$$\text{ĐS: } R = \frac{2}{3} \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 E_{ion}}; \lambda = \frac{2\pi c}{e} \sqrt{4\pi\epsilon_0 mr^3}$$

Bài 5. Với một khoảng cách cực tiểu bằng bao nhiêu, khi một hạt α có động năng $T=0,50\text{MeV}$ (Khi va chạm trực diện) đến gần:

a.một hạt nhân nguyên tử ^{206}Pb (nặng) đứng yên;

b. một hạt nhân 7Li (nhẹ) tự do ban đầu đứng yên?

$$\text{ĐS: a. } d_{min} \approx 0,59 \text{ pm}; \text{ b. } d_{min} \approx 0,034 \text{ pm}$$

Bài 6. Một hạt α có động năng $T=0,5\text{MeV}$ bị tán xạ dưới góc $\theta = 90^\circ$ trong trường Coulomb của hạt nhân nguyên tử thủy ngân đứng yên.

a.Tìm bán kính cong nhỏ nhất của quỹ đạo hạt;

TÀI LIỆU BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI VẬT LÝ TRUNG HỌC PHỔ THÔNG

b.Khoảng cách cực tiểu mà hạt α lại gần hạt nhân.

$$\text{ĐS:a. } r_{\min} = \frac{1}{8\pi\epsilon_0} \frac{ze^2}{E_0} \left(1 + \frac{1}{\sin \frac{\theta}{2}}\right); \text{ b. } \rho_{\min} = \frac{1}{8\pi\epsilon_0} \frac{ze^2}{E_0} \cot \frac{\theta}{2}$$

Bài 7. Một proton có động năng T và tham số ngắm b , bị tán xạ trong trường Coulomb của một hạt nhân nguyên tử vàng đứng yên.Tìm xung truyền cho hạt nhân này do sự tán xạ.

$$\text{ĐS: } \Delta p = 2 \sqrt{\frac{2mE_0}{1 + \left(\frac{8\pi\epsilon_0 E_0 b}{Ze}\right)^2}}$$

Bài 8. Người ta chiếu một dòng song song các hạt có bán kính r vào một quả cầu đứng yên có bán kính R . Giả sử sự va chạm của hạt với quả cầu hoàn toàn đàn hồi. Tìm:

a.Góc lệch θ của hạt phụ thuoojcvaof tham số ngắm b của nó;

b.Phần hạt tì đối, tán xạ trong khoảng từ θ đến $\theta + d\theta$;

c.Xác xuất tán xạ hạt ở bán cầu trước($\theta < \frac{\pi}{2}$).

$$\text{ĐS: a. } \cos \frac{\theta}{2} = \frac{b}{R+r}; \text{ b. } \frac{dn}{n} = \frac{1}{2} \sin \theta d\theta; \text{ c. } \frac{1}{2}$$

Bài 9. Theo điện động lực học cổ điển, một electron chuyển động với gia tốc \vec{w} sẽ mất một năng lượng do bức xạ theo quy luật: $\frac{dE}{dt} = -\frac{2e^2}{3c^3} w^2$

Trong đó e là điện tích nguyên tố, c là vận tốc ánh sáng. Xác định khoảng thời gian mà sau đó năng lượng của electron thực hiện một dao động gần điều hòa với tần số $\omega = 5 \cdot 10^{15} \text{ rad/s}$ giảm $\eta = 10$ lần.

ĐS: 15ns

Bài 10. Đối với nguyên tử hydro và ion He^+ hãy tính:

a.Bán kính quỹ đạo Bohr thứ nhất và vận tốc của electron trên quỹ đạo đó.

b.Động năng và năng lượng liên kết của electron ở trạng thái cơ bản;

c.Thể ion hóa, thể kích thích thứ nhất và bước sóng của vạch cộng hưởng($n' = 2 \rightarrow n = 1$)

TÀI LIỆU BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI VẬT LÝ TRUNG HỌC PHỔ THÔNG

Tham khảo bảng số liệu hai nguyên tử dưới đây

	$r_1(pm)$	$v_1(10^6 m/s)$	$T_1(eV)$	$E_{21}(eV)$	$V(V)$	$V_{12}(V)$	$\lambda_{12}(nm)$
H	52.9	2.18	13.6	-13.6	13.6	10.2	121.5
He^+	26.5	4.36	54.5	-54.5	54.5	40.8	30.4

ĐS: a. $r_1 = 4\pi\epsilon_0 \frac{\hbar^2}{mZe^2}$; $v_1 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Ze^2}{m\hbar}$; b. $T_1 = \frac{1}{(4\pi\epsilon_0)^2} \frac{mZ^2 e^4}{2\hbar^2}$; c. Thể ion hóa $V = \frac{1}{(4\pi\epsilon_0)^2} \frac{mZ^2 e^3}{2\hbar^2}$
 . Thể (hiệu điện thế) kích thích thứ nhất $V_{21} = \frac{1}{(4\pi\epsilon_0)^2} \frac{mZ^2 e^3}{2\hbar^2} \cdot \frac{3}{4}$; $\lambda_{21} = \frac{hc}{E_{21}}$

Bài 11. Đối với các hệ tương tự hydro, tìm momen từ μ_n ứng với chuyển động của electron trên quỹ đạo thứ n cũng như tỉ số giữa momen từ của một electron với momen cơ $\frac{\mu_n}{L_n}$. Tính momen từ của electron trên quỹ đạo Bohr thứ nhất.

ĐS: Tỉ số giữ momen từ và cơ $\frac{\mu_n}{L_n} = \frac{e}{2m}$; Momen từ trên quỹ đạo thứ nhất $\mu_1 = \mu_B = \frac{1}{2} \frac{e\hbar}{m}$

Bài 12.

I.Trong một mô hình của nguyên tử hydro ở trạng thái cơ bản, người ta coi nguyên tử này gồm:

Một proton tích điện +e được coi là chất điểm đặt tại gốc tọa độ O. Một đám mây tích điện âm có đối xứng cầu bao quanh proton. Biết điện thế tại điểm M bất kỳ ($OM = r$) có dạng:

$$V(r) = \frac{a}{r} e^{-br} \quad (\text{với } a \text{ và } b \text{ là các hằng số dương})$$

1.a) Hãy xác định điện trường $\vec{E}(r)$ tại điểm M.

b) Tính điện tích của đám mây tích điện âm nằm trong mặt cầu O bán kính r.

2.a) Tính mật độ điện tích $\rho(r)$ của đám mây điện tích âm theo a và b.

b) Từ điều kiện trung hòa về điện của nguyên tử hãy tính hằng số a theo e và ϵ_0 .

3. Tính thể tích điện $V'(r)$ do đám mây tích điện âm gây ra tại điểm M ($OM = r$)

4. Tính theo a và b các đại lượng sau:

a) Năng lượng W_{hn} của hạt nhân trong đám mây điện tích âm.

b) Năng lượng toàn phần W của nguyên tử hydro.

II. Tính hiệu chỉnh $\Delta\lambda$ về bước sóng của photon mà nguyên tử Hydro phát ra khi tính đến sự giật lùi của nguyên tử. Coi rằng lúc đầu nguyên tử đứng yên. Lấy khối lượng nguyên tử hidro là $M = 939\text{MeV}/c^2$.

$$\text{ĐS: I.1a } \vec{E} = \frac{a \exp(-br)}{r^2} (1+br) \frac{\vec{r}}{r}; \text{ I.1b. } q(r) = -e + 4\pi\epsilon_0 a (1+br) e^{-br};$$

$$\text{I.2a. } \rho(r) = -\frac{\epsilon_0 ab^2}{r} e^{-br}$$

$$\text{I.2b } a = \frac{e}{4\pi\epsilon_0}; \text{ I.3 } V'(r) = V(r) - \frac{e}{4\pi\epsilon_0 r} = \frac{e}{4\pi\epsilon_0 r} [e^{-br} - 1]; \text{ I.4a. } W_{hn} = -\frac{e^2 b}{4\pi\epsilon_0};$$

$$\text{I.4b } W = W_{hn} + W_e = -\frac{3e^2 b}{16\pi\epsilon_0}; \text{ II. } \frac{\Delta\lambda}{\lambda_0} = \frac{hc}{2Mc^2\lambda} = \frac{6,6 \cdot 10^{-6}}{\lambda} \text{ Å}^0$$

CHƯƠNG XII

VẬT LÝ HẠT NHÂN

XII.1 PHÓNG XẠ-CHUỖI PHÓNG XẠ

Bài 1. Để đo chu kỳ của một chất phóng xạ người ta cho máy đếm xung bắt đầu đếm từ thời điểm $t_0=0$. Đến thời điểm $t_1=2$ giờ, máy đếm được n_1 xung, đến thời điểm $t_2=3t_1$, máy đếm được n_2 xung, với $n_2=2,3n_1$. Xác định chu kỳ bán rã của chất phóng xạ này.

ĐS: $T=4,71$ h.

Bài 2. Để đo chu kỳ bán rã của 1 chất phóng xạ, người ta dùng máy đếm xung. Ban đầu trong 1 phút máy đếm được 14 xung, nhưng sau 2 giờ đo lần thứ nhất, máy chỉ đếm được 10 xung trong 1 phút. Tính chu kỳ bán rã của chất phóng xạ. Lấy $\sqrt{2}=1,4$.

ĐS: $T = 4$ giờ.

Bài 3. Chất phóng xạ $^{210}_{84}Po$ có chu kỳ bán rã 138,4 ngày. Người ta dùng máy để đếm số hạt phóng xạ mà chất này phóng ra. Lần thứ nhất đếm trong $\Delta t = 1$ phút (coi $\Delta t \ll T$). Sau lần đếm thứ nhất 10 ngày người ta dùng máy đếm lần thứ 2. Để máy đếm được số hạt phóng xạ bằng số hạt máy đếm trong lần thứ nhất thì cần thời gian là bao nhiêu?

TÀI LIỆU BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI VẬT LÝ TRUNG HỌC PHỔ THÔNG

$$\text{ĐS: } \Delta t' = e^{\frac{10 \ln 2}{138,4}} \Delta t = 1,0514 \text{ phút} = 63,08 \text{ s}$$

Bài 4. Đồng vị $^{24}_{11}Na$ phóng xạ β^- tạo hạt nhân con là magiê (Mg), ký hiệu là $^{24}_{12}Mg$.

1) Ở thời điểm ban đầu $t = 0$, khối lượng của $^{24}_{11}Na$ là $m_0 = 4,8\text{g}$ thì sau thời gian $t=30\text{h}$, khối lượng $^{24}_{11}Na$ chỉ còn lại $m = 1,2\text{g}$ chưa bị phân rã. Tính chu kỳ bán rã của $^{24}_{11}Na$ và độ phóng xạ (theo đơn vị Ci) của lượng $^{24}_{11}Na$ sau thời gian $t = 30\text{h}$.

2) Khi khảo sát một mẫu chất người ta thấy ở thời điểm bắt đầu khảo sát thì tỉ số khối lượng $^{24}_{12}Mg$ và $^{24}_{11}Na$ là 0,125. Hỏi sau thời gian bao lâu thì tỉ số đó bằng 8? Cho số Avôgađrô $N_A = 6,023 \cdot 10^{23}/\text{mol}$.

ĐS: a. 15h; b. 45h

Bài 5. Đồng vị phóng xạ pôlôni $^{210}_{84}Po$ phóng xạ α và biến đổi thành hạt nhân chì. Ban đầu có một mẫu pôlôni nguyên chất. Tại thời điểm t_1 tỉ lệ giữa số hạt nhân chì và số hạt pôlôni trong mẫu là 7:1. Tại thời điểm $t_2 = t_1 + 414$ ngày đêm, tỉ lệ đó là 63:1. Tìm chu kỳ bán rã của pôlôni $^{210}_{84}Po$.

ĐS: $T = 138$ (ngày đêm)

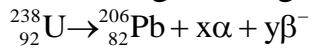
Bài 6. Chất phóng xạ poolooni $^{210}_{84}Po$ phát ra tia α và biến đổi thành chì $^{206}_{82}Pb$. Cho chu kỳ của $^{210}_{84}Po$ là 138 ngày. Ban đầu ($t = 0$) có một mẫu pôlôni chuyên chất. Tại thời điểm t_1 , tỉ số giữa số hạt nhân pôlôni và số hạt nhân chì trong mẫu là $\frac{1}{15}$. Tại thời điểm $t_2 = t_1 + 276$ ngày, tỉ số giữa số hạt nhân pôlôni và số hạt nhân chì trong mẫu là bao nhiêu?

$$\text{ĐS: } \frac{N_{2Po}}{N_{2Pb}} = \frac{1}{15}$$

Bài 7. Giả sử ban đầu có một mẫu phóng xạ X nguyên chất, có chu kỳ bán rã T và biến thành hạt nhân bền Y. Tại thời điểm t_1 tỉ lệ giữa hạt nhân Y và hạt nhân X là k. Tại thời điểm $t_2 = t_1 + 2T$ thì tỉ lệ đó là bao nhiêu?

ĐS: $4k+3$

Bài 8. Urani 238 là nguyên tố khởi đầu của một họ phóng xạ, cuối cùng cho ra đồng vị bền của chì $^{206}_{82}\text{Pb}$. Các phân rã liên tục phát ra hạt α hoặc hạt β^- . Tuổi thọ của hạt nhân trung gian khá ngắn để người ta có thể bỏ qua sự hiện diện của chúng. Như vậy, sự phân rã có thể thu gọn trong một phản ứng duy nhất :



1. Hãy xác định x và y.

2. Giả thiết rằng, tại thời điểm $t = 0$, khi đó quặng chứa urani được tạo thành, quặng này chưa chứa một hạt nhân nào của chì Pb206. Kí hiệu $N_U(t)$ và $N_{\text{Pb}}(t)$ tương ứng là số hạt nhân U238 và chì Pb206 vào thời điểm t.

a) Tính $N_{\text{Pb}}(t)$ ở thời điểm t theo t, λ , $N_U(t)$ (λ là hằng số phóng xạ của U238 với chu kỳ bán rã $T = 4,5 \cdot 10^9$ năm).

b) Xác định tuổi của quặng theo t và theo tỉ số $\frac{N_{\text{Pb}}(t)}{N_U(t)}$, giả sử $t \ll T$.

Áp dụng số : ở thời điểm t, mẫu quặng chứa 1g U238 và 10mg chì. Tính tuổi của mẫu quặng.

ĐS : 1. $x=8$, $y=2$; b. 2a. $N_{\text{Pb}} = N_U(t)(e^{\lambda t} - 1)$; 2b. $t \approx 7,5 \cdot 10^7$ năm

Bài 9. Biết hằng số phân rã λ của một hạt nhân, hãy xác định:

a. Xác suất để nó phân rã trong khoảng thời gian từ 0 đến t.

b. Thời gian sống trung bình τ của nó.

$$\text{ĐS: a. } w(t) = 1 - e^{-\lambda t}; \text{ b. } \tau = \frac{1}{\lambda}$$

Bài 10. Tìm hằng số phân rã và thời gian sống trung bình của đồng vị phóng xạ ^{55}Co , nếu biết rằng hoạt tính của ó giảm đi 4% sau mỗi giờ? Biết rằng sản phẩm của sự phân rã này không phóng xạ.

$$\text{ĐS: } \lambda \approx 1,1 \cdot 10^{-5} (\text{s}^{-1}); \tau = \frac{1}{\lambda} \approx 1 \text{ năm}$$

Bài 11. Trong quặng uranium, tỉ số giữa hạt nhân ^{238}U với số hạt nhân ^{206}Pb là $\eta = 2,8$. Tính tuổi của quặng, biết rằng toàn bộ chì là sản phẩm cuối cùng của sự phân rã của chuỗi phóng xạ uranium. Chu kỳ bán rã của ^{238}U bằng $4,5 \cdot 10^9$ năm.

$$\text{ĐS: } t \approx 2 \cdot 10^9 \text{ năm}$$

Bài 12. Đồng vị phóng xạ của P32 có chu kỳ bán rã $T = 14,3$ ngày đêm, được tạo thành trong một phản ứng hạt nhân với tốc độ không đổi $q = 2,7 \cdot 10^{19}$ hạt nhân/s. Sau bao lâu kể từ lúc bắt đầu tạo thành đồng vị phóng xạ này, hoạt tính của nó sẽ là $H = 10^9$ phân rã/s.

$$\text{ĐS: } t = -\frac{T}{\ln 2} \ln\left(1 - \frac{A}{q}\right) \approx 9,5 \text{ ngày đêm}$$

Bài 13. Một bệnh nhân điều trị bằng đồng vị phóng xạ, dùng tia γ để diệt tế bào bệnh. Thời gian chiếu xạ lần đầu là $\Delta t = 20$ phút, cứ sau 1 tháng thì bệnh nhân phải tới bệnh viện khám bệnh và tiếp tục chiếu xạ. Biết đồng vị phóng xạ đó có chu kỳ bán rã $T = 4$ tháng ($\Delta t \ll T$) và vẫn dùng nguồn phóng xạ trong lần đầu. Hỏi lần chiếu xạ thứ 3 phải tiến hành trong bao lâu để bệnh nhân được chiếu xạ với cùng một lượng tia γ như lần đầu?

$$\text{ĐS: } \Delta t' = e^{\frac{\ln 2}{T}} \Delta t = 28,2 \text{ phút.}$$

Bài 14. (Trích đề thi HSGQG năm 2017)

Hiện tượng phóng xạ là hiện tượng một hạt nhân không bền tự phân rã, phát ra các tia phóng xạ và biến đổi thành hạt nhân khác. Trong quá trình phân rã, số hạt nhân N của chất phóng xạ ở thời điểm t tuân theo quy luật $N(t) = N_0 e^{-\lambda t}$, với N_0 là số hạt nhân ở thời điểm ban đầu, λ là hằng số phóng xạ đặc trưng cho từng loại chất phóng xạ. Nếu hạt nhân được tạo thành không bền, nó sẽ tiếp tục phân rã tạo thành chuỗi phóng xạ. Trong bài này, ta xét một chuỗi phóng xạ đơn giản.

Cho một chuỗi phóng xạ trong đó hạt nhân A phóng xạ β tạo thành hạt nhân B và hạt nhân B phóng xạ α tạo thành hạt nhân C bền. Giả thiết các hằng số phóng xạ của hạt nhân A và B bằng nhau và bằng λ (chưa biết giá trị). Ban đầu, mẫu chất chỉ gồm $N_{t=0} = 2.10^{18}$ hạt nhân A, các hạt nhân B và C chưa được tạo thành.

1. Để xác định hằng số phóng xạ λ , người ta dùng máy đếm hạt β : mỗi phân rã β sẽ tạo nên một xung và được máy ghi nhận. Máy được mở tại thời điểm $t = 0$, sau các khoảng thời gian $t_1 = 48$ giờ và $t_2 = 144$ giờ, máy đếm được số xung β tương ứng là n_1 và $n_2 = 2,334n_1$. Tính λ .

2. Tính số hạt nhân B tại thời điểm $t_2 = 144$ giờ.

3. Tính số hạt α được tạo thành sau 144 giờ kể từ thời điểm $t = 0$.

Gợi ý: Sự phụ thuộc của số hạt nhân B vào thời gian t có thể tìm dưới dạng $(p + q \cdot t)e^{-\lambda t}$, trong đó p và q là hệ số không phụ thuộc vào thời gian và chưa biết.

$$\text{ĐS: 1. } \lambda = -\frac{\ln x}{t_1} = 1,6 \cdot 10^{-6} \text{ s}^{-1}; 2. N_B = 7,24 \cdot 10^{17}; 3. n_\alpha = 4,03 \cdot 10^{17} \text{ hạt}$$

CHUỖI PHÓNG XẠ

Bài 15. (*OLYMPIC VẬT LÝ ÁN ĐỘ 2006*).

Hai hạt nhân A, B là những chất phóng xạ theo chuỗi phóng xạ sau $A \rightarrow B \rightarrow C$. A có hằng số phân rã λ_1 , B có hằng số phân rã λ_2 . Hãy xác định thời điểm mà số hạt nhân B đạt cực đại và số hạt nhân cực đại đó.

$$\text{ĐS: } t = \frac{\ln \frac{\lambda_2}{\lambda_1}}{\lambda_2 - \lambda_1}$$

Bài 16. Đồng vị rađi $^{226}_{88}\text{Ra}$ phân rã phóng xạ α .

1. Viết phương trình phân rã phóng xạ của rađi và xác định hạt nhân con X. Tính năng lượng tỏa ra bởi sự phân rã của rađi.

2. Tính động năng của các hạt α và hạt X và tính vận tốc của chúng nếu xét rằng sự phân rã không kèm theo sự phát ra tia γ .

3. Thực nghiệm cho thấy động năng của hạt α được sinh ra lại có những trị số rời rạc (lượng tử hóa). Hãy giải thích tại sao?

4. Người ta khảo sát một mẫu rađi nguyên chất có khối lượng 1 gam (mới được luyện xong, không có hạt nhân con).

a. Tính độ phóng xạ ban đầu của mẫu rađi đó. Cho biết, chu kì bán rã của rađi là $T_1 = 1620$ năm.

b. Cho biết các hạt nhân con X vừa được tạo ra do phân rã phóng xạ của mẫu rađi đó, lại phân rã với chu kì bán rã $T_2 = 3,82$ ngày.

Sau vài tuần, người ta thấy khối lượng hạt X không thay đổi (xảy ra *cân bằng phóng xạ*). So sánh độ phóng xạ của rađi và hạt X khi đó, và tính khối lượng hạt X cân bằng phóng xạ với mẫu rađi nói trên.

Cho biết khối lượng của các hạt nhân: $m(\text{Ra}) = 226,0245\text{u}$; $m(\alpha) = 4,0015\text{u}$; $m(X) = 222,0175\text{u}$.

ĐS: 1. $\Delta E = 5,96 \text{ MeV}$; 2. $E_1 \approx 5,85 \text{ MeV}$, $E_2 \approx 0,11 \text{ MeV}$, $v_1 = 1,68 \cdot 10^7 \text{ m/s}$, $v_2 \approx 3,03 \cdot 10^5 \text{ m/s}$; 4a. $H_0 \approx 3,62 \cdot 10^{10} \text{ Bq} \approx 1 \text{ Ci}$; 4b. $\frac{m_{\text{Rn}}}{m_{\text{Ra}}} = \frac{T_1}{T_2} \Rightarrow m_{\text{Rn}} = \frac{T_1}{T_2} m_{\text{Ra}}$; $m_{\text{Rn}} = \frac{3,82 \cdot 1}{1620 \cdot 365} \approx 6,46 \cdot 10^{-6} \text{ g}$

Bài 17. Urani tự nhiên có chứa hai đồng vị: $^{238}_{92}\text{U}$ (chiếm 99,3%) và $^{235}_{92}\text{U}$ (chiếm 0,7%), nhưng chỉ có U235 là có thể bị phân hạch khi hấp thụ neutron. Một hạt nhân U238 hấp thụ một neutron (phản ứng 1), sinh ra hạt nhân X có tính phóng xạ β^- (với chu kì bán rã $T_1 = 23$ phút). Hạt nhân X phân rã, sinh ra hạt nhân neptuni (Np) (phản ứng 2) có tính phóng xạ β^- (với chu kì bán rã $T_2 = 2,3$ ngày). Hạt nhân neptuni phân rã, sinh ra hạt nhân plutoni (phản ứng 3). Plutoni phân hạch và có tính phóng xạ với chu kì bán rã $T_3 = 2,4 \cdot 10^4$ năm.

1. Viết phương trình phản ứng hạt nhân 1, 2, 3.

2.Sau thời gian bao lâu thì 99% các chất hiện diện sẽ biến mất với từng loại phân rã xét riêng biệt (phản ứng 2, phản ứng 3 và phản ứng phân rã của plutôni). Từ đó, có thể rút ra kết luận gì về sự điều chế và sử dụng plutôni ?

ĐS: 2. Với phản ứng 2 (phân rã của U239): $t \approx 153$ phút

Với phản ứng 3 (phân rã của neptuni) : $t \approx 15,3$ ngày

Với phân rã plutôni : $t \approx 1,595 \cdot 10^4$ năm.

Bài 18. Nếu chất phóng xạ 1 có chu kỳ bán rã T_1 rất lớn và phân rã thành chất 2, cũng là chất phóng xạ, nhưng có chu kỳ bán rã $T_2 < T_1$ thì người ta chứng minh được rằng : nếu ban đầu chỉ có chất 1 thì ở thời điểm bắt đầu t, với $T_2 < t < T_1$, ta có cân bằng phóng xạ : $\lambda N_1 \approx \lambda N_2$ (1).

1. Nếu ý nghĩa vật lí của đẳng thức (1).

2.Radii $^{226}_{88}\text{Ra}$ là chất phóng xạ có chu kỳ bán rã T_{Ra} rất lớn. Nó phát ra hạt α và biến thành radôn (kí hiệu Rn), cũng là chất phóng xạ, với chu kỳ bán rã $T_{\text{Rn}} \ll T_{\text{Ra}}$. Người ta cho 1 gam radii vào bình. Ban đầu trong bình không có radôn. Sau 1 năm, người ta hút lượng khí radôn trong bình ra để đo lường. Khối khí này có khối lượng $m = 6,47 \cdot 10^{-6}$ gam, và độ phóng xạ $H = 1$ curi = $3,7 \cdot 10^{10}$ phân rã/giây. Còn khối lượng của radii thì giảm không đáng kể.

- a) Viết phương trình phân rã của radii.
- b) Tính các chu kỳ bán rã của radii và radôn.
- c) Thực tế số hạt nhân radii có giảm. Tính số phần nghìn (%) độ giảm tương đối sau 1 năm.
- d) Nếu không hút radôn sau 1 năm mà hút sau 2 năm (kể từ ban đầu) thì khối lượng radôn đo được là bao nhiêu ?

ĐS : 2b. $T_{\text{Rn}} = \frac{0,963}{\lambda_{\text{Rn}}} \approx 3,8$ ngày ; $T_{\text{Ra}} \approx 5,843 \cdot 10^5$ ngày ≈ 1600 năm.

$$2c. \quad \frac{N_0 - N}{N_0} = 0,000433 \approx 0,433 \%$$

2d. lượng radôn giữ không đổi , vẫn là : $m = 6,47 \cdot 10^{-6}$ g

Bài 19. Đồng vị phóng xạ A_1 có hằng số phân rã λ_1 biến thành đồng vị phóng xạ A_2 có hằng số phóng xạ λ_2 . Biết rằng lúc đầu chế phẩm chỉ chứa hạt nhân của đồng vị A_1 .

Tìm:

- a. định luật tích tụ của đồng vị bền A_2 .
- b. Khoảng thời gian mà sau đó hoạt tính của đồng vị phóng xạ A_2 đạt đến cực đại.

ĐS: a. $N_2(t) = N_{01} \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} (e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t})$; **b.** $t = \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} \ln \frac{\lambda_2}{\lambda_1}$

Bài 20. Đồng vị phóng xạ A_1 chịu một chuỗi biến đổi:

$A_1 \rightarrow A_2 \rightarrow A_3$ (bên)

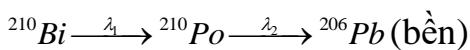
Với các hằng số phân rã tương ứng λ_1 và λ_2

Biết rằng lúc đầu chế phẩm chỉ chứa hạt nhân của đồng vị A_1 với một số lượng N_{10} ; tìm định luật tích tụ của đồng vị bên A_3

$$\text{ĐS: } N_3(t) = N_{01} \frac{\lambda_1 \lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1} \left(\frac{1}{\lambda_1} e^{-\lambda_1 t} - \frac{1}{\lambda_2} e^{-\lambda_2 t} \right)$$

Bài 21.

Đồng vị phóng xạ ^{210}Bi phân rã theo chuỗi:



Trong đó các hằng số phân rã $\lambda_1 = 1,6 \cdot 10^{-6} (s^{-1})$, $\lambda_2 = 5,8 \cdot 10^{-8} (s^{-1})$. Tính độ phóng xạ α , β của chế phẩm ^{210}Bi có khối lượng 1 mmg sau khi điều chế nó một tháng.

$$\text{ĐS: } H_\alpha = \frac{m_0 N_A}{\mu} \frac{\lambda_1 \lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1} [e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t}] \approx 1,46 \cdot 10^{11} (\text{hat/s})$$

$$H_\beta = \lambda_1 \frac{m_0 N_A}{\mu} e^{-\lambda_1 t} \approx 0,72 \cdot 10^{11} (\text{hat/s})$$

XII.2 NĂNG LƯỢNG HẠT NHÂN VÀ PHƯƠNG TRÌNH PHẢN ỨNG HẠT NHÂN.

Bài 1. Đồng vị bitmut $^{212}_{83}Bi$ có tính phóng xạ α .

1. Viết phương trình phân rã phóng xạ. Xác định hạt nhân con X được sinh ra.

2. Tính động năng các hạt α .

3. Thực nghiệm cho thấy 70% các hạt α có năng lượng 6,09 MeV. Hãy giải thích sự sai biệt so với kết quả tính được ở câu 2. Năng lượng mất đi có thể chuyển hóa thành dạng gì? Hãy xác minh dự đoán đó. Cho biết khối lượng các hạt nhân: $m(Bi212) = 212,9913u$; $m(X) = 207,9830u$; $m(\alpha) = 4,0015u$.

ĐS: 1. X là hạt nhân tali $^{208}_{81}Tl$; 2. $W_\alpha = \frac{m_X}{m_\alpha + m_X} \Delta E = 6,23 \text{ MeV}$; 3. Biến thành tia gamma:

$$\lambda = 0,09 \text{ \AA}$$

Bài 2. Sự phóng xạ muối radioi là do sự phân rã tự phát của các nguyên tử radioi : trung bình trong một năm, cứ 2300 nguyên tử thì có một nguyên tử bị phân rã.

1.Tính số nguyên tử phân rã trong 1s, trong một mẫu radioi có khối lượng 1 mg. Cho biết radioi có A = 226.

2.Trong sự phân rã phóng xạ, mỗi nguyên tử radioi phát ra 4 hạt α có khối lượng m_α và điện tích q_α . Toàn bộ số hạt α phát ra từ mẫu nói trên được hứng hết vào một bản tụ điện (có điện dung $C = 8\text{nF}$), bản kia của tụ điện được nối đất. Sau 1 giờ, hiệu điện thế giữa hai bản tụ đó là 21,1V. Từ các trị số đó, hãy tính q_α .

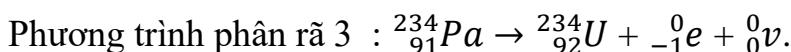
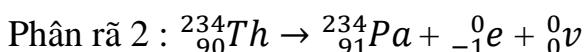
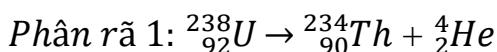
ĐS: 1. $n_0 = 3,67 \cdot 10^7$ nguyên tử; 2. $q_\alpha = 3,2 \cdot 10^{-19} \text{ C}$

Bài 3. Các đồng vị phóng xạ đầu tiên của họ phóng xạ urani được cho trên sơ đồ hình 2.14, trong đó mũi tên chỉ sự phân rã phóng xạ : U – kí hiệu đồng vị urani, Th – đồng vị thôri, Pa – đồng vị Protactini.

1.Viết phương trình phản ứng phân rã tương ứng với các phân rã phóng xạ 1, 2, 3 trên sơ đồ. Xác định loại phóng xạ của mỗi sự phân rã và xác định hạt nhân X.

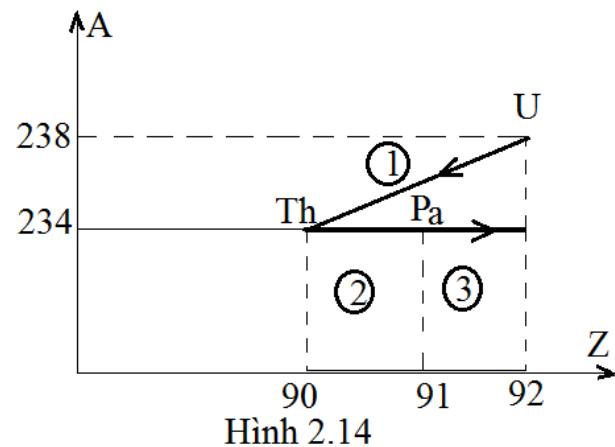
2.Trong sự phân rã 1, người ta nhận thấy một số hạt phát ra có động năng ban đầu 4,147 MeV, và một số khác có động năng ban đầu 4,195 MeV. Hãy giải thích các kết quả đó, người ta cũng quan sát được đồng thời có sự phát ra tia γ . Tính bước sóng tia γ đó. Giả thiết rằng sự giật lùi của hạt nhân thôri không đáng kể.

ĐS: 1. Hạt nhân X là urani 234 ($^{234}_{92}U$);



$$2. \gamma = 0,259 \text{ \AA}$$

Bài 4.



Hình 2.14

Một hạt nhân Po^{200} đứng nghỉ phóng xạ ra một hạt α có động năng $T_\alpha = 5.77 \text{ MeV}$. Tìm vận tốc dật lùi của hạt nhân con. Năng lượng dật lùi của hạt nhân con sẽ tạo ra bao nhiêu phần trăm của năng lượng toàn phần được giải phóng trong quá trình này?

$$v_{P_b} \approx 3,4 \cdot 10^5 \text{ m/s}; \frac{T_{Pb}}{E} = 0,02$$

Bài 5.

Xác định nhiệt lượng tỏa ra bởi 1.00mg chế phẩm Po^{210} sau một chu kì, bằng thời gian sóng trung bình của các hạt nhân này, nếu biết rằng các hạt α được phát ra có động năng 5.3 MeV và trên thực tế tất cả các hạt nhân con được tạo thành một cách trực tiếp ở trạng thái cơ bản.

ĐS: $1,6\text{MJ}$.

Bài 6.

Quãng đường bay trung bình của một hạt α trong không khí ở các điều kiện thường được xác định bằng công thức sau $R = 0.98 \times 10^{27} v_0^3$ cm, trong đó v_0 (cm/s) là vận tốc ban đầu của hạt α . Dùng công thức này để tìm, đối với một hạt α có động năng ban đầu là 7.0 MeV :

a) Quãng đường bay trung bình của nó;

b) Số cặp Ion trung bình mà hạt α này sinh ra trên suốt đoạn đường R , và cả trên nửa đầu của nó, biết rằng năng lượng tạo thành một cặp Ion bằng 34eV .

ĐS: a. $6,1 \text{ cm}$;

b. Số cặp Ion trung bình mà hạt α này sinh ra sau khi vượt một đoạn đường l là:

$$N_l = \frac{E_0 - E}{\Delta E} = \left[1 - \sqrt[3]{\left(\frac{R-l}{R} \right)^2} \right] \frac{E_0}{\Delta E}$$

Bài 7. Dùng hạt α có vận tốc v_α bắn phá hạt nhân ${}_{7}^{14}\text{N}$ đang đứng yên tạo hạt prôtôn và hạt nhân X.

Hạt X bay theo trực vào tâm O của một vòng dây tròn bán kính $R = 0,6\text{m}$, tích điện đều Q, ban đầu cách tâm O của vòng dây một đoạn $l = 0,8\text{m}$ và dừng lại ở tâm vòng dây.

TÀI LIỆU BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI VẬT LÝ TRUNG HỌC PHỔ THÔNG

Hạt prôtôn bay vào từ trường đều \vec{B} , vuông góc với trực vòng dây, có cảm ứng từ $B = 0,4T$ thì quỹ đạo là đường xoắn ốc với bán kính $r = 0,45m$ và bước của đường xoắn ốc là $h = 1,63m$.

Coi mỗi trường chỉ tác dụng lên một hạt. Tìm điện tích Q và vận tốc v_α .

Cho biết khối lượng của các hạt nhân $m(\alpha) = 4,0015u$; $m(p) = 1,0073u$; $m(N) = 13,9992u$; $m(X) = 16,9947u$.

$$\text{ĐS: } v_\alpha = \sqrt{\frac{2K_\alpha}{m_\alpha}} \approx 1,33 \cdot 10^7 \text{ m/s} ; Q = \frac{k_X}{kq_X \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{\sqrt{R^2 + l^2}} \right)} \approx 7,7 \mu\text{C}$$

Bài 8. Trong một lò phản ứng hạt nhân, năng lượng được sản xuất ra nhờ sự phân hạch của hạt urani U235 theo phản ứng :



1. Viết lại đầy đủ phương trình phản ứng. Tính năng lượng tỏa ra do một hạt nhân U235 bị phân hạch, biết rằng độ hụt khối trong phản ứng là 0,00445u. Năng lượng này dùng để cung cấp cho các nôtron thứ cấp những động năng như nhau. Tính vận tốc của nôtron thứ cấp.

2. Vận tốc của nôtron thứ cấp lá quá lớn (vì để có thể tiếp tục tạo nên sự phân hạch của urani thì vận tốc của nôtron chỉ được vào cỡ vài km/s). Vì vậy, người ta đã làm chậm các nôtron này bằng cách cho chúng va chạm với các nguyên tử cacbon $^{12}_6\text{C}$ có trong khối làm chậm nôtron của lò. Biết các nôtron này bắn vào các nguyên tử cacbon với vận tốc $2 \cdot 10^7 \text{ m/s}$. Sau khi va chạm, các hạt này chuyển động cùng phương và không có sự biến đổi thành hạt khác. Hãy tính vận tốc của các hạt sau khi va chạm. Nhận xét kết quả thu được.

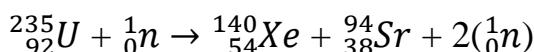
3. Một nôtron chậm có vận tốc $2 \cdot 10^3 \text{ m/s}$ đã được hấp thụ bởi một hạt nhân $^{238}_{92}\text{U}$ đứng yên.

a) Tính vận tốc của hạt nhân con.

b) Hạt nhân con sinh ra đó không bền, biến thành plutoni $^{239}_{94}\text{Pu}$ và phát ra hai hạt khác nhau. Viết phương trình phân rã và xác định hạt X.

Cho biết khối lượng nôtron $m(N) = 1,009u$; $1u = 1,66 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$.

ĐS : 1. Phương trình phản ứng viết lại đầy đủ là



$$\Delta E \approx 6,648 \cdot 10^{-13} \text{ J}; V_n = 2 \cdot 10^7 \text{ m/s}.$$

2. Cung vận tốc $v_c \approx 3,08 \cdot 10^6$ m/s.

3a. $v_U \approx 8,4$ m/s

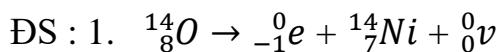
3b. Phương trình phản ứng đầy đủ: $^{239}_{92}U \rightarrow ^{239}_{94}Pu + 2(-_1^0e) + (^0_0\nu)$

Bài 9. Đồng vị oxi $^{14}_8O$ có tính phóng xạ β^- .

1. Viết phương trình phân rã phóng xạ và xác định hạt nhân con.

2. Biết hiệu số khối lượng hạt nhân oxi O14 và hạt nhân con là $5,62 \text{ MeV}/c^2$, khối lượng hạt β^- là $0,511 \text{ MeV}/c^2$. Xem rằng động năng của hạt nhân con sau phân rã là không đáng kể. Hãy tính động năng cực đại và vận tốc tương ứng của hạt β^- khi hạt nhân con sinh ra ở trạng thái cơ bản.

3. Thực ra thì sự phân rã hạt nhân oxi O14 đã tạo nên một hạt nhân con ở trạng thái kích thích. Vì vậy trong sự phân rã đó có phát hiện ra một tia γ có bước sóng $\lambda = 5,364 \cdot 10^{-13} \text{ m}$. Hãy tính độ chênh lệch mức năng lượng giữa trạng thái kích thích và trạng thái cơ bản của hạt nhân con. Tính động năng cực đại của hạt β^- trong trường hợp này.



$$2. E_d = 4,592 \text{ MeV}; v \approx 0,995c.$$

$$3. \text{ Độ chênh lệch năng lượng } \Delta E = 3,702 \cdot 10^{-13} \text{ J} = 2,314 \text{ MeV}$$

Động năng cực đại của hạt β^- trong trường hợp này $E_{d\max} = 2,284 \text{ MeV}$

Bài 10. Một kiểu phân hạch của U235 là: $^{235}_{92}U + ^1_0n \rightarrow ^{95}_{42}Mo + ^{139}_{57}La + 2^1_0n + 7 -_1^0e$ (Mo là kim loại, La là kim loại ALantan họ đất hiếm).

a) Tính năng lượng ΔE toả ra từ phản ứng trên theo đơn vị Jun (J). Cho biết khối lượng của các hạt: $m_U = 234,99 \text{ u}$; $m_{Mo} = 94,88 \text{ u}$; $m_{La} = 138,87 \text{ u}$; $m_n = 1,01 \text{ u}$; bỏ qua khối lượng của electron; lấy $1 \text{ u} = 931 \text{ MeV}/c^2$.

b) Nếu coi giá trị ΔE tìm được ở trên là năng lượng trung bình cho bởi mỗi phân hạch thì khi 1g U235 phân hạch hết sẽ cho một năng lượng bằng bao nhiêu kWh? Cần phải đốt một lượng than bằng bao nhiêu để được lượng năng lượng đó? Biết năng suất tỏa nhiệt của than $q = 2,93 \cdot 10^7 \text{ J/kg}$.

Lấy số Avôgađrô $N_A = 6,023 \cdot 10^{23} mol^{-1}$.

c) Trong sự cố của các lò phản ứng hạt nhân tại nhà máy điện nguyên tử ở Fukushima (Nhật Bản) do động đất và sóng thần, người ta lo ngại nhất hiện tượng gì sẽ xảy ra? (hiện tượng này có liên quan đến kiến thức em đã được học về phản ứng phân hạch hạt nhân dây truyền). Hiện tượng đó có dễ xảy ra không?

ĐS: a. $3,43 \cdot 10^{-11} J$; b. $m = 3 \cdot 10^3 kg$; c. không dễ xảy ra.

Bài 11. Dùng một prôtôn có động năng 5,45 MeV bắn vào hạt nhân ${}^9_4 Be$ đang đứng yên. Phản ứng tạo ra hạt nhân X và hạt α . Hạt α bay ra theo phương vuông góc với phương tới của prôtôn và có động năng 4 MeV. Tính động năng của hạt nhân X và năng lượng tỏa ra trong phản ứng này. Lấy khối lượng các hạt tính theo đơn vị khối lượng nguyên tử bằng số khối của chúng.

ĐS: Động năng hạt X: $W_{dX} = 3,575 MeV$. Năng lượng tỏa ra: $\Delta W = 2,125 MeV$.

Bài 12. Cho phương trình phản ứng hạt nhân $N^{14} + \alpha \rightarrow p + O^{17}$

Tìm năng lượng của phản ứng $N^{14} (\alpha, p) O^{17}$, nếu động năng bay của hạt α là $T_\alpha = 4.0 MeV$ và proton bay dưới góc $\varphi = 60^\circ$ với phương chuyển động của hạt α , có động năng là $T_p = 2.09 MeV$.

ĐS: Thu năng lượng $1,2 MeV$

Bài 13. Cho phương trình phản ứng hạt nhân $Be^9 + \alpha \rightarrow n + C^{12}$

Biết hạt α có động năng $T = 5.3 MeV$ gây ra phản ứng hạt nhân $Be^9 (\alpha, n) C^{12}$ mà năng lượng của phản ứng là: $Q = +5.7 MeV$. Tính động năng của neutron bay vuông góc với phương chuyển động của hạt α .

ĐS: $8.5 MeV$

Bài 14. Phản ứng hạt nhân nhân tạo đầu tiên do Rutherford thực hiện năm 1919

${}^{14}N + {}^4He \rightarrow {}^{17}O + p$ là phản ứng thu năng lượng bằng $Q = 1,13 Mev$. Tính động năng ngưỡng cần truyền cho hạt α trong hệ phòng thí nghiệm để khi bắn phá vào hạt nhân bia nitơ đứng yên thì phản ứng có thể xảy ra.

TÀI LIỆU BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI VẬT LÝ TRUNG HỌC PHỔ THÔNG

$$\text{ĐS: } E_{ng} = \frac{m_{He} + m_N}{m_N} Q = 1,45 \text{ MeV}$$

Bài 15.

1. Hạt a, bay ra từ một máy gia tốc, có động năng $W_a = \frac{1}{2} m_a v_a^2$, bắn vào một hạt nhân A đứng yên (đối với hệ quy chiếu phòng thí nghiệm (PTN). Sau phản ứng xuất hiện các hạt sản phẩm B và b. Tổng khối lượng hạt sản phẩm là $(m_b + m_B)$ lớn hơn tổng khối lượng các hạt tương tác $(m_a + m_A)$ một lượng rất nhỏ so với $(m_b + m_B)$ và $(m_a + m_A)$. Kí hiệu năng lượng của phản ứng là W:

$$W = [(m_b + m_B) - (m_a + m_A)] c^2$$

1. Gọi tổng động năng của hệ hạt (b, B) đối với hệ quy chiếu PTN và đối với hệ quy chiếu khói tâm G của hệ (b, B) lần lượt là W_O và W_G .

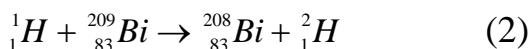
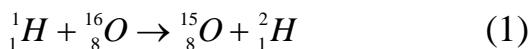
a. Hãy chứng minh hệ thức $W_O = W_G + \frac{1}{2} (m_b + m_B) v_G^2$, trong đó v_G là vận tốc khói tâm G hệ đối với hệ quy chiếu PTN.

b. Chứng minh W_O có giá trị nhỏ nhất khi động năng W_a của hạt a có giá trị cực tiểu W_{amin} . W_{amin} gọi được gọi là năng lượng ngưỡng của phản ứng hạt nhân nói trên, kí hiệu là W_{ng} . Trong trường hợp phản ứng hạt nhân xảy ra xảy ra ở năng lượng ngưỡng, hãy tính:

- Vận tốc của các hạt sản phẩm b và B theo khối lượng các hạt và vận tốc ban đầu v_{amin} của hạt a.

- Năng lượng ngưỡng W_{ng} theo khối lượng các hạt và năng lượng phản ứng W.

2. Cho các phản ứng hạt nhân sau:



a. Tính năng lượng ngưỡng của các phản ứng này.

b. Tính công cần thiết W_C để đưa một Proton tới sát hạt nhân ${}^1_8 O$ và hạt nhân ${}_{83}^{209} Bi$ (do tương tác Culong). Cho biết bán kính R của một hạt nhân có số khối A tính theo công thức $R = R_0 A^{1/3}$, với $R = 1,4 \cdot 10^{-15} \text{ m}$.

c. Đối với mỗi phản ứng trên, hãy so sánh W_C với năng lượng ngưỡng W_{ng} và nêu nhận xét về khả năng xảy ra phản ứng ở năng lượng ngưỡng.

Cho biết khối lượng các hạt nhân:

TÀI LIỆU BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI VẬT LÝ TRUNG HỌC PHỔ THÔNG

$$m(^1_1H) = 1,007825u; m(^2_1H) = 2,014102; m(O15) = 15,003070u; m(O16) = 15,994915u$$

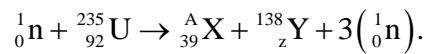
$$m(^{208}_{83}Bi) = 207,979731u; m(^{209}_{83}Bi) = 208,9803944u; 1u = 931,5MeV / c^2$$

ĐS: 1b. $v_b = v_B = \frac{m_a}{m_b + m_B} v_{a\min}; W_{ng} = \frac{m_A + m_a}{m_A} W$

2a. $W_{ng1} = 14,28MeV; W_{ng2} = 5,26MeV$; 2b. $W_{c1} = 2,34MeV; W_{c2} = 12,33MeV$

Bài 16. (Trích đề thi chọn đội tuyển dự thi Olympic Quốc tế 2007).

Một lò phản ứng hạt nhân có chứa nhiên liệu urani đã được làm giàu urani 235 ($^{235}_{92}U$) và chất làm chậm là than chì ($^{12}_6C$). Khi lò hoạt động, urani 235 bị phân hạch theo phản ứng:



1. Tính A và Z của các hạt nhân X và Y. Biết rằng độ hụt khối trong phản ứng phân hạch nói trên là 0,006675u và giả thiết toàn bộ năng lượng toả ra trong phản ứng dùng để cung cấp cho các nơtron thứ cấp có động năng như nhau. Tính vận tốc của nơtron thứ cấp.

2. Các nơtron thứ cấp được sinh ra sau phản ứng phân hạch tới va chạm với các nguyên tử cacbon của chất làm chậm (xem là đúng yên). Giả thiết các va chạm đó là hoàn toàn đàn hồi, không có sự biến đổi các hạt thành hạt khác và sau va chạm các hạt chuyển động cùng phương. Hỏi sau bao lần va chạm thì nơtron thứ cấp trở thành nơtron nhiệt (các nơtron nhiệt là các nơtron có năng lượng cỡ $k_B T_{ph}$, trong đó k_B là hằng số Boltzmann, $T_{ph} = 300K$ là nhiệt độ phòng).

3. Giả sử một nơtron nhiệt bị hấp thụ bởi một hạt nhân urani 238 ($^{238}_{92}U$) có trong nhiên liệu urani.

a. Tính vận tốc của hạt nhân được tạo thành.

b. Hạt nhân được tạo thành không bền, nó biến đổi thành plutoni ($^{239}_{94}Pu$) và phát ra hai hạt X giống nhau. Xác định hạt X. Viết phương trình phân rã đầy đủ. Tìm động năng cực đại và vận tốc tương ứng của hạt X.

Cho biết khối lượng của nơtron, $m_n = 1,008665u$; khối lượng của hạt nhân urani 238, $m(U) = 238,048608u$; khối lượng của hạt nhân plutoni, $m(Pu) = 239,052146u$; đơn vị khối lượng nguyên tử, $1u = 1,66 \cdot 10^{-27}kg = 931MeV/c^2$.

ĐS:1. A = 95; Z = 53. Vận tốc của nôtron thứ cấp : $v_n \approx 2,00 \cdot 10^7 \text{ m/s}$.

2. 55 lần.

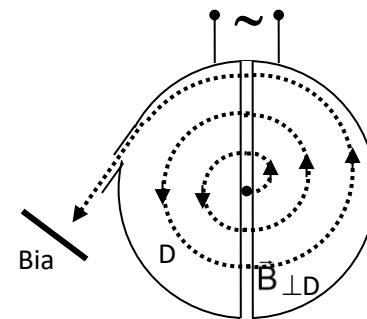
$$3a. v \approx \frac{m_n}{m_n + m_u} v_0 \approx 9,33 \text{ m/s}$$

3b. Phản ứng phân rã của urani 239: $^{239}_{92}\text{U} \rightarrow ^{239}_{94}\text{Pu} + 2(^0_{-1}\text{e}) + 2(^0_0\text{v})$

Động năng cực đại của electron: $3,001 \cdot 10^{-13} \text{ J}; v = 2,2 \cdot 10^8 \text{ m/s}$

Bài 17 (Trích đề thi chọn HSG quốc gia 2008)

Xiclôtron là máy gia tốc hạt tích điện đầu tiên của vật lý hạt nhân (1931). Nó gồm có hai hộp rỗng có dạng trụ nửa hình tròn gọi là các D, đặt cách nhau một khoảng rất nhỏ (khe) trong một buồng đã rút hết không khí (hình vẽ). Các D được nối với hai cực của một nguồn điện sao cho giữa hai D có một hiệu điện thế với độ lớn U xác định, nhưng sau lại thay đổi một cách tuần hoàn theo thời gian với tần số f nào đó. Một nam châm điện mạnh tạo ra một từ trường đều, có vectơ cảm ứng từ \vec{B} vuông góc với mặt các D (mặt phẳng hình vẽ). Giữa hai thành khe của xiclôtron có một nguồn phát ra hạt α (khối lượng m_α) với vận tốc ban đầu là



$v_0 = 10^7 \text{ m/s}$ vuông góc với khe, lúc ấy người ta điều chỉnh nguồn điện để cho D bên phải tích điện âm, D bên trái tích điện dương. Sau đó hạt α chuyển động với vận tốc tăng dần cho đến khi đủ lớn thì nó được lái ra ngoài cho đập vào các bia để thực hiện các phản ứng hạt nhân. Cho $m_\alpha = 6,64 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$, điện tích nguyên tố

$$e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}, B = 1 \text{ T}, U = 2 \cdot 10^5 \text{ V}.$$

1. Chứng minh rằng trong lòng các D quỹ đạo của hạt α là nửa đường tròn. Tìm mối liên hệ của bán kính quỹ đạo vào khối lượng, vận tốc, điện tích của hạt α và vào cảm ứng từ B . Với chiều đi của hạt α như trong hình vẽ thì \vec{B} hướng ra trước hay sau mặt phẳng hình vẽ?

2. Nếu lần nào đi qua khe hạt α cũng chuyển động cùng chiều với điện trường do U sinh ra thì lần nào nó cũng được tăng tốc. Để có sự đồng bộ này, f phải thoả mãn điều

kiện gì và lấy giá trị bằng bao nhiêu? Tính vận tốc v_n của hạt α khi đi trên nửa đường tròn thứ n và bán kính R_n của nửa đường tròn đó.

Nếu bán kính của nửa đường tròn cuối là 0,5m thì hạt α đã chuyển động được khoảng bao nhiêu vòng? Tính vận tốc trước khi ra ngoài của nó?

3. Nếu tần số f lấy giá trị như đã tính ở ý 2 (của câu này) và giữ không đổi, đồng thời tiếp tục cho hạt α chuyển động tăng tốc đến vận tốc ngưỡng $v_{ng} \approx 10^5$ km/s thì không điều chỉnh đồng bộ được nữa.

a. Giải thích nguyên nhân.

b. Nếu mối liên hệ tốc độ góc của hạt α với f .

c. Để sự tăng tốc của hạt α đồng bộ với sự đảo chiều của hiệu điện thế thì bán kính tối đa của các D bằng bao nhiêu?

$$\text{ĐS: } 1. R = \frac{m_\alpha v}{2eB}; 2. f = \frac{eB}{\pi m_\alpha} = \frac{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 1}{3,14 \cdot 6,64 \cdot 10^{-27}} \approx 7,67 \text{ MHz}; \text{Vận tốc của hạt } \alpha \text{ khi đi trên}$$

$$\text{nửa vòng tròn n là } v_n = \sqrt{v_0^2 + \frac{4neU}{m_\alpha}}$$

Số vòng mà hạt α đã chuyển động là ≈ 12 . Sau 12 vòng, vận tốc của hạt α là $v \approx 2,4 \cdot 10^7 \text{ m/s}$.

$$3b. \omega_\alpha = \frac{2eB}{m} = \frac{2eB}{m_\alpha} \sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2} = 2\pi f \sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}$$

$$3c. R_{\max} = \frac{mv}{2eB} = \frac{m_\alpha v}{2eB \sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}} = \frac{6,64 \cdot 10^{-27} \cdot 10^8}{2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 1 \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{10^8}{3 \cdot 10^8}\right)^2}} \approx 2,2 \text{ m.}$$

Bài 18 (APHO 2000).

1.Năm 1932 hai ông bà Joliot- Curi dùng tia α bắn vào beri 9Be thấy có bức xạ lạ phát ra. Bức xạ này không có điện tích và khi rơi vào tám paraffin (chất có nhiều nguyên tử H) thì làm bật các prôtôn có động năng cực đại 5,7MeV. Họ nghĩ rằng các bức xạ ấy là phôtôn. Nếu dùng giả thiết này (bức xạ lạ là phôtôn và phôtôn ấy va chạm đàn hồi vào prôtôn của parafin) thì bước sóng λ của phôtôn bằng bao nhiêu? Nếu kết luận về giả thiết này?

TÀI LIỆU BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI VẬT LÝ TRUNG HỌC PHỔ THÔNG

2.Nhà vật lý người Anh (Chadwick) nêu giả thiết các bức xạ áy là các hạt trung hòa có khối lượng nghỉ $m \neq 0$ (gọi là hạt m).

a. Theo Chadwick, chính hạt này va chạm đàn hồi vào phôtônen đã làm cho hạt prôtônen bật ra với động năng cực đại bằng $5,7\text{MeV}$.

b. Cho hạt áy va chạm đàn hồi vào hạt nhân nitơ $^{14}_7N$ thì hạt nhân này bật ra với động năng cực đại bằng $1,42\text{MeV}$ (giả thiết trong cả hai thí nghiệm hạt m có cùng động năng). Chứng minh rằng từ hai thí nghiệm này có thể tính m theo u (đơn vị khối lượng nguyên tử). Hạt m là hạt gì? Tính động năng của hạt áy trong hai thí nghiệm trên. Viết phương trình đúng của phản ứng hạt nhân (hạt α bắn vào beri).

$$\text{Cho khối lượng prôtônen } m_p = 938 \frac{\text{MeV}}{c^2}; h = 6,625 \cdot 10^{-34} \text{ Js}; 1u = 931,5 \frac{\text{MeV}}{c^2}$$

ĐS: $1. \lambda = \frac{h}{p_\gamma} = 1,5 \cdot 10^{-14} \text{ m}$. Bước sóng này quá nhỏ so với bước sóng tia γ (10^{-11} m)

2. Với $m \approx 1,00108u$; $E = 5,7\text{MeV}$; Đó chính là neutron. Phương trình đúng của phản ứng hạt nhân là ${}^4_2\alpha + {}^9_4Be \rightarrow {}^{12}_6C + {}^1_0n$

TÀI LIỆU BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI VẬT LÝ TRUNG HỌC PHỔ THÔNG -----LUU HÀNH NỘI BỘ-----