

**KHO VẬT LÝ SƠ CẤP**  
**BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI VẬT LÝ**  
**TRUNG HỌC PHỔ THÔNG**



**TẬP 1P**

- CƠ HỌC CHẤT ĐIỂM**
- NHIỆT HỌC PHÂN TỬ**

**TP.HCM, THÁNG 5 NĂM 2020**  
**LƯU HÀNH NỘI BỘ**

**GV. PHẠM VŨ KIM HOÀNG**

**MỤC LỤC**

**CHƯƠNG I. ĐỘNG HỌC CHẤT ĐIỂM**

I.1 ĐỘNG HỌC -----	Trang 3
I.2. CHUYÊN ĐỘNG NÉM-----	10
I.3. TÍNH TƯƠNG ĐỐI CHUYÊN ĐỘNG-----	19
I.4 ĐỘNG HỌC TOÁN LÝ-----	23

**CHƯƠNG II. ĐỘNG LỰC HỌC CHẤT ĐIỂM**

II.1 ĐỘNG LỰC HỌC CHẤT ĐIỂM-----	34
II.2 LỰC MA SÁT-----	45
II.3 CHUYÊN ĐỘNG LIÊN KẾT QUA RÒNG RỌC-----	48
II.4. ĐỘNG LỰC HỌC TOÁN LÝ-----	54

**CHƯƠNG III. CÔNG VÀ NĂNG LƯỢNG.CÁC ĐỊNH LUẬT BẢO TOÀN.**

III.1 CÔNG VÀ CÔNG SUẤT-----	64
III.2. ĐỘNG NĂNG, THẾ NĂNG. ĐỊNH LUẬT BẢO TOÀN CƠ NĂNG-----	68
III.3 VA CHẠM-BẢO TOÀN ĐỘNG LƯỢNG-----	82
III.4 CHUYÊN ĐỘNG CỦA VẬT CÓ KHỐI LƯỢNG THAY ĐỔI. TÊN LỬA -----	96

**CHƯƠNG IV. TRỌNG TÂM, KHỐI TÂM. CÁC DẠNG CÂN BẰNG**

IV.1 TRỌNG TÂM, KHỐI TÂM.-----	101
IV.2 CÂN BẰNG VẬT RẮN.-----	103
IV.3 CÂN BẰNG CHẤT ĐIỂM. CÁC DẠNG CÂN BẰNG-----	120

**CHƯƠNG V. CHUYÊN ĐỘNG TRONG TRƯỜNG XUYÊN TÂM. LỰC QUÁN TÍNH CORIOLIS**

V.1 CHUYÊN ĐỘNG TRONG TRƯỜNG XUYÊN TÂM. HÀNH TINH, VỆ TINH-----	125
V.2 LỰC QUÁN TÍNH CORIOLIS-----	162

**CHƯƠNG VI. CÁC ĐỊNH LUẬT THÚC NGHIỆM KHÍ LÝ TUỞNG**

----- 170

**CHƯƠNG VII. CƠ HỌC CHẤT LƯU**

VII.1 CHẤT LƯU LÝ TUỞNG-----	192
VII.2 CHẤT LƯU THỰC-----	197

**CHƯƠNG VIII. ĐỘNG HỌC PHÂN TỬ. PHÂN BỐ MAXWELL-BOLTZMANN**

VIII.1 ĐỘNG HỌC PHÂN TỬ-----	201
VIII.2 PHÂN BỐ MAXWELL-BOLTZMANN-----	207

**CHƯƠNG IX. CÔNG- NỘI NĂNG KHÍ LÝ TUỞNG. CHU TRÌNH VÀ ĐỘNG CƠ NHIỆT**

IX.1 CÔNG- NỘI NĂNG KHÍ LÝ TUỞNG-----	212
IX. 2 CHU TRÌNH -HIỆU SUẤT CHU TRÌNH KHÍ LÝ TUỞNG-----	237
IX.3 ĐỘNG CƠ NHIỆT-----	248

**CHƯƠNG X. CHUYỀN PHA. ĐỘ ẨM KHÔNG KHÍ**

X.1 ĐỘ ẨM KHÔNG KHÍ-----	259
X.2 NHIỆT CHUYỀN PHA-----	278
X.3 CHUYỀN PHA.-----	285

**CHƯƠNG XI. KHÍ THỰC. ENTROPY**

XI.1 KHÍ THỰC.-----	300
XI.2 ENTROPY KHÍ LÝ TUỞNG.-----	315
XI.3 ENTROPY KHÍ THỰC-----	318

**CHƯƠNG XII. TRUYỀN NHIỆT- KHUẾCH TÁN**

XII.1 TRUYỀN NHIỆT-----	322
XII. 2 KHUẾCH TÁN-----	332

# CHƯƠNG I. ĐỘNG HỌC CHẤT ĐIỂM

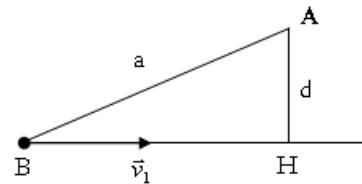
## I.1 ĐỘNG HỌC

**Bài 1.** Hai vật chuyển động từ A và B cùng hướng về điểm O với cùng vận tốc . Biết AO = 20km; BO = 30km; Góc  $\alpha = 60^\circ$ . Hãy xác định khoảng cách ngắn nhất giữa chúng trong quá chuyển động?

ĐS:  $d_{\min} = 5\sqrt{3}(cm)$

**Bài 2.** Một ô tô chuyển động thẳng đều với vận tốc  $v_1 = 54km/h$ . Một hành khách cách ô tô đoạn  $a = 400m$  và cách đường đoạn  $d = 80m$ , muốn đón ô tô.

Hỏi người ấy phải chạy theo hướng nào, với vận tốc nhỏ nhất là bao nhiêu để đón được ô tô?



ĐS: Hướng tiajAB một góc  $\beta = 90^\circ$ ;  $(v_2)_{\min} = 10,8km$

**Bài 3.** Hai xe chuyển động trên hai đường vuông góc với nhau, xe A đi về hướng tây với tốc độ 50km/h, xe B đi về hướng Nam với tốc độ 30km/h. Vào một thời điểm nào đó xe A và B còn cách giao điểm của hai đường lần lượt 4,4km và 4km và đang tiến về phía giao điểm. Tìm khoảng cách ngắn nhất giữa hai xe.

ĐS: 1,166km.

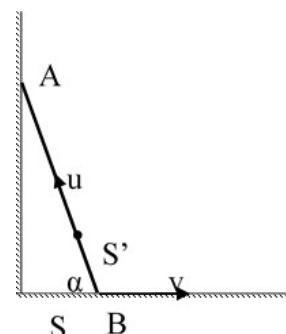
**Bài 4.** Hai chuyển động trên AO và BO cùng hướng về O với  $v_2 = \frac{v_1}{\sqrt{3}}$ ;  $\alpha = 30^\circ$ . Khi khoảng

cách giữa hai vật cực tiểu là  $d_{\min}$  thì khoảng cách từ vật một đến O là

$d_1 = 30\sqrt{3}(cm)$ . Hãy tính khoảng cách từ vật hai đến O.

ĐS: 90(m).

**Bài 5 .** Một con kiến bám vào đầu B của một thanh cứng mảnh AB có chiều dài L đang dựng đứng cạnh một bức tường thẳng đứng.



-KHO VẬT LÝ SƠ CẤP-

Vào thời điểm mà đầu B của thanh bắt đầu chuyển động sang phải với vận tốc không đổi v theo sàn ngang thì con kiến bắt đầu bò dọc theo thanh với vận tốc không đổi u đối với thanh. Trong quá trình bò trên thanh , con kiến đạt được độ cao cực đại là bao nhiêu đối với sàn? Cho đầu A của thanh luôn tì lên sàn thẳng đứng.

ĐS: 
$$h_{\max} = \frac{u \cdot L}{2v}$$

**Bài 6.** Hai chiếc tàu biển chuyển động với cùng vận tốc hướng tới điểm O trên hai đường thẳng hợp với nhau một góc  $\alpha = 60^\circ$ . Hãy xác định khoảng cách cực tiểu hai tàu. Cho biết ban đầu chúng cách O những khoảng cách là  $d_1 = 60\text{km}$  và  $d_2 = 40\text{km}$ .

ĐS:  $d_{\min} = 17,32\text{km}$

**Bài 7.** Hai vật nhỏ chuyển động trên hai trục tọa độ vuông góc Ox, Oy và qua O cùng một lúc. Vật thứ nhất chuyển động trên trục Ox theo chiều dương với gia tốc  $1\text{m/s}^2$  và vận tốc khi qua O là  $6\text{m/s}$ . Vật thứ hai chuyển động chậm dần đều theo chiều âm trên trục Oy với gia tốc  $2\text{m/s}^2$  và vận tốc khi qua O là  $8\text{m/s}$ . Xác định vận tốc nhỏ nhất của vật thứ nhất đối với vật thứ hai trong khoảng thời gian từ lúc qua O cho đến khi vật thứ hai dừng lại.

ĐS:  $v_{12}$  đạt giá trị nhỏ nhất là  $8,94\text{m/s}$  tại thời điểm  $t = 2\text{s}$  và hợp với Ox góc  $26,5^\circ$

**Bài 8.** Trên đoạn đường thẳng AB dài  $s=200\text{m}$ , một chiếc xe khởi hành từ A chuyển động nhanh dần đều với gia tốc  $a_1 = 1\text{m/s}^2$  sau đó chuyển động chậm dần đều với gia tốc có độ lớn  $a_2 = 2\text{m/s}^2$  và dừng lại ở B .Tính thời gian ngắn nhất để xe đi từ A đến B.

ĐS:  $t = 15,63\text{ s}$

**Bài 9.** Từ một khí cầu cách mặt đất một khoảng  $15\text{m}$  đang hạ thấp với tốc độ đều  $v_1=2\text{m/s}$ , từ trong khí cầu người ta phóng một vật nhỏ theo phương thẳng đứng hướng lên với vận tốc đầu  $v_{02}= 18\text{m/s}$  đối với mặt đất. Tìm khoảng cách lớn nhất giữa khí cầu và vật.Bỏ qua ảnh hưởng không khí lấy  $g=10\text{m/s}^2$ .

ĐS: 20m.

**Bài 10** Một vật nhỏ có thể trượt không ma sát từ đỉnh một cái nêm và văng ra theo phương

ngang rồi rơi xuống mặt bàn. Hỏi h bằng bao nhiêu thì vật rơi xuống mặt bàn ở xa nêm nhất. Biết rằng khối lượng nêm rất lớn so với khối lượng của vật.

$$\text{ĐS: } h = \frac{H}{2} \text{ khi đó tâm xa } l_{\max} = H$$

**Bài 11.** Hai ô tô đồng thời xuất phát từ A và B chuyển động ngược chiều nhau. Ô tô thứ nhất chạy với tốc độ không đổi trên  $\frac{1}{3}$  quãng đường AB,  $\frac{1}{3}$  quãng đường tiếp theo chuyển động đều và  $\frac{1}{3}$  quãng đường còn lại chuyển động chậm dần đều với tốc độ lớn bằng tốc độ trên  $\frac{1}{3}$  quãng đường đầu tiên. Trong khi đó ô tô thứ hai chuyển động nhanh dần đều trong  $\frac{1}{3}$  thời gian đi từ B tới A,  $\frac{1}{3}$  thời gian chuyển động đều, và  $\frac{1}{3}$  thời gian chậm dần đều và dừng lại ở A. Vận tốc chuyển động đều của hai xe là như nhau và bằng 70 km/h. Tìm khoảng cách AB, biết rằng thời gian chạy xe thứ nhất dài hơn xe thứ hai 2 phút.

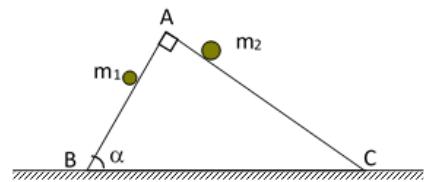
ĐS:  $AB = 14 \text{ km}$

**Bài 12.** Một viên bi nhỏ chuyển động với vận tốc  $v=10 \text{ m/s}$  trong mặt phẳng nằm ngang lai gần một chiếc hố bằng kim loại. Hố có hai thành thẳng đứng song song với nhau, cách nhau một khoảng là  $d=5 \text{ cm}$ . Vận tốc  $v$  của bi vuông góc với thành hố. Độ sâu của hố là  $H = 1 \text{ m}$ , bi va chạm hoàn toàn đàn hồi và xảy ra tức thì với thành hố.

1. Tính số lần bi va chạm với thành hố.
2. Tính tổng chiều dài quỹ đạo của viên bi từ thời điểm ban đầu đến lúc chạm đáy hố.

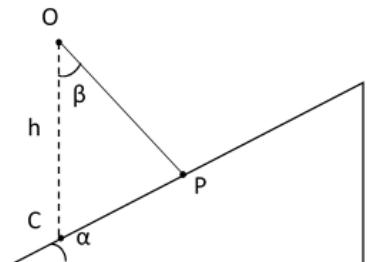
$$\text{ĐS: 1. } n = \left\lceil \frac{v}{d} \sqrt{\frac{2H}{g}} \right\rceil;$$

**Bài 13.** Phía trên mặt phẳng nghiêng góc  $\alpha = 30^\circ$ , tại điểm O cách mặt phẳng nghiêng một đoạn  $OC = h$ , người ta đặt một máng trượt thẳng và nhẵn, tựa vào mặt phẳng nghiêng tại điểm P (hình vẽ). Để một chất đi từ O trượt không vận tốc đầu, theo máng đến điểm P của mặt phẳng nghiêng trong thời gian ngắn nhất thì góc  $\beta$  giữa phương thẳng đứng và máng trượt phải bằng bao nhiêu? Tìm thời gian trượt ngắn nhất đó theo  $h$  và gia tốc rơi tự do  $g$ . Biết mặt phẳng nghiêng đặt cố định.



$$\text{ĐS: } t_{\min} \approx \sqrt{\frac{1,86h}{g}}$$

**Bài 14.** Một nêm có tiết diện là tam giác ABC vuông tại A, và hai mặt bên là AB và AC. Cho hai vật  $m_1$  và  $m_2$  chuyển động đồng thời không vận tốc đầu từ A trên hai mặt nêm. Bỏ qua mọi ma sát. Lấy  $g = 10\text{m/s}^2$ . (Hình vẽ )

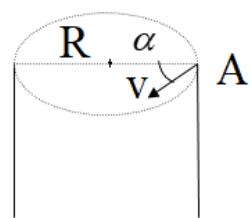


a. Giữ nêm cố định, thời gian hai vật  $m_1$  và  $m_2$  trượt đến các chân mặt nêm AB và AC tương ứng là  $t_1$  và  $t_2$  với  $t_2=2t_1$ . Tìm  $\alpha$ .

b. Để  $t_1 = t_2$  thì cần phải cho nêm chuyển động theo phương ngang một gia tốc  $a_0$  không đổi bằng bao nhiêu?

$$\text{ĐS: a. } \alpha = 63,4^\circ; \text{ b. } a_0 = 7,5 \text{ m/s}^2.$$

**Bài 15.** Một quả cầu nhỏ chuyển động với vận tốc không đổi  $v$  theo phương ngang đến điểm A trên mép một ống hình trụ đặt thẳng đứng, ống có chiều cao  $H$  đủ lớn, bán kính tiết diện  $R$ . Khi đến A quả cầu tạo với đường kính miệng ống góc  $\alpha$  và lọt vào ống.



Hãy xác định hệ thức liên hệ giữa  $R$ ;  $H$ ;  $v$  và  $\alpha$  để ngay sau khi quả cầu thực hiện một số nguyên lần va chạm hoàn toàn đàn hồi với hình trụ thì vừa vặn thoát ra từ miệng ống với vận tốc theo phương thẳng đứng lúc đó bằng 0? Bỏ qua mọi ma sát và lực cản.

$$\text{ĐS: } nR\cos\alpha = kv \sqrt{\frac{2H}{g}}, \text{ n là số va chạm.}$$

**Bài 16.** Một đoàn tàu khách đang chạy với vận tốc  $v_1 = 90 \text{ km/h}$  thì người lái tàu nhận thấy ở phía trước, cách tàu một khoảng  $L = 140 \text{ m}$  có một đoàn tàu hàng đang chạy cùng chiều với vận tốc  $v_2 = 21,6 \text{ km/h}$ . Anh ta dựng phanh cho tàu chạy chậm dần với gia tốc  $a = 1 \text{ m/s}^2$ . Liệu có tránh được va chạm giữa hai đoàn tàu không?

ĐS: không thể tránh va chạm.

**Bài 17.** Một xe ô tô chuyển động thẳng từ địa điểm A đến địa điểm B cách A một khoảng S. Cứ sau 15 phút chuyển động đều, ô tô lại dừng và nghỉ 5 phút. Trong khoảng 15 phút đầu xe chạy với vận tốc  $v_0 = 16 \text{ km/h}$ , và trong khoảng thời gian kế tiếp sau đó xe có vận tốc lần lượt  $2v_0, 3v_0, 4v_0, \dots$  Tìm vận tốc trung bình của xe trên quãng đường AB trong hai trường hợp:

a)  $S = 84 \text{ km}$

b)  $S = 91 \text{ km.}$

ĐS: ĐS: a.  $v_{tb} = 43,8 \text{ (km/h)}$ ; b.  $v_{tb} = 44,1 \text{ (km/h)}$

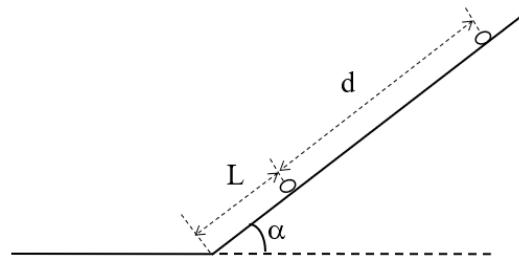
**Bài 18.** Một máy bay đang bay nằm ngang với vận tốc  $v_0$  thì bắt đầu ngoặt lên trên vẽ thành một đường tròn nằm trong mặt phẳng thẳng đứng. Vận tốc của máy bay khi đó thay đổi từ độ cao h tính từ mức ban đầu của vòng tròn theo qui luật:  $v^2 = v_0^2 - 2ah$ . Ở điểm cao nhất của quỹ đạo vận tốc của nó bằng  $v_0/2$ . Hãy xác định gia tốc của máy bay khi vận tốc của nó hướng thẳng đứng lên phía trên?

$$\text{ĐS: } a_c = a \frac{\sqrt{109}}{3}$$

**Bài 19.** Hai vật nhỏ giống nhau đặt cách nhau  $d = 1,6 \text{ m}$  trên mặt phẳng nghiêng, góc nghiêng so với phương ngang là  $\alpha = 30^\circ$ . Vật ở dưới cách chân mặt phẳng nghiêng là  $L = 90 \text{ cm}$  (Hình 1). Thả đồng thời cho hai vật trượt xuống không vận tốc đầu. Bỏ qua ma sát. Lấy  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .

1. Tìm vận tốc của mỗi vật ở chân mặt phẳng nghiêng và thời gian trượt của mỗi vật trên mặt phẳng nghiêng.

2. Sau khi đến chân mặt phẳng nghiêng thì hai vật lại trượt sang mặt phẳng ngang theo cùng một đường thẳng với tốc độ không đổi bằng tốc độ của chúng ở chân mặt phẳng nghiêng. Hỏi khoảng cách giữa các vật bằng bao nhiêu khi vật phía trên đến chân mặt phẳng nghiêng. Tính khoảng cách từ vị trí hai vật gặp nhau đến chân mặt phẳng nghiêng.



ĐS: 1.  $v_1 = 3 \text{ (m/s)}$ ;  $v_2 = 5 \text{ (m/s)}$ ;  $t_1 = 0,6 \text{ (s)}$ ;  $t_2 = 1 \text{ (s)}$ ; 2. 1,2m; 3m.

**Bài 20.** Trên trục Ox một chất điểm chuyển động biến đổi đều theo chiều dương có hoành độ ở các thời điểm  $t_1; t_2; t_3$  tương ứng là:  $x_1; x_2; x_3$ . Biết rằng:  $t_3 - t_2 = t_2 - t_1 = t$ . Hãy tính gia tốc theo  $x_1; x_2; x_3$  và  $t$ , cho biết tính chất chuyển động.

ĐS:  $a = \frac{x_3 - 2x_2 + x_1}{t^2}$ .

**Bài 21.** Hai cầu thủ bóng đá A và B chạy trên một đường thẳng đến gặp nhau với cùng tốc độ 5,0m/s. Để điều hành tốt trận đấu, trọng tài chạy chỗ sao cho: luôn đứng cách cầu thủ hậu vệ A 18m và cách cầu thủ tiền đạo B là 24m. Khi khoảng cách giữa A, B bằng 30m thì vận tốc và gia tốc của trọng tài là bao nhiêu?

ĐS:  $V_T = 5 \text{ m/s}$ ;  $a = 3,86 \text{ m/s}^2$

**Bài 22.** Một người đứng ở sân ga nhìn ngang đầu toa thứ nhất của một đoàn tàu bắt đầu chuyển động nhanh dần đều. Toa thứ nhất vượt qua người ấy sau thời gian  $t_1$ .

Hỏi toa thứ n đi qua người ấy trong thời gian bao lâu?

Biết các toa có cùng độ dài là S, bỏ qua khoảng nối các toa.

ĐS:  $\Delta t = (\sqrt{n} - \sqrt{n-1})t_1$

**Bài 23.** Hai vòng tròn bán kính  $R$ , một vòng đứng yên, vòng còn lại chuyển động tịnh tiến sát vòng kia với vận tốc  $\vec{v}_0$ . Tính vận tốc của điểm cắt  $C$  giữa hai vòng tròn khi khoảng cách giữa hai tâm  $O_1O_2 = d$ .

$$v = \frac{v_0 R}{\sqrt{4R^2 - d^2}}$$

ĐS:

**Bài 24.** Hai xe ô tô bắt đầu chuyển động thẳng, nhanh dần đều hướng đến một ngã tư

(hình 2). Tại thời điểm ban đầu, xe 1 ở A với  $OA = |x_{01}|$  và có gia tốc  $a_1$ ; xe 2 ở B với  $OB = |x_{02}|$  và có gia tốc  $a_2$ . Cho  $a_1 = 3\text{m/s}^2$ ,  $x_{01} = -15\text{m}$ ;  $a_2 = 4\text{m/s}^2$ ,  $x_{02} = -30\text{m}$ .

a) Tìm khoảng cách giữa chúng sau 5s kể từ thời điểm ban đầu.

b) Sau bao lâu hai chất điểm lại gần nhau nhất? Tính khoảng cách giữa chúng lúc đó.

ĐS: a. 6m; b. 3,63s.

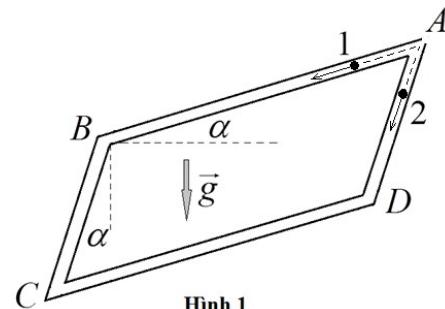
**Bài 25.** Một chất điểm M chuyển động trong mặt phẳng thẳng đứng Q theo đường cong  $y = -x^2 + 6x - 5$  với vận tốc  $v_t$ . Xác định vận tốc và gia tốc tuyệt đối của điểm M dưới dạng hàm của  $v_t$  và OM nếu mặt phẳng Q quay quanh trục qua O và vuông góc với Q với vận tốc  $\omega$  không đổi.

**Bài 26.** Một máng đôi dạng khung phẳng hình bình hành ABCD, mặt khung đặt trong mặt phẳng thẳng đứng, có các cạnh  $AB = DC = a$  và  $AD = BC = b$ . Các cạnh AB và DC nghiêng một góc  $\alpha$  so với phương ngang, các cạnh BC và AD nghiêng một góc  $\alpha$  so với phương thẳng đứng. Máng đôi được ghép từ bốn ống nhỏ cùng đường kính trong, mặt trong của các ống rất nhẵn (Hình 1).

Hai hòn bi nhỏ 1 và 2 có đường kính nhỏ hơn đường kính trong của ống một chút, được thả cùng một lúc từ đỉnh A, trượt không ma sát đi đến C bằng hai con đường: bi 1 trượt theo máng ABC, bi 2 trượt theo máng ADC. Khi đi qua các góc máng (B, D): các bi không bị bật ngược lại và tốc độ coi như không bị thay đổi; thời gian vượt qua góc máng không đáng kể.

Bỏ qua lực cản của không khí; gia tốc rơi tự do là  $g$ .

a. Tính thời gian trượt của mỗi bi đi từ A đến C.



b. Tính tốc độ mỗi bi khi đến C và hãy so sánh hai tốc độ này.

c. Gọi  $t_{1c}, t_{2c}$  lần lượt là tổng thời gian chuyển động của bi 1 và bi 2 khi đi từ A đến C và đặt  $\Delta t = t_{2c} - t_{1c}$ .

- Hãy tìm  $\Delta t$  theo  $\alpha$ , a, b và g.

- Tìm điều kiện của  $\alpha$  để bi 2 đến C trước bi 1.

$$t_{1c} = \frac{\sqrt{2g(asin\alpha + bcos\alpha)} - \sqrt{2gasin\alpha}}{g cos\alpha} + \sqrt{\frac{2a}{g sin\alpha}} ;$$

$$t_{2c} = \frac{\sqrt{2g(asin\alpha + bcos\alpha)} - \sqrt{2gbcos\alpha}}{g sin\alpha} + \sqrt{\frac{2b}{g cos\alpha}}$$

b.  $v_{1c} = \sqrt{2g(asin\alpha + bcos\alpha)}$ ;  $v_{2c} = \sqrt{2g(asin\alpha + bcos\alpha)}$

c.  $\Delta t = \left( \frac{\sin\alpha - \cos\alpha}{g \cos\alpha \sin\alpha} \right) \left[ \sqrt{2gasin\alpha} + \sqrt{2gbcos\alpha} - \sqrt{2g(asin\alpha + bcos\alpha)} \right]; 0 < \alpha < 45^\circ$

## I.2. CHUYỂN ĐỘNG NÉM.

**Bài 1.** Một vật được ném từ mặt đất với vận tốc  $\vec{v}_0$  lập với phương nằm ngang một góc  $\alpha$ . Tìm tầm xa đạt được, với góc ném  $\alpha$  nào thì tầm xa cực đại.

ĐS:  $\alpha = 45^\circ$



**Bài 2.** Ném một vật với vận tốc ban đầu  $\vec{v}_0$  lập với phương nằm ngang một góc  $\alpha$ . Tìm thời gian để vận tốc của vật vuông góc với phương ban đầu.

ĐS:  $t = \frac{v_0}{g \sin\alpha}$  với  $\alpha \geq 45^\circ$

**Bài 3.** Vật A được ném thẳng đứng lên trên từ độ cao  $300m$  so với mặt đất với vận tốc ban đầu  $20m/s$ . Sau đó  $1s$  vật B được ném thẳng đứng lên trên từ độ cao  $250m$  so với

-KHO VẬT LÝ SƠ CẤP-

mặt đất với vận tốc ban đầu  $25m/s$ . Bỏ qua sức cản không khí, lấy  $g = 10m/s^2$ . Chọn gốc toạ độ ở mặt đất, chiều dương hướng thẳng đứng lên trên, gốc thời gian là lúc ném vật A.

1. Viết phương trình chuyển động của các vật A, B?
2. Tính thời gian chuyển động của các vật?
3. Thời điểm nào hai vật có cùng độ cao? Xác định vận tốc các vật tại thời điểm đó?

ĐS: 1.  $x_1 = 300 + 20t - 5t^2$ ;  $x_2 = 250 + 25(t-1) - 5(t-1)^2$ ;  $\rightarrow t \geq 1$ ; 2. 10s; 3.  $t = 5, 3s$

$$v_A = -33m/s, v_B = 18m/s.$$

**Bài 4.** Cùng một lúc, từ cùng một điểm O ở độ cao h so với mặt đất, hai vật được ném ngang theo hai hướng ngược nhau với vận tốc ban đầu lần lượt là  $v_{01} = 30m/s$  và  $v_{02} = 40m/s$ . Bỏ qua sức cản không khí. Lấy gia tốc rơi tự do  $g = 10m/s^2$ . Cho biết ngay trước khi va chạm, vectơ vận tốc của hai vật có phương vuông góc với nhau. Xác định độ cao so với mặt đất của điểm O.

$$h = \frac{v_{01}v_{02}}{2g} = 60(m)$$

ĐS:

**Bài 5.** Hai hạt chuyển động trong trọng trường đều với gia tốc trọng trường là  $\vec{g}$ . Ban đầu, hai hạt ở cùng một điểm và các vận tốc có độ lớn lần lượt là  $v_{01} = 3m/s$ ,  $v_{02} = 3m/s$ , có phương đều nằm ngang theo hai chiều ngược nhau. Hãy xác định khoảng cách giữa hai hạt tại thời điểm các vectơ vận tốc của chúng có phương vuông góc với nhau và thời điểm đó.

$$t = \frac{\sqrt{v_{01}v_{02}}}{g}; L = \left(v_{01} + v_{02}\right) \frac{\sqrt{v_{01}v_{02}}}{g}.$$

**Bài 6.** Một vật nhỏ được ném lên xiên góc  $\alpha$  so với đường nằm ngang, với vận tốc ban đầu có độ lớn  $v_0$ . Bỏ qua sức cản của không khí. Hãy xác định:

- a. Độ đời của vật theo thời gian  $\vec{r}(t)$ .

-KHO VẬT LÝ SƠ CẤP-

b. vectơ vận tốc trung bình  $\langle \vec{v} \rangle$  trong thời gian  $\tau$  giây đầu tiên và trong cả quá trình chuyển động.

ĐS: a.  $\Delta \vec{r} = \vec{r} - \vec{r}_0 = \vec{v}_0 t + \frac{1}{2} \vec{g} t^2$ ; b.  $\langle \vec{V} \rangle = \vec{v}_0 + \frac{(\vec{v}_0 \cdot \vec{g})}{g^2} \vec{g}$

**Bài 7.** Chứng minh rằng ở một độ cao nào đó so với mặt đất ta ném một vật, khi đạt tầm xa cực đại, vận tốc ban đầu và vận tốc ngay khi chạm đất vuông góc với nhau.

**Bài 8.** Một vật được ném lên theo phương hợp với phương ngang một góc  $\alpha$ . Tại thời điểm  $t$  sau khi ném, véc tơ vận tốc của vật  $\vec{v}$  lệch một góc  $\varphi$  so với  $\vec{v}_0$ . Tìm  $t$ .

ĐS:  $t = \frac{v \sin \varphi}{g \cos \alpha}$

**Bài 9.** Hai vật được ném cùng một lúc với véc tơ vận tốc lần lượt là  $\vec{v}_{01}$  và  $\vec{v}_{02}$  lần lượt hợp với phương ngang các góc  $\alpha_1$  và  $\alpha_2$ . Sau khoảng thời gian  $t$  thì véc tơ vận tốc hai vật song song với nhau. Tìm  $t$ .

ĐS:  $t = \frac{v_{01} v_{02} \sin(\alpha_2 - \alpha_1)}{g(v_{01} \cos \alpha_1 - v_{02} \cos \alpha_2)}$

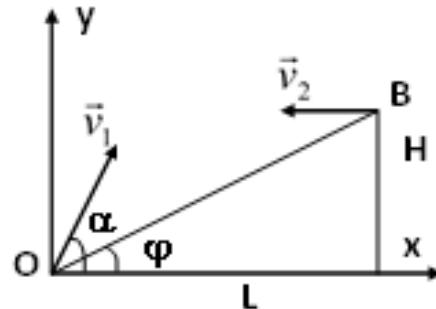
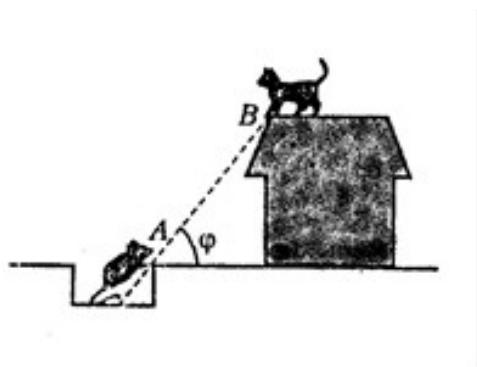
**Bài 10.** Một hòn đá được ném lên từ mặt đất với vận tốc ban đầu hướng tới điểm A. Hai điểm O và A cùng nằm trên mặt phẳng thẳng đứng và điểm A cách mặt đất một khoảng bằng  $AH=h$ . Một giây sau khi ném hòn đá rơi đúng điểm H. Bỏ qua sức cản không khí. Lấy  $g=10\text{m/s}^2$ . Tìm  $h$ .

ĐS:  $h = \frac{g}{2} = 5\text{m}$

**Bài 11.** Ném một hòn đá từ điểm O trên mặt đất, sau một giây nó đến điểm B. Biết rằng véc tơ vận tốc tại B vuông góc với vận tốc ban đầu. Xác định khoảng cách OB. Bỏ qua sức cản không khí. Lấy  $g = 10\text{m/s}^2$ .

ĐS: 5m.

**Bài 12.** Chú mèo Tom ở đầu một nóc nhà (điểm B trên hình) nhảy xuống vồ chuột Jerry. Nhưng Jerry ở dưới đất (điểm A) phát hiện và dùng súng cao su bắn vào Mèo. Viên sỏi bắn ra từ súng cao su của Jerry cùng lúc Tom nhảy xuống và đập vào Tom ở chính giữa đoạn AB. Tính độ cao H của nóc nhà. Biết góc hợp bởi AB với phương ngang là  $\phi = 30^\circ$ , vận tốc của sỏi bắn ra từ súng của Jerry là 7m/s còn Tom nhảy theo phương ngang. Bỏ qua sức cản của không khí. Lấy  $g = 10\text{m/s}^2$ .



$$DS: H = \frac{v_1^2 4 \tan^2 \phi}{g(1 + 4 \tan^2 \phi)} = 2,8\text{m}$$

**Bài 13.** Hai vật nhỏ được ném đồng thời từ cùng một điểm: vật (1) được ném thẳng lên, vật (2) ném xiên góc  $\alpha = 60^\circ$  so với phương ngang. Vận tốc ban đầu của mỗi vật có độ lớn là  $v_0 = 25\text{ m/s}$ . Bỏ qua sức cản của không khí. Tìm khoảng cách giữa hai vật sau thời gian 1,7s kể từ lúc ném?

Đơn vị tính: Khoảng cách(m)

$$DS: d = v_0 \cdot t \sqrt{\cos^2 \alpha + (\sin \alpha - 1)^2}$$

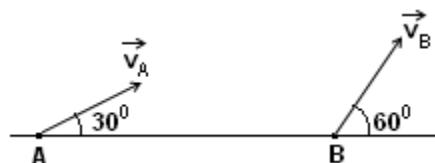
**Bài 14.** Một hòn đá được ném tốc độ  $v$  từ độ cao  $H$  so với mặt đất với góc ném  $\alpha$  so với mặt phẳng nằm ngang. Hòn đá rơi đến đất cánh chõ ném theo phương ngang một khoảng  $L$ .

a) Lập phương trình quỹ đạo chuyển động của vật theo  $v$ ,  $H$ ,  $g$ ,  $\alpha$ ,  $L$ .

b) Cho  $H = 3\text{m}$ ,  $\alpha = 45^\circ$ ,  $L = 42\text{ m}$ ,  $g = 10\text{m/s}^2$  Tìm tốc độ  $v$  của hòn đá khi ném.

$$\text{ĐS: } v_0 = 14\sqrt{2} \text{ (m/s)}$$

**Bài 15.** Hai điểm A, B ở trên mặt đất, cách nhau 10 (m). Từ A bắn vật 1 với góc bắn  $30^\circ$ . Từ B bắn vật 2 với góc bắn  $60^\circ$  (như hình vẽ). Vận tốc ban đầu của hai vật đều có độ lớn bằng  $40\text{ (m/s)}$  và đồng phẳng. Cho biết vật 2 được bắn sau khi bắn vật 1 là  $\tau$  (s) và trên đường bay hai vật sẽ va chạm nhau ở điểm M. Lấy  $g = 10\text{ (m/s}^2)$



Xác định  $\tau$  và tọa độ điểm M.

$$\text{ĐS: Với } \tau \approx 0,2 \text{ (s)}, y_M = 7,2 \text{ (m)}, x_M = 13,8 \text{ (m)}$$

**Bài 16.** Một máy bay ném bom, bay theo phương ngang ở độ cao  $H = 500\text{ m}$  so với mặt đất, chuyển động nhanh dần đều với gia tốc  $a = 2\text{ m/s}^2$  và các quả bom lân lượt được thả sau những khoảng thời gian bằng nhau  $t = 0,5\text{ s}$ . Tìm khoảng cách giữa các điểm rơi của quả bom thứ 9 và thứ mười một trên mặt đất nếu quả bom thứ nhất được thả ra khi vận tốc của máy bay là  $v_0 = 100\text{ m/s}$ . Cho  $g = 10\text{ m/s}^2$  và bỏ qua sức cản không khí.

$$\text{ĐS: } \Delta S = 129\text{m}$$

**Bài 17.** Một ôtô của địch đang leo thăng lên một quả đồi với vận tốc không đổi là  $2,5\text{m/s}$ . Đồi có sườn dốc là một mặt phẳng nghiêng hợp với phương ngang một góc bằng  $30^\circ$ . Trong mặt phẳng thăng đứng có chứa ôtô, người ta bắn quả đạn pháo từ chân đồi với góc bắn  $60^\circ$  so với phương ngang. Lúc bắn thì ôtô cách pháo  $500\text{m}$ . Muốn đạn bắn trúng ôtô thì vận tốc của đạn phải là bao nhiêu? Cho  $g = 10\text{ m/s}^2$ .

$$\text{ĐS: } v = 88,9747\text{m/s.}$$

**Bài 18.** Một vật được ném từ điểm O nào đó, sau thời gian 1s vật rơi xuống đất. Vận tốc vật ngay trước khi chạm đất có phương vuông góc với vận tốc lúc ném. Tìm khoảng cách từ điểm ném tới điểm chạm đất?

ĐS: 4,9 (m).

**Bài 19.** Một vật được ném lên từ mặt đất với vận tốc  $v_o$  nghiêng góc  $\alpha$  với phương ngang. Cách điểm ném khoảng nào đó có tẩm thép thẳng đứng, mặt phẳng quỹ đạo của vật vuông góc với tẩm thép, và chạm giữa vật với tẩm thép là tuyệt đối đàn hồi.

1. Cho khoảng cách từ tẩm thép tới điểm ném là L. Điểm rơi của vật cách tẩm thép bao nhiêu?
2. Nếu tẩm thép chuyển động với vận tốc u về phía vật và sau va chạm vật rơi trở về đúng điểm ném thì thời gian từ lúc ném đến lúc va chạm bằng bao nhiêu?

$$\text{ĐS: } 1. x = L_{\max} - L = \frac{v_o^2 \sin 2\alpha}{g} - L; \quad 2. t = \frac{v_o \sin \alpha \cdot (v_o \cos \alpha + 2u)}{(v_o \cos \alpha + u)g}$$

**Bài 20.** Một thùng hình trụ dài l nghiêng góc  $\alpha$  với phương ngang. Một quả cầu nhỏ bay với vận tốc  $v_o$  theo phương ngang vào thùng và va chạm đàn hồi với thùng. Tìm thời gian quả cầu chuyển động trong thùng?

$$\text{ĐS: + Nếu } \frac{\frac{v_o^2 \cos^2 \alpha}{2|g_x|}}{\leq L \text{ thì } t = \frac{2v_o}{g} \cdot \cot \alpha}$$

$$+ \text{Nếu } \frac{\frac{v_o^2 \cos^2 \alpha}{2|g_x|}}{> L \text{ thì } t_1 = \frac{v_o}{g} \cot \alpha \left( 1 + \sqrt{1 - \frac{2gL \tan \alpha}{v_o^2 \cos^2 \alpha}} \right)}$$

**Bài 21.** Chứng minh rằng từ một độ cao nào đó so với mặt đất ta ném một vật thì khi đạt tới tầm xa cực đại, vận tốc ban đầu và vận tốc ngay trước khi chạm đất vuông góc với nhau.

**Gợi ý:** Sử dụng công thức:  $\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{g}t$  trong đó  $\vec{v}_0$  là vận tốc ban đầu,  $\vec{v}$  là vận tốc tại thời điểm t.

**Bài 22.** Từ hai điểm ở cùng độ cao h trên mặt đất và cách nhau một khoảng l, người ta đồng thời ném hai hòn đá: một hướng lên trên theo phương thẳng đứng với vận tốc  $v_1$  và một theo phương nằm ngang với vận tốc  $v_2$ . Hỏi trong quá trình hai hòn đá chuyển động, khoảng cách ngắn nhất giữa chúng bằng bao nhiêu? Hãy xác định thời điểm đó.

Biết rằng vận tốc ban đầu của hai hòn đá cùng nằm trong một mặt phẳng thẳng đứng.

$$\text{ĐS: } d = \frac{lv_1}{\sqrt{v_1^2 + v_2^2}} ; t = \frac{lv_2}{v_1^2 + v_2^2}$$

**Bài 23.** Một người đứng tại chỗ ném một hòn đá với vận tốc  $v_0$  thì nó có thể rơi đến một khoảng cách không xa hơn  $x_0$ . Hòn đá có thể rơi xa thêm một khoảng bằng bao nhiêu nếu người ném đó đang chạy với vận tốc  $v$  theo hướng ném ?

Cho gia tốc trọng trường tại nơi ném là  $g$ . Bỏ qua sức cản của không khí cũng như chiều cao của người ném.

$$\text{ĐS: } \Delta x = \frac{v}{g} \sqrt{2v_0^2 - v^2}$$

**Bài 24.** Ném một viên đá từ điểm A trên mặt phẳng nghiêng với vận tốc  $\vec{v}_0$  hợp với mặt phẳng ngang một góc  $\beta = 60^\circ$ , biết  $\alpha = 30^\circ$ . Bỏ qua sức cản của không khí.

- Tính khoảng cách AB từ điểm ném đến điểm viên đá rơi.
- Tìm góc  $\varphi$  hợp bởi phương véc tơ vận tốc và phương ngang ngay sau viên đá chạm mặt phẳng nghiêng và bán kính quỹ đạo của viên đá tại B.

$$\text{ĐS: a. } l = \frac{-2v_0^2 \cos \beta \sin(\alpha - \beta)}{g \cos^2 \alpha} = \frac{2v_0^2}{3g}; \quad \varphi = 30^\circ; R = \frac{2v_0^2}{3\sqrt{3}g}$$

**Bài 25.** Một chiếc côngtenơ đặt sao cho mặt trên nằm ngang được cắn cẩu cẩu lên thẳng đứng lên cao với gia tốc  $a = 0,5 \text{ m/s}^2$ . Bốn giây sau khi rời mặt đất người ngồi trên mặt côngtenơ ném một hòn đá với vận tốc  $v_0 = 5,4 \text{ m/s}$  theo phương làm với mặt phẳng ngang côngtenơ góc  $\alpha = 30^\circ$ .

- Tính thời gian từ lúc ném đá đến lúc nó rơi xuống mặt đất. Biết côngtenơ

cao  $h = 6(m)$

- b. Tính khoảng cách từ nơi đá chạm đất đến vị trí ban đầu của tảng bê tông  
(coi như một điểm) lấy  $g = 10m/s^2$ .

ĐS: a.  $t \approx 2s$ ; b.  $9,4m$

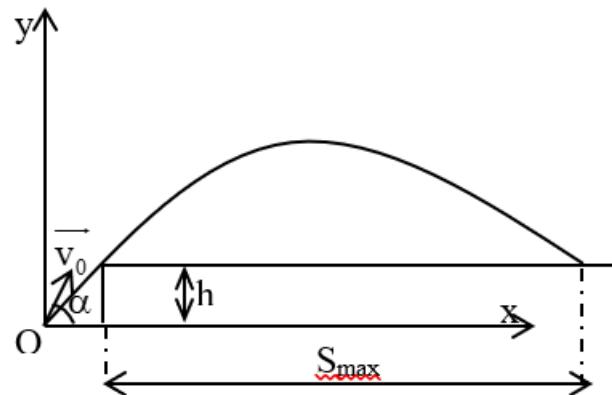
**Bài 26.** Người ta đặt một súng cối dưới một căn hầm có độ sâu  $h$ . Hỏi phải đặt súng cách vách hầm một khoảng 1 bao nhiêu so với phương ngang để tầm xa  $S$  của đạn trên mặt đất là lớn nhất? Tính tầm xa này biết vận tốc đầu của đạn khi rời súng là  $v_0$ .

**Bài 27.** Dưới hầm có độ sâu  $h$ , đặt một súng cối. Hỏi phải đặt súng cách vách hầm khoảng cách 1 bằng bao nhiêu và nòng súng nghiêng góc  $\alpha$  bằng bao nhiêu so với phương ngang để tầm xa trên mặt đất là lớn nhất? Tính tầm xa đó. Vận tốc ban đầu của đạn là  $V_0$ .

$$\alpha = \arccos \sqrt{\frac{1}{2} - \frac{gh}{v_0^2}}$$

ĐS:

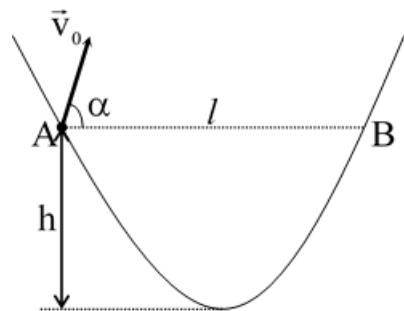
$$X = \frac{2v_0^2}{g} \sqrt{\frac{1}{2} - \frac{gh}{v_0^2}} \cdot \sqrt{v_0^2 \left( \frac{1}{2} + \frac{gh}{v_0^2} \right) - 2gh}$$



**Bài 28.** Một bờ vực mặt cắt đứng có dạng một phần parabol (hình vẽ). Từ điểm A trên sườn bờ vực, ở độ cao  $h = 20m$  so với đáy vực và cách điểm B đối diện trên bờ bên kia (cùng độ cao, cùng nằm trong mặt phẳng cắt) một khoảng  $l = 50m$ , bắn một quả đạn pháo xiên lên với vận tốc  $v_0 = 20m/s$ , theo hướng hợp với phương nằm ngang góc  $\alpha = 60^\circ$ . Bỏ qua lực cản của không khí và lấy  $g = 10m/s^2$ . Hãy xác định khoảng cách từ điểm rơi C của vật đến vị trí A ném vật.

Nhận xét Nếu ta vẽ phác họa quỹ đạo chuyển động của vật sau khi ném thì thấy điểm ném vật và điểm vật rơi là hai giao điểm của hai parabol. Vị trí các giao điểm được xác định khi biết phương trình của các parabol.

ĐS: AC=42,37m



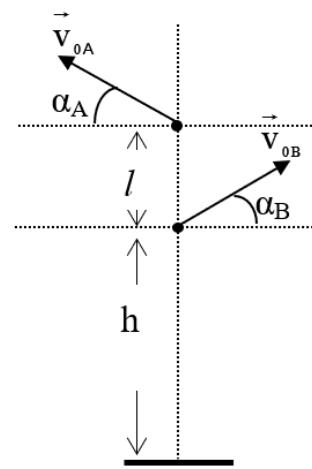
**Bài 29.** Hai vật nhỏ A và B cùng nằm trên một đường thẳng đứng nhưng có độ cao chênh lệch nhau  $l=2\text{m}$ . Ném đồng thời hai vật lên cao theo phương hợp với phương nằm ngang góc

$\alpha_A = 30^\circ$  và  $\alpha_B = 45^\circ$ . Hai vật chuyển động ngược chiều và có

vận tốc ban đầu  $v_{0A} = 4\text{m/s}$ ;  $v_{0B} = 5\text{m/s}$ . Bỏ qua sức cản của

không khí và coi độ cao ban đầu đủ lớn, lấy  $g=10\text{m/s}^2$ . Tính khoảng cách giữa hai vật khi vận tốc toàn phần của chúng vuông góc với nhau.

ĐS:  $d = 2,7032\text{m}$



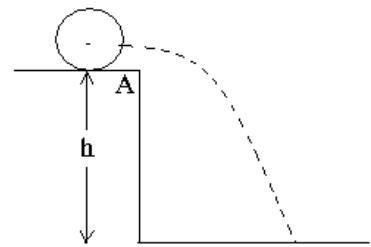
**Bài 30.** Cầu bé B đang ở ban công. Cầu bé A đang ở dưới đất và ném một quả bóng lên. Quả bóng sau khi vạch một đường cong rơi trúng chân cầu bé B và mất một khoảng thời gian 1s. Biết rằng các vectơ vận tốc của quả bóng khi ném và lúc rơi trúng chân cầu bé B vuông góc với nhau. Lấy  $g = 10\text{m/s}^2$ , bỏ qua sức cản của không khí.

a) Tính khoảng cách giữa hai cậu bé.

b) Cầu bé B phải ném trở lại với tốc độ nhỏ nhất bằng bao nhiêu để bóng trúng chân cầu bé A, nếu biết độ cao của ban công là 3m ?

ĐS: a. 5m; b.  $2\sqrt{5}$  m/s.

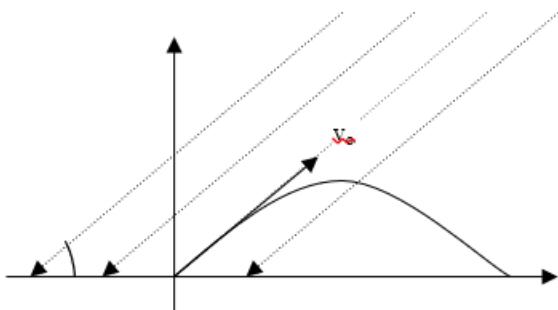
**Bài 31.** Ở mép của một chiếc bàn chiều cao  $h$ , có một quả cầu đồng chất bán kính  $R = 1\text{cm}$  ( $R \leq h$ ). Đẩy cho tâm O của quả cầu lệch khỏi đường thẳng đứng đi qua A, quả cầu rơi xuống đất vận tốc ban đầu bằng 0. Tính thời gian rơi và tầm xa của quả cầu ( $g = 10\text{m/s}^2$ ).



$$t = \frac{-\sqrt{10gR} + \sqrt{10gR + 54gh}}{3\sqrt{3}g}; \quad X = \frac{2}{27} \sqrt{\frac{2R}{g}} (-\sqrt{10gR} + \sqrt{10gR + 54gh})$$

ĐS:

**Bài 32.** Mặt trời nằm ở độ cao góc  $\varphi$  so với mặt phẳng ngang. Hỏi cần phải ném một vật trong mặt phẳng thẳng đứng đi qua mặt trời dưới góc ném  $\alpha$  bằng bao nhiêu để bóng của vật đi được quãng đường lớn nhất trên mặt đất?



ĐS:

- + Khi  $\varphi = 45^\circ$ , ta cần ném vật thẳng đứng  $\alpha = 90^\circ$  hoặc góc  $\alpha = 45^\circ$
- + Khi  $\varphi < 45^\circ$ , Vậy ta cần ném vật thẳng đứng  $\alpha = 90^\circ$
- + Khi  $\varphi > 45^\circ$ , ta cần ném vật dưới góc  $45^\circ$

**Bài 33.** Cần ném một quả bóng chuyền bán kính  $r$  từ độ cao  $h=2\text{m}$ , cách rổ bóng  $l=5\text{m}$  theo phương ngang treo ở độ cao  $H=3\text{m}$  với góc ném  $\alpha$  nhỏ nhất là bao nhiêu để nó bay qua rổ từ trên xuống mà không va chạm với vòng rổ. Cho bán kính vòng rổ là  $R=2r$ . Bỏ qua biến thiên vận tốc bóng trong thời gian bay qua miệng rổ.

ĐS:  $\alpha \approx 44^\circ$

**Bài 34.** Từ điểm A một vật được ném xiên góc, sau khi va chạm đàn hồi tại điểm B với một mặt phẳng nghiêng, nó nảy lên và lại rơi xuống chính điểm A. Thời gian bay từ A đến B là  $t_1=1,2(s)$ ; từ B về A là  $t_2=1(s)$ . Tìm khoảng cách AB?

ĐS: 6m.

**Bài .35** Có 3 viên bi nhỏ đồng chất giống nhau, được thả rơi tự do cùng một lúc, không vận tốc đầu từ ba vị trí A (bi 1), B (bi 2), C (bi 3) trên cùng một đường thẳng đứng (Hình 1). Biết  $AD=AB=BC=a$ , với D là một điểm trên sàn mà bi 1 sẽ va chạm với sàn ở đó.

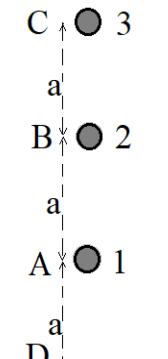
Coi các va chạm tuyệt đối đàn hồi xuyên tâm; bỏ qua lực cản không khí; bỏ qua sự thay đổi gia tốc rơi tự do g theo độ cao; bỏ qua thời gian va chạm. Chọn mốc thời gian lúc các bi bắt đầu rơi. Gọi  $T_1$  là thời gian rơi tự do của bi 1 ở độ cao a đến khi chạm sàn lần đầu.

a. Vẽ phác họa đồ thị tọa độ - thời gian của các viên bi trên cùng hình vẽ trong thời gian  $0 \leq t \leq 2\sqrt{3}T_1$ . Hãy mô tả đồ thị trên cho từng viên bi.

b. Gọi  $T_2, T_3$  lần lượt là những thời điểm nhỏ nhất bi 2 và bi 3 nảy lên đạt độ cao lớn nhất sau những va chạm. Tìm  $T_2, T_3$ .

c.Tìm độ cao lớn nhất mỗi viên bi sau nhiều lần va chạm.

$$\text{ĐS: b. } T_2 = 4\sqrt{\frac{a}{g}} = 2\sqrt{2}T_1; T_3 = 2\sqrt{\frac{6a}{g}} = 2\sqrt{3}T_1; \text{c. } h_{1max} = a, h_{2max} = 2a, h_{3max} = 3a$$



Hình 1

### I.3. TÍNH TƯƠNG ĐỐI CHUYỂN ĐỘNG.

**Bài 1.** Hai vật cách nhau 100m chuyển động trên một đường thẳng đến gặp nhau với vận tốc lần lượt là  $v_1 = 5m/s$ ;  $v_2 = 5m/s$ , trong khoảng 2 vật trên đoạn thẳng mà chúng chuyển động có một vật nhỏ luôn chuyển động thẳng đều với vận tốc  $v = 30 m/s$  cùng chuyển động trên đường thẳng mà 2 vật (1) và (2) chuyển động. Mỗi khi vật trên đến gặp vật (1) hoặc vật (2) thì vận tốc của nó sẽ đổi hướng ngược trở lại và coi như vẫn giữ nguyên độ lớn vận tốc của nó. Hỏi khi vật (1) và vật (2) gặp nhau thì quãng đường vật nhỏ đi được có tổng chiều dài là bao nhiêu?

ĐS: 300m.

**Bài 2.** Hai vật chuyển động với vận tốc không đổi trên hai đường thẳng vuông góc với nhau cho  $v_1 = 30\text{m/s}$ ,  $v_2 = 20\text{m/s}$ . Tại thời điểm khoảng cách giữa hai vật nhỏ nhất thì vật một giao điểm của quỹ đạo đoạn  $S_1 = 500\text{m}$ , hỏi lúc đó vật hai cách giao điểm trên một đoạn  $S_2$  là bao nhiêu?

ĐS: 750m.

**Bài 3.** Một ô tô đi trong cơn mưa với tốc độ  $54\text{km/h}$ . Gió thổi ngược chiều xe chạy với tốc độ  $3\text{m/s}$ . Một người ngồi trên xe thấy các hạt nước mưa rơi xuống theo phương tạo với đường thẳng đứng một góc  $45^\circ$ .

- a. Xác định vận tốc của ô tô đối với gió.
- b. Xác định vận tốc của các hạt nước mưa đối với mặt đất.

ĐS: a.  $18\text{ m/s}$ ; b.  $18,25\text{ (m/s}^2)$ .

**Bài 4.** Hai chất điểm chuyển động dọc theo trục Ox. Vận tốc của chất điểm (1) và (2) phụ

$$v_1 = 1 - \sin 2t; v_2 = \sqrt{2} \sin \left( \frac{\pi}{4} - 2t \right)$$

thuộc thời gian theo quy luật

Trong đó  $v(\textcolor{brown}{m / s})$ ;  $t(\textcolor{brown}{s})$ .

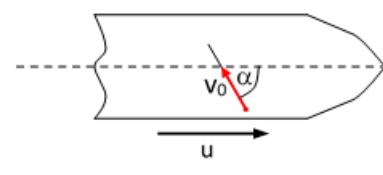
1. Xác định những thời điểm mà vận tốc hai vật bằng nhau.
2. Trong hệ quy chiếu gắn với vật (2) thì vật (1) chuyển động với vận tốc bao nhiêu. Tìm những thời điểm mà độ lớn vận tốc này là lớn nhất, nhỏ nhất.

ĐS: 1.  $t = k\pi$  ( $k \in \mathbb{N}^*$ ); 2. Độ lớn vận tốc lớn nhất  $v_{12} = 2\text{ (m / s)}$  tại  $t = \frac{\pi}{2} + k\pi$  ( $k \in \mathbb{N}$ ).

Vận tốc nhỏ nhất  $v_{12} = 0$  tại  $t = k\pi$  ( $k \in \mathbb{N}^*$ )

**Bài 5.** Cho vận tốc dòng nước là  $\vec{u}$  và vận tốc của thuyền khi nước đứng yên là  $\vec{v}_{td}$ . Hỏi người chèo thuyền phải chèo theo hướng nào để thuyền bị trôi theo dòng nước là ít nhất?

ĐS: Nếu  $v_{td} > u$  thì  $\sin \alpha = u / v_{td}$ . Nếu  $v_{td} < u$  thì  $\sin \alpha = v_{td} / u$



Hình 1.

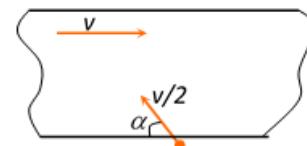
**Bài 6.** Trên boong một con tàu thủy đang chuyển động đối với bờ sông với vận tốc  $u = 15\text{km/h}$  có một hành khách đi với vận tốc  $v_0 = u/3$  đối với boong tàu, theo phương lập với

trục dọc của tàu góc  $\alpha = 30^\circ$  (xem H.1). Hãy tìm vận tốc của hành khách đó đối với bờ.

$$v = \frac{u\sqrt{7}}{3}$$

ĐS:  $\approx 13\text{km/h}$ .

**Bài 7** Một băng chuyền chuyển động với vận tốc không đổi  $v$ . Băng nằm trong cùng mặt phẳng với mặt bàn. Một hộp nhỏ đang chuyển động trên mặt bàn với vận tốc  $v/2$  thì đi vào băng chuyền theo hướng lập một góc  $\alpha$  ( $\cos \alpha = 1/9$ ) với mép băng. Hệ số ma sát trượt giữa hộp và băng là  $\mu$ .



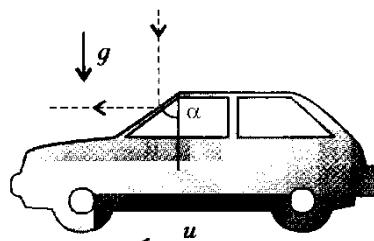
Hình 10.

1. Độ lớn vận tốc của hộp đối với băng vào lúc bắt đầu chuyển động trên băng chuyền bằng bao nhiêu?

2. Với độ rộng tối thiểu của băng bằng bao nhiêu để hộp không đi ra khỏi băng?

$$\text{ĐS: 1. } v_0 = \frac{7v}{6}; 2. d = \frac{7\sqrt{5}}{54} \frac{v^2}{\mu g}.$$

**Bài 8.** Trong khi trời đang mưa đá, một ô tô chạy trên đường nằm ngang với vận tốc không đổi  $u=25\text{km/h}$ . Một hạt mưa đá rơi xuống và chạm với tấm kính chắn gió phía trước và bật ra theo phương ngang cùng chiều chuyển động của xe. Kính chắn gió nghiêng góc  $\alpha = 30^\circ$  so với phương thẳng đứng (H.8). Cho rằng trước khi va chạm vận tốc các hạt mưa có phương thẳng đứng và va chạm là hoàn toàn đàn hồi, hãy tìm vận tốc hạt mưa đá:



1. trước khi va chạm;

2. sau khi va chạm.

-KHO VẬT LÝ SƠ CẤP-

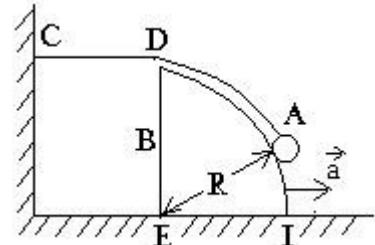
ĐS: 1.  $v_1 = u\sqrt{3} \approx 43 \text{ km/h}$ ; 2.  $v_2 = 3u = 75 \text{ km/h}$ .

**Bài 9.** Cho cơ hệ như hình vẽ. B chuyển động sang phải với vận tốc  $\vec{a}$ , còn vật nhỏ A được nối với điểm C bằng một sợi dây không dẫn được nâng lên theo đường dối chéo của một mặt trụ của vật B. Mặt này có bán kính R.

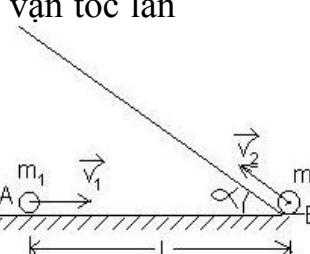
Giả sử tại thời điểm ban đầu vật A nằm trên sàn và đang đứng yên, sợi dây luôn căng.

Hãy tính vận tốc trung bình của vật A trong quá trình A đi từ sàn lên đến điểm cao nhất của trụ B (điểm D).

$$\text{ĐS: } \bar{v} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{(\pi^2 - 4\pi + 8)aR}{\pi}}$$

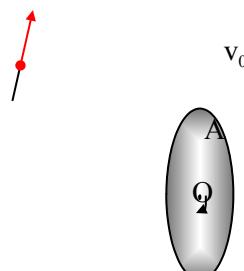


**Bài 10.** Hai vật  $m_1$  và  $m_2$  chuyển động thẳng đều với vận tốc lần lượt là  $\vec{v}_1$  và  $\vec{v}_2$ . Vật  $m_2$  xuất phát từ B.

Tìm khoảng cách ngắn nhất giữa chúng trong quá trình chuyển động và thời gian đạt được khoảng cách đó? 

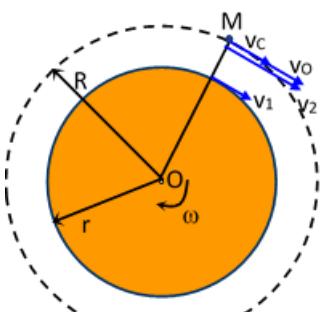
khoảng cách ban đầu giữa chúng là  $l$  và góc giữa hai đường thẳng là  $\alpha$ .

$$\text{ĐS: } d_{\min} = \frac{l v_2 \sin \alpha}{\sqrt{v_1^2 + 2v_1 v_2 \cos \alpha + v_2^2}}$$



**Bài 11.** Trong phòng có một cái đĩa quay với vận tốc góc  $\omega$  không đổi quanh trục cố định O đi qua tâm đĩa và vuông góc với đĩa. Một con bọ dùa bò trên mặt đĩa dọc theo bán kính với vận tốc  $v_0$  đối với đĩa (H.V). Hãy tìm độ lớn vận tốc của con bọ dùa đối với phòng vào thời điểm nó ở điểm A cách trục O khoảng R.

$$\text{ĐS: } v = \sqrt{v_0^2 + \omega^2 R^2}$$



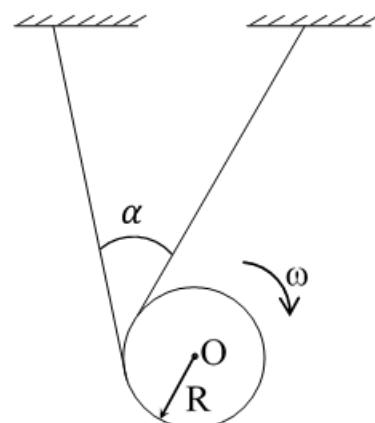
**Bài 12.** Bán kính của một hành tinh  $r = 2000 \text{ km}$ . Vận tốc các điểm trên xích đạo bằng  $v_1 = 0,6 \text{ km/s}$ . Một vệ tinh chuyển động trong mặt

phẳng xích đạo của hành tinh trên quỹ đạo bán kính  $R = 3000\text{km}$ , theo chiều quay của hành tinh với vận tốc  $v_2 = 2\text{km/s}$ . Hãy tìm vận tốc của vệ tinh đối với hành tinh.

ĐS: 1,1km/s.

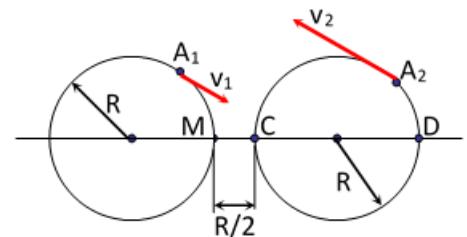
**Bài 13.** Một đĩa nặng bán kính  $R$  có 2 dây không dãn quấn vào. Các đầu tự do của dây gắn chặt (hình 22). Khi khởi đĩa chuyển động thì dây luôn căng. Ở một thời điểm vận tốc góc của đĩa bằng  $\omega$  và góc giữa các dây là  $\alpha$ . Tìm vận tốc của tâm đĩa ở thời điểm này.

$$\text{ĐS: } v = \frac{\omega R}{\cos(\alpha/2)}$$



**Bài 14.** Trên hai đường tròn bán kính mỗi đường bằng  $R$ , nằm trong cùng một mặt phẳng, có hai ô tô  $A_1$  và  $A_2$  chuyển động với các vận tốc  $v_1 = v = 20\text{km/h}$  và  $v_2 = 2v$ . Kích thước các ô tô rất nhỏ so với  $R$ . Vào một thời điểm nào đó thì các ô tô nằm ở các điểm M và C cách nhau  $R/2$  (H.6).

- 1) Hãy tìm vận tốc của ô tô  $A_2$  đối với hệ quy chiếu gắn liền với ô tô  $A_1$  vào thời điểm đó.
- 2) Hãy tìm vận tốc của ô tô  $A_2$  đối với hệ quy chiếu gắn liền với ô tô  $A_1$  khi  $A_2$  ở điểm D.

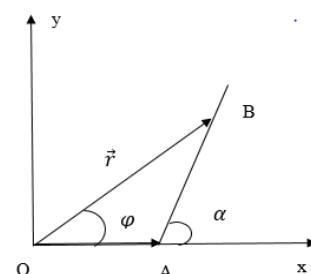


Hình 6.

ĐS: 1. 10km/h; 2. 110km/h.

## I.4 ĐỘNG HỌC TOÁN LÝ.

**Bài 1.** Chất điểm bắt đầu chuyển động từ A theo đoạn thẳng AB với vận tốc bất kì. Lấy một điểm O ngoài



-KHO VẬT LÝ SƠ CẤP-

AB làm cực và OA làm trục cực. Tìm phương trình chuyển động của chất điểm dưới dạng tọa độ cực.

ĐS:  $r = r_o \cdot e^{\varphi \cos 2\alpha} [\sin \varphi - \cos \varphi \cot \alpha] \frac{2}{1 + \cot^2 \alpha}$

**Bài 2.** Có hai tàu A và B cách nhau một khoảng a đồng thời tàu A và B chuyển động với vận tốc không đổi lần lượt là  $v$  và  $u$  ( $v > u$ ). Tàu B chuyển động trên một đường thẳng (đường thẳng này vuông góc với đoạn thẳng nối các vị trí ban đầu của hai tàu, còn tàu A luôn hướng về tàu B).

Hỏi sau bao lâu tàu A đuổi kịp tàu B ?

ĐS:  $\frac{av}{v^2 - u^2}$

**Bài 3.** Một người dạo chơi C đi dọc theo một con đường thẳng trùng với trục Ox với vận tốc không đổi là  $v$ . Con chó của người này ở thời điểm ban đầu ( $t = 0$ ) ở điểm A, cách O một khoảng là  $L$  ( $OA \perp Ox$ ) bắt đầu chạy với vận tốc không đổi là  $u$  luôn hướng về phía chủ. Sau bao lâu con chó đuổi kịp chủ nếu  $u > v$ .

Áp dụng kết quả tích phân:  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{\sin^2 x} \left( \tan \frac{x}{2} \right)^\lambda dx = \frac{\lambda}{\lambda^2 - 1}$ ; với  $\lambda > 1$ .

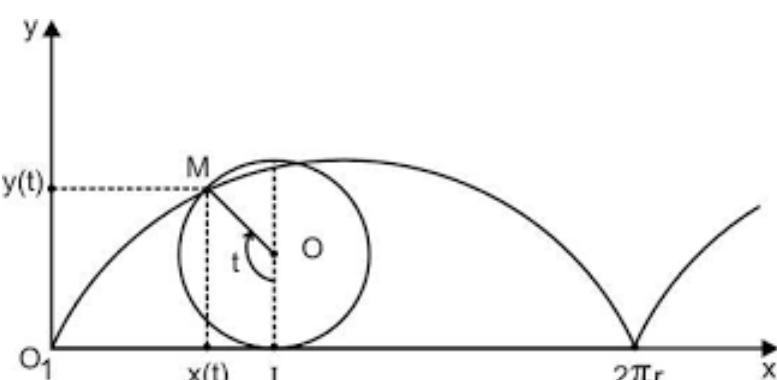
$t_0 = \frac{Lu}{\left(\frac{u}{v}\right)^2 - 1}$

ĐS:

**Bài 4.** Hệ tọa độ trụ. **Chuyển động cycloid**

Xét chuyển động lăn không trượt của đường tròn trên đường thẳng. Giả sử vận tốc của tâm đường tròn là  $v(t)$  và bán kính của đường tròn là  $R$ .

a. Lập phương trình chuyển động của một điểm M bất kì thuộc đường tròn.



b. Khảo sát vận tốc và gia tốc của M những lúc những nó ở trên đường thăng tựa của đường tròn.

c. Giả sử  $V=V_0 = \text{const}$ , khảo sát tính biến đổi chuyển động trên một cung quỹ đạo ứng với một vòng lăn của đường tròn.

$$x_M = R(\varphi - \sin \varphi)$$

$$y_M = R(1 - \cos \varphi)$$

$$\varphi = \frac{1}{R} \int_0^t V(t) dt$$

ĐS: a. ; b. Vận tốc  $v_x = 0$  và  $v_y = 0$ ; Gia tốc:  $a_x = 0$  và  $a_y = \frac{R\dot{\varphi}^2}{R}$

$$a_x = \frac{V_0^2}{R} \sin \varphi$$

$$v_x = V_0(1 - \cos \varphi)$$

$$c. Vậy \varphi = \frac{V_0 t}{R}. Vận tốc: v_y = V_0 \sin \varphi ; Gia tốc: a_y = \frac{V_0^2}{R} \cos \varphi$$

Nếu  $0 < \varphi < \pi$  là chuyển động nhanh dần; nếu  $\pi < \varphi < 2\pi$  là chuyển động chậm dần.

**Bài 5. (Đề thi HSGQG 2005):** Một ca nô chuyển động từ bến A của bờ sông bên này sang bờ sông bên kia. Sông thăng và có chiều rộng là b. Người ta dựng hệ tọa độ Oxy mà gốc O tại A, trục Ox vuông góc với bờ sông, cắt bờ đối diện ở B, trục Oy hướng dọc bờ sông theo chiều nước chảy. Do cấu tạo của dòng sông, vận tốc chảy u của nước tại điểm có tọa độ x phụ thuộc vào x theo quy luật:

$$u = [(1 + \frac{x}{5b}) - (\frac{2x}{5b} - \frac{1}{5})h(x - \frac{b}{2})]u_o$$

Trong đó  $u_o$  là một hằng số dương, còn  $h(x - \frac{b}{2})$  là hàm Heaviside của biến  $(x - \frac{b}{2})$ .

Hàm Heaviside của biến X được định nghĩa như sau:

$$h(X) = 0 \text{ khi } X < 0$$

$$h(X) = 1 \text{ khi } X \geq 0$$

1. Giả sử vận tốc của ca nô đối với nước có độ lớn  $v_o$  không đổi và luôn hướng theo phương vuông góc với bờ sông.

- a. Xác định phương trình quỹ đạo và phác họa quỹ đạo của ca nô
- b. Khi cập bờ bên kia, ca nô cách B một đoạn bao nhiêu?
- c. Chứng minh rằng gia tốc của ca nô so với bờ sông phụ thuộc bậc nhất vào  $v_o$ . Tại sao gia tốc này lại đổi hướng đột ngột tại  $x = b/2$

2. Giả sử vận tốc của ca nô đối với nước luôn hướng theo hướng vuông góc với bờ song nhưng có độ lớn thay đổi sao cho ca nô cập bờ bên kia ở điểm cách B một đoạn c về phía hạ lưu theo một quỹ đạo thẳng. Lập vận tốc của ca nô theo x.

$$\text{ĐS: 1a. } y = \frac{u_o}{v_o} x + \frac{u_o}{10v_o b} x^2 - \left[ \frac{u_o x^2}{5b v_o} - \frac{u_o x}{5v_o} + \frac{u_o b}{20v_o} \right] h(x - \frac{b}{2}) ; \text{ 1b. } s = y(b) = \frac{21u_o b}{20v_o}$$

$$v = \frac{u_o b}{c} \left[ \left( 1 + \frac{x}{5b} \right) - \left( \frac{2x}{5b} - \frac{1}{5} \right) h(x - \frac{b}{2}) \right]$$

2.

**Bài 6.** Một chất điểm chuyển động trong mặt phẳng xOy. Tọa độ của chất điểm thay đổi theo quy luật  $x = A \sin \omega t$ ,  $y = A(1 - \cos \omega t)$ , với A,  $\omega$  là hai hằng số dương. Hãy xác định:

- a. Quãng đường đi được của chất điểm sau thời gian  $\tau$
- b. Góc giữa vectơ vận tốc và vectơ gia tốc của điểm đó.

$$\text{ĐS : a. } s = \omega A \tau; \text{ b. } \angle(\vec{v}, \vec{a}) = \frac{\pi}{2}$$

**Bài 7.** Một hạt chuyển động theo một quỹ đạo phẳng  $y(x)$  với vận tốc  $v$  có độ lớn không đổi. Hãy xác định gia tốc của hạt và bán kính cong của quỹ đạo tại điểm  $x = 0$ , nếu quỹ đạo có dạng:

a. Một parabol  $y = \alpha x^2$

b. Một elip  $\left(\frac{x}{\alpha}\right)^2 + \left(\frac{y}{\beta}\right)^2 = 1$  trong đó  $\alpha, \beta$  là những hằng số.

$$\text{ĐS: a. } R = \frac{\alpha}{2}; a = 2\alpha v^2$$

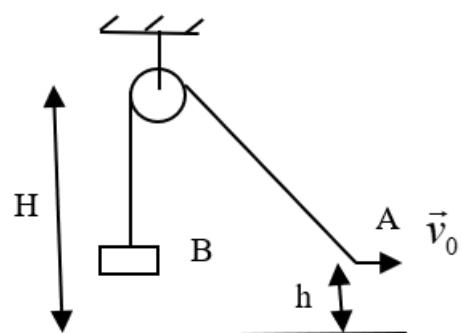
**Bài 8.** Một quả bóng bàn bắt đầu rơi tự do từ độ cao  $h$  so với mặt sàn. Sau khi va chạm với mặt sàn nó lại nảy lên nhưng mất đi một phần động năng. Tính thời gian chuyển động của quả bóng bàn nếu coi rằng tỉ số của độ lớn vận tốc của nó sau và trước mỗi lần va chạm với mặt sàn không đổi và bằng  $e$  ( $e < 1$ ). Gia tốc rơi tự do bằng  $g$ .

$$\text{ĐS: } t = \frac{1+e}{1-e} \sqrt{\frac{2h}{g}} \quad (\text{số va chạm } n \rightarrow \infty)$$

**Bài 9.** Một đầu dây không giãn vắt qua ròng rọc cố định treo vật nhỏ B, đầu dây kia là điểm A trong tay người đi trên mặt phẳng ngang theo một đường thẳng với vận tốc không đổi  $v_0 = 1\text{m/s}$ . A luôn cách mặt đất  $h = 1\text{m}$ . Khi người bắt đầu chuyển động, vật B ở mặt đất, dây ở hai bên ròng rọc đều căng và có phương thẳng đứng.

Độ cao của ròng rọc là  $H = 10\text{m}$ . Bán kính ròng rọc không đáng kể.

- a) Tìm quan hệ hàm số giữa độ cao của vật B và thời gian người chuyển động.
- b) Tìm vận tốc của vật B khi người đi được khoảng thời gian  $t$ .
- c) Để vật chạm tới ròng rọc thì người cần chuyển động trong khoảng thời gian tối thiểu bằng bao nhiêu?



-KHO VẬT LÝ SƠ CẤP-

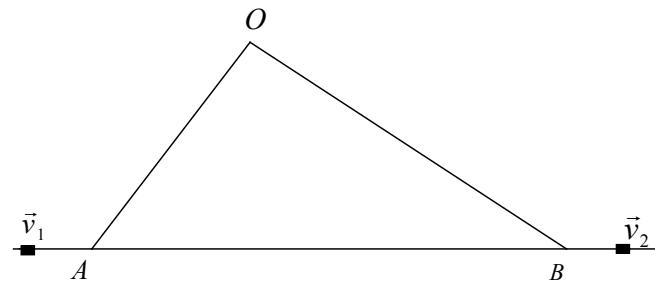
$$\text{ĐS: a. } y_B = \sqrt{t^2 + 81} - 9; \text{ b. } v = \frac{t}{\sqrt{t^2 + 81}}; \text{ c. } t = 16,73\text{s.}$$

**Bài 10.** Hai thanh cứng bằng kim loại có chiều dài  $OA = l_1$  và  $OB = l_2$ , liên kết với nhau bởi khớp nối O,

được đặt trên mặt phẳng nhẵn nằm ngang.

Người ta kéo hai đầu A, B của thanh theo

cùng phương AB nhưng ngược chiều nhau



với vận tốc không đổi lần lượt là  $v_1$  và  $v_2$ . Tìm gia tốc của khớp nối O lúc hai thanh vuông góc nhau?

$$a = \frac{(v_1 + v_2)^2 \sqrt{l_1^2 + l_2^2}}{l_1 l_2 (l_1^2 + l_2^2)}$$

ĐS: Độ lớn gia tốc khớp nối:  $\vec{a} = \frac{(v_1 + v_2)^2 \sqrt{l_1^2 + l_2^2}}{l_1 l_2 (l_1^2 + l_2^2)} \hat{a}$ . Hướng của  $\vec{a}$  hợp với thanh OB một

$$\tan \alpha = \frac{a_1}{a_2} = \left( \frac{l_2}{l_1} \right)^2$$

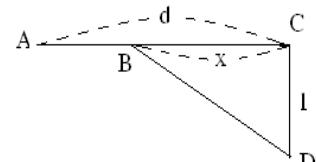
góc  $\alpha$ :

**Bài 11** Một chiếc ca nô xuất phát từ điểm A trên đường cái, ô tô này cần đến điểm D (trên đồng cỏ) trong thời

gian ngắn nhất. Biết  $AC = d; CD = l$ .

Vận tốc ô tô chạy trên đường cái ( $v_1$ ) lớn hơn vận tốc ô tô trên đồng cỏ ( $v_2$ ) n lần.

Hỏi ô tô phải rời đường cái tại một điểm B cách C một đoạn  $x$  là bao nhiêu?



$$\text{ĐS: } x = \frac{l}{\sqrt{n^2 - 1}}, \text{ thời gian ngắn nhất } t_{\min} = \frac{d + l\sqrt{n^2 - 1}}{v_1}.$$

**Bài 12.** Một quả bóng được ném xuống một mặt sàn nằm ngang. Độ lớn thành phần vận tốc quả bóng theo phương ngang và phương thẳng đứng thay đổi sau mỗi va chạm theo quy luật:  $v_{0xn+1} = \varepsilon_x \cdot v_{0xn}$  và  $v_{0yn+1} = \varepsilon_y \cdot v_{0yn}$  (Trong đó:  $v_{0n}$ ,  $v_{0n+1}$  tương ứng là vận tốc sau lần va chạm thứ  $n$  và thứ  $n + 1$ ;  $\varepsilon_x$ ,  $\varepsilon_y$  là hằng số và nhỏ hơn 1). Quãng đường theo phương ngang và thời gian từ va chạm đầu đến khi dừng lại là  $L$  và  $t_0$ . Tìm góc hợp bởi vận tốc bóng theo phương ngang ngay sau va chạm đầu tiên theo  $L$ ,  $t_0$ ,  $\varepsilon_x$  và  $\varepsilon_y$ . Cho biết số va chạm là rất lớn.

$$\text{ĐS: } \tan \alpha = \frac{v_{0x_1}}{v_{0y_1}} = \frac{g(1 - \varepsilon_x)^2 t_0^2}{2L(1 - \varepsilon_x \varepsilon_y)}$$

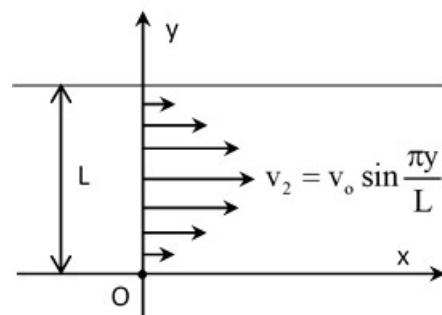
**Bài 13.** Một con thuyền bơi qua sông theo phương vuông góc với dòng chảy, với vận tốc không đổi là  $v_1$ . Tại mọi nơi dòng chảy luôn luôn song song với hai bờ, nhưng giá trị vận tốc của nó phụ thuộc vào khoảng cách đến bờ, được biểu

diễn theo công thức:  $v_2 = v_o \sin \frac{\pi y}{L}$  ( $L$ : chiều rộng con sông),  $v_o$  và  $L$  là hằng số (hình 1). Hãy tìm:

a) Giá trị vận tốc con thuyền tính trong hệ quy chiếu gắn với bờ sông.

b) Xác định khoảng cách từ điểm O đến điểm thuyền cập bến ở bờ bên kia theo phương Ox.

$$\text{ĐS: a. } v = \sqrt{v_1^2 + v_o^2 \sin^2 \frac{\pi y}{L}} ; \text{ b. } x = \frac{2v_o L}{\pi v_1}$$



Hình 1

**Bài 14.** Trên mặt phẳng nằm ngang có một cột trụ bán kính  $R$  thẳng đứng, người ta dùng một sợi dây chỉ mảnh không dãn, khối lượng không đáng kể để nối một vật nhỏ với một điểm trên vòng trụ, điểm này sát mặt phẳng ngang.

Ban đầu vật nhỏ nằm yên trên mặt phẳng và dây

ở tư thế căng, lúc này chiều dài dây là L. Truyền cho

vật vận tốc  $v_0$  hướng vuông góc với dây và vật chuyển

động trên mặt phẳng ngang cuộn dây vào trụ.

Hỏi sau bao lâu dây cuộn hết trụ? Giả thiết trong khi chuyển động dây luôn nằm ngang.

Bỏ qua ma sát và bề dày của dây.

$$\text{ĐS: } t = \frac{L^2}{2v_0 R}$$

**Bài 15.** Một hạt chuyển động theo chiều dương của trục ox với vận tốc sao cho  $v = a\sqrt{x}$  ( $a$  là hằng số dương). Biết lúc  $t = 0$  hạt ở vị trí  $x=0$ .

Hãy xác định :

a. Vận tốc và gia tốc của hạt theo thời gian.

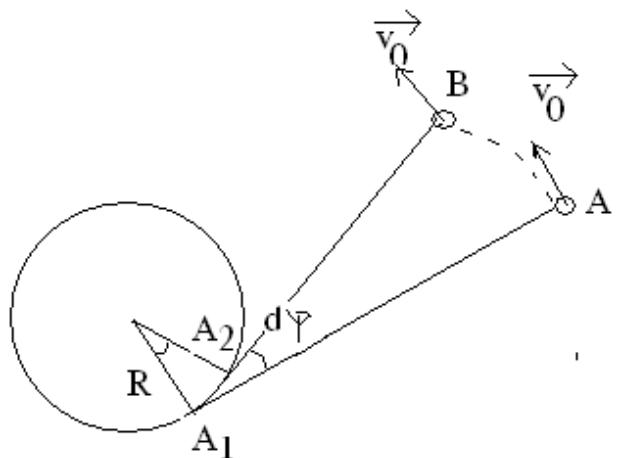
b. Vận tốc trung bình trong khoảng thời gian từ vị trí  $x = 0$  đến vị trí  $x$ .

$$\text{ĐS: a. Vận tốc } v = \frac{a^2}{2}t; \text{ gia tốc } w = \frac{a^2}{2}; \text{ b. } \bar{v} = \frac{a\sqrt{x}}{2}.$$

**Bài 16.** Một chất điểm chuyển động chậm dần trên một đường thẳng với một gia tốc mà độ lớn  $w$  phụ thuộc vận tốc theo định luật  $w = a\sqrt{v}$  trong đó  $a$  là một hằng số dương. Tại thời điểm ban đầu vận tốc của hạt bằng  $v_0$ .

Hỏi quãng đường mà hạt đi được cho đến khi dừng lại và thời gian đi quãng đường ấy ?

$$\text{ĐS :a. } S = \frac{2}{3a} \cdot v_0^{\frac{3}{2}}; \quad t = \frac{2}{a} \sqrt{v_0}$$



**Bài 17.** Một chất điểm chuyển động chạm dần trên bán kính R. sao cho tại mỗi điểm gia tốc tiếp tuyến và gia tốc pháp tuyến luôn có độ lớn bằng nhau. Tại thời điểm ban đầu  $t=0$ , vận tốc của chất điểm đó là  $v_0$ .

Hóy xóc định:

- a. Vận tốc của chất điểm theo thời gian và theo quãng đường đi được.
- b. Gia tốc toàn phần theo vận tốc và quãng đường đi được.

$$\text{ĐS: a. } v = v_0 \cdot e^{\frac{-s}{R}}; \text{ b. } a = \frac{v_0^2 \cdot e^{\frac{-2s}{R}}}{R} \sqrt{2}$$

**Bài 18.** Một con chó chạy với tốc độ không đổi  $v_1$  đuổi theo con thỏ, con thỏ chạy dọc theo một đường thẳng với tốc độ  $v_2$ . Con chó luôn hướng đến vị trí của con thỏ. Tại thời điểm ban đầu cả hai con vật cùng ở trên một đường thẳng vuông góc với hướng chạy của thỏ và cách nhau một khoảng a.

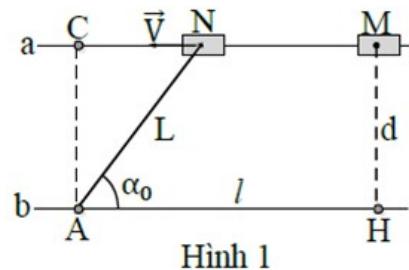
- a) Vận tốc của thỏ và chó phải thỏa mãn điều kiện nào thì chó đuổi kịp thỏ.
- b) Trong điều kiện chó đuổi kịp thỏ, tìm quãng đường mà mỗi con đi được cho đến khi gặp nhau.

$$\text{ĐS: a. } v_1 > v_2; \text{ b. Thỏ chạy } s_1 = \frac{av_1^2}{v_1^2 - v_2^2}; \text{ chó chạy } s_2 = \frac{av_1 v_2}{v_1^2 - v_2^2}$$

**Bài 19.**

“Running man” là câu chuyện về một cỗ động viên tên là Tiến chạy đuổi theo một chiếc xe buýt của đội bóng mà anh yêu thích.

Cho a và b là hai con đường thẳng song song và ngăn cách nhau bởi một thảm cỏ. Tiến ban đầu ở điểm A, bến xe buýt ở điểm M, các điểm C và H được chọn sao cho ACMH là hình chữ nhật có chiều rộng d và chiều dài  $l = \sqrt{3}d$  (Hình 1).



1. Biết độ lớn vận tốc mà Tiến khi chạy trên các đường là  $v_1$  còn khi chạy trên thảm cỏ là  $v_2 = v_1/n$  với  $n = 2$  và  $v_1$  không đổi.

- a) Tiến cần phải chạy theo quỹ đạo có dạng gồm các đoạn thẳng như thế nào để thời gian đến bến M là ngắn nhất?

## -KHO VẬT LÝ SƠ CẤP-

b) Khi quan sát thấy xe buýt bắt đầu rời bến M hướng về C với vận tốc không đổi và có độ lớn  $V = 2v_2$  thì Tiến quyết định chạy theo đường thẳng qua thảm cỏ để gặp xe buýt. Từ điểm A, Tiến cần chạy theo hướng nào để gặp được xe buýt?

2. Xe buýt chuyển động từ bến M hướng về C với vận tốc không đổi có độ lớn  $V = 36 \text{ km/h}$ . Tại thời điểm xe buýt đi qua điểm N với  $\angle NAH = \alpha_0 = 60^\circ$  (xem hình vẽ) thì Tiến bắt đầu di chuyển từ điểm A với vận tốc ban đầu bằng không. Tiến chọn cách chạy sao cho véc-tơ vận tốc của mình luôn hướng về xe buýt, còn độ lớn vận tốc luôn tăng để đảm bảo mình luôn tiến lại gần xe buýt với tốc độ không đổi. Tiến có đuổi kịp xe buýt không? Vì sao?

$$AI = \frac{2d\sqrt{3}}{3}$$

**ĐS: 1a.** Chạy trên đường một đoạn sau đó chạy trên cỏ.

1b. Tiến chạy theo hướng vuông góc với AM

2. Quỹ đạo  $r^2 \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} = L^2 \frac{\sqrt{3}}{3} = \text{const}$ ; Khi đuổi kịp xe bus, vận tốc của Tiến phải đạt  $54 \text{ km/h}$ . Tốc độ này không thể đạt được.

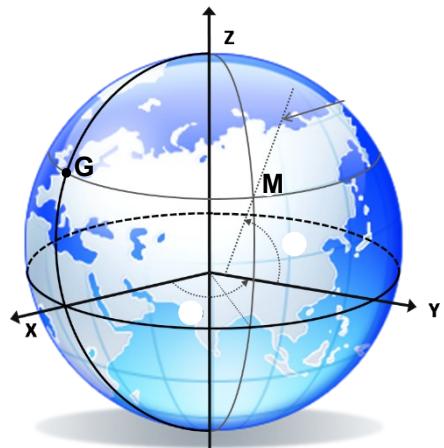
**Bài 20.** Một vật nhỏ, khối lượng m nằm trên mặt phẳng nghiêng góc  $\alpha$  so với mặt ngang. Hệ số ma sát giữa m với mặt nghiêng là  $k = \tan \alpha$ . Ở thời điểm  $t = 0$ , truyền cho vật vận tốc  $v_0$  theo phương vừa song song với đáy mặt phẳng nghiêng vừa song song với mặt nghiêng. Cho gia tốc trọng trường là  $g$ . Chọn trục Ox nằm trên mặt phẳng nghiêng và vuông góc với véc tơ  $v_0$  như hình.

**Hãy xác định vận tốc V của vật khi nó tạo với trục Ox một góc  $\varphi$ .**

$$v = \frac{v_0}{1 + \cos \varphi}$$

**Bài 21. Con đường ngắn nhất**

Trên một mặt cầu bán kính R, vòng tròn lớn (nghĩa là vòng tròn bán kính R) là con đường ngắn nhất giữa hai điểm. Gọi  $\lambda$  là vĩ độ và  $\varphi$  là kinh độ. Hãy xác định chiều dài của con đường ngắn nhất giữa Paris ( $\lambda_1 = 48^\circ 52'$ ;  $\varphi_1 = 2^\circ 20'$ ) và Tokyo ( $\lambda_2 = 35^\circ 42'$ ;  $\varphi_2 = 139^\circ 30'$ ). Giả thiết, Trái đất có hình cầu bán kính  $R = 6370 \text{ km}$ .



ĐS: 9709,5 km.

**Bài 22.** Ta thấy rằng khi quả pháo hoa trong không khí lên đến điểm cao nhất và nổ thì đường như tất cả các mảnh sáng đều nằm trên một mặt cầu có tâm rơi với vận tốc tăng dần. Bằng tính toán hãy khẳng định điều đó.

$$\vec{r} = \frac{\vec{v}_0}{k} (1 - e^{-kt}) + \left\{ \frac{g}{k^2} (1 - e^{-kt}) - \frac{g}{k} t \right\} \vec{j}; \quad \vec{v} = \vec{v}_0 e^{-kt} + \frac{g}{k} (e^{-kt} - 1) \vec{j}$$

ĐS:

**Bài 23.** Bốn con rùa đứng ở bốn đỉnh của hình vuông cạnh a, chúng bắt đầu chuyển động với vận tốc không đổi, độ lớn v sao cho mỗi con rùa luôn hướng về con bên cạnh theo chiều kim đồng hồ.

- a. Hỏi các con rùa gặp nhau ở đâu, sau bao lâu?
- b. Quỹ đạo chuyển động của mỗi con rùa có dạng như thế nào? Coi mỗi con rùa là một chất điểm.

ĐS: a. Bốn con rùa gặp nhau ở tâm sau thời gian:  $t = \frac{a}{v}$ .

b. Phương trình quỹ đạo của con rùa là đường xoắn logarit:  $r_i = \sqrt{2} e^{\frac{\pi}{4} \varphi_i}$  với  $i = 2, 3, 4$  là

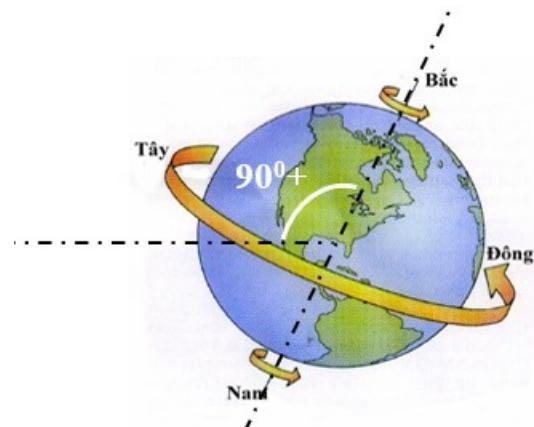
#### **Bài 24 . Điểm chí**

Trục các cực Bắc – cực Nam hợp với trục Mặt Trời – Trái Đất một góc  $90^\circ + \alpha$ .

Lúc đông chí,  $\alpha = 23,44^\circ$ .

Trong hệ tọa độ Descartes  $(0, \vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$ , gắn với Trái Đất được xác định như sau: O trùng với tâm Trái Đất;  $\vec{e}_z$ : trục nối các cực Bắc – cực Nam; Mặt Trời nằm trong mặt phẳng ( $xOz$ ).

a) Hãy xác định tọa độ của các điểm trên Trái Đất lúc Mặt Trời mọc và lúc Mặt Trời lặn.



b) Tính thời gian giữa lúc Mặt Trời mọc và Mặt Trời lặn tại một điểm trên vĩ độ  $\lambda$ . Để đơn giản, có thể bỏ qua chuyển động quay hàng năm của Trái Đất chung quanh Mặt Trời.

Áp dụng: ở Lille (nước Pháp) có  $\lambda = 50^{\circ}38'$ .

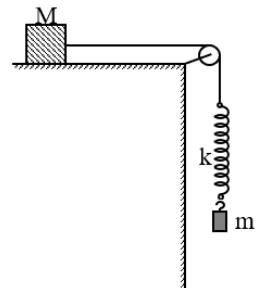
## CHƯƠNG II. ĐỘNG LỰC HỌC CHẤT ĐIỂM II.1 ĐỘNG LỰC HỌC CHẤT ĐIỂM

**Bài 1.** Một vật đang chuyển động trên đường ngang với tốc độ  $20\text{m/s}$  thì trượt lên một cái dốc dài  $100\text{m}$ , cao  $10\text{m}$ .

Tìm giá tốc của vật khi lên dốc. Vật có lên được tới đỉnh dốc không? Nếu có, hãy tìm vận tốc của vật tại đỉnh dốc và thời gian lên dốc? Cho biết hệ số ma sát giữa vật và mặt dốc là  $0,1$ . Lấy  $g = 10\text{m/s}^2$ .

ĐS:  $a = -1,995\text{m/s}^2$ ; tại đỉnh dốc,  $v_1 = 1\text{m/s}$ ,  $t = 9,52\text{s}$

**Bài 2.** Cho cơ hệ như hình vẽ. Vật  $M$  có hệ số ma sát nghỉ cực đại bằng ma sát trượt bằng  $\mu$  đối với mặt ngang, lò xo không khói lượng có độ cứng  $k$ , sợi dây mảnh không dãn, bỏ qua khói lượng và ma sát tại trực ròng rọc. Treo nhẹ nhàng vật  $m$  vào đầu dưới của lò xo.



1, Xác định lực ma sát tác dụng lên  $M$  khi gia tốc của  $m$  bằng  $0$

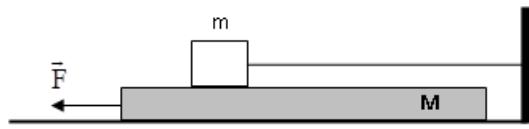
2, Xác định khối lượng cực tiểu  $m_0$  của m để vật M bắt đầu dịch chuyển.

3, Với  $m=2m_0$ , xác định vận tốc và gia tốc của m khi M bắt đầu dịch chuyển.

ĐS: a.  $F_{ms}=mg$ ; b.  $m_0=0,5\mu M$ ; c.  $v=\sqrt{2Mg^2(\mu-0,5)/k}$ ;  $a=(1-\frac{\mu M}{m})g$

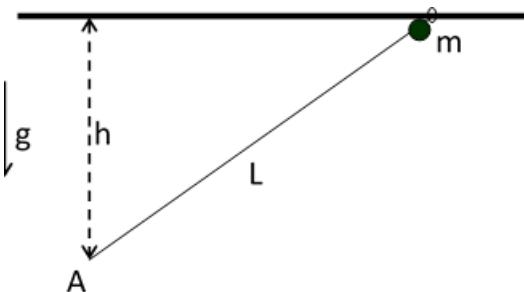
### Bài 3.

Khối m = 1kg được đặt trên tấm ván M = 4kg, khối m được nối với tường cố định bằng một sợi dây không dãn như hình 1. Giữa m và M có hệ số ma sát  $k = 0,25$ , giữa tấm ván M và sàn không có ma sát. Tấm ván M được tác dụng bởi lực  $\vec{F}$  có phương nằm ngang, độ lớn không thay đổi trong suốt quá trình khảo sát và ban đầu ván đang chuyển động thẳng đều. Lấy  $g = 10 \text{m/s}^2$ .



- a) Tìm lực tác dụng  $\vec{F}$  và lực căng của dây nối.
  - b) Tấm ván M đang chuyển động với vận tốc 2m/s thì ta cắt dây nối giữa m và tường. Mô tả chuyển động của m và M sau đó.
  - c) Sau bao lâu kể từ lúc cắt dây lực ma sát giữa m và M thay đổi tính chất? Tìm quãng đường trượt của m trên ván M. Giả sử ván đủ dài để vật không rơi ra khỏi ván.
- ĐS: a.  $F=T=2,5\text{N}$ ; b. Hệ chuyển động nhanh dần đều với vận tốc đầu  $v=2\text{m/s}$  và gia tốc  $a=0,5\text{m/s}^2$ ; c.  $0,8\text{s}$ ;  $0,8\text{m}$ .

**Bài 4.** Một hạt cườm khối lượng m được xó qua một sợi dây nhẹ, không giãn chiều dài L. Một đầu dây buộc cố định tại điểm A, đầu kia buộc vào một cái vòng rất nhẹ, vòng lại có thể trượt không ma sát trên một thanh ngang. Tại thời điểm ban đầu, dây được giữ ở cạnh vòng và dây thẳng, không căng. Thả cho hạt cườm chuyển động. Tìm vận tốc của nó ở thời điểm dây bị đứt biết rằng dây chịu sức căng lớn nhất là  $T_0$ . Khoảng cách từ A đến thanh là h. Bỏ qua mọi ma sát.



$$\text{ĐS: } v = \sqrt{2gL \left( 1 - \frac{mg}{2T_0} \right)}$$

**Bài 5.** Một sợi dây dài tạo thành một đường xoắn ốc có đường kính  $2R$  với bước xoắn là  $h$ . Trục của đường xoắn ốc đặt thẳng đứng. Theo đường xoắn ốc có một hạt cùm trượt xuống. Hệ số ma sát giữa hạt cùm với đường xoắn ốc là  $\mu$ . Hãy tìm vận tốc chuyển động đều của hạt cùm.

$$\text{ĐS: } v_o^4 = \frac{R^2 g^2}{\mu^2} \left[ \left( \frac{h}{2\pi R} \right)^2 - \mu^2 \right] \left[ \left( \frac{h}{2\pi R} \right)^2 + 1 \right]$$

**Bài 6.** Ba vật 1,2,3 có khối lượng  $m_1, m_2, m_3$  xếp chồng lên nhau thành một khối (Hình 1). Mặt A (tiếp xúc giữa 1 và 2) có hệ số ma sát nghỉ là  $\mu_A$ . Mặt B (tiếp xúc giữa 2 và 3) có hệ số ma sát nghỉ là  $\mu_B$ .

a. Vật 3 được kéo sang phải sao cho vận tốc của nó tăng dần. Trên mặt nào sẽ xảy ra chuyển động tương đối giữa các vật trước.

b. Giải lại câu a trong trường hợp vật 3 được kéo sang trái.

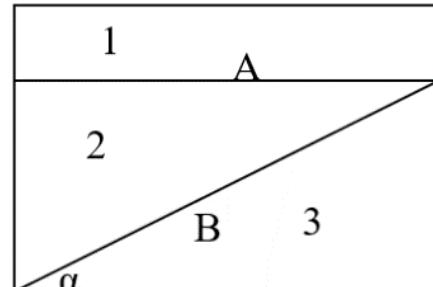
c. Nếu  $\mu_A = 0,5; \mu_B = 0,8$  thì trị số góc  $\alpha$  phải bằng

bao nhiêu để xảy ra trượt trên mặt B trước khi kéo vật 3 sang phải và để xảy ra trượt trên mặt A trước khi kéo vật 3 sang trái.

ĐS: a. Nếu  $\mu_A < \frac{\mu_B \cos \alpha - \sin \alpha}{\mu_B \sin \alpha + \cos \alpha} g$  thì chuyển động trên mặt A trước;

Nếu  $\mu_A > \frac{\mu_B \cos \alpha - \sin \alpha}{\mu_B \sin \alpha + \cos \alpha} g$  thì chuyển động trên mặt B trước.

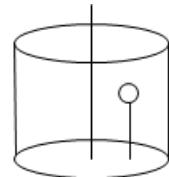
b. Nếu  $\mu_A < \frac{\mu_B \cos \alpha + \sin \alpha}{\mu_B \sin \alpha - \cos \alpha} g$  thì trên mặt A có sự chuyển động trước.



-KHO VẬT LÝ SƠ CẤP-

c.  $\alpha_{\min} = 12,1^\circ$ .

**Bài 7.** Một sợi chỉ nhẹ không co giãn dài  $l=30\text{cm}$  có một đầu gắn với đáy một bình chứa nước hình trụ, đầu kia gắn một quả cầu gỗ nhẹ (hvẽ). Khoảng cách điểm gắn sợi chỉ với tâm đáy bình là  $r=20\text{cm}$ . Bình bắt đầu quay đều xung quanh trục thẳng đứng của nó. Hãy xác định vận tốc góc quay của bình nếu sợi chỉ bị lệch khỏi hướng thẳng đứng góc  $\alpha=30^\circ$ , lấy  $g=9,8$ .



$$\text{ĐS: } \omega = \sqrt{\frac{g \cdot g \tan \alpha}{r - l \sin \alpha}} \approx 10,6 \text{ (rad/s)}$$

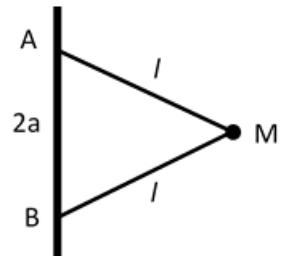
**Bài 8 .** Quả cầu M khối lượng  $m$  được nối với một trục thẳng đứng tại hai điểm A, B bằng hai thanh chiều dài  $l$ , khối lượng không đáng kể (khoảng cách AB = 2a). Các chỗ nối đều là các chốt nên hai thanh chỉ bị kéo hoặc nén. Cả hệ quay không ma sát quanh trục thẳng đứng với vận tốc góc  $\omega$  không đổi (xem hình vẽ).

Tính các lực T và T' mà vật m tác dụng lên các thanh AM và BM tương ứng. Các thanh bị kéo hay bị nén?

ĐS:

$$T_M = \frac{ml}{2} \left( \omega^2 + \frac{g}{a} \right)$$

$$T'_M = \frac{ml}{2} \left( \omega^2 - \frac{g}{a} \right)$$



$T_M > 0$ , nên thanh AM luôn bị kéo.

Lực tác dụng lên thanh BM:  $T'_M > 0$  nếu  $\omega > \sqrt{\frac{g}{a}}$  (quay đủ nhanh), thanh BM bị kéo

$T'_M < 0$  nếu  $\omega < \sqrt{\frac{g}{a}}$  thanh BM bị nén

$T'_M = 0$  nếu  $\omega = \sqrt{\frac{g}{l}}$  thanh BM không chịu lực nào

**Bài 9.** Trên mặt ngang không ma sát, hai vật có khối lượng  $m_1$  và  $m_2$  nối với nhau bởi một sợi dây không dãn và có thể chịu được lực căng  $T_0$ . Tác dụng lên vật các lực tỷ lệ thuận với

GV. PHẠM VŨ KIM HOÀNG-.



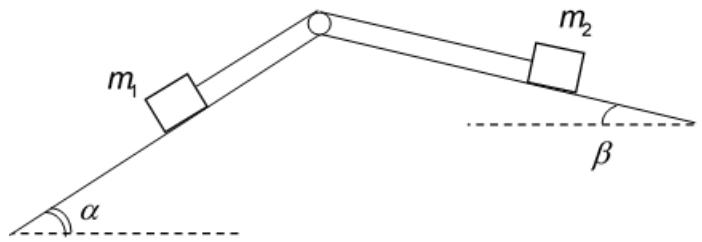
-KHO VẬT LÝ SƠ CẤP-

thời gian  $F_1 = \alpha_1 t$ ,  $F_2 = \alpha_2 t$ , trong đó  $\alpha_1$  và  $\alpha_2$  là cộc hệ số hằng số củ thứ nguyên,  $t$  là thời gian tác dụng lực.

Xác định thời điểm dây bị đứt.

$$\text{ĐS: } t_d = \frac{(m_1 + m_2)T_0}{m_1\alpha_2 + m_2\alpha_1}$$

**Bài 10.** Vật  $m_1 = 0,2 \text{ kg}$ ,  $m_2 = 0,1 \text{ kg}$  được nối với nhau bằng một sợi chỉ mảnh không khói lượng, không co giãn vắt qua ròng rọc. Các vật đó nằm trên các mặt phẳng nghiêng có một góc  $\alpha = 15^\circ$ ,  $\beta = 6^\circ$  so với phương nằm ngang (hình vẽ). Trước khi chuyển động các khối lượng đó nằm trên cùng một độ cao.



Hãy xác định sự chênh lệch về độ cao  $h$  của các vật  $m_1$  và  $m_2$  sau thời gian  $t = 3 \text{ giây}$  kể từ khi thả cho chúng chuyển động. Biết rằng hệ số ma sát trượt giữa mặt phẳng nghiêng và các khối lượng là  $\mu = 0,1$ . Bỏ qua khối lượng ròng rọc, ma sát ở trực ròng rọc.

$$\text{ĐS: } h = \frac{1}{2}at^2(\sin \alpha + \sin \beta) = 0,65 \text{ m}$$

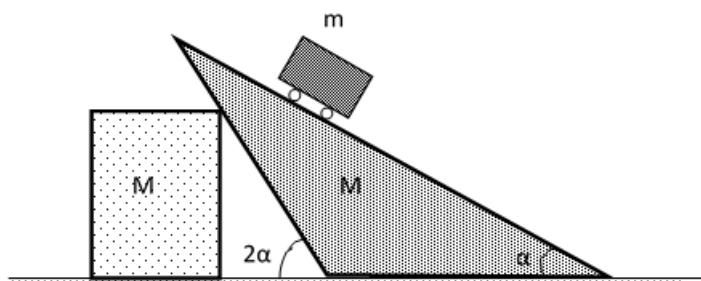
**Bài 11.** Một vật nhỏ được truyền cho vận tốc ban đầu bằng  $v_0 = 4 \text{ m/s}$  để đi lên trên một mặt phẳng nghiêng, góc hợp bởi mặt phẳng nghiêng với phương nằm ngang là  $\alpha = 30^\circ$ ,  $v_0$  hướng dọc theo mặt phẳng nghiêng. Khi vật đi lên đến điểm cao nhất vật lại trượt xuống dọc theo mặt phẳng nghiêng. Cho hệ số ma sát giữa vật với mặt phẳng nghiêng là  $\mu$ .

- a. Tìm biểu thức tính gia tốc của vật khi đi lên và khi đi xuống theo  $g$ ,  $\alpha$  và  $\mu$ .
- b. Biết thời gian đi xuống bằng 1,2 lần thời gian đi lên. Tìm độ cao cực đại mà vật đi lên được.

ĐS: a. Khi đi lên  $a_l = -g(\sin \alpha + \mu \cos \alpha)$ , khi đi xuống:  $a_l = g(\sin \alpha - \mu \cos \alpha)$ .

b. 0,98 m.

**Bài 12.** Một cái ném nhăn khối lượng  $M$ , góc đáy  $\alpha$ , ban đầu đứng yên trên



một mặt bàn nằm ngang. Khối lập phương khối lượng  $M$  nằm tiếp xúc với nêm trên mặt bàn này (hình vẽ). Hệ số ma sát giữa khối lập phương và mặt bàn là  $\mu$ . Trên nêm người ta đặt một xe kéo khối lượng  $m$ , xe kéo có thể trượt không ma sát từ trên đỉnh mặt nêm. Thả xe kéo cho nó chuyển động không vận tốc ban đầu từ đỉnh nêm. Tìm vận tốc xe kéo khi nó đến chân nêm nếu độ cao đỉnh của nêm là  $h$ .

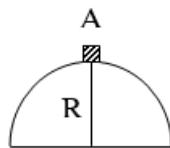
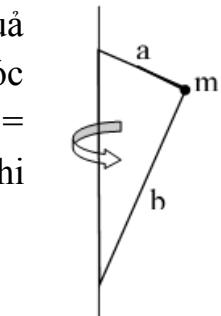
ĐS:  $v_1 = \sqrt{2gh}$

**Bài 13.** Một quả cầu nhỏ có khối lượng  $m = 500\text{g}$  được buộc vào 2 sợi dây không giãn, khối lượng không đáng kể. Hai đầu còn lại buộc vào hai đầu một thanh thẳng đứng. Cho hệ quay xung quanh trục thẳng đứng qua thanh với tốc độ góc  $\omega$ . Khi quả cầu quay trong mặt phẳng nằm ngang và các sợi dây tạo thành một góc  $90^\circ$  (hình bên). Chiều dài của dây trên là  $a = 30\text{cm}$ , của dây dưới là  $b = 40\text{cm}$ . Cho gia tốc rơi tự do  $g = 10\text{m/s}^2$ . Tính lực căng của các sợi dây khi hệ quay với  $\omega = 8\text{rad/s}$ .

Đơn vị tính: Lực(N).

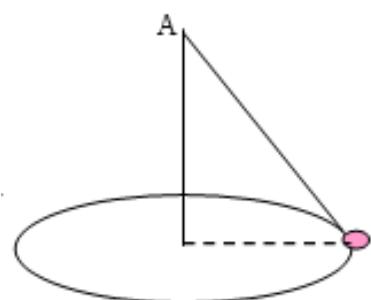
$$\text{ĐS: } T_a = mg \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}} + m\omega^2 \frac{ab^2}{a^2 + b^2}; \quad T_b = -mg \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}} + m\omega^2 \frac{a^2b}{a^2 + b^2}$$

**Bài 14.** Một vật nhỏ A bắt đầu trượt từ đỉnh của một bán cầu cố định, bán kính  $R = 90\text{cm}$ , xuống dưới (Hình 1). Tại vị trí vật bắt đầu tách khỏi mặt cầu thì vận tốc của vật tại vị trí đó là bao nhiêu? Cho gia tốc trọng trường  $g = 10\text{m/s}^2$ . Bỏ qua ma sát giữa vật và bán cầu.



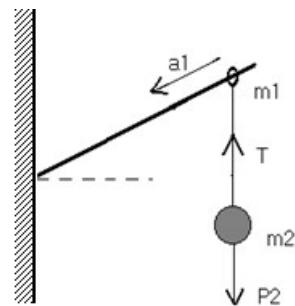
ĐS:  $v = \sqrt{6} \text{ m/s}$

**Câu 15.** Một quả cầu nhỏ có khối lượng  $m = 100\text{g}$  được buộc vào đầu 1 sợi dây dài  $l = 1\text{m}$  không co dãn và khối lượng không đáng kể. Đầu kia của dây được giữ cố định ở điểm A trên trụ quay (A) thẳng đứng (hình 4). Cho trục quay với vận tốc góc  $\omega = 3,76 \text{ rad/s}$ . Khi chuyển động đã ổn định hãy tính bán kính quỹ đạo tròn của vật. Lấy  $g = 10\text{m/s}^2$ .



ĐS:  $R = l \sin \alpha = 0,707 \text{ (m)}$

**Bài 16.** Một thanh nhẵn được cố định vào tường và làm với đường nằm ngang góc  $\alpha$ . Xâu chiếc nhẫn khối lượng  $m_1$  vào thanh. Sợi dây mảnh không giãn khối lượng không đáng kể được buộc một đầu vào nhẫn còn đầu kia buộc một quả cầu khối lượng  $m_2$ . Giữ nhẫn cố định sao cho dây ở vị trí thẳng đứng. Tính lực căng dây ngay sau khi thả nhẫn ra.



$$T = \frac{1}{1 + (1 + \frac{m_2}{m_1}) \tan^2 \alpha} m_2 g$$

ĐS:

**Bài 17.** Một cái đĩa quay tròn quanh trục thẳng đứng và đi qua tâm của nó. Trên đĩa có một quả cầu nhỏ được nối với trục nhờ sợi dây mảnh dài  $l$ . Dây lập với trục một góc  $\alpha$  (H.2). Phải quay hệ với chu kì bằng bao nhiêu để quả cầu không rời khỏi mặt đĩa?

$$T \geq 2\pi \sqrt{\frac{l \cos \alpha}{g}}$$

ĐS:

**Bài 18.** Một quả cầu nhỏ khối lượng  $m$  được treo bằng một sợi dây mảnh. Kéo quả cầu để sợi dây nằm theo phương ngang rồi thả ra. Hãy tìm lực căng của sợi dây khi nó lập với phương nằm ngang một góc bằng  $30^\circ$ .

$$\text{ĐS: } T = 3mg \sin \alpha = 3mg / 2.$$

**Bài 19.** Một cái đĩa có thể quay xung quanh trục thẳng đứng, vuông góc với đĩa và đi qua tâm của nó. Trên đĩa có một vật khối lượng  $M$ . Ở mặt trên của khối  $M$  có một vật nhỏ khối lượng  $m$ . Vật  $m$  được nối với trục nhờ một sợi dây mảnh (Hình 4). Quay đĩa (cùng vật  $M$  và  $m$ ) nhanh dần lên, tức là vận tốc góc tăng dần. Ma sát giữa đĩa và khối  $M$  không đáng kể. Hỏi với vận tốc góc bằng bao nhiêu thì khối  $M$  bắt đầu trượt ra khỏi dưới vật  $m$ , biết hệ số ma sát trượt giữa vật  $m$  và khối  $M$  bằng  $k$ .

$$\omega = \sqrt{\frac{kmg}{MR}}$$

**Bài 20.** Một nhà du hành vũ trụ ngồi trên Hoả tinh đo chu kỳ quay của con lắc hình nón (một vật nhỏ treo vào sợi dây, chuyển động tròn trong mặt phẳng nằm ngang với vận tốc không đổi, khi đó dây treo quét thành một hình nón) nhận được kết quả  $T=3s$ . Độ dài của

dây  $L=1\text{m}$ . Góc tạo bởi sợi dây và phương thẳng đứng  $\alpha = 30^\circ$ . Hãy tìm gia tốc rơi tự do trên Hoả tinh.

$$\text{ĐS: } g' = \frac{2\pi L \cos \alpha}{T} \approx 3,8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

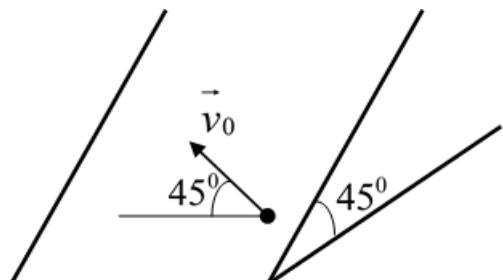
**Bài 21.** Một quả cầu được gắn cố định trên mặt bàn nằm ngang. Từ đỉnh A của quả cầu một vật nhỏ bắt đầu trượt không ma sát với vận tốc ban đầu bằng 0. Hỏi vật sẽ chạm vào mặt bàn dưới một góc  $\beta$  bằng bao nhiêu?

$$\text{ĐS: } \beta = \arccos \frac{\sqrt{6}}{9} \approx 74^\circ$$

**Bài 22.** Một vật nhỏ khối lượng  $m$  được phóng trên mặt nghiêng nhẵn của nêm có cùng khối lượng (trong quá trình chuyển động vật luôn tiếp xúc với mặt nghiêng của nêm).

Nêm đặt trên một mặt bàn nằm ngang không ma sát. Vận tốc ban đầu của vật bằng  $\vec{v}_0$  và lập một góc  $45^\circ$  với cạnh của nêm. Biết góc nhị diện của nêm cũng bằng  $45^\circ$  (hình vẽ), gia tốc rơi tự do là  $g$ .

- a. Tìm phản lực do nêm tác dụng lên vật.
- b. Sau bao lâu vật quay trở lại độ cao ban đầu.
- c. Vận tốc của vật tại điểm cao nhất của quỹ đạo.
- d. Tính bán kính cong của quỹ đạo tại điểm cao nhất.



Giả thiết chuyển động tịnh tiến của nêm chỉ được phép theo hướng vuông góc với cạnh của nó.

$$\text{ĐS: a. } N = mg \frac{2 \cos \alpha}{1 + \sin^2 \alpha} = \frac{\sqrt{2}mg}{3}; \text{ b. } t = \frac{2v_0 \sin \alpha}{a_1} = \frac{3v_0}{2g}; \text{ c. } v = \frac{3v_0}{4}; \text{ d. } R = \frac{81}{32\sqrt{11}} \frac{v_0^2}{g}.$$

**Bài .23**

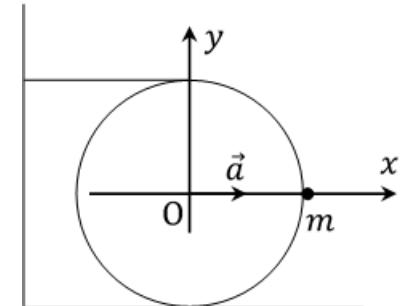
**a.** Tìm thời gian tối thiểu để một vận động viên lái mô tô vượt qua một khúc quanh có độ dài bằng  $1/3$  đường tròn bán kính  $R$ . Cho hệ số ma sát nghỉ giữa bánh xe và mặt đường là  $\mu$ , mặt đường được làm nghiêng một góc  $\alpha$  so với mặt phẳng nằm ngang.

**b.** Tính công suất giới hạn của động cơ lúc ấy. Coi các bánh xe đều là bánh phát động.

$$\text{ĐS: a. } t_{\min} = \frac{2\pi}{3} \sqrt{\frac{R(1-\mu g \alpha)}{g(\mu + \tan \alpha)}} ; \text{ b. } P_{\max} = \frac{\mu mg}{\cos \alpha - \mu \sin \alpha} \sqrt{\frac{gR(\mu + \tan \alpha)}{1 - \mu g \alpha}}$$

### Bài 24 .

Người ta buộc một vật nhỏ khối lượng  $m$  vào một môt đầu của một sợi dây mảnh, nhẹ, mềm và không dãn rồi buộc đầu còn lại của sợi dây vào một điểm cố định cách mặt sàn nằm ngang một khoảng  $2R$ . Sau đó, người ta vắt sợi dây lên một hình trụ bán kính  $R$  sao cho sợi dây nằm trong một mặt phẳng thẳng đứng  $Oxy$  và  $m$  ở độ cao  $R$  so với mặt sàn nằm ngang (hình 1). Biết rằng trục của hình trụ vuông góc với  $Oxy$  và đi qua  $O$ . Từ thời điểm  $t=0$ , người ta kéo trụ chuyển động tịnh tiến, không vận tốc ban đầu với gia tốc không đổi  $\vec{a}$  cùng chiều với chiều dương của  $Ox$ .



hình 1

1. Trong hệ quy chiếu gắn với sàn và trong khi  $m$  vẫn đang trượt trên bề mặt của trụ

a. Viết phương trình chuyển động của  $m$ .

b. Tìm các thành phần vận tốc và gia tốc của  $m$  tại thời điểm  $t$ .

2. Bỏ qua mọi ma sát, xác định áp lực mà trụ tác dụng lên  $m$  tại thời điểm  $t$  khi  $m$  đang trượt trên bề mặt hình trụ.

$$\text{ĐS: 1a. } \begin{cases} x_m = R \left( \frac{at^2}{2} + \cos \frac{at^2}{2R} \right) \\ y_m = R \sin \frac{at^2}{2R} \end{cases}$$

$$1b. \begin{cases} v_{mx} = at \left( 1 - \sin \frac{at^2}{2R} \right); & a_{mx} = a \left( 1 - \sin \frac{at^2}{2R} - \frac{at^2}{R} \cos \frac{at^2}{2R} \right) \\ v_{my} = at \cos \frac{at^2}{2R}; & a_{my} = a \left( \cos \frac{at^2}{2R} - \frac{at^2}{R} \sin \frac{at^2}{2R} \right) \end{cases}$$

$$2. N = m \left( g \sin \frac{at^2}{2R} + a \cos \frac{at^2}{2R} - \frac{a^2 t^2}{R} \right)$$

**Bài 25.** Một xe chở nước có chiều cao H. Mặt nước trong xe cách đáy một đoạn h đột nhiên xe chuyển động với gia tốc a không đổi. Xác định gia tốc a để khi xe chuyển động nước không trào ra ngoài.

$$\text{ĐS: } g \frac{2(H-h)}{\ell}$$

**Bài 26.** Một vòng dây xích nhỏ có chiều dài l, khối lượng m được đặt lên một mặt hình nón nhẵn tròn xoay có góc ở đỉnh bằng  $2\alpha$ . Cá hệ thống quay đều với vận tốc góc  $\omega_0$  chung quanh trục thẳng đứng trùng với trục đối xứng của hình nón. Mặt phẳng của vòng xích nằm ngang. Tìm sức căng của vòng xích ?

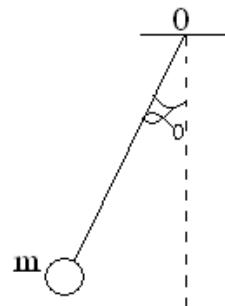
$$\text{ĐS: } T = \frac{m}{2\pi} \left( g \cot g\alpha + \frac{\omega^2 \cdot \ell}{2\pi} \right)$$

**Bài 27.** Một con lắc đơn chiều dài l khối lượng quả nặng là m. Treo con lắc trong một thang máy kéo lệch sợi dây con lắc một góc  $\alpha_0$  đối với

phương thẳng đứng và thả nhẹ khi mà con lắc vừa đi qua vị trí cân bằng thì thang máy rơi tự do.

- a. Hỏi quả nặng có lên đến điểm cao nhất không? vì sao?
- b. Tính lực căng của sợi dây ở vị trí vật có độ cao cực đại so với sàn thang máy? Nêu nhận xét.

$$\text{ĐS: a. có; b. } T = 2mg(1 - \cos \alpha_0)$$



**Bài 28.** Khối lăng trụ tam giác có khối lượng  $m_1$ , với góc  $\alpha$  như hình vẽ có thể trượt theo đường thẳng đứng và tựa lên khối lập phương khối lượng  $m_2$  còn khối lập phương có thể trượt trên mặt phẳng ngang. Bỏ qua mọi ma sát.

- a. Tính gia tốc mỗi khối và áp lực giữa hai khối ?
- b. Xác định  $\alpha$  sao cho  $a_2$  là lớn nhất. Tính giá trị gia tốc của mỗi khối trong trường hợp đó ?

$$\text{ĐS: a. } a_1 = \frac{m_1}{m_1 + m_2 \tan^2 \alpha} g; \quad a_2 = \frac{m_1 \tan \alpha}{m_1 + m_2 \tan^2 \alpha} g; \quad N = \frac{m_1 m_2 \tan \alpha}{(m_1 + m_2 \tan^2 \alpha) \cos \alpha}$$

b.  $\alpha = \arctan \sqrt{\frac{m_1}{m_2}}$ ;  $a_1 = \frac{g}{2}$ ;  $a_{2\max} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{m_1}{m_2}} \cdot g$

**Bài 29.** Một vật nhỏ có khối lượng m đặt trên đỉnh một nêm tam giác nhăn, thả cho m chuyển động trên mặt nêm. Biết nêm có khối lượng M và chuyển động không ma sát trên mặt phẳng ngang.

- Xác định giá tốc của M đối với mặt đất
- Cho chiều dài mặt nêm là L. Tính vận tốc của M ngay sau khi m trượt xuống chân M.

ĐS: a.  $a_2 = \frac{m \sin \alpha \cos \alpha}{M + m \sin^2 \alpha} g$ ; b.  $v_2 = m \cos \alpha \sqrt{\frac{2gL \sin \alpha}{(M+m)(M+m \sin^2 \alpha)}}$

**Bài 30.** Một thanh đồng chất, tiết diện không đổi, chiều dài l chịu sự tác dụng của 2 lực kéo căng đặt ở 2 đầu thanh  $\vec{F}_1, \vec{F}_2$  ( $F_2 > F_1$ ). Tính lực căng của thanh xuất hiện cách đầu đặt  $\vec{F}_1$  một đoạn x. Biết  $\vec{F}_1, \vec{F}_2$  ngược chiều.

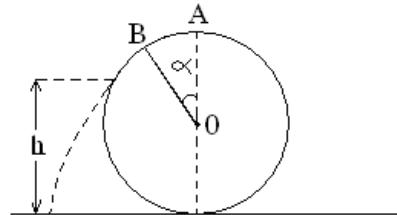
ĐS:  $T = \frac{F_2 x}{l} + \frac{F_1(l-x)}{l}$ .

**Bài 31.** Vật có khối lượng m trượt từ điểm cao nhất của một hình cầu bán kính R đang đứng yên trên mặt phẳng nằm ngang.

- Tới độ cao h nào thì nó rời hình cầu ?
- Tính áp lực của nó tại điểm B, bán kính OB nghiêng góc  $\alpha = 30^\circ$  so với OA.

Bỏ qua mọi ma sát, vận tốc ban đầu rất nhỏ.

ĐS: a.  $h = \frac{5}{2}R$ ; b.  $N_B = mg(3 \cos \alpha - 2)$ .

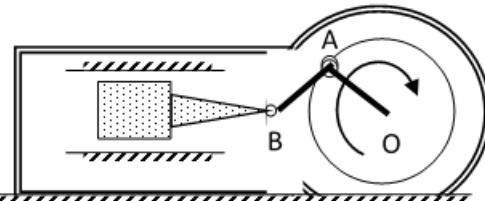


**Bài 32.** Tính giá tốc trọng trường ở độ sâu h so với mặt đất. Coi trái đất là hình cầu đồng chất bán kính R. Cho giá tốc ở mặt đất là  $g_0$ .

$$\text{ĐS: } g' = g_0 \left( 1 - \frac{h}{R} \right)$$

**Bài 33.** Một mô hình động cơ hơi nước đặt nằm ngang trên mặt sàn nhẵn. Tay quay OA có chiều dài r và quay đều với tốc độ góc  $\omega$ , điểm B luôn chuyển động thẳng. Thanh truyền AB dài bằng tay quay. Coi khối lượng của các bộ phận chuyển động rút về thành 2 khối lượng  $m_1$  và  $m_2$  tập trung ở A và B, khối lượng của vỏ động cơ là  $m_3$ .

1. Cho rằng vỏ động cơ chỉ chuyển động ngang và ban đầu pit-tông ở vị trí xa nhất về bên trái. Xác định phương trình chuyển động của vỏ động cơ.



2. Nếu động cơ được bắt vít xuống nền bằng bu-lông, tìm áp lực của động cơ lên nền và lực cắt ngang bu-lông. Bỏ qua lực căng ban đầu của bu-lông.

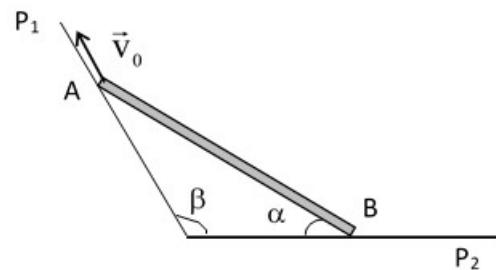
$$\frac{(2m_2 + m_1)r(\cos\omega t - 1)}{m_1 + m_2 + m_3}$$

$$\text{ĐS: 1. } x = \frac{m_1 + m_2 + m_3}{m_1 + m_2 + m_3}; \text{ 2. } T = (m_1 + 2m_2)\omega^2 r \cos\omega t.$$

**Bài 34.** Một thanh cứng AB có chiều dài L tựa trên hai mặt phẳng  $P_1$  và  $P_2$  (Hình 1).

Người ta kéo đầu A của thanh lên trên dọc theo mặt phẳng  $P_1$  với vận tốc  $\vec{v}_0$  không đổi.

Biết thanh AB và vectơ  $\vec{v}_0$  luôn nằm trong mặt phẳng vuông góc với giao tuyến của  $P_1$  và  $P_2$ ; trong quá trình chuyển động các điểm A, B luôn tiếp xúc với hai mặt phẳng; góc nhị diện tạo bởi hai mặt phẳng là  $\beta = 120^\circ$ . Hãy tính vận tốc, gia tốc của điểm B và vận tốc góc của thanh theo  $v_0$ ,  $L$ ,  $\alpha$  ( $\alpha$  là góc hợp bởi thanh và mặt phẳng  $P_2$ ).



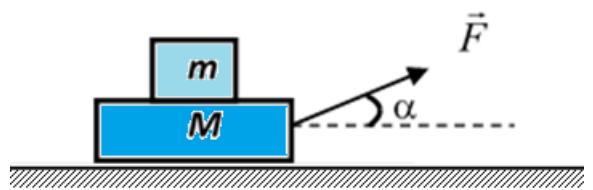
Hình 1

$$\text{ĐS: Gia tốc của B: } a = \frac{3v_0^2}{4L \cos^3 \alpha}; \omega = \frac{v_0 \sqrt{3}}{2L \cos \alpha}.$$

## II.2 LỰC MA SÁT

**Bài 1.** Cho cơ hệ như hình vẽ: Cho biết: Hệ số ma sát giữa M và sàn là  $k_2$ ,

giữa M và m là  $k_1$ . Tác dụng một lực  $\vec{F}$  lên M theo phương hợp với phương ngang một góc  $\alpha$ . Hãy tìm  $F_{\min}$  để m thoát khỏi M và tính góc  $\alpha$  tương ứng?

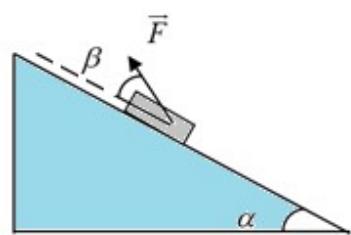


$$F_{\min} = \frac{(k_1 + k_2)Mg + (2k_1 + k_2)mg}{\sqrt{1+k_2^2}}, \quad \alpha = \arctan k_2$$

**ĐS:** Vậy

**Bài 2.** Một vật m được kéo trượt đều trên mặt phẳng nghiêng góc  $\alpha$ , lực kéo  $\vec{F}$  hợp với phương song song với mặt phẳng nghiêng góc  $\beta$ . Hệ số ma sát giữa vật và mặt phẳng nghiêng là  $\mu$ . Tìm  $\beta$  để F nhỏ nhất.

**ĐS:**  $\beta = \arctan \mu$



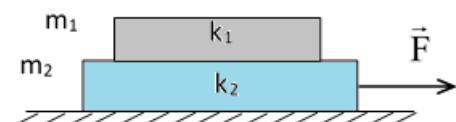
**Bài 3.** Cho hai miếng gỗ khối lượng  $m_1$  và  $m_2$  đặt chồng lên nhau trượt trên mặt phẳng nghiêng góc  $\alpha$ . Hệ số ma sát giữa chúng là  $k$ , giữa  $m_1$  và mặt phẳng nghiêng là  $k_1$ . Hỏi trong quá trình trượt, miếng gỗ này có thể trượt nhanh hơn miếng gỗ kia không? Tìm điều kiện để hai vật trượt như một vật trượt.

**ĐS:** Nếu  $k_1 > k$  thì vật 2 trượt nhanh hơn vật 1. Nếu  $k_1 \leq k$  thì hai vật cùng trượt như một vật.

**Bài 4.** Ở mép đĩa nằm ngang bán kính R có đặt một đồng tiền. Đĩa quay với vận tốc  $\omega = \beta t$  ( $\beta$  là giá tốc góc không đổi). Tại thời điểm nào đồng tiền sẽ văng ra khỏi đĩa. Nếu hệ số ma sát trượt giữa đồng tiền và đĩa là  $\mu$ .

$$\text{ĐS: } t = \sqrt{\frac{1}{\beta} \cdot \sqrt{\frac{\mu^2 g^2}{R^2 \beta^2} - 1}} \quad (\text{điều kiện } \mu > \frac{\beta R}{g})$$

**Bài 5.** Trên mặt bàn nằm ngang có hai tấm ván khối lượng  $m_1$  và  $m_2$ . Một lực  $\vec{F}$  song song với mặt bàn đặt vào tấm ván dưới. Biết hệ số ma sát trượt giữa 2 tấm ván là  $k_1$ , giữa ván dưới và bàn là  $k_2$  (Hình 2). Tính các giá tốc  $a_1$  và  $a_2$  của hai tấm ván. Biện luận các kết quả trên theo F khi cho F tăng dần từ giá trị bằng không. Xác định các khoảng giá trị của F ứng với từng dạng chuyển động khác nhau của hệ.



áp dụng bằng số:  $m_1 = 0,5\text{kg}$ ;  $m_2 = 1\text{kg}$ ;  $k_1 = 0,1$ ;  $k_2 = 0,3$ ;  $g = 10\text{m/s}^2$ .

**ĐS:**  $+F \leq 4,6\text{N} : a_1 = a_2 = 0$ ; hai vật đứng yên

$$+4,5N < F \leq 6N : \text{hai vật có cùng giá tốc: } a_1 = a_2 = \frac{F - 4,5}{1,5}$$

$$+F > 6N : \text{Vật 1 có } a_1 = 1m/s^2; \text{ vật 2 có } a_2 = (F - 5)$$

**Bài 6.** Một vật có khối lượng  $m$  có thể chuyển động với hệ số ma sát  $k = \tan \beta$  dọc theo một thanh thẳng OA = 1, thanh OA nghiêng một góc  $\alpha$  so với phương ngang.

- a) Thanh OA đứng yên. Tìm giá trị của  $\alpha$  để cho vật đứng yên hoặc vật chuyển động.  
 b) Cho thanh OA quay quanh trục thẳng đứng  $xx'$  đi qua O. Xác định các điều kiện để vật đứng yên. Lấy  $g = 10m/s^2$ .

ĐS: a. Vậy nếu  $\alpha \leq \beta$  thì vật đứng yên, còn nếu  $\alpha > \beta$  thì vật trượt xuống dưới.

$$\text{b.} + \text{ Nếu lực ma sát hướng xuống, vật cách trục } xx': r_1 = \frac{g}{\omega^2} \tan(\alpha + \beta)$$

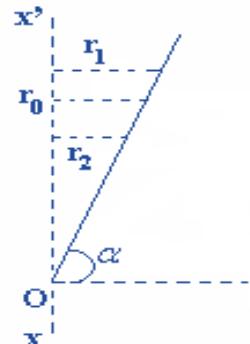
+ Nếu lực ma sát hướng lên vật cách trục  $xx'$

$$r_2 = \frac{g}{\omega^2} \tan(\alpha - \beta)$$

+ Khi  $\alpha > \beta$  thì có hai vị trí cân bằng ứng với  $r_1$  và  $r_2$

+ Khi  $\alpha < \beta$  thì có một vị trí cân bằng ứng với  $r_1$

+ Khi  $\alpha = \beta$  thì có một vị trí cân bằng  $r_1$  (không kể O)



**Bài 7.** Trên một tấm ván nghiêng một góc  $\alpha$  so với phương ngang.

Khi ván đứng yên thì vật cũng đứng yên. Cho ván chuyển động sang phải

với giá tốc  $\bar{a}$  song song với đường nằm ngang. Tính giá trị cực đại của  $a$  để vật vẫn đứng yên trên ván. Biết hệ số ma sát trượt là  $\mu$ .

$$a \leq \frac{\mu \cos \alpha - \sin \alpha}{\mu \sin \alpha + \cos \alpha} g$$

ĐS:

**Bài 8.** Trên một mặt nón tròn xoay với góc nghiêng  $\alpha$  có thể quay quanh trục thẳng đứng. Một vật có khối lượng  $m$  đặt trên mặt trong của nón cách trục quay một khoảng  $R$ . Mặt nón quay đều với vận tốc góc  $\omega$ .

Tính giá trị nhỏ nhất của hệ số ma sát trượt ( $\mu$ ) giữa vật và mặt nón để vật vẫn đứng yên trên mặt nón.

$$\text{ĐS: } \mu_{\min} = \frac{g \sin \alpha + \omega^2 R \cos \alpha}{g \cos \alpha - \omega^2 R \sin \alpha} \text{ với điều kiện } \omega < \sqrt{\frac{g}{R} \cot \alpha}$$

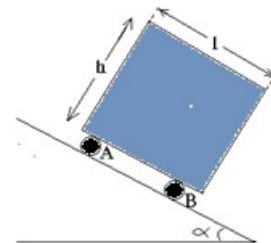
### -KHO VẬT LÝ SƠ CẤP-

**Bài 9.** Một kiện hàng hình hộp đồng chất (có khối tâm ở tâm hình hộp) được thả trượt trên mặt phẳng nghiêng nhờ hai gối nhỏ A và B. Chiều cao của hình hộp gấp n lần chiều dài ( $h = nl$ ). Mặt phẳng nghiêng một góc  $\alpha$ , hệ số ma sát giữa gối A và B là  $\mu$ .

- Hãy tính lực ma sát tại mỗi gối.
- Với giá trị nào của n để kiện hàng vẫn trượt mà không bị lật.

ĐS:a.  $F_{m,A} = \frac{1}{2} \mu mg \cos \alpha (1 - \mu n); F_{m,B} = \frac{1}{2} \mu mg \cos \alpha (1 + \mu n)$

b.  $n \leq \frac{1}{\mu}$



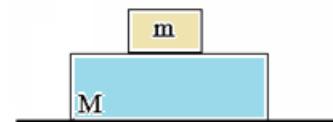
**Bài 10.** Cho cơ hệ như hình vẽ. Hệ số ma sát giữa M và m là  $\mu_1$ , giữa M và sàn là  $\mu_2$ .

Tìm độ lớn của lực  $F$  nằm ngang:

- Đặt lên m để m trượt trên M.
- Đặt lên M để M trượt khỏi m.

ĐS: a. 
$$\begin{cases} F > (\mu_1 - \mu_2)(m+M) \frac{m}{M} g \\ F > \mu_1 mg \end{cases}$$

b.  $F > (\mu_1 + \mu_2)(m+M)g$



**Bài 11.** Một người đi xe đạp lượn tròn trên một sân nằm ngang có bán kính R. Hệ số

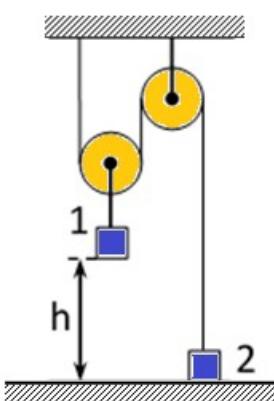
ma sát chỉ phụ thuộc vào khoảng cách r từ tâm của sân theo quy luật  $\mu = \mu_0 \left(1 - \frac{r}{R}\right)$ . Với  $\mu_0$  là một hằng số (hệ số ma sát ở tâm của sân)

Xác định bán kính của đường tròn tâm 0 mà người đi xe đạp có thể lượn với vận tốc cực đại? Tính vận tốc đó?

ĐS:  $r_{max} = \frac{R}{2}, v_{max} = \frac{\sqrt{\mu_0 g R}}{2}$

## II.3 CHUYỂN ĐỘNG LIÊN KẾT QUA RÒNG RỌC

**Bài 1.** Trong hệ thống trên hình 1, khối lượng vật 1 bằng 6,0 lần khối lượng vật 2. Chiều cao  $h = 20\text{cm}$ . Khối lượng của ròng rọc và của dây cũng như các lực ma sát được bỏ qua. Lấy  $g = 10\text{m}/\text{s}^2$



-KHO VẬT LÝ SƠ CẤP-

s<sup>2</sup>. Ban đầu vật 2 được giữ đứng yên trên mặt đất, các sợi dây không dãn có phương thẳng đứng. Thả vật 2, hệ bắt đầu chuyển động. Xác định:

- a. gia tốc của các vật ngay sau khi vật 2 được thả ra;
- b. độ cao tối đa đối với mặt đất mà vật 2 đạt được.

ĐS: a.  $a_2 = 8 \text{ m/s}^2$ ; a.  $a_1 = 4 \text{ m/s}^2$ ; b.  $h_{\max} = 6h \frac{\eta}{\eta + 4} = 72 \text{ cm}$

**Bài 2.** Cho hệ vật được bố trí như hình vẽ:

Biết:

$$m^1 = 0,25 \text{ (kg)}, m^2 = m^3 = m^4 = 0,5 \text{ (kg)}.$$

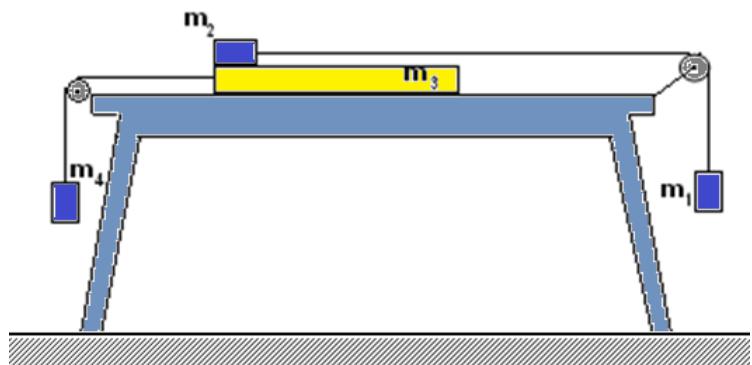
Hệ số ma sát ở mọi mặt tiếp xúc là 0,2.

Ma sát ở các ròng rọc được bỏ qua.

Thả tay khỏi m<sup>1</sup> và m<sup>4</sup> cùng một lúc.

Cho dây nối giữa các vật không giãn, khói lượng dây và ròng rọc không đáng kể.  
Lấy g = 10 m/s<sup>2</sup>. Tìm:

- a. Gia tốc của mỗi vật
- b. Thời gian để m<sup>2</sup> đi qua hết chiều dài của vật m<sup>3</sup>. Cho biết chiều dài của vật m<sup>3</sup> là 0,5 (m).



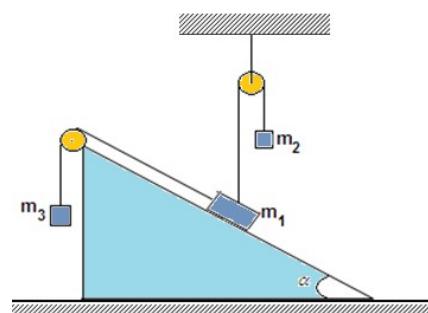
ĐS: a.  $a^1 = a^2 = a = 2 \text{ m/s}^2$  và  $a^3 = a^4 = a' = 2 \text{ m/s}^2$ ; b. t = 0,5 s.

**Bài 3.** Cho hệ cơ học như hình vẽ:

$$m^1 = 3 \text{ kg}.$$

$$m^2 = 1 \text{ kg}.$$

$$\alpha = 30^\circ.$$



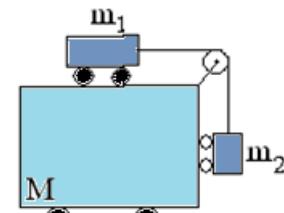
Tính  $m^3$  và lực nén của  $m^1$  lên mặt nghiêng khi cân bằng.

ĐS:  $m^3 = 1 \text{ kg}$ ;  $N^1 = 10\sqrt{3} \text{ (N)}$

**Bài 4.** Cho cơ hệ như hình vẽ. Hỏi phải truyền cho M một lực F là bao nhiêu và theo hướng nào để hệ thống đứng yên tương đối với nhau. Bỏ qua mọi ma sát.

$$F = (M + m_1 + m_2) \frac{m_2}{m_1} g$$

ĐS:



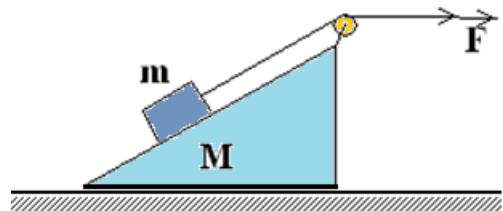
**Bài 5.** Cho cơ hệ như hình vẽ. Nêm có khối lượng M, góc giữa mặt nêm và phương ngang là  $\alpha$ . Cần phải kéo dây theo phương ngang một lực  $\vec{F}$  là bao nhiêu để vật có

khối lượng m chuyển động lên trên theo mặt nêm ?  
Tìm gia tốc của M đối với

mặt đất?

Bỏ qua mọi ma sát, khối lượng dây nối

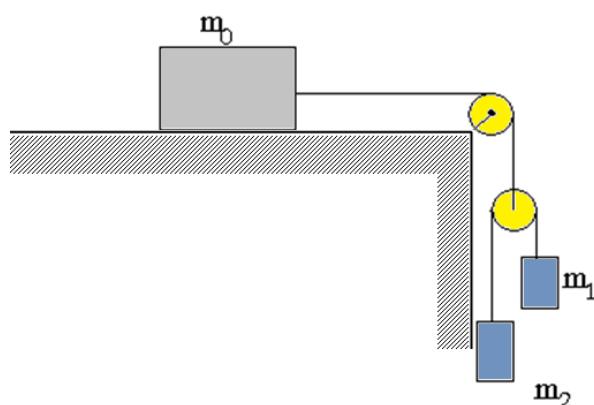
và ròng rọc.



$$\frac{mg(M+m)\sin\alpha}{M+m(1-\cos\alpha)} < F < \frac{Mg\cos\alpha}{(1-\cos\alpha)\sin\alpha}; \quad a = \frac{F(1-\cos\alpha) + mg\sin\alpha\cos\alpha}{M+m\sin^2\alpha}$$

ĐS:

**Bài 6.** Cho hệ vật như hình vẽ các vật có khối lượng  $m_0$ ;  $m_1$ ;  $m_2$ . Vật m có thể chuyển động trên một mặt phẳng ngang. Dây không dãn, bỏ qua khối lượng của ròng rọc, của dây ma sát ở ròng rọc, ma sát giữa vật m với mặt phẳng ngang và sức cản của không khí, gia tốc trọng trường là g. Hãy tính gia tốc của vật  $m_1$ ?



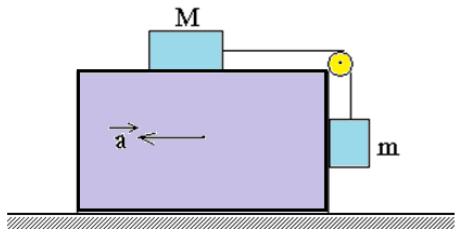
-KHO VẬT LÝ SƠ CẤP-

$$\text{ĐS: } a_1 = \frac{4m_1m_2 + m_0(m_1 - m_2)}{4m_1m_2 + m_0(m_1 + m_2)} g$$

\* Biện luận:

- Nếu  $m_0 = 0$  thì  $a_1 = g, a_2 = g$ :  $m_1$  và  $m_2$  đều rơi tự do.
- Nếu  $m_1 = 0$  thì  $a_1 = -g$ , vật  $m_2$  rơi tự do,  $m_1$  đi lên  $|a_1| = g$ .
- Nếu  $m_2 = 0$  thì  $a_1 = g$ , vật  $m_1$  rơi tự do.

**Bài 7.** Cho cơ hệ như hình vẽ. Lúc đầu hệ cân bằng, bàn nhận được gia tốc  $\vec{a}$  theo phương ngang như hình vẽ. Tính gia tốc



của  $M$  đối với mặt đất, biết hệ số ma sát trượt giữa  $M$  và sàn là  $\mu$ .

$$\text{ĐS: } a_M = \frac{m\sqrt{a^2 + g^2} - \mu Mg - mg}{m + M}$$

**Bài 8.** Cho hệ vật được bố trí như hình vẽ :

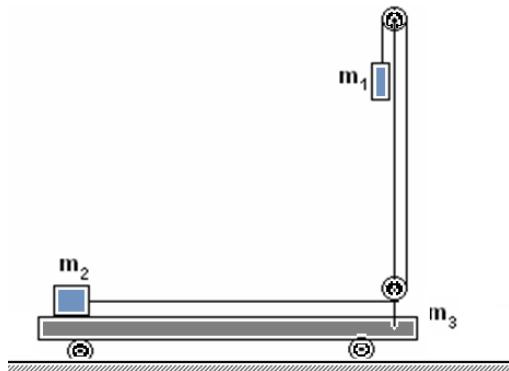
Các vật có khối lượng :

$$m^1 = 0,4 \text{ (kg)}; m^2 = 1 \text{ (kg)}; m^3 = 1 \text{ (kg)}$$

Hệ số ma sát giữa  $m^2$  và  $m^3$  là  $\mu = 0,3$ . Ma sát giữa  $m^3$  và sàn, ma sát ở các ròng rọc được bỏ qua. Dây nối không giãn. Thả tay khỏi  $m^1$  cho hệ chuyển động. Tìm gia tốc của mỗi vật. Lấy  $g = 10 \text{ (m/s}^2)$ .

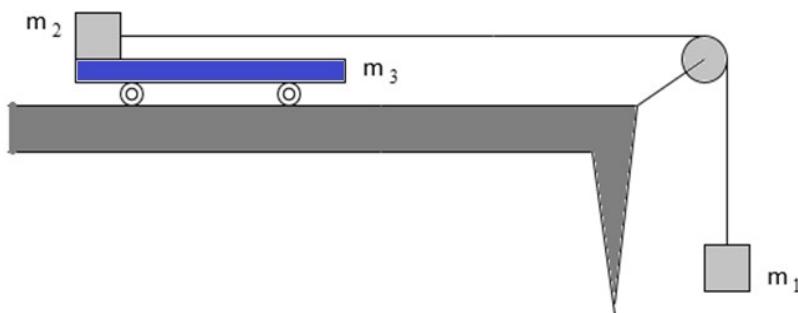
$$\text{ĐS: } a^1 = 2,87 \text{ (m/s}^2); a^2 = 0,84 \text{ (m/s}^2); a^3 = 3 \text{ m/s}^2$$

**Bài 9.** Hệ vật được bố trí như hình vẽ :



-KHO VẬT LÝ SƠ CẤP-

Cho biết  $m_1 = 0,25 \text{ kg}$ ,  $m_2 = 0,5 \text{ kg}$  và khối lượng của xe  $m_3 = 0,5 \text{ kg}$ . Hệ số ma sát giữa



$m_2$  và sàn xe là  $\mu_1 = 0,2$ . Hệ số ma sát giữa bánh xe và mặt sàn bàn là  $\mu_2 = 0,02$ . Bỏ qua ma sát ở ròng rọc. Thả tay khỏi

$m_1$  cho hệ vật chuyển động. Tìm :

a). Gia tốc của mỗi vật ( coi dây nối  $m_1$  và  $m_2$  không giãn ).

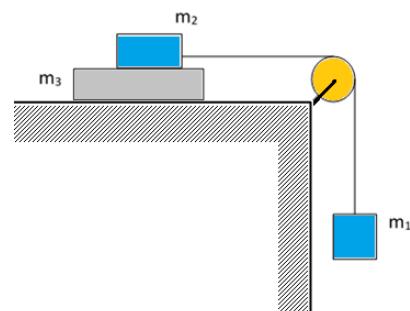
b). tìm vận tốc của  $m_2$  so với xe ở thời điểm  $0,1\text{s}$  sau khi thả tay.

ĐS: a.  $a_1 = a_2 = 2\text{m/s}^2$ ;  $a_3 = 1,6\text{m/s}^2$ ; b.  $v_{23} = 0,04\text{m/s}$

**Bài 10.** Cho cơ hệ như hình vẽ. Ròng rọc có khối lượng không đáng kể, dây nối nhẹ và không giãn,  $m_1=2\text{kg}$ ;  $m_3=1\text{kg}$ ; hệ số ma sát trượt giữa  $m_3$  và mặt bàn cố định là  $k=0,2$ ; hệ số ma sát trượt giữa  $m_2$  với  $m_3$  là  $k_o=0,4$ ; lấy  $g=10\text{m/s}^2$ . Hệ được thả cho chuyển động từ trạng thái nghỉ.

1. Hỏi  $m_2$  bằng bao nhiêu để nó không trượt trên  $m_3$  khi hệ chuyển động?

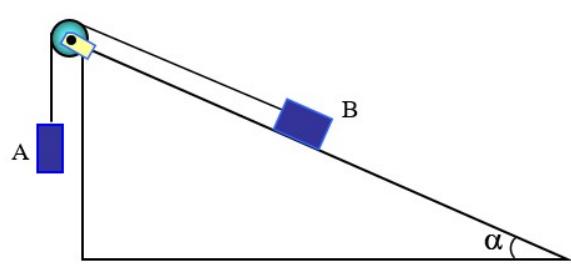
2. Tính  $m_2$  để gia tốc của  $m_3$  bằng một nửa gia tốc của  $m_2$ . Khi đó gia tốc của  $m_2$  bằng bao nhiêu?



ĐS: 2.  $m_2 \approx 1,83 \text{ kg}$ ;  $a_2 \approx 3,31 (\text{m/s}^2)$

**Bài 11.** Cho hệ cơ học như hình 1 gồm: hai vật A; B có khối lượng  $m_A = 2 \text{ kg}$ ,  $m_B = 3 \text{ kg}$  được nối với nhau bằng một sợi dây nhẹ không giãn. Sợi dây được vắt qua một ròng rọc đặt trên đỉnh một mặt phẳng nghiêng góc  $\alpha = 30^\circ$  so với phương nằm ngang. Ròng rọc có bán kính

GV. PHẠM VŨ KIM HOÀNG-.



Hình 1

R = 10 cm, momen quán tính I = 0,05 kg.m<sup>2</sup>. Thả cho hai vật chuyển động với vận tốc ban đầu bằng 0. Bỏ qua mọi ma sát, coi rằng sợi dây không trượt trên ròng rọc. Lấy g = 10 m/s<sup>2</sup>.

- a. Tính gia tốc của vật A và lực căng dây.
- b. Tính áp lực của dây nối hai vật lên ròng rọc.

ĐS: a. a=0,5 m/s<sup>2</sup>; T<sub>A</sub> = 19N; T<sub>B</sub> = 16,5N; b. Q ≈ 30,769 (N)

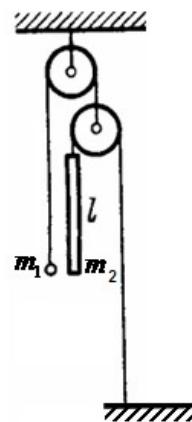
**Bài 12.** Cho cơ hệ như hình vẽ.

Viên bi 1 có khối lượng m<sub>1</sub>, thanh 2 có chiều dài l = 1,25m và khối lượng m<sub>2</sub> = 2m<sub>1</sub>.

BỎ qua mọi ma sát, dây không giãn, khối lượng dây và ròng rọc không đáng kể.

Cho gia tốc trọng trường g = 10m/s<sup>2</sup>.

Người ta đặt viên bi ở vị trí ngang với đầu dưới của thanh rồi thả nhẹ cho hệ chuyển động.



a. Tìm gia tốc của viên bi và của thanh.

b. Sau thời gian bao lâu thì viên bi sẽ ở vị trí ngang với đầu trên của thanh?

ĐS: a. Gia tốc bi:  $a_1 = \frac{1}{3}g = \frac{10}{3} m/s^2$  và thanh:  $a_2 = -\frac{20}{3} m/s^2$ ; b. t=0,5s.

## II.4. ĐỘNG LỰC HỌC TOÁN LÝ

**Bài 1.** Một dây xích AB, dài l có một phần nằm trong một ống nằm ngang, nhẵn và một phần dài h nằm lơ lửng ở ngoài. Đầu B của dây xích nằm ngoài ống, chạm nhẹ vào mặt bàn. Đầu A của dây xích nằm trong ống. Người ta thả đầu A của xích. Tìm tốc độ của đầu A khi nó vừa rời khỏi ống.

ĐS:  $v = \sqrt{2gh \ln \frac{l}{h}}$

**Bài 2.** Một viên đạn xuyên qua một tấm ván bằng gỗ chiều dày  $h$  có vận tốc giảm từ  $v_0$  đến  $v$ . Biết rằng lực cản của tấm ván tỷ lệ với bình phương vận tốc của viên đạn  $F = kv^2$ , trong đó  $v$  là tốc độ của đạn trong gỗ.

- Viết biểu thức vận tốc đạn theo thời gian khi đạn có trong ván.
- Tìm thời gian chuyển động của viên đạn trong tấm ván?

$$v = \frac{mv_0}{kv_0 t + m} ; b. t = \frac{h(v_0 - v)}{v_0 v \ln\left(\frac{v_0}{v}\right)}$$

**Bài 3.** Một vật nhỏ đang nằm yên trên mặt phẳng nằm ngang nhẵn, lúc  $t=0$  vật đó chịu tác dụng của một lực phụ thuộc thời gian  $F = \beta t$  ( $\beta$  là hằng số). Lực hợp với mặt ngang góc không đổi  $\alpha$ .

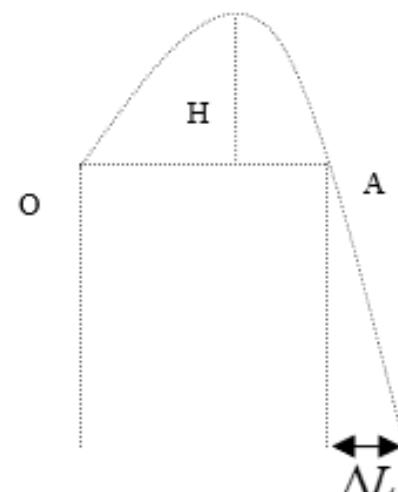
- Tính vận tốc của vật lúc rời mặt phẳng ngang.
- Quảng đường vật đi được trong khoảng thời gian đó.

$$v = \frac{1}{2} \cdot \frac{mg^2 \cdot \cos \alpha}{\beta \cdot \sin^2 \alpha} ; b. S = \frac{1}{6} \cdot \frac{m^2 g^3}{\beta^2 \cdot \sin^3 \alpha} \cos \beta$$

**Bài 4.** Một vật được ném đi với một góc nghiêng với mặt phẳng ngang từ một dốc đứng cao ( $h$ ). Do sức cản của không khí nên thời gian vật đi từ O đến độ cao cực đại và thời gian vật rời từ độ cao cực đại xuống điểm A nằm trên đường ngang đi qua điểm O chênh nhau khoảng  $\tau$ . Tại điểm A, thành phần vận tốc vật theo phương ngang là

$v_{tan}$ , còn thành phần vận tốc thẳng đứng nhỏ hơn thành phần vận tốc thẳng đứng tại O là  $\Delta v$ . Hỏi độ cao lớn nhất  $H$  mà vật đạt được là bao nhiêu, nếu khoảng cách lớn nhất mà vật đạt được theo phương ngang so với điểm A là  $\Delta L$ . Lực cản không khí lên vật tỉ lệ với vận tốc vật.

$$DS: H = \frac{\Delta L(g\tau + \Delta v)}{2v_{tan}}$$



**Bài 5.** Một dây AB có chiều dài  $\ell$ , được treo thẳng đứng vào một điểm cố định A như hình 3. Khối lượng m của dây phân bố đều trên chiều dài và tạo ra lực căng.

a) Tính tốc độ truyền sóng ngang trên dây ở điểm M cách đầu dưới B của dây một khoảng là x.

b) Tính thời gian để chấn động từ đầu trên A của dây đi hết chiều dài dây.

$$\text{ĐS: a. } v = \sqrt{gx}; \text{ b. } t = 2\sqrt{\frac{\ell}{g}}$$



**Bài 6.** Một vật có khối lượng  $m = 1 \text{ kg}$  có vận tốc đầu  $v_0 = 10 \frac{m}{s}$  và chịu lực cản  $F = -kv$  (với  $k = 1 \text{ kg/s}$ ).

- a. Chứng minh rằng vận tốc của vật giảm dần theo hàm số bậc nhất của đường đi.
- b. Tính quãng đường mà vật đi được cho tới lúc dừng.

$$\text{ĐS: a. } v = v_0 \cdot \frac{k}{m} \cdot S; \text{ b. } s = \frac{mv_0}{k}$$

**Bài 7.** Một ca nô chuyển động trên mặt hồ với vận tốc  $\vec{v}_0$  lúc  $t = 0$  thì tắt máy. Lực cản của nước tỷ lệ với vận tốc  $F = -kv$ ,  $k$  là hằng số. Xác định:

- a. Thời gian chuyển động của ca nô kể từ lúc tắt máy.
- b. Vận tốc theo quãng đường đi được của canô kể từ lúc tắt máy và quãng đường tổng cộng cho đến lúc dừng lại.
- c. Tính vận tốc trung bình của canô trong khoảng thời gian mà vận tốc ban đầu giảm đi  $n$  lần.

$$\text{ĐS: a. } v = v_0 \cdot e^{-\frac{kt}{m}}, \text{ để vận tốc thuỷ bằng 0 thì: } t \rightarrow \infty.$$

$$\text{b. } S = \frac{mv_0}{k}; \text{ c. } \bar{v} = \frac{v_0(n-1)}{n \ln n}$$

**Bài 8.** Một vật có khối lượng  $3\text{kg}$  chuyển động trong trường lực  $\vec{F}$  phụ thuộc thời gian trong hệ trục tọa độ oxyz:

$$\vec{F} = [15t\vec{i} + (3t - 12)\vec{j} + 6t^2\vec{k}] \quad \text{với } \vec{i}, \vec{j}, \vec{k} \text{ là các véc tơ đơn vị trên trục ox, oy, oz.}$$

Giả sử điều kiện ban đầu:  $\vec{r}_0 = 5\vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k}$ , (m) và  $\vec{v}_0 = 2\vec{i} + \vec{k}$  (m/s)

Tìm sự phụ thuộc của vị trí và vận tốc của vật theo thời gian ?

$$\vec{v} = \left( 2 + \frac{5}{2}t^2 \right) \vec{i} + \left( \frac{t^2}{2} - 4t \right) \vec{j} + \left( \frac{2}{3}t^3 + 1 \right) \vec{k}$$

$$\vec{r} = \left( 5 + 2t + \frac{5}{6}t^3 \right) \vec{i} + \left( 2 + \frac{t^3}{6} - 2t^2 \right) \vec{j} + \left( -3 + t + \frac{t^4}{6} \right) \vec{k}$$

**Bài 9.** Một sợi dây nhẹ 2 đầu buộc vào 1 vật nặng và 1 thùng cát rồi vắt qua 1 ròng rọc cố định. Khối lượng của cát bằng khối lượng của thùng và bằng 1 nửa khối lượng của vật nặng. Ban đầu các vật đều ở trạng thái đứng yên. Tại thời điểm  $t = 0$ , qua 1 lỗ nhỏ ở đáy thùng, cát bắt đầu chảy đều ra ngoài. Biết rằng toàn bộ cát chảy hết ra khỏi thùng sau thời gian  $t_0$ . Xác định vận tốc của vật nặng ở thời điểm  $2t_0$ .

$$v = gt_0 \left( 4 \ln \frac{4}{3} - \frac{2}{3} \right)$$

**Bài 10.** Một hạt chuyển động chậm dần trên một đường thẳng. Độ lớn gia tốc của hạt liên hệ với vận tốc của vật theo phương trình  $v = ka^2$  với  $k$  là một hằng số dương. Tại thời điểm ban đầu ( $t=0$ ) hạt có vận tốc  $v_0$ . Tìm quãng đường hạt đi được cho đến khi dừng lại và thời gian đi quãng đường đó.

$$t_1 = 2\sqrt{\frac{kv_0}{3}}; S = \frac{2v_0^{3/2} \sqrt{k}}{3}$$

**Bài 11. (Trích Đề thi HSGQG 2016)** Một hạt được xâu vào một vòng cứng hình tròn, bán kính  $R$ . Mặt phẳng của vòng nằm ngang. Tại thời điểm nào đó người ta truyền cho hạt vận tốc  $v_0$  theo phương tiếp tuyến. Cho hệ số ma sát giữa hạt và vòng là  $\mu$ . Tính quãng đường hạt đi được cho đến khi dừng lại.

-KHO VẬT LÝ SƠ CẤP-

$$s = \frac{R}{2\mu} \ln \frac{v_o^2 + \sqrt{g^2 R^2 + v_o^4}}{gR}$$

ĐS:

**Bài 12.** Giả sử xuồng máy chuyển động dưới tác dụng của lực kéo  $F$  không đổi và lực ma sát trượt trên nước với hệ số ma sát trượt  $f = a - bv$  với  $b$  là vận tốc của xuồng;  $a, b$  là các hằng số. Xác định khoảng thời gian cần thiết để xuồng máy tăng được tốc độ từ 0 đến giá trị  $v_1$  và quãng đường xuồng đi được trong khoảng thời gian đó.

$$\text{ĐS: } T = \frac{1}{bg} \ln \left( 1 + \frac{mbgv_1}{F - mga} \right); \quad s = \frac{v_1}{bg} - \frac{F - mga}{mb^2 g^2} \ln \left( 1 + \frac{mbgv_1}{F - mga} \right)$$

**Bài 13.** Một vật khối lượng  $m$  rơi trong chất lỏng với vận tốc ban đầu bằng 0. Biết lực cản tỉ lệ với bình phương vận tốc rơi của vật với hệ số tỉ lệ là  $k$ . Xác định vận tốc và quãng đường vật rơi được sau khoảng thời gian  $t$ .

$$\text{ĐS: } v = \sqrt{\frac{mg}{k}} \cdot \frac{e^{2at} - 1}{e^{2at} + 1} \quad \alpha = \sqrt{\frac{gk}{m}}; \quad s = \sqrt{\frac{mg}{k}} \left( t - \frac{1}{\alpha} \ln \frac{2e^{2at}}{e^{2at} + 1} \right)$$

**Bài 14.** Một cầu thủ đá vào quả bóng có khối lượng  $m$ , truyền cho nó một vận tốc đầu  $v_1$  và có hướng hợp với mặt phẳng ngang một góc  $\alpha$  ngược chiều gió thổi dọc theo mặt sàn. Sau khi vẽ lên không trung một quỹ đạo nào đó quả bóng lại quay trở về vị trí xuất phát với vận tốc  $v_2$ . Xem lực cản của không khí tỉ lệ thuận với vận tốc của bóng đối với không khí  $\vec{F}_c = -k\vec{v}_{td}$ ,  $k$  là hệ số tỉ lệ. Hãy xác định:

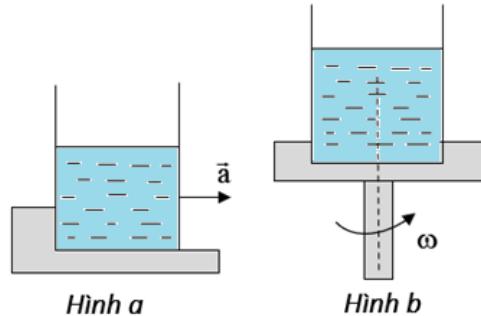
- a. Vận tốc  $u$  của gió
- b. Góc  $\beta$  mà vectơ vận tốc  $\vec{v}_2$  hợp với mặt phẳng ngang.

$$u = \frac{mg}{k \tan \alpha}; b. \alpha = \beta$$

**Bài 15.** Một bình hình trụ chứa chất lỏng. Hãy

xác định phương trình của mặt thoảng của chất

lỏng khi:



- a. Bình chuyển động với tốc độ không đổi (hình a)
- b. Bình quay quanh trục của nó với tốc độ góc không đổi (hình b)

**Bài 16. (Trích đề thi HSG QG 2013)** Một thanh kim loại AB cứng, mảnh được uốn sao

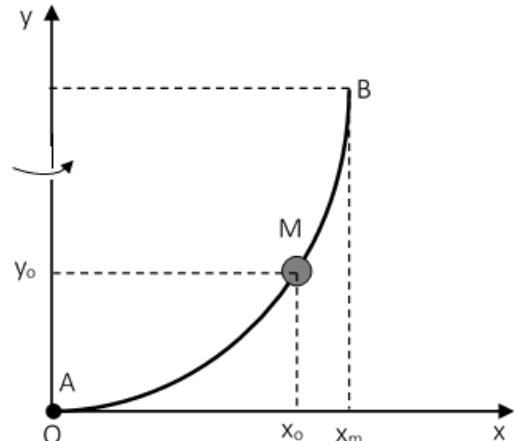
cho trùng với đồ thị hàm số  $y = ax^n$  với  $n$  nguyên

dương;  $a$  là hằng số dương,  $0 \leq x \leq x_m$  với  $x_m$  là hoành độ của đầu B của thanh. Một hạt nhỏ khối lượng M được lồng vào thanh, hạt có thể chuyển động tới mọi điểm trên thanh. Đầu A của thanh được chặn để hạt không rời ra khỏi thanh. Thanh được quay đều với tốc độ góc  $\omega$  không đổi quanh trục Oy thẳng đứng. Cho gia tốc trọng trường  $g =$

$10 \text{ m/s}^2$ . Tìm tọa độ  $x_o$  của hạt để hạt cân bằng tại đó trong hai trường hợp:

- a. Bỏ qua ma sát giữa hạt và thanh kim loại.
- Biện luận các kết quả thu được theo n

- b. Xét trường hợp riêng:  $n = 2$ ;  $a = 5 \text{ m}^{-1}$ ,  $x_m = 0,6 \text{ m}$ ;  $\omega = 8 \text{ rad/s}$ ; giữa thanh và hạt có



-KHO VẬT LÝ SƠ CẤP-

ma sát với hệ số ma sát  $\mu = 0,05$ .

$$x_o = \left( \frac{\omega^2}{nag} \right)^{\frac{1}{n-2}}$$

ĐS : a. Với  $n \neq 2$  thì  $x_o = 0$  hoặc

Với  $n = 2$ , thay vào phương trình (3) ta tìm được vị trí cân bằng của hạt :

- Nếu  $\omega^2 \neq 2ag$  có duy nhất một vị trí cân bằng :  $x_o = 0$
- Nếu  $\omega^2 = 2ag$  thì hạt cân bằng ở mọi vị trí  $0 \leq x_o \leq x_m$ .

b. Thay số:  $0 \leq x_o \leq 0,014m$ .

**Bài 17.** Một chất điểm khối lượng 100 (g) chuyển động trong mặt phẳng xOy với các tọa

độ phụ thuộc vào thời gian theo công thức  $x = 5\sin(10t - \frac{\pi}{3})$ ;  $y = 5\cos(\frac{\pi}{3} - 10t)$  ( $x, y$  tính theo cm;  $t$  tính theo s)

a, Xác định độ lớn vận tốc vật tại thời điểm  $t$  bất kỳ?

b, Xác định độ lớn hợp lực tác dụng lên vật?

ĐS: a.  $v = 50 \text{ (cm/s)}$ ;  $F = 0,5 \text{ (N)}$ .

**Bài 18.** Một quả bóng khối lượng  $m$  bắt đầu thả rơi từ độ cao  $h$ . Trong quá trình chuyển động quả bóng luôn chịu tác dụng của lực cản tỉ lệ với vận tốc  $\vec{F}_c = -\alpha \vec{v}$ , trong đó  $\alpha$  là hệ số tỉ lệ ( $\alpha$  là hằng số dương). Chọn trục Ox thẳng đứng hướng xuống, gốc O tại vị trí thả quả bóng.

1. Chứng minh rằng phương trình động lực học (phương trình định luật II Newton)

trong chuyển động của quả bóng có thể đưa về dạng:  $\frac{dx}{dv} = \frac{v}{g - \beta v}$ . Tìm biểu thức, đơn vị của  $\beta$  và vận tốc lớn nhất mà quả bóng đạt được?

2. Phương trình chuyển động của quả bóng có dạng  $x = \frac{g}{\beta} \left[ t + \frac{1}{\beta} (1 - e^{-\beta t}) \right]$  Hãy xác định:

a. Vận tốc quả bóng theo thời gian.

b. Trong trường hợp lực cản là nhỏ và thời gian chuyển động không quá lớn

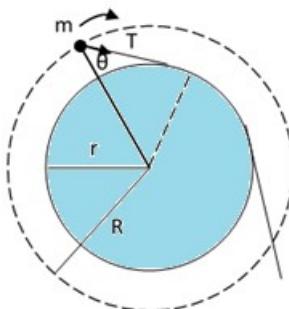
( $at \ll 1$ ). Chứng minh rằng vận tốc và phương trình chuyển động quả bóng có

thể đưa về các phương trình của vật rơi tự do:  $v = gt$ ;  $x = \frac{1}{2}gt^2$ .

Cho  $e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \dots$

$$\text{ĐS: 1. } \beta = \frac{\alpha}{m}; v_{\max} = \beta; 2a. \quad v = \frac{g}{\beta} (1 - e^{-\beta t}); b. \quad e^{-\beta t} = 1 - \beta t + \frac{\beta^2 t^2}{2} + \dots$$

**Bài 18 bis.** Vật có khối lượng m có thể chuyển động không ma sát trên mặt bàn nằm ngang. Trên bàn có một đĩa cố định bán kính r, vật m nối với sợi dây và dây được quấn qua đĩa. Ban đầu truyền cho vật m vận tốc  $v_0$  tiếp tuyến với sợi dây điều chỉnh sao cho m di chuyển trên vòng tròn bán kính  $R > r$ . Tính vận tốc của m theo thời gian t.



$$\text{ĐS: } v = \frac{v_0 R}{(R - v_0 \tan \theta) t}$$

**Bài 19.** Một vật nhỏ m đang nằm yên trên mặt phẳng ngang nhẵn. Khi  $t=0$ , vật chịu tác dụng của một lực phụ thuộc thời gian  $F=at$ , a là hằng số. Lực hợp với mặt phẳng ngang

một góc  $\alpha$  không đổi. Xác định vận tốc của vật lúc rời mặt phẳng, quãng đường vật đi được trong khoảng thời gian đó.

$$v = \frac{mg^2 \cos \alpha}{2a \sin^2 \alpha} ; \quad S = \frac{1}{6} \cdot \frac{m^2 \cdot g^3 \cdot \cos \alpha}{a^2 \cdot \sin^3 \alpha}$$

**Bài 20.** Một tàu hoả khối lượng  $m$  chuyển động với công suất không đổi  $P$ . Tại một thời điểm  $t_0$  nào đó vận tốc của tàu là  $v_0$ . Đến thời điểm  $t_1$  vận tốc của tàu là  $2v_0$ . Tính  $\Delta t = t_1 - t_0$  và quãng đường mà tàu đi được trong thời gian đó. Cho lực cản của không khí  $F_c = K.v$ , bỏ qua mọi ma sát khác.

$$\Delta t = -\frac{m}{2k} \ln \frac{4v_0^2 - \frac{P}{K}}{v_0^2 - \frac{P}{K}} ; \quad \Delta S = \frac{m}{k} \left[ v_0 + \frac{1}{2} \sqrt{\frac{P}{K}} \right] \ln \left( \frac{\left( v_0 - \sqrt{\frac{P}{K}} \right) \left( 2v_0 + \sqrt{\frac{P}{K}} \right)}{\left( v_0 + \sqrt{\frac{P}{K}} \right) \left( 2v_0 - \sqrt{\frac{P}{K}} \right)} \right)$$

ĐS:

**Bài 21.** Xét chuyển động của một hạt khối lượng  $m$  dưới ảnh hưởng của lực  $F = -K\vec{r}$ , trong đó  $K$  là hằng số dương và  $\vec{r}$  là vec tơ vị trí của hạt.

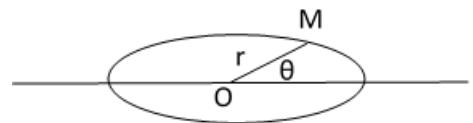
- a. Chứng minh chuyển động của hạt nằm trên một mặt phẳng.
- b. Chứng minh rằng quỹ đạo là elip và tính chu kỳ chuyển động của hạt. Biết tại thời điểm ban đầu  $t=0$  thì  $x=a; y=0; v_x=0; v_y=v$ .
- c. Chuyển động của hạt có tuân theo định luật Kepler về chuyển động của hành tinh?

**Bài 22.** Chất điểm khối lượng  $m$  chuyển động theo mặt trong của trụ tròn bán kính  $r$ . Giả thiết trụ nhẵn tuyệt đối, trục của trụ thẳng đứng và chú ý đến tác dụng của trọng lực, hãy xác định áp lực của chất điểm lên trụ và viết phương trình chuyển động của chất điểm. Biết rằng vận tốc ban đầu của chất điểm bằng  $v_0$  và hợp với phương nằm ngang một góc  $\alpha$ ; tại thời điểm ban đầu chất điểm nằm trên trục Ox.

$$N = \frac{mv_0^2 \cos^2 \alpha}{r}$$

ĐS:

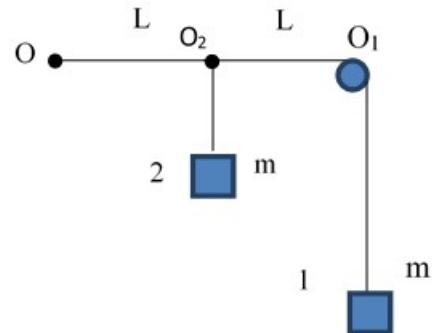
**Bài 23.** Một hạt khối lượng  $m$  chịu tác dụng của hai lực là lực hướng tâm  $\vec{F}_1 = f(r) \frac{\vec{r}}{r}$  và lực cản  $\vec{F}_2 = -\vec{v}$  (với  $\dot{v} > 0$ ,  $\vec{v}$  là vecto vận tốc của hạt). Ban đầu hạt có mô men động lượng  $L_0$ . Hãy tìm mô men động lượng  $L$  của hệ theo thời gian.



ĐS:  $L = L_0 e^{-t/m}$

**Bài 24.** Cho một cơ hệ như hình vẽ. Một sợi dây dài, một đầu được giữ cố định ở điểm  $O$ , đầu kia vắt qua một ròng rọc nhỏ ở điểm  $O_1$  và treo vật khối lượng  $m$ . Hai điểm  $O, O_1$  ở cùng một độ cao. Một vòng nhỏ được luồn vào dây ở giữa đoạn  $OO_1$ . Một vật khác có khối lượng cũng là  $m$  được treo vào vòng bằng một đoạn dây ngắn. Các dây không có khối lượng, không dẫn. Bỏ qua ma sát. Ban đầu hệ được giữ như hình vẽ, rồi thả không vận tốc đầu. Tìm gia tốc của hai vật khi đi qua vị trí cân bằng tĩnh.

ĐS:  $a_1 = a_2 = -\ddot{v}$ , hướng lên)



**Bài 25.** Giả sử rằng một giọt mưa rơi qua một đám mây và tích lũy khối lượng với tốc độ  $kmv$  trong đó  $k > 0$  là hằng số,  $m$  là khối lượng của hạt mưa, và  $v$  vận tốc của nó. Viết biểu thức tốc độ của hạt mưa (phần còn lại) theo thời gian? Xác định khối lượng của nó theo thời gian?

ĐS:  $v = \sqrt{\frac{g}{k}} \tanh(\sqrt{kg}t)$ ;  $m = m_0 \cosh \sqrt{kg}t$

**Bài 26.** Giọt mưa rơi qua một đám mây tích lũy khối lượng một tỷ lệ nhất định

Một giọt mưa rơi qua một đám mây trong khi tích lũy khối lượng với tốc độ  $\lambda r^2$  trong đó  $r$  là bán kính của nó (giả sử rằng hạt mưa vẫn là hình cầu) và  $\lambda > 0$ . Tìm vận tốc của nó tại thời điểm  $t$  nếu nó bắt đầu rơi với bán kính  $a$ .

$$\text{ĐS: } v(t) = \frac{g}{4\mu} [(a + \mu t) - a^4 (a + \mu t)^{-3}]$$

**Bài 27.** Giả sử một quả bóng có khối lượng không đổi  $M$  chứa một khối lượng cát  $m_0$  chịu tác dụng một lực đẩy lên trên không đổi của  $C$ . Ban đầu nó ở trạng thái cân bằng, và sau đó cát được giải phóng với tốc độ không đổi sao cho nó được giải phóng trong thời gian  $t_0$ . Tìm chiều cao của quả bóng và vận tốc của nó khi tất cả cát đã được giải phóng.

$$\text{ĐS: } v(t) = -\frac{(M+m_0)gt_0}{m_0} \ln \left( 1 - \frac{m_0 t}{(M+m_0)t_0} \right)$$

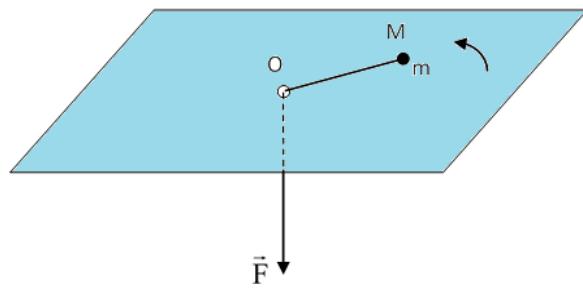
$$\text{Với } \alpha = \frac{m_0 t}{(M+m_0)t_0}; \quad x(t) = x(0) - \frac{1}{2} g t^2 + \frac{g}{\alpha^2} (1 - \alpha t) [\ln(1 - \alpha t) - 1]$$

**Bài 28.** Trên một mặt phẳng ngang nhẵn có một vật nhỏ khối lượng  $m$  được buộc vào đầu một sợi dây nhẹ, không dãn. Đầu kia của dây được kéo qua lỗ  $O$  với vận tốc kéo không đổi. Biết tại thời điểm  $t = 0$  vật có vận tốc góc

(\*) và cách lỗ  $O$  một đoạn  $r_0$ . Hãy xác định lực

căng của sợi dây theo khoảng cách  $r = OM$ .

$$\text{ĐS: } F = \frac{m\omega_0^2 r_0^4}{r^3}$$



**Bài 29.** Chất điểm khối lượng  $m$ , chuyển động dọc theo trục  $Ox$  nằm ngang và chịu tác dụng của lực  $\vec{F}_x$ , biểu thức lực  $\vec{F}_x = -\alpha v - \beta v^2$ , trong đó  $\alpha, \beta = \text{const}$  và  $v$  là vận tốc vật tại thời điểm bất kì. Biết rằng ban đầu vật có vận tốc  $\vec{v}_0$  và  $\vec{F}_x$  song song với trục  $Ox$ .

Sau khoảng thời gian T bằng bao nhiêu vận tốc của chất điểm giảm còn  $\frac{v_0}{n}$ . Tìm quãng đường trong khoảng thời gian đó.

### Bài 30. (Chọn đội dự tuyển APHO năm 2011 ngày 2)

#### Xác định hệ số ma sát trượt và hệ số cản.

Xét chuyển động của tấm nhựa trên một mặt bàn nằm nhang, người ta thấy trong quá trình chuyển động tấm nhựa chịu tác dụng của lực ma sát trượt(hệ số ma sát trượt  $\alpha$ ) và chịu lực cản của môi trường tỷ lệ thuận với vận tốc( $\vec{f}_c = -\beta \vec{v}, \beta$  là hệ số cản). Coi va chạm trong quá trình làm thí nghiệm (nếu có) là va chạm hoàn toàn đàn hồi.

Cho các dụng cụ sau:

- Vật nhỏ có khối lượng m đã biết.
- Thước đo có vạch chia đến milimét.
- Các sợi dây mềm, mảnh, nhẹ.
- Tấm nhựa phẳng hình chữ nhật.
- Bàn thí nghiệm, giá đỡ, giá treo cần thiết.

Yêu cầu:

Trình bày cơ sở lý thuyết và xây dựng các công thức cần thiết để xác định hệ số ma sát trượt  $\alpha$  giữa tấm nhựa với mặt bàn và hệ số cản  $\beta$  của môi trường khi tấm nhựa chuyển động.

## CHƯƠNG III. CÔNG VÀ NĂNG LƯỢNG. CÁC ĐỊNH LUẬT BẢO TOÀN. III.1 CÔNG VÀ CÔNG SUẤT.

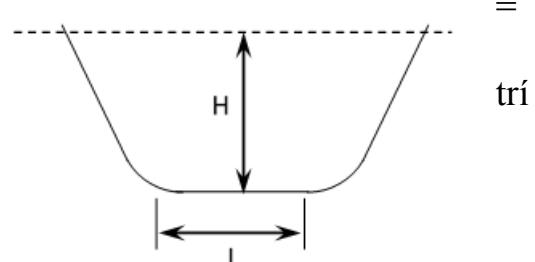
**Bài 1.** Nghiên cứu một tai nạn trên đường, cảnh sát giao thông đo được chiều dài vệt bánh xe trên mặt đường do phanh gấp xe có chiều dài  $L = 60\text{m}$ . Tìm vận tốc ban đầu của xe, nếu hệ số ma sát giữa bánh xe và mặt đường là  $k = 0,5$ ?

ĐS:  $24,5 \text{ m/s}$ .

**Bài 2.** Vật chuyển động không vận tốc đầu xuống hố, thành hố nhẵn và thoái dần sang đáy hố nằm ngang (Hình vẽ). Chiều dài phần đáy 1 = 2m. Hệ số ma sát giữa vật và đáy hố là  $k = 0,3$ . Chiều sâu của hố là  $H = 5\text{m}$ . Tìm khoảng cách từ vị trí dừng lại tới điểm giữa của hố?

ĐS: 33cm

**Bài 3.** Tìm công cần thực hiện để đưa một chiếc xe trượt mang theo vật lên dốc có độ cao  $H = 10\text{m}$ ? Khối lượng tổng cộng của xe và vật là  $m$



= 30kg. Góc nghiêng của dốc  $\alpha = 30^\circ$ . Hệ số ma sát giữa xe trượt và mặt dốc giảm đều từ  $k_1 = 0,5$  tại chân dốc đến  $k_2 = 0,1$  tại đỉnh dốc.

$$A = mgH \left(1 + \frac{k_1 + k_2}{2} \cot \alpha\right) = 4500J$$

ĐS:

**Bài 4.** Làm việc với công suất không đổi, đầu máy xe lửa có thể kéo đoàn tàu lên dốc có góc nghiêng  $\alpha_1 = 5 \cdot 10^{-3}$  rad với vận tốc  $v_1 = 50$  km/h. Với góc nghiêng  $\alpha_2 = 2,5 \cdot 10^{-3}$  rad thì cũng trong điều kiện đó đoàn tàu chuyển động với vận tốc  $v_2 = 60$  km/h. Xác định hệ số ma sát, coi nó là như nhau trong cả hai trường hợp.

$$k \approx \frac{\alpha_1 v_1 - \alpha_2 v_2}{v_2 - v_1} = 0,01$$

**Bài 5.** Một ô tô có khối lượng  $m = 1000$  kg tắt động cơ khi xuống dốc có góc nghiêng với phương ngang  $\alpha = 6^\circ$  thì tăng tốc đến vận tốc cực đại  $v = 72$  km/h rồi sau đó thì chuyển động đều. Tìm công suất của ôtô để nó đi lên dốc này với vận tốc đó?

ĐS:  $P = F \cdot v = 2mgv \sin \alpha = 40 \cdot 10^3 (W)$

**Bài 6.** Một chiếc xe con khối lượng  $M = 1000$  kg chuyển động đều trên một quãng đường nghiêng, cứ mỗi kilômét thì lên cao thêm  $h = 10$  m. Tìm lượng xăng cần tồn nhiều hơn so với khi chuyển động với cùng vận tốc trên đường nằm ngang? Lượng xăng được tính đổi với quãng đường dài  $L = 100$  km. Cho năng suất tỏa nhiệt của xăng là  $q = 4,6 \cdot 10^7$  J/kg. Hiệu suất động cơ  $\eta = 10\%$ .

$$\Delta m = \frac{mgH}{\eta q} \approx 2,2 \text{ kg}$$

ĐS:

**Bài 7.** Tính lực cản của nước lén tàu đang chuyển động, biết rằng khi nó chạy với vận tốc  $v = 10$  km/h trong 3 ngày thì cần dùng hết  $M = 6,5$  tấn than? Hiệu suất động cơ  $\eta = 0,1$ . Cho năng suất tỏa nhiệt của than là  $q = 33,5 \cdot 10^6$  J/kg.

$$F_c = \frac{\eta M q}{S} \approx 3 \cdot 10^4 (N)$$

ĐS:

**Bài 8.** Khi đi trong các thành phố lớn, xe ô tô thường phải dừng lại tại các nơi có hệ thống đèn hiệu. Ví dụ, một chiếc taxi tại Matxcova trung bình cứ chạy 100 km phải dừng lại 100 lần. Giả sử, sau mỗi lần dừng xe lại tăng tốc tới vận tốc  $v = 60$  km/h. Lực cản lái chuyển động của ôtô  $F = 300$  N và ít phụ thuộc vào vận tốc. Lượng xăng mà xe đó dùng khi chạy trong thành phố tồn hơn khi chạy ở đường ngoại ô (nơi hầu như không phải

dừng lại) là bao nhiêu lần? Khối lượng của taxi  $M = 1,5$  tấn. Hiệu suất động cơ không phụ thuộc vào vận tốc.

ĐS: Gấp gần 1,7 lần.

**Bài 9.** Đoàn tàu đi với vận tốc  $v = 72$  km/h trên đường sắt nằm ngang. Đầu tàu cần tăng công suất thêm bao nhiêu để tàu giữ nguyên vận tốc đó khi có mưa lớn? Coi rằng, trong một đơn vị thời gian có một lượng nước mưa là  $m_t = 100$  kg/s rơi xuống tàu rồi chảy từ thành toa tàu xuống đất. Bỏ qua sự thay đổi lực ma sát khi trời mưa.

ĐS:  $\Delta N = m_t v^2 = 40\text{KW}$

**Bài 10.** Chiếc búa của máy đóng cọc nặng  $m = 500$  kg được thả rơi tự do từ độ cao nào đó đập vào cọc và đóng nó sâu xuống đất  $l = 1$  cm. Xác định lực cản của đất  $F$  (coi là không đổi), nếu ngay trước khi va chạm, búa có vận tốc là  $v = 10$  m/s. Bỏ qua khối lượng của cọc.

$$F = m \left( \frac{v^2}{2l} + g \right) = 2,5 \cdot 10^6 \text{ (N)}$$

ĐS:

**Bài 11.** Chiếc xe trượt đang trượt trên mặt băng với vận tốc  $v = 6\text{m/s}$  thì bắt đầu trượt vào phần đường nhựa. Chiều dài của ván trượt là  $L = 2\text{m}$ , ma sát giữa ván trượt với mặt đường nhựa là  $k = 1$ . Tìm quãng đường xe trượt đi được trên đường nhựa cho đến khi dừng lại hoàn toàn?

ĐS:  $S = 2,84\text{m}$ .

**Bài 12.** Tìm lực cản thiết để nhô một chiếc đinh dài  $L = 80$  mm khỏi tấm băng, nếu nó được đóng bởi sáu nhát búa có khối lượng  $m = 0,5$  kg và vận tốc búa trước khi va chạm  $v = 2\text{m/s}$ ? Bỏ qua khối lượng đinh.

$$\text{ĐS: } F = \frac{6mv^2}{L}$$

**Bài 13.** Tìm công cản thực hiện, để quay một chiếc tấm ván nằm trên mặt đất quanh một đầu của nó đi một góc  $\alpha$ ? Tấm ván có chiều dài  $L$ , khối lượng  $M$ , hệ số ma sát giữa nó và mặt đất là  $k$ .

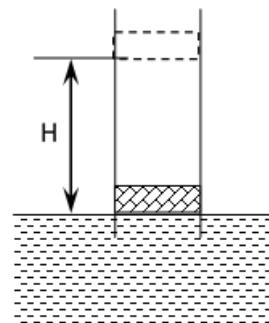
$$\text{ĐS: } A = \frac{kMg \alpha L}{2}$$

**Bài 14.** Thùng nước được kéo từ dưới giếng sâu  $H=20$  m. Ban đầu thùng đầy nước. Do có một lỗ thủng nhỏ ở dưới đáy nên khi kéo lên nước bắt đầu chảy ra khỏi thùng. Coi rằng quá trình kéo thùng lên đều đặn, lưu lượng nước chảy khỏi thùng không đổi. Tìm công kéo thùng nước, nếu khi kéo thùng lên, trong thùng còn lại  $2/3$  lượng nước ban đầu. Thùng rỗng có khối lượng  $m=2\text{kg}$ , thể tích thùng  $V=15\text{l}$ .

$$\text{ĐS: } A = \left( \frac{5\rho V}{3} + 2m \right) \frac{gH}{2} = 2,9\text{kJ}$$

**Bài 15.** Một xylanh đặt thẳng đứng, đầu dưới chìm trong nước. Trong xylanh có một pittông đặt nằm trên mặt nước. Kéo chậm pittông lên độ cao  $H = 15\text{m}$  (Hình vẽ). Tìm công kéo pittông? Diện tích tiết diện của pittông là  $S = 1\text{dm}^2$ , áp suất khí quyển  $P_0 = 10^5 \text{ Pa}$ . Bỏ qua khối lượng pittông.

$$\text{ĐS: } A = \frac{\rho g Sh^2}{2} + P_0 S(H - h) = 10^4 \text{ J}$$



**Bài 16.** Một con lắc toán học khối lượng  $m$ , chiều dài  $l$  được làm dao động bằng cách mỗi lần nó đi qua vị trí cân bằng thì lại tác động một lực  $F$  trong khoảng thời gian ngắn  $t$  theo phương song song với vận tốc. Sau bao nhiêu chu kỳ con lắc đạt tới góc  $90^\circ$ ?

$$\text{ĐS: } N = \frac{n}{2} = \frac{m\sqrt{2gl}}{2Ft}.$$

**Bài 17.** Hai tên lửa giống nhau, một cái đang chuyển động còn cái kia đứng yên, được cho động cơ hoạt động trong một thời gian ngắn. Trong thời gian đó, chúng phun ra khối lượng khí đốt như nhau (nhỏ so với khối lượng tên lửa) với vận tốc tương đối so với tên lửa như nhau. Động năng ban đầu của tên lửa chuyển động là  $K$ , sau khi động cơ hoạt động thì tăng thêm  $4\%$ . Tìm động năng của tên lửa còn lại?

$$\text{ĐS: } K_2 = 4 \cdot 10^{-4} K$$

**Bài 18.** Một vật có khối lượng  $m$  được nâng từ mặt đất bởi một lực  $\vec{F}$  phụ thuộc độ cao  $y$  theo quy luật  $\vec{F} = 2(ay - 1)m\vec{g}$  với  $a$  là hằng số dương. Bỏ qua sức cản không khí. Tính công của lực đó trong nửa đoạn đường đầu tiên của quá trình đi lên.

$$\text{ĐS: } A_1 = \frac{3mg}{4a}.$$

-KHO VẬT LÝ SƠ CẤP-

**Bài 19.** Một vật nhỏ trên đỉnh một măt cầu nhẵn bán kính R. Người ta truyền cho quả cầu một gia tốc ngang không đổi  $a_0$  và lập tức vật nhỏ trượt về phía dưới. Hãy xác định:

a. Vận tốc vật đối với quả cầu lúc nó rời khỏi quả cầu?

b. Góc  $\alpha$  giữa đường thẳng đứng và bán kính vectơ từ tâm quả cầu đến vị trí vật rời măt cầu. Tính  $\alpha$  khi  $a_0 = g$ ?

$$\text{ĐS: b. } \tan \frac{\alpha}{2} = \frac{\sqrt{14} - 3}{5}$$

**Bài 20 .** Tìm quãng đường xe trượt đi được trên mặt phẳng nằm ngang nếu nó trượt xuống theo dốc nghiêng góc  $\alpha = 30^\circ$  so với phương nằm ngang từ độ cao  $H = 15m$ ? Hệ số ma sát giữa xe trượt và đường là  $k = 0,2$ .

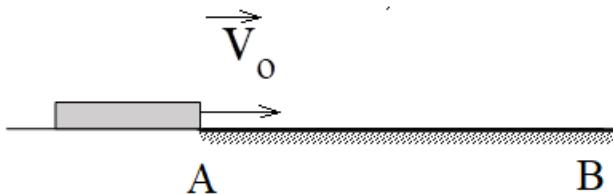
$$\text{ĐS: } L = H \left( \frac{1}{k} - \cot \alpha \right) = 49(m)$$

### III.2. ĐỘNG NĂNG, THẾ NĂNG. ĐỊNH LUẬT BẢO TOÀN CƠ NĂNG.

**Bài 1.** Một vòng nhẵn nhỏ được luồn qua một sợi chỉ mảnh, trơn, không dãn, dài L. Hai đầu sợi chỉ được buộc vào hai điểm cố định A, B cách nhau  $AB = l < L$  và AB tạo với phương ngang một góc  $\alpha$ . Từ A thả cho vòng nhẵn bắt đầu trượt xuống dọc sợi chỉ. Cho gia tốc trọng trường là g. Tính tốc độ lớn nhất của vòng nhẵn.

$$\text{ĐS: } v = \sqrt{g\sqrt{L^2 - l^2 \cos^2 \alpha} - gl \sin \alpha}$$

**Bài 2.** Một thanh dẹt đồng chất khói lượng m đang chuyển động đều trên đường nằm ngang với vận tốc  $v_0$  thì đi vào đoạn đường AB có hệ số ma sát  $\mu$ . Thanh có chiều dài l



và đoạn đường AB có chiều dài 3l. Hỏi vận tốc  $v_o$  có giá trị tối thiểu bao nhiêu để thanh vượt qua được đoạn AB? Cho gia tốc trọng trường là g.

ĐS:  $v_o \geq 2\sqrt{lg}$

**Bài 3.** Một thùng có khối lượng M chứa đầy nước có khối lượng m ban đầu đứng yên. Thùng được kéo lên từ giếng bằng một sợi dây thừng với một lực ổn định F. Nước bị rò rỉ ra ngoài với một tốc độ đều và thùng sẽ trống sau thời gian T. Tìm vận tốc của thùng tại thời điểm mà nó rò rỉ hết nước.

ĐS:  $v = \frac{FT}{m} \ln \frac{M+m}{M} - gT$

**Bài 4.** Một con lắc đơn dao động với biên độ góc  $\alpha_0 < \frac{\pi}{2}$ , có mốc thế năng được chọn tại vị trí cân bằng của vật nặng.

a) Tính tỉ số giữa thế năng và động năng của vật nặng tại vị trí mà lực căng dây treo có độ lớn bằng trọng lực tác dụng lên vật nặng.

b) Gọi độ lớn vận tốc của vật nặng khi động năng bằng thế năng là  $v_1$ , khi độ lớn của lực căng dây treo bằng trọng lực tác dụng lên vật nặng là  $v_2$ . Hãy so sánh  $v_1$  và  $v_2$ .

ĐS: a.  $\frac{W_t}{W_d} = 2$ ; b.  $v_1 > v_2$

**Bài 5.** Quả cầu nhỏ M có khối lượng m = 100g được treo tại A bởi một dây chiều dài

$l = 81\text{cm}$ . Tại O thấp hơn A khoảng  $\frac{l}{2}$  có một chiếc đinh, AO có phương thẳng đứng. Kéo quả cầu đến vị trí dây AM nằm ngang rồi buông tay.

a, Tính lực căng của dây ngay trước và sau khi vuông đinh.

b, Hỏi ở điểm nào trên quỹ đạo, lực căng của dây treo bằng không? Sau đó quả cầu chuyển động như thế nào, lên tới độ cao lớn nhất là bao nhiêu?

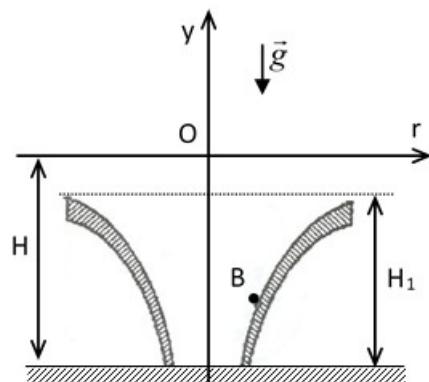
ĐS: a. 3N; 5N; b. Tại D có độ cao  $h_D = \frac{5l}{6}$  và phương dây treo so phương thẳng đứng

$\alpha_D = 132^\circ$ . Độ cao lớn nhất cách vị trí thấp nhất của quỹ đạo là  $\frac{25l}{27}$

**Bài 6.** Một hạt B chuyển động trượt trên mặt trong của một cái phễu tròn nhẵn theo một quỹ đạo nằm trong mặt phẳng ngang. Do một cú hích nhẹ lên phía trên dọc theo mặt trong của phễu, hạt rời quỹ đạo và bay ra khỏi miệng phễu với vận tốc v. Biết khoảng cách từ gốc tọa độ đến đáy phễu là  $H = 100\text{cm}$ , khoảng cách từ miệng phễu đến đáy phễu là  $H_1 = 75\text{cm}$  (xem hình vẽ). Tính v. Biết rằng đối với các điểm nằm trên mặt trong của phễu tung độ y của chúng tỷ lệ nghịch với bình phương bán kính phễu tại

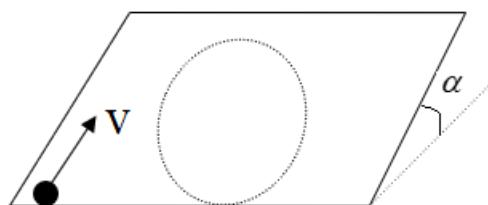
điểm đó:  $y \sim \frac{1}{r^2}$

ĐS:  $v = \sqrt{2g(H - H_1)}$



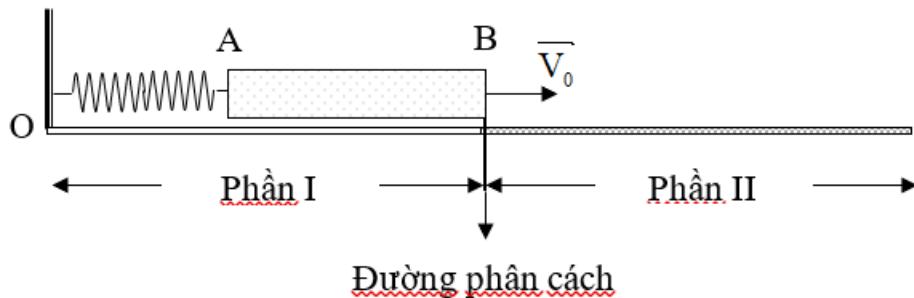
Hình câu 1

**Bài 7.** Trong mặt phẳng nghiêng nhẵn, nghiêng góc  $\alpha$  so với phương ngang có vẽ một vòng tròn bán kính R. Hỏi phải truyền cho đồng xu nhỏ vận tốc tối thiểu là bao nhiêu để nó trượt trên mặt phẳng nghiêng mà quỹ đạo chỉ tiếp xúc tại đỉnh vòng tròn?



ĐS:  $v_{\min} = \sqrt{5g_1 R}$ , góc ném  $\varphi = \arccos\left(\frac{1}{\sqrt{5}}\right)$ , vị trí ném cách tâm đường tròn theo phương ngang một đoạn  $2R$

**Bài 8.** Một thanh thẳng AB đồng chất, tiết diện đều, chiều dài L, khối lượng m được đặt trên một mặt phẳng ngang. Mặt phẳng ngang có hai phần ngăn cách bởi một đường thẳng: một phần không có ma sát (phần I); phần còn lại có ma sát, hệ số ma sát giữa thanh và phần này là  $\mu$  (phần II). Người ta bố trí một hệ cơ học gồm: Một lò xo nhẹ, độ cứng k, một đầu gắn cố định vào tường tại O, đầu còn lại nối với đầu A của thanh. Ban đầu trực của thanh và của lò xo nằm trên một đường thẳng vuông góc với đường thẳng phân cách; lò xo không bị biến dạng; thanh nằm hoàn toàn trong phần I và điểm B của thanh vừa chạm vào đường phân cách (hình vẽ). Tại một thời điểm bất kỳ, truyền cho thanh một vận tốc  $\vec{V}_0$  có phương dọc theo thanh và có chiều hướng về phía phần II.



Tính:

- Công của lực ma sát khi thanh trượt vào phần II một đoạn x ( $x \leq L$ ).
- Độ dãn cực đại của lò xo và điều kiện của  $V_0$  để có độ dãn cực đại đó.

ĐS: a.  $A_{ms} = -\frac{\mu mg}{2L}x^2$ ; b. Nếu độ dãn cực đại  $A \leq L$  thì  $V_0 \leq L \sqrt{\frac{k}{m} + \frac{\mu g}{L}}$

Nếu  $A > L$  thì  $V_0 > L \sqrt{\frac{k}{m} + \frac{\mu g}{L}}$

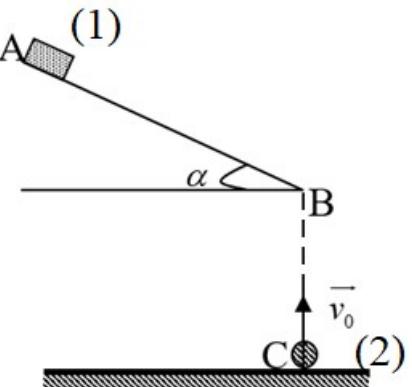
**Bài 9.** Một con lắc đơn có chiều dài  $\ell = 1$  m, vật nặng khối lượng  $m=1\text{kg}$  treo tại nơi có gia tốc trọng trường  $g=10\text{m/s}^2$ . Đưa vật nặng đến vị trí sao cho dây treo căng và hợp với phương thẳng đứng góc  $\alpha_0 = 60^\circ$  rồi thả nhẹ. Biết cơ năng con lắc bảo toàn trong quá

trình dao động. Tính gia tốc của vật nặng khi dây treo hợp với phương thẳng đứng một góc  $\alpha = 30^\circ$ .

ĐS:  $a \approx 8,865 m/s^2$

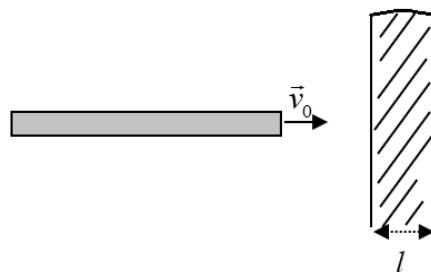
**Bài 10.** Một mái hiên tạo thành dốc AB dài 1,935 m, nghiêng góc  $\alpha = 30^\circ$  so với phương nằm ngang. Điểm C là chân đường thẳng đứng hạ từ B xuống mặt đất. Từ A thả một vật có khối lượng  $m_1 = 0,2 kg$  trượt trên AB, cùng lúc đó từ C bắn vật 2 có khối lượng  $m_2 = 0,4 kg$  lên theo phương thẳng đứng. Biết rằng hai vật sẽ va nhau ở B, vật 2 xuyên vào vật 1 rồi cả hai cùng bay theo phương nằm ngang ngay sau khi va chạm. Hệ số ma sát giữa vật 1 và mặt AB là  $\mu = 0,1$ . Lấy  $g = 10 m/s^2$ . Tìm độ cao của điểm B so với mặt đất và tính phần cơ năng đã tiêu hao khi vật 2 xuyên vào vật 1.

ĐS:  $h_B \approx 5,6(m); 1,4J$



**Bài 11.** Một ván trượt dài  $L = 4m$ , khối lượng phân bố đều theo chiều dài, đang chuyển động với vận tốc  $v_0 = 5 m/s$  trên mặt băng nằm ngang thì gặp một dải đường nhám có chiều rộng  $l = 2m$  vuông góc với phương chuyển động (hình vẽ). Sau khi vượt qua dải nhám ván có vận tốc  $v = 3 m/s$ . Lấy  $g = 10 m/s^2$ . Tính hệ số ma sát trượt giữa ván trượt với dải đường nhám.

$$\mu = \frac{v_0^2 - v^2}{2gl} = 0,4$$



**Bài 12.** Hai viên bi giống nhau, được nối với nhau bằng một sợi dây nhẹ, không giãn, dài  $2l$ , đặt trên mặt phẳng nằm ngang nhẵn (hình vẽ). Người ta truyền cho một trong hai viên bi đó một vận tốc  $v_0$  hướng theo phương thẳng đứng lên trên.

a) Giả sử trong quá trình chuyển động, sợi dây luôn căng và viên bi dưới không bị nhắc lên, hãy lập phương trình quỹ đạo của viên bi trên?

b) Tìm điều kiện của  $v_0$  để thỏa mãn điều giả sử trên (tức là trong suốt quá trình chuyển động, sợi dây luôn căng và viên bi dưới không rời mặt phẳng ngang).

Bỏ qua lực cản của không khí, có thể thừa nhận rằng viên bi dưới sẽ dễ bị nhắc lên khỏi mặt phẳng ngang nhất khi dây ở vị trí thẳng đứng.

$$\text{ĐS: a. } \frac{x^2}{l^2} + \frac{y^2}{4l^2} = 1 \quad \sqrt{5gl} \leq v_0 \leq \sqrt{6gl}$$

; b.



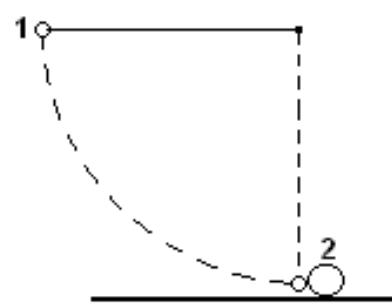
**Bài 13.** Quả cầu 1 có khối lượng  $m^1 = 0,3$  (kg) được treo vào đầu một sợi dây không dãn, khối lượng không đáng kể, có chiều dài  $\ell = 1$  (m). Kéo căng dây treo quả cầu theo phương nằm ngang rồi thả tay cho nó lao xuống. Khi xuống đến điểm thấp nhất, quả cầu 1 va chạm đàn hồi xuyên tâm với quả cầu 2, quả cầu 2 có khối lượng  $m^2 = 0,2$  (kg) đặt ở mặt sàn nằm ngang. (Được mô tả như hình vẽ bên)

Sau va chạm, quả cầu 1 lên tới điểm cao nhất thì dây treo lệch góc  $\alpha$  so với phương thẳng đứng. Quả cầu 2 sẽ lăn được đoạn đường có chiều dài  $S$  trên phương ngang.

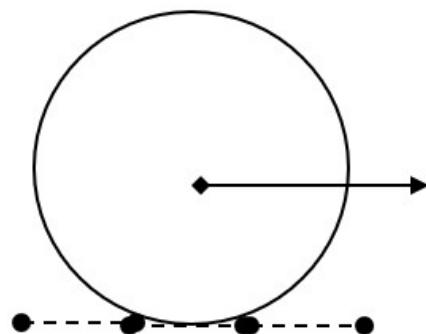
Biết hệ số ma sát giữa quả cầu 2 và mặt sàn nằm ngang là 0,02 và trong sự tương tác giữa  $m^1$  và  $m^2$  thì lực ma sát tác dụng vào quả cầu 2 là không đáng kể so với tương tác giữa hai quả cầu. Lấy  $g = 10(m/s^2)$ .

Tính:  $\alpha$  và  $S$ .

ĐS:  $16,26^\circ$ ; 72m.



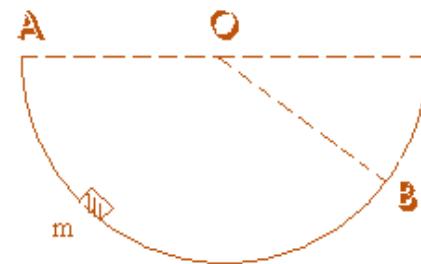
**Bài 14.** Người ta nối một sợi dây không giãn vào trục một bánh xe khối lượng  $m$ , bán kính  $r$ . Sợi dây đó căng theo phương ngang trong mặt phẳng bánh xe. Bánh xe được quay và không nẩy lên khi va chạm vào các chấn song song với trục của nó, đặt liên tiếp trong mặt phẳng nằm ngang, khoảng cách giữa chúng là  $l \ll r$ . Hãy xác định lực kéo trung bình cần có của sợi dây để vận tốc trung bình của bánh xe không đổi là  $v$ . Xem như khối lượng banh xe tập trung ở trục của nó.



$$T = \frac{mv^2 J}{4r.v^2} \left(1 + \frac{gl^2}{4r.v^2}\right) \approx \frac{mv^2 J}{2r^2}$$

**Bài 15.** Một vật nhỏ bắt đầu trượt không vận tốc đầu từ điểm A bên trong một bán trụ cố định có trục nằm ngang. Hỏi vật có thể trượt đến điểm B hay không nếu hệ số ma sát là  $\mu = 0,5$ ;  $\mu = 0,268$ .

$$\text{Biết } AOB = \frac{5\pi}{6}$$



ĐS: Với  $\mu = 0,5 > 0,268$  vật không trượt tới B;

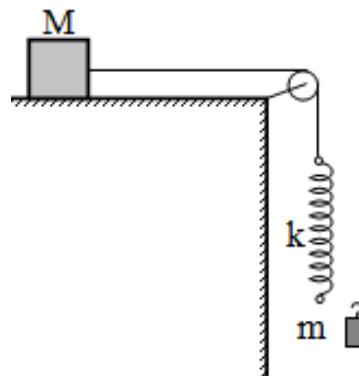
với  $\mu = 0,268$  vật vừa đủ tới được B

**Bài 16.** Cho cơ hệ như hình vẽ. Vật M có hệ số ma sát nghỉ cực đại bằng ma sát trượt bằng  $\mu$  đối với mặt ngang, lò xo rất nhẹ có độ cứng  $k$ , sợi dây mảnh không dãn và đủ dài, bỏ qua khối lượng ròng rọc và ma sát tại trục ròng rọc. Khi hệ thống đang đứng yên, treo nhẹ nhàng vật m vào đầu dưới của lò xo.

1, Xác định khối lượng cực tiểu  $m_0$  của m để vật M bắt đầu dịch chuyển.

2, Với  $m=m_0$ , xác định lực ma sát tác dụng lên M khi gia tốc của m bằng 0; và khi vận tốc của m bằng 0 lần thứ nhất (không tính trạng thái ban đầu).

3, Với  $m=2m_0$ , xác định vận tốc của m khi M bắt đầu dịch chuyển.

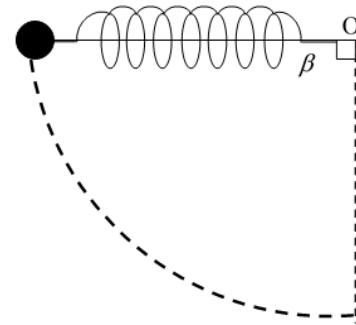


ĐS: 1.  $m_0 = \frac{1}{2} \mu M$ ; 2.  $F_{ms} = \frac{1}{2} \mu Mg$ ;  $F_{ms} = \mu Mg$ ;

3.  $v = g \sqrt{\frac{\mu M}{k}}$

**Bài 17.** Một quả cầu có khối lượng  $m= 2\text{kg}$  treo ở một đầu một sợi dây có khối lượng không đáng kể và không co dãn. Bỏ qua ma sát và sức cản. Lấy  $g= 10\text{m/s}^2$ .

a) Kéo quả cầu khỏi vị trí cân bằng một góc  $\alpha_m$  rồi thả ra (vận tốc ban đầu bằng không). Thiết lập biểu thức lực căng dây của dây treo khi quả cầu ở vị trí lệch một góc  $\alpha$  so với vị trí cân bằng. Tìm vị trí của quả cầu trên quỹ đạo để lực căng đạt cực đại. Tính độ lớn của lực căng cực đại nếu góc  $\alpha_m = 60^\circ$ .



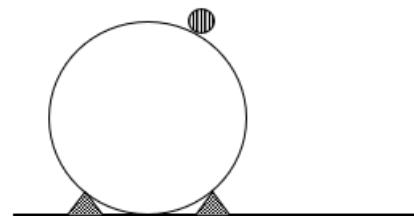
b) Phải kéo quả cầu khỏi vị trí cân bằng một góc bằng bao nhiêu để khi thả cho dao động, lực căng cực đại gấp 3 lần trọng lượng của quả cầu.

c) Thay sợi dây treo quả cầu bằng một lò xo có trọng lượng không đáng kể. Độ cứng của lò xo là  $k= 500\text{N/m}$ , chiều dài ban đầu  $l_0=0,6\text{m}$ . Lò xo có thể dao động trong mặt phẳng thẳng đứng xung quanh điểm treo O. Kéo quả cầu khỏi vị trí cân bằng một góc  $\beta = 90^\circ$  rồi thả ra. Lúc bắt đầu thả, lò xo ở trạng thái không bị nén dãn. Xác định độ dãn của lò xo khi quả cầu đến vị trí cân bằng.

ĐS: a.  $T = mg(3\cos\alpha - 2\cos\alpha_m)$   $T_{max} = 40(N)$ ;

b.  $\alpha_m = 90^\circ$ ; c.  $\Delta l = 0,104(\text{m})$

**Bài 18.** Một vật nhỏ trượt không vận tốc đầu và không ma sát từ điểm cao nhất của một quả cầu có bán kính R bị giữ chặt trên bề mặt nằm ngang của một cái bàn (Hình vẽ). Khi vật rơi đến bàn thì hướng rơi tạo với bề mặt bàn một góc  $\beta$  bằng bao nhiêu?

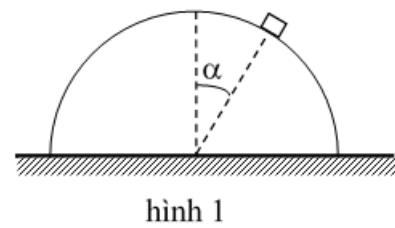


ĐS:  $\beta = 74^\circ$

**Bài 19.** Một vật có khối lượng  $m = 1\text{kg}$  đặt trên một tấm gỗ rồi cả hai đặt lên mặt sàn nằm ngang. Vật được treo vào một điểm  $O$  bằng một sợi dây nhẹ đàn hồi, lúc đầu sợi dây có chiều dài tự nhiên  $l_0 = 40\text{cm}$ . Hệ số ma sát trượt giữa vật và tấm gỗ là  $\mu = 0,2$ . kéo từ từ tấm gỗ cho đến khi vật bắt đầu trượt trên gỗ, khi ấy dây lệch khỏi phương thẳng đứng một góc  $\alpha = 30^\circ$ . Tính công của lực ma sát trong hệ quy chiếu gắn với mặt sàn kể từ lúc đầu đến lúc vật bắt đầu trượt  $g = 10\text{m/s}^2$ .

ĐS:  $92\text{mJ}$ .

**Bài 20.** Trên mặt sàn nằm ngang đặt một bán cầu khối lượng  $m$  bán kính  $R$ . Từ điểm cao nhất của bán cầu có một vật nhỏ cũng có khối lượng  $m$  được thả trượt không vận tốc đâu trượt xuống mặt bán cầu. Bỏ qua ma sát giữa vật và bán cầu. Gọi  $\alpha$  là góc giữa phương thẳng đứng và phương bán kính nối tâm bán cầu với vật khi vật chưa rời bán cầu (hình 1). Hãy xác định độ lớn vận tốc vật và độ lớn áp lực của vật lên mặt bán cầu theo  $m, g, R$  và  $\alpha$  khi vật chưa rời bán cầu. Từ đó tìm góc  $\alpha = \alpha_m$  khi vật bắt đầu rời bán cầu.



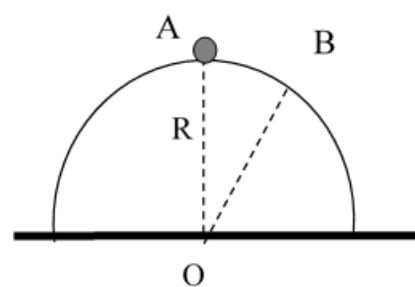
Hãy xét bài toán trong hai trường hợp:

1. Bán cầu được giữ cố định trên sàn.
2. Bán cầu được thả tự do cùng một lúc với vật. Bỏ qua ma sát giữa bán cầu và mặt sàn.

Cho rằng phương trình  $x^3 - 6x + 4 = 0$  có nghiệm  $x_1 = \sqrt{3} - 1$ ;  $x_2 = 2$ ;  $x_3 = -(\sqrt{3} + 1)$

ĐS: 1.  $\alpha = \alpha_m \approx 48,2^\circ$ ; 2.  $\alpha = 42,9^\circ$

**Bài 21.** Một vật nhỏ khối lượng  $m = 0,1\text{kg}$  trượt không vận tốc đâu, không ma sát từ điểm cao nhất A của một bán cầu có bán kính  $R = 1\text{m}$ , khối lượng  $M = 1\text{kg}$ , đặt trên mặt sàn nằm ngang như hình. Lấy  $g = 10\text{m/s}^2$ .



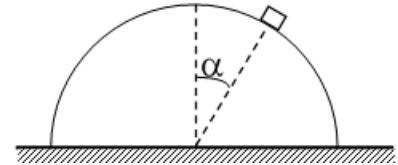
a) Bán cầu được giữ cố định trên mặt sàn. Xác định vị trí của vật lúc bắt đầu rời bán cầu.

b) Không giữ bán cầu cố định trên mặt sàn. Khi vật trượt tới điểm B với  $\angle AOB = 10^\circ$  thì bán cầu bắt đầu trượt trên mặt sàn. Tìm hệ số ma sát giữa bán cầu và mặt sàn.

ĐS : a. Tại độ cao  $h_C = R \cos \alpha = \frac{2}{3}R \approx 0,67\text{m}$  với  $\cos \alpha = \frac{2}{3}$

b.  $\mu \approx 0,015$

**Bài 22.** Trên mặt phẳng ngang có một bán cầu khối lượng m. Từ điểm cao nhất của bán cầu có một vật nhỏ khối lượng m trượt không vận tốc đầu xuống. Ma sát giữa vật nhỏ và bán cầu có thể bỏ qua. Gọi  $\alpha$  là góc giữa phương thẳng đứng và bán kính véc tơ nối tâm bán cầu với vật.



1. Giả sử bán cầu được giữ đứng yên.

a) Xác định vận tốc của vật, áp lực của vật lên mặt bán cầu khi vật chưa rời bán cầu, từ đó tìm góc  $\alpha = \alpha_m$  khi vật bắt đầu rời bán cầu.

b) Xét vị trí có  $\alpha < \alpha_m$ . Viết các biểu thức thành phần gia tốc tiếp tuyến và gia tốc pháp tuyến của vật theo g và  $\alpha$ . Viết biểu thức tính áp lực của bán cầu lên mặt phẳng ngang theo m, g và  $\alpha$  khi đó.

2. Giả sử giữa bán cầu và mặt phẳng ngang có hệ số ma sát là  $\mu$ . Tìm  $\mu$  biết rằng khi  $\alpha = 30^\circ$  thì bán cầu bắt đầu bị trượt trên mặt phẳng ngang.

3. Giả sử không có ma sát giữa bán cầu và mặt phẳng ngang. Tìm góc  $\alpha$  khi vật bắt đầu rời bán cầu.

**ĐS:** 1a. Suy ra:

$$v_\alpha = \sqrt{2gR(1-\cos\alpha)} ; \quad Q = (3\cos\alpha - 2) \cdot mg . \text{Vật rời bán cầu lúc đó:}$$

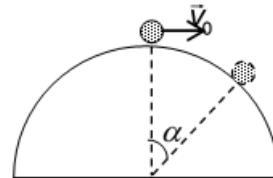
$$\cos\alpha = \cos\alpha_m = \frac{2}{3} \quad \text{hay} \quad \alpha = \alpha_m \approx 48,2^\circ .$$

$$1b. \text{Xét vị trí có } \alpha < \alpha_m: \quad a_n = \frac{v^2}{R} = 2g(1-\cos\alpha) ; \quad a_t = g \sin\alpha ; \quad N = mg(1 - 2\cos\alpha + 3\cos^2\alpha)$$

$$2. \quad \mu = \frac{(3\cos\alpha - 2)\sin\alpha}{1 - 2\cos\alpha + 3\cos^2\alpha} \approx 0,197 ; \quad 3. \quad \alpha = 42,9^\circ$$

**Bài 23.** Vật nhỏ nằm trên đỉnh của bán cầu nhẵn, cố định, bán kính R. Vật được truyền vận tốc đầu  $v_0$  theo phương ngang.

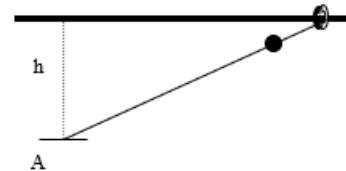
a) Xác định  $v_0$  để vật không rời khỏi bán cầu ngay tại thời điểm ban đầu



b) Khi  $v_0$  thỏa mãn điều kiện câu a), xác định vị trí  $\alpha$  nơi vật rời khỏi bán cầu.

$$\text{ĐS: a. } v_0 \leq \sqrt{gR}; \text{ b. } \alpha = \arccos\left(\frac{v_0^2 + 2gR}{3gR}\right)$$

**Bài 24.** Một sợi dây không giãn có khối lượng bỏ qua, xuyên qua một hạt cườm nhỏ khối lượng  $m$ . Một đầu dây buộc chặt vào một điểm cố định A, đầu kia buộc vào một vòng nhỏ không khối lượng, vòng này có thể trượt tự do trên một thanh cứng nằm ngang (hình vẽ). Tại thời điểm đầu người ta giữ hạt cườm ở một đầu dây sao cho sợi dây thẳng và không có sức căng rồi tâ nhẹ. Hãy tìm vận tốc hạt cườm tại thời điểm sợi dây bị đứt, biết rằng lực căng cực đại mà sợi dây chịu được là  $T_o > 0$ . Cho biết sợi dây có chiều dài  $L$ , khoảng cách từ A đến thanh cứng là  $h$ . Bỏ qua mọi ma sát.



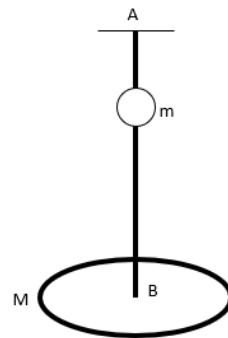
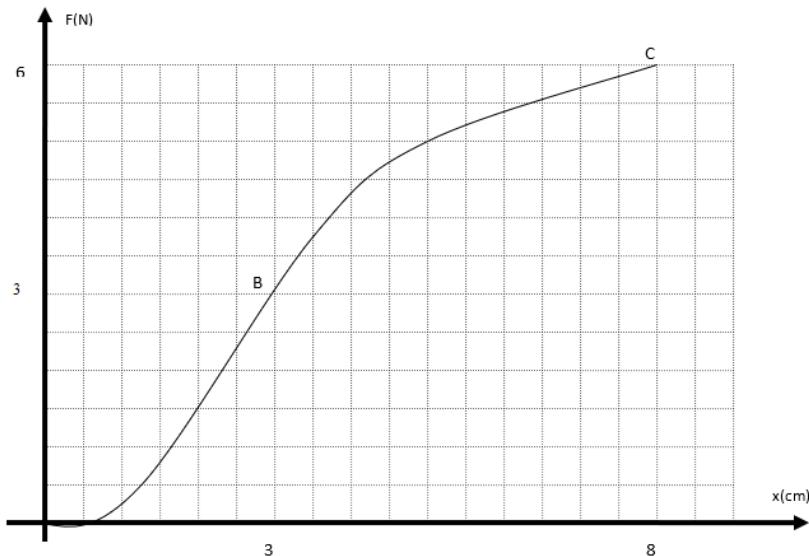
$$\text{ĐS: . Nếu: } \frac{mg}{2T_o} \geq 1 - \frac{h}{L} \quad \text{thì lúc dây đứt} \quad v = \sqrt{2gL(1 - \frac{mg}{2T_o})}$$

$$\text{. Nếu: } \frac{mg}{2T_o} > 2 \quad \text{thì dây đứt ngay lúc } t=0$$

$$\text{. Nếu: } \frac{mg}{2T_o} < 1 - \frac{h}{L} \quad \text{thì dây không đứt.}$$

**Bài 25.** Một đĩa phẳng được treo trên sợi dây chun AB như hình vẽ, sao cho đĩa nằm ngang, đĩa có khối lượng  $M=300\text{g}$ . Một vật nhỏ  $m=100\text{g}$  xuyên qua sợi dây. Hệ đang ở trạng thái cân bằng thì người ta thả rơi vật m với vận tốc đầu  $v_0=0$  từ độ cao  $h$  so với M (giữa vật và dây không có ma sát). Hãy tìm  $h_{\min}$  để sợi dây bị đứt. Biết rằng sợi dây chỉ có thể giãn nhiều nhất là 8cm và sự phụ thuộc của lực căng dây vào độ giãn của dây được thể hiện trên hình vẽ. Va chạm giữa m và M là mềm,  $g=10\text{m/s}^2$ .

-KHO VẬT LÝ SƠ CẤP-



ĐS:  $h_{\min} = 20$

**Bài 26.** Một người khối lượng  $m$  đứng ở đầu xe trượt có khối lượng  $M$  chiều dài  $L$ . Người đó phải nhảy với vận tốc nhỏ nhất bằng bao nhiêu và theo hướng nào để đến đầu kia của xe trượt nếu:



- a) Xe trượt được giữ chặt
- b) Xe trượt được thả tự do trên mặt băng

ĐS: a. Vận tốc nhỏ nhất là  $\sqrt{gL}$  và với góc nhảy hợp với xe trượt góc  $\alpha = 45^\circ$

$$v_{\min} = \sqrt{\frac{gL}{2}} \sqrt{\frac{M^2}{(M+m)^2} + 1} ; \text{ góc nhảy } \alpha, \tan \alpha = \frac{v_y}{v_x} = \frac{m+M}{M}$$

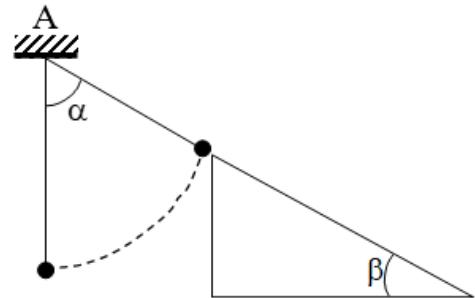
**Bài 27.** Một con lắc đơn, gồm vật nặng  $m = 0,2\text{kg}$ , dây treo nhẹ, không dãn có chiều dài  $l = 1\text{m}$  được treo ở A cách mặt đất là  $H = 4,9\text{m}$ . Truyền cho m một vận tốc theo phương

ngang để nó có động năng  $W_d$ . Con lắc chuyển động đến vị trí dây treo lệch góc  $\alpha = 60^\circ$  so với phương thẳng đứng thì dây treo bị đứt, khi đó vật m có vận tốc  $v_0 = 4 \text{ m/s}$ . Bỏ qua mọi lực cản và ma sát. Lấy  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .

1. Xác định động năng  $W_d$ .

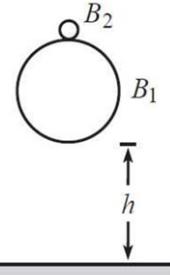
2. Bao lâu sau khi dây treo đứt, vật m sẽ rơi đến mặt đất.

3. Nếu từ vị trí của vật khi dây treo bị đứt có căng một sợi dây khác nghiêng với mặt đất một góc  $\beta = 30^\circ$  trong mặt phẳng quỹ đạo của vật m (Hình 5), thì vật m chạm vào dây tại điểm cách mặt đất bao nhiêu.



ĐS: 1. 2,6J; 2. 1,34s; 3. 3,33m.

**Bài 28.** a. Một quả bóng tennis có khối lượng  $m_2$  nhỏ nằm trên đỉnh một quả bóng rỗ có khối lượng  $m_1$  lớn (Hình 1.17P1). Đáy của quả bóng rỗ nằm ở một độ cao h so với mặt đất, và đáy của quả bóng tennis nằm ở độ cao  $h + d$  so với mặt đất. Hai quả bóng được thả rơi. Hỏi quả bóng tennis sẽ nảy lên một độ cao bằng bao nhiêu? Chú ý: giải bài toán trong trường hợp xấp xỉ khi  $m_1$  lớn hơn  $m_2$  rất nhiều, và giả sử rằng các quả bóng va chạm đàn hồi với nhau. Cũng giả sử, để cho bài toán trở nên gọn gàng và đẹp, rằng các quả bóng ban đầu cách nhau một khoảng cách nhỏ, và các quả bóng va chạm trong một khoảng thời gian tức thời.



Hình 1.17P1

b. Nay xét n quả bóng,  $B_1, \dots, B_n$ , có khối lượng  $m_1, m_2, \dots, m_n$  (với

$m_1 \gg m_2 \gg \dots \gg m_n$ ), được xếp đứng lên nhau thành một chồng thăng

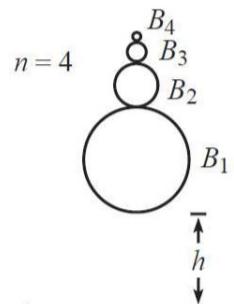
đứng (Hình 1.17P2). Đáy của quả bóng  $B_1$  có độ cao là h so với mặt

đất, và đáy của quả bóng  $B_n$  có độ cao là  $h + l$  so với mặt đất. Các quả

ball được thả rơi. Biểu diễn qua n, hỏi quả bóng trên cùng sẽ nảy lên

độ cao bao nhiêu? Chú ý: sử dụng các xấp xỉ và giả thiết tương tự như

trong phần a.



Hình 1.17P2

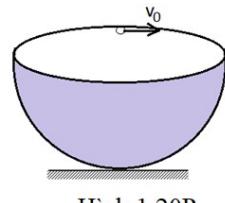
Nếu  $h = 1\text{m}$ , hỏi số lượng tối thiểu của các quả bóng cần thiết bằng bao nhiêu sao cho quả bóng trên cùng nảy lên một độ cao ít nhất là  $1\text{km}$ ? Sao cho quả bóng đạt được vận tốc thoát? Giả sử rằng các quả bóng vẫn va chạm đàn hồi (mà giả thiết này hơi vô lý) và bỏ qua sức cản của gió, và giả sử rằng  $l$  là không đáng kể.

**Đáp số.**

a.  $H = d + 9h$

b. ;  $n = 23$  Kết quả này chỉ là ước tính.

**Bài 29.** Một bán cầu rỗng bán kính  $R$ , mặt trong nhẵn, phần đỉnh được giữ cố định trên. Một vật nhỏ ở điểm cao nhất của mặt trong bán cầu, được truyền một vận tốc đầu  $\vec{v}_0$  theo phương nằm ngang (Hình 1.20P). Gia tốc trọng trường là  $g$ . Tìm vận tốc lớn nhất của vật nhỏ trong quá trình chuyển động.



Hình 1.20P

**Đáp số.**

$$v_{\max} = \sqrt{\frac{1}{2} \left( v_0^2 + \sqrt{v_0^4 + 16g^2 R^2} \right)}$$

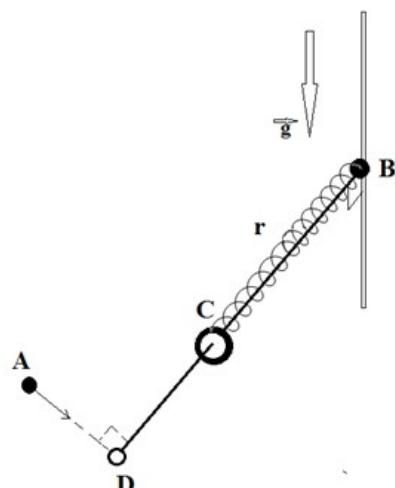
**Bài 30.** Một thanh cứng nhẹ có chiều dài  $2l$  được đặt trên một mặt bàn nằm ngang, nhẵn. Hai đầu thanh được gắn với hai vật nhỏ, một đầu gắn với vật D có khối lượng  $m$ , đầu còn lại gắn với vật B có khối lượng  $\alpha m$  ( $\alpha$  là hằng số). Đầu có B được gắn vào một ống trực nhỏ có trực thẳng đứng đi qua để hệ thanh có thể quay không ma sát trên mặt bàn nằm ngang. Một vòng nhỏ C có khối lượng  $m$  được luồn qua thanh (C tiếp xúc sát với thanh) và có thể trượt không ma sát dọc theo thanh. Một lò xo chiều dài tự nhiên  $l$ , độ cứng  $k$ , hai đầu được gắn với vòng C và vật B. Một vật nhỏ A có khối lượng  $m$  chuyển động trên mặt bàn tới và chạm với vật D theo phương vuông góc với thanh. Va chạm là tuyệt đối đàn hồi và thời gian va chạm rất ngắn. Khi va chạm xảy ra, vòng C đang đứng yên ở khoảng cách  $r$  ( $r > l$ ) so với B.

1. Vận tốc của A ngay trước va chạm là  $v_0$ . Hãy tìm xung lực mà trực quay phải chịu trong quá trình va chạm.

2. Nếu sau va chạm tại D, vòng C và thanh sẽ quay đều thì vận tốc ban đầu  $v_0$  của vật A trước va chạm phải thỏa mãn điều kiện gì?

**Đáp số.**

$$F_2 \Delta t = -\frac{r(2l - r)}{8l^2 + r^2} \cdot 2mv_0$$



Hình 1.21P

(ở đây ta bỏ qua xung lực của lò xo tác dụng lên vật B, vì coi thời gian va chạm rất ngắn)

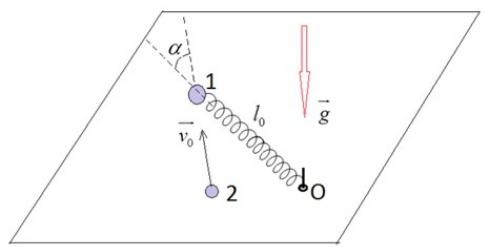
Ta thấy  $\frac{F_2 \Delta t}{v_0} < 0$  điều này chứng tỏ xung lực do trực quay tác dụng lên thanh có chiều ngược lại với  $v_0$

**Bài 31** Một viên bi nhỏ có khối lượng  $m$ , nối với lò xo nằm trên mặt phẳng ngang nhẵn. Lò xo có độ cứng  $k$ , chiều dài tự nhiên  $l_0$ , khối lượng không đáng kể, một đầu lò xo nối với chốt thẳng đứng qua O và lò xo dễ dàng quay trên mặt phẳng quanh chốt O không ma sát. Ban đầu hệ bi và lò xo đang đứng yên, lò xo không biến dạng. Sau đó một viên bi thứ 2 có khối lượng  $m$  chuyển động vận tốc  $\vec{v}_0$  song song với

mặt phẳng ngang và tạo với trục lò xo một góc  $\alpha$ , đến va chạm mềm với viên bi thứ nhất (Hình 1.25P), sau va chạm hai bi dính vào nhau cùng chuyển động.

$$\frac{mv_0^2}{kl_0^2} = 1$$

Biết rằng  $\alpha = 30^\circ$  và  $kl_0^2$ . Hãy tìm độ dài lò xo lớn nhất và nhỏ nhất sau va chạm. Từ đó suy ra tốc độ góc lớn nhất và nhỏ nhất của hai bi quay quanh O sau va chạm.



Hình 1.25P

**Đáp số.**

$$v_{\min} = \frac{l_0 v_0 \sin \alpha}{2l_{\max}} \approx 0,149 v_0$$

Vận tốc cực tiểu, vận tốc cực đại  $v_{\max} \approx 0,414 v_0$

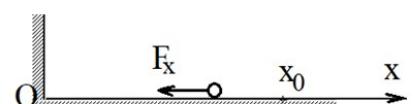
**Bài 32** Một chất điểm m chịu tác dụng của một lực xuyên tâm mà thế năng mô tả bởi

công thức  $U = m \left( \frac{a}{r} + \frac{b}{r^2} \right)$  (a, b là các hằng số) ở thời điểm ban đầu chất điểm ở cách

góc O được xác định véc tơ bán kính  $\vec{r} = \vec{r}_0$  và có vận tốc  $\vec{v} = \vec{v}_0$ . Tìm quan hệ

$\vec{r}_0, \vec{v}_0, a, b$  để quỹ đạo hạt bị hạn chế?

**Bài 33** . Một hạt chuyển động trên đường thẳng nằm ngang, dọc theo bán trục dương Ox, chịu tác dụng lực  $F_x = -10(N)$  ( $F_y = 0$ ,  $F_z = 0$ ), đồng thời chịu lực ma sát trượt có độ lớn  $F_{ms} = 1(N)$ . Ở gốc O có tường thẳng



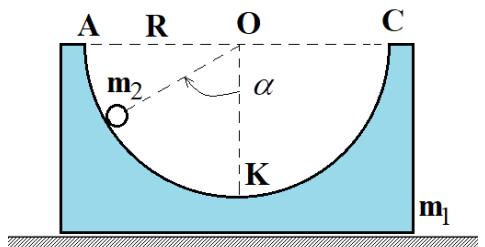
Hình 4  
84

đứng, khi hạt va chạm với tường coi là va chạm hoàn toàn đàn hồi. Hạt xuất phát từ điểm có tọa độ  $x_0 = 100\text{cm}$  với động năng  $E_0 = 10\text{J}$  (Hình 4).

- Tính chiều dài tổng cộng đường đi của hạt tới lúc dừng hẳn.
- Vẽ phác họa đồ thị vận tốc  $v$  của hạt theo hoành độ  $x$  ít nhất sau ba lần va chạm với tường và có giải thích.

ĐS: a.  $20m$ .

**Bài 34.** Một máng trụ, mặt trong có thiết diện là nửa đường tròn (cung AKC) tâm O, bán kính R. Máng trụ có khối lượng  $m_1 = m$ , được đặt nằm yên trên mặt sàn phẳng, nằm ngang, khi đó AC song song với mặt sàn. Đặt vào mặt trong máng trụ một quả cầu rất nhỏ coi là chất điểm, khối lượng  $m_2 = m$ , được buông ra tại A không vận tốc đầu, quả cầu sau đó chuyển động trong mặt phẳng thẳng đứng chứa A, K, C và mặt phẳng này đi qua khối tâm máng trụ. Bỏ qua mọi ma sát. Gia tốc rơi tự do là  $g$ . Gọi  $\alpha$  là góc tạo bởi phương bán kính nối tâm O với quả cầu và phương thẳng đứng KO (Hình 2).



Hình 2

a. Tìm vận tốc máng trụ  $v_1$  và vận tốc quả cầu  $v_2$  theo  $\alpha$ , R và g.

b. Tìm vận tốc máng trụ  $v_1$  và vận tốc quả cầu  $v_2$  theo R và g khi quả cầu đi qua điểm K trên bán trụ.

c. Tìm gia tốc của quả cầu khi qua K.

d. Tìm biểu thức tính gia tốc máng trụ  $a_1$  theo  $\alpha$ , R và g.

ĐS: a.  $v_1 = \sqrt{\frac{gR \cos \alpha}{1 + 2 \tan^2 \alpha}}$ ;  $v_2 = \sqrt{gR \left( \frac{1 + 4 \tan^2 \alpha}{1 + 2 \tan^2 \alpha} \right) \cos \alpha}$ ; b.  $v_1 = v_2 = \sqrt{gR}$ ; c.  $a_1 = 0$ ;  $a_2 = 4g$ ; d.  

$$a_1 = -g \left[ \frac{5 + \sin^2 \alpha}{(1 + \sin^2 \alpha)^2} \right] \cos \alpha \sin \alpha$$

### III.3 VA CHẠM-BẢO TOÀN ĐỘNG LƯỢNG

**Bài 1.** Một viên đạn có khối lượng  $m$  bay với vận tốc  $v_0$  đến va chạm vào một bao cát có

khối lượng  $M$  rồi ở nguyên trong bao cát. Tìm tỷ số  $\frac{m}{M}$  để sau va chạm có 40% động năng ban đầu của viên đạn chuyển hóa thành nhiệt.

ĐS:  $\frac{m}{M} = 1.5$ .

**Bài 2.** Hai quả cầu có khối lượng  $m_1$  và  $m_2$  chuyển động với vận tốc  $v_1$  và  $v_2$  tới va chạm trực diện với nhau. Giả sử rằng va chạm là tuyệt đối đàn hồi. Xác định vận tốc của hai quả cầu sau va chạm.

$$v'_1 = \frac{(m_1 - m_2)v_1 + 2m_2v_2}{m_1 + m_2}; \quad v'_2 = \frac{(m_2 - m_1)v_2 + 2m_1v_1}{m_1 + m_2}$$

**Bài 3.** Một chiếc xe nhỏ có khối lượng  $M$  và chiều dài  $l$  đứng trên một mặt phẳng nằm ngang trơn nhẵn. Trên xe có hai người khối lượng là  $m_1$  và  $m_2$  ngồi ở hai đầu. Hỏi chiếc xe sẽ dịch chuyển một đoạn bằng bao nhiêu, nếu như hai người này đổi chỗ cho nhau?

$$s_t = \frac{m_2l - m_1l}{m_1 + m_2 + M} = l \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2 + M}$$

**Bài 4.** Trên một mặt phẳng nhẵn nằm ngang có hai vật chuyển động nối với nhau bằng một sợi dây không giãn có chiều dài  $l$ . Tại một thời điểm nào đó, vật có khối lượng  $m_1$  đứng yên và vật có khối lượng  $m_2$  có vận tốc  $v$  hướng vuông góc với sợi dây (hình 4a). Tìm sức căng của dây tại thời điểm đó.

$$F = \frac{m_1m_2V^2}{(m_1 + m_2)l}$$

**Bài 5.** Một con lắc đơn có khối lượng  $m_1$  và chiều dài dây  $l$ . Kéo lệch sợi dây đến vị trí nằm ngang rồi thả nhẹ. Khi đi qua điểm thấp nhất của quỹ đạo vật va chạm tuyệt đối đàn hồi với một vật  $m_2$  đang đứng yên. Tìm góc lệch cực đại của dây sau va chạm.

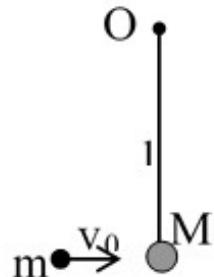
$$\text{ĐS: } \cos \alpha = 1 - \left( \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} \right)^2$$

**Bài 6 .** Vật  $m_1$  chuyển động với vận tốc  $\vec{v}_1$  tại A và đồng thời va chạm với vật  $m_2$  đang

nằm yên tại đó. Sau va chạm,  $m_1$  có vận tốc  $\vec{v}_1'$ . Hãy xác định tỉ số  $\frac{v_1'}{v_1}$  của  $m_1$  để góc lệch  $\alpha$  giữa  $\vec{v}_1$  và  $\vec{v}_1'$  là lớn nhất  $\alpha_{\max}$ . Cho  $m_1 > m_2$ , va chạm là đòn hồi và hệ được xem là hệ kín.

$$\text{ĐS: Vậy khi } \frac{v_1'}{v_1} = \sqrt{\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}} \text{ thì góc lệch giữa } \vec{v}_1 \text{ và } \vec{v}_1' \text{ cực đại, khi đó,}$$

**Bài 7 .** Một vật nhỏ khối lượng  $M = 100\text{g}$  treo vào đầu sợi dây lí tưởng, chiều dài  $l = 20\text{cm}$  như Hình 1. Dùng vật nhỏ  $m = 50\text{g}$  có tốc độ  $v_0$  bắn vào  $M$ . Bỏ qua sức cản của không khí. Lấy  $g = 10\text{m/s}^2$ . Coi va chạm là tuyệt đối đòn hồi.



a/ Xác định  $v_0$  để  $M$  lên đến vị trí dây nằm ngang.

b/ Xác định  $v_0$  tối thiểu để  $M$  chuyển động tròn xung quanh O.

$$c/ \text{Cho } v_0 = \frac{3\sqrt{7}}{2} \text{ m/s, xác định chuyển động của } M.$$

$$\text{ĐS: a. } v_0 = \frac{m+M}{m} \sqrt{\frac{gl}{2}} = 3\text{m/s}; \text{ b. } \Rightarrow v_0 = \frac{m+M}{2m} \sqrt{5gl} = \frac{3\sqrt{10}}{2} \text{ m/s.}$$

c.  $M$  bắt đầu rời quỹ đạo tròn tại D, có hướng chuyển động hợp với phương ngang góc  $60^\circ$ .

**Bài 8.** Viên đạn khối lượng  $m = 0,8\text{kg}$  đang bay ngang với vận tốc  $v_0 = 12,5\text{m/s}$  ở độ cao  $H = 20\text{m}$  thì vỡ thành hai mảnh. Mảnh I có khối lượng  $m_1 = 0,5\text{kg}$ , ngay sau khi nổ bay thẳng đứng xuống và khi bắt đầu chạm đất có vận tốc  $v_{1'} = 40\text{m/s}$ . Lấy  $g = 10\text{m/s}^2$ .

- a) Tìm độ lớn và hướng vận tốc của mảnh đạn II ngay sau khi vỡ. Bỏ qua sức cản của không khí.
- b) Mảnh II chạm đất sau mảnh I khoảng thời gian bao nhiêu?
- c) Vị trí chạm đất của hai mảnh cách nhau bao xa?

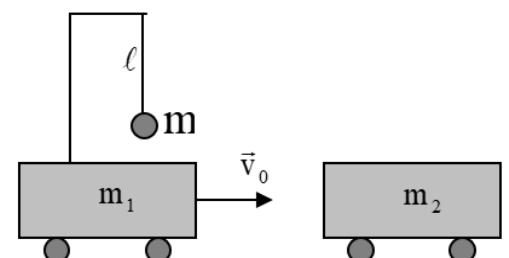
ĐS: a.  $v_2 = \frac{200}{3}$ ;  $\vec{v}_2$  hợp với  $\vec{v}_0$  góc  $\alpha = 60^\circ$ ; b.  $\Delta t_{21} = 11,35\text{s}$ ; c. Hai mảnh sau khi chạm đất cách nhau:  $L = 396,12\text{m}$

**Bài 9.** Hai quả cầu nhẵn A, B giống nhau, khối lượng mỗi quả cầu  $m = 200\text{g}$ , lúc đầu quả cầu A chuyển động với vận tốc  $V_0 = 2\text{ m/s}$  đến va chạm vào quả cầu B đang đứng yên, va chạm đàn hồi không xuyên tâm.  $\vec{V}_0$  hợp với đường nối tâm của hai quả cầu khi va chạm một góc  $\alpha = 60^\circ$ . Trong thời gian va chạm hai quả cầu biến dạng và một phần động năng của quả cầu A chuyển thành thế năng biến dạng đàn hồi của hai quả cầu và khi chúng nảy ra thì thế năng này chuyển thành động năng. Tính phần năng lượng cực đại của hai quả cầu được chuyển thành thế năng đàn hồi trong quá trình va chạm. Bỏ qua ma sát.

ĐS:  $W_1 = 0,05\text{J}$

**Bài 10.** Trên mặt sàn nằm ngang, nhẵn có một xe lăn khối lượng  $m_1 = 4\text{kg}$ , trên xe có giá treo. Một sợi dây không dãn dài  $\ell = 50\text{ cm}$  buộc cố định trên giá, đầu kia sợi dây buộc quả bóng nhỏ khối lượng  $m$ . Xe và bóng đang chuyển động thẳng đều với vận tốc  $v_0 = 3\text{ m/s}$  thì đâm vào một xe khác có khối lượng  $m_2 = 2\text{kg}$  đang đứng yên và dính vào nó. Biết rằng khối lượng bóng rất nhỏ, có thể bỏ qua so với khối lượng hai xe. Bỏ qua ma sát của hai xe với sàn, lấy  $g = 10\text{m/s}^2$ .

- a) Tính góc lệch cực đại của dây treo quả bóng so với phương thẳng đứng sau khi va chạm.



- b) Tìm giá trị tối thiểu của vận tốc ban đầu  $v_0$  để quả bóng có thể chạy theo hình tròn trong mặt phẳng thẳng đứng quanh điểm treo.

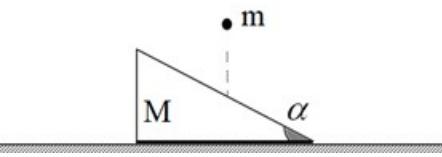
$$v_0 = \frac{m_1 + m_2}{m_2} \sqrt{5g/l}$$

ĐS: a.  $\alpha \approx 25,84^\circ$ ; b.

**Bài 11.** Một vật nhỏ có khối lượng  $m$  được thả không vận tốc đầu xuống mặt phẳng nghiêng của một chiếc ném có khối lượng  $M$  và góc nghiêng  $\alpha$ . Giả thiết ném chỉ chuyển động tịnh tiến trên mặt phẳng ngang. Bỏ qua mọi ma sát. Biết vận tốc của vật ngay trước va chạm là  $v_0$ .

a) Tìm vận tốc của vật và ném ngay sau va chạm.

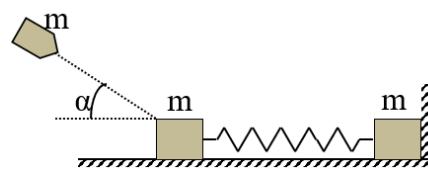
b) Xác định góc  $\alpha$  để sau va chạm vận tốc của ném là lớn nhất.



$$V = \frac{m}{M} \frac{v_0}{\sqrt{1+K^2+\frac{m}{M}}} ; b. \cot \alpha = \sqrt{1+\frac{m}{M}}$$

ĐS: a.

**Bài 12.** Hai quả nặng có khối lượng  $m_1=10\text{kg}$  và  $m_2=20\text{kg}$  được mắc vào hai đầu của lò xo có khối lượng không đáng kể, độ cứng của lò xo là  $k=100\text{N/m}$ . Quả nặng  $m_2$  được đặt tựa vào tường thẳng đứng. Hệ được đặt trên mặt phẳng nằm ngang. Hệ số ma sát giữa mặt phẳng và vật là  $\mu=0,1$ . Ban đầu hệ ở trạng thái cân bằng, lò xo không biến dạng. Một viên đạn có khối lượng  $m=1\text{kg}$  bay với vận tốc  $v_0=10\text{m/s}$  hợp với phương ngang góc  $\alpha=30^\circ$  đến cắm vào vật  $m_1$ . Giả lực tương tác giữa  $m$  và  $m_1$  rất lớn so với trọng lực của chúng.



a. Xác định vận tốc của vật  $m_1$  ngay sau khi va chạm.

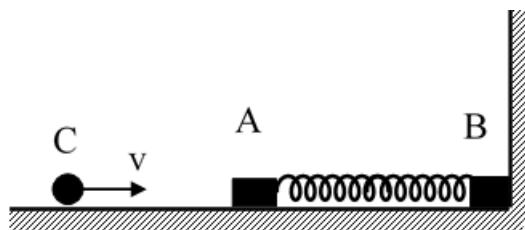
b. Xác định độ biến dạng cực đại của lò xo?

c. Trong quá trình hệ chuyển động vật  $m_2$  có dịch chuyển không?

$$v_1 = \frac{mv_0(\cos \alpha - \mu \sin \alpha)}{m + m_1} = 0,74\text{m/s}$$

ĐS: a. ; b.  $x_{\max}=15,96\text{cm}$ ; c.  $m_2$  vẫn đứng yên.

**Bài 13.** Hai vật nặng A và B có khối lượng  $m_A = 900\text{g}$  và  $m_B = 4\text{kg}$  mắc vào lò xo nhẹ có khối lượng không đáng kể, độ cứng của lò xo là  $k = 100\text{N/m}$ . Vật B có một đầu tựa vào tường thẳng đứng. Hệ được đặt trên mặt phẳng nằm ngang. Hệ số ma sát giữa mặt phẳng ngang với vật A và B lần lượt là  $\mu_A = 0,1$ ;  $\mu_B = 0,3$ . Ban đầu 2 vật nằm yên và lò xo không biến dạng. Một vật C có khối lượng  $m=100\text{g}$  đang bay theo phương ngang với vận tốc là  $v$  đến va chạm vào vật A (hình 2). Lấy  $g = 10\text{m/s}^2$ .



1) Cho  $v = 10\text{m/s}$ . Tìm độ co lớn nhất của lò xo trong 2 trường hợp:

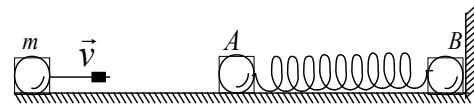
- a. Va chạm giữa vật C và A là hoàn toàn đòn hồi.
- b. Va chạm giữa vật C và A là mềm.

2) Nếu sau va chạm, vật C cắm vào vật A thì C phải có vận tốc tối thiểu là bao nhiêu để vật B có thể dịch sang trái?

ĐS: 1a.  $x \approx 0,18(m)$ ; 1b.  $x=0,09\text{m}$ ; 2.  $15\text{m/s}$ .

**Bài 14.** Hai khối gỗ A và B có khối lượng  $m_A=9\text{Kg}$  và  $m_B=40\text{Kg}$  đặt trên mặt phẳng nằm ngang. Hệ số ma sát giữa khối gỗ và mặt phẳng nằm

ngang đều là  $\mu=0,1$ . Hai khối được nối với nhau bởi lò xo nhẹ có  $k=150\text{N/m}$ . Khối B tựa vào tường thẳng đứng, ban đầu hai khối nằm yên và lò xo không bị biến dạng. Một viên đạn có  $m=1\text{kg}$  đang bay theo phương ngang với vận tốc là  $v$  đến cắm vào khối gỗ A (coi là va chạm hoàn toàn mềm). Lấy  $g = 10\text{m/s}^2$ .



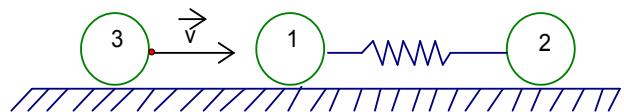
a) Cho  $v = 10\text{m/s}$ . Tìm độ co lớn nhất của lò xo?

b) Viên đạn phải có vận tốc tối thiểu là bao nhiêu thì khối B có thể dịch sang trái?

-KHO VẬT LÝ SƠ CẤP-

ĐS: a. 0,2m; b.  $v = 8\sqrt{5}$  m/s.

**Bài 15.** Hai vật 1 và 2 đều có khối lượng bằng  $m$  gắn chặt vào lò xo có độ dài  $l$ , độ cứng k đứng yên trên mặt bàn nằm ngang tuyệt đối nhẵn. Vật thứ 3 cũng có khối lượng  $m$  chuyển động với vận tốc  $v$  đến va chạm hoàn toàn đàn hồi với vật 1

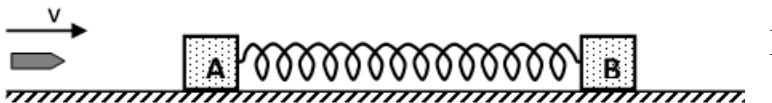


1. Chứng tỏ hai vật  $m_1$  và  $m_2$  luôn chuyển động về cùng một phía.
2. Tìm vận tốc của hai vật 1 và 2 và khoảng cách giữa chúng vào thời điểm lò xo biến dạng lớn nhất.

**Bài 16.** Trên một mặt phẳng ngang nhẵn có đặt hai khối gỗ A và B cùng khối lượng  $m$ , được nối với nhau bởi một lò xo như hình 1.

Khối lượng lò xo không đáng kể. Một viên đạn có khối lượng  $m/4$  bay theo phương ngang với tốc độ  $v$  tới cắm vào khối gỗ.

1. Khi viên đạn vừa cắm vào khối gỗ, tìm vận tốc của A và



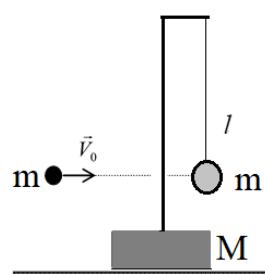
2. Trong quá trình chuyển động của hệ sau đó. Tìm động năng tối đa của B, động năng tối thiểu của A và thế năng đàn hồi tối đa của lò xo.

ĐS: a.  $V_A = \frac{v}{5}; V_B = 0$       b. Động năng tối đa của B:  $E_{dB} = \frac{2}{81}mv^2$

Động năng tối thiểu của vật A:  $E_{dA} = \frac{1}{3240}mv^2$ ; Thế năng đàn hồi tối đa của hệ:

$$E_{dh} = \frac{1}{90}mv^2$$

**Bài 17.** Một giá nhẹ gắn trên một tấm gỗ khối lượng  $M$  đặt trên bàn nhẵn nằm ngang có treo một quả cầu khối lượng  $m$  bằng sợi dây dài  $l$ . Một viên đạn nhỏ khối lượng  $m$  bay ngang, xuyên vào quả cầu và vuông ket ở đó.



-KHO VẬT LÝ SƠ CẤP-

a. Giá trị nhỏ nhất của vận tốc viên đạn bằng bao nhiêu để sợi dây quay đủ vòng nếu tâm gỗ được giữ chặt.

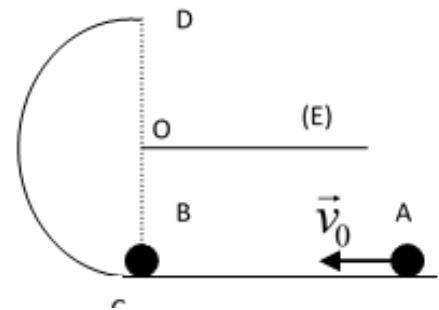
b. Vận tốc đó sẽ là bao nhiêu nếu tâm gỗ được thả tự do.

ĐS : a.  $V_0 = 2\sqrt{5gl}$ ; b.  $V_0 = 2\sqrt{gl(5 + \frac{8m}{M})}$

**Bài 18.** Một vật A chuyển động với vận tốc  $v_0$  đến va chạm hoàn toàn đàn hồi với vật B đang đứng yên tại C. Sau va chạm vật B chuyển động trên máng tròn đường kính CD = 2R. Một tâm phẳng (E) đặt vuông góc với CD tại tâm O của máng tròn. Biết khối lượng của hai vật là bằng nhau. Bỏ qua mọi ma sát.

1. Xác định vận tốc của vật B tại M mà ở đó vật bắt đầu rời khỏi máng.

2. Biết  $v_0 = \sqrt{3.5 Rg}$ . Hỏi vật B có thể rơi vào tâm (E) không? Nếu có hãy xác định vị trí của vật trên tâm (E).



ĐS: 1.  $v = \sqrt{\frac{v_0^2 - 2Rg}{3}}$ ; 2. vật B không rơi vào tâm (E).

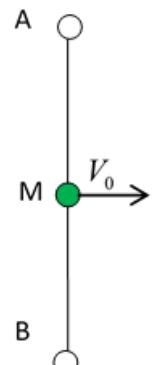
**Bài 19.** Tại một thời điểm nào đó một người quan sát ở trên Trái Đất thấy hai ngôi sao có khối lượng  $m_1$  và  $m_2$  cách nhau một khoảng  $l$  có vận tốc lần lượt là  $\vec{v}_1$  và  $\vec{v}_2$ . Biết rằng  $\vec{v}_1$  hướng xuyên tâm từ  $m_1$  đến  $m_2$  và  $\vec{v}_2$  vuông góc với đường nối tâm của  $m_1$  và  $m_2$ , hai ngôi sao này ở rất xa các ngôi sao khác.

1. Tìm cơ năng toàn phần và momen động lượng toàn phần của hai ngôi sao trong hệ quy chiếu gắn với khai tâm của chúng, coi thế năng tương tác hấp dẫn của hai vật ở rất xa nhau bằng 0.

Biết rằng khoảng cách cực đại giữa hai ngôi sao là  $2l$ .

2. Tìm khoảng cách cực tiểu giữa chúng.

ĐS: 1.  $W = \frac{m_1 m_2 (v_1^2 + v_2^2)}{2(m_1 + m_2)} - G \frac{m_1 m_2}{l}; L = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} l v_2; 2. r_{min} = \frac{v_2^2}{v_2^2 + 2v_1^2} l;$



-KHO VẬT LÝ SƠ CẤP-

**Bài .20.** Buộc vào hai đầu một sợi dây dài  $2l$  hai quả cầu nhỏ A và B giống nhau có cùng khối lượng  $m$ , ở chính giữa sợi dây gắn một quả cầu nhỏ khác khối lượng  $M$ . Đặt ba quả cầu đứng yên trên mặt bàn nằm ngang nhẵn, dây được kéo căng.(Hình vẽ). Truyền tức thời cho vật M một vận tốc  $\vec{V}_0$  theo phương vuông góc với dây. Tính lực căng của dây khi hai quả cầu A và B sắp đập vào nhau.

$$T = \frac{mM^2 V_0^2}{l(2m + M)^2}$$

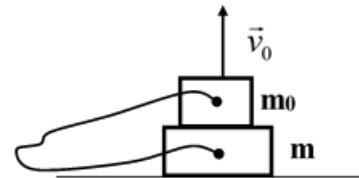
**ĐS:**

**Bài 21.** Hai vật khối lượng  $m_0$  và  $m$  được nối với nhau bằng một sợi dây mảnh, bền không dãn có chiều dài  $L$ . Tại thời điểm ban đầu vật  $m_0$  được ném từ mặt phẳng ngang với vận tốc ban đầu  $v_0$  thẳng đứng hướng lên. Hỏi độ cao cực đại mà  $m_0$  có thể đạt tới.

$$\text{ĐS: } H_{\max} = L + \left( \frac{m_0}{m_0 + m} \right)^2 \times \left( \frac{v_0^2 - 2gh}{2g} \right)$$

**Bài 22.** Từ một điểm A trên cao, một vật nhỏ được ném thẳng đứng hướng lên với tốc độ  $v_0$ . Bỏ qua lực cản của không khí, lấy gia tốc trọng trường  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .

Với  $v_0 = 10 \text{ m/s}$ ,

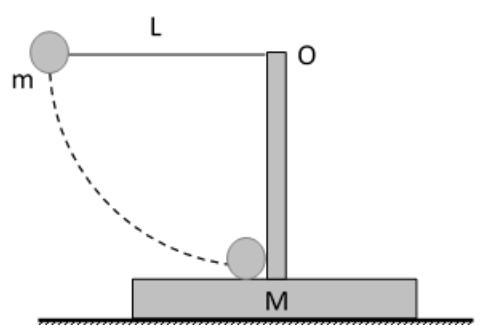


a. tính độ cao cực đại của vật nhỏ so với điểm A và tính quãng đường vật đi được sau thời gian 1,5 s kể từ khi ném.

b. Nếu tốc độ của vật nhỏ khi đi qua vị trí C bên dưới A một đoạn  $h = 3 \text{ m}$  gấp đôi tốc độ của nó khi đi qua điểm B phía trên A một đoạn  $h$  thì độ cao cực đại của vật so với điểm A là bao nhiêu?

ĐS: a.  $s = 6,25 \text{ m}$ ;  $y_{\max} = 5 \text{ m}$ ; 2.  $y_{\max} = 5 \text{ m}$ .

**Bài 23.** Dùng sợi dây mảnh dài  $L$ , khối lượng không đáng kể, để treo quả cầu nhỏ vào đầu trụ gỗ có đế đặt trên mặt bàn ngang như hình vẽ. Khối lượng quả cầu là  $m$ , khối lượng của trụ và đế là  $M = 4\text{m}$ . Cầm quả cầu kéo căng sợi dây theo phương ngang và thả nó rơi không vận tốc ban đầu. Coi va chạm giữa quả cầu và trụ hoàn toàn không đàn hồi.



1. Trong quá trình quả cầu rơi, đế gỗ không dịch chuyển. Hệ số ma sát giữa bàn và đế là  $\mu$ .

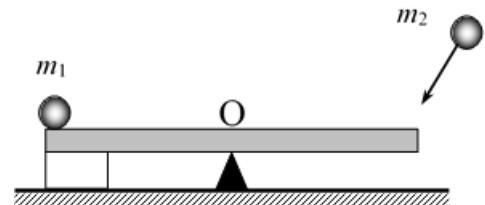
a. Tính vận tốc của hệ sau va chạm

b. Sau va chạm đế gỗ dịch chuyển được độ dài bao xa thì dừng lại?

2. Trong quá trình quả cầu rơi xuống đế gỗ không dịch chuyển thì hệ số ma sát nhỏ nhất là bao nhiêu? Hệ số ma sát nghỉ cực đại giữa đế và mặt bàn xuất hiện lớn nhất ứng với góc treo sợi dây so với phuơng nằm ngang là bao nhiêu?

$$\text{ĐS: 1a. } v' = \frac{m}{m+M} \sqrt{2gL}; 1b. \quad x = \frac{L}{25\mu}; 2. \quad \mu_{\min} = \frac{3m}{2\sqrt{M^2 + 3mM}} = 0,283; \theta = 37^\circ 05'$$

**Bài 24.** Một chiếc đòn bẩy rất nhẹ và cứng có hai cánh tay đòn bằng nhau có thể quay tự do quanh điểm tựa cố định O. Ở một đầu của đòn bẩy có đặt một hòn bi nhỏ khối lượng  $m_1$ . Ban đầu đòn được giữ nằm ngang nhờ một giá đỡ. Một hòn bi nhỏ khác có khối lượng  $m_2$  bay đến va chạm vào đầu còn lại của đòn. Tỷ số khối lượng các hòn bi cần bằng bao nhiêu để sau va chạm này, các hòn bi lại có thể va chạm với nhau trong không khí? Bỏ qua ma sát và sức cản không khí. Các va chạm đều là tuyệt đối đàn hồi.



$$\text{ĐS: } \frac{m_1}{m_2} = 3.$$

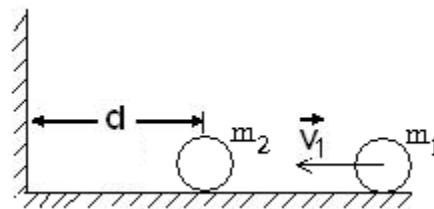
**Bài 25.** Quả cầu có khối lượng  $m_1$  bay với vận tốc  $v_1$  tới đập vào quả cầu thứ hai đứng yên có khối lượng  $m_2$  ( $m_2 < m_1$ ). Hỏi sau khi va chạm quả cầu thứ nhất sẽ bị lệch phuơng chuyển động một góc tối đa bằng bao nhiêu? Coi các quả cầu là nhẵn và va chạm là tuyệt đối đàn hồi.

**Bài 26.** Vật  $m_2$  đang đứng yên trên mặt sàn nằm ngang nhẵn cách bờ tường một khoảng  $d$ . Vật  $m_1$  chuyển động tới va chạm hoàn toàn đàn hồi với vật  $m_2$  ( $m_1 > m_2$ ), vật  $m_2$  lại va chạm đàn hồi

với bờ tường và gấp  $m_1$  lần 2. Va chạm

lần 2 xảy ra cách bờ tường một khoảng

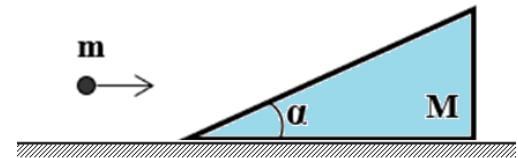
là bao nhiêu?



Tìm điều kiện để điểm va chạm lần 2 cách điểm va chạm lần 1 một khoảng là  $d/2$  ?

ĐS :  $m_1 = 3m_2$

**Bài 27.** Một chiếc ném khối lượng  $M$ , mặt ném nhẵn nằm trên mặt phẳng nhẵn, nằm ngang. Góc hợp bởi mặt phẳng nghiêng và mặt phẳng ngang của ném là  $\alpha$ . Một viên bi khối lượng  $m$  bay với vận tốc  $v_0$  theo phương ngang đến và chạm đàn hồi với ném. Xác định tỉ số  $m/M$ , biết rằng sau va chạm một thời gian nào đó viên bi rơi trở lại ném đúng vào điểm mà nó đã va chạm với ném trước đó.



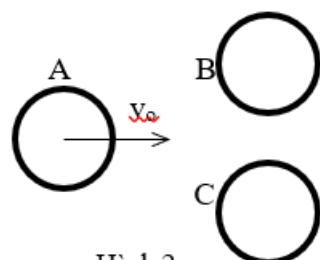
$$\frac{m}{M} = \cot^2 \alpha - 1$$

**Bài 28.** Ba vòng đệm nhỏ giống nhau A, B, C nằm yên trên một mặt phẳng ngang, nhẵn. Người ta truyền cho vòng A vận tốc  $v_0$  và nó đến va chạm đồng thời với cả hai vòng B, C (Hình 2). Khoảng cách giữa hai tâm của các vòng B, C trước khi va chạm bằng  $N$  lần đường kính mỗi vòng. Các va chạm được coi là hoàn toàn đàn hồi. Xác định vận tốc của vòng A sau va chạm. Biện luận theo N để vòng A: bập ngược lại, dừng lại, tiếp tục tiến lên.

ĐS: \* Để A bập ngược lại thì  $N < \sqrt{2}$

\* Để A đứng yên thì  $N = \sqrt{2}$ .

\* Để A tiếp tục tiến lên thì  $\sqrt{2} < N < 2$ .



**Bài 29** Con éch khối lượng  $m_1 = 300\text{g}$  ngồi trên đầu một tấm

Hình 2

ván khối lượng  $m_2 = 3\text{kg}$ , chiều dài  $\ell = 1,375\text{ m}$ ; tấm ván nổi trên mặt hồ. Éch nhảy lên theo phương hợp với phương ngang một góc  $\alpha = 15^\circ$  dọc theo tấm ván. Tìm vận tốc ban đầu  $v_0$  của con éch để nó nhảy trúng đầu kia của tấm ván. Bỏ qua mọi ma sát. Lấy  $g = 10\text{m/s}^2$ .

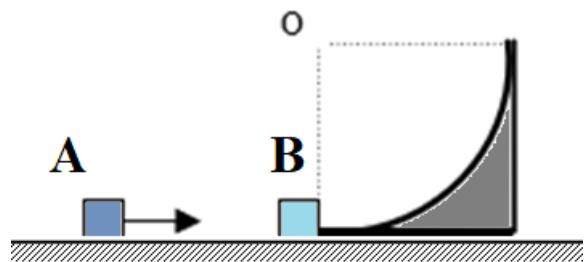
-KHO VẬT LÝ SƠ CẤP-

$$v_0 = \sqrt{\frac{\ell \cdot g}{\left(1 + \frac{m_1}{m_2}\right) \sin 2\alpha}} = 5 \text{ m/s}$$

ĐS:

**Bài 30.** Một vật B có khối lượng  $m_B=400\text{g}$  đứng yên ở chân một cái ném. Ném có dạng hình hộp tiết diện là hình vuông có cạnh  $R=20\text{cm}$  và bị khoét đi một phần hình tròn bán kính  $R$  tâm O (hình vẽ), khối lượng của ném là  $M=600\text{g}$ .

Một vật A có khối lượng  $m_A=200\text{g}$  chuyển động với vận tốc  $v_0$  trên mặt phẳng ngang nhẵn đến va chạm vào B. Sau va chạm, vật A dừng lại còn B chuyển động lên ném và đến được một điểm cao nhất nào đó, có bán kính tạo với phương thẳng đứng góc  $\alpha = 30^\circ$ . Cho  $g=10\text{m/s}^2$ , hệ số ma sát giữa ném với các vật A, B là  $\mu = 0,4$ .



Sau đó người ta hoán vị A với B, tức là để A đứng yên ở chân ném còn B chuyển động với vận tốc  $v_0$  đến va chạm vào A. Hỏi sau va chạm, vật A lên được đến vị trí cao nhất trên ném có bán kính tạo với phương thẳng đứng đứng góc  $\beta$  bằng bao nhiêu?

ĐS:  $\beta \approx 50^\circ$

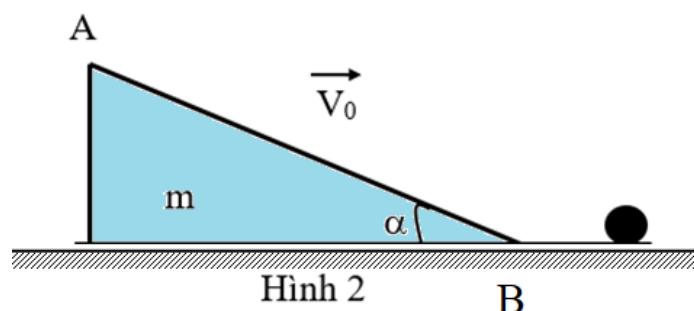
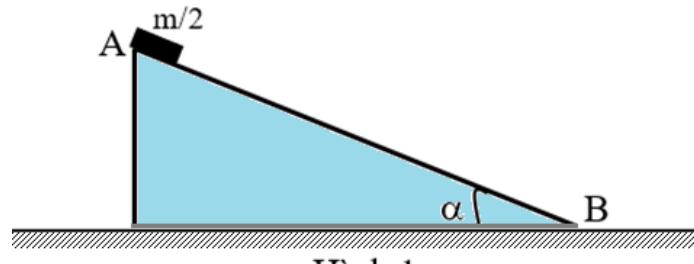
**Bài 31.** Một chiếc đĩa kim loại bán kính  $r=10\text{cm}$  quay xung quanh trục thẳng đứng với tốc độ  $n=60\text{v/ph}$ . Từ độ cao  $H=10\text{cm}$  so với đĩa, một mẩu nhựa khối lượng khá nhỏ so với đĩa, rơi xuống đĩa. Hệ số ma sát giữa đĩa với mẩu nhựa là  $\mu=0,1$ . Hỏi điểm rơi của mẩu nhựa cách trục quay của đĩa một khoảng bằng bao nhiêu thì đến lần rơi tiếp theo nó rơi ra ngoài đĩa. Coi rằng sau khi này lên mẩu nhựa lại đạt độ cao cũ.

ĐS:  $x \geq \sqrt{R^2 - 64\mu^2 H^2}$  hay  $x \geq 6 \text{ (cm)}$

**Bài 32.** Trên mặt phẳng nằm ngang nhẵn có một chiếc ném khối lượng  $m$ , góc nghiêng của ném là  $\alpha$ . Một vật nhỏ

khối lượng  $\frac{m}{2}$  bắt đầu trượt không ma sát từ A.

Biết  $AB = l$  (Hình 1).



-KHO VẬT LÝ SƠ CẤP-

1. Nêm được giữ cố định trên mặt phẳng ngang. Tìm tốc độ của vật nhỏ khi trượt đến B.
2. Nêm có thể trượt trên mặt phẳng ngang. Hãy xác định giá tốc của nêm và quãng đường mà nêm đã trượt theo phương ngang kể từ khi vật bắt đầu trượt từ A đến khi nó rời khỏi nêm tại B.

3. Giả sử nêm đang có vận tốc  $\vec{v}_0$  đến va chạm hoàn toàn đàn hồi vào một quả cầu nhỏ có khối lượng 2m đang nằm yên (Hình 2). Sau va chạm nêm không nẩy lên. Để nêm tiếp tục chuyển động theo hướng ban đầu thì góc nghiêng của nêm  $\alpha$  phải nhỏ hơn một góc giới hạn  $\alpha_0$ . Tìm  $\alpha_0$ .

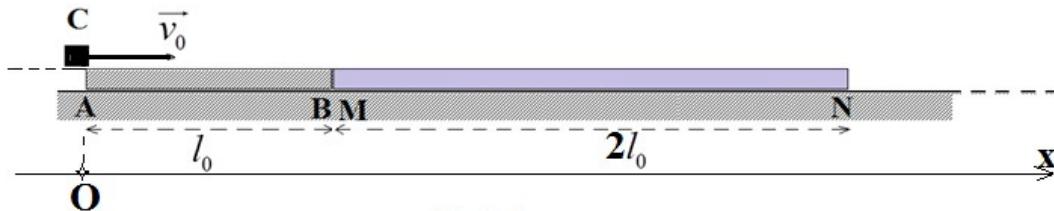
$$\text{ĐS: 1. } v_B = \sqrt{2gl \sin \alpha} ; 2. \quad a_0 = \frac{g \sin \alpha \cos \alpha}{3 - \cos^2 \alpha} ; \quad S = \frac{l \cos \alpha}{3} \quad 3. \quad \alpha_0 = 45^\circ$$

**Bài 33.** Có hai cây thước AB và MN, cùng bề dày, có chiều dài lần lượt là  $l_0$  và  $2l_0$ , đặt nằm yên trên cùng mặt sàn nằm ngang, dọc theo trục Ox, sao cho đầu B đặt sát với đầu M. Một vật nhỏ C coi là chất điểm, bay theo phương ngang dọc theo chiều dài hai cây thước. Khi C đang có vận tốc  $\vec{v}_0$  thì bắt đầu trượt trên mặt trên cây thước AB tại đầu A (Hình 2).

Biết rằng hai cây thước và vật C có cùng khối lượng; hệ số ma sát trượt giữa vật C và hai cây

thước là  $\mu$ ; coi sàn nhẵn; gia tốc rơi tự do là g.

Chọn gốc tọa độ O gắn cố định trên sàn tại đầu A khi thước AB còn nằm yên, chiều dương trục Ox cùng chiều  $\vec{v}_0$ . Chọn gốc thời gian lúc vật C chạm vào đầu A.



**Hình 2**

a. Viết phương trình chuyển động của vật C và đầu A của thước AB khi vật C còn trượt trên thước

AB.

b. Tính vận tốc thước AB và vận tốc vật C khi vật C đang đi qua đầu B.

c. Tìm khoảng cách giữa hai đầu B và M của hai cây thước khi vật C vừa dừng tương đối trên thước MN.

d. Tìm điều kiện  $v_0$  theo  $\mu, g, l_0$  để vật C vượt qua đầu N của thước MN và rơi xuống sàn.

$$\text{ĐS: a. } x_a = \frac{\mu g}{4} t^2; \quad x_c = v_0 t - \frac{\mu g}{2} t^2; \quad v_1 = \frac{v_0 - \sqrt{v_0^2 - 3\mu gl_0}}{3}; \quad v_2 = \frac{v_0 + 2\sqrt{v_0^2 - 3\mu gl_0}}{3}$$

**Bài 34.** Có ba quả cầu rắn, đặc, làm bằng chất liệu khác nhau, khối lượng phân bố đều theo thể tích, chúng xếp theo thứ tự từ dưới lên như hình 3.

Ba quả cầu xếp kế tiếp nhau, sao cho tâm quả cầu cùng nằm trên một đường thẳng đứng và giữa các mặt cầu có một khoảng hở rất nhỏ.

- + Quả cầu thứ nhất có tâm  $O_1$ , khối lượng  $m_1$  và bán kính  $3R$ .
- + Quả cầu thứ hai có tâm  $O_2$ , khối lượng  $m_2$  và bán kính  $2R$ .
- + Quả cầu thứ ba có tâm  $O_3$ , khối lượng  $m_3$  và bán kính  $R$ .

Ban đầu ba quả cầu được giữ đứng yên và khi đó tâm  $O_1$  của quả cầu thứ nhất cao hơn sàn nằm ngang  $12R$ .

Sau đó thả đồng thời ba quả cầu rơi tự do cùng một lúc, khi quả cầu thứ nhất chạm sàn rồi bật lên, thì tiếp đó các quả cầu lần lượt va chạm với nhau.

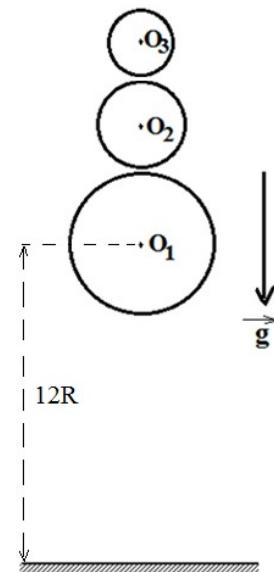
Coi các va chạm hoàn toàn đàn hồi và gia tốc rơi tự do  $g$  không đổi theo độ cao; bỏ qua thời gian va chạm.

Hãy tìm độ cao cực đại  $O_3$  của quả cầu thứ 3 so với sàn, sau khi quả cầu này va chạm lần thứ nhất với quả cầu thứ 2 trong hai trường hợp:

a. Trường hợp thứ nhất:  $m_1=2m_2=4m_3$ .

b. Trường hợp thứ hai: khối lượng  $m_1$  rất lớn so với  $m_2$  ( $m_1 \gg m_2$ ) và  $m_2$  rất lớn so với  $m_3$  ( $m_2 \gg m_3$ ).

$$\text{ĐS: a. } h_{3\max} = \frac{628}{9} R; \quad b. \quad h'_{3\max} = 452R.$$



Hình 3

**Bài 35.** Một vành tròn cứng, mảnh, khối lượng  $M$ , bán kính  $R$  đặt trên mặt sàn ngang nhẵn. Bên trong vành có một đồng xu nhỏ khối lượng  $m$ , bán kính  $r$ . Ban đầu tâm đồng xu cách tâm vành khoảng  $d$ . Truyền cho đồng xu vận tốc  $v$  theo hướng vuông góc với đường thẳng nối hai tâm như hình vẽ. Biết va chạm là tuyệt đối đàn hồi và bỏ qua mọi ma sát.

-KHO VẬT LÝ SƠ CẤP-

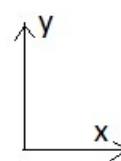
a. Xác định các thành phần vận tốc theo phương x và y của đồng xu và vành ngay sau va chạm lần đầu tiên và ngay sau va chạm lần thứ hai.

b. Xác định d để sau va chạm lần thứ n thì đồng xu có vận tốc giống ban đầu còn vành đứng yên.

ĐS: a.Lần đầu, đồng xu

$$v_{1x} = \frac{M \sin 2\theta}{m+M} \cdot v$$

$$v_{1y} = \frac{m - M \cos 2\theta}{m+M} \cdot v$$



Vành

$$v_{2y} = \frac{m(1 + \cos 2\theta)}{m+M} \cdot v; \quad v_{2x} = \frac{m \sin 2\theta}{m+M} \cdot v$$

Sau va chạm lần 2 : Đồng xu

$$v_{1y} = \frac{m + M \cos 4\theta}{m+M} \cdot v; \quad v_{1x} = \frac{-M \sin 4\theta}{m+M} \cdot v$$

Vành

$$v_{2y} = \frac{m(1 - \cos 4\theta)}{m+M} \cdot v; \quad v_{2x} = \frac{m \sin 4\theta}{m+M} \cdot v$$

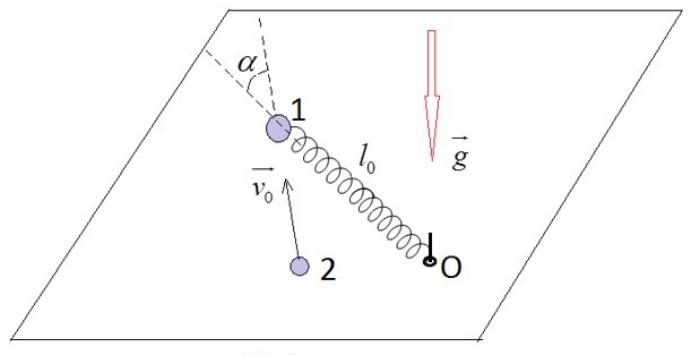
b.

$$d = (R - r) \sin \left[ \pi \left( \frac{1}{2} - \frac{k}{n} \right) \right]; \quad k \in \mathbb{Z}$$

**Bài 36.** Một viên bi nhỏ có khối lượng m, nôì với lò xo nằm trên mặt phẳng ngang nhẵn. Lò xo có độ cứng k, chiều dài tự nhiên  $l_0$ , khối lượng không đáng kể, một đầu lò xo nối với chốt thẳng đứng qua O và lò xo dễ dàng quay trên mặt phẳng quanh chốt O không ma sát. Ban đầu hệ bi và lò xo đang đứng yên, lò xo không biến dạng. Sau đó một viên bi thứ 2 có khối

lượng m chuyển động vận tốc  $\vec{v}_0$  song song với mặt phẳng ngang và tạo với trục lò xo một góc

$\alpha$ , đến va chạm mềm với viên bi thứ nhất (hình 1), sau va chạm hai bi dính vào nhau cùng chuyển động.



Hình 1

$$\frac{mv_0^2}{kl_0^2} = 1$$

Biết rằng  $\alpha = 30^\circ$  và  $kl_0^2$ . Hãy tìm độ dài lò xo lớn nhất và nhỏ nhất sau va chạm. Từ đó suy ra tốc độ góc lớn nhất và nhỏ nhất của hai bi quay quanh O sau va chạm.

Biết phương trình  $2X^4 - 4X^3 + X^2 + \frac{1}{4} = 0$  có hai nghiệm  $X_1 \approx 1,675; X_2 \approx 0,603$

ĐS:  $l_{\max} = 1,675 l_0$  và  $l_{\min} = 0,603 l_0$ ;  $v_{\min} = \frac{l_0 v_0 \sin \alpha}{2l_{\max}}$ ;  $v_{\max} = \frac{l_0 v_0 \sin \alpha}{2l_{\min}}$

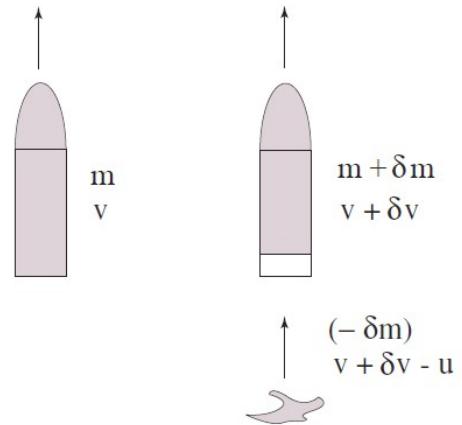
### III.4 CHUYÊN ĐỘNG CỦA VẬT CÓ KHỐI LƯỢNG THAY ĐỔI. TÊN LỬA

**Chuyển động của tên lửa :** Một tên lửa có khối lượng  $m$  phun nhiên liệu về phía sau với tốc độ  $u$  so với tên lửa với tốc độ không đổi  $k$ . Bỏ qua trọng lực và sức cản không khí tìm tốc độ  $v$  của nó tại thời điểm  $t$  nếu tại  $t=0$  nó có tốc độ  $v_0$  và khối lượng  $M_0=M+m_0$ , trong đó  $m_0$  là lượng nhiên liệu được đốt cháy.

**Tên lửa đốt nhiên liệu được đẩy ra với vận tốc  $u$  liên quan đến tên lửa.**

Gọi  $m$  là khối lượng,  $\vec{v}$  là vận tốc của tên lửa ở thời điểm  $t$  nào đó,  $\vec{u}$  là vận tốc của khí phun ra phía sau so với tên lửa.

Sau thời gian  $dt$  khối lượng khí đã biến thiên một lượng  $dm$ , khối lượng khí là  $m+dm$ , trong đó khối lượng khí đã phun ra là  $-dm$ , vận tốc của tên lửa là  $\vec{v}+d\vec{v}$ , vận tốc của khí phun ra là  $\vec{v}+d\vec{v}-\vec{u}$



Động lượng của hệ ở thời điểm  $t$ :  $m\vec{v}$

Động lượng của hệ ở thời điểm  $t+dt$ :  $(m+dm)(\vec{v}+d\vec{v})+(-dm)(\vec{v}+d\vec{v}-\vec{u})$

Độ biến thiên xung lượng của hệ:

$$d\vec{p} = \vec{v} dm + md\vec{v} - \vec{u} dm = md\vec{v} - (\vec{u} - \vec{v})dm$$

-KHO VẬT LÝ SƠ CẤP-

Trong đó chúng ta đã bỏ qua số hạng vô cùng bé bậc 2 của  $dmd\vec{v}$

Độ biến thiên động lượng:  $d\vec{p}=md\vec{v}-\vec{u}dm$

Gọi tổng ngoại lực tác dụng lên hệ là  $\vec{F}$ , ta có:

$$\vec{F}=m\frac{d\vec{v}}{dt}-\vec{u}\frac{dm}{dt}\Rightarrow m\frac{d\vec{v}}{dt}=\vec{F}+\vec{u}\frac{dm}{dt}$$

Đây là phương trình chuyển động của tên lửa, hay là phương trình chuyển động của chất điểm có khối lượng thay đổi (còn gọi là phương trình Mêsecski).

Ta thấy,  $\vec{u}-\vec{v}$  là vận tốc tương đối của khí phun ra so với tên lửa.

Số hạng  $\vec{u}\cdot\frac{dm}{dt}$  có thứ nguyên của lực, gọi là phản lực.

Như vậy vectơ gia tốc của tên lửa phụ thuộc tổng ngoại lực  $\vec{F}$  và cả phản lực.

Biến đổi phản lực về cả độ lớn và hướng có thể điều khiển cho tên lửa đi theo quỹ đạo mong muốn.

Xét trường hợp ngoại lực bằng 0 hoặc có thể bỏ qua, và vận tốc tương đối của khí phun ra  $\vec{u}'=\vec{u}-\vec{v}$  không đổi, hướng về phía sau tên lửa.

$$M\cdot\frac{dv}{dt}=-u'\cdot\frac{dM}{dt}$$

$$\frac{dM}{M}=\frac{-dv}{u'}\Rightarrow \ln M=\frac{-v}{u'}+const$$

Lúc  $t=0: v=0 \Rightarrow const = \ln M_0$

$$v=u'\cdot\ln\frac{M_0}{M}$$

Đó là công thức xác định vận tốc tên lửa theo vận tốc khí phun ra.

**Bài 1** Một chiếc xích được giữ thẳng đứng, đầu dưới chạm nhẹ vào mặt bàn. Xích có khối lượng  $m$ , dài  $l$ . Người ta thả tay cho xích rơi xuống.

- Tính lực mà xích tác dụng lên bàn khi đầu trên rơi được một đoạn đường bằng  $x$
- Lực này cực đại bằng bao nhiêu và khi nào cực đại?

$$\text{ĐS: a. } N = \frac{3mgx}{l}; \text{ b. } N_{\max} = 3mg.$$

**Bài 2:** Một dây xích AB, dài  $l$  có một phần nằm trong một ống nằm ngang, nhẵn và một phần dài  $h$  nằm lơ lửng ở ngoài. Đầu B của dây xích nằm ngoài ống, chạm nhẹ vào mặt bàn. Đầu A của dây xích nằm trong ống. Người ta thả đầu A của xích. Tìm tốc độ của đầu A khi nó vừa rời khỏi ống.

$$\text{ĐS: } v = \sqrt{2gh \ln \frac{l}{h}}$$

**Bài 3:** Lúc  $t = 0$ , một cái xe đựng cát có khối lượng tổng cộng của xe và cát là  $m_0$  đang đứng yên trên mặt phẳng ngang, nhẵn thì chịu tác dụng của một lực  $F$  không đổi theo phương ngang. Do có một lỗ thủng ở sàn xe nên cát chảy xuống với tốc độ không đổi  $\mu$  kg/s. Xác định vận tốc và gia tốc của xe ở thời điểm  $t$ ?

$$\text{ĐS: } a = \frac{F}{m_0 - \mu t}; \quad v = \frac{F}{\mu} \ln \frac{m_0}{m_0 - \mu t}$$

**Bài 4:** Một tàu vũ trụ khối lượng  $M_0$  đang chuyển động không ngoại lực tác dụng với vận tốc không đổi  $v_0$ . Muốn thay đổi hướng chuyển động của con tàu người ta cho hoạt động một động cơ phản lực để phun một luồng khí có tốc độ  $u$  không đổi đối với con tàu, đồng thời luồng khí có hướng luôn vuông góc với hướng chuyển động của con tàu. Khi kết thúc thời gian hoạt động của động cơ thì khối lượng tàu là  $M$ . Hỏi hướng chuyển động của con tàu lệch góc  $\alpha$  bằng bao nhiêu so với hướng chuyển động ban đầu?

$$\text{ĐS: } \alpha = \frac{u}{v_0} \ln \frac{M_0}{M}$$

**Bài 5:** Một xe tải có khối lượng ban đầu  $m_0$  và vận tốc ban đầu  $v_0$  chuyển động trên đường nằm ngang. Mưa rơi thẳng đứng, nước đọng trong thùng xe với khối lượng không đổi  $\mu$  trong mỗi giây. Tìm vận tốc của xe ở thời điểm  $t$ , nếu lực cản lên xe tỉ lệ với vận tốc theo công thức  $F = b.v$ , với  $b$  là hệ số tỉ lệ không đổi.

$$v = v_0 \left( \frac{m_0}{m_0 + \mu t} \right)^{1 + \frac{b}{\mu}}$$

ĐS:

**Bài 6:** Một máy bay phản lực đang bay ngang với tốc độ 180m/s. Trong mỗi giây động cơ của nó hút vào  $68\text{m}^3$  không khí có khối lượng 70kg. Khối lượng này dùng để đốt hết 2,9 kg nhiên liệu trong mỗi giây. Động cơ nén khí đốt và phun nó ra sau máy bay với tốc độ 490m/s so với máy bay. Hãy tính lực đẩy và công suất của động cơ.

ĐS: Lực đẩy  $F = 23100\text{N}$ ; Công suất của động cơ:  $P = 4,2 \cdot 10^6 \text{ W}$

**Bài 7:** Một tên lửa bay ra xa trái đất. Khi nó đạt độ cao 6400km thì động cơ của nó lại hoạt động để khí đốt phun ra với tốc độ 1200m/s (so với tên lửa). Biết rằng lúc đó tên lửa có khối lượng 25000kg và cần một gia tốc  $1,7\text{m/s}^2$ . Hãy xác định tốc độ tiêu thụ nhiên liệu. kính trái đất  $R = 6400\text{km}$ ;  $g = 9,8\text{m/s}^2$ . Bỏ qua sức cản của không khí.

ĐS:  $\mu = 86,5\text{kg/s}$

**Bài 8:** Một tên lửa được phóng lên thẳng đứng từ mặt đất. Vận tốc khí phun ra đổi với tên lửa là  $1000 \text{ m/s}$ . Tại thời điểm phóng tên lửa có khối lượng 6 tấn. Tìm khối lượng khí phun ra trong  $1\text{s}$  để:

- 1) Tên lửa lên rất chậm
- 2) Tên lửa lên nhanh với  $a=2g=20 \text{ m/s}^2$

ĐS: a.  $60 \text{ kg/s}$  b.  $180 \text{ kg/s}$

**Bài 9 .** Một tên lửa phóng lên thẳng đứng trong trường trọng lực, chịu tác dụng lực cản không khí  $kmv^2$  và nhiên liệu được đốt cháy được cho bởi  $m=m_0 e^{-bt}$  với  $b$  là hằng số ( $b > \frac{g}{u}$ ). Coi gia tốc trọng trường  $g$  không đổi trong phạm vi tên lửa chuyển động.

- a. Viết biểu thức vận tốc tên lửa.
- b. Sau thời gian dài, tìm vận tốc giới hạn tên lửa đạt được.

ĐS: a.  $v(t) = \frac{\lambda}{\sqrt{k}} \tanh(\lambda \sqrt{k}t)$ ; b.  $v = \sqrt{\frac{bu-g}{k}}$

**Bài 10 . (Đề thi Olympic Vật lí vương quốc Anh):** Một tên lửa không chịu tác dụng của các lực hấp dẫn trong vũ trụ, đang chuyển động nhanh dần theo một quỹ đạo thẳng. Khối lượng vỏ tên lửa cùng với các thiết bị gắn vào nó là M. Ở thời điểm t, khối lượng của nhiên liệu chứa trong tên lửa là  $m = m_0 \cdot e^{-kt}$  ( $k$  là hằng số dương), vận tốc tương đối (so

với tên lửa) của lượng khí nhiên liệu phun ra là  $u = u_0 \cdot e^{-kt}$ . Giả sử  $m_0 \ll M$ , hãy chứng minh rằng vận tốc cuối của tên lửa lớn hơn vận tốc đầu một lượng xấp xỉ bằng

$$\frac{m_0 u_0}{2M}. \text{ Cho } \ln(1+x) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} + \dots$$

## CHƯƠNG IV. TRỌNG TÂM, KHỐI TÂM. CÁC DẠNG CÂN BẰNG IV.1 TRỌNG TÂM, KHỐI TÂM.

**Bài 1.** Xác định vị trí khối tâm G của các vật đồng chất sau:

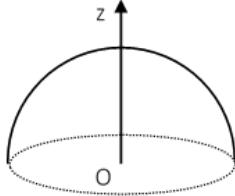
- a. Đoạn dây hình cung tròn bán kính R, góc ở tâm  $\alpha$
- b. Đoạn dây nửa đường tròn bán kính R.

$$\text{ĐS : a. } OG = \frac{2R \sin \frac{\alpha}{2}}{\alpha}; \text{ b. } OG = \frac{2R}{\pi}$$

**Bài 2.** Xác định vị trí khối tâm G của bản bán nguyệt đồng chất bán kính R.

$$\text{ĐS: } OG = \frac{4R}{3\pi}$$

**Bài 3.** Xác định vị trí khối tâm của bán cầu đặc đồng chất bán kính R.

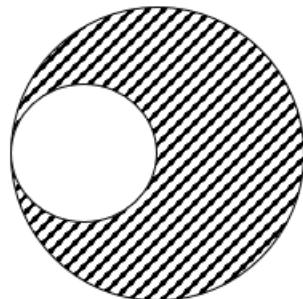


$$\text{ĐS: } OG = \frac{3R}{8}$$

**Bài 4.** Xác định vị trí khối tâm của vật đồng chất, dạng hình nón cùt đồng chất có chiều cao h, đỉnh O.

$$\text{ĐS: } OG = \frac{3h}{4}$$

**Bài 5.** Một đĩa tròn mỏng đồng nhất bán kính R, bị cắt mất một miếng hình tròn có bán kính nhỏ hơn 2 lần và tiếp xúc với vành đĩa (Hình 1.20). Khối tâm của phần còn lại nằm ở đâu?



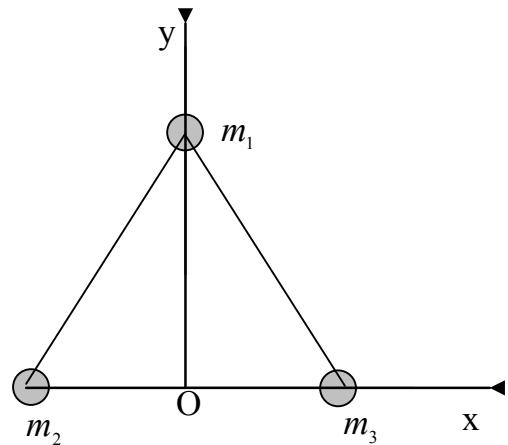
ĐS: Khối tâm G cách O một khoảng  $\frac{R}{6}$ .

**Bài 6.** Tìm trọng tâm các vật rắn đồng chất sau đây:

a. Có 3 quả cầu nhỏ khối lượng  $m_1, m_2, m_3$  đặt sao cho chúng tạo thành 1 tam giác đều cạnh a (hình vẽ).

b. Vật rắn dạng cung tròn AB bán kính R, góc  $2\alpha$  rad).

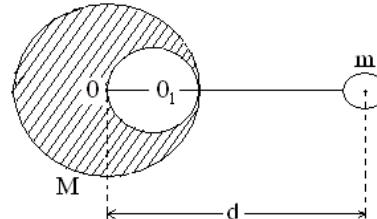
$$\text{ĐS: a. } G \left( \frac{a(m_3 - m_2)}{2(m_1 + m_2 + m_3)}, \frac{am_1\sqrt{3}}{2(m_1 + m_2 + m_3)} \right); \quad b. \quad OG = R \frac{\sin \alpha}{\alpha}$$



**Bài 7.** Trong một quả cầu đồng chất khối lượng

M bán kính R. Người ta khoét một lỗ hõnh cầu bón kính  $R/2$ . Tìm lực do quả cầu tác dụng lên vật nhỏ m trên đường nối tâm hai hình cầu, cách tâm hình cầu lớn một đoạn d như hình vẽ (xem m như một chất điểm).

$$\text{ĐS: } F_{hd} = \frac{GMm}{8d^2(d-R)^2} \left( \frac{7d^2 - 8dR + 2R^2}{8d^2(d-R)^2} \right)$$



## IV.2 CÂN BẰNG VẬT RĂN.

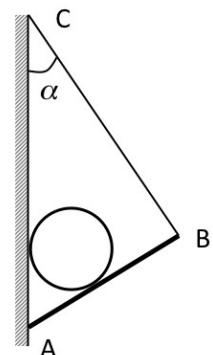
**Bài 1.** Cho hệ cân bằng như hình vẽ. Thanh AB tiết diện đều đồng chất, khối lượng  $m = 2$  kg, chiều dài  $l = 40$  cm có thể quay quanh bản lề A. Sợi dây CB vuông góc với thanh và tạo với tường thẳng đứng góc  $\alpha = 30^\circ$ . Đĩa tròn hình trụ bán kính  $R = 10$  cm, khối lượng  $M = 8$  kg.

Tìm độ lớn các lực tác dụng vào đĩa và thanh AB. Bỏ qua mọi ma sát.

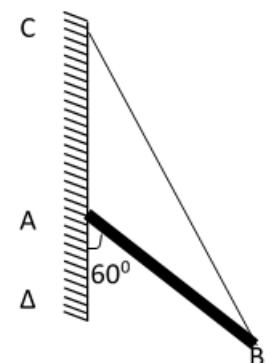
Lấy  $g = 10\text{m/s}^2$ .

**ĐS:** Đối với đĩa:  $P_d = 20\text{ N}$ ;  $N_2 \approx 92,4\text{ N}$ ;  $N_1 \approx 46,19\text{ N}$

Đối với thanh AB:  $T_B \approx 48,7\text{ N} \approx 48,7\text{ N}$ ;  $N_A = 61,9\text{ N}$



**Bài 2.** Người ta muốn treo một thanh AB đồng chất, chiều dài l, khối lượng m (khối tâm G ở trung điểm) trong một mặt phẳng ABC đứng thẳng và vuông góc với một bức tường Δ. Đầu A của thanh tựa vào tường, đầu B được neo bằng dây vào một điểm C của tường trên đường thẳng AC. Thanh làm với Δ một góc  $60^\circ$ . Giả thiết thanh luôn nằm trong mặt phẳng ABC. Giữa đầu A và tường có ma sát với hệ số ma sát là k.



- Băng sơ đồ lực, nghiên cứu định tính xem nếu khoảng cách AC = x tăng thì lực căng T và nguy cơ đầu A bị trượt tăng hay giảm?
- Biết  $k = 0,6$  và dây chịu được lực căng  $T_{\max} = mg$ , chứng minh rằng nếu  $x = l$  thì thanh cân bằng.

**Bài 3.** Thanh OA nhẹ gắn vào tường nhờ bản lề O. Đầu A có treo vật nặng với trọng lượng P. Để giữ cho thanh nằm ngang cân bằng thì ta dùng dây treo điểm B của thanh lên. Biết  $OB=2AB$

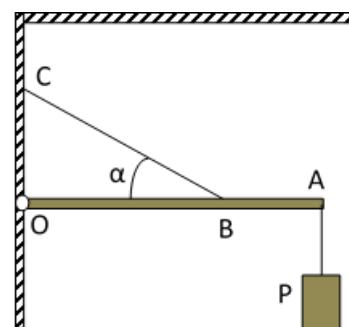
- Tính lực căng T của dây và phản lực Q của bản lề theo góc  $\alpha$ . Xác định lực căng nhỏ nhất và phản lực nhỏ nhất mà ta có thể nhận được khi thay đổi vị trí điểm treo C.
- Vì dây treo chỉ chịu được lực căng tối đa là  $4P$ . Hãy xác định vị trí C của dây treo để dây không bị đứt. Dây đặt ở vị trí nào thì lực căng của dây nhỏ nhất?

ĐS: a.  $Q = \frac{P}{2} \sqrt{9 \cot^2 \alpha + 1}$ ;  $T = \frac{3P}{2 \sin \alpha}$ ;  $T_{\min} = \frac{3P}{2}$ ;  $Q_{\min} = \frac{P}{2}$

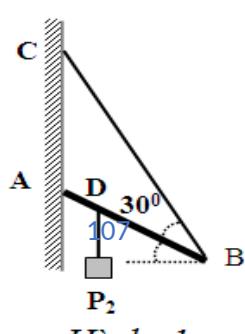
- Vậy để dây không bị đứt thì ta phải chọn điểm treo C sao cho góc treo  $\alpha$  thoả mãn

$$22^\circ \leq \alpha \leq 158^\circ$$

Lực căng dây đạt giá trị nhỏ nhất khi C ở rất xa O.



**Bài 4.** Một thanh AB cứng, đồng chất, tiết diện đều có trọng lượng  $P_1=1N$ , đầu A tựa vào tường thẳng đứng, đầu B được giữ bởi một sợi dây BC nhẹ không dẫn gắn cố định trên tường tại C. Thanh AB hợp với phương ngang và phương sợi dây BC với cùng một góc  $30^\circ$ . Sợi dây và thanh



cùng nằm trong mặt phẳng thăng đứng. Treo lên thanh AB một vật nhỏ có trọng lượng  $P_2$  tại điểm D, với  $AD = x \cdot AB$  (Hình 1). Hệ số ma sát trượt giữa thanh và tường là  $\mu = 0,6$ .

a, Khi  $x = 1/4$ ,  $P_2 = 0,01N$  (Thanh vẫn nằm cân bằng ở vị trí như trên). Tính độ lớn của lực căng dây BC.

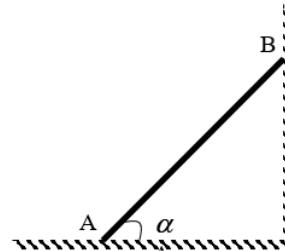
b, Xác định giá trị của  $x$  để  $P_2$  dù lớn đến mấy đầu A cũng không trượt (giả thiết dây không đứt hoặc bật chốt ở C và B, thanh đủ cứng).

ĐS: a.  $T = 0,87N$ ; b.  $x > 0,495$ .

**Bài 5.** Một thanh AB đồng chất khối lượng  $m = 20kg$  dựa vào tường trơn nhẵn dưới góc nghiêng  $\alpha$ . Hệ số ma sát giữa thang và sàn là  $\mu = 0,6$

a) Thang đứng yên cân bằng, tìm các lực tác dụng lên thanh khi  $\alpha = 45^\circ$

b) Tìm các giá trị  $\alpha$  để thang đứng yên không trượt trên sàn



c) Một người có khối lượng  $m = 40kg$  leo lên thang khi  $\alpha = 45^\circ$ . Hỏi người này lên tới vị trí M nào trên thang thì thang sẽ bị trượt. Biết rằng thang dài  $l = 2m$ . Lấy  $g = 10m/s^2$ .

ĐS: a.  $N_A = 200N$ ;  $N_B = 100N$ ; b.  $\alpha \geq 40^\circ$ ; c.  $AM = 1,3$

**Bài 6.** Một chiếc thang AB= $l$ , đầu A tựa trên sàn ngang, đầu B tựa vào tường thăng đứng. Khối tâm C của thang cách A một đoạn  $\frac{l}{3}$ . Thang hợp với sàn một góc  $\alpha$ .

1) Chứng minh rằng thang không thể đứng cân bằng nếu không có ma sát.

2) Gọi hệ số ma sát giữa thang với sàn và tường đều là  $k$ . Biết góc  $\alpha = 60^\circ$ . Tính giá trị nhỏ nhất của  $k$  để thang đứng cân bằng.

3) Khi  $k = k_{\min}$ , thang có bị trượt không, nếu:

a) Một người có trọng lượng bằng trọng lượng thang đứng tại điểm C.

b) Người ấy đứng ở vị trí D cách A một đoạn  $\frac{2l}{3}$

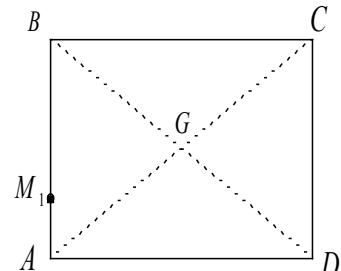
4) Chứng minh rằng  $\alpha$  càng nhỏ thì để thang không trượt thì ma sát càng lớn. Tính  $k_{\min}$  khi  $\alpha=45^\circ$ . (không có người)

**ĐS :** 2.  $k_{\min}=0,18$ ; 3a. Không trượt; 3b. Trượt; 4. Với  $\alpha=45^\circ$  thì  $k_{\min}=0,28$ .

**Bài 7.** Ba người khiêng một khung sắt hình chữ nhật ABCD có khối tâm ở giao điểm của các đường chéo. Khung được giữ cho luôn nằm ngang,

cạnh AD không có người đỡ vì mới sơn (trừ hai đầu A và D). Một người đỡ khung ở  $M_1$  cách A một khoảng  $AM_1=d$ . Tìm vị trí  $M_2$  và  $M_3$  của hai người kia để ba người cùng chịu lực bằng nhau. Biện luận kết quả tìm được?

ĐS:  $M_2$  ở trung điểm cạnh BC

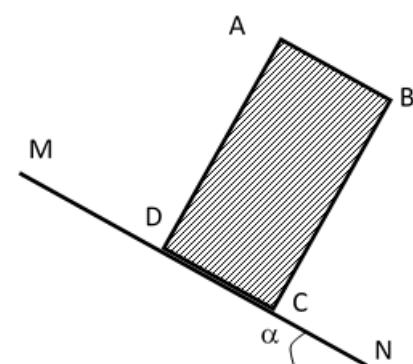


$M_3$  ở cách trung điểm cạnh CD một đoạn d về phía D

**Bài 8.** Khối hộp chữ nhật (H) có tiết diện thẳng ABCD, chiều cao của khối hộp là  $AD=10\sqrt{3}\text{(cm)}$  và đáy  $CD=10\text{(cm)}$ . Đặt (H) trên mặt phẳng nghiêng MN. Lấy  $g = 10\text{m/s}^2$ .

a) Tìm góc nghiêng cực đại  $\alpha_0$  của MN để (H) còn chưa bị lật. Khi góc nghiêng của MN là  $\alpha_0$ ; muốn cho (H) không trượt trên MN thì hệ số ma sát nghỉ cực đại  $\mu$  giữa (H) và MN phải là bao nhiêu?

b) Trong trường hợp góc nghiêng của MN đã là  $\alpha_0$ , hệ số ma sát nghỉ cực đại (cũng là hệ số ma sát trượt) giữa (H) và MN là  $\mu = 0,2$ . Nếu kéo MN theo phương ngang,

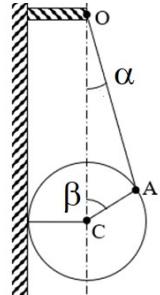


Hình câu 2

sang phải với giá tốc  $a$ , thì có thể làm cho (H) dừng lại không trượt trên MN và không bị lật được không?

ĐS : a.  $\mu \leq 0,57$ ;  $\alpha_0 = 30^\circ$

**Bài 9.** Một hình cầu được buộc vào một sợi dây và tựa vào tường như hình vẽ 1.9. Tâm hình cầu C nằm trên cùng đường thẳng đứng đi qua điểm treo O; góc giữa dây và phương thẳng đứng là  $\alpha$ , giữa bán kính đi qua điểm nối với dây A và phương thẳng đứng là  $\beta$ . Tìm điều kiện của hệ số ma sát giữa quả cầu và tường để hệ có thể cân bằng? Biết:  $\alpha + \beta = \pi/2$ .



$$\text{ĐS: } k \geq \frac{1}{\sin \alpha}$$

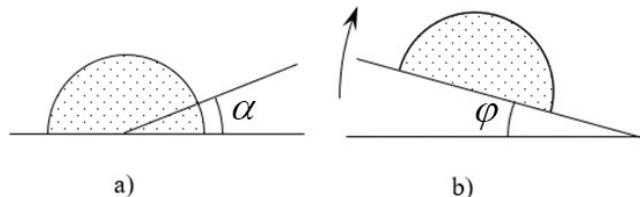
**Bài 10.** Một chiếc thang có khối lượng  $m = 15\text{kg}$  và chiều dài  $l = 3\text{m}$  được đặt tựa đầu trên (đã được mài tròn) vào tường, đầu dưới đặt trên sàn nhà. Góc nghiêng của thang so với phương nằm ngang là  $\alpha = 60^\circ$ . Trên thang có một người khối lượng  $M = 60\text{ kg}$  đứng tại vị trí cách đầu trên của thang một khoảng  $a = 1\text{m}$ . Tìm độ lớn và phương của lực mà sàn tác dụng lên thang khi cân bằng?

$$\text{ĐS: } F = g \sqrt{\left( \frac{m}{2} + \frac{2M}{3} \right)^2 \operatorname{ctg}^2 \alpha + (M+m)^2} = 800(\text{N})$$

$$\beta = \operatorname{arctg} \left( \frac{3m+4M}{6M+6m} \operatorname{ctg} \alpha \right) \approx 20^\circ$$

Góc hợp bởi  $\vec{F}$  so với phương thẳng đứng :

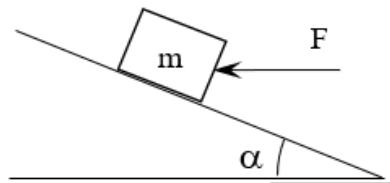
**Bài 11.** Ta phải kéo sợi dây thừng nhẹ dưới góc  $\alpha$  như thế nào để kéo vật nặng chuyển động không gia tốc trên mặt phẳng nằm ngang (Hình a)? Biết rằng vật bắt đầu tự trượt khi đặt trên mặt phẳng nghiêng có góc nghiêng  $\varphi$  (Hình b).



ĐS:  $\alpha = \varphi$

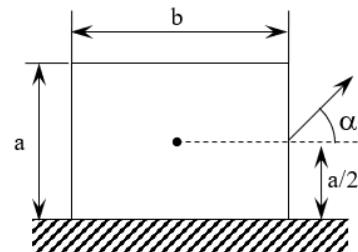
**Bài 12.** Tìm lực nhỏ nhất  $F$  tác dụng theo phương nằm ngang vào vật có khối lượng  $m = 1\text{kg}$ , đang nằm trên mặt phẳng nghiêng có góc nghiêng  $\alpha = 30^\circ$  để cho nó đứng yên (Hình vẽ)? Hệ số ma sát giữa vật và mặt phẳng nghiêng là  $k = 0,2$ .

$$F = \frac{mg(\tan \alpha - k)}{1 + k \cdot \tan \alpha} = 3,3 \text{ (N)}$$



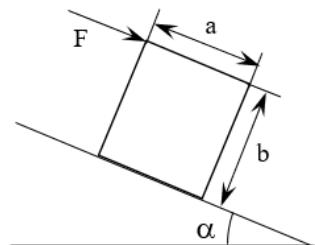
**Bài 13.** Một khối hình hộp chữ nhật có tiết diện thằng  $a \times b$  (Hình 1.14) được kéo trượt đều trên mặt phẳng ngang bằng một chiếc dây thừng với góc kéo  $\alpha$  có thể thay đổi được. Hệ số ma sát giữa vật và mặt phẳng ngang là  $k$ . Tìm góc  $\alpha$  khi vật bắt đầu bị nhắc lên?

$$\text{ĐS: } \operatorname{tg} \alpha = \frac{a}{b} + \frac{1}{k}$$



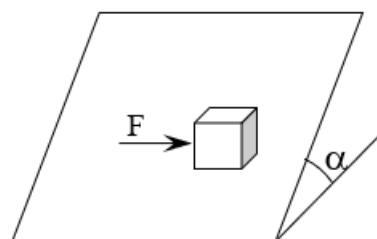
**Bài 14.** Vật khối lượng  $m$  có kích thước  $a \times b$  (Hình vẽ) nằm trên mặt phẳng nghiêng có góc nghiêng  $\alpha$ . Bắt đầu tác dụng lực  $F$  lên mép trên của vật, song song với với đường dốc chính của mặt phẳng nghiêng. Với lực  $F$  như thế nào thì vật bị lật đổ? Biết rằng khi đó vật không bị trượt xuống mặt phẳng nghiêng.

$$\text{ĐS: } F \geq \frac{mg}{2} \left( \frac{a}{b} \cdot \cos \alpha - \sin \alpha \right)$$



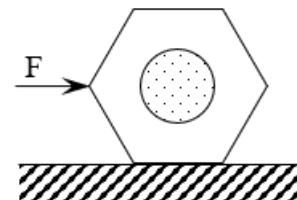
**Bài 15.** Một khối lập phương nhỏ khối lượng  $m = 100\text{g}$  đặt trên mặt phẳng nhám nghiêng với phương nằm ngang một góc  $\alpha = 30^\circ$  (Hình 1.16). Hệ số ma sát giữa khối lập phương và mặt nhám là  $k = 0,8$ . Tìm lực nhỏ nhất  $F$  tác dụng vào khối lập phương theo phương ngang để cho nó bắt đầu chuyển động? Lực nằm trên mặt phẳng nghiêng.

$$\text{ĐS: } F_{\min} = 0,47 \text{ (N)}$$



**Bài 16.** Một chiếc bút chì có tiết diện hình lục giác bị đẩy dọc theo mặt phẳng ngang (Hình vẽ). Tìm hệ số ma sát giữa bút chì và mặt phẳng ngang để nó trượt trên mặt phẳng ngang mà không quay?

$$\text{ĐS: } k \leq \frac{1}{\sqrt{3}}$$



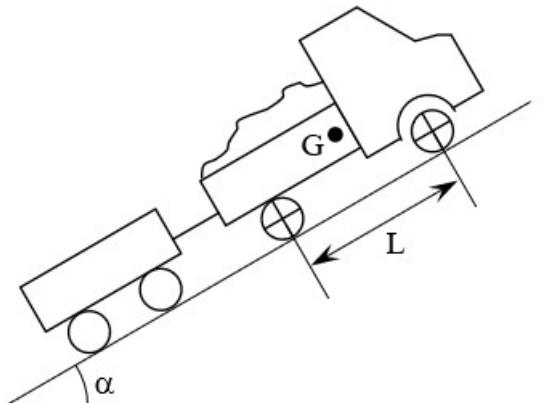
**Bài 17.** Một chiếc ôtô khối lượng  $M = 1$  tấn chuyển động lên trên mặt phẳng nghiêng có góc nghiêng  $\alpha = 12^\circ$ . Tìm hiệu các áp lực của bánh trước và bánh sau của xe xuống mặt đường? Biết rằng, khoảng cách giữa các trục là  $L=2,5\text{m}$ , khối tâm của xe ở cách đều các trục và nằm ở độ cao  $H = 0,75\text{m}$  so với mặt đường.

$$\text{ĐS: } \Delta N = 1,2 \cdot 10^3 \text{ (N)}.$$

**Bài 18.** Tìm sự thay đổi áp lực lên bánh trước của một ô tô khối lượng  $m = 1500 \text{ kg}$  đang chuyển động trên mặt đường nằm ngang (có hệ số ma sát  $k = 0,4$ ), khi hâm bánh sau một cách tối đa mà không làm xảy ra sự trượt? Khối tâm ô tô nằm cách đều các trục xe và nằm ở độ cao là  $h = 60 \text{ cm}$  so với mặt đất; khoảng cách giữa trục trước và trục sau của xe là  $d = 3,5 \text{ m}$ .

$$\text{ĐS: } \Delta N = \frac{mg}{2} \frac{kh}{d + kh} = 480 \text{ (N)}$$

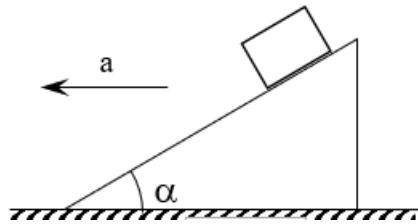
**Bài 19.** Xe tải có khối lượng  $M = 8$  tấn đang vượt dốc (Hình 1.18). Xe tải kéo theo một moóc có khối lượng  $m = 4$  tấn. Dây nối nằm ở độ cao  $h = 1\text{m}$ . Khối tâm  $G$  của xe tải nằm ở độ cao  $H = 2\text{m}$ ; khoảng cách giữa các trục bánh xe là  $L = 4\text{m}$ . Khi đi trên đường nằm ngang thì các bánh sau ép lên mặt đường một lực bằng  $3/4$  toàn bộ trọng lượng của xe. Với góc nghiêng của dốc như thế nào thì xe bị đổ về sau? Thực tế có nguy hiểm hay không, nếu công suất của động cơ chỉ đủ để vượt dốc có góc nghiêng không vượt quá  $10^\circ$ ?



-KHO VẬT LÝ SƠ CẤP-

$$\tan \alpha \geq \frac{ML/4}{m.h+M.H}; \text{ không gây nguy hiểm.}$$

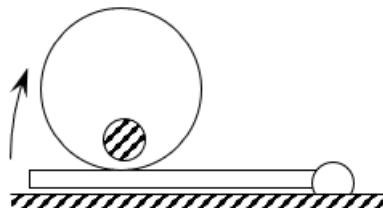
**Bài 20.** Một chiếc ném có góc nghiêng  $\alpha$  chuyển động với gia tốc  $a$  trên mặt bàn nằm ngang phẳng (Hình 1.19). Với gia tốc  $a$  như thế nào thì vật nằm trên mặt ném bắt đầu trượt lên trên? Hệ số ma sát giữa vật và ném là  $k$ .



$$\text{ĐS: Vật bắt đầu trượt lên trên khi: } a = g \cdot \frac{k + \tan \alpha}{1 - k \tan \alpha}, \text{ với điều kiện } k \tan \alpha < 1.$$

**Bài 21.** Trên một hình trụ bán kính  $R$ , tại vị trí cách trục một khoảng  $2R/3$ , người ta khoan một lỗ hình trụ có bán kính  $R/4$ , trục của lỗ và của hình trụ song song với nhau (Hình 1.23).

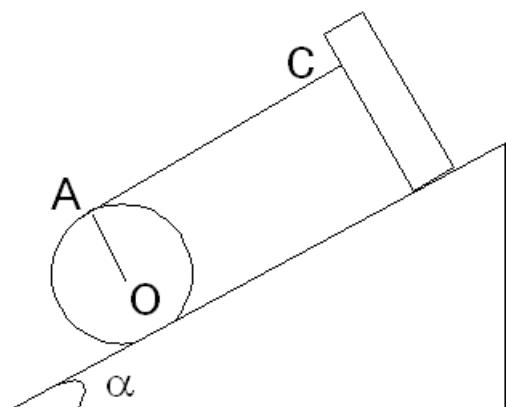
Đổ vào trong lỗ đó một chất có khối lượng riêng lớn gấp 11 lần khối lượng riêng của chất làm hình trụ. Hình trụ được đặt nằm trên một tấm ván nhẹ. Nhắc chậm một đầu của tấm ván lên. Tìm góc nghiêng  $\alpha$  cực đại của tấm ván với phương ngang để cho hình trụ còn nằm cân bằng? Hệ số ma sát giữa tấm ván và hình trụ là  $k = 0,3$ .



$$\alpha \leq \arcsin \left( \frac{10}{39} \right)$$

**Bài 22.** Một quả cầu bán kính  $R$ , khối lượng  $m$  đặt trên mặt phẳng không nhẵn nghiêng một góc  $\alpha$  so với mặt phẳng ngang. Quả cầu được giữ cân bằng nhờ sợi dây  $AC$  song song với mặt phẳng nghiêng như hình vẽ. Biết quả cầu còn nằm cân bằng với góc  $\alpha$  lớn nhất  $\alpha_0$ . Hãy tính:

- a. Hệ số ma sát giữa quả cầu với mặt phẳng nghiêng



-KHO VẬT LÝ SƠ CẤP-

b. Lực căng T của dây AC khi đó.

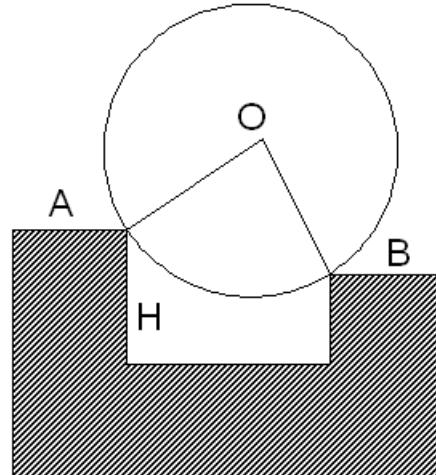
$$\text{ĐS: a. } k \geq \frac{\tan \alpha}{2}; \text{ b. } T = P \sin \alpha_0 - k P \cos \alpha_0.$$

Với  $\alpha_0 = \arctan(2k)$

**Bài 23.** Một khối gỗ hình trụ đồng chất khối lượng  $m = 10\text{kg}$ , bán kính  $R = 10\text{cm}$  được đặt trên một khối M như hình vẽ. Góc tạo bởi bán kính OA và OB với phương thẳng đứng lần lượt là  $60^\circ$  và  $30^\circ$

Bỏ qua ma sát.

a. Tính áp lực đè lên M tại A và B khi M đứng yên và khi M chuyển động với gia tốc  $a_0 = 2\text{m/s}^2$  trên phương nằm ngang hướng từ trái sang phải.



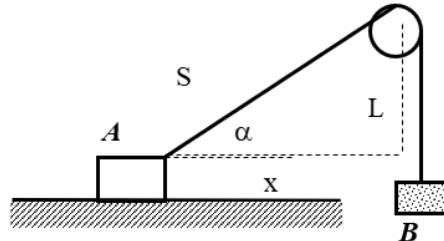
b. Nếu có ma sát tìm  $a_0$  của M để khối gỗ lăn quanh A. Cho  $g = 10\text{m/s}^2$ .

$$\text{ĐS: a. } N_A = 50 \text{ (N)}; N_B = 76,6 \text{ N}; \text{ b. } a_0 > 10\sqrt{3} \text{ m/s}^2$$

**Bài 24.** Một thanh dài OA có trọng tâm ở giữa thanh và khối lượng  $m = 1\text{kg}$ . Đầu O của thanh liên kết với tường bằng bản lề, còn đầu A được treo vào tường bằng một sợi dây AB. Thanh được giữ nằm ngang và dây làm với thanh một góc  $\alpha = 30^\circ$ . Lấy  $g = 10\text{m/s}^2$ . Hãy xác định độ lớn lực căng dây và phản lực Q?

$$\text{ĐS: } T = Q = P/2 \sin \alpha.$$

**Bài 25.** Cho cơ hệ như hình vẽ: Vật A có khối lượng m được đặt trên mặt phẳng nằm ngang và nối với vật B có khối lượng  $M=2\text{m}$  bằng một dây không khối lượng, không giãn vắt qua ròng rọc cố định. Phương của dây hợp với phương ngang một góc  $\alpha$ . Ban đầu hệ được giữ cố định rồi thả nhẹ cho hệ chuyển động. Bỏ qua ma sát ở ròng rọc và ma sát giữa vật A với mặt phẳng ngang.

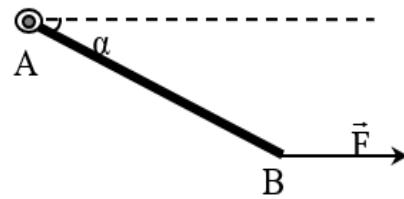


a. Trong trường hợp góc  $\alpha$  nhỏ, vật A chỉ trượt. Hãy tính gia tốc của các vật A và lực căng của dây ngay sau khi thả vật B trong trường hợp này?

b. Tìm điều kiện của góc  $\alpha$  để vật A không chuyển động trên mặt phẳng ngang?

$$\text{ĐS : a. } a_A = \frac{2g\cos\alpha}{1+2\cos^2\alpha}; T = \frac{2mg}{1+2\cos^2\alpha}; \alpha > \arcsin\left(\frac{\sqrt{7}-1}{2}\right)$$

**Bài 26.** Một thanh AB đồng chất, tiết diện đều, khối lượng  $m=100\text{kg}$  có thể quay tự do quanh một trục đi qua đầu A và vuông góc với mặt phẳng hình vẽ (hình 3). Thanh được giữ cân bằng theo phương hợp với phương ngang một góc  $\alpha=30^\circ$  nhờ một lực  $\vec{F}$  đặt vào đầu B, phương của  $\vec{F}$  có thể thay đổi được. Lấy  $g = 10\text{m/s}^2$ .



a.  $\vec{F}$  có phương nằm ngang. Tìm giá trị của các lực tác dụng lên thanh.

b. Tìm giá trị nhỏ nhất của lực F để có thể giữ thanh như đã mô tả.

$$\text{ĐS: a. } F = 866\text{N}, N = 1322,9\text{N}; b. F_{\min} = 433\text{N}$$

**Bài 27.** Đặt đặt lồi của một bán cầu khối lượng M, bán kính R trên một mặt phẳng ngang. Tại mép của bán cầu đặt một vật nhỏ khối lượng m làm cho mặt phẳng bán cầu nghiêng một góc  $\alpha$  so với mặt phẳng ngang. Trọng tâm bán cầu nằm trên bán kính vuông góc với mặt bán cầu và cách tâm bán cầu một đoạn bằng  $3/8$  bán kính. Tính góc lệch  $\alpha$ .

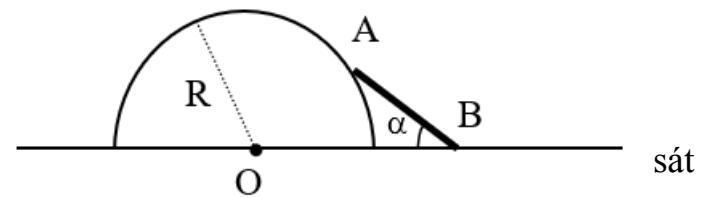
$$\text{ĐS: } \alpha = \arctan\left(\frac{8}{3} \frac{m}{M}\right)$$

**Bài 28.** Trên mặt bàn nằm ngang có một khối bán trụ cố định có bán kính R. Trong mặt phẳng thẳng đứng vuông góc với trục O của bán trụ (mặt phẳng hình vĩ) có một thanh đồng chất AB chiều dài bằng R tựa đầu A lên bán trụ, đầu B ở trên mặt bàn. Trọng lượng của thanh là P. Bỏ qua ma giãu bán trụ và thanh. Hệ số ma sát giữa

$$\text{thanh và mặt bàn là } k = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

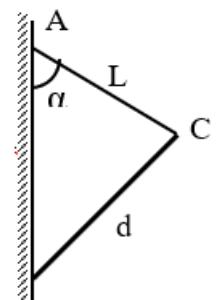
Góc  $\alpha$  (góc hợp bởi thanh AB và mặt bàn) phải thỏa mãn điều kiện gì để thanh ở trạng thái cân bằng?

ĐS:  $30^\circ \leq \alpha \leq 45^\circ$



**Bài 29.** Một thanh đồng chất BC tựa vào tường thẳng đứng tại B nhờ dây AC dài L hợp với tường một góc  $\alpha$  như hình (H.4). Biết thanh BC có độ dài d. Hỏi hệ số ma sát giữa thanh và tường phải thỏa điều kiện nào để thanh cân bằng?

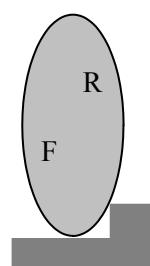
$$\text{ĐS: } k \geq \frac{2\sqrt{d^2 - L^2 \sin^2 \alpha}}{L \sin \alpha} + \frac{1}{\tan \alpha}$$



## ĐÁP ÁN

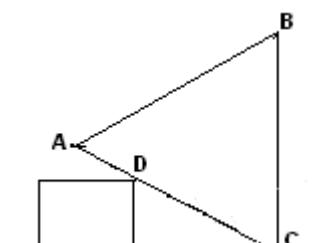
**Bài 30.** Để đẩy một con lăn nặng có trọng lượng P, bán kính R lên bậc thềm, người ta đặt

vào nó một lực F (hình bên). Hãy xác định tỉ số  $\frac{F}{P}$  biết độ cao cực đại của bậc thềm là  $h_m = 0,2R$ .



$$\text{ĐS: } \frac{F}{P} = 0,75$$

**Bài 31.** Một lăng trụ có tiết diện thẳng là tam giác đều ABC, có trọng lượng P = 100 (N). Ké lăng trụ trên một giá đỡ, sao cho mặt đáy AC của lăng trụ nghiêng lớn nhất là  $30^\circ$  so



với phương ngang. Giá đỡ tiếp xúc với đáy AC của lăng trụ tại C,  $DC = \frac{2}{3} AC$  (như hình vẽ). Xác định:

- Điều kiện hệ số ma sát giữa lăng trụ với giá đỡ và với sàn (Biết giá đỡ và sàn làm cùng bằng một vật liệu).
- Phản lực của giá đỡ và của sàn vào lăng trụ.

ĐS:  $k = 0,227$ .

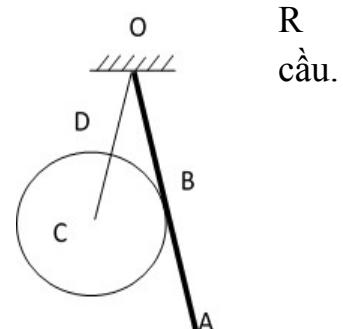
$$b. N = 57,6 \text{ (N)}$$

**Bài 32.** Trên mặt phẳng nằm ngang đặt một thanh AB đồng chất. Người ta nâng nó lên một cách từ từ bằng cách đặt vào đầu B của nó một lực F luôn có phương vuông góc với thanh. Hỏi hệ số ma sát giữa thanh và mặt phẳng có giá trị cực tiểu bằng bao nhiêu để dụng được thanh lên ở vị trí thẳng đứng mà đầu dưới của nó không bị trượt ?

$$\text{ĐS: } \mu \geq \frac{1}{2\sqrt{2}}$$

**Bài 33.** Thanh đồng chất OA có trọng lượng P quay được quanh điểm O và tựa tại điểm giữa B của nó lên quả cầu đồng chất C có trọng lượng Q, bán kính R được treo vào trực O, nhờ dây OD dài bằng bán kính R của quả. Cho góc  $\angle BOC = \alpha = 30^\circ$ . Tính góc nghiêng  $\varphi$  của dây OD hợp với đường thẳng đứng khi hệ cân bằng.

$$\text{Biết: } \sin(a - b) = \sin a \cdot \cos b - \cos a \cdot \sin b$$



$$\text{ĐS: } \varphi = \arctan \left( \frac{P\sqrt{3}}{4Q + 3P} \right)$$

**Bài 34.** Thanh AB chiều dài l, khối lượng m, tiết diện đều đặt trên mặt phẳng ngang có hệ số ma sát k. Tác dụng vào đầu A một lực F theo phương ngang và vuông góc với AB, thanh có xu hướng quay.

- Xác định vị trí của điểm O với  $OA = x$  mà khi thanh AB bắt đầu dịch chuyển quanh điểm này. Suy ra rằng vị trí này không phụ thuộc vào hệ số ma sát.

-KHO VẬT LÝ SƠ CẤP-

2) Tính lực lớn nhất để thanh chưa dịch chuyển quay.

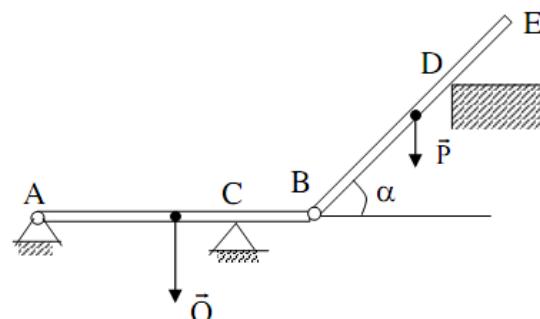
$$\text{ĐS:a. } x = \frac{1}{\sqrt{2}}; \text{ b. } F \leq kmg(\sqrt{2} - 1)$$

**Bài 35.** Cho hệ 2 thanh AB và BE nối bằng khớp quay B ( có thể quay không ma sát).

Trọng tâm của mỗi thanh đặt tại trung điểm.

Khớp A cố định, tại D và C là các điểm tựa nhọn. Xác định phản lực tại A, C, D.

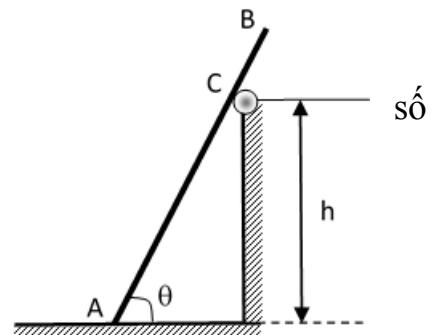
Cho  $P = 40N$ ,  $Q = 20N$ ,  $CB = 1/3 AB$  và  $DE = 1/3 BE$ ,  $\alpha = 45^\circ$ .



ĐS:  $N_D = 21.2N$ ,  $X_B = 15N$  và  $Y_B = 25N$

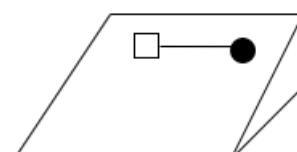
**Bài 36.** Thanh đồng chất AB tiết diện đều dài  $l=2m$ , trọng lượng  $P$ , đứng yên trên mặt sàn nằm ngang và tựa vào một con lăn nhỏ không ma sát C gắn vào đầu bức tường ở độ cao  $h=1m$  (hình 3). Giảm dần góc  $\theta$  thì thấy thanh bắt đầu trượt khi  $\theta=70^\circ$ . Hãy tính hệ số ma sát nghỉ giữa thanh và sàn khi đó.

ĐS:  $\mu = 0,34$



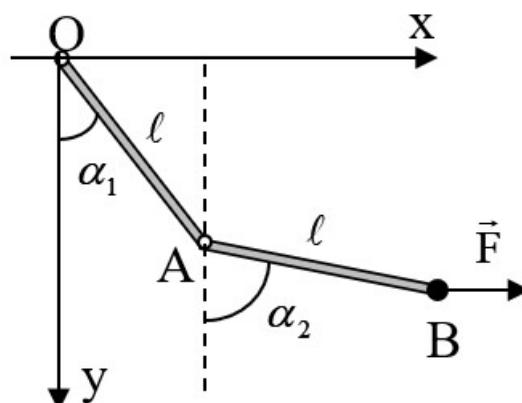
**Bài 37.** Trên một mặt phẳng nghiêng không nhẵn, góc nghiêng  $\alpha$ , có một vật được buộc vào một sợi dây không giãn, đầu tự do của sợi dây thả tự do qua một lỗ nhỏ. Tại thời điểm đầu dây nằm ngang, người ta bắt đầu kéo rất chậm đầu tự do của sợi dây qua lỗ. Khi vật đến lỗ nó đã có một quỹ đạo nửa đường tròn. Tính hệ số ma sát  $\mu$  giữa vật và mặt phẳng nghiêng.

ĐS:  $\mu = \operatorname{tg} \alpha$



**Bài 38.** Hai thanh cứng giống nhau dài  $\ell$ , khối lượng  $m$  liên kết với nhau và liên kết với giá đỡ

bởi các bản lề. Tác dụng lực  $\vec{F}$  không đổi theo



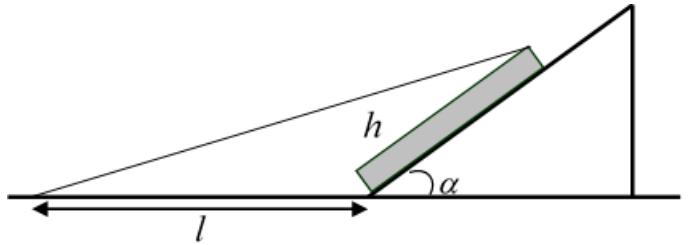
phương ngang vào đầu B của thanh. Tính  $\alpha_1; \alpha_2$  và xác định độ lớn của phản lực do bản lề O tác dụng lên thanh OA tại O; độ lớn của phản lực do thanh OA tác dụng lên thanh AB tại bản lề A.

$$\text{ĐS: } \alpha_1 = \arctan \frac{2F}{3mg}; \quad \alpha_2 = \arctan \frac{2F}{mg}$$

$$N_0 = \sqrt{F^2 + 4P^2}; \quad N_A = \sqrt{F^2 + P^2}$$

**Bài 39.** Một thanh đồng chất chiều dài h nằm trên mặt phẳng nghiêng nhẵn có góc nghiêng  $\alpha$ , đầu dưới của thanh tựa trên một mặt nhám. Đầu trên của thanh được nối với sàn nhờ sợi dây nhẹ không giãn. Biết l  
2h.

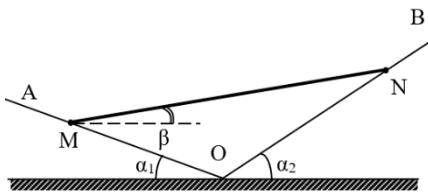
Tìm điều kiện hệ số ma sát ở đầu dưới  
của thanh để nó cân bằng.



$$\mu \geq \frac{(2 + \cos \alpha) \cos \alpha}{(4 + \cos \alpha) \sin \alpha}$$

**Bài 40.** Hai máng OA và OB nằm trong một mặt phẳng thẳng đứng và nghiêng góc  $\alpha_1$  và  $\alpha_2$  so với đường nằm ngang. Một thanh đồng chất

MN có trọng lượng P tì lên hai máng (hình 3). Bỏ qua ma sát giữa thanh và máng. Ở vị trí cân bằng thanh MN nghiêng góc  $\beta$  so với đường nằm ngang.



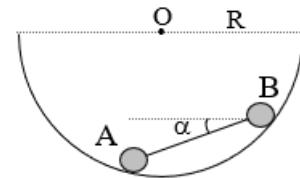
a) Tìm góc nghiêng  $\beta$  theo  $\alpha_1$  và  $\alpha_2$ .

b) Áp dụng bằng số:  $\alpha_1 = 30^\circ; \alpha_2 = 45^\circ$ .

$$\text{ĐS: a. } \tan \beta = \frac{1}{2} \left[ \frac{1}{\tan \alpha_1} - \frac{1}{\tan \alpha_2} \right]; \quad \text{b. } \beta = 20^\circ$$

**Bài 41.** Một thanh nhẹ được gắn hai vật nhỏ A và B ở hai đầu có khối lượng là  $m_A = 1\text{kg}$  và  $m_B$ . Thanh được đặt trong lòng máng tròn có bán kính R (Hình 3), biết  $AB = R\sqrt{2}$ . Hệ cân bằng khi thanh AB tạo với phương ngang một góc  $\alpha=15^\circ$ , bỏ qua ma sát, lấy  $g = 10\text{m/s}^2$ .

a) Xác định khối lượng  $m_B$ ?

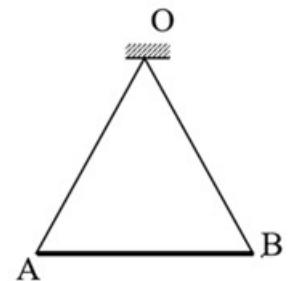


b) Tìm áp lực mà các vật A và B tác dụng lên máng khi thanh cân bằng.

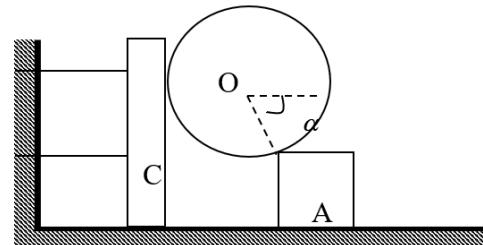
ĐS: a.  $m_B=0,58\text{kg}$ ; b.  $N_B = 7,9\text{N}$ ;  $N_A=13,6\text{N}$ .

**Bài 42.** Cho thanh AB đồng chất, tiết diện đều, khối lượng m, chiều dài L. Hai đầu thanh được treo bởi 2 sợi dây cũng có chiều dài L và gắn cố định tại điểm O (hình 4). Sau đó tại đầu B treo một trọng vật có khối lượng m. Tìm góc lệch của thanh so với phương ngang khi thanh cân bằng và tính lực căng  $T_A$ ,  $T_B$  ở 2 đầu dây.

$$T_A = \frac{2mg}{\sqrt{13}}; T_B = \frac{6mg}{\sqrt{13}}$$



**Bài 43.** Một khối trụ đồng chất bán kính R, chiều dài là  $L = R$ , khối lượng  $m_1 = 2\text{kg}$ , đặt tựa lên một khối lập phương và vật cản C thẳng đứng. Khối lập phương đồng chất, khối lượng  $m_2 = m_1$ , cạnh a = L đặt vừa hết chiều dài của khối trụ. Gọi  $\alpha$  là góc lệch của OA so với phương ngang với O là trọng tâm của khối trụ (hình vẽ trong mặt phẳng vuông góc với trực hình trụ). Chỉ có ma sát giữa sàn và khối lập phương, bỏ qua ma sát của khối trụ với khối lập phương và vật cản C. Lấy  $g = 10\text{m/s}^2$ .



a. Điều chỉnh vật C để  $\alpha = 60^\circ$  rồi giữ cố định C. Hệ cân bằng. Tính độ lớn của lực ma sát giữa sàn và khối lập phương.

b. Tịnh tiến vật C rất chậm sang trái. Tìm điều kiện về hệ số ma sát giữa sàn và khối lập phương để khối lập phương trượt trước khi lật.

ĐS: a.  $F_{m_{sn}} = 11,547N$ ; b.  $\mu < 0,75$

**Bài 44.** (Trích đề thi học sinh giỏi vật lý toàn quốc 1988 – 1989)

Một khung sắt hình tam giác ABC vuông góc, với góc nhọn  $B = 30^\circ$  được đặt thẳng đứng, cạnh huyền nằm ngang. Hai hòn bi nối với nhau bằng thanh cứng, trọng lượng không đáng kể, có thể trượt không ma sát trên hai cạnh góc vuông. Bi I trên cạnh AB có trọng lượng  $P_1$ , bi J trên cạnh AC trọng lượng  $P_2$ .

1. Khi hệ thống đã cân bằng, tính góc  $\alpha = \angle AIJ$ .
2. Cân bằng là bền hay không bền .

Xét hai trường hợp:

a.  $P_1 = P_2 = 100N$

b.  $P_1 = 100N$ ;  $P_2 = 3P_1$ .

$$\tan \alpha = \frac{\sqrt{3}P_2}{P_1}$$

ĐS: a. ; Khi  $P_1 = P_2 \Rightarrow \alpha = 60^\circ$ ; Khi  $P_2 = 3P_1 \Rightarrow \alpha \approx 79^\circ$ .

b. Cả hai trường hợp đều cân bằng bền.

**Bài 45.** Thanh nặng đồng chất AB dài  $2a$  tựa trên đường cong có dạng nửa đường tròn bán kính R. Bỏ qua mọi ma sát.

1. Hãy xác định vị trí cân bằng của thanh.
2. Cân bằng là bền hay không bền.

-KHO VẬT LÝ SƠ CẤP-

$$\text{ĐS:1. } \cos \varphi_0 = \frac{a + \sqrt{a^2 + 32R^2}}{8R} \quad \text{với điều kiện } 2R > a > \sqrt{\frac{2}{3}}R;$$

2. Cân bằng bền.

**Bài 46.** Một thanh đồng chất OA có trọng lượng P, dài 2a, có thể quay tự do quanh một trục đi qua O. Sợi dây nhẹ dài 2l vắt qua ròng rọc nhỏ nằm trên đường thẳng đứng qua O và cách O về phía trên một khoảng 2a, một đầu nối với A, đầu kia nối với một vật trong lượng Q có thể trượt không ma sát trên một rãnh thuộc mặt phẳng hệ có dạng là một đường cong.

Hãy xác định dạng của đường cong và trọng lượng Q của vật để hệ nằm cân bằng phiếm định. Biết khi thanh nằm ngang, vật C nằm đường thẳng đứng OB.

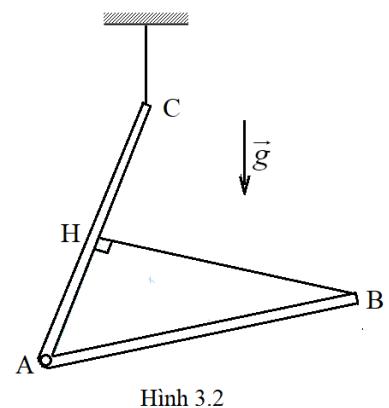
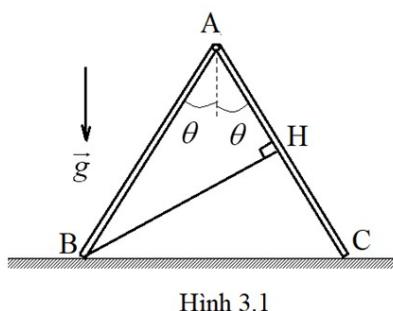
$$\text{ĐS: } x^2 + y^2 - 2\sqrt{x^2 + y^2} + 4\sqrt{2}ay + 8a^2 + l^2 - 4\sqrt{2}al = 0$$

**Bài 47.** Hai thanh nhỏ AB và AC giống nhau, đồng chất, tiết diện đều, có cùng khối lượng m, được nối với nhau bởi một bản lề có chốt A rất nhỏ tại một đầu của mỗi thanh. Biết chốt A vuông góc với mặt phẳng chứa hai thanh và hai thanh có thể quay dễ dàng không ma sát quanh chốt A. Một sợi dây mảnh, có chiều dài không đổi, nối điểm cuối B của thanh thứ nhất và điểm H cố định trên thanh thứ hai. Biết rằng khi góc giữa hai thanh là  $2\theta$  thì dây căng và phương sợi dây (BH) vuông góc với thanh thứ hai. Bỏ qua mọi ma sát, khối lượng bản lề, chốt A và dây.

1. Khi hệ hai thanh được đặt cân bằng trong mặt phẳng thẳng đứng, các

đầu B và C tựa trên mặt sàn nằm ngang nhẵn (Hình 3.1). Hãy tìm độ lớn:

a) lực căng đoạn dây.



b) lực do thanh thứ nhất (AB) tác dụng lên thanh thứ hai (AC) qua chốt A bằng bao nhiêu?

2. Khi hệ hai thanh trên treo trên giá bằng một sợi dây khác vào đầu C của thanh thứ hai. Khi hệ cân bằng, các thanh và các đoạn dây nằm trong cùng mặt phẳng thẳng đứng và không chạm sàn (Hình 3.2).

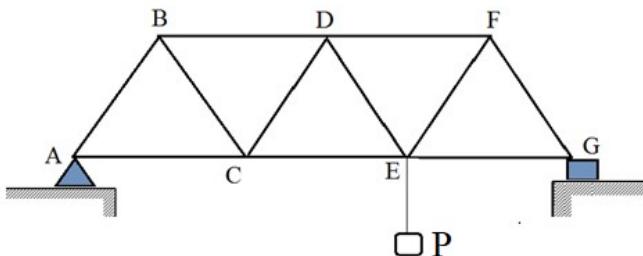
a. Xác định góc tạo bởi phương AC và phương thẳng đứng.

b. Hãy xác định độ lớn lực căng của đoạn dây BH.

$$\text{ĐS:} 1a. \quad T_1 = mg \frac{\sin \theta}{2 \cos 2\theta}; \quad 1b. \quad Q_2 = T_2 = T_1 = mg \frac{\sin \theta}{2 \cos 2\theta}; \quad 2a. \quad \beta = \arctan \left( \frac{\cos \theta \sin \theta}{1 + \sin^2 \theta} \right); \quad 2b.$$

$$T_1 = \frac{3mg}{2 \cos 2\theta \sqrt{1 + \left( \frac{1 + \sin^2 \theta}{\cos \theta \sin \theta} \right)^2}}$$

**Bài 48.** Một cấu trúc được tạo thành từ các thanh có độ dài bằng nhau từ 1 đến 11 được chỉ ra như trong hình vẽ, được lắp bản lề ở các khớp nối ở các điểm A, B, ..., G. Điểm A được xem như là cố định, trong khi G chỉ được tựa thẳng đứng. Bỏ qua khối lượng của các thanh. Một vật nặng có khối lượng M được đặt ở E. Mỗi cầu kiện chỉ chịu sức căng T hoặc lực nén C. Tìm các lực tựa thẳng đứng ở A và G và tìm lực căng T hoặc lực nén C ở mỗi thanh.



Hình 2.4P

### IV.3 CÂN BẰNG CHẤT ĐIỂM. CÁC DẠNG CÂN BẰNG

-KHO VẬT LÝ SƠ CẤP-

**Bài 1.** Cho hệ dao động ở hình bên. Các lò xo có phuơng thăng đứng

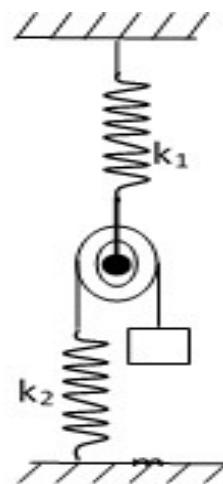
và có độ cứng  $k_1$  và  $k_2$ . Bỏ qua khói lượng ròng rọc và các lò xo. Bỏ qua ma sát.

Hệ 2 lò xo tác dụng lên  $m$  theo phuơng thăng đứng

tương đương như một lò xo có độ cứng  $k$  bằng bao nhiêu?

$$k = \frac{k_1 k_2}{4k_2 + k_1}$$

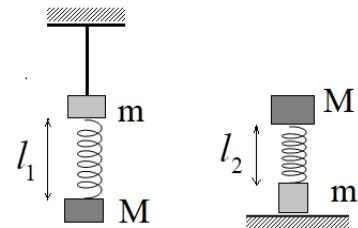
ĐS:



**Bài 2.** Hai vật có khói lượng là  $m$  và  $M$  được nối với nhau bằng một lò xo. Khi hệ được treo thì độ dài của lò xo là  $l_1$ . Khi hệ được đặt trên giá đỡ thì độ dài của lò xo là  $l_2$ . Tìm độ dài tự nhiên của lò xo?

$$l_0 = \frac{ml_1 + Ml_2}{M + m}$$

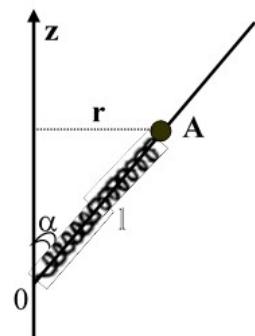
ĐS:



**Bài 3.** Một quả cầu nhỏ, khói lượng  $m$ , có thể trượt không ma sát trên vòng tròn cứng bán kính  $R$ . Chất điểm này được gắn cố định vào đầu mút của một lò xo đàn hồi không khói lượng, chiều dài tự nhiên  $l_0 < 2R$ , độ cứng  $k$ , còn đầu mút kia của lò xo được gắn với điểm A của vòng tròn. Toàn bộ được xếp thăng đứng (hình vẽ). Hãy xác định các vị trí cân bằng tự do của hệ và nghiên cứu tính ổn định của chúng.

**Bài 4.** Thanh OA quay quanh một trục thăng đứng OZ với vận tốc góc  $\omega$ .  $\angle AOZ = \alpha$  không đổi. Một hòn bi nhỏ, khói lượng  $m$ , có thể trượt không ma sát trên thanh OA và được nối với điểm O bằng một lò xo có độ cứng  $k$  và có chiều dài tự nhiên  $l_0$

1. Tìm vị trí cân bằng của viên bi và điều kiện để có cân bằng.

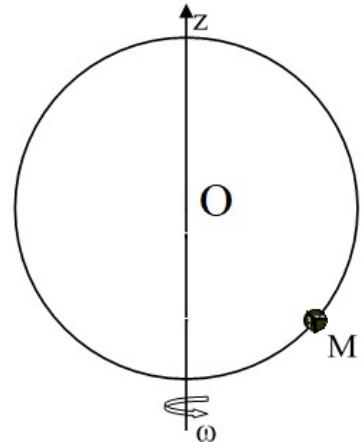


2. Cân bằng là bền hay không bền?

$$l = \frac{mg \cos \alpha - kl_0}{m\omega^2 \sin^2 \alpha - k}; \omega < \frac{1}{\sin \alpha} \sqrt{\frac{k}{m}}$$

ĐS: 1. Cân bằng bền.

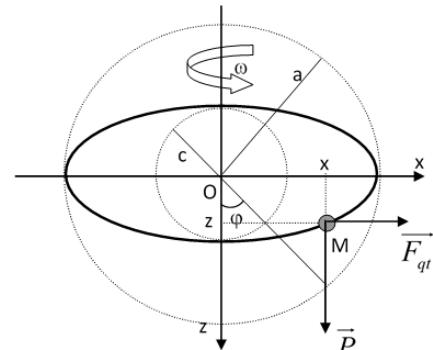
**Bài 5.** Một hạt cườm được xâu vào một vòng kim loại bán kính  $R$ , vòng này quay xung quanh một đường kính thẳng đứng với vận tốc góc không đổi  $\omega$ . Chúng ta rằng với vận tốc đủ lớn, ta có thể quan sát thấy sự tồn tại của một vị trí cân bằng tương đối của hạt cườm ứng với một góc  $\theta_c$  khác không với đường thẳng đứng; ở đây ta bỏ qua vai trò của ma sát.



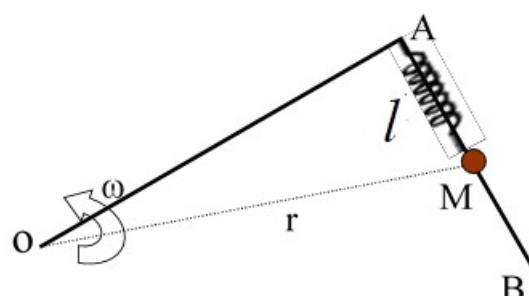
**Bài 6.** Viên bi nặng nằm trong nòng một ống nhẵn uốn cong theo Elip  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$ , ống quay quanh trục thẳng đứng OZ với vận tốc góc không đổi  $\omega$ . Hãy xác định các vị trí cân bằng tương đối của viên bi và nghiên cứu tính ổn định của chúng.

$$\begin{cases} \sin \varphi = 0 \\ \cos \varphi = \frac{cg}{\omega^2 a^2} \end{cases}$$

ĐS: Vị trí cân bằng



**Bài 7.** Thanh kim loại hình chữ L quay với vận tốc góc không đổi  $\omega$  trong mặt phẳng nằm ngang quanh trục, xung quanh trục thẳng đứng (OZ). Một lò xo có độ cứng K, chiều dài tự nhiên  $l_0$  được cố định tại A của thanh L và ở đầu của lò xo có gắn một vòng nhỏ khối lượng m, vòng này trượt không ma sát trên

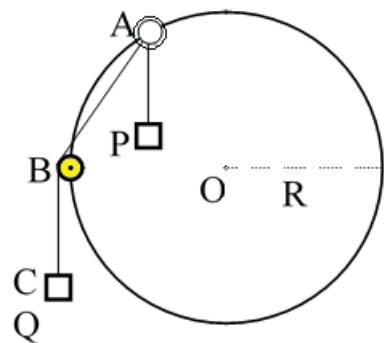


phần thẳng AB. Gọi l là chiều dài của lò xo. Hãy khảo sát định luật cho biết sự phụ thuộc của l vào  $\omega$ . Có thể dùng dụng cụ làm tốc độ ké được không?

$$\frac{l_0}{1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2}}$$

ĐS:  $l = \frac{l_0}{1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2}}$ . Hệ thống chỉ dùng được khi  $\omega < \omega_0$

**Bài 8.** Một vòng nhỏ A có thể trượt không ma sát theo một vòng tròn bằng kim loại bán kính R đặt trong mặt phẳng thẳng đứng. Một sợi dây treo tải trọng P vào vòng nhỏ, sợi dây khác một đầu buộc vào vòng nhỏ A, đầu kia C treo tải trọng Q, vắt qua một ròng rọc B nhỏ không đáng kể đặt tại đầu đường kính nằm ngang của vòng tròn lớn.



Hãy xác định các vị trí cân bằng của vòng A và xem vị trí nào ổn định, vị trí nào không?

ĐS: 1. Xét khi vòng A ở nửa trên vòng tròn  $0 \leq \varphi \leq 180^\circ$

$$\frac{\varphi_0}{\sin \frac{Q}{2}} = \frac{-Q + \sqrt{Q^2 + 8P^2}}{4P}$$

Khi  $\varphi = \varphi_0$  với  $\sin \frac{Q}{2} > 0$  thì cân bằng là không bền.

2. Xét khi vòng A ở nửa dưới của vòng tròn:  $180^\circ \leq \varphi \leq 360^\circ$  hoặc  $-180^\circ \leq \varphi \leq 0$

$$+ \text{Nếu } \frac{Q}{P} > 1 : \text{Khi } \varphi = \varphi_0 \text{ với } \sin \frac{Q}{2} > 0 \text{ thì cân bằng là bền.}$$

+ Nếu  $0 < \frac{Q}{P} < 1 \rightarrow$  có hai vị trí cân bằng của vòng A

$$\frac{\varphi_1}{\sin \frac{Q}{2}} = \frac{-Q + \sqrt{Q^2 + 8P^2}}{4P}$$

$$\text{Hoặc } \frac{\varphi_2}{\sin 2} = \frac{-Q + \sqrt{Q^2 + 8P^2}}{4P}$$

Vị trí  $\varphi_1$  là cân bằng bền. Vị trí  $\varphi_2$  là cân bằng bền nếu vòng A nằm ở góc phần tư thứ IV; cân bằng là không bền nếu A nằm ở góc phần tư thứ III.

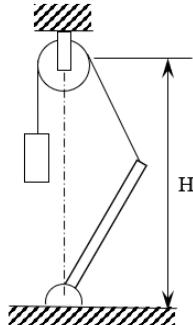
**Bài 9.** Một tấm vuông đồng chất có thể quay trong mặt phẳng thẳng đứng quanh trục đi qua gốc O. Trọng lượng của tấm bằng P, độ dài các cạnh bằng a. Sợi dây dài l một đầu buộc vào gốc A. Đầu kia vắt qua ròng rọc nhỏ B đặt cách điểm O theo đường thẳng đứng

một khoảng a và đeo tải trọng  $Q = \sqrt{2} \frac{P}{2}$ . Hãy xác định các vị trí cân bằng và nghiên cứu tính ổn định của chúng.

ĐS: Các vị trí ứng các giá trị  $\varphi$  (góc tạo bởi phương OA và phương thẳng đứng)

$$+\varphi_1 = \frac{\pi}{2} \text{ hoặc hay } \varphi_3 = -\frac{3\pi}{2} \text{ cho cân bằng bền}$$

$$+\varphi_2 = \frac{\pi}{6} \text{ cân bằng không bền.}$$



**Bài 10.** Một thanh có khối lượng m và chiều dài l được gắn đầu dưới vào một bản lề. Treo một ròng rọc nằm trên trục thẳng đứng đi qua bản lề và cách bản lề một đoạn là H. Buộc đầu trên của thanh vào một sợi dây và vắt qua ròng rọc. Tìm khối lượng M nhỏ nhất cần buộc vào đầu kia của dây để cho thanh nằm cân bằng bền trong mặt phẳng thẳng đứng?

$$\text{ĐS: } M \geq \frac{H - l}{2H} m$$

**Bài 11.** Hai đầu của một thanh nặng đồng chất có chiều dài l trượt không ma sát theo Parabol  $y = ax^2$  (hình vẽ). Hãy xác định vị trí cân bằng của thanh. Cân bằng là bền hay không bền.

ĐS:  $y_G \geq \frac{2al - 1}{4a}$

**Bài 12.** (Trích đề thi học sinh giỏi Quốc gia 1989 – 1990)

Một thanh đồng chất trọng lượng  $Q = 2\sqrt{3} N$  có thể quay quanh chốt ở đầu O. Đầu A của thanh được nối bằng dây không dãn, vắt qua ròng rọc S với một vật có trọng lượng  $P = 1N$ . S ở cùng độ cao với O và  $OS = OA$ . Khối lượng của dây và ròng rọc không đáng kể.

- Tính góc  $\alpha = \angle SOA$  ứng với cân bằng của hệ thống.
- Tìm phản lực ở chốt O.
- Cân bằng là bền hay không bền .

ĐS: ĐS: a.  $\alpha = 60^\circ$ ; b.  $N = 2,65N$ , c. Cân bằng bền.

**Bài 13. Chuyển động của hạt với nón không ma sát**

Một hạt m chuyển động trên bì mặt bên trong không ma sát của một nón có bán kính là  $a$

- Tìm điều kiện ban đầu sao cho hạt chuyển động vòng tròn xung quanh trực thăng đứng.
- Xác định quỹ đạo bền vững.

ĐS: a.  $v_o' = gl_o \cos \theta$ ; b.  $\Delta l'' + (3\varphi^2 \cdot \sin^2 \theta) \Delta l = 0$ , hạt dao động điều hòa  $\rightarrow$  Quỹ đạo là bền.

$l_o$  là khoảng cách từ vật đến đỉnh hình nón.

**CHƯƠNG V.  
CHUYỂN ĐỘNG TRONG TRƯỜNG XUYÊN TÂM.  
LỰC QUÁN TÍNH CORIOLIS  
V.1 CHUYỂN ĐỘNG TRONG TRƯỜNG XUYÊN TÂM.  
HÀNH TINH, VỆ TINH**

**Bài 1.** Một nhà du hành vũ trụ thích đùa đã đặt một quả bóng gỗ khối lượng  $m = 7,2\text{kg}$  vào một quỹ đạo tròn quanh Trái Đất ở độ cao  $h = 350\text{km}$ . Hỏi:

- a) Động năng của quả bóng gỗ là bao nhiêu?
- b) Thế năng của quả bóng gỗ là bao nhiêu?
- c) Cơ năng của quả bóng gỗ là bao nhiêu?

$$\text{ĐS: a. } W_d = \frac{GMm}{2r} = 214(\text{MJ}); \text{ b. } W_i = -\frac{GMm}{r} = -428 (\text{MJ}) ; \text{ c. } W = -214 (\text{MJ}).$$

**Bài 2.** Hoàng tử Bé (nhân vật trong tiểu thuyết) sống trên tiểu hành tinh hình cầu có tên B-612. Khối lượng riêng hành tinh là  $5200\text{kg/m}^3$ . Hoàng tử nhận thấy rằng nếu ánh ta bước nhanh hơn thì cảm thấy mình nhẹ hơn. Khi đi với vận tốc  $2\text{ m/s}$  thì thấy mình ở trạng thái không trọng lượng và bắt đầu quay xung quanh tiểu hành tinh đó như vệ tinh.

- a. Giả sử tiểu hành tinh đó không quay. Hãy xác định bán kính của nó.
- b. Xác định vận tốc vũ trụ cấp II đối với tiểu hành tinh đó.
- c. Giả sử tiểu hành tinh quay xung quanh trục của nó và một ngày có  $12\text{ giờ}$ . Xác định vận tốc chạy tối thiểu của tiểu Hoàng tử bé để quay xung quanh tiểu hành tinh.

$$\text{ĐS: a. } R = \sqrt{\frac{3v_1^2}{4\pi G\rho}} \approx 1659\text{m}; \text{ b. } v_2 = \sqrt{\frac{2GM}{R}} = 2,83\text{m/s}; \text{ c. } v_{\min} = 1,76\text{m/s}.$$

**Bài 3.** Một vệ tinh chuyển động quanh Trái đất theo quỹ đạo elip. Cho khoảng cách và vận tốc của vệ tinh tại cận điểm quỹ đạo là  $r_c$  và  $v_c$ . Tìm khoảng cách và vận tốc của vệ tinh đó tại viễn điểm quỹ đạo là  $r_v$  và  $v_v$ .

$$\text{ĐS: } r_v = 2\frac{Kr_c}{2K-v_c^2r_c} - r_c; v_v = \frac{2K-v_c^2r_c}{v_c-r_c}$$

**Bài 4.** Tính phần bỗ xung vận tốc tối thiểu để một vệ tinh đang ở trên quỹ đạo cách bề mặt Trái đất  $230\text{km}$  đi tới cận điểm quỹ đạo của mặt trăng? Bỏ qua lực hấp dẫn của Mặt trăng.

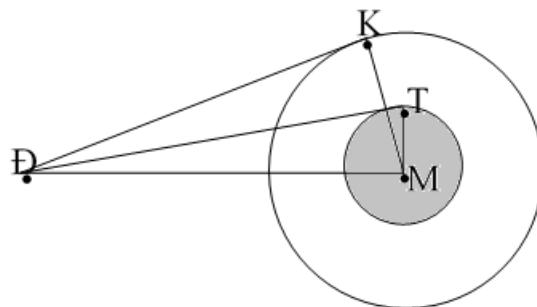
Biết bán trục lớn quỹ đạo Mặt trăng là  $384000\text{km}$  và tâm sai quỹ đạo mặt trăng  $e = \frac{1}{18}$ .

ĐS:  $10,3\text{ km/s}$

**Bài 5.** Dựa vào đặc điểm nhìn thấy của Thủy tinh và Kim tinh, tính khoảng cách từ chúng tới Mặt trời và chu kì chuyển động của chúng. biết khoảng cách từ Trái đất tới Mặt trời bằng một đơn vị thiên văn và chu kì chuyển động quanh mặt trời bằng một năm. Coi các hành tinh chuyển động quanh mặt trời theo quỹ đạo tròn.

ĐS:  $R_K = 4756,1\text{ (km)}$ ;  $T_K = 223,8$  (ngày)

$R_T = 3004,6$  (km);  $T_T = 117,3$  (ngày)



**Bài 6.** Một vệ tinh nhân tạo chuyển động quanh Trái đất theo quỹ đạo elip có tâm sai  $e$ , bán trục lớn  $a$  và chu kỳ  $T$ .

a) Tìm vận tốc dài của vệ tinh ở cận điểm và viễn điểm. So sánh độ lớn hai vận tốc ấy.

b) Cho  $e = 0,2$ ;  $a = 10.000\text{km}$ ,  $R_E = 6370\text{km}$ . Tính khoảng cách gần nhất và xa nhất từ vệ tinh đến trái đất.

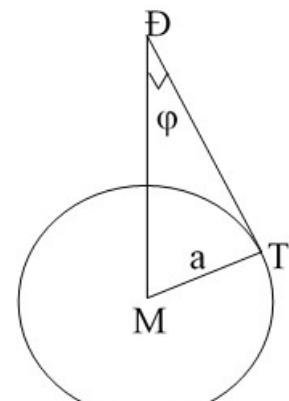
$$\text{ĐS: } a \cdot v_c = \frac{2\pi a}{T} \sqrt{\frac{1-e}{1+e}}; v_v = \frac{2\pi a}{T} \sqrt{\frac{1-e}{1+e}}, \frac{v_c}{v_v} = \frac{1+e}{1-e} > 1.$$

b.  $1630(\text{km})$ ;  $5630(\text{km})$ .

**Bài 7.** Người ta phóng một trạm vũ trụ chuyển động quanh Mặt trời theo quỹ đạo tròn trong mặt phẳng Hoàng đạo. Các trạm quan sát từ Mặt đất thấy trạm này dao động quanh mặt trời với biên độ xác định bằng  $45^\circ$  (hình 3)

a) Tính bán kính quỹ đạo và chu kỳ chuyển động  $T_1$  của trạm (coi trái đất chuyển động quanh Mặt trời theo quỹ đạo tròn với bán kính bằng một đơn vị thiên văn (đvtv) và chu kỳ 1 năm)

b) Giả sử tại điểm  $O$  trên quỹ đạo tròn của trạm (Hình 4) người ta tăng vận tốc cho trạm tức thời đến vận tốc parabol (trạm bắt đầu chuyển động theo quỹ đạo parabol nhận điểm  $O$  làm đỉnh) hãy tính thời gian trạm chuyển từ điểm  $O$  đến điểm  $T$ . Cho biết phương trình parabol trong hệ  $xOy$  là  $y^2 = 2px$  trong đó  $p$  là



Hình

khoảng cách từ tiêu điểm đến đường chuẩn. Chú ý định luật 2 Kepler cũng đúng với chuyển động parabol.

$$\text{ĐS; a. } T_1 = \frac{\sqrt{2}}{2} \text{ (năm); } a_1 = \frac{\sqrt{2}}{2} \text{ (đvtv); b. } 0,19 \text{ (năm).}$$

**Bài 8.** Người ta chụp ảnh Mặt trăng đồng thời cùng một phía, từ Trái Đất và từ một vệ tinh của Mặt Trăng. Quỹ đạo của vệ tinh là đường tròn. Đường kính ảnh Mặt Trăng trên bức ảnh chụp từ Trái Đất là  $a_1 = 4,5\text{mm}$ , còn trên bức ảnh chụp từ vệ tinh là  $a_2 = 250\text{mm}$ . Hãy tìm chu kỳ quay của vệ tinh Mặt Trăng, biết hai bức ảnh đều chụp bằng các vật kính giống nhau có tiêu cự  $f=50\text{cm}$  và gia tốc rơi tự do trên Mặt Trăng nhỏ hơn trên Trái Đất  $n = 6$  lần, khoảng cách từ Trái Đất đến Mặt Trăng là  $L = 380.000\text{km}$ .

$$\text{ĐS: } T = 4\pi \frac{b}{a_2} \sqrt{\frac{a_1 L b}{g_T a_2 f}} \approx 6,23 \cdot 10^4 \text{s.}$$

**Bài 9.** Một con tàu vũ trụ bay quanh Mặt Trăng theo quỹ đạo tròn bán kính  $R = 3,4 \cdot 10^6 \text{m}$ .

a) Hỏi từ con tàu phải ném một vật theo phương tiếp tuyến với quỹ đạo với vận tốc bằng bao nhiêu để nó rơi lên mặt đối diện của Mặt Trăng.

b) Sau thời gian bao lâu nó sẽ rơi lên Mặt Trăng. Cho biết gia tốc rơi tự do của mọi vật ở gần bề mặt Mặt Trăng nhỏ hơn trên Trái Đất 6 lần. Bán kính Mặt Trăng  $R_T = 1,7 \cdot 10^6 \text{m}$ .

$$\text{ĐS: a. } v = \sqrt{g_T R_T} \left( \frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{3}} \right) = 88,2 \text{(m/s); b. } t = \frac{1}{2} \left( \frac{3}{2} \right)^{\frac{3}{2}} T_0 = 275,5 \text{ phút.}$$

**Bài 10.** Một vệ tinh chuyển động theo quỹ đạo tròn ở cách bề mặt Mặt Trăng một khoảng bằng bán kính  $R$  của Trái Đất. Tại một thời điểm nào đó, từ vệ tinh phóng ra một trạm đi tới một hành tinh khác, phần còn lại của vệ tinh chuyển động theo một quỹ đạo elip đi tới gần mặt Trái Đất ở điểm đối diện với điểm xuất phát của trạm. Hỏi khối lượng  $m$  của trạm có thể chiếm một phần cực đại bằng bao nhiêu khối lượng  $M$  vệ tinh.

$$\text{ĐS: } \frac{m}{M} \approx 0,8$$

**Bài 11.** Sao chổi Halley có chu kỳ 76 năm và năm 1986 đã có khoảng cách gần Mặt Trời nhất (gọi là khoảng cách cận nhật  $r_c$ ) bằng  $8,9 \cdot 10^{10}$ m.

a) Hỏi khoảng cách xa Mặt Trời nhất của sao chổi Halley (gọi là khoảng cách viễn nhật  $r_v$ ) bằng bao nhiêu?

b) Tâm sai của quỹ đạo sao chổi Halley là bao nhiêu?

$$\text{ĐS: a. } r_v = 5,3 \cdot 10^{12}(\text{m}); \text{ b. } e=0,96.$$

**Bài 12.** Các quan sát về ánh sáng phát từ một ngôi sao cho thấy rằng ánh sáng ấy được phát ra từ một hệ đôi (hai sao). Ngôi sao trông thấy có tốc độ trên quỹ đạo 270km/s, chu kỳ  $T = 1,7$  ngày và khối lượng phỏng chừng  $m_1 = 6M_T$ , trong đó  $M_T$  là khối lượng Mặt Trời  $M_T = 1,99 \cdot 10^{30}$ kg. Giả sử rằng ngôi sao trông thấy và bạn đồng hành của nó (vì tối nên không trông thấy) đều ở trên quỹ đạo tròn. Hãy xác định khối lượng phỏng chừng  $m_2$  của ngôi sao không trông thấy (vật tối).

$$\text{ĐS: } m_2 \approx 9M_T$$

**Bài 13.** Hai tàu vũ trụ nhỏ, mỗi tàu có khối lượng  $m = 2000$ kg, bay theo quỹ đạo tròn trên Trái Đất (Hình 10), ở độ cao  $h = 400$ km. Igor (người chỉ huy một trong những con tàu vũ trụ) bay tới một điểm cố định trên quỹ đạo 90s trước Sally (người chỉ huy tàu kia).

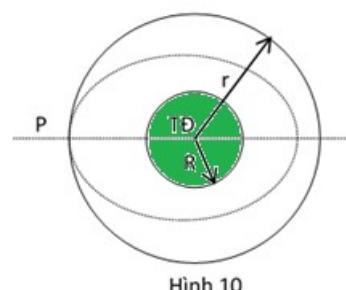
Hỏi:

a) Chu kỳ và tốc độ của hai con tàu trên quỹ đạo tròn là bao nhiêu?

b) Tại điểm cố định (giả sử điểm P trên Hình 10) Sally muốn vượt Igor bèn cho phút khí về phía trước để giảm tốc độ của cô 1%. Sau đó, Sally đi theo quỹ đạo elip (đường vẽ nét đứt). Tính tốc độ, động năng và thế năng con tàu của Cô

ngay sau khi phút khí?

c) Trên quỹ đạo mới hình elip, cơ năng toàn phần, bán trục lớn và tốc độ trên quỹ đạo của Sally là bao nhiêu?



Hình 10

ĐS: a.  $T = \sqrt{\frac{4\pi^2 r^3}{GM_D}} = 5540 \text{ (s)}$ ;  $v_0 = \sqrt{\frac{K}{r}} \approx 7680 \text{ (m/s)}$ .

b.  $v = 7600 \text{ (m/s)}$ ;  $W_d = 5,87 \cdot 10^{10} \text{ (J)}$ ;  $W_t = -11,8 \cdot 10^{10} \text{ (J)}$ .

c.  $W = -6,02 \cdot 10^{10} \text{ (J)}$ ;  $a = 6,63 \cdot 10^6 \text{ (m)}$ .

**Bài 14.** Tâm Mặt trời ở tiêu điểm của quỹ đạo Trái Đất. Tiêu điểm kia ở cách tiêu điểm này bao nhiêu? Biểu diễn đáp số theo bán kính Mặt Trời  $R_T = 6,96 \cdot 10^8 \text{ m}$ . Biết tâm sai quỹ đạo Trái Đất là  $0,0167$  và bán kính trực lớn a có thể lấy bằng  $1,5 \cdot 10^{11} \text{ m}$ .

ĐS:  $\overline{F_1 F_2} = 7,2R_T = 5,01 \cdot 10^9 \text{ (m)}$

**Bài 15.** Khoảng cách trung bình giữa sao Hỏa và Mặt Trời là 5,2 lần khoảng cách từ Trái Đất đến Mặt Trời. Theo định luật 3 Kepler, hãy tính xem sao Hỏa cần bao nhiêu năm để quay được một vòng xung quanh Mặt Trời.

ĐS:  $T_2 = 684,5$  (ngày)

**Bài 16.** Xác định khối lượng Trái Đất, theo chu kỳ T và bán kính r của quỹ đạo Mặt Trăng quanh Trái Đất:  $T = 27,3$  (ngày) và  $r = 3,82 \cdot 10^5 \text{ (km)}$ . Giả sử rằng Mặt Trăng quay quanh tâm Trái Đất, chứ không phải quay quanh khối tâm của hệ Trái Đất - Mặt Trăng.

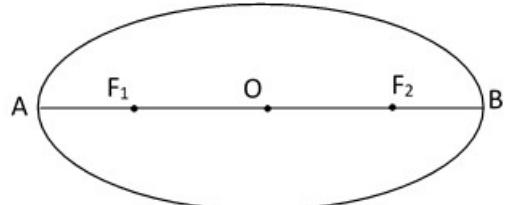
ĐS:  $M = \frac{4\pi^2 r^3}{GT^2} = 5,930 \cdot 10^{24} \text{ (kg)}$ .

**Bài 17.** Một vệ tinh được đặt trên một quỹ đạo tròn có bán kính bằng nửa bán kính quỹ đạo của Mặt Trăng. Chu kỳ quay của nó (tính theo tháng Mặt Trăng) là bao nhiêu (Một tháng Mặt Trăng là chu kỳ quay của Mặt Trăng  $T_T$ ).

ĐS:  $T_v = 0,354 T_T$ .

**Bài 18.** Ở vĩ độ  $\varphi$  lớn nhất (trên Trái Đất) bằng bao nhiêu còn có thể quan sát thấy vệ tinh địa tĩnh?

ĐS:  $\varphi = 81^\circ 19' 43''$



Hình 11

**Bài 19.** Một hệ sao đôi gồm hai sao, mỗi sao có khối lượng bằng khối lượng Mặt Trời, quay quanh khói tâm của chúng. Khoảng cách giữa chúng bằng khoảng cách từ Trái Đất đến Mặt Trời. Chu kỳ quay của chúng là mấy năm?

ĐS: 0,71 năm.

**Bài 20.** Hãy xác định chu kỳ giao hội (tâm Mặt trời, Mặt Trăng, Trái đất theo thứ tự thẳng hàng)

ĐS: 29,53 ngày.

**Bài 21.** Một vệ tinh nhân tạo chuyển động quanh Trái Đất theo quỹ đạo elip có tâm sai  $e$ , bán trục lớn  $a$  và chu kỳ  $T$ . Cho biết diện tích của elip là:  $S = \pi ab = \pi a^2 \sqrt{1 - e^2}$

a. Tính vận tốc dài của vệ tinh ở cận điểm và viễn điểm. So sánh độ lớn hai vận tốc ấy.

b. Cho  $e = 0,2$ ;  $a = 10000\text{km}$ ;  $R_d = 6370\text{km}$ . Tính khoảng cách gần nhất và xa nhất từ vệ tinh đến mặt đất.

$$\text{ĐS: a. } v_c = \frac{2\pi a}{T} \sqrt{\frac{1+e}{1-e}}; \quad v_v = \frac{2\pi a}{T} \sqrt{\frac{1-e}{1+e}}; \quad \frac{v_c}{v_v} = \frac{1+e}{1-e}$$

**Bài 22.** Người ta muốn phóng một vệ tinh nhân tạo theo phương án sau:

Từ mặt đất truyền cho vệ tinh vận tốc  $v_0$  theo phương thẳng đứng. Tại độ cao  $h$  khi vệ tinh có vận tốc bằng không, người ta truyền cho nó vận tốc  $v_1$  theo phương nằm ngang để nó chuyển động theo quỹ đạo elip có tâm sai  $e$  và thông số  $p$  cho trước.

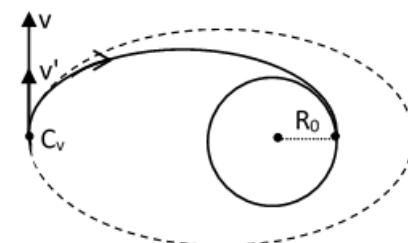
a. Tính vận tốc  $v_0$

b. Tính vận tốc  $v_1$ .

c. Khi vệ tinh quay đến viễn điểm thì người ta giảm vận tốc của nó để quỹ đạo mới có khoảng cách cận điểm bằng bán kính  $R_0$  của Trái Đất (nghĩa là đưa vệ tinh trở về Trái Đất). Hãy tính độ giảm vận tốc đó.

$$\text{ĐS: a. } v_0 = \sqrt{2g_0 r_0 (1 - \frac{r_0}{r})} \text{ với } g_0 = \frac{GM}{r_0^2};$$

$$\text{b. } v_1 = r_0 (1 + e) \sqrt{\frac{g_0}{p}} \text{ hoặc } v_1 = r_0 (1 - e) \sqrt{\frac{g_0}{p}}$$



$$c. \Delta v = r_0(1-e)\sqrt{\frac{g_0}{p}} \left[ 1 - \frac{\sqrt{2r_0}}{p+r_0(1-e)} \right]$$

**Bài 23.** Người ta phóng một trạm vũ trụ theo quỹ đạo năng lượng cực tiểu từ Trái Đất lên Mặt Trăng. Cho biết khối lượng Trái Đất là:  $M = 5,9 \cdot 10^{24} \text{ kg}$ ; bán kính Trái Đất là:  $r_0 = 6370 \text{ km}$ ; khoảng cách từ Trái Đất đến quỹ đạo Mặt Trăng là  $60r_0$ . Quỹ đạo năng lượng cực tiểu là quỹ đạo của một trạm vũ trụ được phóng từ Trái Đất theo phương trình năng

$$\text{lượng } v^2 = K\left(\frac{2}{r} - \frac{1}{a}\right) = GM\left(\frac{2}{r} - \frac{1}{a}\right) \text{ hay } v^2 = g_0 r_0^2 \left(\frac{2}{r} - \frac{1}{a}\right)$$

a. Xác định vận tốc lúc phóng và vận tốc lúc trạm đến Mặt Trăng.

b. Xác định thời gian trạm bay từ Trái Đất đến Mặt Trăng.

ĐS : a. Lúc phóng  $v=11,13 \text{ km/s}$ , lúc đến Mặt Trăng  $v=0,185 \text{ km/s}$ ; b.  $\Delta t = 4,3 \text{ ngày}$ .

**Bài 24.** Biết rằng khoảng cách xa nhất của Mộc Tinh tới Mặt Trời là 5,2 đơn vị thiên văn (đvtv), và chu kỳ quay của nó quanh Mặt Trời là  $T = 11,9 \text{ năm}$ . Vệ tinh Ganimet của Mộc Tinh có quỹ đạo với bán trục lớn  $a_1 = 7,14 \cdot 10^{-3} \text{ đvtv}$ , chu kỳ vệ tinh quanh Mộc Tinh là  $T_1 = 1,9 \cdot 10^{-2} \text{ năm}$ . Tính gần đúng khối lượng của Mộc Tinh.

ĐS:  $m = 1,015 \cdot 10^{-3} M_{\odot}$ .

**Bài 25.** Một sao chổi di chuyển tới Mặt Trời với vận tốc ban đầu  $v_0$ . Khối lượng Mặt Trời là  $M$  và bán kính  $R$ . Coi Mặt Trời là đứng yên và bỏ qua ảnh hưởng của các hành tinh. Tìm tiết diện toàn phần  $\sigma$  của sao chổi để xảy ra va chạm với Mặt Trời. Coi Mặt Trời đứng yên và bỏ qua ảnh hưởng của các hành tinh.

$$\sigma = \pi R^2 \left(1 + \frac{2GM}{v_0^2 R}\right)$$

ĐS :

**Bài 26.** Một vệ tinh được phóng lên từ Trái Đất theo quỹ đạo xuyên tâm so với Mặt Trời để thoát khỏi Mặt Trời với vận tốc vừa đủ. Nó được tính toán sao cho sẽ tới quỹ đạo của Mộc Tinh tại điểm có khoảng cách b lần sau Mộc Tinh. Dưới ảnh hưởng trường hấp dẫn của Mộc Tinh vệ tinh sẽ bị lệch một góc  $90^\circ$  so với phương ban đầu (nghĩa là sau đó vệ tinh chuyển động theo phương tiếp tuyến với Mộc Tinh). Trong quá trình đó Mộc Tinh nhận được bao nhiêu năng lượng trên một đơn vị khối lượng? Bỏ qua ảnh hưởng

của Mặt Trời trong khoảng thời gian tương tác giữa vệ tinh và Mộc Tinh. Cho biết  $m_s = 3,33 \cdot 10^5 m_e$  ( $m_s; m_e$  là lần lượt là khối lượng của Mặt Trời và Trái Đất),  $Gm_e = gR^2 = 4,01 \cdot 10^{14} \frac{m^3}{s^2}$  ( $R$  là bán kính Trái Đất) và khoảng cách từ Mộc Tinh tới Mặt Trời là  $r = 7,78 \cdot 10^{11} m$ .

ĐS:  $468,6 \cdot 10^6 J/kg$

### Bài 27. (Xác định đặc trưng của vệ tinh)

Vệ tinh nhân tạo đầu tiên của Trái Đất có viễn điểm ở độ cao  $h_A = 327 km$  và cận điểm ở độ cao  $h_P = 180 km$ . Biết bán kính Trái đất là  $R = 6370 km$ .

1. Xác định các đặc trưng hình học của quỹ đạo vệ tinh.
2. Biết gia tốc trọng trường trên bề mặt Trái đất là  $g = 9,8 m/s^2$ . Xác định chu kì quay của vệ tinh.

ĐS: 1. Bán trục lớn  $a = 6623,5(km)$ ; Bán trục nhỏ  $b = 6623(km)$ ; Tâm sai  $e = 0,011$ ;

Thông số quỹ đạo  $p = 6622,5(km)$ .

$$2. T = \pi \sqrt{\frac{R(\frac{h}{R} + 1)^3}{2g}}$$

### Bài 28. Một hành tinh chuyển động xung quanh Mặt trời khối lượng $M$ theo quỹ đạo elip

với khoảng cách lớn nhất và nhỏ nhất đến tâm Mặt trời là  $R$  và  $r$ . Xác định chu kì quay  $T$  của hành tinh.

$$T = \pi \sqrt{\frac{(r + R)^3}{2GM}}$$

ĐS:

**Bài 29.** Xác định chu kì quay của các ngôi sao sau đây

1. Ngôi sao đôi gồm hai sao có khối lượng  $M_1$  và  $M_2$  cách nhau khoảng  $L$ .
2. Ngôi sao ba là hệ 3 ngôi sao có khối lượng  $M_1 = M_2 = M_3 = M$  luôn tạo thành tam giác đều cạnh  $L$ .

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L^3}{G(M_1 + M_2)}}; 2^T = \frac{2\sqrt{3}}{3}\pi L \sqrt{\frac{L}{GM}}$$

ĐS: 1.

**Bài 30.** Một hành tinh khối lượng  $m$  chuyển động theo quỹ đạo elip xung quanh Mặt trời khối lượng  $M$  sao cho khoảng cách lớn nhất và nhỏ nhất đến tâm Mặt trời là  $r_{\max}$  và  $r_{\min}$ . Dùng các định luật bảo toàn tính

1. Năng lượng toàn phần  $E$  của hành tinh.
2. Mômen động lượng  $L$  của hành tinh so với tâm Mặt trời.
3. Thông số quỹ đạo  $p$  và tâm sai  $e$  của hành tinh

-KHO VẬT LÝ SƠ CẤP-

$$\text{ĐS: 1. } E = -\frac{GMm}{r_{\max} + r_{\min}} ; 2. \quad L = m\sqrt{\frac{2GMr_{\max}r_{\min}}{r_{\max} + r_{\min}}} ; 3. \quad p = \frac{L^2}{GMm^2} ; \quad e = \left(1 + \frac{2EL^2}{G^2M^2m^3}\right)^{1/2}$$

**Bài 31.** Người ta phóng một vệ tinh nhân tạo theo phương án sau. Bắt đầu từ mặt đất cấp vệ tinh vận tốc  $v_0$  theo phương thẳng đứng. Vệ tinh bay đến độ cao  $h$ , vận tốc vệ tinh bằng không thì cung cấp vận tốc  $v$  theo phương ngang để nó chuyển động theo quỹ đạo elip với tâm sai  $e$  và thông số  $p$ . Hãy xác định  $v_0$  và  $v$  theo  $h, p, e$  và  $R$  là bán kính Trái Đất và  $g_0$  là gia tốc trọng trường trên bề mặt Trái Đất.

$$\text{ĐS: } v_0 = \sqrt{2g_0 \frac{Rh}{R+h}} ; \quad v = \sqrt{\frac{GM}{p}(1-e)^2}$$

**Bài 32.** Để chuyển một vệ tinh Trái Đất từ quỹ đạo tròn thấp bán kính  $R_1$  sang quỹ đạo tròn cao bán kính  $R_2$  người ta tiến hành như sau: Tại điểm A của quỹ đạo thấp nhờ tên lửa trong thời gian rất ngắn truyền một vận tốc phụ cho vệ tinh để nó vạch một nửa elip tiếp tuyến ở B với quỹ đạo cao. Khi tới B, vệ tinh lại được truyền vận tốc phụ cho phép nó chuyển động theo quỹ đạo tròn cao. Gọi  $g_0$  là gia tốc trọng trường trên bề mặt Trái Đất và  $R$  là bán kính Trái Đất.

1. Tìm  $v_1$  ở quỹ đạo tròn thấp và  $v_1'$  là vận tốc mới tên lửa bắt đầu hoạt động. Biết vận tốc  $v_1$  và  $v_1'$  là cùng hướng.

2. Vệ tinh đến B thì có vận tốc  $v_2'$  bằng bao nhiêu? Tính vận tốc  $v_2$  trên quỹ đạo tròn cao.

$$\text{ĐS: 1. } v_1 = R \sqrt{\frac{g_0}{R_1}} ; \quad v_1' = \sqrt{GM \frac{2R_2}{R_1(R_1 + R_2)}}$$

$$2. \quad v_2 = R \sqrt{\frac{g_0}{R_2}} ; \quad v_2' = \sqrt{GM \frac{2R_1}{R_2(R_1 + R_2)}}$$

**Bài 33.** Mặt Trăng có khối lượng  $M = 7,3 \cdot 10^{22}$  kg và bán kính  $R = 1,74 \cdot 10^6$  m.

Xác định tốc độ vũ trụ cấp 1 và cấp 2 của Mặt Trăng.

ĐS:  $v_I = 1,67 \cdot 10^3$  (m/s),  $v_H = \sqrt{2}v_I$

**Bài 34.** Trong hệ quay chiêu gắn tâm Mặt trời khối lượng  $M_0$  xét chuyển động Trái Đất và sao chổi.

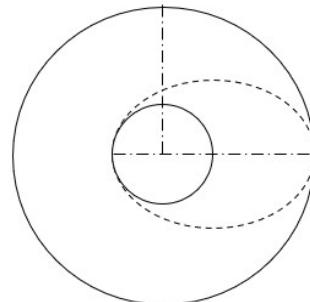
1. Coi quỹ đạo Trái Đất là hình tròn bán kính  $r_0$ . Xác định vận tốc Trái Đất khi chuyển động xung quanh Mặt trời.

2. Quỹ đạo sao chổi đồng phẳng với quỹ đạo Trái Đất và điểm cực cận cách Mặt Trời là  $r_0/2$  và vận tốc là  $2v_0$ . Xác định dạng quỹ đạo sao chổi và vận tốc  $v$  của sao chổi khi nó cách Mặt trời khoảng  $r$ .

ĐS:  $v_0 = \sqrt{\frac{GM}{r_0}}$ ;  $v = \sqrt{\frac{2GM}{r_0}} = v_0 \sqrt{\frac{2r_0}{r}}$

**Bài 35.** Vệ tinh chuyển động xung quanh Trái Đất trên quỹ đạo tròn với bán kính  $R = 3R_E$  với  $R_E = 6400$  km là bán kính Trái Đất. Vệ tinh khởi động bộ phận hãm trong thời gian ngắn làm cho vận tốc của nó giảm và chuyển sang quỹ đạo elip tiếp tuyến với mặt đất. Hỏi sau đó bao lâu thì vệ tinh hạ cánh xuống mặt đất?

ĐS :  $t \approx 2$  giờ.



đi

**Bài 36.** Tầng thứ ba của tên lửa bao gồm phần khoang mang nhiên liệu có khối lượng  $M = 50$  kg và phần đầu bảo vệ hình nón có khối lượng  $m = 10$  kg. Phần đầu có thể bật về phía trước nhờ một lò xo nén. Khi thử trên Trái Đất, khi tên lửa được giữ cố định thì lò xo đẩy phần đầu khỏi tên lửa với vận tốc  $v_0 = 5,1$  m/s. Tìm vận tốc tương đối của phần đầu so với tên lửa khi nó rời ra trong khi bay trên quỹ đạo?

$$\text{ĐS: } V_{td} = v_0 \sqrt{1 + \frac{m_d}{m_t}} = 5,6 \text{ (m/s)}$$

**Bài 37.** Một hành tinh , khối lượng m chuyển động theo quỹ đạo elip quang mặt trời.

Khoảng cách nhỏ nhất và lớn nhất từ mặt trời đến hành tinh lần lượt là  $r_1$  và  $r_2$ . Tìm mô men động lượng của hành tinh đối với tâm mặt trời.

$$\text{ĐS: } L = \sqrt{\frac{2GMr_1r_2}{(r_2 + r_1)}}$$

**Bài 38.** Sao chổi Ha-Lây có chu kỳ  $T= 76$  năm và vào năm 1986 nó đến gần Mặt trời nhất , có  $r_{\min} = 8,9 \cdot 10^{10}$  m. Biết khối lượng của Mặt trời  $M = 1,99 \cdot 10^{30}$  kg. Tìm:

a) Khoảng cách xa nhất  $r_{\max}$  từ sao chổi đến Mặt trời?

b) Tâm sai của quỹ đạo sao chổi?

ĐS: a.  $5,3 \cdot 10^{12}$  m ; b.  $e = 0,967$

**Bài 39.** Một vật nhỏ bắt đầu rơi vào Mặt trời từ một khoảng cách bằng bán kính quỹ đạo của Trái đất . Vận tốc đầu của vật trong hệ quy chiếu nhật tâm bằng không. Hỏi thời gian rơi của vật?

ĐS : 64,5 ngày.

**Bài 40.** Một vệ tinh coi như chất điểm có khối lượng m, đang chuyển động trên một quỹ đạo tròn tâm o, bán kính R quanh Trái đất có khối lượng M.

a) Chứng minh rằng tốc độ v của nó không đổi và tính v theo G,M,R. Suy ra chu kỳ T của nó?

b) Người ta muốn chuyển vệ tinh này sang một quỹ đạo tròn khác có bán kính  $R' > R$ , nằm trong cùng mặt phẳng quỹ đạo trên. Muốn thế ở tại điểm A của quỹ đạo 1 người ta tăng tốc theo phương tiếp tuyến để nó vạch ra một quỹ đạo elip có trực径 AB (quỹ đạo 2), trong đó B là điểm nằm trên đường tròn bán kính  $R'$ . Hãy xác định các vận tốc  $v_1$  và  $v_2$  của vệ tinh tại các điểm A và B và năng lượng  $\Delta W_i$  cần cung cấp cho vệ tinh tại A để chuyển quỹ đạo?

c) Sau khi vệ tinh đi qua B người ta lại tăng tốc một lần nữa theo phương tiếp tuyến để nó vạch ra một đường tròn bán kính  $R'$ . Tính tốc độ  $v'$  của vệ tinh trên quỹ đạo 3 và năng lượng  $\Delta W_2$  cần cung cấp cho vệ tinh để nó chuyển từ quỹ đạo 2 sang quỹ đạo 3?

$$\text{ĐS : a. } T = 2\pi \sqrt{\frac{R^3}{GM}} ; \text{ b. } v_1 = \sqrt{\frac{2GMR'}{R(R+R')}} ; v_2 = \sqrt{\frac{2GMR}{R'(R+R')}} ; \Delta W_1 = \frac{GMm(R' - R)}{2R(R+R')}$$

$$\text{c. } v' = \sqrt{\frac{GM}{R'}} ; \Delta W_2 = \frac{GMm(R' - R)}{2R'(R+R')}$$

**Bài 41.** I-Go và Sa-Ly mỗi người điều khiển một con tàu vũ trụ nhỏ khối lượng  $m=2000$  kg trên quỹ đạo tròn xung quanh trái đất ở độ cao  $h=400$  km. I-Go đi trước Sa-Ly tại bất kỳ điểm nào của quỹ đạo. Cho biết khối lượng của Trái đất  $M=5,98 \cdot 10^{24}$  Kg và bán kính  $R=6370$  Km .

- a) Hỏi chu kỳ quay và tốc độ quay của mỗi con tàu.
- b) Sa-Ly muốn vượt I-Go nên tại một điểm P nào đó nó thực hiện một vụ đốt cháy nhiên liệu trong một khoảng thời gian rất ngắn . Khí đốt cháy phút về phía trước qua một ống phun khí làm giảm tốc độ đi 1% . Sau đó Sa-Ly bay theo quỹ đạo elip. Hỏi tốc độ, động năng và thế năng của con tàu Sa-Ly ngay sau khi phóng khí đốt.
- c) Trong quỹ đạo elip, năng lượng toàn phần , bán trực lớn và chu kỳ bằng bao nhiêu?
- d) Sa-Ly làm gì tiếp theo để vượt I-Go trên quỹ đạo ban đầu?

$$\text{ĐS: a. } T_0 = 5540s ; v_0 = 7680m/s ; \text{ b. } v = 7600 m/s; W_d = 5,78 \cdot 10^{10} J; W_t = -11,8 \cdot 10^{10} J;$$

$$\text{c. } W = -6,02 \cdot 10^{10} J; a = 6,63 \cdot 10^6 m; T = 5370s.$$

**Bài 42.** Muốn cho một con tàu vũ trụ đang chuyển động trên quỹ đạo Trái đất rơi vào Mặt trời, Người ta thực hiện một trong hai phương án sau:

- a) Phương án 1: Truyền cho con tàu một xung lượng của lực ( bằng cách đốt cháy một động cơ tên lửa) theo hướng ngược lại với chuyển động của tàu vũ trụ làm cho tốc độ của tàu giảm đến không, để tàu rơi vào Mặt trời.
- b) Phương án 2: Thực hiện một quá trình gồm hai bước :

Giả sử quỹ đạo của Trái đất là một đường tròn bán kính  $r_1$  có tâm là mặt trời

Bước 1: Dùng một tên lửa nhỏ hơn đốt cháy nhiên liệu trong một khoảng thời gian ngắn làm cho tốc độ của tàu tăng lên theo hướng chuyển động để con tàu chuyển động theo quỹ đạo elip mà điểm tên lửa cháy là cận điểm.

Bước 2: Đến viễn điểm người ta lại truyền cho một xung lượng của lực đủ để triệt tiêu tốc độ của tàu, để nó rơi vào Mặt trời (bỏ qua lực hấp dẫn của Trái đất).

Xung lượng toàn phần mà tên lửa phải cung cấp được đo bằng tổng các độ gia tăng vận tốc  $|\Delta v|$ . Hãy tính tổng này ở mỗi phương án và và so sánh chúng trong trường hợp  $r_2 = 10r_1$ . Phương án nào có lợi về mặt năng lượng?

ĐS: Phương án 1:  $|\Delta v| = v$

Phương án 2:  $|\Delta v| = 0,483v$ . Phương án 2 lợi hơn.

**Bài 43.** Một vệ tinh nhân tạo có khối lượng  $m=200\text{Kg}$ , chuyển động theo quỹ đạo tròn ở lớp khí quyển ở trên cao nhất của Trái đất. Vệ tinh chịu lực cản của không khí là  $F=7 \cdot 10^{-4} \text{ N}$ . Hãy xác định xem tốc độ của vệ tinh sau khi chuyển động được một vòng biến thiên một lượng là bao nhiêu cho biết độ cao của vệ tinh so với mặt đất là nhỏ so với bán kính của Trái đất  $R=6400\text{km}$ . Lấy  $g=9,8 \text{ m/s}^2$ .

ĐS: Tăng lên  $0,018\text{m/s}$ .

**Bài 44.** Hai vệ tinh của Trái đất cùng chuyển động trong cùng mặt phẳng theo các quỹ đạo tròn. Bán kính quỹ đạo của vệ tinh 1 là  $R=7000 \text{ Km}$ , bán kính quỹ đạo của vệ tinh 2 nhỏ hơn một lượng là  $\Delta R = 70 \text{ Km}$ . Hỏi cứ sau một khoảng thời gian nhất định là bao nhiêu thì các vệ tinh tiến lại gần nhau nhất? cho bán kính và khối lượng của Trái đất lần lượt là  $R= 6370 \text{ Km}$ ,  $M= 5,98 \cdot 10^{24} \text{ Kg}$ .

ĐS: Cùng chiều  $t_1 = 4,43$  ngày; ngược chiều  $\Rightarrow t_2 \approx 3137\text{s} = 0,87$  giờ.

**Bài 45.** Một nhà du hành vũ trụ thích đùa đã đặt một quả bóng gỗ khối lượng  $m = 7,2\text{kg}$  vào một quỹ đạo tròn quanh Trái Đất ở độ cao  $h = 350\text{km}$ . Hỏi:

- Động năng của quả bóng gỗ là bao nhiêu?
- Thé năng của quả bóng gỗ là bao nhiêu?

-KHO VẬT LÝ SƠ CẤP-

c) Cơ năng của quả bóng gỗ là bao nhiêu?

ĐS: a.  $W_d \approx 2,14 \cdot 10^8 (J) = 214 (MJ)$ .

b.  $W_t = -\frac{GMm}{r} = -2W_d = -428 (MJ)$ .

c.  $W = W_t + W_d = -214 (MJ)$ .

**Bài 46.** Hai tàu vũ trụ nhỏ, mỗi tàu có khối lượng  $m = 2000\text{kg}$ , bay theo quỹ đạo tròn trên Trái Đất (Hình 10), ở độ cao  $h = 400\text{km}$ . Igor (người chỉ huy một trong những con tàu vũ trụ) bay tới một điểm cố định trên quỹ đạo 90s trước Sally (người chỉ huy tàu kia). Hỏi:

a) Chu kỳ và tốc độ của hai con tàu trên quỹ đạo tròn là bao nhiêu?

b) Tại điểm cố định (giả sử điểm P trên Hình 10) Sally muốn vượt Igor bèn cho phút khí về phía trước để giảm tốc độ của cô 1%. Sau đó, Sally đi theo quỹ đạo elip (đường vẽ nét đứt). Tính tốc độ, động năng và thế năng con tàu của cô ngay sau khi phút khí?

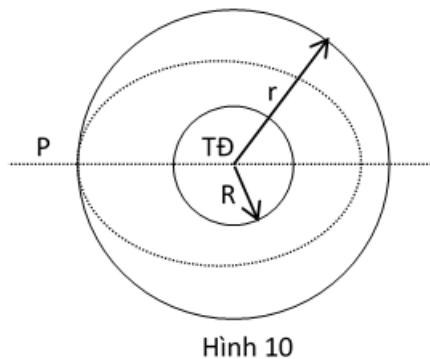
c) Trên quỹ đạo mới hình elip, cơ năng toàn phần, bán trục lớn và tốc độ trên quỹ đạo của Sally là bao nhiêu?

ĐS: a.  $T = \sqrt{\frac{4\pi^2 r^3}{GM_D}} = 5540 (\text{s}) ; v_0 = \frac{2\pi r}{T_0} \approx 7680 (\text{m/s})$ .

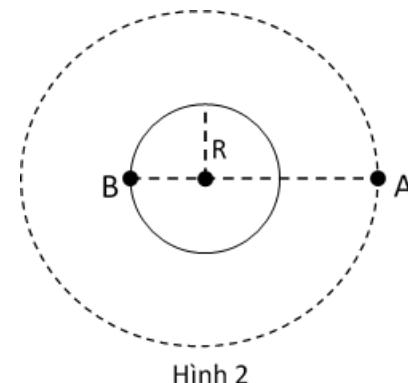
b.  $v = 7600 (\text{m/s}) ; W_d = \frac{mv^2}{2} = 5,87 \cdot 10^{10} (\text{J}) ; W_t = -\frac{GMm}{r} = -11,8 \cdot 10^{10} (\text{J})$ .

c.  $W = -6,02 \cdot 10^{10} (\text{J}) ; a = 6,63 \cdot 10^6 \text{m}$ .

**Bài 47.** Con tàu vũ trụ có khối lượng  $M = 1,2$  tấn quay quanh Mặt Trăng theo quỹ đạo tròn ở độ cao  $h = 100\text{km}$  so với bề mặt của Mặt Trăng. Để chuyển sang



Hình 10



Hình 2

quỹ đạo hạ cánh, động cơ hoạt động trong thời gian ngắn. Vận tốc khí phun ra khỏi ống khí của động cơ là  $u = 10^4 \text{ m/s}$ . Bán kính Mặt Trăng  $R_t = 1,7 \cdot 10^3 \text{ km}$ , gia tốc trọng trường trên Mặt Trăng là  $g_t = 1,7 \text{ m/s}^2$ . Phải tốn bao nhiêu nhiên liệu để động cơ hoạt động ở điểm A làm con tàu đáp xuống Mặt Trăng tại điểm B (hình 2).

ĐS:  $m = 28,73 \text{ kg}$

**Bài 48.** Chứng minh cơ năng toàn phần của hành tinh có khối lượng  $m$  chuyển động xung quanh Mặt Trời (có khối lượng  $M$ ) theo đường elip có dạng  $E = -GMm/(2a)$ .

**Bài 49.** Một vật có khối lượng là một đơn vị khối lượng, chuyển động trong một trường thế có thể năng  $U(r)$ . Phương trình quỹ đạo của nó trong hệ tọa độ cực có dạng:  $r = a \cdot e^{-b\theta}$ , trong đó  $\theta$  là góc phương vị đo trong mặt phẳng quỹ đạo. Tìm biểu thức thế năng  $U(r)$

$$\text{ĐS: } U(r) = -\frac{h^2}{2} \frac{(b^2 + 1)}{r^2}, \text{ trong đó } h = r^2 \dot{\theta} \text{ là}$$

**Bài 50.** Xét một hạt chuyển động dưới tác dụng của một lực xuyên tâm  $F(r)$  và trong hệ tọa độ cực có  $r\theta = \text{hằng số}$ . Xác định phương trình thế năng của hạt theo  $r$

$$\text{ĐS: } U(r) = \frac{-mh^2}{2r^2}$$

**Bài 51.** Người ta muốn phóng một vệ tinh nhân tạo theo phương án sau:

- a) Từ mặt đất cung cấp cho vệ tinh vận tốc  $v_0$  theo phương thẳng đứng.
- b) Khi vệ tinh lên đến độ cao  $h$  có vận tốc bằng 0, người ta cung cấp cho nó vận tốc  $v_1$  theo phương ngang ( $\vec{v}_1 \perp \vec{v}_0$ ) để vệ tinh chuyển động theo quỹ đạo elip có tâm sai  $e$  và thông số  $p$  được xác định trước. Bỏ qua sức cản của không khí.

Hãy tính các vận tốc  $v_0$  và  $v_1$ . Cho biết bán kính của Trái Đất là  $R_0$  và gia tốc trọng trường là  $g_0$  ( $g_0 = GM/R_0^2$ ).

Hướng dẫn: Vì chuyển động trong trường trọng lực xuyên tâm, áp dụng định luật bảo toàn mômen xung lượng và cơ năng.

$$\text{ĐS: } v_0 = \sqrt{2g_0 R_0 \left( 1 - \frac{R_0}{r} \right)}; \quad v_1 = \sqrt{\frac{g_0}{p}} R_0 (1 + e)$$

**Bài 52.** Một trạm thăm dò vũ trụ P bay quanh hành tinh E theo quỹ đạo tròn có bán kính R. Khối lượng của hành tinh E là M.

1. Tìm vận tốc và chu kỳ quay quanh hành tinh E của trạm P.
2. Một sự kiện không may xảy ra: có một thiên thạch T bay đến hành tinh E theo

đường thẳng đi qua tâm của hành tinh với vận tốc  $u = \sqrt{\frac{58GM}{R}}$ . Thiên thạch va chạm rồi dính vào trạm P nói trên. Sau va chạm thì trạm vũ trụ cùng với thiên thạch chuyển sang quỹ đạo elip. Biết khối lượng của trạm P gấp 10 lần khối lượng của thiên thạch T. Hãy xác định:

- a) vận tốc của hệ (P và T) ngay sau va chạm.
- b) khoảng cách cực tiểu từ hệ đó đến tâm hành tinh E.

$$\text{ĐS: 1. } T = \frac{2\pi}{\sqrt{GM}} R^{3/2}; \quad 2a. \quad v_2 = \frac{l}{r} \sqrt{\frac{158GM}{R}}; \quad 2b. \quad r = \frac{R}{2}$$

**Bài 53.** Một vệ tinh khối lượng m chuyển động theo quỹ đạo tròn bán kính r quanh Trái Đất có khối lượng M.

1. CMR cơ năng của vệ tinh là  $E = - K$

2. Do có ma sát bán kính của quỹ đạo của vệ tinh giảm dần 0.1% trong một tuần. Giả sử quỹ đạo vệ tinh vẫn là quỹ đạo tròn. Tính độ biến thiên vận tốc của nó trong một tuần

3. Cho  $r = 6,60 \cdot 10^6 \text{m}$   $M = 5,98 \cdot 10^{24} \text{kg}$  và  $m = 2,00 \cdot 10^3 \text{kg}$ . Tính độ biến thiên cơ năng của vệ tinh trong một tuần

4. Tính lực ma sát của khí quyển tác dụng lên vệ tinh

5. Thực tế, vệ tinh có mang một động cơ phụ có nhiệm vụ bù trừ lực ma sát của khí quyển. Biết rằng lực tác dụng của động cơ này bằng  $uz$  với  $z$  là tốc độ đốt nhiên liệu (tính đơn vị  $\text{kg/s}$ ) và  $u = 2,00 \cdot 10^3 \text{Ns/kg}$ . Nếu vệ tinh mang theo  $30 \text{kg}$  nhiên liệu thì nó duy trì quỹ đạo của mình trong bao lâu.

$$\text{ĐS: } 2. \frac{\Delta v}{v} = -\frac{\Delta r}{r} = 0,05\% ; 3. \Delta E = -\frac{1}{2} \frac{GMm}{r} \left( \frac{\Delta r}{r} \right) = -6,04 \cdot 10^7 (\text{J}) ; 4. F_{ms} \approx 0,013(N) ; 5.$$

$$\tau = \frac{m_0}{z} = 54(\text{ngày}).$$

**Bài 54.** Vệ tinh nhân tạo của Mặt trăng chuyển động theo quỹ đạo tròn có bán kính lớn hơn bán kính Mặt trăng  $n$  lần. Khi chuyển động vệ tinh chịu tác dụng của lực cản yếu của vũ trụ. Giả sử lực cản phụ thuộc vào vận tốc theo quy luật  $F = -\alpha v^2$  với  $\alpha$  là hằng số. Tính thời gian chuyển động của vệ tinh cho đến lúc nó rơi vào Mặt trăng.

$$\text{ĐS: } t = \frac{m}{\alpha \sqrt{GM}} \sqrt{R_0} (\sqrt{n} - 1)$$

**Bài 55.** Khi giải bài toán sử dụng các hằng số sau :

- Bán kính Trái Đất là  $R_T = 6,37 \cdot 10^6 \text{m}$
- Gia tốc trọng trường ở bề mặt Trái Đất là  $g = 9,81 \text{m/s}^2$
- Độ dài của ngày thiêng văn là  $T_0 = 24,0 \text{h}$

1.Một vệ tinh địa tĩnh có khối lượng  $m$  chuyển động trên quỹ đạo tròn bán kính  $r_0$ . Vệ tinh này có thiết bị gọi là “động cơ ở điểm cực viễn” cung cấp các lực đẩy cần thiết để vệ tinh đạt các quỹ đạo cần thiết.

1.1 Tính giá trị bằng số  $r_0$

1.2. Lập biểu thức xác định vận tốc  $v_0$  của vệ tinh theo  $g$ ,  $R_T$  và  $r_0$  và tính giá trị

1.3 Lập biểu thức xác định mô men động lượng  $L_0$  và cơ năng  $E_0$  của vệ tinh theo  $v_0$ ,  $g$ ,  $R_T$  và  $m$

2. Khi vệ tinh địa tĩnh đang ở quỹ đạo tròn, do sai lầm động cơ điểm cực viễn bật lên. Mặc dù phản ứng nhanh để tắt động cơ đi nhưng vẫn xuất hiện lực đẩy hướng về tâm Trái Đất và một độ biến thiên vận tốc không mong muốn  $\Delta v$  truyền cho vệ tinh . Người ta gọi thông số boost  $\beta = \Delta v / v_0$  . Thời gian hoạt động của động cơ rất nhỏ có thể bỏ qua

2.1 . Xác định thông số  $p$  và tâm sai  $e$  của quỹ đạo mới theo  $r_0$  và  $\beta$  . Biết thông số  $p$  và tâm sai  $e$  có thể xác định theo công thức

$$p = \frac{L^2}{GMm^2} \quad \text{và} \quad e = \left(1 + \frac{2EL^2}{G^2 M^2 m^3}\right)^{1/2}$$

2.2. Tính góc giữa bán trực lớn của quỹ đạo mới và bán kính véc tơ của điểm mà ở đó động cơ được bật lên.

2.3. Lập biểu thức tính khoảng cách từ các cực viễn và cực cận đến tâm Trái Đất theo  $r_0$  và  $\beta$  . Tính các giá trị nếu  $\beta = \frac{1}{4}$

2.4. Xác định chu kỳ  $T$  của quỹ đạo mới theo  $T_0$  và  $\beta$  . Tính giá trị khi  $\beta = \frac{1}{4}$

3. Giả sử khi động cơ ở điểm cực viễn hoạt động và vệ tinh thoát khỏi lực hút Trái Đất

-KHO VẬT LÝ SƠ CẤP-

3.1. Tính thông số boost  $\beta_{\text{esc}}$  tối thiểu.

3.2. Xác định khoảng cách  $r'_{\min}$  trong quỹ đạo mới theo  $r_0$

4. Giả thiết  $\beta > \beta_{\text{esc}}$ . Xác định vận tốc ở vô cực theo  $\beta$  và  $v_0$ .

$$v_o = R_T \sqrt{\frac{g}{\left(\frac{gR_T^2 T_o^2}{4\pi^2}\right)^{1/3}}} = 3,07 \cdot 10^3 \text{ m/s}$$

ĐS: 1.1.  $r_o = 4,22 \cdot 10^7 \text{ m/s}$ ; 1.2. ; 1.3.  $L_0 = \frac{mgR_T^2}{v_0}$ ;  $E_0 = -\frac{mv_0^2}{2}$ ;

$$2.1. p = r_0; e = \beta < 1; 2.2. 90^\circ; 2.3. r_{\max} = \frac{r_0}{1 - \beta} = 5,63 \cdot 10^7 \text{ (m)}; r_{\min} = \frac{r_0}{1 + \beta} = 3,38 \cdot 10^7 \text{ (m)}$$

$$2.4. T = T_0 (1 - e^2)^{-3/2} = 26,4 \text{ h}$$

$$3.1 \beta_{\text{esc}} = 1; 3.2. r'_{\min} = \frac{r_0}{2}; 4. v_\infty = v_0 (\beta^2 - 1)^{1/2}$$

**Bài 56.** Xét một hành tinh có khối lượng  $m$  quay quanh Mặt Trời có khối lượng  $M$ . Giả sử không gian xung quanh Mặt Trời có một lượng bụi phân bố đều mật độ  $\rho$ .

- a. Chỉ ra rằng lực tác động của bụi là cộng vào lực hút xuyên tâm  $F' = -mk\mathbf{r}$ , trong đó  $k = \frac{4\pi\rho G}{3}$ . Bỏ qua lực cản của bụi đối với hành tinh.
- b. Xét một chuyển động tròn của hành tinh tương ứng với mômen động lượng  $L$ . Tìm phương trình của bán kính chuyển động  $r_0$  theo  $L, G, M, m$  và  $k$ .
- c. Giả sử  $F'$  là nhỏ so với lực hút của Mặt Trời và xét quỹ đạo chỉ lệch một chút so với quỹ đạo ở phần b. Bằng cách xét các tần số của chuyển động xuyên tâm và chuyển động quay hãy chứng minh rằng quỹ đạo là elip tué sai và tính tần số của chuyển động tué sai  $\omega_p$  theo  $r_0, \rho, G$  và  $M$ .
- d. Trục của elip tiến động cùng chiều hay ngược chiều với tần số góc của chuyển động quỹ đạo?

$$\text{ĐS: b. } -G \frac{Mm}{r_0^2} - mkr + \frac{L^2}{mr_0^3} = 0; \text{ c. } \omega_{tue\ sat} = \frac{3mkr_0^2}{2L}$$

d. Trục elip chuyển động tuế sai ngược chiều so với vận tốc góc.

**Bài 57.** Xét chuyển động của một hạt khối lượng  $m$  dưới ảnh hưởng của lực  $F = -Kr$ , trong đó  $K$  là hằng số dương và  $\vec{r}$  là véc tơ vị trí của hạt.

- a. Chứng minh chuyển động của hạt nằm trên một mặt phẳng.
- b. Chứng minh rằng quỹ đạo là elip và tính chu kỳ chuyển động của hạt. Biết tại thời điểm ban đầu  $t=0$  thì  $x=a; y=0; v_x=0; v_y=v$ .
- c. Chuyển động của hạt có tuân theo định luật Kepler về chuyển động của hành tinh?

$$\text{ĐS: b. } T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$$

**Bài 58.** Vào năm 2014, Nghị viện Châu Âu quyết định khởi động dự án đưa rác thải phóng xạ lên Mặt Trời để tránh ô nhiễm cho Trái Đất và không gian xung quanh. Trong tính toán có thể dùng các số liệu sau: Một năm có  $T = 365,25$  ngày, vận tốc của Trái Đất trên quỹ đạo quanh Mặt Trời  $v_0 = 29,8$  km/s, góc trông Mặt Trời từ Trái Đất  $\alpha = 0,5^\circ$ , bán kính Trái Đất  $R = 6400$  km, gia tốc trọng trường tại bề mặt Trái Đất  $g = 9,81$  m/s<sup>2</sup>.

Theo dự án này, rác được đưa lên Mặt Trời bằng tàu vũ trụ đạn đạo: Động cơ chỉ hoạt động trong một thời gian ngắn, trong khoảng thời gian đó con tàu dịch chuyển được một đoạn ngắn hơn bán kính Trái Đất rất nhiều. Trong hệ quy chiếu của Trái Đất, con tàu có vận tốc ngược với vận tốc của Trái Đất trên quỹ đạo quanh Mặt Trời. Ngoài ra, con tàu chuyển động theo quỹ đạo đạn đạo cho đến khi nó gặp Mặt Trời. Quỹ đạo được chọn sao cho tốn ít nhiên liệu nhất.

1. Hãy lập luận và vẽ quỹ đạo của con tàu vũ trụ, trong tính toán hãy bỏ qua kích thước góc của Mặt Trời (lấy  $\alpha \approx 0^\circ$ ). Sử dụng gần đúng này trong câu hỏi 2 và 3 tiếp theo.

2. Tìm thời gian con tàu chuyển động từ Trái Đất đến Mặt Trời?

3. Vận tốc của con tàu trong hệ quy chiếu Trái Đất bằng bao nhiêu khi khoảng cách từ nó tới Trái Đất lớn hơn rất nhiều bán kính Trái Đất nhưng vẫn nhỏ hơn nhiều so với khoảng cách tới Mặt Trời?

4. Giải lại câu hỏi 3 nhưng  $\alpha = 0,5^\circ$ .

5. Tìm vận tốc của con tàu trong hệ quy chiếu Trái Đất khi khoảng cách từ nó tới Trái Đất nhỏ hơn nhiều bán kính Trái Đất?

ĐS: 2.  $t = 2^{-5/2}T \approx 64.5$  ngày; 3.  $v_0 = 29.8$  km/s; 4. 27.0 km/s; 5.  $u \approx 29.2$  km/s

**Bài 59.** Giả sử Mặt trăng có tâm O khối lượng M, bán kính R là đứng yên đối với một hệ quy chiếu quan tính nào đó. Một con tàu vũ trụ có khối lượng m tới từ Trái đất coi như ở rất xa. Con tàu chuyển động tới Mặt trăng theo quỹ đạo hyperbol với tiệm cận cách tâm O của Mặt trăng một khoảng b và tốc độ lúc đó là  $v_0$ . Khoảng cách bé nhất từ con tàu đến tâm Mặt trăng là a. Giả thiết rằng con tàu chỉ chịu tác dụng lực hấp dẫn của Mặt trăng. Gia tốc rơi tự do ở bề mặt của Mặt trăng là  $g_0$ .

1. Tìm mối liên hệ giữa  $v_0$ , a, b.

$$v = R \sqrt{\frac{g_0}{a}}$$

2. Tàu phục khí chuyên sang quỹ đạo tròn với tốc độ  $m_T = \frac{2m}{3}$  để tàu có thể đổ bộ xuống Mặt trăng. Tốc độ tên lửa khi rời con tàu đối với Mặt trăng là  $v_T = \frac{3}{2}v$  theo hướng bán kính OA. Hãy xác định:

a. Hướng, độ lớn vận tốc con tàu sau khi đã phóng tên lửa và năng lượng tiêu tốn để thực hiện điều đó.

b. Tỉ số  $\lambda = \frac{a}{R}$  để sau khi phóng tên lửa thì tàu đổ bộ xuống Mặt trăng.

ĐS: 1.  $v_0^2 = \frac{2g_0R^2a}{b^2 - a^2}$ ; 2a.  $v' = 3R \sqrt{2 \frac{g_0}{a}}$ ; Góc hợp bởi  $\vec{v}'$  và phương bán kính được

xác định:  $\alpha = \frac{\pi}{4}$ ; Năng lượng cần tiêu tốn để thực hiện sự tách này:

$$\Delta E = \frac{13}{4}mg_0 \frac{R^2}{a}$$

2b.  $\lambda \approx 1,45$ . Nếu  $\lambda \leq 1,45$  thì tàu rơi xuống Mặt trăng.

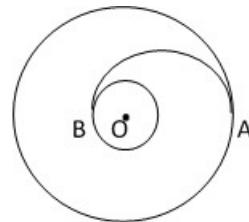
**Bài 60.** Một vệ tinh chuyển động theo quỹ đạo tròn ở độ cao  $h = 200\text{km}$  quanh trái đất. Tại độ cao nói trên, mật độ khí quyển là  $\rho = 3 \cdot 10^{-9} \text{kg/m}^3$ . Biết tiết diện ngang của vệ tinh là  $S = 1\text{m}^2$ ; khối lượng vệ tinh là  $m = 10^3 \text{kg}$ ; bán kính trái đất là  $R_0 = 6400\text{km}$ ; khối lượng trái đất là  $M = 6 \cdot 10^{24}\text{kg}$ ; hằng số hấp dẫn  $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{Nm}^2/\text{kg}^2$ .

- Xác định lực cản tác dụng lên vệ tinh.
- Sau một vòng quay, vệ tinh ở độ cao bao nhiêu?

**ĐS:** a. **0,364 (N); b. 6578 km**

**Bài 61.** Một vệ tinh chuyển động tròn đều quanh Trái Đất ở độ cao  $R = 3R_0$  so với tâm O của Trái Đất (Bán kính Trái Đất là  $R_0 = 6400 \text{ km}$ ).

- Tính vận tốc  $V_0$  và chu kỳ  $T_0$  của vệ tinh.
- Giả sử vệ tinh bị nhiễu loạn nhẹ và tức thời theo phuong bán kính sao cho nó bị lệch khỏi quỹ đạo tròn bán kính  $R$  trên. Hãy tính chu kỳ dao động nhỏ của vệ tinh theo phuong bán kính và xung quanh quỹ đạo cũ.
- Vệ tinh đang chuyển động tròn bán kính  $R$  thì tại điểm A vận tốc đột ngột giảm xuống thành  $V_A$  nhưng giữ nguyên hướng, vệ tinh chuyển sang quỹ đạo elip và tiếp đất tại điểm B trên đường OA ( $O, A, B$  thẳng hàng). Tìm vận tốc vệ tinh tại A, B và thời gian để nó chuyển động từ A đến B.



(Hình 2)

Cho vận tốc vũ trụ cấp 1 là  $V_1 = 7,9 \text{ km/s}$ . Bỏ qua lực cản.

Có thể dùng phương trình chuyển động của một vệ tinh trên quỹ đạo:

$$m \left[ \frac{d^2 r}{dt^2} - \left( \frac{d\theta}{dt} \right)^2 r \right] = -G \frac{Mm}{r^2}$$

và định luật bảo toàn mômen động lượng:  $mr^2 \frac{d\theta}{dt} = \text{const}$ .

ĐS: 1.  $T_0 = 7,43\text{h}$ ;  $v_0 = 4,56\text{m/s}$ ; 2.  $T = 2\pi \sqrt{\frac{9R_0^2}{GM}} = 21,2 \cdot 10^{-2}\text{s}$ ; 3.  $v_A = 3,23\text{m/s}$ ,  $v_B = 9,68\text{m/s}$ ;  $t=2\text{h}$ .

**Bài 62.** Một vệ tinh, có khối lượng  $m$ , quay quanh Trái Đất, khối lượng  $M$ , theo một quỹ đạo tròn, bán kính  $R_0$ . Nếu vệ tinh bị nhiễu loạn nhẹ và tức thời theo phương bán kính, sao cho nó bị lệch khỏi quỹ đạo tròn ban đầu. Tính chu kỳ dao động  $T$  của  $r$  quanh khoảng cách trung bình  $R_0$ .

ĐS: ..

**Bài 63.** Xét chuyển động của hạt khối lượng  $m$  dưới tác dụng của lực xuyên tâm có biểu thức  $\vec{F} = -k\vec{r}$ . Với  $k$  là hằng số dương còn  $\vec{r}$  là véc tơ xác định vị trí của vật

- a) Chứng minh rằng, chuyển động của hạt nằm trong một mặt phẳng
- b) Tìm vị trí của hạt theo thời gian. Cho rằng tại thời điểm ban đầu ( $t = 0$ ) có:  $x = a$ ,  $y = 0$ ,  $v_x = 0$ ,  $v_y = v$
- c) Chứng minh rằng quỹ đạo của hạt có dạng elip. Tìm chu kì chuyển động của hạt
- d) Chuyển động của hạt có tuân theo định luật Keple về chuyển động của hành tinh.

ĐS: b.  $x = a \sin(\omega t + \pi/2) = a \cos \omega t$ ;  $y = \frac{v_0}{\omega} \sin \omega t$  với  $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$

c.  $T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$ ; d. Không

**Bài 64.** Một hạt chuyển động trên một quỹ đạo tròn có bán kính  $r$  dưới tác dụng của một lực hút xuyên tâm. Chứng minh rằng, quỹ đạo của vật ổn định nếu :

$$f(r) > - \left( \frac{r}{3} \right) \left| \frac{\partial f}{\partial r} \right|_r$$

Trong đó  $f(r)$  là độ lớn của lực tại khoảng cách  $r$  so với tâm

**Bài 65.** Trong không gian tồn tại một trường thế hấp dẫn xuyên tâm có tâm O cố định và thế hấp dẫn là  $V = -G(r)$ . Một hạt cỡ điển có khối lượng  $m$ , năng lượng  $E_0$  và mô men động lượng  $L$  đối với tâm O chuyển động về phía trường hấp dẫn này. Hạt bị tán xạ bởi trường lực.

a. Xét trong hệ tọa độ cực có tâm cực là O, trục cực cùng hướng với hướng bay đến ban đầu của hạt. Lập phương trình vi phân xác định sự thay đổi của khoảng cách  $r$  từ hạt đến O theo góc tán xạ  $\theta$ .

b. Tìm khoảng cách cực tiêu từ hạt đến tâm tán xạ O ( $r_{\min}$ ).

$$\text{ĐS: a. } \frac{dr}{d\theta} = \pm \sqrt{\frac{2m(E_0 + G)}{L^2} \cdot r^4 - r^2}; b. r = \frac{L}{\sqrt{2m(E_0 + G)}}.$$

**Bài 66.** Một hạt khối lượng  $m$  chuyển động dưới tác dụng của trường lực xuyên tâm. Tại  $t=0$ , hạt tại  $M_0$  có  $\vec{r}_0 = \overline{OM_0}$  và vận tốc  $\vec{v}_0$  vuông góc với  $\vec{r}_0$ . O là tâm trường.

a. Đặt  $u = \frac{1}{r}$ . Biểu thị vận tốc  $v$  và gia tốc  $a$  của hạt theo  $u$  và các đạo hàm của  $u$  đối với  $\theta$  trong hệ tọa độ cực.

b. Xác định quy luật của lực để quỹ đạo của hạt là một đường xoắn ốc lôga  $r = ae^\theta$ .

c. Xác định quỹ đạo của hạt chuyển động trong trường lực hút xuyên tâm:

Trong đó  $0 < k \leq m r_0^2 v_0^2$

$$\text{ĐS: a. } \vec{v} = r_0 v_0 \left( -\frac{du}{d\theta} \vec{e}_r + u \vec{e}_\theta \right); \vec{a} = -(r_0 v_0)^2 u^2 \left( \frac{d^2 u}{d\theta^2} + u \right) \vec{e}_r.$$

$$\text{b. } f = -\frac{2 \cdot m \cdot r_0^2 v_0^2}{r^3}; \text{ c. } r = \frac{r_0}{\cos(\omega \cdot \theta)}, \text{ với } \omega = \sqrt{1 - \frac{k}{mr_0^2 v_0^2}}$$

**Bài 67.** Một hạt có khối lượng  $m$  chuyển động từ xa vô cực với vận tốc ban đầu  $v_0$ , đường kéo dài của vectơ vận tốc có khoảng cách  $b$  (tham số ngắm) so với tâm cố định của một trường lực đẩy có độ lớn tỉ lệ nghịch với bình phương khoảng cách  $F = k/r^2$ , với  $k$  là một

hằng số. Tìm khoảng cách gần nhất của hạt so với tâm trường lực và góc lệch  $\theta$  của hạt so với phương chuyển động ban đầu (góc tán xạ).

$$\text{ĐS: } R_m = \frac{k}{mv_0^2} + \sqrt{\left(\frac{k}{mv_0^2}\right)^2 + b^2} \quad \theta = 2\arctan\left(\frac{k}{mv_0^2 b}\right),$$

### Bài 68 . HSG Quốc gia 2008

Một hạt mang điện - q ( $q > 0$ ), khối lượng m chuyển động trong điện trường gây bởi các ion dương. Các ion dương phân bố đều với mật độ điện tích  $\sigma$  trong vùng không gian dạng khối trụ, bán kính R, trục đối xứng là xx' và đủ dài.

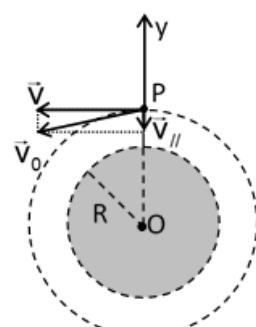
Giả sử các lực khác tác dụng lên hạt là rất nhỏ so với lực điện và trong khi chuyển động hạt không va chạm với các ion dương. Xét hai trường hợp sau:

#### 1. Hạt chuyển động trong mặt phẳng chứa trục đối xứng xx':

Lúc đầu hạt ở điểm M cách trục một đoạn  $a < R$  và có vận tốc  $\vec{v}_0$  hướng theo phương của trục. Giá trị  $v_0$  phải bằng bao nhiêu để sau khi hạt đi được một khoảng L (tính dọc theo trục) thì nó tới điểm N nằm cùng phía với M so với trục xx' và cách trục một đoạn  $a/2$ ?

#### 2. Hạt chuyển động trong mặt phẳng vuông góc với trục đối xứng xx':

Lúc đầu hạt ở điểm P cách trục một khoảng  $b > R$ , có vận tốc  $\vec{v}_0$  nằm trong mặt phẳng vuông góc với trục đối xứng. Lấy giao điểm O của mặt phẳng này với trục xx' làm tâm, vẽ một vòng tròn



bán kính  $b$  qua  $P$  và phân tích  $\vec{v}_0 = \vec{v} + \vec{v}_{||}$ , trong đó  $\vec{v}$  có phương tiếp tuyến với vòng tròn còn  $\vec{v}_{||}$  hướng dọc theo phương bán kính. Giả sử  $\vec{v}_{||} \ll \vec{v}$ .

a. Chứng minh rằng hạt chuyển động tuần hoàn theo phương bán kính đi qua hạt.

b. Tìm độ lớn của  $v$  và chu kì  $T$ .

c. Tính khoảng cách  $l$  từ  $P$  tới hạt sau khoảng thời gian  $t = n \frac{T}{2}$  ( $n$  nguyên, dương).

$$v_0 = \frac{L}{T(k \pm \frac{1}{6})} = \frac{L}{2\pi(k \pm \frac{1}{6})} \sqrt{\frac{q\rho}{2m\varepsilon_0}}$$

ĐS: 1. với  $k=1,2,3,$

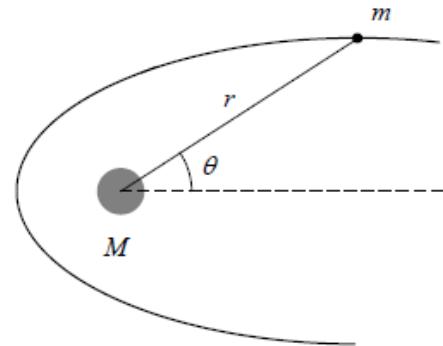
$$2b. T = \frac{2\pi}{\omega\sqrt{2}} = \frac{2\pi b}{R\sqrt{2}} \sqrt{\frac{2m\varepsilon_0}{q\rho}} = \frac{2\pi b}{R} \sqrt{\frac{m\varepsilon_0}{q\rho}}$$

$$c. l = 2b \left| \sin \frac{n\pi\sqrt{2}}{4} \right| \quad (n \text{ nguyên, dương}).$$

**Bài 69.** Một hạt cổ điện có năng lượng là  $E$  và mô men động lượng  $L$  đối với điểm  $M$  chuyển động tiến tới một vùng trong đó có một trường thế hấp dẫn xuyên tâm  $v = -\frac{G}{r}$  (với tâm là điểm  $M$ ). Hạt đó bị tán xạ bởi trường thế đó.

a) Giả thiết năng lượng và mô men động lượng được bảo toàn, tìm phương trình vi phân  $\frac{dr}{d\theta}$  theo  $E, L, r, m$ .

b) Tìm khoảng cách nhỏ nhất giữa hạt và tâm tán xạ ( $r_{min}$ )



F-3

### -KHO VẬT LÝ SƠ CẤP-

ĐS: a.  $\frac{dr}{d\theta} = \pm \sqrt{2 \left( E + \frac{G}{r} \right) \frac{mr^4}{L^2} - r^2}; b. r_{min} = -mG + \sqrt{Gm}$

**Bài 70.** Coi Trái Đất (T) chuyển động xung quanh Mặt Trời (S) theo một quỹ đạo tròn bán kính  $R_T = 150 \cdot 10^9 \text{ m}$  với chu kỳ  $T_0$  và vận tốc  $v_T$ . Một sao chổi (C) chuyển động với quỹ đạo nằm trong mặt phẳng quỹ đạo của Trái Đất, đi gần Mặt Trời nhất ở khoảng cách bằng  $kR_T$  với vận tốc ở điểm đó là  $v_1$ . Bỏ qua tương tác của sao chổi với Trái Đất và các hành tinh khác trong hệ Mặt Trời.

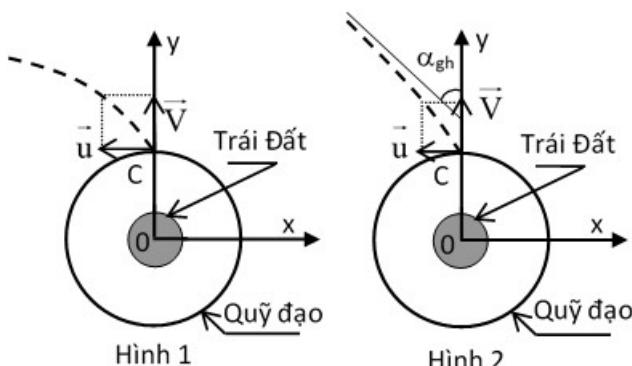
1. Xác định vận tốc  $v$  của sao chổi khi nó cắt quỹ đạo của Trái Đất theo  $k, v_T$  và  $v_1$ . Cho biết  $k = 0,42; v_T = 3 \cdot 10^4 \text{ m/s}$  và  $v_1 = 65,08 \cdot 10^3 \text{ m/s}$ .
2. Chứng minh rằng quỹ đạo của sao chổi này là một elip. Hãy xác định bán trục lớn  $a$  dưới dạng  $a = \lambda R_T$  và tâm sai  $e$  của elip này theo  $k, v_T$  và  $v_1$ . Biểu diễn chu kỳ quay của sao chổi quanh Mặt Trời dưới dạng  $T = n T_0$ . Xác định trị số của  $\lambda, e$  và  $n$ .
3. Gọi  $\tau$  là khoảng thời gian mà sao chổi còn ở bên trong quỹ đạo của Trái Đất, tức là  $r = CS \leq R_T$ . Giá trị của  $\tau$  cho ta biết cỡ độ lớn của khoảng thời gian có thể quan sát được sao chổi này từ Trái Đất. Hãy biểu diễn  $\tau$  dưới dạng một tích phân và hãy tính gần đúng tích phân đó.

ĐS: 1.  $v = \sqrt{v_1^2 + 2v_T^2 \left( 1 - \frac{1}{k} \right)} = 41,8 \text{ km/s}$ ; 2.  $\lambda = \frac{1}{\frac{2}{k} - \frac{v_1^2}{v_T^2}} = 17,9$ ;  $e = k \frac{v_1^2}{v_T^2} - 1 = 0,977$ ;  $n = \lambda^{3/2} = 75,7$ ; 3.  $\tau = \int_{-\theta_0}^{\theta_0} \frac{d\theta}{(1+e \cos \theta)^2} \approx 77$  ngày.

### Bài 71. HSG QG 2010.

Một trạm vũ trụ chuyển động với tốc độ  $u$  trên một quỹ đạo hình tròn bán kính  $R$  quanh Trái Đất. Khi đi qua

GV. PHẠM VŨ KIM HOÀNG.



điểm C trên trục 0y của hệ trục tọa độ 0xy gắn cố định với Trái Đất, trạm vũ trụ phóng ra một máy thăm dò. Lúc phóng ra, máy thăm dò được truyền thêm vận tốc  $\vec{V}$  theo phương 0y, sau đó trạm vũ trụ vẫn chuyển động tròn đều với tốc độ  $u$  (Hình 1). Gọi góc hợp bởi tia 0y và tia nhìn từ tâm Trái Đất qua vật thể cần quan sát là góc nhìn.

1. Chứng minh rằng nếu góc nhìn máy thăm dò bằng góc nhìn trạm vũ trụ thì các vectơ vận tốc của chúng lại khác nhau một lượng là  $\vec{V}$  như lúc phóng.
2. Khi góc nhìn máy thăm dò là  $\alpha$  thì máy thăm dò cách tâm Trái Đất là bao nhiêu?
3. Tốc độ  $V$  phải thỏa mãn điều kiện nào thì quỹ đạo của máy thăm dò sẽ là kín (quỹ đạo elip)?
4. Trong trường hợp quỹ đạo không kín, hãy tìm góc giới hạn  $\alpha_{\text{gh}}$  hợp bởi vectơ vận tốc của máy thăm dò và tia 0y khi máy thăm dò ra xa vô cùng (Hình 2).
5. Trong trường hợp quỹ đạo kín (quỹ đạo elip), hãy tìm bán trục lớn và bán trục nhỏ của quỹ đạo máy thăm dò.

*Hướng dẫn:*

-Cần hiểu góc nhìn là góc nào (từ vật-O-y). Khi góc nhìn của máy thăm dò và trạm vũ trụ bằng nhau thì O-máy-trạm thẳng hàng.

-Câu a thực chất chứng minh  $\vec{v}_\alpha - \vec{u}_\alpha = \vec{v}_0 - \vec{u}_0 = \vec{V}$ . Vậy cần tìm vector vận tốc của máy và trạm tại thời điểm góc  $\alpha$  hoặc biểu diễn  $d\vec{v}$  theo  $d\alpha$ .

-Quỹ đạo máy thăm dò là đường nét đứt vòng cung, quỹ đạo trạm là đường tròn nét liền.

$$\text{DS: } 2. \quad \text{rm}(u - V \sin \alpha) = Rmu \rightarrow r(\alpha) = \frac{uR}{u - V \sin \alpha} = \frac{R}{1 - \frac{V}{u} \sin \alpha}; \quad ; 3. \text{ ra } V < u; \quad ; 4. \quad \alpha_{\text{gh}} = \arcsin \frac{u}{V}$$

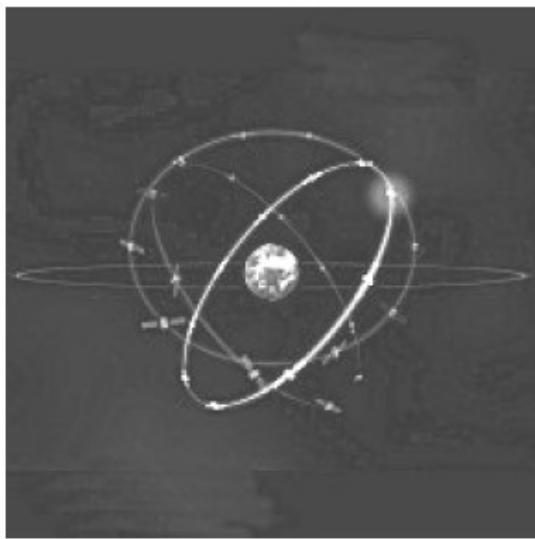
$$5. \quad a = \frac{Ru^2}{u^2 - V^2}; \quad b = \frac{Ru}{\sqrt{u^2 - V^2}}$$

## BÀI 72. KẾT CỤC KHÔNG MONG MUỐN CỦA MỘT VỆ TINH

Chuyển động thường thấy của tàu không gian liên quan tới các thay đổi vận tốc dọc theo hướng bay, sự gia tốc để đạt được quỹ đạo lớn hơn hoặc hẫm lại để đi vào vùng khí quyển trái đất. Trong bài toán này, chúng ta sẽ nghiên cứu những thay đổi của quỹ đạo vệ tinh khi động cơ đẩy tác động theo phương bán kính.

Để rút ra giá trị bằng số ta sử dụng các dữ kiện sau: bán kính Trái đất  $R_T = 6,37 \cdot 10^6 m$ , gia tốc trọng trường ở bề mặt Trái đất  $g = 9,81 m/s^2$ , và lấy độ dài một ngày thiên văn là  $T_0 = 24,0 h$ .

Ta xem xét một vệ tinh thông tin địa tĩnh (có chu kỳ  $T_0$ ) có khối lượng  $m$  đang chuyển động trên một đường tròn xích đạo có bán kính  $r_0$ . Vệ tinh có một động cơ cung cấp lực đẩy theo phương tiếp tuyến của quỹ đạo để đưa nó tới quỹ đạo cuối cùng.



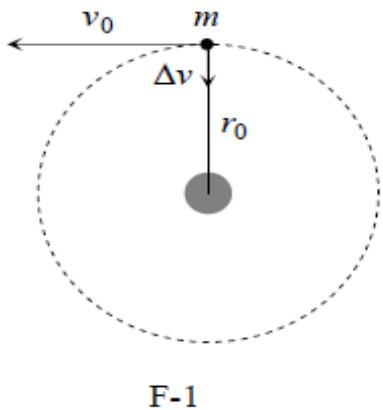
1

(1.1)[0,3 điểm] Tính giá trị bằng số của  $r_0$ .

(1.2)[0,3+0,1 điểm] Viết biểu thức vận tốc  $v_0$  của vệ tinh theo  $g$ ,  $R_T$  và  $r_0$ , và tính giá trị bằng số của đại lượng này.

(1.3)[0,4+0,4 điểm] Tính momen động lượng  $L_0$  của vệ tinh và cơ năng  $E_0$  của nó theo  $v_0$ ,  $m$ ,  $g$  và  $R_T$ .

Khi vệ tinh đang hoạt động bình thường trên quỹ đạo thì một lỗi điều khiển được phát đi từ mặt đất khiến cho động cơ của nó hoạt động trở lại. Lực đẩy của động cơ hướng về phía Trái đất, và mặc dù trạm điều khiển ở Trái đất đã kịp phát hiện và tắt động cơ, một thay đổi  $\Delta v$  không mong muốn của vận tốc vệ tinh đã được thiết lập trên vệ tinh. Ta biểu diễn sự thay đổi này thông qua tỉ số  $\beta = \Delta v / v_0$ . Thời gian hoạt động của động cơ là nhỏ, có thể bỏ qua khi so với chu kì chuyển động của vệ tinh, và do đó, hoạt động của động cơ gần như tức thời.



## 2.

Giả sử  $\beta < 1$

(2.1)[0,4+0,5 điểm] Xác định các thông số của quỹ đạo mới, thông số  $l$  và tâm sai  $\varepsilon$  theo  $r_0$  và  $\beta$ .

(2.2)[1,0 điểm] Tính góc  $\alpha$  tạo bởi trục lớn của quỹ đạo mới và véc-tơ vị trí của vệ tinh tại thời điểm xảy ra sự cố mở động cơ.

**(2.3)[1,0+0,2 điểm]** Viết biểu thức khoảng cách nhỏ nhất  $r_{min}$  và lớn nhất  $r_{max}$  của vệ tinh so với tâm Trái đất, theo  $r_0$  và  $\beta$ , và tính giá trị bằng số các đại lượng này cho trường hợp  $\beta = 1/4$ .

**(2.4)[0,5+0,2 điểm]** Xác định chu kì chuyển động T trên quỹ đạo mới theo  $T_0$  và  $\beta$ , và tính ra giá trị bằng số đối với  $\beta = 1/4$ .

3.

**(3.1)[0,5 điểm]** Tính thông số đẩy cực tiêu  $\beta_{esc}$  để vệ tinh thoát ra khỏi hấp dẫn của Trái đất.

**(3.2)[1,0 điểm]** Trong trường hợp này, hãy xác định khoảng cách gần nhất  $r'_{min}$  mà vệ tinh đạt được so với tâm Trái đất trên quỹ đạo mới theo  $r_0$ .

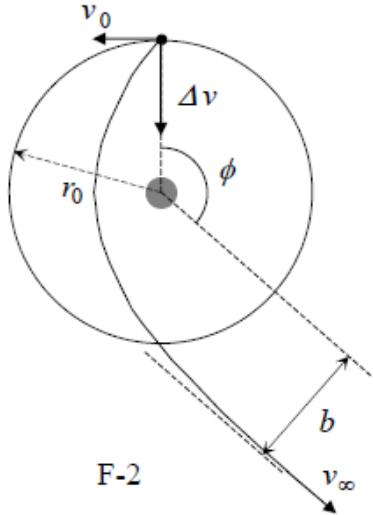
4.

Xét trường hợp  $\beta > \beta_{esc}$ .

**(4.1)[1,0 điểm]** Tính vận tốc  $v_\infty$  của vệ tinh đạt được ở rất xa, theo  $v_0$  và  $\beta$ .

**(4.2)[1,0 điểm]** Rút ra ‘thông số va chạm’  $b$  của tiệm cận của hướng thoát vô cùng của vệ tinh theo  $r_0$  và  $\beta$ . (Xem hình F-2).

**(4.3)[1,0+0,2 điểm]** Xác định góc  $\phi$  của đường tiệm cận của hướng thoát vô cùng của vệ tinh theo  $\beta$ . Tính ra số giá trị này cho  $\beta = 1,5\beta_{esc}$ .



ĐS: 1.1  $r_0 = \left( \frac{g R_T^2 T_0^2}{4\pi^2} \right)^{1/3} = 4.22 \cdot 10^7 \text{ m}; \quad 1.2 \quad v_0 = R_T \sqrt{\frac{g}{r_0}} = 3.07 \cdot 10^3 \text{ m/s};$

1.3.  $L_0 = \frac{m g R_T^2}{v_0} ; \quad E_0 = -\frac{1}{2} m v_0^2$

2.1.  $l = r_0 ; \quad \varepsilon = \beta < 1 ; \quad 2.2. \quad \alpha = \frac{\pi}{2}$

2.3.  $r_{\max} = \frac{r_0}{1-\beta} ; \quad r_{\min} = \frac{r_0}{1+\beta} . \text{ với } \beta = 1/4 , \text{ ta được: } r_{\max} = 5.63 \cdot 10^7 \text{ m}; \quad r_{\min} = 3.38 \cdot 10^7 \text{ m}$

2.4.  $T = T_0 (1-\beta^2)^{-3/2} , \text{ với } \beta = 1/4 \text{ ta có } T = T_0 \left( \frac{15}{16} \right)^{-3/2} = 26.4 \text{ h}$

3.1.  $\beta_{esc} = 1 ; \quad 3.2. \quad r'_{\min} = \frac{r_0}{2}$

4.1.  $v_\infty = v_0 (\beta^2 - 1)^{1/2} ; \quad 4.2. \quad b = r_0 (\beta^2 - 1)^{-1/2}$

4.3.  $\varphi = \frac{\pi}{2} + \arccos \left( \frac{1}{\beta} \right) , \text{ với } \beta = \frac{3}{2} \beta_{esc} = \frac{3}{2} , \text{ ta được } \varphi = 138^\circ = 2.41 \text{ rad}$

**Bài 73.** Xác định quỹ đạo chuyển động của chất điểm dưới tác dụng của lực xuyên tâm có

$$\text{dạng } \vec{F} = -\frac{k}{r^2} \vec{e}_r.$$

ĐS: Phương trình trên cho ta quỹ đạo của một đường conic:  $r = \frac{p}{1 + R \cos \theta}$ , trong đó  $p =$

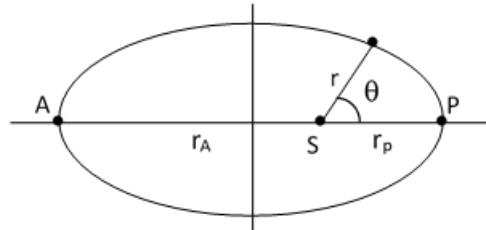
$\frac{L^2}{km}$  được gọi là thông số của đường conic, và  $e = R$  là tâm sai. Vì góc  $\theta$  được tính so với vector Runge-Lenz nên vector này xác định phương của trục tiêu của quỹ đạo conic (bán trục lớn đối với quỹ đạo elip).

### **Bài 74. Chọn HSG dự thi Quốc tế 2011**

1. Xét một hành tinh (khối lượng  $m$ ) chuyển động quanh Mặt Trời (khối lượng  $M$ ). Ta định nghĩa vectơ  $\vec{Z}$  như sau:

$$\vec{Z} = \frac{1}{\alpha} \vec{v} \times \vec{L} - \vec{e}_r$$

trong đó  $\alpha = \frac{1}{GMm}$  ( $G$  là hằng số hấp dẫn),  $\vec{v}$  và  $\vec{L}$  lần lượt là vận tốc và momen động lượng của hành tinh. Trong bài toán này, ta chọn hệ toạ độ cực có gốc là Mặt Trời ( $S$ ),  $\vec{e}_r$  và  $\vec{e}_\theta$  là vectơ đơn vị ứng với hai toạ độ  $r, \theta$ .



a) Chứng minh rằng nếu hành tinh chỉ chịu tác dụng bởi lực hấp dẫn của Mặt Trời thì  $\vec{Z}$  là một vectơ không đổi, hướng từ  $S$  về phía điểm cận nhật  $P$  (xem hình vẽ).

b) Dùng vectơ  $\vec{Z}$ , hãy chứng tỏ phương trình quỹ đạo trong toạ độ cực của hành tinh là:  $r = \frac{p}{1 + e \cos \theta}$

Biểu diễn các đại lượng  $p$  và  $e$  ở trên qua  $r_A$  và  $r_p$  trong đó  $A$  là điểm viễn nhật,  $P$  là điểm cận nhật của hành tinh.

2. Như vậy theo 1., nếu chỉ có lực hấp dẫn của Mặt Trời tác dụng lên hành tinh thì quỹ đạo của hành tinh là cố định, đặc biệt là điểm cận nhật P cũng cố định. Trong thực tế, những quan sát thiên văn cho thấy P dịch chuyển chậm và thể hiện rõ nhất đối với Thuỷ tinh, hành tinh ở gần Mặt Trời nhất. Sở dĩ như vậy là vì theo thuyết tương đối rộng, chuyển động của một hành tinh xung quanh Mặt Trời (cả hai đều được giả thiết là các

quả cầu đồng chất) cần phải được mô tả bởi thế hấp dẫn Niuton  $U(r) = -\frac{GMm}{r}$  cộng với một thế nhiễu loạn

$$U_p = \frac{GM}{c^2} \frac{L^2}{m r^3} = -\frac{\epsilon}{3r^3}$$

trong đó c là tốc độ ánh sáng trong chân không,  $\epsilon = -\frac{3GM}{c^2} \frac{L^2}{m}$ .

a) Chứng minh rằng  $U_p$  thoả mãn điều kiện là một thế nhiễu loạn, tức  $|U_p| \ll |U|$ .

b) Do có nhiễu loạn, quỹ đạo của Thuỷ tinh thay đổi, nhưng nhiễu loạn là rất nhỏ nên trong phép gần đúng bậc nhất vẫn có thể coi quỹ đạo hành tinh là elip. Viết biểu thức của vectơ  $\vec{Z}$  khi có tính đến thế nhiễu loạn. Tính  $\frac{d\vec{Z}}{dt}$  và biểu diễn nó như một hàm số của  $\epsilon$ ,  $\frac{d\theta}{dt}$

G, M,  $\frac{dt}{d\theta}$ , e và p của elip (đã tìm được ở 1.). Từ đó suy ra độ biến thiên  $\Delta\vec{Z}$  trong một chu kì T của Thuỷ tinh quay trên quỹ đạo elip và đi đến kết luận rằng thế nhiễu loạn có nguồn gốc tương đối tính  $U_p$  đã làm biến đổi quỹ đạo tương ứng với sự quay chậm của trục dài elip quỹ đạo xung quanh gốc S (tức Mặt Trời).

c) Tính góc quay  $\Delta\varphi$  của quỹ đạo Thuỷ tinh theo một chu kì như là một hàm số của G, M, c và các khoảng cách cực đại và cực tiểu  $r_A$  và  $r_p$ .

d) Từ những kết quả trên suy ra “độ dịch thế kỉ” đối với Thuỷ tinh là góc  $\delta\Omega$  mà trực lớn quỹ đạo quay được trong một thế kỉ. Tính  $\delta\Omega$  ra giây (góc). Thực nghiệm đo được góc này là  $\delta\Omega = 42,6'' \pm 0,9''$ . Hãy so sánh kết quả này và kết quả bạn vừa tìm được dựa trên thuyết tương đối.

Các số liệu cần thiết: Hằng số hấp dẫn vũ trụ:  $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N.m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$ , khối lượng Mặt Trời:  $M = 2 \cdot 10^{30} \text{ kg}$ . Đối với Thuỷ tinh: Chu kì quay quanh Mặt Trời  $T = 88$  ngày,  $r_A = 7,0 \cdot 10^{10} \text{ m}$  và  $r_p = 4,6 \cdot 10^{10} \text{ m}$ .

Cho biết trong hệ toạ độ cực  $(r; \theta)$  có các hệ thức sau:

$$\frac{d\vec{e}_\theta}{dt} = \dot{\vec{e}}_\theta = -\dot{\theta}\vec{e}_r; \quad \frac{d\vec{e}_r}{dt} = \dot{\vec{e}}_r = \dot{\theta}\vec{e}_\theta; \quad \vec{v} = r\vec{e}_r + r\dot{\theta}\vec{e}_\theta.$$

ĐS: 1b.  $e = \frac{r_A - r_p}{r_A + r_p}$  và  $p = \frac{2r_A r_p}{r_A + r_p};$  2b.  $\vec{Z} = \left( \frac{L v_p}{GMm} - 1 \right) \vec{e}_{r_p};$

$$\frac{d\vec{Z}}{dt} = \frac{\epsilon}{GMm^2} \frac{(1+e\cos\theta)^2}{p^2} (-\sin\theta\vec{e}_x - \cos\theta\vec{e}_y) \frac{d\theta}{dt}$$

$\Delta\vec{Z} = \int_0^{2\pi} \frac{d\vec{Z}}{dt} dt = -\frac{2\pi\epsilon e}{GMmp^2} \vec{e}_y$ . Độ biến thiên  $\Delta\vec{Z}$  của  $\vec{Z}$  vuông góc với  $\vec{Z}$  và có độ lớn rất nhỏ so với  $Z$ .

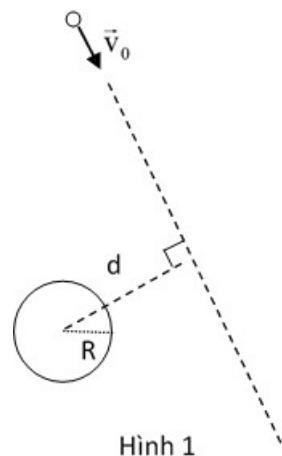
2c.  $\Delta\varphi = \frac{3\pi GM}{c^2} \cdot \frac{r_A + r_p}{r_A \cdot r_p} = 5,03 \cdot 10^{-7}$  (rad); 2d.  $\delta\Omega = 100 \cdot \frac{365,25}{T} \cdot \Delta\varphi = 2 \cdot 10^{-4} \text{ rad} = 43,1''$

### Bài 75 . Chọn HSG dự thi Ipho 2012

Một con tàu vũ trụ lúc đầu có vận tốc  $\vec{v}_0$  so với một hành tinh

và

đang ở rất xa hành tinh, không mở động cơ và bay đến gần hành tinh này với khoảng nhắm  $d$  như Hình 1 theo quỹ đạo hyperbol. Biết hành tinh có khối lượng  $M$ , bán kính  $R$  và không có khí quyển, khối lượng  $m$  của tàu rất nhỏ so với khối lượng của hành tinh và trong quá trình chuyển động tàu không bị chạm vào bề mặt hành tinh. Coi hệ gồm con tàu và hành tinh là hệ cô lập.



Hình 1

1. Hãy xác định:

- a) Góc lệch  $\theta$  giữa phương chuyển động của tàu khi tàu đã bay qua, ra xa hành tinh và phương ban đầu.

b) Điều kiện để tàu không bị chạm vào bề mặt hành tinh. Trong trường hợp thỏa mãn điều kiện đó, với con tàu có tốc độ ban đầu  $v_0$  cho trước, hãy xác định góc lệch  $\theta$  cực đại và độ biến thiên động lượng cực đại của tàu sau khi đã bay qua và ra xa hành tinh.

2. Giả thiết khi bay tới điểm cực cận (điểm cách hành tinh một khoảng ngắn nhất) thì con tàu cách tâm hành tinh một khoảng  $2R$  và phương chuyển động của tàu bị lệch đi một góc  $45^\circ$  so với khi ở xa vô cùng.

a) Xác định tốc độ ban đầu  $v_0$  và khoảng nhầm  $d$  của tàu theo  $R, M$ .

b) Để tàu hạ cánh xuống bề mặt hành tinh tại điểm đối diện qua tâm hành tinh, người ta mở động cơ tàu trong thời gian ngắn để khí phut ra theo phương chuyển động của tàu với tốc độ  $u$  so với tàu. Hỏi khói lượng nhiên liệu phải đốt cháy chiếm bao nhiêu phần khói lượng của tàu lúc đầu ?

ĐS:

1a.

$$\theta = 2 \arctan \left( \frac{GM}{dv_0^2} \right); 1b.$$

$$\theta_{\max} = 2 \arctan \left( \frac{GM}{Rv_0^2 \sqrt{1 + \frac{2GM}{Rv_0^2}}} \right)$$

$$\Delta p_{\max} = \frac{2mv_0}{\sqrt{1 + \frac{R^2v_0^4 + 2GMv_0^2}{G^2M^2}}}; 2a. \quad d = \frac{R}{\sqrt{2} - 1}; \quad v_0 = \sqrt{\frac{GM}{R}}(\sqrt{2} - 1)$$

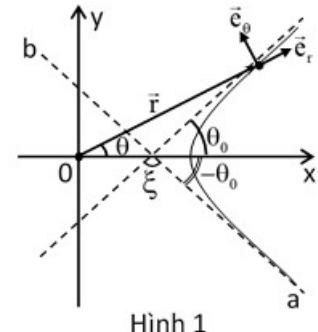
$$v_1 = \sqrt{\frac{GM}{R(\sqrt{2} - 1)}} \quad 2b. \quad \frac{\Delta m}{m} = 1 - e^{-\frac{1}{u} \sqrt{\frac{GM}{R}} \left[ \frac{1}{\sqrt{2}-1} - \frac{1}{\sqrt{3}} \right]}$$

### Bài 76. Chọn HSG dự thi APhO 2017

Cho một hạt nhân nguyên tử nằm cố định ở điểm 0. Một hạt  $\alpha$  khối lượng M (lúc đầu

ở rất xa hạt nhân), chuyển động với vận tốc ban đầu  $\vec{v}_0$  hướng theo đường thẳng ab về phía hạt nhân. Biết giữa hạt  $\alpha$  và hạt nhân có thể

tương tác Coulomb  $U(r) = \frac{\gamma}{r}$ , ở đây  $r$  là khoảng cách giữa hạt nhân và hạt  $\alpha$ ,  $\gamma$  là hằng số dương phụ thuộc vào độ lớn các điện tích và cách chọn hệ đơn vị. Do lực đẩy, hạt  $\alpha$  sẽ chuyển động theo một nhánh của hyperbol mà ab là một trong hai tiệm cận và góc  $0$  là một trong hai tiêu điểm. Góc  $\xi$  giữa hai đường tiệm cận chính là góc lệch quỹ đạo của hạt (góc tán xạ). Chọn hệ trục tọa độ Oxy nằm trong mặt phẳng quỹ đạo của hạt như hình 1. Gọi  $\theta$  là góc giữa bán kính vectơ  $\vec{r}$  của hạt và chiều dương trục Ox, vị trí của hạt có thể được biểu diễn trong hệ tọa độ cực  $(r, \theta)$ .



1. Vận tốc của hạt tại vị trí bất kì trên quỹ đạo có thể biểu diễn dưới dạng  $\vec{v} = \vec{h} - q\vec{e}_\theta$ ,

trong đó  $\vec{e}_\theta$  là vectơ đơn vị vuông góc với bán kính vectơ  $\vec{r}$

a) Biểu diễn  $q$  theo mômen động lượng  $L$  và  $\gamma$

b) Xác định hướng của vectơ  $\vec{h}$  và biểu diễn  $h$  theo  $L, v_0, \gamma$

2. Trong hệ tọa độ mà ta lấy các thành phần vận tốc  $v_x, v_y$  làm trục tọa độ, đầu mút của vectơ  $\vec{v}$  sẽ vẽ nên một quỹ đạo gọi là tốc đồ. Hãy vẽ tốc đồ của hạt  $\alpha$  và biểu diễn góc tán xạ  $\xi$  qua  $L, v_0, \gamma$

3. Ngoài lực Coulomb, hạt  $\alpha$  còn chịu thêm tác dụng của một lực nhiễu loạn xuyên tâm

$\vec{g}(r) = \frac{\beta}{r^3} \vec{e}_r$ ,  $\vec{e}_r$  là véctơ đơn vị hướng dọc theo bán kính véctơ  $\vec{r}$ ,  $\beta$  là hằng số dương

sao cho với mọi điểm trên quỹ đạo  $\frac{\beta}{r^3} \ll \frac{\gamma}{r^2}$ . Khi chưa nhiễu loạn, quỹ đạo của hạt là một

hypebol có phương trình trong hệ tọa độ cực  $r = \frac{p}{\epsilon \cos \theta - 1}$ , trong đó  $p = L^2 / M\gamma$ , và  $\epsilon = Lh / \gamma$ . Tìm độ thay đổi góc tán xạ  $\delta\xi$  theo  $M, L, h, \gamma, \beta, \theta_0$ .

$$q = \frac{\gamma}{L} \quad 1b. \quad \vec{h} = \vec{v} + \frac{\gamma}{L} \vec{e}_\theta = \overrightarrow{\text{const.}} \quad \cot \frac{\xi}{2} = \frac{Lv_0}{\gamma}.$$

ĐS: 1a. ;2.

$$3. \quad \delta\xi = \frac{\delta h}{h} = \frac{\beta}{hpL} (\epsilon\theta_0 - \sin\theta_0) = \frac{M\beta}{L^2} (\theta_0 - \frac{\gamma}{hL} \sin\theta_0).$$

## V.2 LỰC QUÁN TÍNH CORIOLIS

**Bài 1.** Gọi K là hệ trục có tâm đặt tại tâm G của Trái đất, với trục z hướng về phía cực Bắc là một hệ quy chiếu quán tính. Gọi K' là hệ đặt tương tự nhưng quay cùng với trái đất.

a. Viết phương trình phi tương đối tính cho thấy phép biến đổi đạo hàm theo thời gian của một vecto bất kỳ từ K' sang K. Dùng nó để tìm biểu thức cho lực Coriolis cho một vật chuyển động trong K'. Định nghĩa tất cả các kí hiệu: Trong HQCQT K: vị trí xác định  $\vec{R}$ , vận tốc  $\vec{v}$ , gia tốc  $\vec{a}$ , hợp lực  $\vec{F}$ ; trong HQCKQT K': vị trí xác định  $\vec{r}'$ , vận tốc  $\vec{v}'$ , gia tốc  $\vec{a}'$ , hợp lực  $\vec{F}'$

b. Trong bán cầu bắc, tìm chiêu lực Coriolis tác dụng lên một vật chuyển động về phía Đông và một vật chuyển động thẳng đứng lên trên.

c. Xét một vật rơi từ một độ cao 10foot tại vĩ độ  $30^\circ$  Bắc. Tìm gần đúng độ lệch ngang do lực Coriolis khi nó rơi đến mặt đất. Bỏ qua lực cản không khí.

(1foot=12inch; 1inch=25,4mm.)

Đáp số.

b. (1) Khi vật dịch về phía đông thì  $\vec{F}_c = 2m\omega v$  nghiêng về hướng nam, nghiêng so với

$$\alpha \rightarrow \tan \alpha = \frac{\cos \varphi}{\sin \varphi} \Rightarrow \alpha = \left( \frac{\pi}{2} - \varphi \right)$$

mặt đất 1 góc

b (2) Khi vật dịch chuyển thẳng đứng lên thì  $\vec{F}_c = -2m\omega v \cos \varphi \vec{i}$ , lực hướng về phía tây

$$x = \frac{1}{3} \omega \cos \varphi \left( \sqrt{\frac{8h^3}{g}} \right) = 1,01 \cdot 10^{-4} m$$

c. Lệch về phía đông mmot đoạn:

**Bài 2.** Một vật bắt đầu rơi từ độ cao h so với bờ biển trái đất tại vĩ độ  $\varphi = 40^\circ$  Bắc. Với h = 100m, tính độ dịch chuyển ngang của điểm va chạm gây bởi lực Coriolis.

$$y = \frac{1}{3} \sqrt{\frac{8h^3}{g}} \omega \cos 40^\circ = 0,017 m$$

Đáp số:

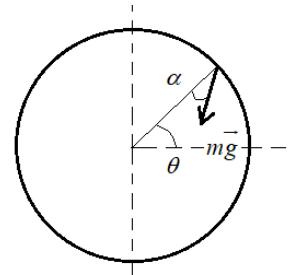
**Bài 3.**

- a. Độ lớn và chiều lệch của quả dọi treo từ đỉnh tới đáy( chiều cao tháp là L) của tháp Sather (Companile) do sự quay của trái đất là bao nhiêu?  
 b. Điểm va chạm của một vật rơi từ đỉnh tháp xuống là thế nào? Giả thiết vị trí tháp ở  $\theta^0$  vĩ độ bắc và tháp có độ cao là L. Dưa ra các giá trị số cho (a) và (b) dựa theo các ước lượng L, g và  $\theta$ .

Đáp số:

$$a. \sin \alpha = \frac{R\omega^2 \sin 2\theta}{2g} ; L\alpha = L \arcsin \left( \frac{R\omega^2 \sin 2\theta}{2g} \right)$$

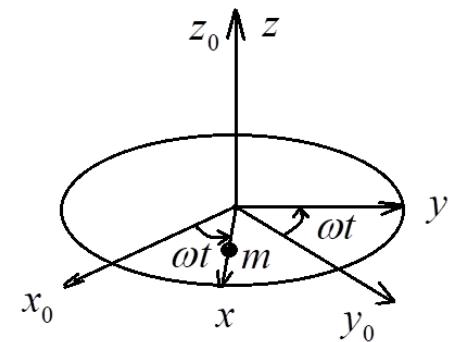
$$b. \delta = \frac{1}{3} \sqrt{\frac{8L^3}{g}} \omega \cos \theta$$



**Bài 4.** Dưới điều kiện đặc biệt thuận lợi, một dòng biển tuần hoàn ngược chiều kim đồng hồ khi được nhìn trực tiếp từ trên cao đã được phát hiện trong một lớp rất biệt lập phía dưới bờ biển. Chu kỳ quay là 14h. Tại vĩ độ nào trên bán cầu nào dòng đó được phát hiện?

Đáp số:  $\theta = 59^\circ$

**Bài 5.** Một vòng quay ngựa gỗ (vòng quay) có sơn hai trục (x, y) vuông góc và quay trên trái đất (giả thiết là một hệ quy chiếu quán tính  $x_0, y_0, z_0$ ) với vận tốc góc không đổi  $\omega$  quanh trục thẳng đứng. Một con bọ có khối lượng m đang bò mà không bị trượt hướng ra ngoài dọc theo trục x với vận tốc không đổi  $v_0$  (hình vẽ). Tổng lực  $F_b$  do vòng quay tác động lên con bọ là bao nhiêu? Chỉ ra tất cả các thành phần của  $F_b$  trong hệ quy chiếu trái đất  $x_0, y_0, z_0$  của con bọ.

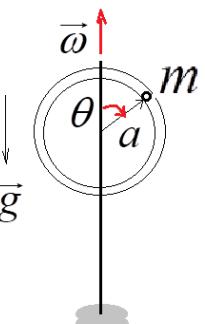


Đáp số:  $\vec{F}_b = -mv_0\omega[2\sin(\omega t) + \omega t \cos(\omega t)]\vec{i} + mv_0\omega[2\cos(\omega t) - \omega t \sin(\omega t)]\vec{j} + mg\vec{k}$

**Bài 6.** Xét một số các hạt cơ bản tích điện có cùng tỷ số điện tích/ khối lượng ( $e/m$ ), tương tác với nhau qua các lực xuyên tâm được bảo toàn. Chứng minh rằng chuyển động của các hạt này trong một từ trường nhỏ  $B$  giống với khi không có từ trường khi được xem xét trong một hệ tọa độ quay với một vận tốc góc  $\omega$  được chọn một cách thích hợp (định lý Lamor). Giá trị thích hợp của  $\omega$  là bao nhiêu, và như thế nào được coi là nhỏ?

Đáp số:  $\omega = \frac{eB}{2m}$ ;  $\omega \ll \frac{2v}{r}$  hay  $B \ll \frac{4mv}{er}$  là giới hạn độ lớn từ trường

**Bài 7.** Một hạt khối lượng m có thể trượt không ma sát ở bên trong của một ống nhỏ cong thành dạng hình tròn bán kính a. Ống quay quanh một đường kính thẳng đứng với tốc độ  $\omega$  rad/s không đổi như trên hình 1.79. Lập phương trình vi phân chuyển động của hạt. Nếu hạt bị nhiễu loạn nhỏ so với vị trí cân bằng không ổn định tại vị trí  $\theta = 0$ , tìm vị trí có động năng cực đại.



Đáp số:

**Phương trình chuyển động**

$$\theta'' = \left( \frac{g}{a} + \omega^2 \cos \theta \right) \sin \theta$$

**Vị Trí động năng cực đại:**

$$+ \text{Vị trí thứ nhất } \theta_1 = \pi \text{ khi } \omega^2 < \frac{g}{2a}$$

$$\theta_2 = \arccos\left(\frac{-g}{2a\omega^2}\right) \quad \text{khi} \quad \omega^2 > \frac{g}{2a}$$

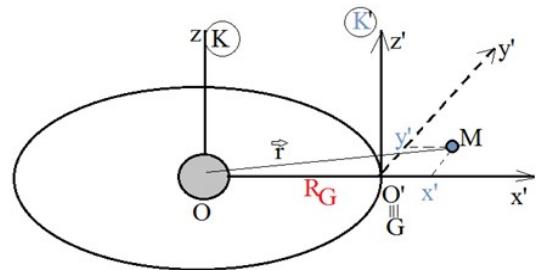
+ Vị trí thứ hai

**Bài 6.8.** Một vệ tinh chuyển động với quỹ đạo tròn quanh trái đất với vận tốc góc  $\omega$ . Bên trong nó, một phi hành gia cầm một vật nhỏ và hạ thấp nó xuống một khoảng  $\Delta r$  so với khối tâm của vệ tinh về phía trái đất. Nếu vật được thả ra khỏi trạng thái nghỉ (được nhìn bởi phi hành gia), mô tả chuyển động tiếp theo được nhìn bởi phi hành gia trong hệ quy chiếu gắn với vệ tinh.

**Đáp số.**

$$x' = \Delta r \left( 3 \cos \sqrt{\frac{GM}{R^3}} t - 4 \right)$$

$$\rightarrow y' = 6\Delta r \left( \sqrt{\frac{GM}{R^3}} t - \sin \sqrt{\frac{GM}{R^3}} t \right)$$



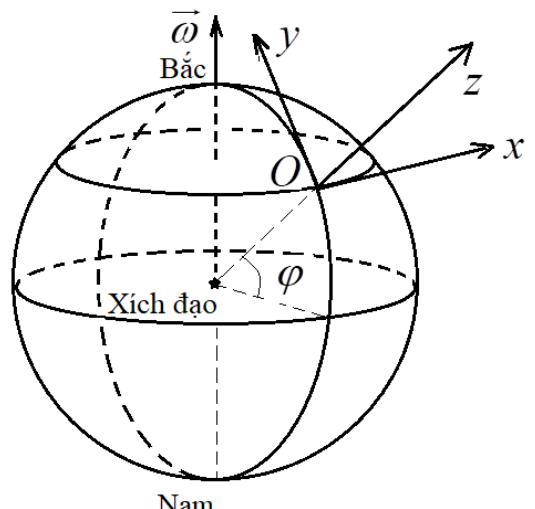
Hình 1.15S

**Bài 9.** Vào giữa thế kỷ XIX, nhà khoa học Fu-Cô khảo sát chuyển động của một con lắc có cấu tạo tượng tự như con lắc đơn. Căn cứ vào chuyển động của mặt phẳng dao động con lắc, ông đã chứng tỏ rằng Trái Đất tự quay xung quanh trục của nó.

Con lắc đó gọi là con lắc Fu-Cô. Trong bài này ta khảo sát chuyển động của con lắc Fu-cô dưới dạng chuyển động của một con lắc đơn trong hệ quy chiếu quay, được đặc trưng bởi lực quán tính Cô-ri-ô-lít và dưới tác dụng của trọng lực. tại một nơi có vĩ độ  $\varphi$  trên bán cầu Bắc của Trái Đất, người ta treo một con lắc đơn có khối lượng  $M$ , chiều dài dây treo  $l$ .

O là vị trí cân bằng của vật M khi con lắc đứng yên. Chọn hệ tọa độ Oxyz gắn cố định với trái đất, mặt phẳng Oxy nằm ngang song song với bờ biển Trái Đất, trục Ox theo hướng Đông và tiếp tuyến với đường vĩ tuyến đi qua điểm O; trục Oy theo hướng Bắc và tiếp tuyến với kinh tuyến đi qua điểm O; trục Oz đi qua tâm Trái Đất và vuông góc với bờ biển đất (Hình 1.16P).

Do Trái Đất tự quay quanh trục của nó với vận tốc góc  $\bar{\omega}$  (có phương trùng với trục quay của Trái Đất, chiều từ địa cực Nam đến địa cực Bắc), nên hệ tọa độ đã chọn cũng quay với vận tốc góc  $\bar{\omega}$ . Khi vật M chuyển động với vận tốc  $\vec{v}$  sẽ chịu tác dụng của lực Cô-ri-ô-lít theo công thức  $\vec{F}_c = -2M(\bar{\omega} \wedge \vec{v})$ .



Hình 1.16P

Trong đó  $(\vec{\omega} \wedge \vec{v})$  là kí hiệu tích có hướng của hai véc tơ  $\vec{\omega}$  và  $\vec{v}$ . Lực  $\vec{F}_c$  có phương vuông góc với mặt phẳng chứa  $\vec{\omega}$  và  $\vec{v}$  và có các thành phần:  $F_x = -2M(\omega_y v_z - \omega_z v_y)$ ;  $F_y = -2M(\omega_z v_x - \omega_x v_z)$ ;  $F_z = -2M(\omega_x v_y - \omega_y v_x)$

Giả thiết vật M chỉ chịu tác dụng của trọng lực (coi gần đúng theo phương Oz), lực Cô-ri-ô-lít và lực căng dây treo. Dọi mặt phẳng chứa trực Oz và dây treo của con lắc là mặt phẳng dao động. Coi biên độ góc của con lắc là nhỏ, vật M chỉ chuyển động trong mặt phẳng Oxy và độ lớn của thành phần lực Cô-ri-ô-lít theo phương Oz là rất nhỏ so với trọng lực.

1. Bỏ qua sự thay đổi tần số dao động của con lắc gây bởi tác dụng của lực Cô-ri-ô-lít. Mô tả chuyển động của mặt phẳng dao động và vẽ phác họa dạng quỹ đạo của vật M trên mặt phẳng Oxy trong khóa thời gian bằng 1 chu kì. Biết tại thời điểm  $t=0$  vật ở điểm O và có vận tốc ban đầu hướng theo chiều dương trực Oy.

2. Hai thành phần của lực Cô-ri-ô-lít theo phương Ox và Oy có thể viết dưới dạng  $F_x = Mbv_y$  và  $F_y = -Mb^2$ , trong đó b được gọi là thông số Cô-ri-ô-lít (cho vĩ độ  $\varphi$ ). Tìm b.

3. Do tác dụng của lực Cô-ri-ô-lít, mặt phẳng dao động và tần số dao động của con lắc đều thay đổi. Viết phương trình định luật II Newton cho vật M trên mặt phẳng Oxy và tìm tần số góc  $\Omega$  đặc trưng cho dao động của con lắc.

Biết rằng hệ phương trình chuyển động của vật M có nghiệm dạng  $x = A \sin(\Omega t)$  và  $y = B \cos(\Omega t)$ , trong đó A, B là các hệ số không đổi.

Trích đề thi chọn học sinh giỏi quốc gia năm 2016

**Đáp số.**

1. Khoảng cách từ M đến O được xác định bằng hệ thức:

$$r \approx |y| = \frac{v_0}{\omega_0} |\sin(\omega_0 t)| = r_0 \left| \sin \left( \frac{\omega_0}{2\omega \sin \varphi} \theta \right) \right|$$

Từ đó ta có quỹ đạo của M có dạng (Hình 1.16S).

2.  $b = 2M\omega \sin \varphi$

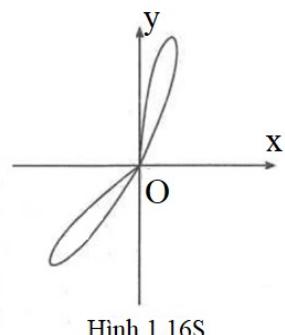
$$\begin{cases} x = A \sin(\Omega t) \\ y = B \cos(\Omega t) \end{cases}$$

3. Phương trình chuyển động của M có dạng:

$$\Omega = \sqrt{\frac{g}{l}} \sqrt{1 + 2 \left( \frac{\omega \sin \varphi}{\sqrt{\frac{g}{l}}} \right)^2} \pm 2 \frac{\omega \sin \varphi}{\sqrt{\frac{g}{l}}} \sqrt{1 + \left( \frac{\omega \sin \varphi}{\sqrt{\frac{g}{l}}} \right)^2}$$

$$\frac{\omega \sin \varphi}{\sqrt{\frac{g}{l}}} \ll 1$$

Vì:  $\sqrt{\frac{g}{l}}$  nên nếu bỏ qua các vô cùng bé bậc nhất, ta có:



Hình 1.16S

$$\Omega \approx \sqrt{\frac{g}{l}} \left( 1 \pm \frac{\omega \sin \varphi}{\sqrt{\frac{g}{l}}} \right) = \sqrt{\frac{g}{l}} \pm \omega \sin \varphi$$

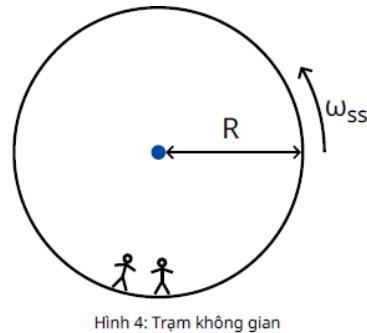
## Bài 10. IPHO 2016

### Trạm không gian quay

Alice là một phi hành gia sống trên trạm không gian. Trạm không gian là một bánh xe khổng lồ có bán kính  $R$  quay quanh trục của nó, do vậy nó tạo ra một trọng lực nhân tạo lên các phi hành gia. Các phi hành gia sống ở phía bên trong của vành bánh xe. Trọng lực của trạm không gian và độ cong của sàn có thể bỏ qua.

B.1. Trạm không gian cần quay với tần số góc  $\omega_{ss}$  nào để các phi hành gia cảm thấy gia tốc trọng trường  $g_E$  như ở trên bề mặt trái đất?

Alice và người bạn phi hành gia của mình là Bob có một cuộc tranh cãi. Bob không tin rằng họ đang sống trong một trạm không gian mà tuyên bố rằng họ đang ở trên trái đất. Alice muốn chứng minh một cách vật lý cho Bob thấy rằng họ đang sống trên trạm không gian quay. Cô đã gắn một vật có khối lượng  $m$  vào một lò xo có độ cứng  $k$  và cho nó dao động. Vật chỉ dao động theo phương thẳng đứng và không thể di chuyển theo phương ngang.



Hình 4: Trạm không gian

B.2. Coi rằng lực hấp dẫn của trái đất là không đổi với gia tốc là  $g_E$  thì tần số góc  $\omega_E$  của dao động mà người ở trên trái đất đo được là bao nhiêu?

B.3. Tần số góc  $\omega$  của dao động mà Alice đo được trong trạm không gian là bao nhiêu?

Alice tin rằng thí nghiệm của cô ấy chứng minh rằng họ đang ở trên một trạm không gian quay. Bob vẫn còn hoài nghi. Anh tuyên bố rằng khi tính đến sự thay đổi lực hấp dẫn ở bên trên bề mặt của trái đất, người ta cũng sẽ thấy một hiệu ứng tương tự. Trong nhiệm vụ sau đây, ta sẽ tìm hiểu xem Bob có đúng hay không.

B.4. Hãy tìm biểu thức của gia tốc trọng trường  $g_E(h)$  tại độ cao  $h$  nhỏ trên bề mặt trái đất và tính tần số góc  $\tilde{\omega}_E$  của vật dao động (chỉ cần dùng phép gần đúng tuyến tính là được). Gọi bán kính trái đất là  $R_E$ , bỏ qua sự quay của trái đất.

## -KHO VẬT LÝ SƠ CẤP-

Thật vậy, đối với trạm không gian này, Alice thật sự thấy rằng con lắc lò xo dao động với tần số mà Bob dự đoán.

B.5. Với giá trị nào của bán kính  $R$  của trạm không gian thì tần số dao động  $\omega$  trùng với tần số dao động  $\tilde{\omega}_E$  trên bề mặt Trái đất? Hãy biểu thị kết quả theo  $R_E$ .

Bực tức với sự bướng bỉnh của Bob. Alice nảy ra ý tưởng làm một thí nghiệm để chứng minh quan điểm của mình. Để thực hiện, cô trèo lên trên một tháp có độ cao  $H$  so với sàn của trạm không gian và thả một vật. Thí nghiệm này có thể được hiểu trong hệ quy chiếu quay cũng như hệ quy chiếu quán tính.

Trong một hệ quy chiếu quay đều, phi hành gia cảm thấy một lực ảo  $\vec{F}_c$  gọi là lực Coriolis, lực  $\vec{F}_c$  tác dụng lên một vật có khối lượng  $m$  chuyển động với vận tốc  $\vec{v}$  trong hệ quy chiếu quay với tần số góc không đổi  $\tilde{\omega}_{ss}$  được cho bởi:

$$\vec{F}_c = 2m\vec{v} \times \tilde{\omega}_{ss}, \quad (2)$$

Khi tính các giá trị vô hướng, ta có thể dùng công thức:

$$F_c = 2mv\omega_{ss} \sin \phi, \quad (3)$$

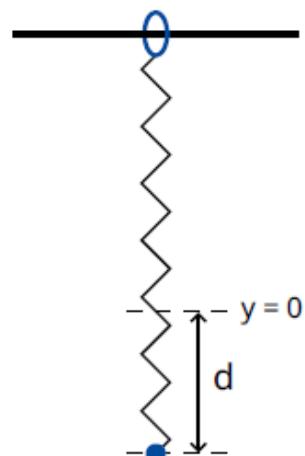
Trong đó,  $\phi$  là góc giữa vận tốc và trục quay. Lực này vuông góc với cả vận tốc  $v$  và trục quay. Dấu của lực có thể được xác định theo quy tắc bàn tay phải, nhưng sau đây, em có thể chọn một cách tùy ý.

B.6. Hãy tính vận tốc ngang  $v_x$  và độ dời ngang  $d_x$  (so với chân của tháp theo phương vuông góc với tháp) của vật khi nó chạm vào sàn. Em có thể giả thiết rằng độ cao  $H$  của tháp là nhỏ, sao cho vận tốc mà phi hành gia đo được là không đổi trong suốt quá trình rơi. Em cũng có thể giả thiết rằng  $d_x \ll H$ .

Để thu được kết quả tốt, Alice quyết định thực hiện thí nghiệm này ở một tòa tháp cao hơn nhiều so với trước. Thật bất ngờ, vật rơi chạm đất ở ngay chân tháp, tức là  $d_x = 0$ .

B.7. Hãy tìm giới hạn dưới cho độ cao của tháp để có thể xảy ra tình huống  $d_x = 0$ .

Alice sẵn sàng thực hiện một nỗ lực cuối cùng trong việc thuyết phục Bob. Cô muốn dùng dao động của lò xo để chứng tỏ tác dụng của lực Coriolis. Để thực hiện, thí nghiệm được thay đổi: Alice gắn lò xo vào một cái vòng nhỏ, vòng này có thể trượt tự do không ma sát trên một thanh ngang theo phương  $x$ . Bản thân lò xo dao động theo phương  $y$ . Thanh ngang được đặt song song với sàn và vuông



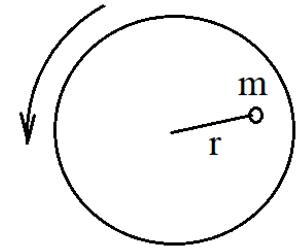
góc với trục quay của trạm không gian. Như vậy, mặt phẳng  $xy$  là mặt phẳng vuông góc với trục quay, với phương  $y$  hướng về tâm quay của trạm.

B.8. Alice kéo vật xuống dưới một khoảng  $d$  so với điểm cân bằng  $x = 0, y = 0$ , và thả tay ra (xem hình 5).

- Hãy tìm biểu thức đại số cho  $x(t)$  và  $y(t)$ . Em có thể coi rằng  $\omega_{ss}d$  là rất nhỏ và bỏ qua lực Coriolis cho chuyển động dọc theo trục  $y$ .
- Vẽ phác quỹ đạo  $(x(t), y(t))$ , đánh dấu tất cả các đặc trưng quan trọng, ví dụ như biên độ.

Alice và Bob tiếp tục tranh cãi.

**Bài 11.** Một vòng quay ngựa gỗ (thứ thường thấy trong công viên) bắt đầu quay từ lúc nghỉ với gia tốc góc không đổi là  $0,02 \text{ vòng/}\text{s}^2$ . Một người ngồi trên ghế cách trục quay  $r = 6\text{m}$  cầm một quả bóng nặng  $m = 2\text{kg}$  (xem hình). Tính độ lớn và chiều của lực người đó cần dùng để giữ quả bóng 5s sau khi vòng quay bắt đầu quay. Chỉ rõ chiều so với bán kính của ghế mà người đó ngồi.

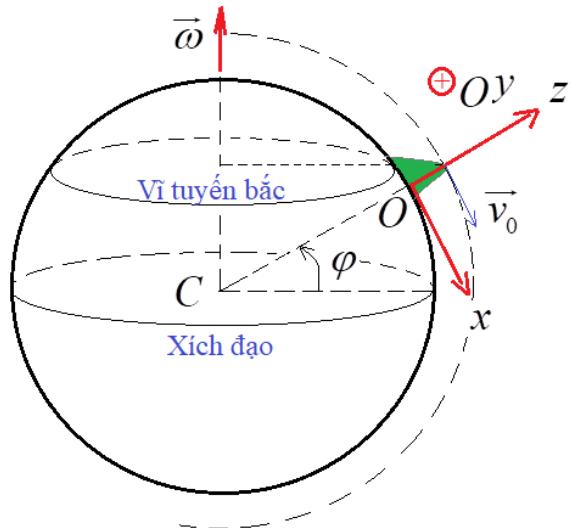


Đáp số. Lực do tay giữ:  $\vec{f} = -4,7\vec{i} + 1,51\vec{j} + 19,6\vec{k} \rightarrow f = 20,2N$

**Bài 12** Tại đỉnh núi độ cao  $h=900\text{m}$  so với mặt nước biển, ở vĩ độ  $\varphi = 60^\circ$  thuộc bán cầu bắc, một viên đạn được bắn ra từ đỉnh núi với vận tốc đầu  $\vec{v}_0$ :  $v_0 = 600\text{m/s}$  theo phương nằm ngang, hướng thẳng về phía nam. Bỏ qua tác dụng lực cản. Coi gia tốc trọng trường không đổi dọc quỹ đạo đạn và luôn bằng  $g = 10\text{m/s}^2$ ; tốc độ góc của Trái đất  $\omega \ll 1$ , nên ta bỏ qua thành phần  $\omega^2$ . Chọn hệ trục tọa độ Oxyz, gốc O gắn tại mặt đất, Oz thẳng đứng hướng lên, Ox nằm ngang hướng về phía nam và Oy nằm ngang hướng về phía đông.

a. Hỏi lực quán tính Coriolis tác dụng lên viên đạn theo hướng nào khi vừa mới bắn?

b. Tìm tọa độ đạn chạm mặt đất. Coi mặt đất ngang mặt nước biển.



$$\begin{cases} x = 6000m \\ y \approx -3,6557m \\ z = 0 \end{cases}$$

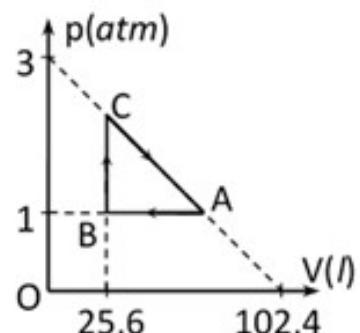
Đáp số      lệch về phía tây

## CHƯƠNG VI. CÁC ĐỊNH LUẬT THỨC NGHIỆM KHÍ LÝ TƯỞNG

**Bài 1.** Một mol chất khí lý tưởng thực hiện chu trình ABCA trên giản đồ p-V gồm các quá trình đẳng áp AB, đẳng tích BC và quá trình CA có áp suất p biến đổi theo hàm bậc nhất của thể tích V

- a. Với số liệu cho trên giản đồ, hãy xác định nhiệt độ của các trạng thái A, B, C;
- b. Biểu diễn chu trình ABCA trên giản đồ V-T.

ĐS:  $T_B = 312K$ ;  $T_C = 702K$ ;  $T_A = 832K$ .



**Bài 2.** Ở chính giữa một ống thủy tinh nằm ngang, tiết diện nhỏ, chiều dài  $L = 100cm$ , hai đầu bịt kín có một cột thủy ngân dài  $h = 20cm$ . Trong ống có không khí. Khi đặt ống thẳng đứng cột thủy ngân **dịch chuyển xuống dưới một đoạn l = 10cm**. Tìm áp suất của không khí trong ống khi ống nằm ngang ra cmHg và Pa.

Coi nhiệt độ không khí trong ống không đổi và khối lượng riêng thủy ngân là  $\rho = 1,36 \cdot 10^4 \text{ kg/m}^3$ ,

ĐS:  $p_1 = 37.5 \text{ cmHg}$

$$= 5 \cdot 10^4 \text{ Pa}$$

**Bài 3.** Một chai chứa không khí được nút kín bằng một nút có trọng lượng không đáng kể, tiết diện  $2.5 \text{ cm}^2$ . Hỏi phải đun nóng không khí trong chai lên tới nhiệt độ tối thiêu bằng bao nhiêu để nút bật ra? Biết lực ma sát giữa nút và chai có độ lớn là  $12 \text{ N}$ , áp suất ban đầu của không khí trong chai bằng áp suất khí quyển và bằng  $9.8 \cdot 10^4 \text{ Pa}$ , nhiệt độ ban đầu của không khí trong chai là  $-3^\circ\text{C}$ .

ĐS :  $129^\circ\text{C}$ .

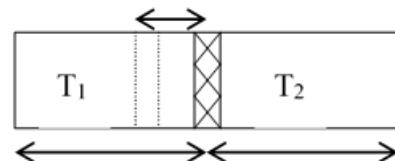
**Bài 4.** Người ta bơm khí oxi ở điều kiện chuẩn vào một bình có thể tích  $5000 \text{ l}$ , sau nửa giờ bình chứa đầy khí ở nhiệt độ  $24^\circ\text{C}$  và áp suất  $765 \text{ mmHg}$ . Xác định khối lượng khí bơm vào sau mỗi giây. Coi quá trình bơm diễn ra một cách điều đặn.

ĐS:  $3.3 \text{ g/s}$ .

**Bài 5.** Một phòng có kích thước  $8 \text{ m} \times 5 \text{ m} \times 4 \text{ m}$ . Ban đầu không khí trong phòng ở điều kiện chuẩn, sau đó nhiệt độ của không khí tăng lên tới  $10^\circ\text{C}$ , trong khi áp suất là  $78 \text{ cmHg}$ . Tính thể tích của lượng khí đã ra khỏi phòng và khối lượng không khí còn lại trong phòng.

ĐS :  $1.58 \text{ m}^3$ ;  $204.84 \text{ kg}$

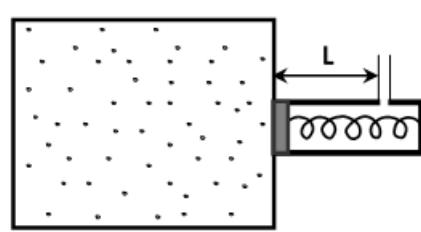
**Bài 6.** Một xi lanh có pittong cách nhiệt và nằm ngang. Pittong ở vị trí chia xi lanh thành hai phần bằng nhau, chiều dài của mỗi phần là  $30 \text{ cm}$ . Mỗi phần chứa một lượng khí như nhau ở nhiệt độ  $17^\circ\text{C}$  và áp suất  $2 \text{ atm}$ . Muốn pittong dịch chuyển  $2 \text{ cm}$  thì phải đun nóng khí ở một phần lên thêm bao nhiêu? Áp suất của khí pittong đã dịch chuyển là bao nhiêu.



ĐS:  $p_2 \approx 2.14 \text{ atm}$

**Bài 6.** Một bình có thể tích  $V$  chứa một mol khí lí tưởng và có một cái van bảo hiểm là một xilanh (có kích thước rất nhỏ so với bình) trong đó có một pít tông diện tích  $S$ , giữ bằng lò xo có độ cứng  $k$  (hình 2). Khi nhiệt độ của khí là  $T_1$  thì pít tông ở cách lỗ thoát khí một đoạn là  $L$ . Nhiệt độ của khí tăng tới giá trị  $T_2$  thì khí thoát ra ngoài. Tính  $T_2$ ?

$$T_2 = T_1 + \frac{kLV}{RS}$$



Hình 2

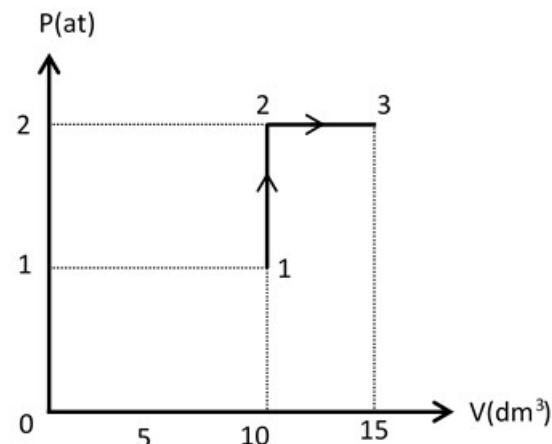
**Bài 7.** Hình 1 là đồ thị biểu diễn sự biến đổi trạng thái của một lượng khí lí tưởng trong hệ toạ độ P – V . Hãy:

1/ Mô tả các quá trình biến đổi trạng thái của lượng khí đó?

2/ Tính nhiệt độ cuối  $T_3$  của lượng khí đó. Cho biết ở trạng thái 1 có  $t_1 = 27^\circ\text{C}$ .

3/ Vẽ đồ thị biểu diễn các quá trình trên trong các hệ toạ độ V – T và P – T.

ĐS: 2. 900K



Hình 1

**Bài 8.** Trong **một xi-lanh cao, cách nhiệt đặt thẳng đứng, ở dưới pit-tông mảnh và nặng có một lượng khí lý tưởng đơn nguyên tử**. Ở bên trên pit-tông tại độ cao nào đó, người ta giữ vật nặng có khối lượng bằng khối lượng pit-tông. Sau đó, người ta thả nhẹ vật nặng và nó rơi xuống pit-tông. Sau va chạm tuyệt đối không đàn hồi của vật và pit-tông một thời gian, hệ chuyển về trạng thái cân bằng, tại đó pit-tông có cùng độ cao như lúc ban đầu. **Hỏi độ cao ban đầu của vật tính từ đáy xi-lanh bằng bao nhiêu lần độ cao của pit-tông?** Biết bên trên pit-tông không có khí. Bỏ qua mọi ma sát và trao đổi nhiệt.

ĐS: Độ cao của vật bằng 4 lần độ cao của pit-tông.

**Bài 9.** Một bình chứa 360 gam khí Helium. Do **bình hở** sau một thời gian khí Helium thoát ra một phần, nhiệt độ tuyệt đối của khí giảm 20% , áp suất giảm 30%. Tính khối lượng khí Helium thoát ra khỏi bình và số nguyên tử đã thoát ra khỏi bình.

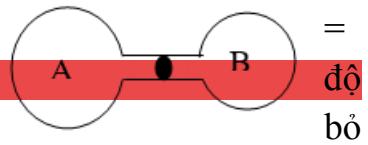
ĐS: 45 g,  $67,76 \cdot 10^{23}$  nguyên tử

**Bài 10.** Một căn phòng có kích thước  $8\text{m} \times 5\text{m} \times 4\text{m}$ . Ban đầu không khí trong phòng ở điều kiện chuẩn ( $p_0 = 76 \text{ cmHg}$ ;  $T_0 = 273^\circ\text{K}$ ;  $\rho_0 = 1,29 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ ), sau đó nhiệt độ của không khí tăng lên tới  $10^\circ\text{C}$ , áp suất của khí là  $78\text{cmHg}$ . Tính khối lượng khí còn lại trong phòng lúc này.

Đơn vị tính: Khối lượng (kg).

ĐS:  $m = 204,3463 \text{ kg}$ .

**Bài 11.** Hai bình cầu A, B có thể tích là  $400\text{cm}^3$  và  $200\text{cm}^3$  được nối với nhau bằng ống dài  $l = 30\text{cm}$  nằm ngang, tiết diện  $S = 0,2\text{cm}^2$ . Ở  $0^\circ\text{C}$  giọt thủy ngân nằm giữa ống. Hỏi nếu nhiệt độ bình A là  $t_1 = 1^\circ\text{C}$  và bình B là  $t_2 = -3^\circ\text{C}$  thì giọt thủy ngân dịch chuyển đi bao nhiêu? Cho rằng với biến thiên nhiệt độ nhỏ, thể tích bình và ống coi như không đổi, bỏ qua thể tích giọt thủy ngân.



ĐS:  $9,9\text{cm}$

**Bài 12.** Cho ba bình thể tích  $V_1 = V$ ,  $V_2 = 2V$ ,  $V_3 = 3V$  thông nhau, cách nhiệt đối với nhau. Ban đầu các bình chứa khí ở cùng nhiệt độ  $T_0$  và áp suất  $p_0 = 987\text{N/m}^2$ . Sau đó,

người ta hạ nhiệt độ bình 1 xuống  $T_1 = \frac{T_0}{2}$ , nâng nhiệt độ bình 2 lên  $T_2 = 1,5T_0$ , nâng nhiệt độ bình 3 lên  $T_3 = 2T_0$ . Tính áp suất khí trong các bình.

Đơn vị tính: Áp suất ( $\text{N/m}^2$ ).

ĐS:  $p = 1225,2414\text{N/m}^2$

**Bài 13.**

Một bình chứa khí oxy ( $\text{O}_2$ ) nén ở áp suất  $p_1 = 1,5 \cdot 10^7 \text{ Pa}$  và nhiệt độ  $t_1 = 37^\circ\text{C}$ , có khối lượng (cả bình) là  $M_1 = 50\text{kg}$ . Sau một thời gian sử dụng khí, áp kế đo áp suất khí trong bình chỉ  $p_2 = 5 \cdot 10^6 \text{ Pa}$  và nhiệt độ  $t_2 = 7^\circ\text{C}$ . Khối lượng bình và khí lúc này là  $M_2 = 49\text{kg}$ . Tính khối lượng khí còn lại trong bình lúc này và tính thể tích của bình. Cho  $R =$

$$\frac{J}{8,31 \text{ mol.K}}. \text{ĐS: } 0,585 \text{ (kg); } 8,5 \text{ (lít)}$$

**Bài 14.**

Một ống thuỷ tinh nhỏ, tiết diện đều, một đầu kín, một đầu hở, chứa một khối khí lí tưởng được ngăn cách với không khí bên ngoài bằng cột thuỷ ngân có chiều cao  $h=119\text{mm}$ . Khi ống thẳng đứng miệng ống ở dưới, cột không khí có chiều dài  $l_1=163\text{mm}$ . Khi ống thẳng đứng miệng ống ở trên, cột không khí có chiều dài  $l_2=118\text{mm}$ . Coi nhiệt độ khí không đổi. Tính áp suất  $P_o$  của khí quyển và độ dài  $l_o$  của cột không khí trong ống khi ống nằm ngang.

ĐS:  $P_o = 743\text{mmHg}$ ,  $l_o = 137\text{mm}$

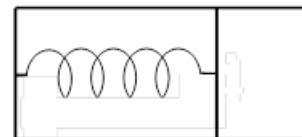
**Bài 15.** Một lượng khí lý tưởng ở  $27^{\circ}\text{C}$  được biến đổi qua 2 giai đoạn: Nén đẳng nhiệt đến áp suất gấp đôi, sau đó cho giãn nở đẳng áp về thể tích ban đầu.

1. Biểu diễn quá trình trong hệ toạ độ p-V và V-T.

2. Tìm nhiệt độ cuối cùng của khí.

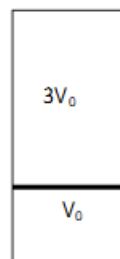
ĐS: 600K.

**Bài 16.** Một pít tông bịt kín bình khí được giữ bằng một lò xo rất nhỏ, trong bình có một lượng khí nhất định (hình 4.1). Khi nhiệt độ là  $27^{\circ}\text{C}$  thì độ dài của lò xo là 30cm, lúc đó áp suất trong bình bằng 1,2 lần áp suất khí quyển ngoài bình. Khi nhiệt độ tăng lên  $123^{\circ}\text{C}$  thì độ dài của lò xo là 36cm. Tính độ dài tự nhiên của lò xo.



ĐS : 20cm.

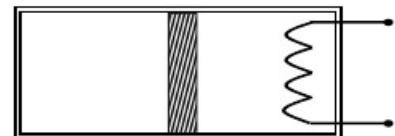
**Bài 17.** Một pít tông có trọng lượng đáng kể ở vị trí cân bằng trong một bình hình trụ kín (hình 6). Phía trên và dưới pít tông có cùng một loại khí, khối lượng và nhiệt độ của khí ở trên và dưới pít tông như nhau. Ở nhiệt độ  $T$  thể tích khí ở trên gấp 3 lần thể tích khí ở phần dưới. Nếu tăng nhiệt độ lên  $2T$  thì tỉ số 2 thể tích ấy là bao nhiêu ?



$$\frac{V_1}{V_2} \approx 1,87$$

ĐS:

**Bài 18.** Một khối lượng khí lý tưởng được giam trong 1 xi-lanh kín 2 đầu, dùng 1 pít tông chia khối khí trong xi-lanh thành 2 phần có thể tích và nhiệt độ đều bằng nhau.



Bình khí và pít tông không dẫn nhiệt, giữa chúng không có ma sát. Đót nóng khối khí trong ngăn bên phải bằng một dây điện trở, sau một thời gian hệ thống lại trở về trạng thái cân bằng, khi đó thể tích

3  
ngăn bên trái bằng  $\frac{3}{4}$  thể tích ban đầu và nhiệt độ là  $T_1 = 300\text{K}$ . Tính nhiệt độ khí trong ngăn bên phải.

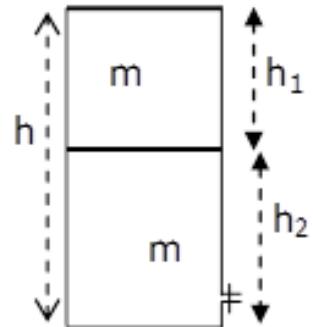
ĐS :  $500\text{K}$

**Bài 19.** Một xi-lanh kín **hình trụ** chiều cao  $h$ , **tiết diện**  $S = 100\text{cm}^2$  **đặt thẳng đứng**. Xi-lanh được **chia làm 2 phần** nhờ một pít tông cách nhiệt, mỏng, khói lượng  $m = 500\text{g}$ . Khí trong 2 phần là cùng loại, ở cùng nhiệt độ  $27^\circ\text{C}$  và có khói lượng  $m_1, m_2$  với  $m_2 = 2m_1$ , **pít tông cân bằng** khi cách đáy dưới một đoạn  $h_2 = 0,6h$

a. Tính áp suất khí trong 2 phần của xi-lanh ?

b. Sau đó người ta mở van để khí trong phần 2 của xi-lanh thoát ra bớt một lượng  $\Delta m_2$  rồi khóa lại. **Nung nóng phần 2** của xi-lanh tới nhiệt độ  $37^\circ\text{C}$  (phần còn lại giữ ở nhiệt độ không đổi) thì pít tông cách đều 2 đáy xi-lanh.

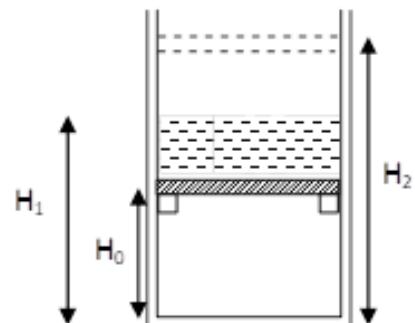
Xác định  $\Delta m_2$  theo  $m_1$ . Lấy gia tốc trọng trường  $g = 10\text{m/s}^2$ .



ĐS : a.  $p_2 = 2000\text{Pa}$ ,  $p_1 = 1500\text{Pa}$  ; b.  $\Delta m_2 = \frac{39}{62}m_1$

**Bài 20.** Một bình hình trụ một đầu kín, đầu còn lại được đậy bằng một pít tông chưa rõ khói lượng. Trong bình có chứa một lượng khí lý tưởng xác định. Trên pít tông có một lượng cát, ban đầu pít tông được tựa trên vòng đõ cố định bên trong bình

**Độ cao cột không khí là  $H_0$ , áp suất khí quyển là  $p_0$ .** Tăng dần nhiệt độ (tăng chậm) của khí trong bình



đến khi tăng được  $\Delta T = 60K$  thì pít tông bắt đầu được nâng lên khỏi vòng đõ. Tiếp tục tăng nhiệt độ đến khi độ cao cột khí đạt  $H_1 = 1,5H_0$  thì dừng lại. Sau đó duy trì nhiệt độ không đổi, lấy dần cát ra, đến khi lấy hết cát thì cột khí có độ cao  $H_2 = 1,8H_0$ . Hồi lúc đó nhiệt độ khí trong bình là bao nhiêu ? (Bỏ qua ma sát giữa pít tông và thành bình).

ĐS: 540K

**Bài 21.** Một buồng Wilson có thể tích  $V_1=11$  chứa không khí và hơi nước bão hòa với nhiệt độ ban đầu  $t_1=20^{\circ}C$ . Kéo pitông để thể tích buồng tăng lên 1,25 lần. Coi sự dẫn khí

là đoạn nhiệt với hệ số Poisson là  $\gamma = \frac{C_p}{C_v} = 1,4$ . Cho biết áp suất hơi nước trước lúc dẫn là  $p_1=17,5\text{mmHg}$ .

- a) Tính lượng hơi nước trong buồng trước lúc dẫn?
- b) Nhiệt độ của hơi nước sau khi dẫn (Bỏ qua biến đổi nhiệt độ do nước ngưng tụ)?
- c) Lượng hơi nước ngưng tụ sau khi dẫn?

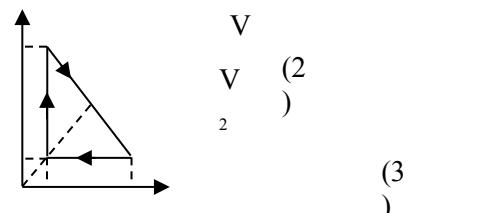
ĐS: a.  $1,73 \cdot 10^{-5}$  (kg); b.  $-5^{\circ}C$ ; c. 13,24 (mg)

**Bài 22.** Một lượng khí biến đổi theo chu trình được biểu diễn trên đồ thị hình bên.

Biết :

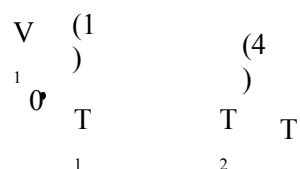
$$p_1 = p_3; V_1 = 1\text{m}^3, V_2 = 4\text{m}^3;$$

$$T_1 = 100\text{K} \text{ và } T_4 = 300\text{K}.$$



Tính  $V_3 = ?$

$$\text{ĐS: } V_3 = 2,2\text{m}^3$$



**Bài 23.** Xác định tỉ số khối lượng riêng của không

khí âm có độ ẩm tỉ đổi 90% và của không khí khô ở áp suất  $p_o=100\text{kpa}$  và nhiệt độ  $27^{\circ}C$ .

Biết khối lượng riêng của hơi nước bão hòa ở nhiệt độ này là  $\rho_0=0,027 \text{ kg/m}^3$ . Khối lượng 1mol của không khí khô  $u_1 = 0,029 \text{ kg/mol}$  và của nước là  $u_2=0,018 \text{ kg/mol}$ .

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} \approx 0,987$$

**Bài 24.** Một thùng kín chiều cao  $H=4m$  đựng đầy nước, ở đáy thùng có hai bọt khí nhỏ kích thước bằng nhau. áp suất ở đáy thùng là  $p_0=0,15\text{Mpa}$ .

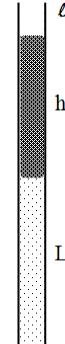
- a. Tính áp suất ở đáy thùng nếu hai bọt khí đi lên sát nắp thùng?
- b. Tính áp suất ở đáy thùng nếu một bọt khí đi lên sát nắp thùng và bọt kia vẫn ở đáy. Coi nhiệt độ không đổi.

ĐS: a.  $p_1 = 0,19 \text{ (Mpa)}$ ; b. :  $p_2 = 0,173 \text{ (Mpa)}$

**Bài 25.** Một bình kín hình trụ thể tích  $50\text{l}$ , ở giữa có một vách ngăn di động được, chia nó làm hai phần A, B. Phần A chứa  $45\text{g}$  nước, phần B chứa  $32\text{g}$   $\text{O}_2$ . Bình được nung nóng đến  $100^\circ\text{C}$ . Tính thể tích của mỗi phần và áp suất trong bình khi đó? Nếu vách ngăn bị thủng thì áp suất trong bình bằng bao nhiêu? Biết áp suất hơi nước bão hòa ở  $100^\circ\text{C}$  là  $10^5 \text{ (pa)}$

ĐS:  $161992,6 \text{ (pa)}$

**Bài 26 .** Một ống thuỷ tinh hình trụ thẳng đứng tiết diện ngang S nhỏ, đầu trên hở, đầu dưới kín. Ống chứa một khối khí (coi là khí lí tưởng) ở trạng thái (1) có chiều cao  $L=90\text{cm}$  được ngăn cách với bên ngoài bởi một cột thuỷ ngân có độ cao  $h=75\text{cm}$ , mép trên cột thuỷ ngân cách miệng trên của ống một đoạn  $l=10\text{cm}$ . Nhiệt độ của khí trong ống là  $t_0=-3^\circ\text{C}$ , áp suất khí quyển là  $p_0=75\text{cmHg}$ . (Hình)



1, Cần phải đưa nhiệt độ của khí trong ống đến trạng thái 2 với nhiệt độ  $t_2$  bằng bao nhiêu để mực trên của thuỷ ngân vừa chạm miệng ống phía trên?

2, Tính nhiệt độ cần thiết cấp cho khối khí để đưa khối khí trong ống từ trạng thái 2 đến trạng thái 3 mà thuỷ ngân trong ống tràn hết ra ngoài

3, Tính công khí đã thực hiện từ trạng thái 1 đến trạng thái 3. Các quá trình được xem là diễn biến chậm. Biết khối thuỷ ngân có khối lượng  $m=100\text{g}$ . Lấy  $g=10\text{m/s}^2$

ĐS: a.  $27^\circ\text{C}$ ; b.  $39,5^\circ\text{C}$ ; c.  $0,475\text{J}$

-KHO VẬT LÝ SƠ CẤP-

**Bài 27.** Một xi lanh kín được chia làm hai phần bằng nhau bởi một pít tông cách nhiệt.

Mỗi phần có chiều dài  $l_0 = 30\text{cm}$ , chứa một lượng khí giống nhau ở  $27^\circ\text{C}$ . Nung nóng một phần thêm  $10^\circ$  và làm lạnh phần kia đi  $10^\circ$ . Hỏi pít tông dịch chuyển một đoạn bao nhiêu?

ĐS: 1cm

**Bài 28.** Có 0,4g khí Hiđrô ở nhiệt độ  $27^\circ\text{C}$ , áp suất  $10^5\text{Pa}$ , được biến đổi trạng thái qua 2 giai đoạn: nén đẳng nhiệt đến áp suất tăng gấp đôi, sau đó cho dãn nở đẳng áp trở về thể tích ban đầu.

- Xác định các thông số (P, V, T) chưa biết của từng trạng thái .
- Vẽ đồ thị mô tả quá trình biến đổi của khối khí trên trong hệ OPV.

ĐS:  $V_1 = 4,986l; V_2 = 2,493l; T_3 = 600K$

**Bài 29 .** Có 20g khí hêli chứa trong xi lanh đầy kín bởi pittông biến đổi chậm từ (1) → (2) theo đồ thị mô tả ở hình bên. Cho  $V_1=30\text{lít}$ ;  $p_1=5\text{atm}$ ;  $V_2=10\text{lít}$ ;  $p_2=15\text{atm}$ . Hãy tìm nhiệt độ cao nhất mà khí đạt được trong quá trình biến đổi. Biết khối lượng mol của hêli là  $4\text{g/mol}$  và  $R=0,082\text{atm.l/mol.độ}$ .

ĐS:  $T_{\max} = 487,8K$

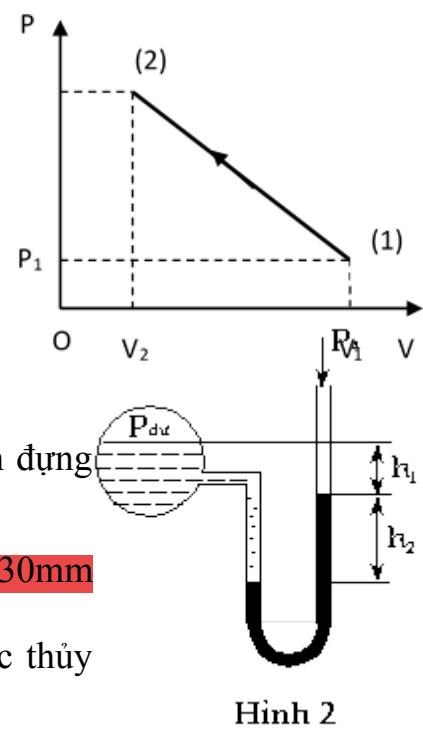
**Bài 30.** Một áp kế đo chênh thủy ngân, nối với một bình đựng nước.

a) Xác định độ chênh mực nước thủy ngân, nếu  $h_1 = 130\text{mm}$  và áp suất dư trên mặt nước trong bình  $40000\text{ N/m}^2$ .

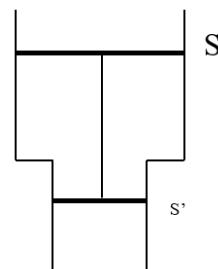
b) Áp suất trong bình sẽ thay đổi như thế nào nếu mực thủy ngân trong hai nhánh bằng nhau.

ĐS: a.  $0,334\text{ (m)}$ ; b.  $P_{ck} \approx 0,0297\text{ (at)}$

**Bài 31.** Trong một ống hình trụ thẳng đứng với hai tiết diện khác nhau có hai pít tông nối với nhau bằng một sợi dây nhẹ không dãn. Giữa hai pít tông có 1 mol khí lí tưởng. Pít tông trên có diện tích tiết diện lớn hơn pít tông dưới là  $\Delta S = 10\text{cm}^2$  . Áp suất khí quyển



Hình 2



bên ngoài là  $p_0 = 1 \text{ atm}$ . Biết khối lượng tổng cộng của hai pít tông là 5 kg, khí không bị lọt ra ngoài. (Bỏ qua ma sát giữa các pít tông và thành ống).

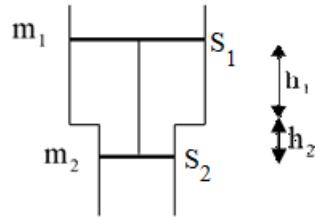
a) Tính áp suất  $p$  của khí giữa hai pít tông

b) Phải làm nóng khí đó lên bao nhiêu độ

để pít tông dịch chuyển lên trên một đoạn  $l = 5\text{cm}$ ?

$$\text{ĐS: a, } p = \frac{mg}{\Delta S} + p_0 \approx 1,5 \cdot 10^5 \text{ Pa} ; \text{ b. } \Delta T = p \frac{\Delta Sl}{R} \approx 0,9 \text{ K}$$

**Bài 32.** Một xilanh đặt thẳng đứng có tiết diện thay đổi như hình vẽ. Giữa hai pít tông có  $n$  mol không khí. Khối lượng và diện tích tiết diện các pít tông lần lượt là  $m_1, m_2, S_1, S_2$ . Các pít tông được nối với nhau bằng một thanh nhẹ có chiều dài không đổi và trùng với trục của xilanh. Cho áp suất khí quyển là  $p_0$  và bỏ qua khối lượng khí trong xilanh so với khối lượng pít tông. Bỏ qua ma sát giữa xilanh và pít tông. Khi tăng nhiệt độ khí trong xilanh thêm  $\Delta T$  thì các pít tông dịch chuyển một đoạn  $x$ .



a) Chứng tỏ rằng, khi trạng thái cân bằng của hệ được thiết lập lại thì áp suất của không khí không thay đổi so với ban đầu.

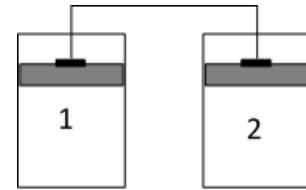
b) Tìm  $x$ .

$$\text{ĐS: } x = \frac{nR\Delta T}{p_0(S_1 - S_2) + (m_1 + m_2)g}$$

**Bài 33.** Người ta nối hai pít-tông của hai xilanh giống nhau bằng một thanh cứng sao cho thể tích dưới hai pít-tông bằng nhau (hình 13). Dưới hai pít-tông có hai lượng khí lý tưởng như nhau ở nhiệt độ  $t_0 = 27^\circ\text{C}$ , áp suất  $p_0$ . Dun nóng xilanh (1) lên tới nhiệt độ  $t_1 = 77^\circ\text{C}$  đồng thời làm lạnh xilanh (2) xuống nhiệt độ  $t_2 = 0^\circ\text{C}$ . Bỏ qua trọng lượng của pít-tông và thanh nối, coi ma sát không đáng kể, áp suất của khí quyển  $p_a = 10^5 \text{ Pa}$ .

a. Tính áp suất khí trong hai xilanh?

b. Xác định sự thay đổi thể tích tương đối của khí trong mỗi



xilanh?

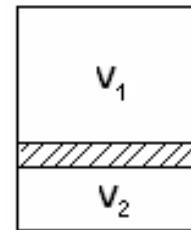
$$\text{ĐS: a. } p_1 = 1,1236 \cdot 10^5 \text{ Pa} ; p_2 = 0,8764 \cdot 10^5 \text{ Pa} ; \text{ b. } x = \frac{\Delta V}{V_0} = 0,03833$$

**Bài 34.** Một pittông nặng có thể chuyển động không ma sát trong một xi lanh kín đứng thẳng (như hình vẽ). Phía trên pittông có 1 mol khí, phía dưới cùng có 1 mol khí của cùng một chất khí lý tưởng. Ở nhiệt độ tuyệt đối  $T$  chung cho cả xi lanh; tỉ số các thể tích khí

là  $\frac{V_1}{V_2} = n >$  Tính tỉ số  $x = \frac{V_1}{V_2}$  khi nhiệt độ có giá trị  $T' > T$ . Dãn nở của xi lanh không đáng kể. Áp dụng bằng số  $n = 2$ ,  $T' = 2T$ , tính  $x$ .

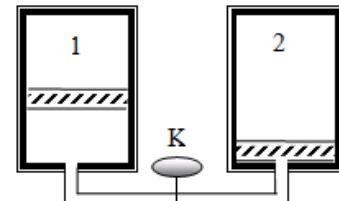
ĐS:  $x=1,44$ .

**Bài 35.** Một bình kín hình trụ đặt thẳng đứng được chia thành hai phần bằng một pittông cách nhiệt, ngăn trên và ngăn dưới chứa cùng một lượng khí như nhau của một chất khí. Nếu nhiệt độ hai ngăn đều bằng  $T_1 = 400 \text{ K}$  thì áp suất ngăn dưới  $P_2$  gấp đôi áp suất ngăn trên  $P_1$ . Nếu nhiệt độ ngăn trên không đổi  $T_1$ , thì nhiệt độ  $T_2$  của ngăn dưới bằng bao nhiêu để thể tích hai ngăn bằng nhau?



ĐS:  $T_2 = 700 \text{ K}$

**Bài 36.** Hai xi lanh cách nhiệt giống hệt nhau được nối với nhau bằng một ống cách nhiệt có kích thước nhỏ, trên ống nối có lắp một van K. Lúc đầu K đóng. Trong xi lanh 1, dưới pit-tông khối lượng M, chứa một lượng khí lý tưởng đơn nguyên tử có khối lượng mol  $\mu$ , nhiệt độ  $T_0$ . Trong xi lanh 2 có pit-tông khối lượng  $m = M/2$  và không chứa khí. Phần trên của pit-tông trong hai xi lanh là chân không. Sau đó van K được mở để khí từ xi lanh 1 tràn qua xi lanh 2. Xác định nhiệt độ của khí sau khi khí đã cân bằng, biết rằng khi đó phần trên của pit-tông trong xi lanh 2 vẫn còn khoảng trống. Cho  $v\mu/M = 0,1$ , với  $v$  là số mol khí; ma sát giữa pit-tông và xi lanh là rất nhỏ.

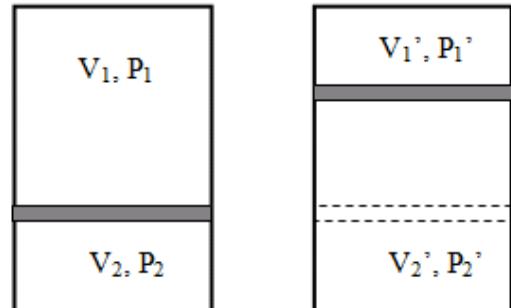


ĐS:  $T = 0,98T_0$

**Bài 37.** Một xylanh đặt thẳng đứng, bịt kín hai đầu, được chia làm hai phần bởi một pittông nặng cách nhiệt. Cá hai bên pittông đều chứa cùng một lượng khí lý tưởng. Ban đầu khi nhiệt độ khí của hai phần như nhau thì thể tích phần khí ở trên pittông gấp  $n = 2$  lần thể tích khí ở phần dưới pittông. Hỏi nếu nhiệt độ của khí ở phần trên pittông được giữ không đổi thì cần phải tăng nhiệt độ khí ở phần dưới pittông lên bao nhiêu lần để thể tích khí ở phần dưới pittông sẽ gấp  $n = 2$  lần thể tích khí ở phần trên pittông ? Bỏ qua ma sát giữa pittông và xylanh.

$$\frac{T_2}{T_1} = 3$$

ĐS:

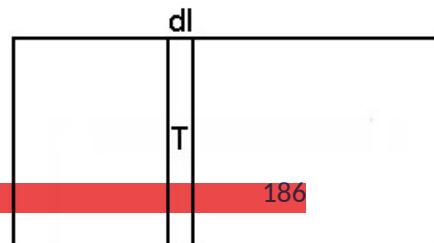


**Bài 38.** Một xilanh chiều dài  $2l$ , bên trong có một pittông có tiết diện  $S$ . Xilanh có thể trượt có ma sát trên mặt phẳng ngang với hệ số ma sát  $\mu$  (hình vẽ). Bên trong xilanh, phía bên trái có một khối khí ở nhiệt độ  $T_0$  và áp suất bằng áp suất khí quyển bên ngoài  $P_0$ , pittông cách đáy khoảng  $l$ . Giữa bức tường thẳng đứng và pittông có một lò xo nhẹ độ cứng  $K$ . Cần phải tăng nhiệt độ của khối khí trong xilanh lên một lượng  $\Delta T$  bằng bao nhiêu để thể tích của nó tăng lên gấp đôi, nếu ma sát giữa xilanh và pittông có thể bỏ qua. Khối lượng tổng cộng của xilanh và pittông bằng  $m$ .

$$\Delta T = T_0 \left( 1 + \frac{2\mu mg}{SP_0} \right)$$

ĐS:

**Bài 39.** Một bình hình trụ nằm ngang chứa đầy khí lí tưởng. Khoảng cách giữa hai đáy bình là  $l$ . Ban đầu nhiệt độ của khí là đồng đều, áp suất là  $T$ . Sau đó người ta đưa nhiệt độ của một đáy lên thành



$T_0 + \Delta T$  ( $\Delta T$  rất nhỏ so với  $T$ ) còn nhiệt độ của đáy kia vẫn giữ nguyên là  $T_0$ . Nhiệt độ của khí biến đổi tuyến tính theo khoảng cách tới đáy bình. Tính áp suất  $P$  của khí.

ĐS:

$$P = P_0 \left( 1 + \frac{\Delta T}{2T_0} \right)$$

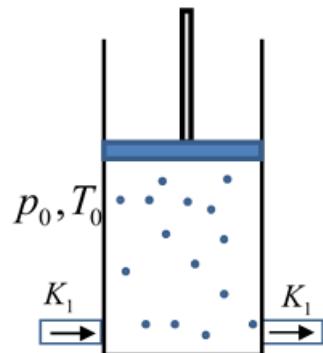
**Bài 40.** Một bình hình trụ kín, thẳng đứng, được chia làm hai ngăn bằng một vách ngăn có trọng lượng đáng kể và có thể trượt không ma sát bên trong hình trụ. Nhiệt độ của cả hệ là  $T_0$ , vách ngăn ở vị trí cân bằng, khí ở ngăn trên (ký hiệu là ngăn A) có áp suất 10 kPa và có thể tích gấp 3 lần thể tích của khí ở ngăn dưới (ký hiệu là ngăn B), áp suất khí ở ngăn dưới là 20 kPa.

a) Lật ngược bình hình trụ, để cho bình thẳng đứng, ngăn B ở trên còn ngăn A ở dưới. Sau khi nhiệt độ trở về  $T_0$  và cân bằng được thiết lập. Tính áp suất khí trong ngăn A và tỉ số thể tích khí giữa ngăn A và B khi đó.

b) Sau khi lật ngược bình như câu a thì phải làm cho nhiệt độ của cả hệ biến đổi như thế nào, để thể tích của ngăn A và ngăn B bằng nhau?

ĐS: a. 0,69; b.  $T=2T_0$ .

**Bài 41.** Dưới pittông của một xi lanh hình trụ chứa một lượng không khí. Ở thành của xi lanh có hai van: van hút khí  $K_1$  và van thoát khí  $K_2$ . Van hút khí  $K_1$  mở khi độ chênh lệch áp suất của không khí ở ngoài so với trong xi lanh vượt quá  $\Delta_1 = 0,2p_0$  ( $p_0$  là áp suất khí quyển). Van thoát khí  $K_2$  mở khi độ chênh lệch áp suất của không khí bên trong so với bên ngoài xi lanh vượt quá  $\Delta_2 = 0,4p_0$ . Pittông thực hiện nhiều lần chuyển động lên xuống rất chậm, sao cho thể tích không khí trong xi lanh thay đổi trong phạm vi  $V_0$  đến  $2V_0$ . Nhiệt độ của hệ không đổi và bằng  $T_0$ . Sau nhiều lần cho pittông chuyển động lên xuống ổn định. Hãy:



a. Xác định giá trị nhỏ nhất và lớn nhất của lượng không khí trong xi lanh (tính theo  $P_0, V_0, T_0$  ).

b. Biểu diễn quá trình diễn ra của không khí trong xi lanh ở sơ đồ p-V.

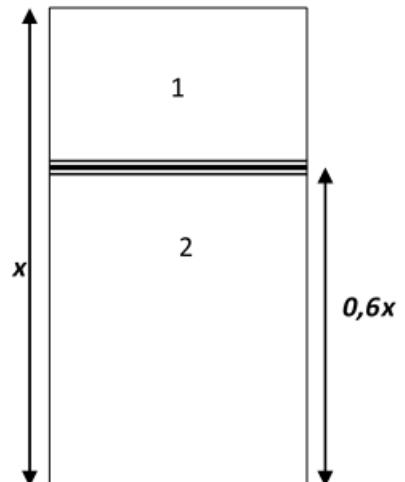
c. Trả lời hai câu hỏi của bài toán nếu  $\Delta_1=0,4p_0$  còn  $\Delta_2=0,2p_0$ .

$$v_{\max} = \frac{1,6 P_0 V_0}{R T_0} \quad v = \frac{1,2 P_0 V_0}{R T_0}$$

ĐS: a. ; c. Lượng khí không đổi

**Bài 42.** Một bình kín hình trụ, đặt thẳng đứng có chiều dài  $x$  được chia thành hai phần nhờ pít tông cách nhiệt có khối lượng  $m = 500\text{g}$ ; phần 1 chứa khí He, phần 2 chứa khí H<sub>2</sub> có cùng khối lượng  $m_0$  và ở cùng nhiệt độ là 27°C. Pít tông cân bằng và cách đáy dưới một đoạn  $0,6x$ . Tiết diện bình là  $S=1\text{dm}^2$ ;  $g = 10\text{m/s}^2$ .

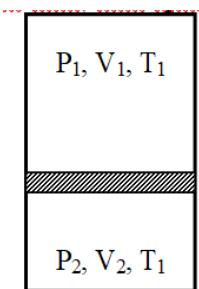
- a) Tính áp suất khí trong mỗi bình?  
 b) Giữ nhiệt độ ở bình 2 không đổi, nung nóng bình 1 đến nhiệt độ 475K thì pít tông cách đáy dưới bao nhiêu?



ĐS: a.  $P_1 = 1500\text{N/m}^2; P_2 = 2000\text{N/m}^2$

b.  $h=0,5x$

**Bài 43.** Một xi lanh thẳng đứng kín hai đầu, trong xi lanh có một pittông khói lượng  $m$  (có thể trượt không ma sát). Ở trên và dưới pittông có hai lượng khí như nhau. Ban đầu ở nhiệt độ 27°C thì tỉ số thể tích phần trên và phần dưới  $\frac{V_1}{V_2} = n = 4$ . Hỏi nếu nhiệt độ tăng lên đến 327°C thì tỉ số thể tích phần trên và phần dưới  $\frac{V'_1}{V'_2}$  là bao nhiêu?

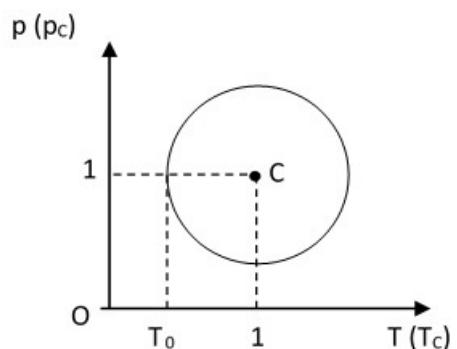


-KHO VẬT LÝ SƠ CẤP-

$$\text{ĐS: } \frac{V'_1}{V'_2} = 2,3$$

**Bài 44.** Một lượng khí lý tưởng thực hiện chu trình được biểu diễn trong hệ tọa độ  $p$ -  $T$  có dạng là một đường tròn như hình 3. Đơn vị của các trục được chọn là  $p_c$  và  $T_c$ . Nhiệt độ thấp nhất trong chu trình là  $T_0$ .

Tìm tỷ số giữa khối lượng riêng nhỏ nhất  $\rho_1$  và khối



Hình 3

lượng riêng lớn nhất  $\rho_2$  của lượng khí đó khi thay đổi trạng thái theo chu trình trên.

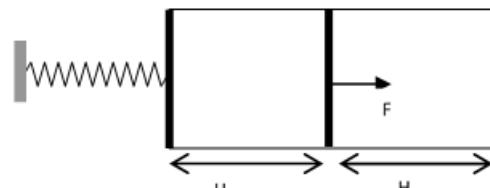
$$\frac{\rho_1}{\rho_2} = \frac{1 - \left(\frac{T_0}{T_C}\right)}{1 + \frac{T_0}{T_C}} \sqrt{1 + 2\frac{T_0}{T_C} - \left(\frac{T_0}{T_C}\right)^2}$$

ĐS:

**Bài 45.** Cho một ống tiết diện  $S$  nằm ngang được ngăn với bên ngoài bằng 2 pittông **Pittông thứ nhất** **được nối với lò xo** như hình vẽ. **Ban đầu lò xo không biến dạng, áp suất khí giữa 2 pittông bằng áp suất bên ngoài  $p_0$ .** Khoảng cách giữa hai pittông

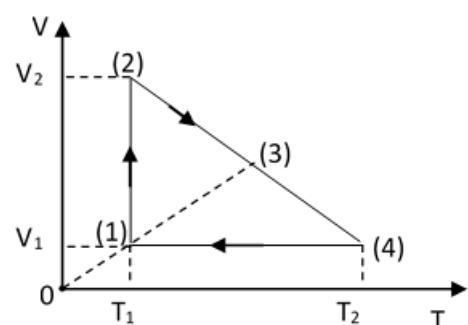
là  $H$  và bằng  $\frac{1}{2}$  chiều dài hình trụ. **Tác dụng lên pittông thứ 2 một lực  $F$  để nó chuyển động từ trái sang phải** **Tính  $F$  khi pittông thứ 2 dừng lại ở biên phải của ống trụ.**

$$\text{ĐS: } F = \frac{p_0 S}{2} + kH \pm \sqrt{\frac{p_0^2 S^2}{4} + k^2 H^2}$$



**Bài 46.** Một lượng khí biến đổi theo chu trình được biểu diễn trên đồ thị  $V$ -  $T$ . Biết :

$$p_1 = p_3; V_1 = 1\text{m}^3, V_2 = 4\text{m}^3;$$



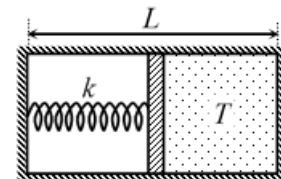
$T_1 = 100\text{K}$  và  $T_4 = 300\text{K}$ .

Tính  $V_3 = ?$

ĐS:  $V_3 = 2,2\text{m}^3$

**Bài 47.** Một xi lanh kín, dài  $L$  được chia làm hai phần nhờ một pistô có thể di chuyển tự do. Pistô được nối với đáy bên trái của xi lanh bằng một lò xo có độ cứng  $k$  như hình 1. Phần bên trái của xi lanh là chân không, phần bên phải chứa 1 mol khí lí tưởng. Khi nung nóng khí đến nhiệt độ  $T$  thì pistô chia xi lanh thành hai phần bằng nhau. Hãy xác định độ dài của lò xo khi không biến dạng. Bỏ qua độ dày của pistô.

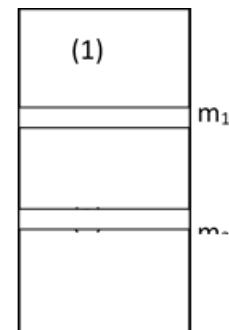
$$\text{ĐS: } l = \frac{L}{2} + \frac{2RT}{kL}.$$



Hình 1

Đáp án

**Bài 48.** Trong một xi lanh kín đặt thẳng đứng có hai pit tông nặng chia xi lanh thành 3 ngăn (H. 2), mỗi ngăn chứa 1 lượng khí lí tưởng như nhau và cùng loại. Khi nhiệt độ trong các ngăn là  $T_1$  thì tỉ số thể tích các phần là  $V_1 : V_2 : V_3 = 4 : 3 : 1$ . Khi nhiệt độ trong các ngăn là  $T_2$  thì tỉ số thể tích các phần là  $V'_1 : V'_2 : V'_3 = x : 2 : 1$ . Bỏ qua ma sát giữa các pit tông và xi lanh.



H. 2

1. Tìm  $x$ .

$$\frac{T_2}{T_1}$$

2. Tìm tỉ số  $\frac{T_2}{T_1}$ .

$$\text{ĐS: } 1. \frac{x}{7} = \frac{16}{7}; 2. \frac{T_2}{T_1} = \frac{224}{111}$$

**Bài 49.** Bơm pittông ở mỗi lần bơm chiếm một thể tích khí xác định. Khi hút khí ra khỏi bình nó thực hiện 4 lần bơm. Áp suất ban đầu trong bình bằng áp suất khí quyển  $P_0$ . Sau đó, cũng bơm này bắt đầu bơm khí từ khí quyển vào bình và cũng thực hiện 4 lần bơm. Khi đó, áp suất trong bình lớn gấp đôi áp suất khí quyển. Tìm hệ thức giữa thể tích làm việc của bơm và thể tích bình.

-KHO VẬT LÝ SƠ CẤP-

$$\text{ĐS: } \frac{V_0}{V} = 0,44$$

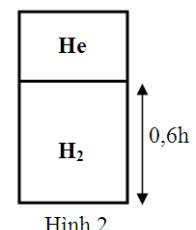
**Bài 50.** Một mol khí lí tưởng biến đổi trạng thái theo chu trình ABC như hình 2. Nhiệt độ của khí ở trạng thái A là  $T_0 = 300\text{K}$ . Hai điểm B, C cùng nằm trên một đường đẳng nhiệt, đường thẳng AC đi qua gốc tọa độ O.

a, Xác định nhiệt độ của khí ở trạng thái C.

b, Xác định nhiệt độ cực đại mà khí đạt được khi biến đổi theo chu trình trên.

$$\text{ĐS: a. } T_c = 2700\text{K}; \text{ b. } T_{\max} = 3600\text{K}$$

**Bài 51.** Một bình kín hình trụ chiều cao h, đặt thẳng đứng và được chia làm hai phần nhô một pittông cách nhiệt như hình 2. Pittông có khối lượng  $M=500\text{g}$  và có thể chuyển động không ma sát trong xi lanh. Phần trên của bình chứa khí Hêli, phần dưới của bình chứa khí Hiđrô. Biết hai khối khí có cùng khối lượng m và ban đầu ở cùng nhiệt độ  $t_0=27^\circ\text{C}$ , lúc này pittông nằm cân bằng ở vị trí cách đáy dưới một đoạn  $0,6h$ . Biết tiết diện bình là  $S=1\text{dm}^2$ .



Hình 2

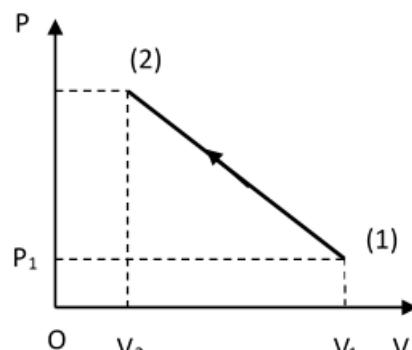
a) Tính áp suất khí trong mỗi phần bình.

b) Giữ nhiệt độ không đổi ở một phần bình, cần nung nóng phần còn lại đến nhiệt độ bằng bao nhiêu để pittông cách đều hai đáy bình.

$$\text{ĐS: a. } p_1=1500\text{Pa}; \quad p_2=2000\text{Pa}; \quad T=475\text{K}$$

**Bài 52.** Một bình hình trụ kín đặt thẳng đứng, có một pittông nặng cách nhiệt chia bình thành hai phần. Phần trên chứa 1mol và phần dưới chứa 2mol của cùng một chất khí. Khi nhiệt độ hai phần là  $T_0 = 300\text{K}$  thì áp suất của khí ở phần dưới bằng ba lần áp suất khí ở phần trên. Tìm nhiệt độ T của khí ở phần dưới để pítông nằm ngay chính giữa bình khi nhiệt độ phần trên không đổi

$$\text{ĐS: } T=400\text{K}$$

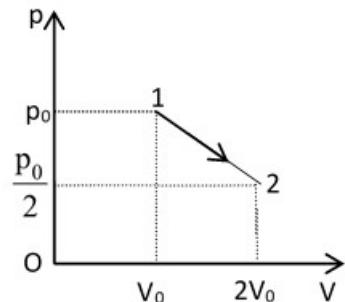


-KHO VẬT LÝ SƠ CẤP-

**Bài 53.** Có **20g khí hêli** chứa trong xilanh đậy kín bởi pittông biến đổi chậm từ (1) → (2) theo đồ thị mô tả ở hình bên. Cho  $V_1=30\text{lit}$ ;  $p_1=5\text{atm}$ ;  $V_2=10\text{lit}$ ;  $p_2=15\text{atm}$ . Hãy tìm nhiệt độ cao nhất mà khí đạt được trong quá trình biến đổi. Biết khối lượng mol của hêli là  $4\text{g/mol}$  và  $R=0,082\text{atm.l/mol.deg}$ .

$$\text{ĐS: } T_{\max} = 487,8\text{K}$$

**Bài 54.** Một mol khí lí tưởng thực hiện quá trình giãn nở từ trạng thái 1 ( $P_0, V_0$ ) đến trạng thái 2 ( $P_0/2, 2V_0$ ) có đồ thị trên hệ toạ độ P-V (hình vẽ 2).

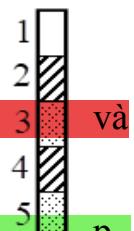


1.xác định nhiệt độ cực đại của khối khí trong quá trình đó.

2.Biểu diễn quá trình ấy trên hệ toạ độ P-T và

$$\text{ĐS: } T_{\max} = \frac{9V_0 P_0}{8R}$$

**Bài 55.** Một ống thủy tinh đặt thẳng đứng, được hàn kín ở hai đầu. Bên trong ống có chứa không khí, thủy ngân và chân không phân bố thành các phần đan xen như sau: phần 3 và phần 5 chứa không khí (xem như khí lý tưởng); phần 2 và phần 4 chứa thủy ngân; phần 1 là chân không.

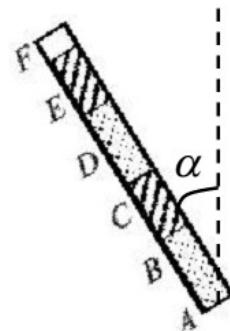


Ban đầu các phần có chiều dài bằng nhau. Áp suất khí trong phần 5 là  $p_0$ . Người ta nghiêng ống một góc  $\alpha$  so với phương thẳng đứng thật chậm sao cho nhiệt độ các phần khí trong ống không thay đổi. Bỏ qua mọi ma sát.

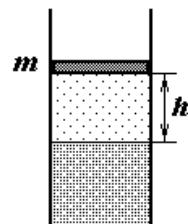
a. Khi góc  $\alpha = \alpha_0$ , cột thủy ngân ở phần 2 bắt đầu chạm vào đầu trên của ống. Tính  $\alpha_0$ .

b. Khi  $\alpha = 60^\circ$ . Tính áp suất tác dụng lên đầu trên của ống.

$$\text{ĐS: a. } \alpha_0 = 48,19^\circ; \text{ b. } p_F = \frac{1}{8} \left( \sqrt{\frac{11}{3}} - 1 \right) p_0$$



**Bài 56.** Một xi lanh dài đặt thẳng đứng được đóng kín bằng một pistôn. Trong xi lanh có chứa khí cacbon điôxit và dung dịch của khí này trong nước. Pistôn tiếp xúc khít với thành xi lanh và có thể chuyển động không ma sát dọc theo thành xi lanh. Khi khối lượng của pistôn là  $m_0$  thì nó nằm cân bằng cách mặt nước một khoảng  $h_0$ . Khi tăng khối lượng của pistôn lên đến  $m_1$  thì nó hạ xuống đến độ cao



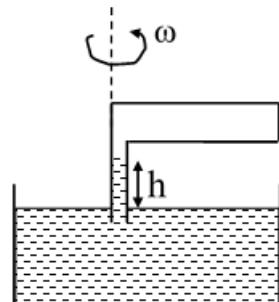
**h<sub>1</sub> so với mặt nước.** Khối lượng của pistôん cần bằng bao nhiêu để nó có thể chạm được mặt nước? Toàn bộ quá trình được coi là đẳng nhiệt. Có thể bỏ qua sự thay đổi thể tích của chất lỏng do khí tan vào, bỏ qua sự bay hơi của nước và áp suất khí quyển.

Chú thích: Độ hòa tan của khí tỷ lệ với áp suất riêng phần của khí này trên mặt chất lỏng (định luật Henry).

$$m = \frac{m_1 m_0 (h_0 - h_1)}{m_0 h_0 - m_1 h_1}$$

ĐS:

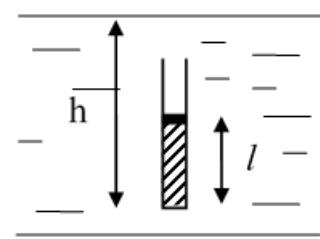
**Bài 57.** Một thiết bị gồm một ống mảnh thẳng đứng và một ống rộng nằm ngang nối với nhau như hình vẽ, phần thẳng đứng nhúng vào chất lỏng có khối lượng riêng  $\rho_1$ , đầu phần ống nằm ngang bịt kín và có tiết diện lớn hơn nhiều so với tiết diện phần ống thẳng đứng. Chiều dài phần ống nằm ngang là  $L$ . Khối lượng riêng và áp suất khí quyển bên ngoài (được xem là khí lí tưởng) là  $\rho_a$  và  $p_a$ . Ban đầu áp suất và khối lượng riêng của khí bên trong ống và bên ngoài là như nhau. Cho thiết bị quay quanh một trục thẳng đứng với tốc độ góc  $\omega$ . Bỏ qua sự thay đổi áp suất và khối lượng riêng không khí theo độ cao, bỏ qua hiện tượng mao dẫn và ma sát bề mặt, nhiệt độ không thay đổi trong cả quá trình. Tìm chiều cao  $h$  mà chất lỏng dâng lên trong ống thẳng đứng, lấy đến bậc 2 của  $\omega$ .



$$h = \frac{\omega^2 L^2}{6g} \frac{\rho_a}{\rho_1}$$

ĐS:

**Bài 58.** Một ống nghiệm chứa khí hyđrô có nút đậy là một pittông khối lượng không đáng kể, dịch chuyển không ma sát trong ống. Lúc đầu ống ở ngoài không khí có áp suất  $P_0$ . Chiều dài phần ống chứa và  $L$ . Người ta đặt ống vào một chậu thuỷ ngân có khối lượng riêng  $d$ , ống đứng thẳng, đáy ống cách mặt thoảng Hg một khoảng  $h > L$  (hình vẽ).



1. Tính chiều dài mới  $l$  của phần ống chứa ? (Nhiệt độ ống giữ không đổi).

-KHO VẬT LÝ SƠ CẤP-

2. Cân bằng của nút khí ống ở trong Hg có bền hay không ?

ĐS: 1. 
$$l = \frac{1}{2dg} \left[ (P_0 + dgh) - \sqrt{(P_0 + dgh)^2 - 4dgP_0L} \right]$$

**Bài 59.** Một khinh khí cầu nằm trên mặt đất, gồm khoang chứa hàng có khối lượng là  $M = 300$  kg và phần khí cầu hình cầu chứa  $V = 3000$  m<sup>3</sup> không khí. Trên khì cầu có một lỗ thông hơi nên áp suất khí bên trong khì cầu luôn cân bằng với áp suất khí quyển. Coi thể tích phần khì cầu luôn không đổi và không khì là khì lí tưởng, lưỡng nguyên tử, có khối lượng mol  $\mu = 29$  g/mol. Biết ở sát mặt đất áp suất khì quyển và khối lượng riêng của không khì lần lượt là  $P_0 = 1,03 \cdot 10^5$  Pa;  $\rho_0 = 1,23$  kg/m<sup>3</sup>. Hằng số khì là  $R = 8,31$  J/mol.K, gia tốc trọng trường được coi là không đổi theo độ cao và có giá trị  $g = 9,8$  m/s<sup>2</sup>. Bỏ qua khối lượng của vỏ khì cầu và thể tích của thùng hàng

1. Tính nhiệt độ  $T_0$  của không khì ở sát mặt đất và trọng lượng P của khinh khí cầu.
2. Khi không khì bên trong khì cầu bị làm nóng, một phần không khì trong khì cầu bị thoát ra ngoài qua lỗ thông hơi. Nhiệt độ phần không khì trong khì cầu tối thiểu bằng bao nhiêu để khinh khí cầu rời khỏi mặt đất?
3. Xét trong mô hình khì quyển mà áp suất p và mật độ ρ của không khì ở cùng một độ cao tuân theo phương trình  $p = A \cdot \rho^{7/5}$ , trong đó A là hằng số.
  - a) Chứng tỏ rằng nhiệt độ của không khì khì quyển giảm tuyến tính theo độ cao. Tìm độ cao cực đại và độ cao khì tâm của một cột không khì khì quyển hình trụ.
  - b) Bộ phận làm nóng khì cầu được điều chỉnh thích hợp để nhiệt độ không khì bên trong khì cầu luôn lớn hơn nhiệt độ khì quyển bên ngoài một lượng không đổi. Tính độ chênh nhiệt độ tối thiểu cần thiết để khinh khí cầu có thể đạt tới độ cao của trọng tâm cột không khì khì quyển.

ĐS: 1.  $T_0 = 292,22\text{K}$ ,  $P_{KC} \approx 39102\text{N}$ ; 2.  $T_{KC} \geq 318,1\text{K}$ ; 3a.  $h_{max} \approx 29,907\text{km}$ ,  $h_G \approx 6,646\text{km}$

3b.  $\Delta T \approx 40,6\text{K}$

**Bài 60.** Một xilanh và pittonh cách nhiệt bên trong có một vách ngăn dẫn nhiệt AB (hình vẽ ; bỏ qua nhiệt dung vách ngăn). Ở trạng thái ban đầu vách ngăn chia phần trong xilanh



thành 2 ngăn. Ngăn trái chứa 1 mol khí hidro, ngăn phải chứa 1 mol khí heli. hai khí ở trạng thái cân bằng và có nhiệt độ  $T_1 = 293K$ .

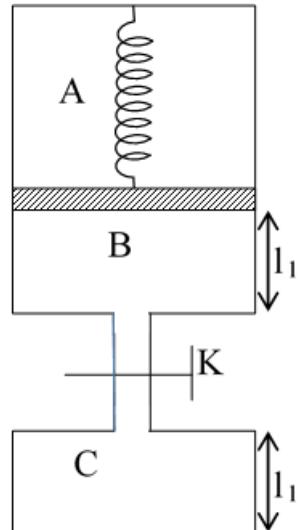
- a) Pittong CD chuyển động chậm làm cho thể tích ngăn phải tăng lên gấp đôi. Tính nhiệt độ T của khí. Áp suất khí trong từng ngăn biến đổi như thế nào?
- b) giải lại câu a với giả thiết rằng vách ngăn có thể di động tự do?
- c) giải lại câu b với giả thiết rằng vách ngăn cách nhiệt?

$$\frac{P_1}{P_2} = 0,42$$

ĐS: a.  $T_2 = 246K$ ;  $\frac{P_2}{P_1} = 0,35$ , áp suất cả 2 ngăn đều giảm, nhưng trong ngăn bên phải giảm mạnh hơn trong ngăn bên trái.

$$b. \frac{P_2}{P_1} = 0,35$$

**Bài 61.** Có một xi lanh như hình vẽ, trong xi lanh có một pitong có thể chuyển động không ma sát đồng thời chia xi lanh thành hai phần A và B. Phía dưới xi lanh nối với phần C thông qua một ống nhỏ có khóa K điều khiển. Pitong được nối với thành trên của xi lanh bằng một lò xo, khi pitong nằm sát thành dưới của xi lanh thì lò xo không biến dạng.



Lúc đầu khóa K đóng, trong B có chứa một lượng khí nhất định, trong A và C là chân không, bề cao của phần B là  $l_1 = 0,1m$ . Thể tích của B và C bằng nhau và lực của lò xo tác dụng lên pitong bằng trọng lượng của pitong. Sau đó mở khóa K đồng thời lật ngược hệ lại. Tính chiều cao  $l_2$  của phần B khi pitong cân bằng.

ĐS :  $l_2=0,17m$ .

**Bài 62.** Một bình kín hình trụ nằm ngang chứa đầy khí lý tưởng. Khoảng cách giữa hai đáy bình là l. Ban đầu nhiệt độ của khí là đồng đều ở  $T_0$ . áp suất của khí là  $p_0$ . Sau đó người ta đưa nhiệt độ của một đáy lên  $T_0 + \Delta T$ . ( $\Delta T \ll T$ ) còn nhiệt độ của đáy kia vẫn giữ ở  $T_0$ . Nhiệt độ của khí biến đổi tuyến tính theo khoảng cách tới đáy bình.

- a, Tính áp suất p của khí.

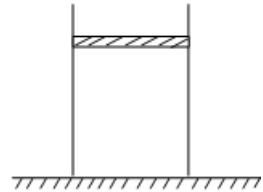
b, Tính độ dời khối tâm của lượng khí trong bình cho biết :

$$\ln(1+x) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} + \frac{x^5}{5} + \dots \quad (x < 1)$$

ĐS:a.  $P \approx P_0 \left( 1 + \frac{1}{2} \frac{\Delta T}{T_0} \right)$ ; b.  $x_G = \frac{l}{12} \frac{\Delta T}{T_0}$

**Bài 63.** Một xi lanh như hình vẽ, chứa khí lý tưởng, được đóng kín bằng một pittông khối lượng M, tiết diện S, có thể chuyển động trong xilanh. Lúc đầu giữ pittông ở vị trí sao cho áp suất trong bình bằng áp suất khí quyển bên ngoài.

Thành xilanh và pittông đều cách nhiệt.



Buông pittông, pittông chuyển động từ vị trí ban đầu đến vị trí cuối cùng có độ cao h so với đáy xilanh. Tuy nhiên, trước khi đạt đến vị trí cân bằng này, pittông đã thực hiện những dao động nhỏ. Giả sử trong giai đoạn pittông dao động nhỏ, quá trình biến đổi của khí là thuận nghịch, hãy tính tần số góc dao động nhỏ đó.

ĐS:  $\omega = \sqrt{\frac{\gamma(Mg + p_0 S)}{Mh}}$

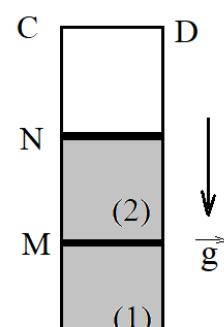
**Bài 64.** Một xi lanh hình trụ đứng, hai mặt đáy AB và CD được hàn kín, bên trong có hai piston M và N mỏng, cùng khối lượng, có thể dịch chuyển không ma sát theo thành xi lanh.

Ban đầu xi lanh đặt thẳng đứng, đáy AB ở dưới thì hai piston M,N chia xi lanh thành ba phần, có hai phần (1) và (2) chứa cùng loại khí lí tưởng, phần còn lại tiếp xúc đáy CD là chân không (Hình 5), khi đó phần khí (1) có áp suất là  $p_0$ , thể tích  $V_0$ .

Sau đó ta lật ngược xi lanh lại, sao cho đáy AB ở trên và đáy CD ở dưới. Biết khí bên trong xi lanh biến đổi đẳng nhiệt. *Coi khối lượng khí rất nhỏ so với khối lượng piston*. Hãy tìm:

a) áp suất mặt trong đáy CD lúc sau theo  $p_0$ .

b) thể tích mỗi phần khí lúc sau  $V_0$ .



Hình 5

ĐS: a.  $P = (1 + \frac{1}{\sqrt{6}})P_0$ ; b.  $V_1 = V_0 \sqrt{6} = \sqrt{6} l$ ,  $V_2 = (3 - \sqrt{6})V_0$

## CHƯƠNG VII. CƠ HỌC CHẤT LƯU

### VII.1 CHẤT LƯU LÝ TƯỞNG

**Bài 1.** Một đồng hồ nước được sử dụng phổ biến ở thời Hy lạp cổ đại, được thiết kế dưới dạng bình chứa nước với lỗ nhỏ O (hình vẽ). Thời gian được xác định theo mực nước trong bình. Hãy xác định hình dạng của bình để các vạch chia thời gian là đồng đều (các vạch cách nhau cùng độ cao chỉ các khoảng thời gian bằng nhau). Nút A, B để thông khí.



ĐS: Hình dạng của bình tỉ lệ với  $x^4$ , với x,y là tọa độ thành bình.

**Bài 2.** Dùng một ống nhỏ có bán kính  $a = 1\text{mm}$  để thổi bong bóng xà phòng. Khi bong bóng có bán kính  $R$  thì ngừng thổi và để hở ống. Bong bóng sẽ nhỏ lại. Hãy tính thời gian từ khi bong bóng có bán kính  $R = 3\text{cm}$  đến khi bong bóng thu lại có bán

-KHO VẬT LÝ SƠ CẤP-

kính bằng a? Coi không khí trong bóng ở quá trình thu nhỏ là đồng nhiệt. Cho suất căng mặt ngoài của nước xà phòng là  $\sigma = 0,03 \text{ N/m}$  và khối lượng riêng của không khí ở trong khí quyển trái đất là  $\rho = 1,3 \text{ g/l}$ .

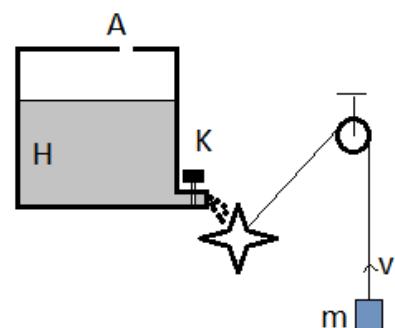
$$\text{ĐS: } t = \frac{2}{7} \sqrt{\frac{2\rho}{\sigma}} \cdot \frac{R^{7/2}}{a^2} \approx 12,4(s)$$

**Bài 3.** Một học sinh tự lắp ráp mô hình tuabin nước như sau: Nước từ thùng lớn chảy ra qua lỗ nhỏ diện tích  $S=1\text{cm}^2$  ở sát đáy thùng đập vào cánh của tuabin. Trục quay của tuabin có sợi dây mảnh nhẹ cuốn quanh và vắt qua ròng rọc, đầu còn lại buộc vào vật nhỏ m. Thiết bị này có thể nâng vật  $m=100\text{g}$  với vận tốc nào đó như hình vẽ.

a. Xác định hiệu suất của mô hình nói trên, lấy độ cao nước trong thùng là  $H=0,2\text{m}$  và vận tốc nâng vật nặng là  $v_1=2\text{cm/s}$

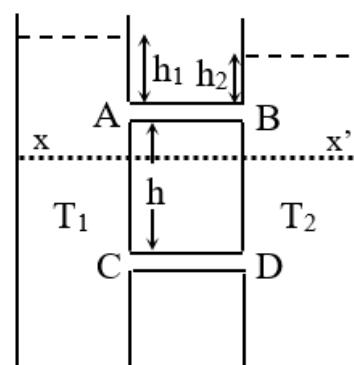
b. Sau khi làm song thí nghiệm thứ nhất, đóng khóa K và nút kín lỗ A ở nắp thùng rồi đem phơi nắng để thùng nóng lên đáng kể. Bây giờ mở khóa K thì thấy mô hình hoạt động mạnh hẳn lên, cụ thể vật nặng được nâng lên với vận tốc  $v_2=5\text{cm/s}$ . Vẫn coi mức nước trong thùng là  $H=0,2\text{m}$ , hiệu suất mô hình vẫn như trước. Hãy xác định áp suất trong thùng thay đổi bao nhiêu. Cho khối lượng riêng của nước là  $1000\text{kg/m}^3$ ,  $g=10\text{m/s}^2$ .

$$\text{ĐS: a. } \eta = \frac{2mg.v_1}{\rho S(\sqrt{2gH})^3} = 5\% ; \text{ b. } \Delta p \approx 1684(\text{Pa}).$$



**Bài 4 (trích đề thi HSGQG).** Hai bình cao chứa nước, được nối với nhau bằng hai ống AB và CD tiết diện ngang nhỏ giống nhau, nằm ngang, song song và cách nhau độ cao h (hình vẽ). Nước ở hai bình được giữ ở nhiệt độ  $T_1$  và  $T_2$  ( $T_1 > T_2$ ). Để giữ cho nhiệt độ hai bình không đổi thì phải truyền một nhiệt lượng với công suất nhiệt P nào đó từ nguồn nhiệt vào bình nóng hơn và lấy ra từng ấy từ bình lạnh hơn. Bỏ qua hiện tượng dính ướt, bỏ qua sự trao đổi nhiệt với bên ngoài và sự dẫn nhiệt của ống.

a. Xác định khoảng cách từ mức nước AB đến mức nước xx' mà áp suất ở mức đó trong hai bình bằng nhau. Tính hiệu áp suất ở hai đầu các ống AB và CD.



b. Tính công suất nhiệt đưa vào các bình nóng (hoặc lấy đi khỏi bình lạnh ).

Biết rằng:

- + Khối lượng riêng  $\rho$  của nước phụ thuộc vào nhiệt độ tuyệt đối  $T$  theo định luật

$$\rho = \rho_0 - \alpha(T - T_0),$$

trong đó  $\rho_0, T_0, \alpha$  là các hằng số.

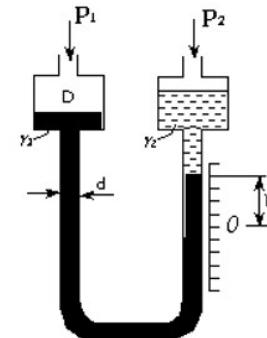
- + Trong một đơn vị thời gian, qua một điểm bất kì của ống có một lượng nước

$\frac{\Delta m}{\Delta t} = k\Delta p$  chảy qua (trong đó  $\Delta p$  là hiệu áp suất ở hai đầu ống;  $k$  là hệ số xác định).

+ Mặt thoáng của chất lỏng trong bình nóng cao hơn ống AB đoạn  $h_1$ , mặt thoáng của chất lỏng trong bình lạnh cao hơn ống AB đoạn  $h_2$ . Cho nhiệt dung riêng của nước là  $C$ .

$$\text{ĐS : a. } x = h/2; \Delta p = p_A - p_B = \frac{\alpha hg(T_1 - T_2)}{2}; \text{ b. Công suất nhiệt: } P = \frac{\alpha khgC(T_1 - T_2)^2}{2}$$

**Bài 5.** Một áp kế vi sai gồm một ống chữ U đường kính  $d = 5\text{mm}$  nối hai bình có đường kính  $D = 50\text{mm}$  với nhau. Máy đựng đầy hai chất lỏng không trộn lẫn với nhau, có trọng lượng riêng gần bằng nhau: dung dịch rượu êtylic trong nước ( $\gamma_1 = 8535 \text{ N/m}^3$ ) và dầu hỏa ( $\gamma_2 = 8142 \text{ N/m}^3$ ). Lập quan hệ giữa độ chênh lệch áp suất  $\Delta p = p_1 - p_2$  của khí áp kế phải đo với độ dịch chuyển của mặt phân cách các chất lỏng ( $h$ ) tính từ vị trí ban đầu của nó (khi  $\Delta p = 0$ ). Xác định  $\Delta p$  khi  $h = 250\text{mm}$ .



$$\text{ĐS: } \Delta p = h \left[ (\gamma_1 - \gamma_2) + \frac{d^2}{D^2}(\gamma_1 + \gamma_2) \right] = 140 \text{ N/m}^2$$

**Bài 6.** Một bình hở có đường kính  $d = 500 \text{ mm}$ , đựng nước quay quanh một trục thẳng đứng với số vòng quay không đổi  $n = 90 \text{ vòng/phút}$ .

- Viết pt mặt đẳng áp và mặt tự do, nếu mực nước trên trục bình cách đáy  $Z_0 = 500\text{mm}$ .

- Xác định áp suất tại điểm ở trên thành bình cách đáy là  $a = 100\text{mm}$ .

-KHO VẬT LÝ SƠ CẤP-

- Thể tích nước trong bình là bao nhiêu, nếu chiều cao bình là  $H = 900\text{mm}$ .

$$z = \frac{\omega^2 r^2}{2g} + C$$

ĐS: a. Phương trình mặt đẳng áp là :

$$z = \frac{\omega^2 r^2}{2g} + z_0$$

Phương trình mặt tự do:

$$b. p_d = \gamma h + \rho \frac{\omega^2 r^2}{2} = 6697 \text{ N/m}^2$$

**Bài 7. ( Đề thi chọn dự tuyển APHO 2015):** Một giọt mưa được hình thành và rơi xuyên qua đám mây chứa các hạt nước nhỏ li ti, phân bố đều và nằm lơ lửng trong không trung. Trong khi rơi, giọt mưa tích dần nước bằng việc nhập tất cả những hạt nước nhỏ trên đường mà nó quét qua đám mây. Ta giả thiết một cách lí tưởng hóa bài toán này: Không khí không làm ảnh hưởng đến chuyển động của giọt mưa, kích thước ban đầu của giọt mưa nhỏ không đáng kể và giọt mưa luôn có dạng hình cầu. Khối lượng riêng của giọt mưa và của đám mây hơi nước tương ứng là  $\rho$ ,  $\rho_o$  và được coi là các hằng số.

a. Bán kính giọt mưa  $r$  phụ thuộc vào thời gian  $t$  theo một hàm số  $r(t)$  nào đó. Lập phương trình vi phân của hàm này.

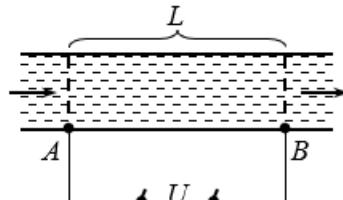
$$r(t) = A \left( \frac{\rho_o}{\rho} \right)^\alpha g^\beta t^\gamma$$

b. Giả thiết  $r(t)$  có dạng: , trong đó  $A$ ,  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  là các hệ số không thứ nguyên và  $A$  là một số không phụ thuộc vào tham số nào;  $g$  là gia tốc trọng trường. Xác định các giá trị của các hệ số  $A$ ,  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$

c. Tìm gia tốc của giọt mưa khi nó chuyển động trong đám mây.

$$\text{ĐS: a. } \frac{d^2 r}{dt^2} + \frac{3}{r} \left( \frac{dr}{dt} \right)^2 - \frac{1}{4} \frac{\rho_o}{\rho} g = 0 ; b. \alpha = \beta = 1, \gamma = 2, A = \frac{1}{56} ; c. a = \frac{g}{7}$$

**Bài 8.** Một chất lỏng dẫn điện chảy theo một cái ống với tốc độ không đổi  $V$ . Điện trở suất của chất lỏng là  $d$ , khối lượng riêng của nó là  $\rho$ . Người ta đặt ngang vào lòng ống hai cái lưỡi dẫn điện A và B (có điện trở không đáng kể)



để cho chất lỏng chảy qua như hình 2. Khoảng cách giữa hai lưới bằng  $L$ . Các lưới được nối với điện áp  $U$ . Hãy xác định nhiệt độ ổn định của chất lỏng trong lòng ống ở các vị trí phụ thuộc vào khoảng cách tới lưới A.

Chất lỏng không biến đổi về mặt hóa học sau khi chảy qua ống và có nhiệt dung riêng  $C$ . Tốc độ truyền nhiệt trong chất lỏng coi không đáng kể so với  $V$ . Bỏ qua sự mất mát nhiệt, chất lỏng chảy vào ống có nhiệt độ  $T_0$ .

ĐS:

\* Phía bên trái lưới A (tức là  $x < 0$ ): Nhiệt độ chất lỏng bằng nhiệt độ ban đầu  $T = T_0$

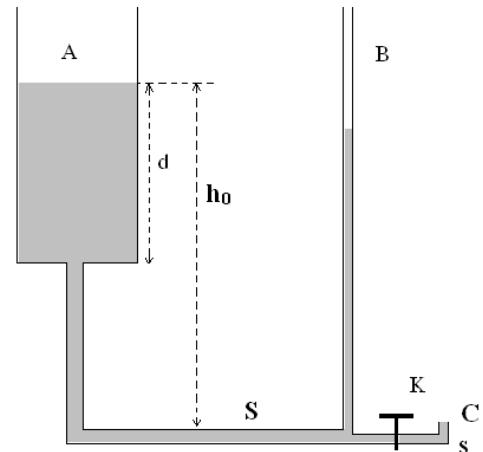
$$T = T_0 + \frac{U^2}{Vd\rho CL^2}x.$$

\* Khoảng giữa hai lưới ( $0 < x < L$ ):

\* Phía bên phải lưới B nhiệt độ không tăng thêm mà bằng nhiệt độ tại lưới B (khi  $x=L$ ):

$$T = T_0 + \frac{U^2}{Vd\rho CL}.$$

**Bài 9.** Trong hình vẽ, A là bể chứa nước có thể tích rất lớn (nên hiểu  $S_A \gg S$ ). Ống cái nằm ngang có tiết diện  $S$ , nối với vòi có tiết diện  $s$ . B là một ống nhỏ thẳng đứng, K là khóa. Độ cao mặt nước trong bể là  $h_0$ , cao hơn đáy bể khoảng  $d$ .



1) Khóa K mở

a. Nước từ vòi C phun ra lên đến độ cao nào (bỏ qua sức cản của không khí).

b. Tính vận tốc nước trong ống cái.

c. Tính độ biến thiên áp suất tĩnh ở đầu ống cái.

d. Trong ống B nước dâng lên đến độ cao nào?

2. Nước đang chảy thì ta đóng khóa K trong thời gian  $\Delta t$  rất ngắn. Người ta thấy nước trong ống B vọt lên cao lớn hơn  $h_0$ . Hãy giải thích hiện tượng này biết rằng khi đóng khóa thì có một phần nước trong ống cái bị chặn đột ngột; phần này dài  $l = u \Delta t$ ,  $u$  là vận tốc của âm trong nước bằng 1500m/s.

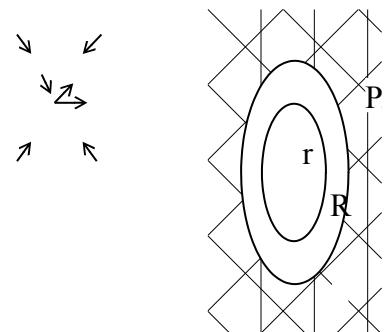
$$_0; b. v_0 = \frac{S}{S} \sqrt{2gh_0}; c. \Delta P_M = \frac{\rho}{2} v_M^2; d. h_1 = h_0 \left[ 1 - \left( \frac{S}{S} \right)^2 \right] < h_0$$

Đáp số: 1.a.  $h = h$

**Bài 10.** Trong chất lỏng khói lượng riêng  $\rho$  hình thành một khoảng trống hình cầu bán kính  $R$ . Áp suất trong chất lỏng là  $P$ . Hãy xác định vận tốc biên của khoảng trống tại thời điểm khi bán kính của nó đạt giá trị  $r$ .

$$v = \sqrt{\frac{2P}{3\rho} \left( \frac{R^3}{r^3} - 1 \right)}$$

Đáp số:



**Bài 11. Nêu phương án thí nghiệm.**

Nước được đổ lung chừng trong một cái bình kim loại mỏng, miệng rất nhỏ. Trong bình có một vật hình trụ, đặt thẳng đứng, chìm hoàn toàn và nằm ở đáy bình. Một sợi chỉ được buộc vào tâm mặt trên của vật và đầu tự do của sợi chỉ được luồn qua miệng bình ra ngoài.

**Cho các dụng cụ:** một lực kế, một tờ giấy kẻ ô tới mm và một cái thước, hãy nêu cách làm thí nghiệm để xác định khói lượng riêng  $\rho$  của vật trong bình, chiều cao l của vật, chiều cao mực nước  $h$  trong bình khi vật còn chìm trong đó, chiều cao mực nước  $h_0$  trong bình khi đã đưa vật ra khỏi nước. Khối lượng riêng  $\rho_0$  của nước đã biết.

## VII.2 CHẤT LƯU THỰC

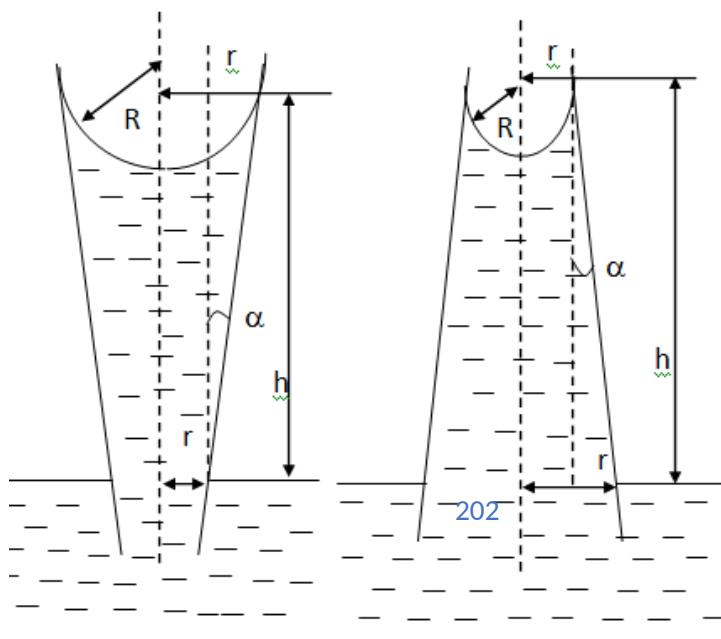
**Bài 1.** Một đĩa mỏng nằm ngang có bán kính  $R = 10\text{cm}$ , được đặt trong một hốc hình trụ có dầu, hệ số nhớt của dầu là  $\eta = 8 \cdot 10^{-3}$ , vận tốc góc  $60\text{rad/s}$ , bề dày  $h=1\text{mm}$ . Bỏ qua các hiệu ứng bờ. Tính công suất quay đĩa.

$$\text{ĐS: } P = \pi \eta \frac{\omega^2}{h} r^4$$

Thay số:  $P =$

$$\pi \cdot 8 \cdot 10^{-3} \cdot \frac{60^2}{10^{-3}} \cdot 0,1^4 = 9,05 \text{W}$$

**Bài 2.** Giọt nước rơi đều trong không khí. Bán kính độ cong  $R_1$  của bờ mặt giọt nước tại điểm trên mặt khác với bán kính độ cong  $R_2$



tại điểm dưới của mặt như thế nào? nếu khoảng cách giữa hai điểm này bằng  $d = 2 \cdot 10^{-3} \text{m}$ ? Hệ số sức căng bề mặt của nước bằng  $\sigma = 7 \cdot 10^{-2} \text{ N/m}$ .

$$\frac{Dgd^3}{8\sigma} \approx 0,14 \text{ mm}$$

ĐS:  $R_1 - R_2 =$

**Bài 3.** Hãy tìm độ cao cột chất lỏng dâng lên trong hai ống mao dẫn rộng dần và hẹp dần. Góc ở đỉnh hình nón do ống mao quản tạo thành bằng  $2\alpha$  rất bé. Hệ số sức căng bề mặt của chất lỏng  $\sigma$ . Cho biết sự dính ướt xảy ra toàn phần.

$$h = \frac{-r_0 + \sqrt{r_0^2 + 8\delta \sin \alpha / \sigma g}}{2 \tan \alpha}$$

ĐS:  $h =$

Trong trường hợp ống rộng dần ta có  $k = 1$   
và ống hẹp dần  $k = -1$ .

**Bài 4** Hai bong bóng xà phòng bán kính  $R_1$  và  $R_2$  hợp thành một bong bóng bán kính  $R_3$ . Tìm áp suất khí quyển nếu hệ số sức căng bề mặt của xà phòng bằng  $\sigma$ .

$$P_a = \frac{2\sigma(R_1^2 + R_2^2 - R_3^2)}{(R_3^3 - R_2^3 - R_1^3)}$$

Đáp số.

**Bài 5.** Không gian giữa hai hình trụ đồng trục độ cao  $L = 20 \text{ cm}$  chứa đầy khí Hydro. Bán kính hình trụ bên trong là  $R_1 = 4 \text{ cm}$  bên ngoài là  $R_2 = 4,1 \text{ cm}$ . Hình trụ bên ngoài quay với vận tốc góc  $n = 5 \text{ vòng/s}$ . Để cho hình trụ bên trong không quay người ta phải giữ nó bằng mômen lực  $M = 2,25 \cdot 10^{-5} \text{ N.m}$

Hãy tìm vận tốc các lớp khí trong khoảng không gian giữa các hình trụ như hàm của khoảng cách tới trục của nó  $v = v(r)$  và xác định hệ số ma sát nội của khí Hydro. Bỏ qua các hiệu ứng biên.

$$v(r) = \frac{Mr}{4\pi L\eta} \left( \frac{1}{R_1^2} - \frac{1}{r^2} \right); \quad \eta = \frac{M}{8\pi^2 L n} \left( \frac{1}{R_1^2} - \frac{1}{R_2^2} \right)$$

Đáp số:

Đặt các giá trị số vào ta được :

$$\eta = 8,5 \cdot 10^{-5} \text{ Pa} \text{ or } = 8,5 \cdot 10^{-6} \text{ N.s/m}^2$$

**Bài 6.** Một ống trụ thẳng đứng có độ cao  $h$ , bán kính  $R$  được bịt kín đáy dưới chứa đầy nước. Đầu hở phía trên của ống được nối với một bình chứa nước rất lớn. Đầu bịt kín phía dưới được mở ra tại thời điểm  $t=0$ .

a. Bỏ qua hiện tượng nhót hãy chứng minh rằng biểu thức cho vận tốc dòng nước trong ống ở thời điểm  $t$  và chỉ ra rằng sau một khoảng thời gian dài vận tốc đó tiến tới giá trị  $\sqrt{2gh}$

b. Nếu như hiện tượng nhót của nước được tính đến thì vận tốc của dòng nước ở trung tâm ống sau một thời gian dài tiến tới giá trị

$$v_o = \sqrt{4gh + k^2} - k \quad \text{với} \quad k = \frac{8\eta h}{\rho R^2}$$

Biết lực ma sát nhót giữa hai lớp chất lỏng là  $F_{ms} = \eta S \frac{dv}{dr}$ ;  $\eta$  là hệ số nhót,  $S$  là diện tích mặt tiếp xúc hai lớp chất lỏng,  $\frac{dv}{dr}$  là gradien của vận tốc,  $r$  tính từ tâm dòng chảy

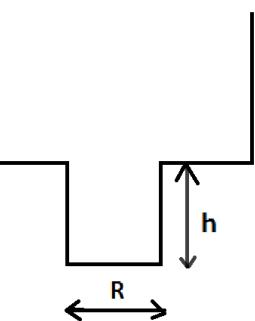
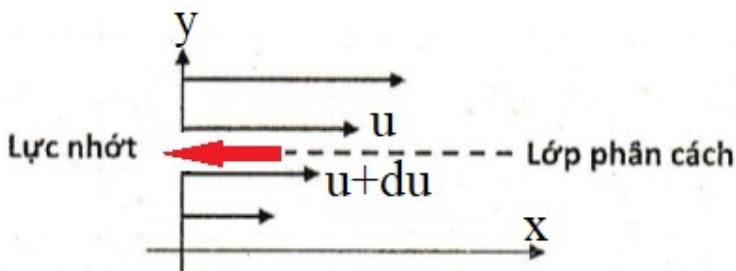
**Bài 7.** Khí có lực tác dụng lên bề mặt biên của một chất lưu, thì tốc độ dòng chảy tại các vị trí khác nhau sẽ khác nhau. Với chất lưu nhót, lực nhót xuất hiện khi hai lớp chất lưu kề nhau chảy với tốc độ khác nhau. Như biểu diễn hình vẽ, độ nhót của chất lưu được định nghĩa bởi biểu thức:

$$F = -\mu \frac{du}{dy} \Delta A$$

Trong đó  $F$  là lực nhót tác dụng lên chất lưu tại lớp phân cách có diện tích tiếp xúc  $\Delta A$

$$\frac{du}{dy}$$

theo phương  $x$ ,  $u$  là thành phần vận tốc theo trục  $x$ , còn  $\frac{du}{dy}$  là gradient của vận tốc. Trong bài này, ta sử dụng thuyết động học khí để phân tích độ nhót.



Gọi  $\tau$  là khoảng thời gian trung bình giữa hai va chạm liên tiếp của một phân tử khí với các phân tử khí khác. Phân tử thứ I chuyển động với vận tốc  $v_i$  theo hướng bất kì, vận tốc trung bình theo phương x ở độ cao y là  $u(y)$ .

a. Xét lớp không khí ở độ cao y. Lập biểu thức động lượng trung bình theo phương x của phân tử ở độ cao  $y + \Delta y$ .

b. Một phân tử tới lớp độ cao y, thành phần vận tốc của nó theo phương y là  $v_y$ . Xác định  $\Delta y$  chênh lệch độ cao với lớp đang xét của điểm mà phân tử va chạm lần cuối cùng trước đó.

c. Xác định độ chênh lệch giữa động lượng trung bình theo phương x của các phân tử tới có  $v_y$  khi đến độ cao y với động lượng trung bình theo phương x của các phân tử ở lớp đó.

d. Khối khí chứa n phân tử trong 1 đơn vị thể tích. Xác định tốc độ truyền động lượng theo phương x qua diện tích  $\Delta A$ . Từ đó tìm biểu thức gần đúng cho độ nhớt của chất lưu dựa theo thuyết động học chất khí. Nếu xét đến sự phụ thuộc của  $\tau$  vào nhiệt độ T, hãy chứng minh rằng  $\mu$  tỷ lệ thuận với  $\sqrt{T}$

Đáp số.

$$a. m(u + \frac{du}{dy} \Delta y); b. \Delta y = -v_y \tau; c. -\tau m v_y \frac{du}{dy}$$

**Bài 8.** (Trích đề thi HSGQG 2010)

### Xác định đường kính phân tử khí

Trong ống hình trụ có đường kính nhỏ, chất khí chảy ổn định theo các đường dòng song song với trục ống. Tốc độ các dòng chảy giảm dần từ trục ống ra thành ống do lực nội ma sát giữa các dòng chảy (ống dòng). Tốc độ dòng chảy lớn nhất ở trục ống và bằng không

ở sát thành ống. Lực nội ma sát giữa hai lớp chất khí sát nhau  $f_{ms} = \eta A \frac{dv}{dr}$  với A là diện

tích tiếp xúc giữa hai lớp chất khí,  $\frac{dv}{dr}$  là độ biến thiên tốc độ trên một đơn vị chiều dài theo phương vuông góc với dòng chảy,  $\eta$  là độ nhớt ma giá trị của nó phụ thuộc vào

đường kính phân tử  $d$  và nhiệt độ  $T$  của chất khí theo công thức sau  $\eta = \frac{2}{3d^2} \left( \frac{mk_B T}{\pi^3} \right)^{\frac{1}{2}}$  với  $m$  là khối lượng phân tử khí,  $k_B$  là hằng số Boltzmann.

Cho các dụng cụ sau:

- Bình chứa khí nitơ có áp suất khí đầu ra không đổi;
- 01 van dùng để thay đổi lưu lượng chất khí;
- 01 ống mao quản hình trụ có chiều dài  $L$ , bán kính ống  $R$
- 01 thiết bị đo lưu lượng khí;
- 01 áp kế nước chữ U;
- Nhiệt kế đo nhiệt độ phòng và các ống dẫn, khớp nối cần thiết.

Hãy:

- a.Thiết lập công thức tính lưu lượng khí chảy qua ống theo kích thước ống, độ chênh lệch áp suất giữa hai đầu ống và độ nhớt của chất khí.
- b.Đề xuất phương án thí nghiệm: vẽ sơ đồ thí nghiệm và nêu các bước tiến hành thí nghiệm để xác định đường kính phân tử khí nitơ.

## **CHƯƠNG VIII. ĐỘNG HỌC PHÂN TỬ PHÂN BỐ MAXWELL-BOLTZMANN VIII.1 ĐỘNG HỌC PHÂN TỬ**

**Bài 1.** Biết khối lượng của 1 mol nước  $\mu = 18 \cdot 10^{-3}$  kg và 1mol có  $N_A = 6,02 \cdot 10^{23}$  phân tử. Xác định số phân tử có trong  $200 \text{ cm}^3$  nước. Khối lượng riêng của nước là  $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$ .

ĐS:  $6,7 \cdot 10^{24}$  phân tử.

**Bài 1bis.** Tìm khối lượng của tất cả các phân tử bay ra từ  $1\text{cm}^2$  của mặt nước ở  $100^\circ\text{C}$  vào hơi bão hòa. Biết rằng có  $\eta = 3,6\%$  phân tử đi từ hơi vào nước bị giữ lại.

-KHO VẬT LÝ SƠ CẤP-

ĐS:  $0,35 \text{ g/s.cm}^2$

**Bài 2.** Một lượng khí khói lượng  $15\text{kg}$  chứa  $5,64 \cdot 10^{26}$  phân tử. Phân tử khí này gồm các nguyên tử hidro và cacbon. Hãy xác định khối lượng của nguyên tử cacbon và hidro trong khí này. Biết một mol khí có  $N_A = 6,02 \cdot 10^{23}$  phân tử.

ĐS:  $m_{H_2} \approx 6,64 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$ ;  $m_C \approx 2 \cdot 10^{-26} \text{ kg}$ .

**Bài 3.** Một chất khí lý tưởng ở trạng thái ban đầu áp suất  $P_0$ , được dãn đẳng nhiệt tới thể tích  $V_2 = 3V_1$ . Sau đó khí được nén đoạn nhiệt trở về thể tích ban đầu, áp suất sau khi nén là  $P_3 = 3^{1/3}P_0$ . Hãy

- Tìm áp suất sau khi dãn  $P_2$  và xác định khí là đơn nguyên tử hay lưỡng nguyên tử, đa nguyên tử?
- Động năng trung bình của một phân tử khí ở trạng thái cuối so với trạng thái đầu thay đổi như thế nào?

$$\frac{\overline{W}_3}{\overline{W}_1} = 1,44$$

ĐS: a. i=6; b.

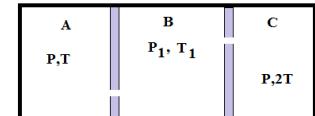
**Bài 4.** Một bóng đèn có thể tích  $V = 1$  lít ở nhiệt độ  $20^\circ\text{C}$ . chứa khí  $H_2$  ở áp suất  $p = 10^{-4}\text{mmHg}$ . Ở thời điểm  $t = 0$ , dây tóc có diện tích mặt ngoài  $0,2\text{cm}^2$  được đốt nóng đỏ, ở điều kiện đó, phân tử  $H_2$  đập vào dây tóc bị phân li thành các nguyên tử  $H$  và dính vào thành ống thủy tinh của bóng đèn sau va chạm.

- Tìm quãng đường tự do của phân tử  $H_2$ -
- Tìm áp suất khí  $H_2$  trong đèn ở thời điểm t.
- Sau bao lâu áp suất khí trong đèn bóng bằng  $10^{-7}\text{mmHg}$

Bỏ qua sự thay đổi nhiệt độ khí do bị đốt nóng. Đường kính hiệu dụng của nguyên tử  $H$  là  $d = 2,3 \cdot 10^{-8}\text{cm}$

$$\text{ĐS. b. } P = P_0 \exp\left(-\frac{S}{6V} \sqrt{\frac{3RT}{\mu}} t\right); \text{ c. } t = 1,084 \text{ (s)}$$

**Bài 5.** Một buồng B cách nhiệt được thông bằng 2 lỗ nhỏ giống nhau với 2 buồng A và C (chứa cùng 1 chất khí lí tưởng). Người ta giữ áp suất ở 2 buồng đó



không đổi và bằng P; giữ nhiệt độ ở buồng A bằng T và nhiệt độ buồng C bằng 2T . Tính áp suất  $P_1$  và nhiệt độ  $T_1$  ở buồng B khi đã có trạng thái dừng trong buồng ấy.

$$T_1 = T\sqrt{2}; P_1 = P \frac{\sqrt{2}+1}{2\sqrt{2}}$$

ĐS:

**Bài 6.** Một bình hình trụ kín bán kính  $r = 10\text{cm}$  đặt nằm ngang, chứa nước tới một nửa (hình 3), có hệ thống đưa không khí vào và ra khỏi bình. Bơm không khí vào bình với tốc độ nhỏ và không đổi. Nhiệt độ của không khí và nước bằng  $20^\circ\text{C}$ . Độ ẩm của không khí thổi vào bình là  $f = 60\%$ . Biết rằng ở nhiệt độ đã cho có  $\eta = 4\%$  phân tử hơi nước đập vào mặt nước và được chuyển sang thể lỏng. Xác định thời gian để toàn bộ nước trong bình bị bay hơi hết. Cho biết áp suất hơi nước bão hòa ở  $20^\circ\text{C}$  là  $P_0 = 2,3\text{kPa}$ . Bỏ qua sự ngưng tụ của nước ở thành bình, xem hơi nước là khí lí tưởng. Biết hằng số chất khí  $R = 8,31(\text{J/mol.K})$ , khối lượng riêng của nước  $\rho = 1000\text{kg/m}^3$ , khối lượng mol của nước là  $\mu = 18\text{gam}$ .

ĐS: 41phút45 giây

**Bài 7.** Tính gần đúng khối lượng hơi nước bay hơi trong 1s từ  $1\text{m}^2$  của mặt hồ ở nhiệt độ  $T=300\text{K}$ . Sự bay hơi này tạo thành một lớp hơi bão hòa có áp suất  $P=3,5\text{kPa}$ . Giả thiết

$$\bar{v} = \sqrt{\frac{3RT}{\mu}} \quad \text{với } \mu = 0,018\text{kg/mol}$$

các phân tử hơi nước có vận tốc trung bình

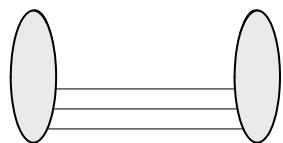
$$M = p \sqrt{\frac{\mu}{12RT}} \approx 2,7\text{kg/sm}^2$$

ĐS: Khối lượng hơi nước trong 1s từ  $1\text{m}^2$ :

**Bài 8.** Một bình cách nhiệt có một lỗ thong với bên ngoài . Bên ngoài là chất khí ở nhiệt độ T và áp suất P đủ thấp để các phân tử khí bay qua lỗ không va chạm vào nhau. Người ta giữa nhiệt độ khí trong bình là  $4T$ . Tính áp suất  $P_1$  trong bình khi đã có trạng thái dừng( không đổi với thời gian) trong bình.

ĐS:  $P_1=2P$

**Bài 9** Cho một bình chứa khí lý tưởng ở áp suất  $p$  (lớn hơn áp suất bên ngoài) và nhiệt độ T. Trên thành bình có một lỗ nhỏ đến mức trung bình không có dòng đáng kể trong bình khi khí thoát ra ngoài qua lỗ. Coi p và T là không đổi trong quá trình khoảng thời gian



quan sát. Bỏ qua ma sát và coi quá trình là đoạn nhiệt, tìm vận tốc của dòng khí (khi đã đạt tới trạng thái dừng) ở điểm có nhiệt độ  $T_1$

$$\text{ĐS. } v = \sqrt{\frac{2}{\mu} C_p (T - T_1)}$$

**Bài 10** Một chất khí thoát đoạn nhiệt từ một bình chứa khí theo một ống nằm ngang tiết diện S nhỏ. Áp suất  $p_0$  và nhiệt độ  $T_0$  trong bình được giữ không đổi và khối lượng riêng  $\rho_0$ ; khối lượng mol là  $n$ . Áp suất bên ngoài là  $p$ . Giả sử rằng khí là lý tưởng và tiết diện của ống nhỏ đến nỗi có thể bỏ qua vận tốc dòng của khí trong bình. Tìm vận tốc  $v$  của khí và lượng khí  $q$  thoát ra trong đơn vị thời gian.

$$\text{ĐS: } v = \sqrt{\frac{2}{\mu} \frac{\gamma}{\gamma-1} R T_0 \left[ 1 - \left( \frac{p}{p_0} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right]}, \quad q = S \sqrt{\frac{2\gamma}{\gamma-1} \rho_0 p_0 \left[ \left( \frac{p}{p_0} \right)^{\frac{2}{\gamma}} - \left( \frac{p}{p_0} \right)^{\frac{\gamma+1}{\gamma}} \right]}$$

**Bài 11.** Một hỗn hợp khí giãn nở vào chân không qua một ống có tiết diện bé. Xác định vận tốc chảy đoạn nhiệt của hỗn hợp hai khí lưỡng nguyên tử và khối lượng mol là  $\mu_1$  và  $\mu_2$ . Số phân tử khí thứ nhất gấp  $k$  lần số phân tử khí thứ hai. Nhiệt độ hỗn hợp là  $T$ .

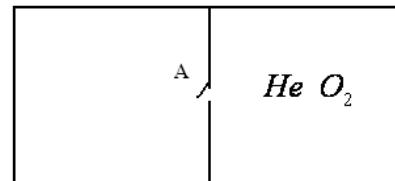
$$\text{ĐS: } v = \sqrt{\frac{2(k+1)}{k\mu_1 + \mu_2} \frac{7}{2} R T}$$

**Bài 12.** Các nhà thực nghiệm cần một chùm nguyên tử Xenon có vận tốc 1 km/s. Khối lượng nguyên tử Xenon là 131u

- a. Khí Xe ở nhiệt độ nào để khi giãn nở vào chân không sẽ cho vận tốc này.
- b. Hỗn hợp khí hydro với một lượng nhỏ Xe ở nhiệt độ trong phòng thoát vào chân không cho nguyên tử Xe có vận tốc là bao nhiêu?

ĐS: a.  $T=3150K$ ; b.  $v=3000m/s$

**Bài 13.** Trong ngăn bên phải của một bình chứa hỗn hợp hai khí Heli và Ôxy với áp suất riêng phần bằng nhau. Ngăn bên trái là chân không. Mở lỗ thông A trong một thời gian ngắn rồi đóng lại. Tính tỉ số áp suất riêng phần của Heli và Ôxy trong ngăn bên trái?



$$\frac{p_{He}}{p_{O_2}} = 2\sqrt{2}$$

ĐS:

**Bài 14.** Sự dẫn nhiệt qua thành bình Dewar.

Sự dẫn nhiệt qua thành bình Dewar.

Bình Dewar là một cái bình có hai thành tráng bạc ở mặt đối diện (để giảm bức xạ), giữa hai thành là khí kém (để giảm dẫn nhiệt). Áp suất của khí giữa hai thành bình nhỏ đến mức quang đường tự do trung bình của phân tử lớn hơn kích thước của bình nhiều lần. Phích nước là một kiểu bình Dewar.

a. Thiết lập công thức cho sự phụ thuộc của mật độ dòng NHIỆT truyền qua thành bình vào nhiệt độ ở hai thành bình và vào mật độ phân tử ở khoảng giữa hai thành bình. Khí giữa hai thành bình là đơn nguyên tử (*Mật độ dòng nhiệt bằng nhiệt lượng truyền qua một đơn vị diện tích đặt vuông góc với phương truyền nhiệt trong một đơn vị thời gian*)

b. Hai bình Dewar giống hệt nhau đặt trong không khí ở 300K. Một bình chứa đầy Nitơ lỏng (sôi ở 77,3K dưới áp suất khí quyển), bình kia chứa đầy Hyđro lỏng (sôi ở 20,4K dưới áp suất khí quyển). Tính tỉ số khối lượng  $M_1$  nitơ bay hơi chia cho khối lượng  $M_2$  hyđro bay hơi trong cùng thời gian.

Bỏ qua sự dẫn nhiệt qua miệng bình.

Biết ẩn nhiệt hóa hơi của nitơ là  $L_1 = 2,0 \cdot 10^5$  J/kg, của hyđro là  $L_2 = 4,5 \cdot 10^5$  J/kg.

**ĐS.** Xem bài 2.12- tập 4- Vũ Thành Khiết. *Sự dẫn nhiệt qua thành bình Dewar.*

**Bài 15.** Tính gần đúng bán kính cực tiểu của hành tinh để nó có thể giữ được khí quyển chủ yếu bao gồm oxy và nitơ nếu nhiệt độ bề mặt của hành tinh  $T = 300K$ . Cho biết mật độ vật chất trung bình của hành tinh bằng  $\rho = 4 \cdot 10^3 kg/m^3$ .

$$r_{min} = \sqrt{\frac{9RT}{8\gamma\Pi\delta\mu_2}} = 3 \cdot 10^5 m = 300 km$$

ĐS:  $r_{min}$

**Bài 16.** Biết rằng tần số bức xạ của nguyên tử bay với vận tốc  $v$  theo hướng người quan sát thay đổi một lượng  $\Delta f = \frac{v}{c} f_0$ , với  $c$  là vận tốc ánh sáng,  $f_0$  là tần số bức xạ của nguyên tử đứng yên. (Hiện tượng này gọi là hiệu ứng Doppler). Vì thế, do chuyển động nhiệt của nguyên tử mà các đường phố của nguyên tử rộng ra. Xác định nhiệt độ của nguyên tử Ne nếu biết rằng trong phố bức xạ của nó phát hiện được một vạch đỏ có tần số  $f_0 = 4,8 \cdot 10^{14} Hz$ , độ rộng của nó  $\Delta f = 1,6 \cdot 10^9 Hz$ .

$$\text{ĐS: } T = \frac{Mc^2}{4R} \left( \frac{Hf}{nf_0} \right)^2 = 700^0 K$$

### Bài 17. OLYMPIC SINH VIÊN 2012

Xét chất khí lý tưởng lưỡng nguyên tử trong một xi lanh có piston chuyển động với tốc độ rất nhỏ so với tốc độ trung bình của các phân tử. Dùng thuyết động học phân tử của chất khí, hãy chứng minh hệ thức giữa áp suất và thể tích  $PV^{\frac{7}{5}} = \text{const}$

Giả thiết rằng thành xi lanh và piston cách nhiệt. Xét nhiệt độ khí không quá cao.

### Bài 18: EuPhO2017

### Đĩa trong hệ khí

Xét một đĩa mỏng có khối lượng  $M$  và diện tích bề mặt  $S$  có nhiệt độ  $T_1$  ban đầu đang đứng yên ở trạng thái không trọng lượng trong một hệ khí có khối lượng riêng  $\rho$  đang ở nhiệt độ  $T_1 = 1000 T_0$ . Một mặt đĩa được phủ bởi lớp cách nhiệt, mặt còn lại dẫn nhiệt tốt: phân tử khí có khối lượng  $m$  sẽ truyền nhiệt cho đĩa thông qua va chạm với mặt đĩa dẫn nhiệt.

Ước lượng gia tốc ban đầu  $a_0$  và vận tốc cực đại  $v_{max}$  mà đĩa đạt được trong chuyển động sau đó.

Cho rằng nhiệt dung của đĩa cùng bậc độ lớn với  $Nk_B$ , với  $N$  là số nguyên tử tạo thành đĩa và  $k_B$  là hằng số Boltzmann, khối lượng mol của khí và của vật liệu làm đĩa cùng bậc với nhau. Quãng đường tự do trung bình của các phân tử khí lớn hơn rất nhiều so với kích thước của đĩa. Bỏ qua các hiệu ứng bờ.

**Bài 19. a)** Một bình có hai ngăn thể tích bằng nhau và bằng  $V$ , một ngăn chứa khí ở áp suất  $p_0$  và nhiệt độ  $T_0$  bằng nhiệt độ môi trường xung quanh, ngăn kia là chân không. Mở lỗ hổng A cho khí tràn sang ngăn chân không. Hỏi sau khi cân bằng, nhiệt độ và áp suất của khí trong mỗi ngăn là bao nhiêu? Thành bình là cách nhiệt.



b) Một bình thể tích V đóng kín bởi một cái van, thành bình và van cách nhiệt, trong bình là chân không. Bình đặt trong không khí ở áp suất  $p_0$  và nhiệt độ  $T_0$ . Mở van ra, không khí tràn vào bình nhanh chóng sau một thời gian, khi cân bằng áp suất được thực hiện, đóng van lại. Khí trong bình đạt được trạng thái cân bằng ở nhiệt độ  $T$ .

Tính nhiệt độ  $T$  và biến thiên nội năng  $\Delta U$  trong bình

Biết  $p_0 = 10^5 \text{ Pa}$ ,  $V = 5l$ ,  $T_0 = 293\text{K}$ ,  $\gamma = 1,4$

c) Đổi chiều hai mục a), b) và giải thích rõ hiện tượng giãn khí vào chân không.

$$\text{ĐS: a. } T = T_0, p = \frac{1}{2} p_0.$$

$$\text{b. } \Delta U = n \frac{R}{\gamma - 1} (T - T_0); T = \gamma T_0 = 1,4 \cdot 293 = 410\text{K}$$

**Bài 20.** Nhiệt độ của một chất khí được biến đổi theo độ cao  $h$ , theo quy luật  $T = T_0(1 - \beta h)$ , trong đó  $\beta$  là một hằng số. Tìm quy luật biến đổi theo độ cao của áp suất  $p$  và khối lượng riêng  $\rho$  của khí. Khi  $h = 0$ , áp suất khí là  $p_0$ . Phân tử lượng của khí là  $M$ .

$$\text{ĐS: } \rho = \frac{p_0 M}{k_B T_0} (1 - \beta h)^{\frac{Mg}{\beta k_B T_0} - 1}$$

## VIII.2 PHÂN BỐ MAXWELL-BOLTZMANN

**Bài 1.** Ở nhiệt độ  $17^\circ\text{C}$ , có bao nhiêu phần trăm phân tử khí có vận tốc sai khác không quá  $0,5\text{m/s}$ , các vận tốc sau đây? Lấy  $\mu = 0,029\text{kg/mol}$

a.  $v = v_{xs}$ ; b.  $v = 0.1v_{xs}$

## -KHO VẬT LÝ SƠ CẤP-

ĐS: a.  $\eta = 0,2\%$ ; b.  $5,5 \cdot 10^{-3}\%$

**Bài 2.** Tìm số phân tử heli trong  $1cm^3$ , có vận tốc nằm trong khoảng từ  $2,39km/s$  đến  $2,41km/s$ . Nhiệt độ của heli là  $690^0C$ , khối lượng riêng là  $2,16 \times 10^{-4} kg/m^3$ .

$$\Delta N = \frac{4PV}{k_B T \sqrt{\pi}} \left( \frac{M}{2k_B T} \right)^{\frac{3}{2}} \left[ \exp \left( - \frac{Mv^2}{2k_B T} \right) \right] v^2 \Delta v \approx 2,5 \cdot 10^{14}$$

ĐS:

**Bài 3.** Một bình có thể tích  $0,5l$  đựng hydro. Ở nhiệt độ  $0^0C$ , áp suất của hydro là  $100kPa$ . Tìm số phân tử hydro có vận tốc nằm trong khoảng từ  $1,19km/s$  đến  $1,21km/s$ .  
Ở:

- a.  $0^0C$ ; b.  $3000K$

$$\Delta N = \frac{4PV}{k_B T \sqrt{\pi}} \left( \frac{M}{2k_B T} \right)^{\frac{3}{2}} \left[ \exp \left( - \frac{Mv^2}{2k_B T} \right) \right] v^2 \Delta v$$

ĐS:

Thay số ta được a.  $\Delta N = 2,8 \cdot 10^{21}$ ; b.  $\Delta N = 1,4 \cdot 10^{20}$

**Bài 4.** Tìm tỷ số tỷ đối các phân tử khí có các vận tốc sai khác không quá  $0,5\%$ .

- a. Vận tốc có xác suất lớn nhất  
b. Vận tốc trung bình  
c. Vận tốc quân phương.

$$\eta = \frac{4\alpha}{\sqrt{\pi}} \left( \frac{M}{2k_B T} \right)^{\frac{3}{2}} \left[ \exp \left( - \frac{Mv^2}{2k_B T} \right) \right] v^2$$

ĐS:

Thay số ta được

- a.  $\eta = 0,83\%$ ;
- b.  $\eta = 0,90\%$ ;
- c.  $\eta = 0,93\%$ .

**Bài 5.** Tìm tỷ số giữa số phân tử khí có các vận tốc nằm trong khoảng từ  $v$  đến  $v + dv$  ở nhiệt độ  $T_1$  với số phân tử có vận tốc nằm trong khoảng đó ở nhiệt độ  $T_2 = 2T_1$ . Khảo sát các trường hợp:

$$\text{a. } v = \frac{1}{2}v_{xs1}; \text{ b. } v = v_{xs1}; \text{ c. } v = 2v_{xs2}$$

Trong đó,  $v_{xs1}$  và  $v_{xs2}$  là các vận tốc có xác suất lớn nhất của các phân tử ứng với các nhiệt độ  $T_1$  và  $T_2$  (giả sử rằng trong mọi trường hợp  $\Delta v \ll v$ )

ĐS:

- a.  $\kappa = 2,5$ ;
- b.  $\kappa = 1,72$ ;
- c.  $\kappa = 0,052$ .

**Bài 6.** Với giá trị nào của vận tốc  $v$  những đường cong phân bố Maxwell ứng với nhiệt độ  $T_1$  và  $T_2 = 2T_1$  cắt nhau?

$$\text{ĐS: } v = \sqrt{1,5 \ln 2} \sqrt{\frac{2k_B T_2}{M}} \quad \text{Hay } v = \sqrt{1,5 \ln 2} v_{xs2}$$

**Bài 7.** Có bao nhiêu phần trăm phân tử khí có động năng chuyển động tịnh tiến khác với động năng trung bình chuyển động tịnh tiến của các phân tử không quá 1%.

$$\text{ĐS: } \alpha = \frac{\Delta N}{N} = 0,93\%$$

**Bài 8.** Tính số vận tốc chạm  $v$  của các phân tử khí lên một đơn vị diện tích trong một đơn vị thời gian. Số phân tử khí trong một đơn vị thể tích là  $n$ , nhiệt độ của không khí là  $T$ , khối lượng của phân tử là  $m$ . Chất khí tuân theo sự phân bố Maxwell.

Hướng dẫn: số phân tử có các thành phần vận tốc nằm trong khoảng từ  $V_x$  đến  $V_x + dV_x$  (khi hai thành phần khác  $V_y$  và  $V_z$  có giá trị tùy ý:

$$dn = \left( \frac{m}{2\pi k_B T} \right)^{\frac{1}{2}} n \exp \left( - \frac{mV_x^2}{2k_B T} \right) dV_x$$

$$\text{ĐS: } v = \frac{1}{4} \sqrt{\frac{8k_B T}{m\tau}}$$

**Bài 9.** Ở độ cao h bằng bao nhiêu trên mặt nước biển, khối lượng riêng của không khí sẽ giảm đi:

- a. Hai lần ; b. e lần

Nhiệt độ của không khí là  $0^\circ C$ . Giả sử rằng nhiệt độ T của không khí, phân tử lượng M và gia tốc của trọng lực g không phụ thuộc vào h.

ĐS: a. h=5,5 km; b. h=8,0 km

**Bài 10.** Tại độ cao h bằng bao nhiêu, khối lượng riêng của oxy sẽ giảm đi 1%. Nhiệt độ của oxy là  $27^\circ C$ .

$$h \approx \frac{k_B T}{Mg} \eta = 78m$$

ĐS:

**Bài 11.** Xác định khối m của khí chứa trong một bình hình trụ đứng. Diện tích đáy là S, chiều cao là h. Áp suất ở đáy dưới của bình trụ là  $p_0$ , nhiệt độ của khí là T. Phân tử lượng của khí là M. Giả sử rằng T và g không phụ thuộc vào h.

$$m = \frac{p_0 S}{g} \left[ 1 - \exp \left( - \frac{Mgh}{k_B T} \right) \right]$$

ĐS: Nếu h nhỏ ta có thể tính gần đúng  $m = \frac{p_0 ShM}{k_B T} = \frac{Mp_0 V}{k_B T}$  đây chính là công thức Claperon-Mendeleev

**Bài 12.** Chứng minh rằng trọng tâm của một cột không khí hình trụ đứng có độ cao là  $\frac{h}{e}$ . Tại đó, khối lượng riêng của khí giảm e lần. Giả sử rằng nhiệt độ T của không khí, Phân tử lượng của khí là M và gia tốc trọng trường g không phụ thuộc vào h.

**Bài 13.** Tính nhiệt dung của không khí chứa trong một cột hình trụ đứng. Diện tích đáy của bình trụ là S, áp suất tại đáy dưới là  $p_0$ . Giả sử rằng nhiệt độ của không khí, phân tử

lượng, gia tốc trọng trường không phụ thuộc vào độ cao và hệ số đoạn nhiệt của không khí là  $\gamma$ .

$$C = \frac{\gamma}{\gamma - 1} \frac{P_0 S k_B}{Mg} \left[ 1 - \exp \left( - \frac{Mgh}{k_B T} \right) \right]$$

ĐS:

$$C = \frac{\gamma}{\gamma - 1} \frac{P_0 S k_B}{Mg}$$

Nếu chiều cao  $h$  là vô hạn, ta có

**Bài 14.** Một hình trụ nằm ngang một đầu kín, quay với vận tốc góc  $\omega$  xung quanh một trục thẳng đứng đi qua đầu hở của hình trụ. Chiều dài của hình trụ là  $l$ , diện tích đáy của nó là  $S$ , áp suất không khí ở bên ngoài ống là  $P_0$ , nhiệt độ không khí là  $T$ , khối lượng của một phân tử không khí là  $m$ . Tìm:

- a. Quy luật biến đổi số phân tử không khí  $n$  trong một đơn vị thể tích bên trong hình trụ theo khoảng cách  $r$  tính từ trục quay.
- b. Lực  $f$  của áp suất phụ của không khí đặt lên đáy hình trụ

$$p_p = p - P_0 \left( \exp \left( \frac{m\omega^2 r^2}{2k_B T} \right) - 1 \right)$$

Áp suất phụ của không khí đặt lên đáy hình trụ:

$$p = nk_B T = P_0 \exp \left( \frac{m\omega^2 r^2}{2k_B T} \right)$$

Khi hệ thống cân bằng, áp suất tại đáy bình sẽ là:

$$n = \frac{P_0}{k_B T} \exp \left( \frac{m\omega^2 r^2}{2k_B T} \right)$$

ĐS: a.

$$f = P_0 S \left[ \exp \left( \frac{m\omega^2 r^2}{2k_B T} \right) - 1 \right]$$

b. Lực  $f$  do áp suất phụ đặt lên đáy hình trụ

**Bài 15.** Tính số phần trăm phân tử khí nằm trong trọng trường của Trái Đất, có thể năng  $\varepsilon_p$ , lớn hơn động năng trung bình chuyển động tịnh tiến của chúng. Giả sử rằng nhiệt độ của khí và gia tốc của trọng lực không phụ thuộc vào độ cao.

$$\eta = \exp \left( - \frac{3}{2} \right) \approx 22,3\%$$

ĐS:

-KHO VẬT LÝ SƠ CẤP-

**Bài 16.** Có bao nhiêu phần trăm phân tử khí có động năng đủ để vượt được trọng trường của Trái Đất, nếu nhiệt độ của khí là 300K? Thực hiện phép tính đối với các phân tử:

- a. Hydro; b. Nito

ĐS: a.  $\eta \approx 10^{-19}\%$ ; b.  $\eta \approx 10^{-292}\%$

## CHƯƠNG IX.

# CÔNG- NỘI NĂNG KHÍ LÝ TƯỞNG

## CHU TRÌNH VÀ ĐỘNG CƠ NHIỆT

### IX.1 CÔNG- NỘI NĂNG KHÍ LÝ TƯỞNG

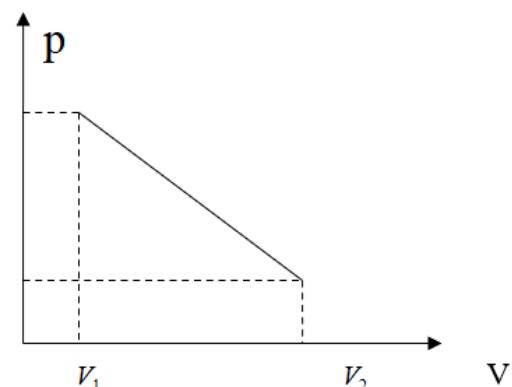
**Bài 1.** Một khối khí lí tưởng đơn nguyên tử thực hiện quá trình từ trạng thái (1) đến trạng thái (2) mô

$$P_1 = 3P_2 = P_0 \\ V_1 = 0,4 = V_2 = V_0$$

tả như hình vẽ. Biết:

Tính theo  $P_0, V_0$  nhiệt lượng cung cấp cho khí và nhiệt do khí tỏa ra ở quá trình trên.

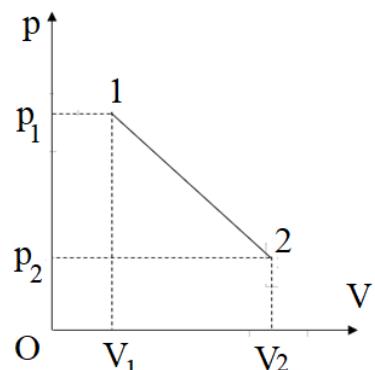
ĐS:  $0,945P_0V_0; 0,75P_0V_0$



**Bài 2.** Một mol khí lí tưởng đơn nguyên tử thực hiện một quá trình biến đổi từ trạng thái 1 có áp suất  $p_1 = 2\text{ atm}$ , thể tích  $V_1 = 1 \text{ lít}$  sang trạng thái 2 có áp suất  $p_2 = 1\text{ atm}$ , thể tích  $V_2 = 3 \text{ lít}$ . Đường biểu diễn sự thay đổi của áp suất theo thể tích trong hệ tọa độ  $(p, V)$  là một đoạn thẳng. Tính công của khí trong quá trình 1 – 2 và chứng tỏ rằng trong quá trình này khí luôn nhận nhiệt.

Biết  $1\text{ atm} \sim 1,013 \cdot 10^5 \text{ Pa}$ .

ĐS:  $A_1 \approx 303,9 J$



**Bài 3 .** Một khí lí tưởng có nhiệt dung mol  $C_V$  đã biết. Hãy tìm nhiệt dung mol của khí này phụ thuộc vào thể tích  $V$  trong các trường hợp sau.

a. Trường hợp 1: nếu khí thực hiện quá trình có nhiệt độ  $T$  phụ thuộc vào thể tích  $V$  là  $T = T_0 e^{\alpha V}$

b. Trường hợp 2: nếu khí thực hiện quá trình có áp suất  $P$  phụ thuộc vào thể tích  $V$  là  $P = P_0 e^{\alpha V}$

Biết rằng  $T_0, P_0, \alpha$  là những hằng số.

$$\text{ĐS: a. } C = \frac{R}{\alpha V} + C_r; \text{ b. } C = \frac{R}{(1+\alpha V)} + C_r$$

**Bài 4.** Một xi-lanh thẳng đứng có tiết diện ngang S chứa 1 mol khí lỏng đơn nguyên tử phía dưới một pit-tông nặng có khối lượng M. Có một máy truyền nhiệt được đặt ở phía dưới pit-tông, có thể truyền cho khí một nhiệt lượng q trong mỗi giây. Tại thời điểm ban đầu máy được bật lên.

Hãy xác định vận tốc ổn định của pit-tông trong điều kiện áp suất của khí bên dưới pit-tông không đổi và áp suất khí quyển bên ngoài bằng  $p_0$  và khí cách nhiệt hoàn toàn với môi trường bên ngoài.

$$\text{ĐS: } v = \frac{2}{5} \frac{q}{p_0 S + Mg}$$

**Bài 5.** Một ống hình trụ thẳng đứng có thể tích V. Ở phía dưới pit tông khối lượng m, diện tích S, có một lượng khí lỏng đơn nguyên tử ở nhiệt độ  $T_0$ . Pit tông ở vị trí cân bằng chia ống thành hai nửa bằng nhau. Người ta đun nóng khí từ từ đến khi nhiệt độ khí là  $4T_0$ . Ở phía trên có làm hai váu để pit tông không bật ra khỏi ống. Hỏi khí trong ống đã nhận được một nhiệt lượng là bao nhiêu? Bỏ qua bề dày pit tông và ma sát giữa pit tông và thành ống. Cho áp suất khí quyển bên ngoài là  $P_0$  và nội năng của một mol khí lỏng

$$\text{tưởng đương nguyên tử được tính theo công thức } U = \frac{3}{2} RT$$

$$\text{ĐS: } Q = \frac{11}{4} \left( P_0 + \frac{mg}{s} \right) V$$

**Bài 6.** Một xi-lanh đặt theo phương thẳng đứng, bên trong có một pít-tông nặng khối lượng M diện tích S có thể trượt không ma sát. Pittong và đáy xi-lanh được nối với nhau bởi một lò xo có độ cứng k. Trong xi-lanh có chứa khối khí có khối lượng m với phân tử gam  $\mu$ .

- a. Hệ thống đặt trong không khí. Ở nhiệt độ  $T_1$ , lò xo giãn ra, pittông cách đáy một khoảng  $h_1$ . Hỏi ở nhiệt độ bao nhiêu pittông cách đáy một khoảng  $h_2$  ( $h_2 > h_1$ )?
- b. Hệ thống đặt trong chân không. Trong xilanh lúc này chứa 2mol khí lí tưởng đơn nguyên tử ở thể tích  $V_0$ , nhiệt độ  $t_0 = 37^\circ\text{C}$ . Ban đầu, lò xo ở trạng thái không co giãn.

Sau đó truyền cho khí một nhiệt lượng  $Q$ , thể tích khí lúc này bằng  $\frac{4}{3}V_0$ , nhiệt độ  $147^\circ\text{C}$ . Biết rằng thành xi lanh cách nhiệt,  $R = 8,31\text{J/mol.K}$ . Tìm nhiệt lượng đã truyền cho khối khí?

$$\text{ĐS: a. } T_2 = \frac{T_1 h_2}{h_1} + \frac{k \mu h_2}{mR} (h_2 - h_1); \text{ b. } Q = 4695,15\text{J.}$$

**Bài 7.** Để Xác định bằng thực nghiệm tỷ số giữa nhiệt dung riêng đẳng áp và nhiệt dung riêng đẳng tích  $\gamma = C_p/C_v$ , người ta lấy một lượng khí m nào đó, có thể tích và áp suất ban đầu là  $V$  và  $p$ . Nung nóng khí lên hai lần nhờ một dây mayso có dòng điện chạy qua trong cùng thời gian như nhau. Lần đầu giữ cho thể tích  $V$  không đổi, áp suất tăng lên đến  $p_1$ . Sau đó, từ trạng thái ban đầu, cho khí giãn nở đẳng áp đến thể tích  $V_2$ . Hãy xác định  $\gamma$  theo số liệu nhận được. Chất khí trong thí nghiệm được coi là lý tưởng.

$$\text{ĐS: } \gamma = \frac{p_1 / p - 1}{V_2 / V - 1}$$

**Bài 8.** Một gam hỗn hợp khí He và  $\text{H}_2$  ở trạng thái ban đầu có nhiệt độ là  $t_0 = 27^\circ\text{C}$  và thể tích là  $V_0$ . Người ta nén đoạn nhiệt khói khí này đến các thể tích  $V$  khác nhau và đo nhiệt độ ngay sau mỗi lần nén. Kết quả thu được, được ghi trên bảng sau:

$V_0 / V$	1,5	2,0	3,0	4,0
$t^\circ\text{C}$	95	151	247	327

Cho biết  $\text{He} = 4$ ;  $\text{H} = 1$ . Hãy xác định:

1. Khối lượng của He và  $\text{H}_2$  trong hỗn hợp ấy.

2. Công dùng để nén đoạn nhiệt khói khí ấy đến thể tích  $\frac{V_0}{V} = 4$ .

ĐS: 1. Trong 1 g hỗn hợp có  $\frac{1}{3}$  g khí  $H_2$  và  $\frac{2}{3}$  g khí He.

$$2. \Delta A = 1662 \text{ (J)}$$

**Bài 9.** Một mol khí lí tưởng nhận nhiệt lượng  $Q$  và giãn nở theo qui luật  $V = bP$ , trong đó  $b$  là một hằng số chưa biết,  $p$  là áp suất của khói khí. Trong quá trình đó áp suất của khí tăng từ giá trị  $p_1$  đến  $p_2$ . Biết nhiệt dung mol đẳng tích của khí là  $C_V$ , hằng số chất khí là  $R$ . Tính  $b$  theo  $R, Q, p_1, p_2, C_V$ .

$$b = \frac{2RQ}{(2C_V + R)(p_2^2 - p_1^2)}$$

ĐS:

**Bài 10.** Trong một quá trình biến đổi thuận nghịch:  $p^V^\alpha = \text{const}$ , một lượng khí lượng khí lưỡng nguyên tử nhận nhiệt lượng 10KJ và tăng thể tích lên 10 lần và áp suất giảm đi 8 lần. Tính:

- a)  $\alpha$  ?
- b) Nhiệt dung của lượng khí?
- c) Độ tăng nội năng của lượng khí?

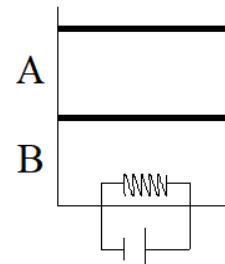
$$\text{ĐS: a. } \alpha = \frac{\ln 8}{\ln 10} = 0,9; \text{ b. } C = 12,5R; \text{ c. } \Delta U = 2 \text{ (KJ)}$$

**Bài 11.** Một xi lanh làm bằng chất cách nhiệt được nối với một nguồn điện ở phía dưới đáy. Xi lanh đó giam một lượng khí khô bằng một pitông B nhẹ, linh động và cũng làm bằng chất cách nhiệt.

Nắp đậy A phía trên của xi lanh có thể đóng mở và dẫn nhiệt tốt. Khí quyển bên ngoài có áp suất  $p_0 = 10^5 \text{ Pa}$  và độ ẩm tương đối  $f = 50\%$ . Toàn bộ thể tích của xi lanh là  $V_0 = 2 \text{ dm}^3$ . Mở nắp A cho không khí lùa vào và sau khi ổn định, đóng nắp A, thì thấy các thể tích và nhiệt độ của các khói khí khô và ẩm là giống nhau.

Dùng dòng điện để đun nóng từ từ khói khí phía dưới. Hỏi năng lượng nhỏ nhất cần cung cấp là bao nhiêu để xảy ra ngưng tụ của nước?

ĐS:  $Q = 569 \text{ (J)}$



**Bài 12.** Trong quá trình **nén khí chậm** của một mol khí Heli, **sự thay đổi nhiệt độ thấp hơn hai lần so với thay đổi nhiệt độ** trong trường hợp nén khí đoạn nhiệt.

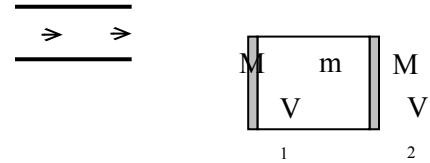
- Trong thời gian xảy ra quá trình trên, khí **Heli tỏa nhiệt hay thu nhiệt?** Tại sao?
- Xem Heli là khí lý tưởng và nhiệt độ ban đầu bằng  $T_0$ , hãy tính lượng nhiệt trao đổi với môi trường bên ngoài nếu sau khi nén khí xong nhiệt độ của khí là  $T_1 = T_0$  (với  $\gamma > 1$ ).

$$Q = -\frac{RT_0}{2(\gamma - 1)} \ln(2\alpha - 1)$$

ĐS: 1. Tỏa nhiệt; 2.

**Bài 13.** Trong một **xilanh cách nhiệt** khá dài nằm ngang có nhốt 1 mol khí

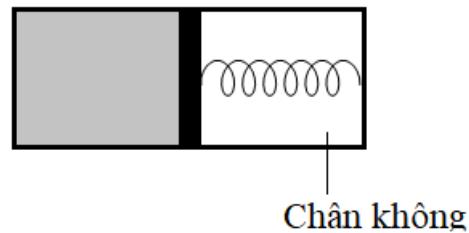
**lí tưởng đơn nguyên tử** có khối lượng  $m$  nhờ hai pítông cách nhiệt có khối lượng bằng nhau và bằng  $M$  có thể chuyển động không ma sát trong xilanh (Hình 4). **Lúc đầu** hai pítông đứng yên, nhiệt độ của khí trong xilanh là  $T_0$ . **Truyền cho** hai pítông các vận tốc  $v_1, v_2$  cùng chiều ( $v_1 = 3v_0, v_2 = v_0$ ). **Tìm nhiệt độ cực đại mà khí trong xilanh đạt được, biết bên ngoài là chân không.**



$$T_{\max} = T_0 + \frac{2}{3R} \frac{Mv_0^2(2M + 5m)}{2M + m}$$

ĐS:

**Bài 14.** Một **phân tử gam Heli** được giữ trong một bình bởi một pitông nhẹ. Pitông nối với đáy xilanh bởi một lò xo như hình vẽ. Lực đàn hồi của lò xo phụ thuộc chiều dài  $x$  của nó theo qui luật:  $F = kx^\alpha$ . K và  $\alpha$  là những hằng số. Xác định giá trị của  $\alpha$  nếu biết nhiệt dung phân tử gam của hêli trong điều kiện này là:  $1,9R$



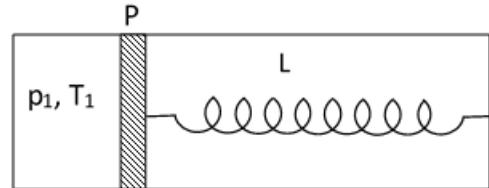
ĐS:  $\alpha = 1,5$ .

**Bài 15.** Một mol khí lí tưởng đơn nguyên tử được giữ trong một xilanh cách nhiệt nằm ngang và một pít-tông  $P$  cũng cách nhiệt như hình 8. Pít-tông  $P$  gắn vào đầu một lò xo  $L$ , lò xo  $L$  nằm dọc theo trục của xilanh, đầu kia của lò xo  $L$  gắn vào cuối của xilanh.

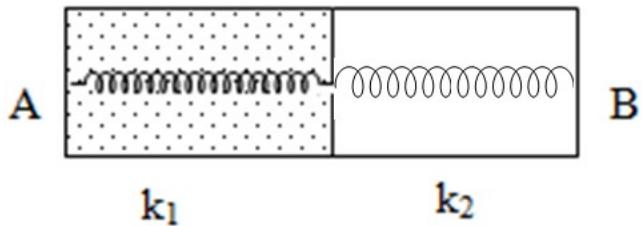
Trong xilanh ngoài phần chứa khí là chân không. Ban đầu giữ cho pít-tông P ở vị trí lò xo không bị biến dạng, khi đó khí trong xilanh có áp suất  $p_1 = 7 \text{ kPa}$  và nhiệt độ  $T_1 = 308\text{K}$ .

Thả cho pít-tông chuyển động thì thấy khí giãn ra, đến trạng thái cân bằng cuối cùng thì thể tích của khí gấp đôi thể tích ban đầu. Tìm nhiệt độ  $T_2$  và áp suất khí  $p_2$  khi đó.

$$\text{ĐS: } T_2 = 264\text{K}; \quad \frac{p_2 V_2}{T_2} = \frac{p_1 V_1}{T_1} \text{ kPa}$$



**Bài 16.** Một xi lanh đặt nằm ngang, bên trong có một pittông ngăn xi lanh thành hai phần: phần bên trái chứa khí lý tưởng đơn nguyên tử, phần bên phải là chân không. Hai lò xo  $k_1$  và  $k_2$  gắn vào pittông và xylanh như hình vẽ. Pittông được giữ ở vị trí mà cả hai lò xo đều chưa bị biến dạng, trạng thái khí lúc đó là  $(p_1, V_1, T_1)$ . Giải phóng pittông thì khi pittông ở trạng thái cân bằng, trạng thái khí là  $(p_2, V_2, T_2)$  với  $V_2 = 3V_1$ . Bỏ qua các lực ma sát. Xylanh, pittông và các lò xo đều cách nhiệt. Tính tỉ số  $\frac{p_2}{p_1}$  và  $\frac{T_2}{T_1}$

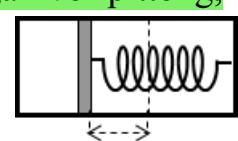


qua các lực ma sát. Xylanh, pittông và các lò xo đều cách nhiệt. Tính tỉ số  $\frac{p_2}{p_1}$  và  $\frac{T_2}{T_1}$

$$\text{ĐS: } \frac{p_2}{p_1} = \frac{3}{11}; \quad \frac{T_2}{T_1} = \frac{9}{11}$$

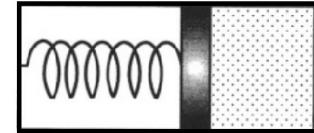
**Bài 17.** (Trích đề thi HSG các trường Duyên Hải Bắc Bộ năm 2009 )

Một xylanh cách nhiệt kín hai đầu đặt nằm ngang, bên trong có pittông. Bên trái pittông chứa một mol khí hyđrô, bên phải là chân không, lò xo một đầu gắn với pittông, đầu kia gắn vào thành của xylanh như (hình vẽ 12). Lúc đầu giữ pítông để lò xo không biến dạng, khí hyđrô có thể tích  $V_1$ , áp suất  $p_1$ , nhiệt độ  $T_1$ . Thả pítông nó chuyển động tự do và sau đó dừng lại, lúc này thể tích của hyđrô là  $V_2 = 2V_1$ . Xác định  $T_2$  và  $p_2$  lúc này. Bỏ qua nhiệt dung riêng của xylanh và pittông.



$$\text{ĐS: } P_2 = \frac{5}{11} P_1; T_2 = \frac{10}{11} T_1$$

**Bài 18.** Một bình cách nhiệt được ngăn thành hai phần bằng một pit-tông cách nhiệt, có thể chuyển động không ma sát trong bình. Phần bên trái của bình có chứa một mol khí lí tưởng đơn nguyên tử còn phần bên phải trống rỗng. Pit-tông được nối với thành bên phải của bình qua một lò xo, chiều dài tự nhiên của lò xo bằng chiều dài của bình.



Hãy xác định nhiệt dung của hệ thống. Bỏ qua nhiệt dung của bình, của pit-tông và của lò xo.

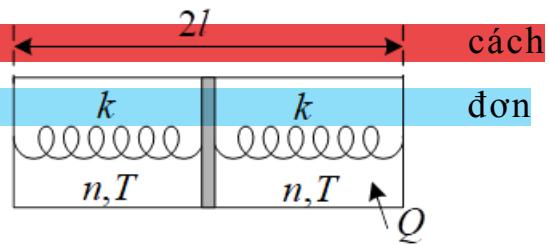
ĐS:  $2R$

**Bài 19.** Một xi lanh cách nhiệt nằm ngang được chia thành hai phần nhờ một pit-tông mỏng dẫn nhiệt. Pit-tông được nối với một thành ở đầu xi lanh bằng một lò xo nhẹ. Ở hai bên của pit-tông đều có  $v$  mol khí lí tưởng đơn nguyên tử. Xi lanh có chiều dài  $2l$ , chiều dài của lò xo lúc chưa dãn là  $\ell/2$ . Ở trạng thái ban đầu lò xo bị dãn một đoạn là  $X$  và nhiệt độ của khí trong hai phần của xi lanh là  $T$ . Sau đó, người ta đục một lỗ nhỏ qua thành của pit-tông. Xác định độ biến thiên nhiệt độ của khí trong xi lanh  $\Delta T$  sau khi khí trong xi lanh đã cân bằng. Bỏ qua nhiệt lượng hấp thụ bởi xilanh, pit-tông, lò xo và ma sát giữa pit-tông và xi lanh.

$$\text{ĐS: } \Delta T = \frac{2x}{3} \frac{l - 2x}{(l + 2x)(3l - 2x)} T$$



**Bài 20.** Một bình kín hình trụ nằm ngang có chiều dài  $2l$  được chia thành hai phần bằng nhau bởi một pit - tông mỏng, cách nhiệt. Mỗi phần có chứa  $n$  mol khí lí tưởng đơn nguyên tử ở nhiệt độ  $T$ .



Pit - tông được nối với các mặt đáy bình bằng các lò xo có độ cứng  $k$  và ban đầu chưa biến dạng. (Xem hình 2). Khi

nhiệt lượng  $Q$  được truyền cho khí ở ngăn phải thì pit-tông dịch chuyển

một đoạn  $x = \frac{l}{2}$ . Hãy xác định nhiệt lượng  $Q'$  do khí ở ngăn trái tỏa ra ở nhiệt độ  $T$  cho một nguồn điều nhiệt gắn vào ngăn trái trong suốt quá trình.

ĐS: 
$$Q' = Q - 3nRT - \frac{5}{2}kl^2$$

**Bài 20 bis.** Một xi-lanh thẳng đứng có tiết diện ngang  $S$  chứa 1 mol khí lỏng đơn nguyên tử phía dưới một pit-tông nặng có khối lượng  $M$ . Có một máy truyền nhiệt được đặt ở phía dưới pit-tông, có thể truyền cho khí một nhiệt lượng  $q$  trong mỗi giây. Tại thời điểm ban đầu máy được bật lên.

Hãy xác định vận tốc ổn định của pit-tông trong điều kiện áp suất của khí bên dưới pit-tông không đổi và bằng  $p_0$  và khí cách nhiệt hoàn toàn với môi trường bên ngoài.

ĐS: 
$$v = \frac{2}{5} \frac{q}{p_0 S + Mg}$$

**Bài 21.** Một pít tông có khối lượng  $m$  giam một mol khí lý tưởng trong xy-lanh. Pít tông và xy-lanh không giãn nở vì nhiệt. Pít tông được treo bằng sợi dây mảnh ban đầu cách đáy một khoảng  $h$ . Khí trong xy-lanh ban đầu có áp suất bằng áp suất khí quyển  $p_0$ , nhiệt độ  $T_0$ . Phải cung cấp cho khí một nhiệt lượng bao nhiêu để nâng pít tông lên vị trí cách đáy một khoảng  $2h$ . Biết nội năng của một mol khí là  $U = CT$ ,  $C$  là hằng số, cho gia tốc trọng trường là  $g$ . Bỏ qua ma sát.

ĐS : 
$$Q = (C + R)T_0 + mgh\left(1 + \frac{2C}{R}\right)$$

**Bài 22.** Một xi lanh đặt thẳng đứng có chứa  $n$  mol khí lý tưởng đơn nguyên tử nhờ một píttông có khối lượng  $M$  đậm kín. Ban đầu, píttông được giữ đứng yên, khí trong xi lanh có thể tích  $V_0$ , ở nhiệt độ  $T_0$ ; sau đó thả cho píttông dao động nhỏ rồi đứng yên. Bỏ qua mọi ma sát, nhiệt dung của xi lanh và píttông. Toàn bộ hệ được cách nhiệt, áp suất khí quyển là  $p_0$ . Tìm nhiệt độ và thể tích của khí trong xi lanh khi píttông đứng cân bằng.

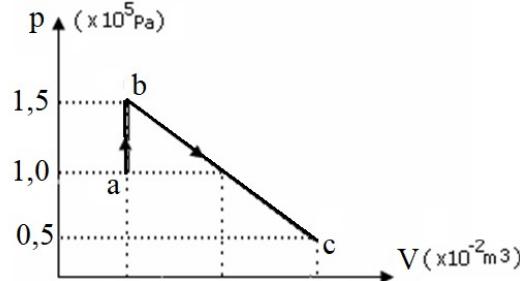
$$T = \frac{3T_0}{5} + \frac{2\left(p_0 + \frac{Mg}{S}\right)V_0}{5nR}; V = \frac{2V_0}{5} + \frac{3nRT}{5\left(p_0 + \frac{Mg}{S}\right)}$$

ĐS:

**Bài 23.**

Một mol khí lý tưởng đơn nguyên tử thực hiện một quá trình cân bằng được biểu diễn trên hình vẽ, trong đó  $ab$ ,  $bc$  là các đoạn thẳng như hình vẽ. Áp suất và thể tích của các trạng thái  $a$ ,  $b$  và  $c$  lần lượt là

$$\begin{aligned} P_a &= 10^5 \text{ Pa}, V_a = 10^{-2} \text{ m}^3, P_b = \frac{3}{2} \cdot 10^5 \text{ Pa}, V_b = \\ &1,5 \cdot 10^{-2} \text{ m}^3 \text{ và } P_c = \frac{1}{2} \cdot 10^5 \text{ Pa}, \\ V_c &= 3 \cdot 10^{-2} \text{ m}^3. \end{aligned}$$



a). Trong hai quá trình  $ab$ ,  $bc$  khí nhận tỏa nhiệt lượng bằng bao nhiêu? hay

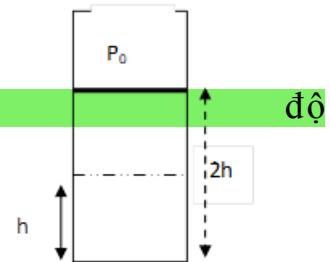
b). Xác định áp suất và thể tích khí để nhiệt độ của khí đạt cực đại.

c). Từ khi đạt  $T_{\max}$  đến trạng thái  $c$  chất khí thu hay tỏa nhiệt?

ĐS: a.  $Q_{ab} = \Delta U_{ab} = 0,75 \cdot 10^3 \text{ J} > 0$ ,  $Q_{bc} = A_{bc} = 2 \cdot 10^3 \text{ J} > 0$ .

b. Lúc đó  $V_0 = 2 \cdot 10^{-2} \text{ m}^3$ ,  $p_0 = 1,0 \cdot 10^5 \text{ Pa}$ ; c. Tỏa nhiệt.

**Bài 24.** Một bình hình trụ đặt thẳng đứng có một pít tông khối lượng  $m$ , diện tích  $S$ . Bên dưới pít tông có một khí lý tưởng đơn nguyên tử, bên ngoài là không khí. Lúc đầu pít tông có cao  $2h$  so với đáy. Khí được làm lạnh chậm cho đến khi pít tông xuống một đoạn  $h$ .



Sau đó người ta nung nóng chậm khí để pít tông trở về độ cao ban đầu. Biết rằng giữa pít tông và thành bình có lực ma sát trượt khô bằng  $F$ . Áp suất khí quyển bằng  $p_0$  (hình 13.1). Tính nhiệt dung của khí trong quá trình nung nóng

$$DS : \quad C = \frac{5(p_0S + mg) + 11F}{(p_0S + mg + 3F)} R$$

**Bài 25.** Hai bình cách nhiệt giống nhau được nối với nhau bởi một ống nhỏ, ngắn, cách nhiệt có van K. Ban đầu van K đóng, trong bình 1, bên dưới pitông khối lượng  $M$  có khí ga ở nhiệt độ  $T_0$ , khối lượng phân tử gam của khí này là  $\mu$ . Trong bình 2 không có khí và

pitông có khối lượng  $\frac{M}{2}$  nằm ở đáy bình. Không gian xung quanh hai bình là chân không. Mở van, khí dồn hết sang bình 2, hãy tính nhiệt độ của khí ga sau khi trạng thái cân bằng được thiết lập. Cho  $\frac{\mu}{M} = 0,1$ ; với  $n$  là số phân tử gam của khí ga;  $i = 3$ ; Bỏ qua mọi ma sát.

$$\begin{aligned} & \frac{5}{2} + \frac{n\mu}{2M} \\ & \frac{5}{2} + \frac{n\mu}{M} \end{aligned}$$

ĐS:  $T = \frac{5}{2} \cdot \frac{n\mu}{M} \cdot T_0 = 0,98T_0$

**Bài 26** Một piston linh động dễ dàng chuyển động không ma sát, khối lượng không đáng kể, chia một cái bình hình trụ thành hai phần. Thành bình được đặt nằm ngang và bình được cô lập với môi trường ngoài (coi bình cách nhiệt). Một phần của bình chứa khí hyđrô có khối lượng  $m_1 = 3,00$  g ở nhiệt độ  $T_{01} = 300$  K, phần kia của bình chứa khí ôxy có khối lượng  $m_2 = 16,00$  g ở nhiệt độ  $T_{02} = 400$  K. Khối lượng mol của hyđrô và ôxy

tương ứng là  $\mu_1 = 2,00 \text{ g/mol}$  và  $\mu_2 = 32,00 \text{ g/mol}$  và hằng số khí lí tưởng  $R = 8,31 \text{ J/(K.mol)}$ . Biết rằng piston dẫn nhiệt kém, và kết quả cuối cùng hệ cân bằng ở cùng một nhiệt độ  $T$ . Tất cả các quá trình được coi là chuẩn dừng (diễn ra thật chậm), nghĩa là piston dịch chuyển rất chậm cho đến khi cân bằng.

1. Nhiệt độ cuối cùng của hệ là  $T$  bằng bao nhiêu?
2. Tỷ số giữa áp suất cuối cùng  $P_f$  và áp suất ban đầu  $P_i$  bằng bao nhiêu cho mỗi phần khí?
3. Tổng nhiệt lượng  $Q$  được truyền từ ôxy sang hyđrô bằng bao nhiêu?

Lưu ý, độ biến thiên của một tích hai biến  $x, y$ :  $\Delta(xy) = y\Delta x + x\Delta y$

ĐS: 1.  $T = 325 \text{ K}$ ; 2.  $P_f / P_i = 1$ ; 3.  $Q = 1090,6875 \text{ J}$

**Bài 27.** Một pit-tông cách nhiệt đặt trong một xilanh nằm ngang. Pit-tông ở vị trí chia xilanh thành hai phần bằng nhau, chiều dài mỗi phần là 32 cm (Hình 4). Ở nhiệt độ môi trường là  $27^\circ\text{C}$ , mỗi phần chứa một lượng khí lí tưởng như nhau và có áp suất bằng  $0,50 \cdot 10^5 \text{ Pa}$ . Muốn pit-tông dịch chuyển, người ta đun nóng từ từ một phần, phần còn lại luôn duy trì theo nhiệt độ của môi trường. Bỏ qua ma sát giữa pit-tông và xilanh.

1. Khi pit-tông dịch chuyển được 2,0 cm thì nhiệt độ của phần nung nóng đã tăng thêm bao nhiêu  $^\circ\text{C}$ ?



2. Cho tiết diện của xilanh là  $40 \text{ cm}^2$ . Ứng với dịch chuyển của pit-tông ở ý 1 trên đây, tính công mà phần khí bị nung nóng đã thực hiện.

Gợi ý: Nếu một vật chuyển động trên trục Ox với vận tốc  $v$  biến đổi theo thời gian t bằng hệ thức  $v = v_0 \cdot t_0 / t$  ( $v_0, t_0$  không đổi) thì trong khoảng thời gian từ  $t = t_1$  đến  $t = t_2$  vật thực hiện được độ dời  $x_{12} = v_0 \cdot t_0 \cdot \ln(t_2/t_1)$ .

ĐS: 1. tăng  $40^\circ\text{C}$ ; 2.  $4,13 \text{ J}$

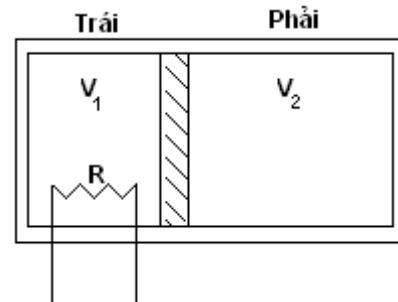
**Bài 28.** Một xi lanh cách nhiệt nằm ngang, thể tích  $V_1 + V_2 = V_0 = 60 \text{ (lít)}$ , được chia làm hai phần không thông với nhau bởi một pittông cách nhiệt (như hình vẽ).

-KHO VẬT LÝ SƠ CẤP-

Pítông có thể chuyển động không ma sát. Mỗi phần của xi lanh chứa 1 (mol) khí lý tưởng đơn nguyên tử.

Ban đầu pítông đứng yên, nhiệt độ hai phần khác nhau. Cho dòng điện chạy qua điện trở  $R$  để truyền cho khí ở bên trái nhiệt lượng  $Q = 90$  (J).

- Nhiệt độ ở phần bên phải cũng tăng, tại sao ?
- Khi đã có cân bằng, áp suất mới trong xi lanh lớn hơn áp suất ban đầu bao nhiêu ?



Biết nội năng của 1 mol khí lý tưởng được xác định bằng công thức  $U = 3RT/2$ .

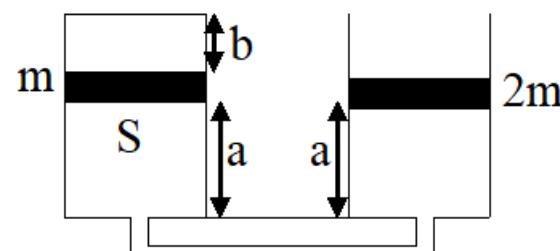
ĐS: b.  $1000 \text{ (N/m}^2\text{)}$ .

**Bài 29.** Một xylanh đặt thẳng đứng, bịt kín hai đầu, được chia làm hai phần bởi một pítông nặng cách nhiệt. Cả hai bên pítông đều chứa cùng một lượng khí lý tưởng. Ban đầu khi nhiệt độ khí của hai phần như nhau thì thể tích phần khí ở trên pítông gấp 2 lần thể tích khí ở phần dưới pítông. Bỏ qua ma sát giữa pítông và xylanh.

- Hỏi nếu nhiệt độ của khí ở phần trên pítông được giữ không đổi thì cần phải tăng nhiệt độ khí ở phần dưới pítông lên bao nhiêu lần để thể tích khí ở phần dưới pítông sẽ gấp 2 lần thể tích khí ở phần trên pítông.
- Tìm nhiệt lượng mà khí ở ngăn dưới đã nhận được, coi khí là đơn nguyên tử. **Tính kết quả theo  $P_1$  và  $V_1$  là áp suất và thể tích ban đầu của khí ở ngăn trên.**

$$\frac{T_2}{T_1} = 3 ; b. Q = \left( \frac{7}{2} + \ln 2 \right) P_1 V_1$$

**Bài 30.** Trong 2 xi lanh thẳng đứng nối với nhau có các pitông khối lượng  $2m$  và  $m$ . Dưới hai pitông là 1 mol khí ga, trên 2 pitông là chân không. Lúc đầu pitông  $2m$  được giữ chặt, pitông  $m$  để tự do (hvẽ). Người ta thả pitông  $2m$  ra, cả hai pitông bắt đầu di chuyển không ma sát với xi lanh, va chạm giữa pitông  $m$  với nắp bình là tuyệt đối đàn hồi. Gọi  $T$  là nhiệt độ cân bằng cuối cùng của

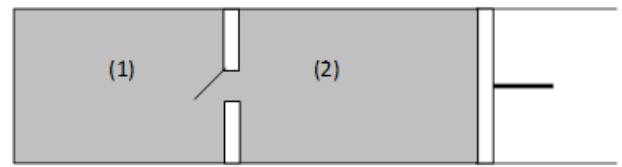


khí,  $T_0$  là nhiệt độ ban đầu. Biết rằng không có trao đổi nhiệt giữa thành bình và các pitông với khí ga.

Hãy xác định tỉ số lớn nhất  $\frac{T}{T_0}$  có thể đạt được trong khi khoảng cách b thay đổi.

$$\text{ĐS: } \frac{T}{T_0} = \frac{17}{12}$$

**Bài 31.** Xí lanh hình trụ, pittông và vách ngăn (hình vẽ) được chế tạo từ các vật liệu cách nhiệt. Van tại vách ngăn được mở khi áp suất bên phải lớn hơn áp suất bên trái. Khi van đã được mở thì nó không đóng lại nữa. Trong trạng thái đầu của



phần bên trái của hình trụ dài  $l = 11,2\text{dm}$  có  $m_1 = 12\text{g}$  Heli; trong phần bên phải cùng độ dài có  $m_2 = 2\text{g}$  Heli. Từ hai phía nhiệt độ bằng  $0^\circ\text{C}$ . Áp suất ngoài  $P_0 = 10^5 \text{ Pa}$ . Nhiệt dung riêng của Heli khi thể tích không đổi là  $C_V = 3,15 \cdot 10^3 \text{ J/kg}\cdot\text{độ}$ , còn khi áp suất không đổi là  $C_p = 5,25 \cdot 10^3 \text{ J/kg}\cdot\text{độ}$ . Pittông được dịch lại chậm theo hướng tới vách ngăn (có sự nghỉ nhỏ khi van được mở ra) và được dịch sát tới vách ngăn. Cho diện tích pittông  $S = 10^{-2} \text{ m}^2$ . Tính công mà pittông đã thực hiện.

$$\text{ĐS: } A_1 \approx 3674\text{J}$$

**Bài 32.** Thành xilanh, pittong, vách ngăn bên trong ( có diện tích  $1 \text{ (dm)}^2$  ) được chế tạo từ những vật liệu cách nhiệt như hình vẽ. Xupap trong vách ngăn được mở ra trong trường hợp áp lực ở phần bên phải lớn hơn áp lực phần bên trái.

Ở trạng thái ban đầu, phần bên trái của xilanh chiều dài  $L=11,2(\text{dm})$  có chứa  $m_1=12(g)$  heli; ở phần bên phải xilanh cũng dài như phần bên trái và chứa  $m_2=2(g)$  heli. Nhiệt độ ở cả 2 phần đều bằng  $t_0=0^\circ\text{C}$ ; áp suất bên ngoài  $P_0=10^5(N/m)^2$ .

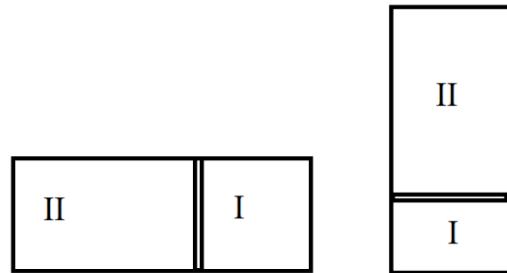
Nhiệt dung riêng của heli khi đắp tích là  $C_V = 3,15 \cdot 10^3 \text{ J/Kg.K}^\circ$ ; nhiệt dung riêng đắp áp có giá trị là  $C_p = 5,25 \cdot 10^3 \text{ J/Kg.K}$ . Pittong dịch chuyển chậm dần theo hướng mở của xupap ( có dừng một chút ở thời điểm xupap mở) và được đẩy từ từ tới vách ngắn. Hồi lúc này công đã được thực hiện là bao nhiêu ? biết diện tích pittong là  $S = 10^{-2} \text{ m}^2$ .

ĐS:  $A_1 = C_V (m_1 + m_2)(T - T_0) - P_0 S L$

**Bài 33.** Trong một bình hình trụ bịt kín, **tiết diện ngang là S**, có một pít tông khói lượng M ngăn bình thành 2 khoang I và II. Khoang I chứa hơi nước bão hòa, khoang II chứa khí ni tơ khói lượng m.

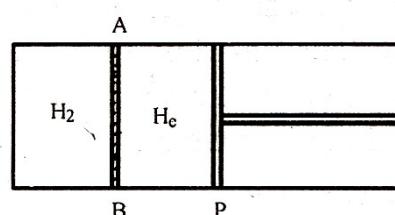
Pít tông có thể chuyển động không ma sát trong bình. Ban đầu bình nằm ngang và pít tông ở trạng thái cân bằng (hình 10.a), nhiệt độ hai khoang đều là  $T_0 = 273\text{K}$ , áp suất là  $p_0$ . Bây giờ dựng đứng bình lên như hình 10.b, **nhiệt độ 2 khoang vẫn là  $T_0$ , đồng thời có một lượng nhỏ hơi biến thành nước**. Biết nhiệt hóa hơi của nước là  $L$ , khói lượng mol của nước và ni tơ lần lượt là  $\mu_1$  và  $\mu_2$ . Hãy tính nhiệt lượng trao đổi của bình với bên ngoài.

$$\text{ĐS: } Q = \frac{\mu_1}{\mu_2} \frac{Mg}{p_0 S - Mg} mL$$



**Bài 34.** (Trích Tuyển tập Olympic 30-4 lần thứ XVI năm 2010)

Một xilanh cách nhiệt chứa 1 mol khí  $H_2$  và 1 mol khí He ngăn cách với nhau bằng một vách ngăn AB. Một pit-tông P cách nhiệt và di động làm thay đổi thể tích của khí chứa trong xilanh. (như hình 9)



Vách ngăn di động, dẫn nhiệt lí tưởng, có nhiệt dung không đáng kể. Thể tích ban đầu của khí H<sub>2</sub> và khí He bằng nhau và bằng V<sub>0</sub>. Nhiệt độ ban đầu của hai khí cũng bằng nhau và bằng T<sub>0</sub>. Nén pít-tông rất chậm để thực hiện quá trình thuận nghịch giảm thể tích khí trong xilanh từ 2V<sub>0</sub> đến V<sub>0</sub>.

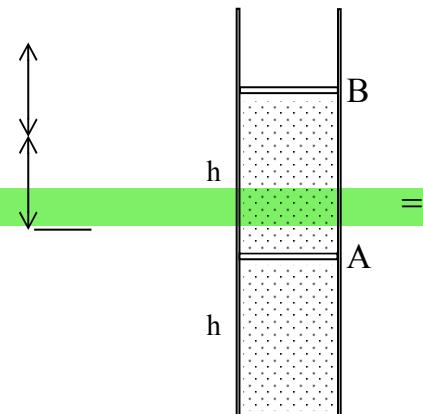
1) Áp suất của khí biến đổi như thế nào?

2) Tính công nén khí?

$$p_0 = \frac{2RT_0}{V_0}$$

ĐS: 1. Áp suất biến đổi từ  $p_0$  đến  $2,83p_0$ ; 2. A' = 1,66RT<sub>0</sub>

**Bài 35.** Trong một xi-lanh thẳng đứng, thành cách nhiệt có hai pít-tông: Pit-tông A nhẹ (trọng lượng không có chiều cao là h = 0,5m và chứa 2 mol khí lý tưởng đơn nguyên tử. Ban đầu hệ thống ở trạng thái cân bằng nhiệt với nhiệt độ bằng 300K. Truyền cho khí ở ngăn dưới một nhiệt lượng Q 1kJ làm cho nó nóng lên thật chậm. Pit-tông A có ma sát với thành bình và không chuyển động, pit-tông B chuyển động không ma sát với thành bình. Khi cân bằng mới được thiết lập, hãy tính:



a) Nhiệt độ của hệ.

b) Lực ma sát tác dụng lên pit-tông A.

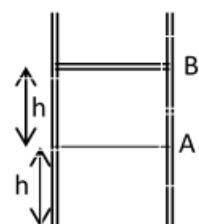
Cho biết: Nội năng của 1 mol khí lý tưởng ở nhiệt độ T được tính theo công thức:

$$U_{\mu} = \frac{i}{2}RT$$

- Trong đó: i là số bậc tự do (với khí đơn nguyên tử thì i = 3; khí lưỡng nguyên tử thì i = 5); R = 8,31J/mol.K là hằng số của chất khí.

ĐS: a.  $T \approx 315K$ ; b.  $F_{ms} \approx 500N$

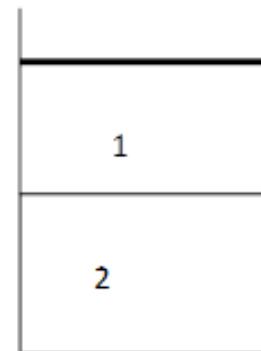
**Bài 36.** Trong một xy lanh thẳng đứng, thành cách nhiệt có hai pít-tông: pít-tông A nhẹ (trọng lượng có thể bỏ qua) và dẫn nhiệt, pít-tông B nặng và cách nhiệt (hình 10). Hai pít-tông và đáy xylanh tạo thành hai ngăn, mỗi ngăn chứa 1 mol khí lí tưởng lưỡng nguyên tử và có chiều cao h = 0,5m. Ban đầu hệ ở trạng thái cân bằng nhiệt. Làm cho khí nóng lên thật chậm



bằng cách cho khí (qua đáy dưới) một nhiệt lượng  $Q = 100\text{J}$ . Pit-tông A có ma sát với thành bình và không chuyển động, pit-tông B chuyển động không ma sát với thành bình. Tính lực ma sát tác dụng lên pit-tông A.

ĐS:  $F_{ms} = 33,3(\text{N})$

**Bài 37.** Một xi-lanh cách nhiệt được chia làm 2 phần bởi một vách ngăn cố định và dẫn nhiệt (hình 9.1). Phần trên của vách ngăn chứa 1mol khí He ở nhiệt độ  $T_1 = 420\text{K}$ , dưới vách ngăn chứa 1,5mol khí He ở nhiệt độ  $T_2 = 400\text{K}$ . Pit tông cách nhiệt có khối lượng  $M = 100\text{kg}$  và có thể chuyển động không ma sát dọc theo xi-lanh.

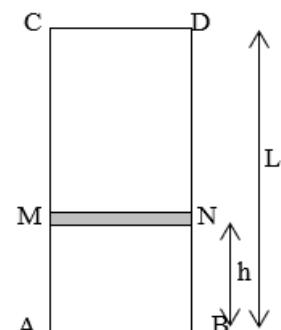


Ban đầu pít tông đứng yên nhưng sau đó khi 2 ngăn trao đổi nhiệt thì pít tông dịch chuyển cho tới khi có cân bằng nhiệt trong xi-lanh. Hỏi nhiệt độ khi có cân bằng nhiệt là bao nhiêu và khi đó pít tông đã dịch chuyển theo chiều nào, một khoảng bằng bao nhiêu? Bỏ qua áp suất khí quyển.

ĐS:  $T = 410,5\text{K}$ . Piston đi xuống 8cm.

**Bài 38.** Cho một bình hình trụ kín, trong bình có một pittông mỏng và nhẹ MN có thể dịch chuyển không ma sát. Biết pittông, các thành bên và nắp trên CD của bình làm bằng loại vật liệu không dẫn nhiệt còn đáy AB dẫn nhiệt được. Phía trên và phía dưới pittông đều chứa một mol khí lý tưởng đơn nguyên tử như hình 2. Có thể cung cấp nhiệt lượng hay lấy bỏ nhiệt lượng của khí dưới pittông qua đáy bình AB. Biết chiều cao của bình là  $L$ . Hãy tìm biểu thức nhiệt dung  $C_1$  của khí dưới pittông theo khoảng cách  $h$  từ pitong đến đáy bình và nhiệt dung  $C_2$  của khí trên pittông. Cho hằng số khí là  $R$  và nhiệt dung của vỏ bình không đáng kể.

$$\text{ĐS: } C_1 = \frac{15}{2} \frac{L}{(h + 3L)} R ; C_2 = 0$$



**Bài 39.** (Trích Đề thi HSG trường THPT Hậu Lộc 3 – Thanh Hóa năm học 2008 – 2009)

Một xi lanh nằm ngang chứa đầy khí lí tưởng được ngăn đôi bằng một pit tông có thể chuyển động qua lại không ma sát. Khi cân bằng pit tông ở chính giữa xi lanh. Dưa pit tông dịch ra khỏi vị trí cân bằng một đoạn nhỏ. Coi quá trình là đằng nhiệt

1. Chứng minh pittông dao động điều hoà.

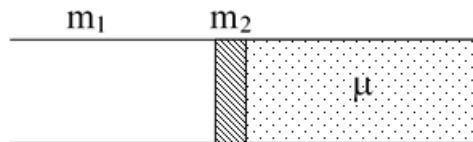
2. Lập biểu thức tính chu kì dao động theo các thông số khác nhau khi tiến hành thí nghiệm.



$$\text{ĐS: } T = 2\pi \sqrt{\frac{mV}{2PS^2}}$$

**Bài 40.** Một ống nghiệm có khối lượng  $m_1$  đặt trong chân không. Trong ống nghiệm có  $n$  mol KLT đơn nguyên tử khối lượng mol là  $\mu$ .

Khối khí được giữ bởi nút nhỏ có khối lượng  $m_2$  (chiều dày không đáng kể) ở vị trí chia ống thành hai phần thể tích bằng nhau. Ống nghiệm



được đặt nằm ngang trên mặt phẳng bóng loáng. nút được giải phóng khỏi ống nghiệm. Tìm vận tốc của ống nghiệm ở thời điểm nút vừa thoát khỏi ống ? bỏ qua sự trao đổi nhiệt, ma sát giữa nút và ống nghiệm, động lượng của nút trước khi thoát khỏi ống.

$$\text{ĐS: } v_1 = \left[ 3 \left( 1 - \frac{1}{2^{\frac{2}{3}}} \right) \cdot \frac{m_2}{(m_1+n)(m_1+n+m_2)} \right]^{\frac{1}{2}}$$

$$\frac{C_p}{C_v} = \gamma$$

**Bài 41.** Cho một mol khí lí tưởng có hệ số  $\frac{C_p}{C_v} = \gamma$ . Biết nhiệt dung mol của khí này phụ thuộc vào nhiệt độ tuyệt đối  $T$  theo công thức  $C = a + bT$ , trong đó  $a, b$  là các hằng số.

1. Tính nhiệt lượng cần truyền cho mol khí này để nó tăng nhiệt độ từ  $T_1$  lên  $T_2$ .

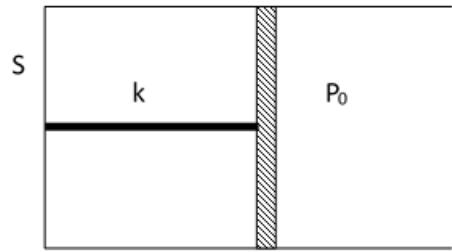
2. Tìm biểu thức thể hiện sự phụ thuộc của thể tích  $V$  vào nhiệt độ tuyệt đối  $T$  của mol khí này.

$$\text{ĐS: 1. } Q = a(T_2 - T_1) + \frac{b(T_2^2 - T_1^2)}{2}; 2. V = AT^{\left(\frac{a}{R} - \frac{1}{\gamma - 1}\right)} e^{\frac{bT}{R}}, A = \text{hằng số.}$$

**Bài 42.** Một pitong nặng có diện tích  $S$  khi thả xuống tự do đáy khí từ một bình hình trụ thể tích  $V$  qua một lỗ nhỏ ở đáy vào một bình có cùng thể tích, các thông số trạng thái của khí ban đầu ở cả hai bình đều như nhau và đều bằng các giá trị ở điều kiện tiêu chuẩn. Hỏi pitong có khối lượng cực tiểu bằng bao nhiêu để nó có thể đáy hết khí ra khỏi bình thứ nhất. Xác định  $M_{\min}$  nếu khí trong bình là khí lưỡng nguyên tử. Các bình và pitong cách nhiệt tốt.

$$\text{ĐS: } M \geq \frac{7}{3} \cdot \frac{p_0 S}{g}$$

**Bài 43.** Một lượng khí được giữ trong xi lanh bởi một pittong nhẹ tiết diện  $S$  có thể chuyển động không ma sát. Pitong nối với đáy xi lanh bằng một dây cao su. Ban đầu khí trong xi lanh có áp suất  $p_0$ . Pitong cách đáy một khoảng  $l_0$ .



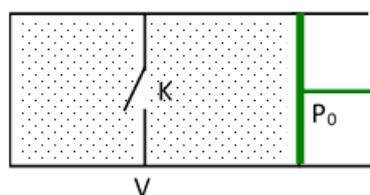
Truyền nhiệt lượng cho khí trong xi lanh với tốc độ không đổi thì nhiệt độ của khí tăng đều theo thời gian. Tìm độ cứng  $k$  của dây cao su.

$$\text{ĐS: } k = p_0 S / l_0$$

**Bài 44.** Một bình hình trụ cách nhiệt được phân làm hai ngăn bởi một pitong nhẹ. Pitong này có khả năng truyền nhiệt yếu và có thể trượt không ma sát dọc theo thành bình. Biết rằng một ngăn của bình có chứa 10gam hêli ở nhiệt độ 500K, còn ngăn kia có chứa 3gam khí Hidro ở nhiệt độ 400K. Hỏi nhiệt độ trung bình khi hệ cân bằng là bao nhiêu và áp suất thay đổi bao nhiêu lần? Xác định nhiệt dung của mỗi khí lúc đầu của quá trình cân bằng nhiệt độ. Bỏ qua nhiệt dung của pitong và bình.

$$\text{ĐS: } C_i = \frac{825}{148} R$$

**Bài 45.** Xi lanh có tiết diện  $S = 100\text{cm}^2$  cùng với pittông  $p$  và vách ngăn  $V$  làm bằng chất cách nhiệt. Nắp  $K$  của vách mở khi áp suất bên phải lớn hơn áp suất bên trái. Ban đầu phần bên trái của xi lanh có chiều dài  $l = 1,12\text{m}$  chứa  $m_1 = 12\text{g}$  khí Hêli, phần bên phải cũng có chiều dài  $l = 1,12\text{m}$  chứa  $m_2 = 2\text{g}$  khí Hêli và nhiệt độ cả hai bên đều bằng  $T_0 = 273\text{K}$ . Án từ từ pittông sang trái, ngừng một chút khi nắp mở và đáy pittông tới sát vách  $V$ . Tìm công đã thực hiện



biết áp suất không khí bên ngoài  $P_0 = 10^5 \text{ N/m}^2$  nhiệt dung riêng đằng tích và đằng áp của Hêli bằng:  $C_v = 3,15 \cdot 10^3 \text{ J/(kg. độ)}$ ;  $C_p = 5,25 \cdot 10^3 \text{ (J/kg.độ)}$ .

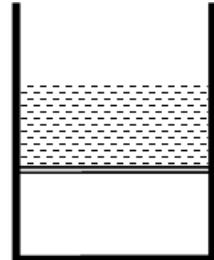
$$\frac{m_1}{m_1 + m_2} \left[ 1 + \left( \frac{m_2}{m_1} \right)^{\frac{1}{\gamma}} \right]^{\gamma}$$

ĐS:  $A = C_v(m_1 + m_2) \left( -1 \right) T_0$

**Bài 46.** Trong một xilanh đặt thẳng đứng có một pittông mỏng, nhẹ, linh động và cách nhiệt. Bên dưới pittông là một mol khí Heli (coi là khí lý tưởng) ở nhiệt độ  $t_o = 27^\circ \text{C}$ . Bên trên pittông là một chất lỏng, phía trên chất lỏng là không khí (Hình vẽ). Ban đầu thể tích khí Heli, chất lỏng và không khí trong xilanh bằng nhau và bằng  $V_o = 1 \text{ lit}$ , áp suất do cột chất lỏng trong xilanh gây ra bằng  $p_o$ . Áp suất khí quyển là  $p_{\infty} = 10^5 \text{ N/m}^2$ . Hỏi phải nung nóng khí (qua đáy xilanh) bằng một nhiệt lượng tối thiểu bao nhiêu để khí dãn nở, pittông đi lên đều và đẩy hết chất lỏng ra khỏi xilanh?

ĐS:  $Q_{\min} = 4562,75 \text{ (J)}$

**Bài 47.** Một bình kín hình trụ đặt thẳng đứng được chia thành hai phần bằng một pittông cách nhiệt, ngăn trên và ngăn dưới chứa cùng một lượng khí như nhau của một chất khí. Nếu nhiệt độ hai ngăn đều bằng  $T_1 = 400 \text{ K}$  thì áp suất ngăn dưới  $P_2$  gấp đôi áp suất ngăn trên  $P_1$ . Nếu nhiệt độ ngăn trên không đổi  $T_1$ , thì nhiệt độ  $T_2$  của ngăn dưới bao nhiêu để thể tích hai ngăn bằng nhau?



ĐS:  $T_2 = 700 \text{ K}$ .

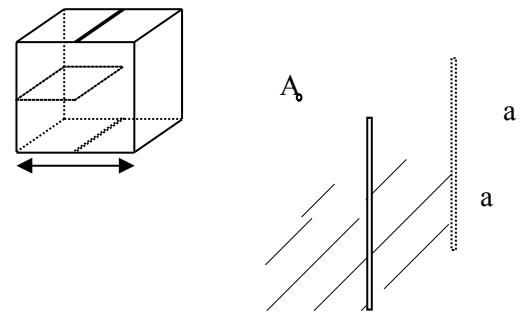
**Bài 48.** Một lượng khí lý tưởng lưỡng nguyên tử ở áp suất  $p_1$ , thể tích  $V_1$  và nhiệt độ  $T_1$ . Cho khí giãn nở đoạn nhiệt thuận nghịch đến thể tích  $V_2$ . Sau đó được làm nóng đằng tích đến nhiệt độ ban đầu  $T_1$  rồi lại giãn đoạn nhiệt thuận nghịch đến thể tích  $V_3$ .

1. Biểu diễn định tính các quá trình biến đổi trạng thái khí bằng đồ thị trong hệ p-V.
2. Tính công A mà khí sinh ra trong 3 quá trình trên theo  $P_1, V_1, V_2, V_3$ .
3. Nếu  $V_1$  và  $V_3$  cho trước, với giá trị nào của  $V_2$  thì công A cực đại.

$$A = \frac{p_1 V_1}{\gamma - 1} \left[ 2 \cdot \left( \frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma-1} + \left( \frac{V_2}{V_3} \right)^{\gamma-1} \right]; \quad 3. \quad V_2 = \sqrt{V_1 V_3}$$

ĐS: 2. Công công:

**Bài 49.** Một hình hộp có chiều dài  $l = 0,4$  m tiết diện ngang là hình vuông cạnh  $a = 0,1$  m, đặt nằm ngang. Một vách ngăn có bề dày và khối lượng không đáng kể chia hình hộp thành hai phần, vách ngăn có thể chuyển động tịnh tiến dọc theo chiều dài hộp. Thành hộp và vách ngăn đều cách nhiệt. Khi hệ ở trạng thái cân bằng thì vách ngăn nằm chính giữa hộp, thuỷ ngân chứa một nửa thể tích phần bên trái và phía trên cùng có một lỗ nhỏ A thông với khí quyển. Phần bên phải chứa một khối khí lưỡng nguyên tử ở nhiệt độ  $T_0 = 300^{\circ}\text{K}$  (hình 2).



(H2)

1. Tính áp suất khối khí ngăn bên phải khi vách ngăn ở vị trí cân bằng.

2. Nhờ một dây đốt nóng được đưa vào bên phải hộp người ta nung nóng dần khối khí để vách dịch chuyển sang trái cho đến lúc nó chạm vào thành hộp.

a. Tính nhiệt độ khối khí ở trạng thái cuối.

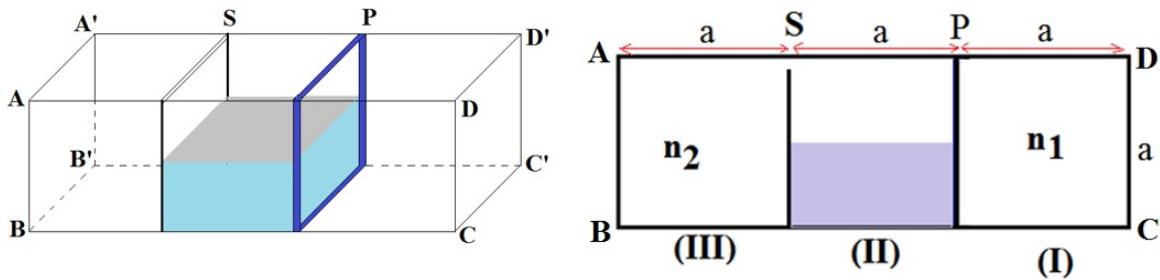
b. Tìm công mà khối khí đã thực hiện và nhiệt lượng đã cung cấp cho khối khí. Bỏ qua động năng của thuỷ ngân.

Cho khối lượng riêng của thuỷ ngân  $\rho = 13,6 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$ , áp suất khí quyển  $p_k = 1,012 \cdot 10^5 \text{ pa}$ , gia tốc trọng trường  $g = 10 \text{ m/s}^2$ . Bỏ qua sự thay đổi thể tích theo nhiệt độ.

ĐS: 1.  $P_0 = 1,029 \cdot 10^5 \text{ pa}$ ; 2a.  $640,31 \text{ K}$ ; 2b.  $A = 425,2 \text{ (J)}$ ,  $Q = 990,7 \text{ (J)}$

**Bài 50.** Một vật dạng hình hộp chữ nhật kín ABCDA'B'C'D' có tiết diện là hình vuông, kích thước  $a \times a \times 3a$ , đặt nằm ngang, mặt thành trong nhẵn. Hộp có 5 mặt làm bằng chất liệu cách nhiệt, riêng mặt đáy ABB'A' làm bằng chất liệu dẫn nhiệt tốt. Ban đầu hộp được ngăn làm 3 phần bằng nhau bởi hai vách ngăn mỏng P và S

- Vách ngăn P làm bằng chất liệu cách nhiệt, có thể chuyển động tịnh tiến không ma sát dọc theo thành hộp (không quay), có tác dụng ngăn khí giữa ngăn (I) và (II) không đan trộn vào nhau.



Hình 3

- Vách ngăn S làm bằng chất liệu dẫn nhiệt tốt, được gắn cố định với thành hộp, phía trên cùng sát thành trên hộp có khe hẹp để cho khí hai ngăn (II) và (III) thông nhau.
- Khí trong ngăn (I), (III) và phần trên ngăn (II) cùng loại, đều là khí lí tưởng đơn nguyên tử.
- Phần dưới ngăn (II) có chứa một lượng chất lỏng.

**Ban đầu** hệ ở trạng thái ban đầu thì các vách ngăn P, S chia hộp làm 3 phần có độ dài bằng nhau; áp suất khí trong ngăn (I) là  $P_0$ , khí ngăn (II) và (III) là  $P_{02}$ ; nhiệt độ trong các ngăn bằng nhau và bằng nhiệt độ bên ngoài  $T_0$ ; chất lỏng trong ngăn (II) có chiều cao  $\frac{a}{2}$  (hình 3).

Gọi  $g$  là gia tốc trọng trường,  $\rho$  là khối lượng riêng của chất lỏng.

Trong bài toán này, ta coi các giá trị  $T_0$ ,  $P_0$ ,  $a$ ,  $g$ ,  $\rho$  đã biết;  $P_0 = \frac{\rho g a}{4}$ .

### 1. Xét hệ ở trạng thái ban đầu.

- Tính  $P_{02}$  theo  $P_0$ .
- Gọi  $n_1$  là số mol khí ở ngăn (I),  $n_2$  là tổng số mol khí ở ngăn (III) và một phần của ngăn (II). Tính tỉ số  $\frac{n_2}{n_1}$ .

Sau đó nung nóng khói khí ngăn (I) bằng cách cung cấp một nhiệt lượng (nhờ một dây điện trở nhỏ được đưa trước vào ngăn (I) chẳng hạn), làm cho nhiệt độ  $T_1$  của ngăn (I) tăng lên, vách ngăn P bắt đầu dịch chuyển sang bên trái. Bỏ qua sự bay hơi của chất lỏng. Gọi  $x$  là độ dịch chuyển của vách ngăn P.

2. Xét hệ trong điều kiện  $x \leq \frac{a}{2}$ .

- a. Lập các biểu thức áp suất  $P_1$  theo độ dịch chuyển  $x$ .
- b. Lập biểu thức  $T_1$  biến đổi theo  $x$ .
- c. Với  $T_1$  bằng bao nhiêu thì chất lỏng bắt đầu tràn qua ngăn (III)?

d. Tính công  $A_I$  của khí ngăn (I) khi  $x$  tăng từ 0 đến  $x = \frac{a}{2}$

e. Tính nhiệt lượng  $Q_1$  đã cung cấp cho khí ngăn (I) cho đến khi  $x = \frac{a}{2}$

$$\text{ĐS: 1a. } P_{02} = \frac{P_0}{2}; 1b. \frac{n_2}{n_1} = \frac{3}{4}; 2a. P_1 = \frac{P_0}{2} \left[ \frac{3}{2} \frac{a}{(1,5a - x)} + \frac{a^2}{(a - x)^2} \right];$$

$$2b. T_1 = \frac{T_0}{2} (a + x) \left[ \frac{3}{2} \frac{1}{(1,5a - x)} + \frac{a}{(a - x)^2} \right]; 2c. T_1 = \frac{33}{8} T_0;$$

$$2d. A_I = \frac{P_0}{2} a^2 \left[ \frac{3a}{2} \ln \frac{3}{2} + a \right] = \frac{P_0}{2} a^3 \left[ \frac{3}{2} \ln \frac{3}{2} + 1 \right];$$

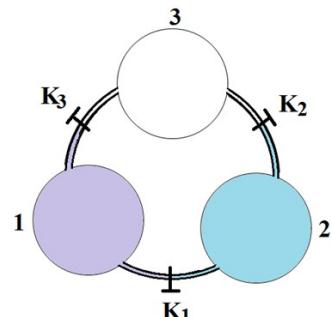
$$2e. Q_1 = \frac{75}{16} P_0 a^3 + \frac{P_0}{2} a^3 \left[ \frac{3}{2} \ln \frac{3}{2} + 1 \right] = \frac{P_0 a^3}{2} \left[ \frac{75}{8} + \frac{3}{2} \ln \frac{3}{2} + 1 \right]$$

**Bài 51.** Có ba bình 1, 2, 3 giống hệt nhau, cùng dung tích. Mỗi bình nối với hai bình còn lại bằng các ống nhỏ và ngăn cách nhau bằng các van đang đóng  $K_1$ ,  $K_2$  và  $K_3$  như hình 4. Ban đầu, bình 3 là bình chân không, còn hai bình 1, 2 chứa khí lí tưởng với các thông số vĩ mô như sau:

+ Bình 1 chứa một loại khí đơn nguyên tử, ở áp suất  $P_0$  và nhiệt độ tuyệt đối  $T_0$ .

+ Bình 2 chứa một loại khí lưỡng nguyên tử, ở áp suất  $2P_0$  và nhiệt độ tuyệt đối  $2T_0$ .

Sau đó người ta mở van  $K_1$  cho khí hai bình 1 và 2 thông nhau. Sau một thời gian, nhiệt độ và áp suất hệ hai khí đạt đến một giá trị ổn định  $T_{12}$  và  $P_{12}$ .



-KHO VẬT LÝ SƠ CẤP-

Biết rằng hai khí không xảy ra phản ứng hóa học với nhau. Coi vỏ các bình, các đoạn ống và van đều làm bằng chất cách nhiệt; bỏ qua thể tích các đoạn ống.

a. Hãy tìm  $T_{12}$  theo  $T_0$  và  $P_{12}$  theo  $P_0$ .

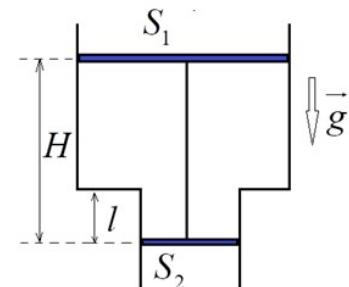
b. Sau đó người ta tiếp tục mở hai van  $K_2$  và  $K_3$  để khí thông với bình 3. Khi hệ đạt đến trạng thái cân bằng, nhiệt độ và áp suất hệ đạt đến giá trị lần lượt  $T$  và  $P$ . Tìm  $T$  theo  $T_0$  và  $P$  theo  $P_0$ .

$$\eta = \frac{\Delta(\frac{mv^2}{2})}{mv^2}$$

c. Gọi  $\eta$  là phần trăm phần động năng trung bình mỗi loại phân tử khí đã nhận hoặc nhường khi các van đều mở. Hãy tính phần trăm động năng trung bình đã nhận hoặc nhường  $\eta_1, \eta_2$  của khí 1 và 2.

**Bài 52.** Hệ hai piston lớn và nhỏ nối với nhau bằng một thanh cứng, đặt trong một xi lanh đặt thẳng đứng có hai phần tiết diện khác nhau: piston lớn nằm phía trên, diện tích bề mặt piston là  $S_1=2S$ ; piston nhỏ phía dưới, diện tích bề mặt là  $S_2=S$ ; thanh cứng mảnh và chiều dài  $H$ ; tổng khối lượng hệ hai piston và thanh cứng là  $M$ . Xi lanh có mặt thành trong nhẵn, bên trong xi lanh có chứa  $n$  mol khí lí tưởng ở nhiệt độ  $T$ . Áp suất không khí bên ngoài xi lanh là  $P_0$ .

Khi hệ cân bằng, mặt trên piston nhỏ nằm cách mặt đáy xi lanh lớn một đoạn  $l$  (Hình 6). Biết hằng số khí lí tưởng là  $R$ , gia tốc trọng trường là  $g$ .



Hình 6

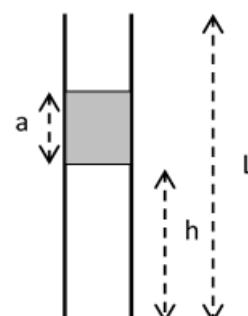
Từ vì trí cân bằng, ấn hệ hai piston xuống một đoạn bé rồi buông tay, coi khí trong xi lanh biến đổi đẳng nhiệt. Tìm chu kì dao động bé của hai piston theo  $M, g, P_0, S, n, R, T$ .

$$\tau = 2\pi \frac{\sqrt{nRTM}}{(Mg + P_0S)}$$

ĐS:

**Bài 53 .** (Trích đề học sinh giỏi lớp 12 vòng 2 năm học 2010 – 2011 – Tỉnh Đồng Nai)

Một ống hình trụ, thành cách nhiệt, miệng hở, chiều cao  $L$  được đặt thẳng đứng. Trong ống có một cột thuỷ ngân chiều cao  $a$ . Dưới cột thuỷ ngân có chứa  $n$  mol khí lí tưởng đơn nguyên tử,



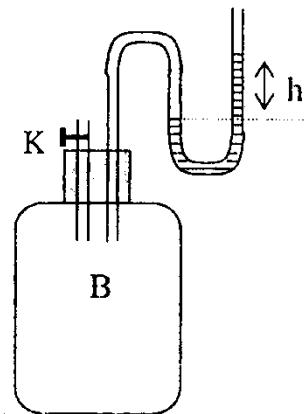
chiều cao  $h$ , ở nhiệt độ  $T_0$  (hình vẽ). Áp suất khí quyển là  $P_0$  mmHg. Người ta truyền nhiệt cho khí sao cho cột thuỷ ngân chuyển động rất chậm và cuối cùng chảy hoàn toàn ra khỏi ống. Bỏ qua ma sát giữa thuỷ ngân và thành ống và xem sự trao đổi nhiệt giữa khí và thuỷ ngân là không đáng kể.

a) Ở nhiệt độ nào thì thuỷ ngân bắt đầu trào ra khỏi ống? Tính nhiệt lượng đã cung cấp cho khí đến lúc này

b) Hãy cho biết sự biến thiên nhiệt độ của khối khí trong quá trình thuỷ ngân tràn ra khỏi ống.

$$\text{ĐS: a. } T_1 = T_0 \frac{L - a}{h}; Q_1 = \frac{5nR(L - a - h)T_0}{2h}; b. T = T_0 \frac{(L - x)(H + x)}{h(H + a)}$$

**Bài 54.** Trong bình kín B có chứa hỗn hợp khí ôxi và hêli. Khí trong bình có thể thông với môi trường bên ngoài bằng một ống có khoá K và một ống hình chữ U hai đầu để hở, trong đó có chứa thuỷ ngân (áp kế thuỷ ngân như hình vẽ). Thể tích của khí trong ống chữ U nhỏ không đáng kể so với thể tích của bình. Khối khí trong bình cân bằng nhiệt với môi trường bên ngoài nhưng áp suất thì cao hơn nên sự chênh lệch của mức thuỷ ngân trong hai nhánh chữ U là  $h = 6,2$  cm. Người ta mở khoá K cho khí trong bình thông với bên ngoài rồi đóng lại ngay. Sau một thời gian đủ dài để hệ cân bằng nhiệt trở lại với môi trường bên ngoài thì thấy độ chênh lệch của mức thuỷ ngân trong hai nhánh là  $h' = 2,2$  cm. Cho O = 16; He = 4.



1. Hãy xác định tỷ số khối lượng của ôxi và hêli có trong bình.

2. Tính nhiệt lượng mà khí trong bình nhận được trong quá trình nói trên. Biết số mol khí còn lại trong bình sau khi mở khoá K là  $n = 1$ ; áp suất và nhiệt độ của môi trường lần lượt là  $p_0 = 10^5 N/m^2$ ;  $T_0 = 300 K$ , khối lượng riêng của thuỷ ngân là  $\rho = 13,6 g/cm^3$ ; gia tốc trọng trường  $g = 10 m/s^2$ .

$$\text{ĐS: 1. } \frac{m_H}{m_{He}} \approx 3,8 ; 2. Q = \frac{nR\rho gh_2 T_0}{(\gamma - 1)p_0} \approx 135,6 J$$

**Bài 55.** Một quả bóng cao su chứa hêli được thả bay lên bầu trời. Áp suất và nhiệt độ của khí quyển thay đổi theo độ cao. Giả thiết rằng nhiệt độ của hêli trong quả bóng bằng

nhiệt độ của không khí xung quanh, hêli và không khí đều được coi là khí lý tưởng. Hằng số tổng hợp của chất khí là  $R=8,31\text{J/mol.K}$ , khối lượng mol của hêli và của không khí tương ứng là  $M_H=4,00 \cdot 10^{-3}\text{kg/mol}$  và  $M_A=28,9 \cdot 10^{-3}\text{kg/mol}$ . Gia tốc rơi tự do là  $g=9,8\text{m/s}^2$ .

**Phân A:**

a) Giả sử không khí xung quanh có áp suất  $p$  và nhiệt độ  $T$ . Áp suất trong quả bóng cao hơn bên ngoài do tính đàn hồi của vỏ bóng. Giả sử trong quả bóng được giữ  $n$  mol hêli với áp suất  $p+\Delta p$ . Hãy xác định lực đẩy tác dụng lên quả bóng như một hàm số của  $p$  và  $\Delta p$ .

b) Vào một ngày nào đó, nhiệt độ  $T$  của không khí ở độ cao  $z$  so với mặt biển cho bởi hệ thức  $T(z)=T_0(1-z/z_0)$  trong phạm vi  $0 < z < 15\text{km}$ , và  $T_0=303\text{K}$ . Áp suất và khối lượng riêng của không khí ở mặt biển bằng  $p_0=1\text{atm}=1,01 \cdot 10^5\text{Pa}$  và  $\rho_0=1,16\text{kg/m}^3$ . Trong phạm vi độ cao đó, áp suất biển đổi theo độ cao với quy luật:

$$p(z)=p_0(1-z/z_0)^\eta \quad (1)$$

Hãy biểu diễn hằng số  $\eta$  qua các đại lượng  $z_0$ ,  $\rho_0$ ,  $p_0$  và  $g$ ; hãy xác định giá trị của nó chính xác đến hai chữ số có nghĩa. Coi gia tốc rơi tự do là không đổi và không phụ thuộc theo độ cao.

**Phân B:**

Khi quả bóng cao su (với bán kính  $r_0$  ở trạng thái không biến dạng) căng lên đến bán kính  $r$  ( $\geq r_0$ ) thì vỏ của nó thu được một năng lượng đàn hồi do bị căng ra. Khi đó năng lượng đàn hồi  $U$  của vỏ hình cầu căng ra ở nhiệt độ không đổi  $T$  được mô tả theo phương trình:

$$U=4\pi r_0^2 kRT \left(2\lambda^2 + \frac{1}{\lambda^4} - 3\right) \quad (2)$$

Trong đó  $\lambda \equiv r/r_0 (\geq 1)$  là hệ số căng (theo bán kính), còn  $k$  là một hằng số nào đó, được tính theo đơn vị  $\text{mol/m}^2$ .

c) Hãy biểu diễn  $\Delta p$  qua các thông số có mặt trong biểu thức (2) và biểu diễn bằng đồ thị sự phụ thuộc của  $\Delta p$  vào  $\lambda$ .

-KHO VẬT LÝ SƠ CẤP-

d) Độ lớn của hằng số k có thể được xác định qua số mol hêli cần thiết để làm căng quả cầu. Khi  $T_0=303K$  và  $p_0=1,0\text{ atm}$  và quả bóng không bị căng (khi  $r=r_0$ ), chưa được  $n_0=12,5\text{ mol}$  hêli. Để làm căng quả bóng ứng với  $\lambda=1,5$  ở nhiệt độ không đổi  $T_0$  và áp suất bên ngoài  $p_0$  thì trong đó phải chứa  $n=3,6n_0$  mol =  $45\text{ mol}$  hêli. Hãy xác định thông

số  $a=\frac{k}{k_0}$  của vỏ bóng (trong đó  $k_0 \equiv r_0 p_0 / 4RT_0$ ) qua  $n$ ,  $n_0$  và  $\lambda$ . Tính giá trị của nó với độ chính xác đến hai chữ số có nghĩa.

**Phần C:**

Quả bóng được bơm ở mực nước biển tại câu d) (hệ số căng theo bán kính  $\lambda=1,5$ , số mol hêli bên trong là  $n_0=12,5\text{ mol}$  ở nhiệt độ  $T_0=303K$  và áp suất  $p_0=1\text{ atm}=1,01 \cdot 10^5 \text{ Pa}$ ). Khối lượng tổng cộng của bóng là  $M_t=1,12\text{ kg}$ . Khi đó quả bóng sẽ bắt đầu nâng lên khỏi mặt biển.

e) Giả sử rằng quả bóng được nâng lên độ cao  $z_f$  mà ở đó lực dây cân bằng với trọng lực. Hãy xác định  $z_f$  và hệ số căng  $\lambda_f$  ở độ cao đó. Tính giá trị của nó đến độ chính xác với hai chữ số có nghĩa. Bỏ qua sự thoát khí ra ngoài và sự dịch chuyển của bóng do gió.

$$\text{ĐS: a. } F = \frac{p}{p + \Delta p} n M_{\text{t}} g; \text{ b. } \eta = \frac{M_{\text{t}} g z_0}{R T_0}; \text{ c. } \Delta p = \frac{4 k R T}{r_0} (\lambda^{-1} - \lambda^{-7}).$$

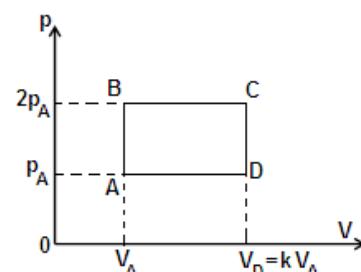
Lưu ý:  $\Delta p$  có cực đại khi  $\lambda = \sqrt[5]{7} \approx 1,38$ . Khi  $\lambda \rightarrow 1 \rightarrow \Delta p = 0$ . Khi  $\lambda \gg 1 \rightarrow \Delta p \sim 1/\lambda$ .

$$\text{d. } a = \frac{n/(n_0 \lambda^3) - 1}{\lambda^{-1} - \lambda^{-7}} \approx 0,11; \text{ e. } z_f \approx 11 \text{ km}, \lambda_f \approx \sqrt{\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{\lambda}\right) \left(1 - \frac{M_t}{n M_{\text{t}}} \right) \lambda^3} \approx 2,14.$$

## IX. 2 CHU TRÌNH -HIỆU SUẤT CHU TRÌNH KHÍ LÝ TƯỞNG

**Bài 1.** Một khí lí tưởng đơn nguyên tử hoạt động với chu trình ABCDA theo chiều kim đồng hồ (có đồ thị như hình vẽ)

GV. PHẠM VŨ KIM HOÀNG-



Hãy xác định tỉ số  $k = \frac{V_D}{V_A}$  khi hiệu suất của chu trình là 12%.

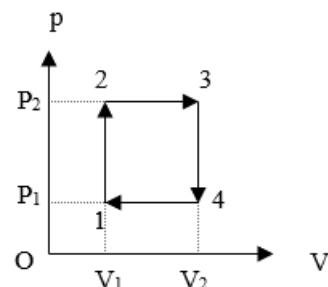
ĐS:  $k = 1,45$ .

**Bài 2.** Một mol khí lỏng đơn nguyên tử thực hiện một chu trình như hình vẽ. 1-2 và 3-4 là quá trình đẳng tích; 2-3 và 4-1 là quá trình đẳng áp. 2 và 4 cùng nằm trên một đường đẳng nhiệt. Biết nhiệt độ tại 1 và 3 tương ứng là  $T_1 = 300\text{K}$ ,  $T_3 = 600\text{K}$ .

a) Tính nhiệt độ của khí ở trạng thái 2.

b) Tính công mà khí thực hiện trong chu trình. Tính hiệu suất của chu trình.

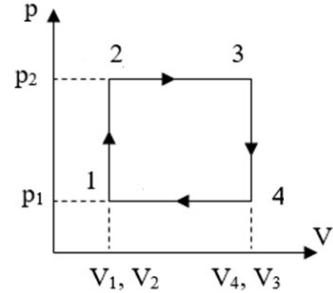
ĐS: a.  $T=424,26\text{K}$ ; b.  $A=427,73\text{J}$ ;  $H=8,23\%$



**Bài 3.** Một khí lỏng với chỉ số đoạn nhiệt  $\gamma$ , nhiệt độ thấp nhất  $T_1$ , thực hiện một chu trình gồm hai quá trình đẳng tích và đẳng áp. Nhiệt độ tuyệt đối tăng  $n$  lần cả trong quá trình đốt nóng đẳng tích và dẫn nở đẳng áp.

a. Quá trình nào吸热 (nhận nhiệt), 放热 (nhả nhiệt)? Tính nhiệt lượng nhận và nhả đó.

b. Tính hiệu suất của chu trình.



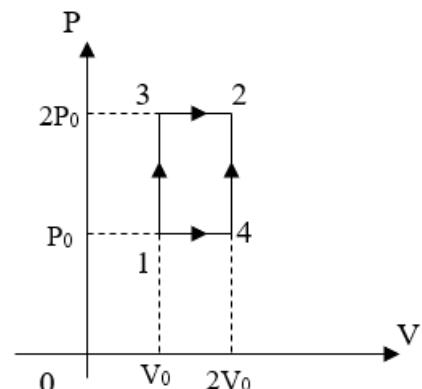
$$\eta = 1 - \frac{n + \gamma}{1 + n\gamma}$$

ĐS:

**Bài 4.** Một mol khí lỏng đơn nguyên tử ở điều kiện bình thường chuyên từ trạng thái (1) sang trạng thái (2) theo hai quá trình:  $1 \rightarrow 3 \rightarrow 2$  và  $1 \rightarrow 4 \rightarrow 2$  (như đồ thị bên). Tính tỷ số của nhiệt lượng cần thiết truyền cho chất khí trong hai quá trình này.

$$\frac{Q_{132}}{Q_{142}} = \frac{13}{11}$$

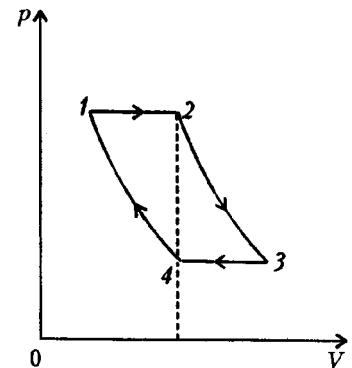
ĐS:



**Bài 5.** Trên giản đồ  $pV$  đối với một khối lượng khí lý tưởng nào đó, gồm hai quá trình đằng nhiệt cắt hai quá trình đằng áp tại các điểm 1, 2, 3, 4 (xem hình vẽ). Hãy xác định tỷ số nhiệt độ  $T_3/T_1$  của chất khí tại các trạng thái 3 và 1, nếu biết tỷ số thể tích  $V_3/V_1 = \alpha$ . Cho thể tích khí tại các trạng thái 2 và 4 bằng nhau.

$$\frac{T_3}{T_1} = \sqrt{\alpha}$$

ĐS:



**Bài 6.** 1mol chất khí lí tưởng thực hiện chu trình biến đổi sau đây: từ trạng thái 1 với áp suất  $P_1 = 10^5 Pa$ , nhiệt độ  $T_1 = 600 K$ , dãn nở đằng nhiệt đến trạng thái 2 có  $P_2 = 2,5 \cdot 10^4 Pa$ , rồi bị nén đằng áp đến trạng thái 3 có  $T_3 = 300 K$ , rồi bị nén đằng nhiệt đến trạng thái 4 và trở lại trạng thái 1 bằng quá trình đằng tích.

a. Tính các thể tích  $V_1, V_2, V_3$  và áp suất  $P_4$ . Vẽ đồ thị chu kì trong tọa độ  $P-V$ ?

b. Chất khí nhận hay sinh bao nhiêu công, nhận hay tỏa bao nhiêu nhiệt lượng trong mỗi quá trình và trong cả chu trình?

Cho biết:  $R = 8,31 J/molK$ , nhiệt dung mol đằng tích  $C_V = \frac{5R}{2}$ , công 1 mol khí sinh ra trong quá trình dãn nở đằng nhiệt từ thể tích  $V_1$  đến thể tích  $V_2$  là:

$$A = RT \ln \frac{V_2}{V_1}$$

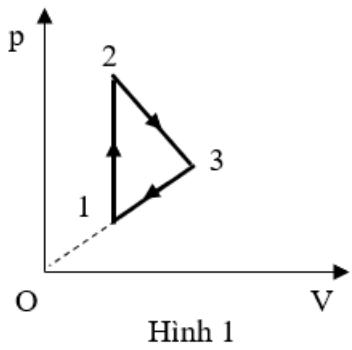
ĐS: a.  $V_1 \approx 0,05 m^3; V_2 = 0,2 m^3; V_3 = 0,1 m^3; P_4 = 5 \cdot 10^4 Pa$

b. Vậy trong cả quá trình thì hí nhận nhiệt:  $Q = 2648 J$ , sinh công:  $A = 2648 J$

**Bài 7.** Chu trình thực hiện biến đổi 1 mol khí lí tưởng đơn nguyên tử như hình 1.

-Có hai quá trình biến đổi trạng thái khí, trong đó áp suất phụ thuộc tuyến tính vào thể tích. Một quá trình biến đổi trạng thái khí đằng tích.

-Trong quá trình đằng tích 1 – 2 khí nhận nhiệt lượng  $Q = 4487,4 J$  và nhiệt độ của nó tăng lên 4 lần.



Hình 1

-Nhiệt độ tại các trạng thái 2 và 3 bằng nhau.

Biết nhiệt dung mol đẳng tích  $C_v = \frac{3R}{2}$ ,  $R = 8,31 \text{ J/K.mol}$ .

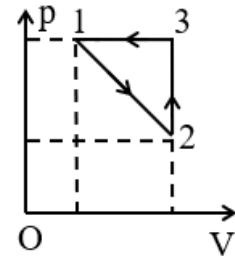
- a. Hãy xác định nhiệt độ  $T_1$  của khí.
- b. Tính công mà khí thực hiện được trong một chu trình.
- c. Tính nhiệt độ cực đại của chu trình.
- d. Tính hiệu suất chu trình.

ĐS: a.  $T_1 = 120\text{K}$ ; b.  $A = 1495,8\text{J}$ ; c.  $T_{max} = 4,5T_1 = 540\text{K}$ ; d.  $H = \frac{24}{121}$

**Bài 8.** Một mol khí lí tưởng đơn nguyên tử, biến đổi trạng thái theo một chu trình như hình 4. Biết  $T_1 = T_2 = 300\text{K}$ ;  $V_3 = 2,5V_1$ ; hằng số khí  $R = 8,31\text{J/mol.K}$ . Tìm nhiệt lượng truyền cho khí chỉ trong các giai đoạn mà nhiệt độ khí tăng.

**ĐS:** Tổng nhiệt lượng truyền cho khí trong một chu trình ứng với

nhiệt độ khì tăng:  $Q = \frac{129}{40}RT_1 \approx 8 \text{ KJ}$



**Bài 9.** Một mol khí lí tưởng đơn nguyên tử thực hiện 1 chu trình kín mà đường biểu diễn trên đồ thị  $P, V$  như hình vẽ.

1-2 : qt đẳng áp

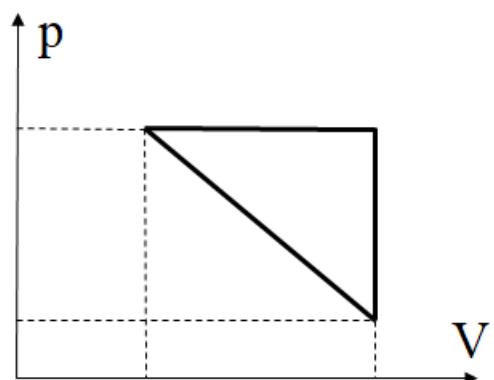
2-3 : qt đẳng tích

3-1 : áp suất phụ thuộc tuyến tính vào thể tích (đoạn thẳng)

$$T_1 = T_3 = 300\text{K}, \frac{V_3}{V_1} = \frac{5}{2}$$

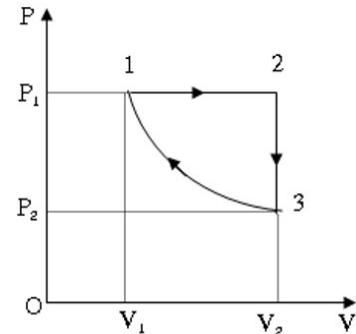
Tìm nhiệt lượng mà khí nhận được trong từng phần của chu trình mà nhiệt độ tăng. tính hiệu suất chu trình ?

ĐS:  $\eta = 12\%$



-KHO VẬT LÝ SƠ CẤP-

**Bài 10.** Một mol khí lý tưởng lưỡng nguyên tử thực hiện chu trình thuận nghịch 1-2-3-1 được biểu diễn trên hình 3. Biết công mà khí thực hiện trong quá trình đẳng áp 1-2 gấp n lần công mà ngoại lực thực hiện để nén khí trong quá trình đoạn nhiệt 3-1.



a) Tìm hệ thức giữa n và hiệu suất H của chu trình.

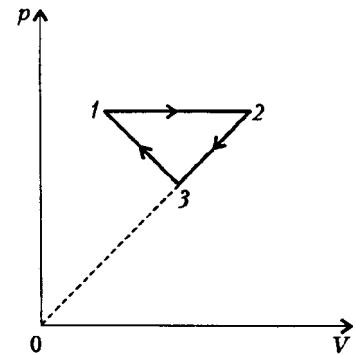
b) Cho biết hiệu suất  $H = 25\%$ . Hãy tính n.

c) Giả sử khối khí trên thực hiện một quá trình thuận nghịch nào đó được biểu diễn trong mặt phẳng p-V bằng một đoạn thẳng có đường kéo dài đi qua gốc toạ độ. Tính nhiệt dung của khối khí trong quá trình đó.

$$H = \frac{2(n-1)}{7n}$$

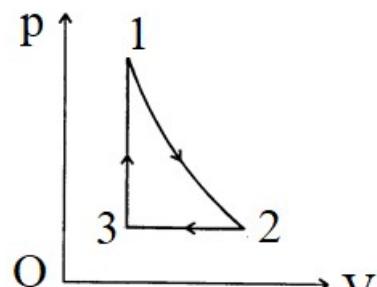
ĐS: a. ; b.  $n = 8$ ; c.  $C=3R$ .

**Bài 11.** Trên hình vẽ cho chu trình thực hiện bởi n mol khí lý tưởng, gồm một quá trình đẳng áp và hai quá trình có áp suất p phụ thuộc tuyến tính vào thể tích V. Trong quá trình đẳng áp 1-2, khí thực hiện một công A và nhiệt độ của nó tăng 4 lần. Nhiệt độ tại 1 và 3 bằng nhau. Các điểm 2 và 3 nằm trên đường thẳng đi qua gốc toạ độ. Hãy xác định nhiệt độ khí tại điểm 1 và công mà khối khí thực hiện trong chu trình trên



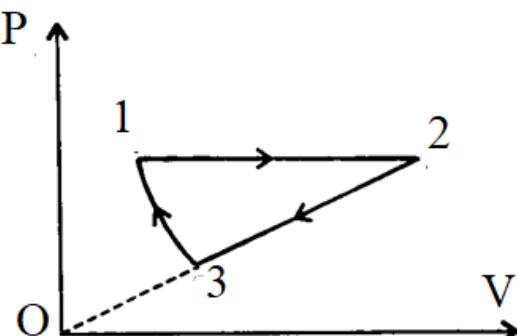
$$\text{ĐS: } T_1 = \frac{A}{3nR}; \quad A_1 = \frac{A}{4}$$

**Bài 12.** Một mol khí héli thực hiện một chu trình như hình vẽ gồm các quá trình: đoạn nhiệt 1-2, đẳng áp 2-3 và đẳng tích 3-1. Trong quá trình đoạn nhiệt hiệu nhiệt độ cực đại và cực tiểu của khí là  $\Delta T$ . Biết rằng trong quá trình đẳng áp, khí toả ra một nhiệt lượng bằng Q. Hãy xác định công A do khối khí thực hiện trong chu trình trên.



$$\text{ĐS: } A = \frac{3}{2}R\Delta T - \frac{2}{5}Q$$

GV. PHẠM VŨ KIM HOÀNG-



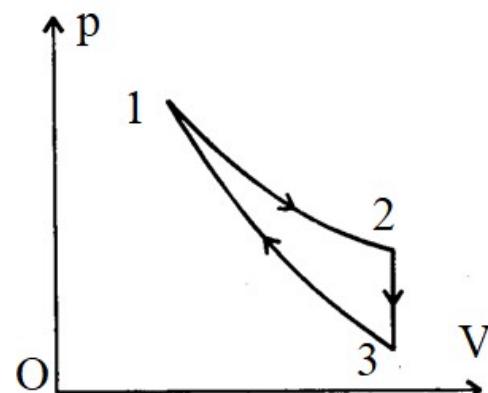
-KHO VẬT LÝ SƠ CẤP-

**Bài 13.** Một khối khí hêli ở trong một xilanh có pittông di chuyển được. Người ta đốt nóng khối khí này trong điều kiện áp suất không đổi, đưa khí từ trạng thái 1 tới trạng thái 2. Công mà khí thực hiện trong quá trình này là  $A_{1-2}$ . Sau đó, khí bị nén theo quá trình 2-3, trong đó áp suất  $p$  tỷ lệ thuận với thể tích  $V$ . Đồng thời khối khí nhận một công là  $A_{2-3}$  ( $A_{2-3} > 0$ ). Cuối cùng khi được nén đoạn nhiệt về trạng thái ban đầu. Hãy xác định công  $A_{31}$  mà khí thực hiện trong quá trình này.

$$\text{ĐS: } A_{31} = \frac{3}{2} nR(T_1 - T_3) = \frac{3}{2} (2A_{2-3} - A_{1-2}).$$

**Bài 14** Cho một máy nhiệt hoạt động theo chu trình gồm các quá trình: đằng nhiệt 1-2, đằng tích 2-3 và đoạn nhiệt 3-1 (xem hình vẽ). Hiệu suất của máy nhiệt này là  $\eta$  và hiệu nhiệt độ cực đại và cực tiểu của khí trong chu trình bằng  $\Delta T$ . Biết rằng chất công tác trong máy nhiệt này là  $n$  mol khí lý tưởng đơn nguyên tử. Hãy xác định công mà khối khí đó thực hiện trong quá trình đằng nhiệt.

$$\text{ĐS: } A = \frac{3nR\Delta T}{2(1 - \eta)}.$$

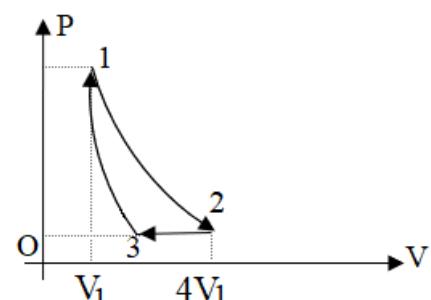


**Bài 15.** Một khối khí lưỡng nguyên tử ở trạng thái 1 có các thông số:  $p_1, V_1, T_1$ . Khối khí biến đổi theo chu trình như hình vẽ.

- a) Xác định các thông số trạng thái ở trạng thái 2 và 3?
- b) Tính hiệu suất của chu trình?

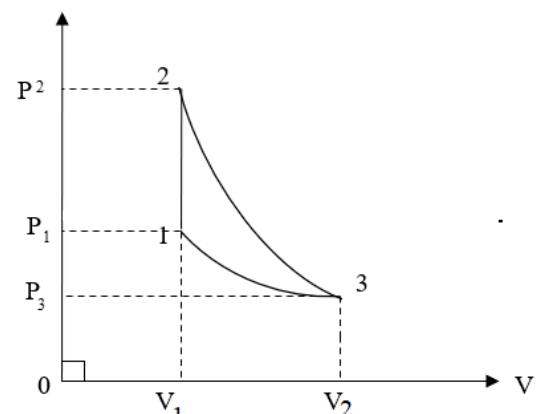
Biết 1-2 là quá trình đằng nhiệt; 3-1 là quá trình đoạn nhiệt

ĐS: b.  $H = 17,5\%$



**Bài 16.** Người ta làm nóng đằng tích 1 mol khí Nitơ ở nhiệt độ  $-43^{\circ}\text{C}$  và áp suất khí quyển cho tới khi áp suất tăng gấp đôi, sau đó cho khí giãn đoạn nhiệt trở về nhiệt độ ban đầu, tiếp theo lại nén đằng nhiệt cho đến khi thể tích bằng thể tích ban đầu.

GV. PHẠM VŨ KIM HOÀNG.



-KHO VẬT LÝ SƠ CẤP-

1. Tính áp suất và thể tích chất khí sau khi giãn đoạn nhiệt.
2. Tính công khí sinh ra trong chu trình. Coi giãn đoạn nhiệt là quá trình thuận nghịch.

**ĐS:** 1.  $V_3 = 0,107m^3$ ,  $p_3 = 0,177atm = 17900 Pa$ ; 2.  $A = 1470J$

**Bài 17** Một khối khí lý tưởng lưỡng nguyên tử thực hiện một chu trình được diễn tả bằng đồ thị trong hệ toạ độ ( $p, V$ ) như hình vẽ.

- a. Tính hiệu suất của chu trình này.
- b. So sánh hiệu suất của chu trình với hiệu suất lý thuyết cực đại của chu trình, mà ở đó nhiệt độ đốt nóng và nhiệt độ làm lạnh tương ứng với nhiệt độ cực đại và nhiệt độ cực tiểu của chu trình đang khảo sát.

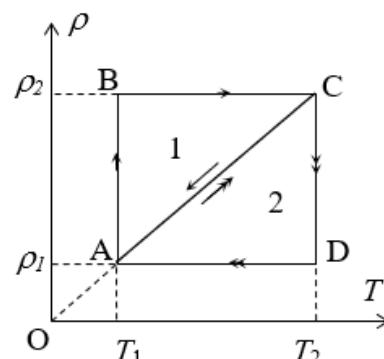
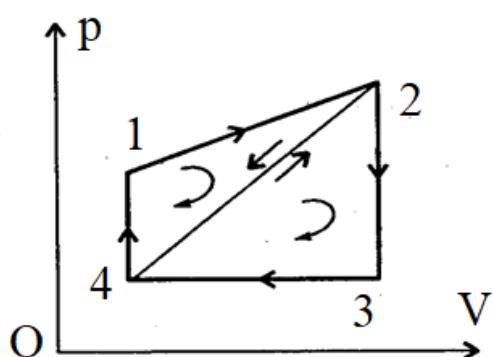
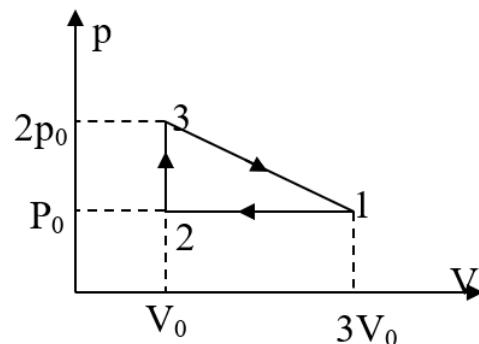
**ĐS:** a.  $H = 12,5\%$ ; b.  $H = 18,38\%H_{lt}$

**Bài 18.** Cho hiệu suất của chu trình 1-2-4-1 bằng  $\eta_1$  và của chu trình 2-3-4-2 bằng  $\eta_2$  (xem hình vẽ).

Hãy xác định hiệu suất của chu trình 1-2-3-4-1, biết rằng các quá trình 4-1, 2-3 là đẳng tích, quá trình 3-4 là đẳng áp, còn trong các quá trình 1-2; 2-4 áp suất  $p$  phụ thuộc tuyến tính vào thể tích  $V$ . Các quá trình nói trên đều được thực hiện theo chiều kim đồng hồ. Biết rằng chất công tác ở đây là khí lý tưởng.

**ĐS:**  $\eta_3 = \eta_1 + \eta_2 - \eta_1\eta_2$ .

**Bài 19.** Một chất khí lý tưởng đơn nguyên tử, ban đầu hoạt động theo chu trình 1(ABCA), rồi sau đó hoạt động theo chu trình 2(ACDA). Đồ thị của hai chu trình biểu diễn sự phụ khói lượng riêng  $\rho$  của khí theo nhiệt độ  $T$  như hình 4.



-KHO VẬT LÝ SƠ CẤP-

Gọi hiệu suất chu trình 1 và hiệu suất chu trình 2 lần lượt là  $\eta_1$  và  $\eta_2$ . Biết hiệu suất của hai chu trình thỏa mãn hệ thức  $(3 - \eta_1)(1 - \eta_2) = 1$ .

1. Cho biết khối lượng khí là m, khối lượng mol khí là  $\mu$ . Hãy tính công mà khí sinh ra trong mỗi chu trình theo m,  $\mu$ ,  $T_1$  và  $T_2$ .

2. Hãy xác định tỉ số  $\frac{T_2}{T_1}$ .

$$A_1 = \frac{mR}{\mu} (T_2 - T_1) - \frac{m}{\mu} RT_1 \ln \frac{T_2}{T_1}$$

ĐS: 1. Chu trình 1 là:  $A_1 = \frac{mR}{\mu} (T_2 - T_1) - \frac{m}{\mu} RT_1 \ln \frac{T_2}{T_1}$ , chu trình 2 là:

$$A_2 = \frac{m}{\mu} RT_2 \ln \frac{T_2}{T_1} - \frac{mR}{\mu} (T_2 - T_1); 2. \frac{T_2}{T_1} = 20,08$$

**Bài 20.** Một lượng khí biến đổi theo chu trình được biểu diễn trên đồ thị hình bên. Biết :

$$p_1 = p_3; V_1 = 1\text{m}^3, V_2 = 4\text{m}^3;$$

$$T_1 = 100\text{K} \text{ và } T_4 = 300\text{K}.$$

Tính  $V_3 = ?$

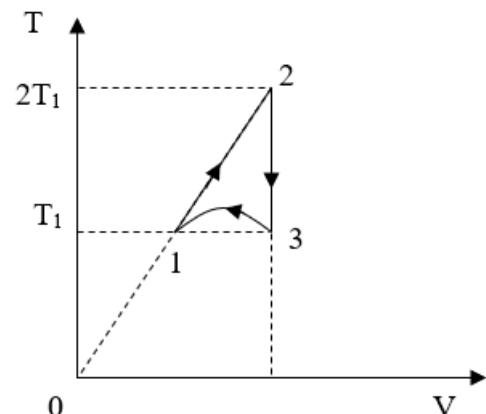
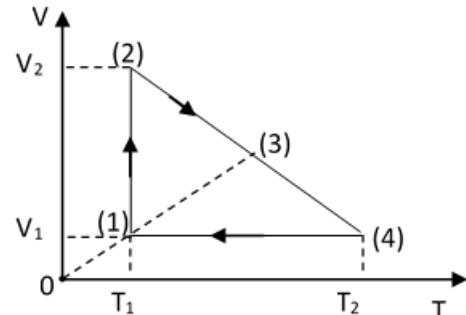
$$\text{ĐS: } V_3 = 2,2\text{m}^3$$

**Bài 21.** Cho n mol khí lí tưởng biến đổi trạng thái được biểu diễn như hình vẽ. Các quá trình  $1 \rightarrow 2$  và  $2 \rightarrow 3$  biểu thị bằng các đoạn thẳng. Quá trình  $3 \rightarrow 1$  biểu thị bằng công thức:

$$T = \frac{T_1}{2}(3 - bV)bV$$

Trong đó  $T_1 = 77^\circ\text{C}$ , b là hằng số chưa biết. Tìm công của khối khí thực hiện trong một chu trình

$$\text{ĐS: } A = -\frac{1}{4}nRT_1$$

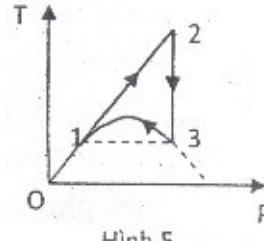


**Bài 22.** Một mol khí lý tưởng thực hiện chu trình 1231 mà đường biểu diễn trên đồ thị  $P$  như hình 5. Trong đó: 12 là đường thẳng kéo dài qua gốc O; 23 là đường thẳng song song với trục  $OT$ ; 31 là cung parabol có đường kéo dài qua gốc O- Biết  $T_1 = T_3 = 300K$ ;  $T_2 = 400K$ .

a. Hãy biểu diễn chu trình trên trong hệ trực ( $P, V$ ).

b. Tính công sinh ra bởi mol khí trong chu trình trên.

ĐS:  $A = -104 \text{ (J)}$

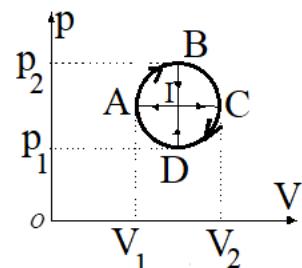


Hình 5

**Bài 23.** Trong một máy nhiệt, tác nhân là khí lý tưởng đơn

nguyên tử. Chu trình của của máy được biểu diễn trong hệ trực tọa độ  $P-V$  là đường vòng qua góc phần tư thứ hai và thứ tư của vòng tròn (đường ABICDIA) như hình vẽ.

Cho trước các giá trị biên  $P_1$ ;  $P_2$ ;  $V_1$ ;  $V_2=2V_1$ ; Tính hiệu suất của máy nhiệt đó?



ĐS:  $H = \frac{2\tau}{\tau + 90} \approx 6,33\%$

**Bài 24.** Biết một mol khí lý tưởng đơn nguyên tử khi tăng nhiệt độ lên 1 độ thì nội năng

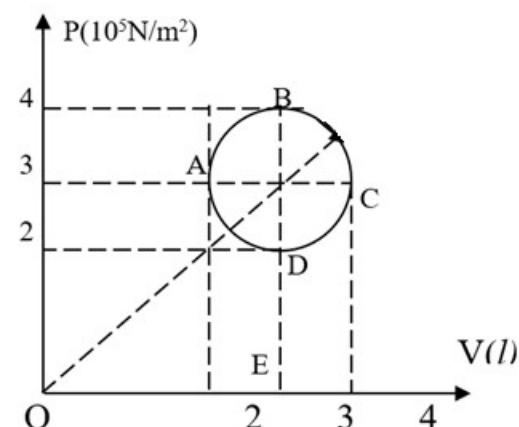
tăng thêm  $1,5R$ . Có  $\frac{2,014}{8,31} \text{ mol}$  khí lý tưởng đơn

nguyên tử thực hiện một vòng tuần hoàn như hình.

- Tính nhiệt độ cao nhất của chu trình
- Quá trình từ C đến D là quá trình chất

khí thu hay tỏa nhiệt và nhiệt lượng trao đổi đó là bao nhiêu bao nhiêu?

ĐS: a.  $682,4K$ ; b. Khí hấp thụ nhiệt lượng  $7697,5J$



-KHO VẬT LÝ SƠ CẤP-

**Bài 25.** Một khối khí lỏng đơn nguyên tử biến đổi trạng thái theo chu trình 1-2-3-1. Quá trình 1-2 là quá trình đẳng tích, 2-3 là quá trình đẳng áp, 3-1 là quá trình mà áp suất p biến thiên theo hàm số bậc nhất đối với thể tích V. Biết áp suất và thể tích của khối khí tại các trạng thái 1, 2, 3 tương ứng lần lượt là  $p_1 = p_0$ ;  $V_2 = V_0$ ;  $V_3 = 2V_0$ .

a) Hãy vẽ hình biểu diễn chu trình nêu trên trong hệ tọa độ p-V.

b) Tính hiệu suất của chu trình.

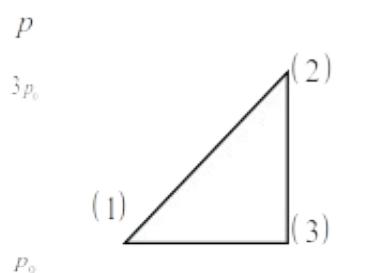
ĐS:  $H=7,7\%$

**Bài 26.** Một lượng khí lỏng đơn nguyên tử thực hiện chu trình như hình vẽ. Trạng thái A, B cố định, C có thể thay đổi, nhưng quá trình AC là đẳng áp.

a) Tính công lớn nhất của chu trình nếu nhiệt độ giảm trong suốt quá trình BC?

b) Tính hiệu suất của chu trình trong trường hợp này?

ĐS: a.  $A_{\max} = 9P_0V_0$ ; b.  $H = 30\%$



**Bài 27.** Một khối khí có áp suất p, nhiệt độ tuyệt đối T và thể tích V liên hệ với nhau theo phương trình trạng thái  $\left( p + \frac{a}{V^2} \right)V = RT$ . Khối khí có nội năng  $U = \frac{3}{2}RT - \frac{a}{V}$ ; (hằng số  $a = 64p_0V_0^2$ ). Khối khí này thực hiện chu trình như đồ thị.

O  $V_0$   $3V_0$  V

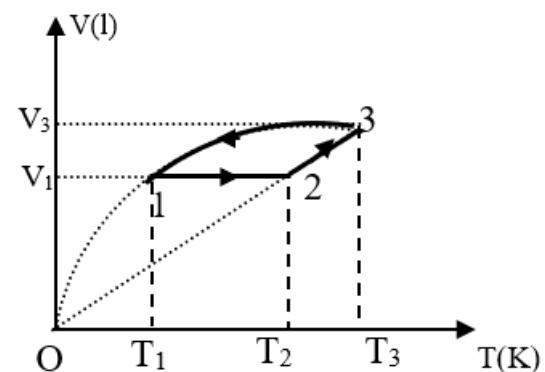
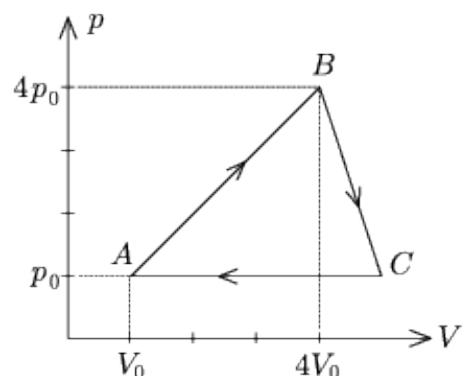
Hãy tính hiệu suất của chu trình nói trên.

ĐS:  $H = \frac{6}{63}$

**Bài 28.** Một mol khí lỏng thực hiện chu trình

1-2-3-1 như hình vẽ. Biết  $T_1 = 300K$ ;  $T_3 = 675K$ ;  $V_3 = 5lít$ ;  $R = 8,31J/mol.K$ ; các điểm 1 và 3 cùng nằm trên một Parabol có đỉnh là tọa độ.

GV. PHẠM VŨ KIM HOÀNG-



Tính công sinh ra trong cả chu trình.

ĐS:  $A \approx 312(J)$

**Bài 29.** Một mol khí lý tưởng trong xi-lanh kín biến đổi trạng thái từ (A) đến (B) theo đồ thị có dạng một phần tư đường tròn tâm I( $V_B, p_A$ ), bán kính  $r = V_A - V_B$  như hình  
Tính công mà khí nhận trong quá trình biến đổi trạng thái (A) đến (B) theo  $p_A$  và  $r$ .

$$A = r(P_A + \frac{r}{4})$$

ĐS:

**Bài 30.** Một mol khí lí tưởng thực hiện chu trình 1 - 2 - 4 - 3 - 1 như hình vẽ. Cho biết:  $T_1 = T_2 = 360K$ ;  $T_3 = T_4 = 180K$ ;  $V_1 = 36dm^3$ ;  $V_3 = 9dm^3$ .

Cho hằng số khí lý tưởng  $R = 8,31 J/mol.K$

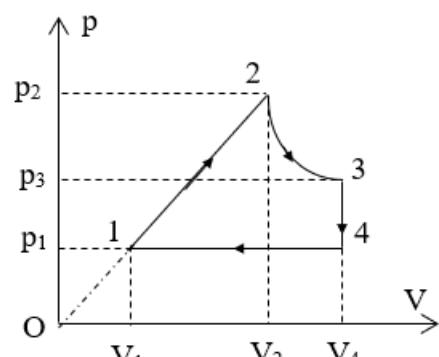
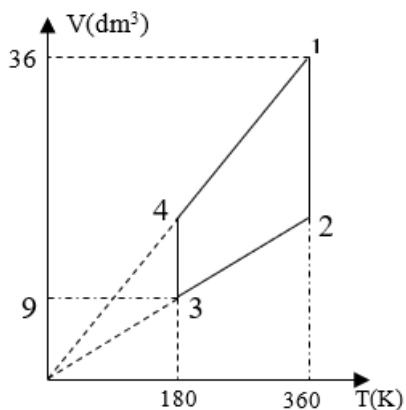
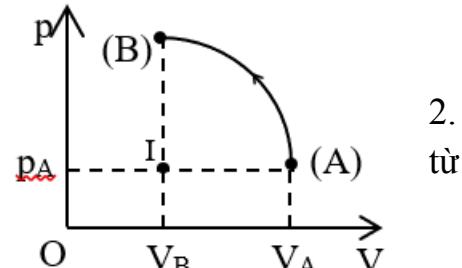
- 1) Tìm áp suất  $p$  ở các trạng thái 1, 2, 3, và 4.
- 2) Vẽ đồ thị  $p-V$  của chu trình.

ĐS:  $p_1 = p_4 = 0,83 \cdot 10^5 pa; p_2 = p_3 = 1,662 \cdot 10^5 pa$

**Bài 31.** Cho một mol khí lí tưởng đơn nguyên tử biến đổi theo một chu trình thuận nghịch được biểu diễn trên đồ thị như hình 3; trong đó đoạn thẳng 1- 2 có đường kéo dài đi qua gốc toạ độ và quá trình 2 - 3 là đoạn nhiệt. Biết:  $T_1 = 300K$ ;  $p_2 = 3p_1$ ;  $V_4 = 4V_1$ .

1. Tính các nhiệt độ  $T_2, T_3, T_4$ .
2. Tính hiệu suất của chu trình.
3. Chứng minh rằng trong quá trình 1-2 nhiệt dung của khí là hằng số.

ĐS : 1.  $T_2 = 2700K, T_3 = 2229^0K, T_4 = 1200^0K$

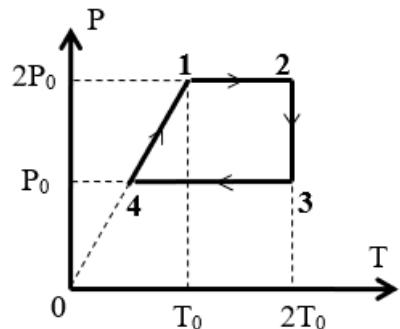


$$2. \eta = 20,97\%$$

**Bài 32.** Có 1 g khí Heli (coi là khí lý tưởng đơn nguyên tử) thực hiện một chu trình 1 – 2 – 3 – 4 – 1 được biểu diễn trên giản đồ P-T như hình 1. Cho  $P_0 = 10^5 \text{ Pa}$ ;  $T_0 = 300 \text{ K}$ .

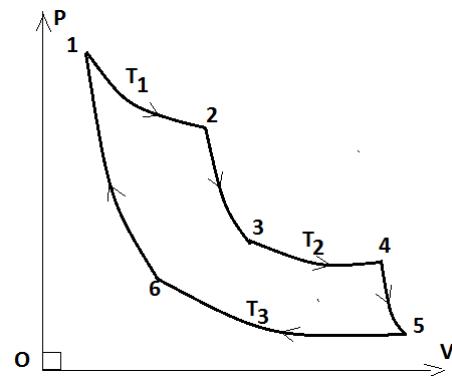
- 1) Tìm thể tích của khí ở trạng thái 4.
- 2) Hãy nói rõ chu trình này gồm các đằng quá trình nào. Vẽ lại chu trình này trên giản đồ P-V và trên giản đồ V-T (cần ghi rõ giá trị bằng số và chiều biến đổi của chu trình).
- 3) Tính công mà khí thực hiện trong từng giai đoạn của chu trình.

**ĐS:** 1.  $V_4 = 3,12 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$  ; 3.  $A_{12} = 6,24 \cdot 10^2 \text{ J}$ ,  $A_{23} = 8,65 \cdot 10^2 \text{ J}$ ,  $A_{34} = -9,36 \cdot 10^2 \text{ J}$ ,  $A_{41} = 0$



**Bài 33.** Một mol khí lý tưởng thực hiện một chu trình gồm ba quá trình đằng nhiệt xen kẽ với ba quá trình đoạn nhiệt thuận nghịch được biểu diễn trên giản đồ (P,V) như hình vẽ. Các nhiệt độ của các quá trình đằng nhiệt 1-2; 3-4; 5-6 lần lượt là  $T_1, T_2$  và  $T_3$ .

Gọi  $V_1, V_2, \dots, V_6$  lần lượt là thể tích tại các điểm 1, 2, ..., 6 trên giản đồ.



Biết rằng hai quá trình dẫn nở đằng nhiệt 1-2 và 3-4 thể tích tăng lên cùng n lần (nghĩa là  $\frac{V_2}{V_1} = \frac{V_4}{V_3} = n$ ).

a. Hãy tìm tỉ số  $\frac{V_5}{V_6}$  theo n.

b. Tìm hiệu suất của chu trình trên.

ĐS: a.  $\frac{V_5}{V_6} = n^2$  ; b.  $H = 1 - \frac{2T_3}{T_1 + T_2}$

### IX.3 ĐỘNG CƠ NHIỆT

**Bài 1.** Một máy hơi nước có công suất  $150 \text{ kW}$ . Xi kanh có thể tích  $0,2 \text{ m}^3$ . Hơi nước ở nhiệt độ  $165^\circ\text{C}$  được nạp trong  $4/10$  khoảng chạy của pit tông, dẫn nở rồi ngưng tụ trong buồng ngưng có nhiệt độ  $45^\circ\text{C}$ . Nước từ buồng ngưng chuyển sang lò hơi để nấu thành hơi. Cứ mỗi vòng quay của bánh đà, hơi nước nạp lần lượt vào 2 mặt của pit tông. Tính:

- a) Khối lượng nước tiêu thụ (biến đổi thành hơi) mỗi giờ.
- b) Hiệu suất thực? Hiệu suất lí tưởng.

Biết bình đã quay một phút  $70$  vòng. KLR của hơi nước ở  $165^\circ\text{C}$  là  $3,66 \text{ kg/m}^3$ . Nhiệt dung riêng của nước là  $4,19 \text{ kJ/kg.K}$ . Nhiệt hóa hơi của nước ở  $165^\circ\text{C}$  là  $2,05 \cdot 10^3 \text{ kJ/kg}$ .

ĐS: a.  $2460 \text{ kg}$ ; b.  $H = 8,6\%$ ,  $H_{lt} = 27,4\%$

**Bài 2.** Nhiệt lượng tỏa ra khi làm lạnh  $1 \text{ mol}$  nước từ  $25^\circ\text{C}$  xuống  $0^\circ\text{C}$  và sau đó là đông đặc bên trong một máy làm lạnh (có hiệu suất tối đa theo lý thuyết) được truyền cho  $1 \text{ mol}$  nước khác ở  $25^\circ\text{C}$  để nó nóng lên đến  $100^\circ\text{C}$

- a) Có bao nhiêu mol nước được chuyển hóa thành hơi ở  $100^\circ\text{C}$ ?
- b) Máy làm lạnh thực hiện một công bằng bao nhiêu?

Nhiệt nóng chảy và nhiệt hóa hơi của nước tương ứng ở  $0^\circ\text{C}$  và  $100^\circ\text{C}$  lần lượt là  $q = 6,02 \text{ kJ/mol}$  và  $L = 40,68 \text{ kJ/mol}$

ĐS: a.  $n = 0,13 \text{ mol}$ ; b.  $A = 2,9 \text{ kJ}$

**Bài 3.** Một máy lạnh coi là lí tưởng duy trì trong buồng lạnh một nhiệt độ không đổi là  $-10^\circ\text{C}$ . Khi nhiệt độ phòng là  $15^\circ\text{C}$ , role của máy điều khiển cứ cho động cơ làm việc trong thời gian  $t_1=2\text{phút}$  lại cho nghỉ trong thời gian  $t_2=4\text{phút}$ .

- 1) Nếu nhiệt độ phòng là  $25^\circ\text{C}$  thì thời gian mỗi lần nghỉ và đóng của động cơ phải như thế nào để duy trì nhiệt độ buồng lạnh như trên?

2) Với nhiệt độ trong phòng cao nhất là bao nhiêu thì máy vẫn có thể duy trì nhiệt độ trong buồng lạnh như vậy?

**ĐS:** 1. Nếu nghỉ 4' thì phải làm việc  $7,55'$ ; 2.  $t_{1\max} = 33^\circ\text{C}$

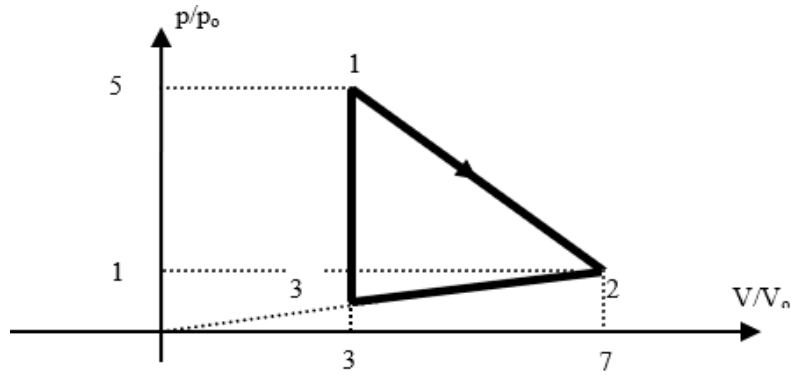
**Bài 4.** Một máy nhiệt lí tưởng hoạt động theo các chu trình tuần hoàn với nguồn nóng là khối nước có khối lượng  $m_1 = 10\text{kg}$  ở nhiệt độ ban đầu  $t_1 = 100^\circ\text{C}$ , nguồn lạnh là một khối nước có khối lượng  $m_2 = 5\text{kg}$  và ban đầu là nước đá ở nhiệt độ  $t_2 = 0^\circ\text{C}$ . Giả sử trong mỗi chu trình nhiệt độ nguồn nóng và nguồn lạnh thay đổi không đáng kể. Các chu trình đều cho hiệu suất cực đại. Bỏ qua tương tác nhiệt với môi trường bên ngoài. Biết nhiệt nồng chảy của nước đá  $\lambda = 3,34 \cdot 10^5 \text{ J/kg}$  và nhiệt dung riêng của nước là  $c = 4180 \text{ J/kg.K}$ .

- a. Xác định nhiệt độ của nguồn nóng khi khối nước đá đã tan được một nửa.
- b. Xác định công lớn nhất có thể nhận được và nhiệt độ cuối cùng của nguồn nóng

**ĐS:** a.  $t_3 = 49,22^\circ\text{C}$ ; b.  $T_c = 304,9\text{K}$ ,  $A_{\max} = 510\text{kJ}$

**Bài 5.** Trong một động cơ nhiệt có  $n$  mol khí (với  $i=3$ ) thực hiện một chu trình kín như hình vẽ. Các đại lượng  $p_0$ ;  $V_0$  đã biết. Hãy tìm.

1. Nhiệt độ và áp suất khí tại điểm 3
2. Công do chất khí thực hiện trong cả chu trình?
3. Hiệu suất của máy nhiệt?



**ĐS:** 1.  $p_3 = \frac{3p_0}{7}$ ,  $T_3 = \frac{9p_0V_0}{nR}$ .

$$2.A = \frac{\frac{64p_0V_0}{7}}{; 3. H=32\%}$$

**Bài 6.** Trong một động cơ nhiệt, tác nhân sinh công làm việc theo chu trình Carnot. Đó là  $m=1,00\text{kg}$  nước chuyển pha thành hơi và ngược lại. Chu trình được biểu diễn trên hình. Trong đó đường chấm chấm là giới hạn miền các trạng thái hai pha. Quá trình đằng nhiệt 1-2 xảy ra ở nhiệt độ  $T_1=484\text{K}$ ; quá trình nén đằng nhiệt ở nhiệt  $T_2=373\text{K}$ . Nhiệt lượng

riêng toàn phần của sự hóa hơi ở 373K là  $\lambda = 2,68 \text{ kJ/g}$ . Hãy tìm công thực hiện bởi tác nhân trong một chu trình.

**D/S:** A = 0,797 MJ

### Bài 7.

1. Một động cơ nhiệt, có tác nhân là một mol khí lí tưởng biến đổi theo chu trình Carnô, với nguồn nóng có nhiệt độ  $T_1$  và nguồn lạnh có nhiệt độ  $T_2$  (có mô hình như Hình 2).

a. Hãy thành lập biểu thức tính hiệu suất chu trình Carnô theo  $T_1$  và  $T_2$ .

b. Trong chu trình Carnô rất nhỏ, tác nhân nhận nhiệt từ nguồn nóng  $dQ_1$  và nhận nhiệt từ nguồn lạnh  $dQ_2$  ( $dQ_2 < 0$ ). Hãy tìm mối liên hệ giữa  $dQ_1$  và  $dQ_2$  theo  $T_1$  và  $T_2$ .

2. Có hai vật: vật thứ nhất có nhiệt độ tuyệt đối ban đầu  $T_{01}$  và nhiệt dung  $C_1$ , vật thứ 2 có nhiệt độ tuyệt đối ban đầu  $T_{02}$  ( $T_{02} < T_{01}$ ), và nhiệt dung  $C_2$ . Giả thiết nhiệt dung  $C_1$  và  $C_2$  của các vật không phụ thuộc vào nhiệt độ. Ta sử dụng hai vật này với vai trò nguồn nóng và nguồn lạnh trong động cơ nhiệt chạy theo chu trình Carno. Hãy tìm:

a. nhiệt độ cuối cùng T của hai vật khi trạng thái cân bằng nhiệt giữa chúng được thiết lập.

b. công lớn nhất có thể nhận được từ một hệ chỉ gồm hai vật trên

$$\text{ĐS: 1a. } H = \frac{T_1 - T_2}{T_1}; \text{ 1b. } \frac{dQ_1}{T_1} + \frac{dQ_2}{T_2} = 0; \text{ 2a. } T = T_{01}^{\frac{C_1}{C_1+C_2}} T_{02}^{\frac{C_2}{C_1+C_2}};$$

$$2b. A = (C_1 T_{01} + C_2 T_{02}) - (C_1 + C_2) T_{01}^{\frac{C_1}{C_1+C_2}} T_{02}^{\frac{C_2}{C_1+C_2}}$$

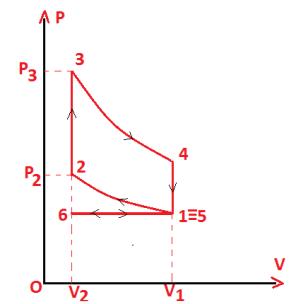


Hình 2

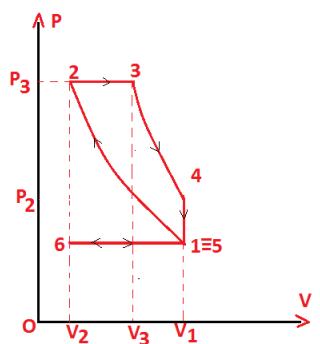
## ĐỘNG CƠ DIESEL VÀ ĐỘNG CƠ OTTO

**Bài 8.** Để chế tạo động cơ đốt trong có xi lanh và pit-tông người ta dùng loại vật liệu chịu được áp suất đến 60 atm (1atm =  $10^5 \text{ Pa}$ ). Hỗn hợp nhiên liệu và không khí sau khi cháy thì dùng hết lượng oxy trong đó và tỏa ra nhiệt lượng bằng 164 kJ ứng với 5 mol oxy. Sau khi nhiên liệu cháy hết ta xem tổng số mol của hỗn hợp vẫn như cũ và chính là số mol không khí trong hỗn hợp. (không xem như một khí lưỡng nguyên tử với  $C_v = 21 \text{ J/mol.K}$  và  $\gamma = 1,40$  )

- a. Nếu động cơ ấy chạy theo chu trình Otto (hình vẽ 4.6; 1-2 nén và 3-4 dẫn là đoạn nhiệt) thì hiệu suất cao nhất có thể đạt được là bao nhiêu? Lấy nhiệt độ môi trường  $T_1=300K$



- b. Nếu động cơ ấy chạy theo chu trình Diesel (hình vẽ 4.7: 1-2 nén và 3-4 dẫn đoạn nhiệt) thì hiệu suất cao nhất có thể đạt được là bao nhiêu?



- c. Nếu hai động cơ ấy không được cấp đủ nhiên liệu (để sử dụng hết oxy trong hỗn hợp nhiên liệu – không khí) nhưng vẫn chạy được thì hiệu suất và công suất của chúng thay đổi như thế nào?

Cho biết: - Hỗn hợp khí nhiên liệu đưa vào xi lanh ở nhiệt độ 300K và áp suất 1 atm.

- Không khí là hỗn hợp theo tỉ lệ **4 mol nitơ và 1 mol oxy**. Chất khí thực hiện chu trình trong bài này xem như chỉ là không khí (không để ý đến nhiên liệu).

$$\text{ĐS: a. } \eta = 1 - \frac{1}{\varepsilon^{j-1}} = 0,565 ; \text{ b. } H = 1 - \frac{\rho^r - 1}{j\varepsilon^{j-1}(\rho - 1)} = 0,63$$

c. *-Đối với chu trình Otto*, hiệu suất không thay đổi.

*-Đối với chu trình Diesel*: hiệu suất sẽ tăng.

### Bài 9. Động cơ nhiệt (Belarus)

Tất cả các động cơ đốt trong hiện tại được chia làm hai loại chính: 1) Động cơ sử dụng chu trình thu nhiệt trong quá trình  $V = \text{const}$  (chu trình Otto); 2) Động cơ sử dụng chu trình thu nhiệt trong quá trình  $p = \text{const}$  (chu trình Diesel)

Nghiên cứu động cơ piston là việc rất khó, cả về mặt lý thuyết và thực nghiệm.

Do vậy, ở đây ta sẽ nghiên cứu mô hình đơn giản hóa. Ta giả thiết các quá trình xảy ra với khí trong động cơ đốt trong đều là các quá trình thuận nghịch lý tưởng, tác nhân là khí lý tưởng có nhiệt dung là hằng số; khối lượng khí là hằng số, tác nhân nhận nhiệt từ một nguồn bên ngoài (thay cho nhận nhiệt từ việc đốt cháy nguyên liệu). Tương tự như vậy, nó truyền nhiệt cho một nguồn bên ngoài (thay vì thải toàn bộ khí đã sử dụng ra ngoài và nạp khí mới).

### 1. Phương trình đoạn nhiệt

Phương trình đoạn nhiệt có dạng  $p^{V^k} = \text{const}$ , trong đó:  $k = \frac{C_p}{C_v}$  là chỉ số đoạn nhiệt,  $C_p, C_v$  là nhiệt dung đẳng áp và đẳng tích của khí. Hãy biểu diễn phương trình đoạn nhiệt với cặp thông số  $p, T$  và  $V, T$ .

### 2. Chu trình Otto

Xét chu trình nhiệt động lực học lý tưởng trong động cơ đốt trong mà nhiệt nhận vào được thực hiện trong điều kiện thể tích không đổi. Chu trình được biểu diễn trên giản đồ  $p - V$  như hình 2.18a. Khí lý tưởng từ trạng thái ban đầu ( $p_1, V_1, T_1$ ) được nén đoạn nhiệt theo đường 1-2.

Trong quá trình đẳng tích 2-3 tác nhân nhận được từ nguồn ngoài một lượng nhiệt  $q_1$ . Trong quá trình đoạn nhiệt 3-4, tác nhân giãn đến thể tích ban đầu  $V_4 = V_1$ .

Trong quá trình đẳng tích 4-1, tác nhân tỏa ra nhiệt lượng  $q_2$  cho một nguồn nhiệt bên ngoài và trở về trạng thái ban đầu. Các đặc trưng của

chu trình này là  $\varepsilon = \frac{V_1}{V_2}$  - tỷ số nén;  $\lambda = \frac{p_3}{p_2}$  - hệ số tăng áp.

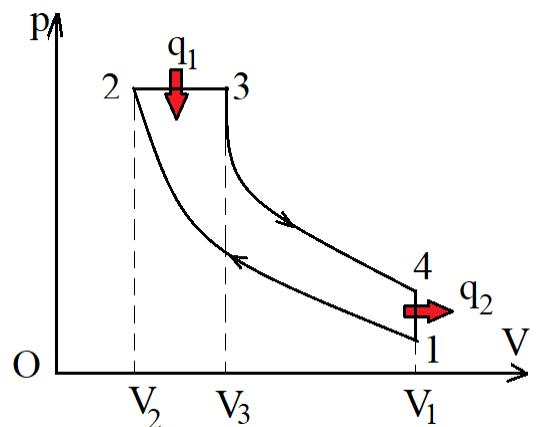
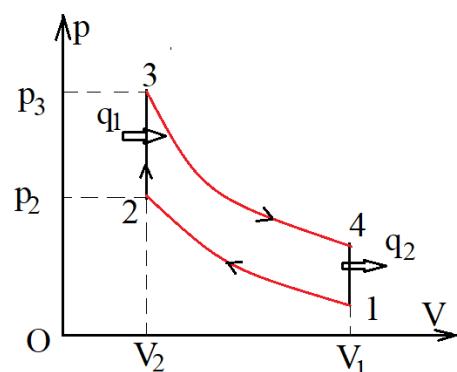
Hãy xác định:

1a. Các thông số trạng thái ( $p, V, T$ ) tại các điểm 2, 3, 4 theo các thông số  $p_1, V_1, T_1$  và  $\varepsilon, \lambda, k$ .

1b. Hiệu suất của chu trình, biểu diễn qua các thông số  $\varepsilon, \lambda, k$ .

### 2. Chu trình diesel

Trong các động cơ sử dụng chu trình này, nguyên liệu cháy từ từ, ngoài ra nén khí và nén nguyên liệu được thực hiện riêng biệt. Không khí được nén trong xi lanh, còn nguyên liệu lỏng được phun vào ở dạng sương nhờ một máy nén. Do đó, ở động cơ này tỷ số nén có thể đạt được giá trị cao hơn. Không khí bị nén ở áp suất cao sẽ có nhiệt độ cao đủ để làm bén lửa nguyên liệu phun vào xi lanh mà không cần đến thiết bị hỗ trợ nào. Nén riêng biệt cho phép đưa tỷ số nén đến  $\varepsilon = 20$  mà không sợ nguyên liệu cháy sớm.



Áp suất được giữ không đổi trong quá trình cháy nhờ một bộ điều chỉnh phun. Chính Diesel là người đầu tiên chế tạo ra đầu phun như vậy.

Xét một chu trình của khí lý tưởng mà trong đó nhiệt nhận vào khi thực hiện giãn nở áp. Trên giản đồ  $p - V$  (hình 1.18b), chu trình này bao gồm: tác nhân khí từ trạng thái ban đầu 1( $p_1, V_1, T_1$ ) nén đoạn nhiệt theo đường 1-2, trong quá trình nén áp 2-3 tác nhân nhận nhiệt lượng  $q_1$ , quá trình giãn đoạn nhiệt 3-4 đưa khí trở về thể tích ban đầu, trong quá trình giãn tích 4-1 khí quay trở lại trạng thái ban đầu và tỏa ra nhiệt lượng  $q_2$ .

Các đặc trưng của chu trình này là  $\varepsilon = \frac{V_1}{V_2}$  - tỷ số nén;  $\rho = \frac{V_3}{V_2}$  - tỷ số giãn sơ cấp (giãn nở áp).

Hãy xác định:

- 2a. Các thông số trạng thái ( $p, V, T$ ) tại các điểm 2, 3, 4 theo các thông số  $p_1, V_1, T_1$  và  $\varepsilon, \lambda, k$ .
- 2b. Hiệu suất của chu trình, biểu diễn qua các thông số  $\varepsilon, \lambda, k$ .

### 3. So sánh các chu trình Otto và Diesel

Hãy so sánh các chu trình Otto và Diesel có cùng giá trị của áp suất cực đại, cực tiểu, nhiệt độ cao nhất và thấp nhất, cùng thể tích toàn phần của xi lanh  $V_1$ . Hãy thực hiện so sánh với một động cơ cụ thể. Thể tích xi lanh  $V_1 = 30 V_0$ , áp suất cực tiểu  $p_{\min} = p_0$ , áp suất cực đại  $p_{\max} = 30 p_0$ , trong đó  $V_0, p_0$  là các thể tích và áp suất được chọn làm đơn vị đo. Chỉ số đoạn nhiệt  $k = 1,67$ . Tỷ số nén của chu trình Otto  $\varepsilon_v = 5$ .

3a. Vẽ các chu trình trên giản đồ mà trục tung là  $\frac{p}{p_0}$ , còn trục hoành là  $\frac{V}{V_0}$ .

3b. Sử dụng các công thức nhận được từ phần 1b và 2b, hãy tính hiệu suất của các chu trình trên.

$$\text{ĐS: 1a. Trạng thái 2: } V_2 = \frac{V_1}{\varepsilon}, p_2 = p_1 \varepsilon^k, T_2 = T_1 \varepsilon^{k-1}$$

$$\text{Trạng thái 3: } V_3 = \frac{V_1}{\varepsilon}, p_3 = p_1 \varepsilon^k \lambda, T_3 = T_1 \lambda \varepsilon^{k-1}$$

$$\text{Trạng thái 4: } V_4 = V_1, p_4 = p_1 \lambda, T_4 = T_1 \lambda$$

-KHO VẬT LÝ SƠ CẤP-

$$1b. n_v = 1 - \frac{1}{\varepsilon^{k-1}}$$

$$2a. \text{Trạng thái 2: } V_2 = \frac{V_1}{\varepsilon}, p_2 = p_1 \varepsilon^k, T_2 = T_1 \varepsilon^{k-1}, T_2 = T_1 \varepsilon^{k-1}$$

$$\text{Trạng thái 3: } V_3 = \frac{\rho V_1}{\varepsilon}, p_3 = p_1 \varepsilon^k, T_3 = T_1 \varepsilon^{k-1} \rho$$

$$\text{Trạng thái 4: } V_4 = V_1, p_4 = p_1 \rho^k, T_4 = T_1 \rho^k$$

$$2b. \eta_p = 1 - \frac{\rho^k - 1}{k \varepsilon^{k-1} (\rho - 1)}$$

$$\eta_p = 1 - \frac{1}{\varepsilon^{k-1}} = 66\%$$

3b. Hiệu suất của chu trình Otto:

$$\eta_p = 1 - \frac{\rho^k - 1}{k \varepsilon_p^{k-1} (\rho - 1)} = \dots = 70,2\%$$

Hiệu suất của chu trình Diesel,

**Bài 10. OLYMPIC SINH VIÊN 2011.** Trên hình là giản đồ hoạt động lý thuyết của động cơ bốn kỳ. Động cơ hoạt động như sau: hỗn hợp khí và nhiên liệu được đốt nóng lên nhiệt độ cao bởi quá trình nén đoạn nhiệt (1-2), dẫn nở trong thời gian rất ngắn khi bị đốt cháy đằng áp (2-3), sau đó khí tiếp tục dẫn nở đoạn nhiệt (3-4), cuối cùng thoát ra ngoài không gian làm việc và được thay bằng hỗn hợp nhiên liệu mới.

Giai đoạn cuối của chu trình làm việc tương đương với quá trình đằng tích (4-1). Thương số  $\varepsilon = \frac{V_1}{V_2}$  được gọi là hệ số nén, còn thương số  $\varphi = \frac{V_3}{V_2}$  là hệ số lấp đầy của động cơ

Giả thiết có thể xem không khí và các sản phẩm cháy là khí lí tưởng luồng nguyên tử.

Nhiệt dung riêng đằng tích của khí này là  $c_v = 2,5 \frac{R}{M}$ , trong đó R là hằng số khí, còn M là khối lượng mol của chất khí. Đối với quá trình đoạn nhiệt ta có định luật Poisson  $pV^\gamma = const$ ,  $\gamma = \frac{c_p}{c_v}$  là hằng số Poisson.

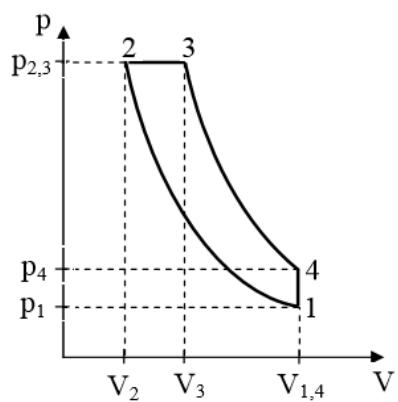
a.Xác định các đại lượng p,T ở các điểm 2, 3 và 4 trên giản đồ hoạt động nếu cho biết các giá trị  $p_1$ ,  $T_1$  tại điểm 1 và hệ số nén  $\varepsilon$ , hệ số lấp đầy  $\varphi$  của động cơ.

b.Xác định nhiệt lượng nhận và tỏa ra bởi tác nhân trong một chu trình và hiệu suất lý thuyết tương ứng của động cơ.

c.Chứng minh rằng đối với hiệu suất lý thuyết ta có hệ

$$\eta = 1 - \frac{1}{\gamma} \frac{1}{\varepsilon^{\gamma-1}} \frac{\varphi^\gamma - 1}{\varphi - 1}$$

thúc



Trước hết, hãy giải câu hỏi a và b một cách tổng quát, sau đó tính số với các số liệu  $p_1 = 0,1 \text{ MPa}$ ;  $V_1 = 2 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$ ;  $T_1 = 300 \text{ K}$ ;  $\gamma = 1,4$ ;  $\varepsilon = 20$ ;  $\varphi = 1,8$

ĐS: a.

Kết quả tính số: (chú ý số chữ số có nghĩa trong kết quả)

$$T_1 = 300 \text{ K}, T_2 = 994 \text{ K}, T_3 = 1790 \text{ K}, T_4 = 683 \text{ K}.$$

$$p_1 = 0,10 \text{ MPa}, p_2 = 6,63 \text{ MPa}, p_3 = 6,63 \text{ MPa}, p_4 = 0,23 \text{ MPa}$$

b.

Kết quả tính số:  $Q_1 = 1857 \text{ J} \approx 1860 \text{ J}$ ,  $Q_2 = 638 \text{ J}$ ,  $\eta = 0,66 = 66\%$

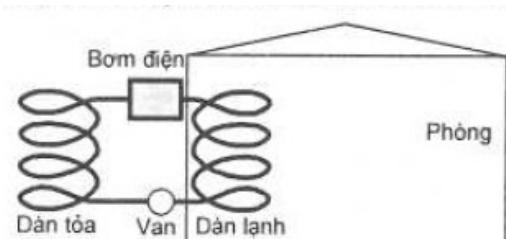
## MÁY LẠNH- MÁY ĐIỀU HÒA

### Bài 11 Máy điều hòa nhiệt độ (Mỹ)

Một chiếc điều hòa nhiệt độ có thể coi như một máy nhiệt chạy theo chu trình ngược: một lượng nhiệt  $Q_L$  được hấp thụ ở nhiệt độ phòng  $T_L$  bởi các thanh có chứa khí làm lạnh bên trong; khối khí này bị nén đoạn nhiệt đến nhiệt độ  $T_H$ ; khí tiếp tục được nén đẳng nhiệt ở dàn tản nhiệt nằm bên ngoài tòa nhà và tỏa ra môi trường nhiệt lượng  $Q_H$ ; khí giãn đoạn nhiệt đến nhiệt độ phòng  $T_L$ , và chu trình lặp lại từ đầu. Công  $W$  cần thiết cho mỗi chu trình được cung cấp bởi một máy bơm điện. Mô hình này mô tả máy lạnh với hiệu suất cao nhất có thể.

Giả sử nhiệt độ ngoài trời là  $T_H$ , trong phòng là  $T_L$ . Máy điều hòa tiêu thụ công suất điện  $P$ . Giả thiết

GV. PHẠM VŨ KIM HOÀNG-.



Hình 2.15

không khí đủ khô để không có ngưng tụ xảy ra bên trong dàn lạnh của máy điều hòa. Nhiệt độ sôi và đóng băng của nước lần lượt là 373K và 273K ở điều kiện tiêu chuẩn.

1.Thiết lập công suất tỏa nhiệt từ phòng như một hàm của các nhiệt độ  $T_H$ ,  $T_L$  và công suất tiêu thụ điện P. Thiết lập công thức phải tính toán sự thay đổi entropi trong chu trình Carnot thì mới được điểm trọn vẹn.

2.Mặc dù phòng được cách nhiệt nhưng nhiệt vẫn truyền vào được bên trong với công suất  $R = k\Delta T$ , trong đó  $\Delta T$  là độ chênh lệch nhiệt độ bên trong và bên ngoài phòng, k là một hằng số. Hãy tìm nhiệt độ lạnh nhất có thể của phòng theo  $T_H$ , k và P.

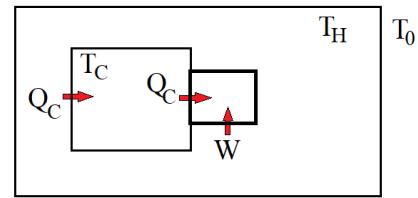
3.Một phòng bình thường có  $k = 173W/\text{^{\circ}C}$ . Nếu nhiệt độ ngoài trời là  $40\text{ }^{\circ}\text{C}$ , công suất điều hòa tối thiểu để làm lạnh đến  $25\text{ }^{\circ}\text{C}$  là bao nhiêu?

$$\text{ĐS: 1. } \frac{Q_L}{t} = P \left( \frac{T_L}{T_H - T_L} \right) ; 2. \quad T_L = T_H - \frac{x}{2} \sqrt{1 + \frac{4T_H}{x}} ; 3. \quad P_{\min} = k \frac{(\Delta T)^2}{T_{L\min}} = 130W$$

### Bài 12 Tủ lạnh (Án Độ)

Một điều ai cũng biết là nhiệt độ của một phòng kín sẽ tăng khi trong phòng có tủ lạnh hoạt động. Bên trong một trại ván ở huyện Leh, một tủ lạnh có nhiệt độ ngăn lạnh được đặt ở giá trị  $T_c$ . Khí quyển bên ngoài trại ván có nhiệt độ  $T_o$ . Các bức tường của trại và của ngăn lạnh đều dẫn nhiệt. Nhiệt độ của ngăn lạnh luôn được giữ ở  $T_c$  nhờ vào một máy nén. Nguyên lý làm việc của máy lạnh có thể được biểu diễn bằng sơ đồ hình vẽ.

Hình vuông lớn tô màu là ngăn lạnh có nhiệt lượng trong một đơn vị thời gian  $Q_c$  thẩm từ phòng vào. Cũng một lượng nhiệt  $Q_c$  như thế được bơm ra nhờ một máy nén (còn gọi là máy nén, được biểu diễn bởi hình vuông nhỏ có cạnh dày hơn). Động cơ cung cấp một công W và thải nhiệt lượng  $Q_H$  ra phòng. Độ dẫn nhiệt (đo bằng Watt/Kelvin) của vách ngăn lạnh và của trại ván là  $K_c$  và  $K_H$ . Sau một thời gian dài nhiệt độ của phòng là  $T_H$ . Máy nén làm việc như một động cơ Carnot nghịch và không tham gia vào quá trình truyền nhiệt.



1.Viết định luật truyền nhiệt của vách ngăn lạnh và tường của trại ván.

$$k = \frac{K_H}{K_c}, h = \frac{T_H}{T_o}, c = \frac{T_c}{T_o}$$

2.Ta đặt các đại lượng không thứ nguyên:  $k$ ,  $h$ ,  $c$ ,  $W$ ,  $Q_H$ ,  $Q_c$ . Biểu diễn h qua các đại lượng c và k.

3.Tính  $T_H$  nếu biết  $T_0 = 280K$ ,  $T_c = 252K$  và  $k = 0,9$ .

4.Bây giờ người ta đặt thêm một máy lạnh thứ hai giống hệt cái trước vào phòng.  $T_c$  và  $T_o$  không đổi, còn nhiệt độ của phòng  $T_H$  thì thay đổi thành  $T'_H$ . Hãy viết phương trình truyền nhiệt cho phòng và một trong hai ngăn lạnh.

$$\frac{T'_H}{T_o}$$

5.Giả sử các đại lượng không thay đổi k và c không thay đổi. Đặt  $h' = \frac{T'_H}{T_o}$ . Tìm biểu thức của  $h'$ .

ĐS: 1.  $Q_H - Q_C = K_H (T_H - T_o)$ ;  $Q_C = K_c (T_H - T_c)$ ;

$$2. h = c \frac{(2+k) \pm \sqrt{(2+k)^2 - 4(1+\frac{k}{c})}}{2}; 3. T_H = 284,7\text{K}.$$

### Bài 13. (Đề thi học sinh giỏi Quốc gia 2015 ngày 1)

Một máy điều hòa nhiệt độ hai chiều hoạt động theo chu trình Cácnô thuận nghịch làm việc giữa nguồn nhiệt có nhiệt độ tuyệt đối  $T_p$  (bên trong phòng) và nguồn nhiệt có nhiệt độ tuyệt đối  $T_n$  (không gian rộng bên ngoài phòng). Khi hoạt động liên tục máy tiêu thụ công suất  $P$  từ đường tải điện năng. Khi máy lấy nhiệt lượng từ bên trong phòng và truyền ra bên ngoài để làm mát căn phòng, máy là một máy lạnh. Ngược lại, khi máy hấp thụ nhiệt lượng từ bên ngoài và nhả vào trong phòng để sưởi ấm, máy là một bơm nhiệt lượng. Do phòng không hoàn toàn cách nhiệt nên xảy ra quá trình truyền nhiệt giữa môi trường và phòng. Quá trình truyền nhiệt tuân theo phương trình  $Q = A(T_n - T_p)t$  với  $A$  là hệ số truyền nhiệt và được coi là không đổi,  $t$  là thời gian. Để duy trì nhiệt độ trong phòng, máy điều hòa nhiệt độ được kiểm soát bằng một bộ điều khiển mở-tắt thông thường. Máy lạnh sẽ hoạt động khi nhiệt độ trong phòng cao hơn giá trị nhiệt độ đặt trước và tạm ngừng hoạt động khi nhiệt độ trong phòng thấp hơn nhiệt độ đặt trước. Với bơm nhiệt lượng thì việc mở-tắt là ngược lại.

1. Mùa hè, khi nhiệt độ môi trường bên ngoài là  $37^\circ\text{C}$ , nếu cho máy lạnh chạy liên tục thì nhiệt độ thấp nhất trong phòng đạt được là  $17^\circ\text{C}$ . Để máy lạnh chỉ hoạt động 40% trên tổng thời gian thì cần đặt cho máy ở nhiệt độ bao nhiêu?

2. Mùa đông, nếu cho bơm nhiệt lượng chạy liên tục thì nhiệt độ cao nhất bên trong phòng đạt được là  $27^\circ\text{C}$ , tìm nhiệt độ môi trường bên ngoài. Để máy chỉ hoạt động 40% trên tổng thời gian thì cần đặt cho máy ở nhiệt độ bao nhiêu?

3. Một gia đình có hai căn phòng (một và hai) như nhau và được lắp hai điều hòa nhiệt độ hai chiều giống hệt nhau. Ở một thời điểm nào đó, nhiệt độ bên ngoài đang là  $25^{\circ}\text{C}$ , phòng một dùng máy để làm mát và đặt nhiệt độ ở  $24^{\circ}\text{C}$ , phòng hai thì lại dùng để sưởi ấm và đặt nhiệt độ ở  $26^{\circ}\text{C}$ . Hãy chứng tỏ rằng máy ở phòng hai sẽ tạm ngừng hoạt động lần đầu tiên trước máy ở phòng một.

ĐS: 1.  $19,4^{\circ}\text{C}$ ; 2. Nhiệt độ bên ngoài là  $6,7^{\circ}\text{C}$ , nhiệt độ cần đặt là  $19,4^{\circ}\text{C}$ .

## CHƯƠNG X. CHUYỂN PHA. ĐỘ ẨM KHÔNG KHÍ X.1 ĐỘ ẨM KHÔNG KHÍ

Bài 1.

Không gian trong xilanh ở bên dưới pittông có thể tích là  $V_0=5$  lít chứa hơi nước bão hòa ở nhiệt độ  $t=100^{\circ}\text{C}$ . Nén hơi đẳng nhiệt đến thể tích  $V=1,6$  lít. Tìm khối lượng nước ngưng tụ (Có thể áp dụng phương trình Clapérôn-Mendéléeef). Biết rằng ở  $100^{\circ}\text{C}$  thì áp suất hơi nước bão hòa là  $p_b = 760 \text{ mmHg}$ .

ĐS: 2g

**Bài 2.** Một bình kín hình trụ có thể tích 20l có vách ngăn di động được, chia nó thành hai phần A và B. Phần A chứa 18g nước, phần B chứa 14g Nitơ. Bình được nung nóng đến  $1000\text{C}$ .

a) Xác định thể tích của các phần A, B và áp suất trong bình.

b) Nếu vách ngăn bị thủng, áp suất trong bình là bao nhiêu?

Cho biết áp suất hơi bão hòa ở  $1000\text{C}$  là 105 Pa.

$$V_A = 4,5(\text{lit}), V_B = 15,5(\text{lit}); b. 177490 \text{ pa}$$

ĐS: a.

**Bài 3.** Để xác định nhiệt hoá hơi của nước, người ta làm thí nghiệm sau. Dưa 10 g hơi nước ở nhiệt độ  $100^{\circ}\text{C}$  vào một nhiệt lượng kế chứa 290 g nước ở  $20^{\circ}\text{C}$ . Nhiệt độ cuối của hệ là  $40^{\circ}\text{C}$ . Hãy tính nhiệt hoá hơi của nước, cho biết nhiệt dung của nhiệt lượng kế là 46 J/độ, nhiệt dung riêng của nước là 4,18 J/g.độ.

ĐS:  $L=2,26 \cdot 10^3 \text{ J/g}$

**Bài 4.** Nhiệt độ của không khí là  $30^{\circ}\text{C}$ . Độ ẩm tỉ đối là 64%. Hãy xác định độ ẩm tuyệt đối và điểm sương. Ghi chú: Tính các độ ẩm theo áp suất riêng phần.

ĐS:  $a=20,3\text{g/m}^3$ .

**Bài 5.** Nhiệt độ của không khí là  $30^{\circ}\text{C}$ . Độ ẩm tỉ đối là 64%. Hãy xác định độ ẩm tuyệt đối và điểm sương. Ghi chú: Tính các độ ẩm theo áp suất riêng phần.

ĐS :  $a=20,3\text{g/m}^3$ ;  $T_n = 19,2^{\circ}\text{C}$

**Bài 6.** Không khí trong một bình thể tích  $V_1 = 10$  lít có độ ẩm tương đối là  $f_1 = 40\%$  (hay  $f_1 = 0,4$ ), còn trong bình thứ hai thể tích  $V_2 = 10$  lít ở cùng nhiệt độ thì có độ ẩm tương đối là  $f_2 = 60\%$  (hay  $f_2 = 0,6$ ). Nối hai bình bằng một ống mảnh có khóa. Hỏi độ ẩm tương đối sẽ ổn định là bao nhiêu sau khi mở khóa?

$$f = \frac{f_1 V_1 + f_2 V_2}{V_1 + V_2} = 50\%$$

ĐS:

**Bài 7.** Cần phải làm cho không khí trong phòng có thể tích  $V = 49,8 \text{ m}^3$  bay hơi thêm một lượng hơi nước bằng bao nhiêu để ở  $t_1 = 27^{\circ}\text{C}$  nâng độ ẩm từ  $f_1 = 25\%$  đến  $f_2 = 50\%$ ? Biết áp suất hơi bão hòa của nước ở  $27^{\circ}\text{C}$  bằng  $p_{bh} = 3,6 \text{ kPa}$ .

$$\Delta m = \frac{(f_2 - f_1) p_{bh} V \mu}{RT} = 324 \text{ g}$$

ĐS:

**Bài 8.** Một bình kín ở nhiệt độ 100% chứa không khí ẩm với độ ẩm tương đối  $f = 40\%$  dưới áp suất  $p_1 = 2 \text{ at}$ . Người ta giảm thể tích khí 3 lần theo một quá trình đẳng nhiệt. Xác định áp suất cuối cùng. Bỏ qua thể tích nước ngưng tụ.

ĐS: 580 kPa.

**Bài 9.** Máy điều hòa không khí (kiểu một cục) mỗi giây hút 401 không khí từ khí quyển có nhiệt độ  $t_1 = 37^{\circ}\text{C}$  và có độ ẩm  $7^{\circ}\text{C}$  và đưa vào phòng. Sau khi máy chạy một thời gian, tất cả không khí trong phòng đều do máy đưa vào và nhiệt độ không khí trong cả phòng là  $t_3 = 25^{\circ}\text{C}$ . Áp suất hơi bão hòa ở các nhiệt độ  $t_1, t_2, t_3$  lần lượt là  $p_{bh1} = 6200 \text{ Pa}$ ,  $p_{bh2} = 1000 \text{ Pa}$ ,  $p_{bh3} = 3190 \text{ Pa}$ . Tính:

- Lượng hơi nước ngưng tụ ở máy trong mỗi giây.
- Độ ẩm tương đối trong phòng (theo nghĩa khí tượng học). Coi hơi nước như khí lí tưởng.

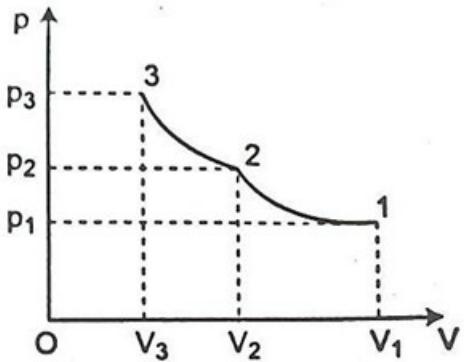
ĐS: a. 1,1g; b.  $f = 31\%$

**Bài 10.** Trên hình vẽ đường đẳng nhiệt của không khí âm: 1-2 và 2-3 là hai cung của hyperbol khác nhau, ở điểm 2 đường đẳng nhiệt có hai tiếp tuyến ở phía phải và phía trái khác nhau.

Xác định độ ẩm tương đối của không khí ở các điểm 1, 2, 3 theo các áp suất  $p_t$ ,  $p_2$ ,  $p_3$  ở những điểm này.

$$f = \frac{p_1}{p_2}$$

ĐS: Ở điểm 1:  $\frac{p_2}{p_1}$ ; tại các điểm 2 và 3 đều có độ ẩm tương đối của không khí là 100%.



**Bài 11.** Hơi nước bão hòa ở nhiệt độ  $t=100^\circ\text{C}$  trong một bình hình trụ dưới một pitong không trọng lượng. Khi dịch chuyển chậm một phần nhỏ hơi có khối lượng  $\Delta m = 0,70\text{g}$  bị ngưng tụ, tính công thực hiện lên hơi? Coi hơi là khí lý tưởng, bỏ qua thể tích chất lỏng ngưng tụ.

ĐS:  $A=120,5\text{J}$

**Bài 12.** Không gian trong xy lanh dưới pitong có thể tích  $V_0=51$  đựng hơi nước bão hòa, ở nhiệt độ  $t=100^\circ\text{C}$ . Hãy tìm khối lượng của pha lỏng được tạo thành do sự giảm đẳng nhiệt thể tích dưới piton đến  $V=1,6$  lít. Coi hơi bão hòa là khí lý tưởng.

ĐS:  $m_{\text{lỏng}}=2,0\text{g}$

**Bài 13.** Ở nhiệt độ  $t_1 = 22^\circ\text{C}$  độ ẩm tương đối của không khí là 60%. Nhiệt độ hạ xuống  $t_2 = 10^\circ\text{C}$ , tính khối lượng nước ngưng tụ trong  $1\text{ m}^3$  không khí. Áp suất hơi nước bão hòa ở  $22^\circ\text{C}$  là  $p_1 = 2,6 \cdot 10^3\text{ Pa}$ , ở  $10^\circ\text{C}$  là  $p_2 = 1,2 \cdot 10^3\text{ Pa}$ .

ĐS:  $2,25\text{g/m}^3$

**Bài 14.** Tìm tỉ số khối lượng riêng của hơi nước bão hòa trên khối lượng riêng của nước ở  $t = 100^\circ\text{C}$ . Áp suất hơi bão hòa của nước ở nhiệt độ này là  $p_{bh}=10^5\text{ N/m}^2$ .

ĐS:  $\rho_{H_2O}=10^3\text{kg/m}^3$

**Bài 15.** Trong bình bơm có thể tích  $V=5.10^{-3} m^3$  chứa  $m_n=10^{-3} kg$  nước. Xác định áp suất hơi trong bình ở nhiệt độ  $t_1=200^\circ C$ . áp suất này trở thành bao nhiêu nếu

a) tăng nhiệt độ tới  $t_2 = 100^\circ C$ .

b) nối bình với một bình bơm khác có cũng thể tích và nhiệt độ, áp suất hơi nước bão hòa bằng  $2,3 \cdot 10^3 N/m^2$  ở  $20^\circ C$  và  $10^5 N/m^2$  ở  $100^\circ C$ .

ĐS: a. $3,4 \cdot 10^4 (N/m^2)$ ; b.  $2,3 \cdot 10^3 N/m^3$ .

**Bài 16.** Ở độ ẩm tương đối cực đại  $f_0$  của không khí trong phòng là bao nhiêu thì chai sữa lấy ra từ tủ lạnh sẽ không bị "đổ mồ hôi"? Nhiệt độ trong tủ lạnh là  $t_1 = 5^\circ C$ , còn nhiệt độ trong phòng là  $t_2 = 25^\circ C$ . Áp suất hơi nước bão hòa là  $p_1 = 866 N/m^2$  ở  $5^\circ C$  và  $p_2 = 3192 N/m^2$  ở  $25^\circ C$ .

ĐS: 30%.

**Bài 17.** Về mùa hè, trước khi có giông, khối lượng riêng của không khí ẩm (khối lượng của cả hơi nước và không khí trong  $1cm^3$ ) bằng  $\rho = 1140 g/m^3$ , ở áp suất  $p=100 kPa$  và nhiệt độ  $t = 30^\circ C$ . Hãy tìm tỉ số giữa áp suất riêng phần của hơi nước trong không khí và áp suất riêng phần của không khí khô. Cho khối lượng một mol không khí là  $M_k = 29 g/mol$  và của hơi nước là  $18 g/mol$ . Hằng số khí lý tưởng  $R=8,31 J/(mol.K)$ .

$$\frac{p_h}{p_k} \approx \frac{1}{37}$$

ĐS:

**Bài 18.** Trong một buồng tắm hơi, ở nhiệt độ  $t_1 = 100^\circ C$  độ ẩm tương đối của không khí là  $a_1 = 50\%$ . Sau khi nhiệt độ không khí giảm đến  $t_2 = 97^\circ C$  và hơi đã ngưng tụ thì độ ẩm tương đối của không khí là  $a_2 = 45\%$ . Hỏi một lượng nước bằng bao nhiêu đã tách ra khỏi không khí ẩm nếu thể tích của buồng hơi  $V = 30 m^3$ ? Biết rằng áp suất hơi bão hòa ở nhiệt độ  $t_2$  nhỏ hơn ở nhiệt độ  $t_1$  là  $80 mmHg$ .

ĐS:  $1,6 kg$

**Giải:** áp suất hơi bão hòa ở  $t_1 = 100^\circ C$  là  $p_{1h} = 10^5 Pa = 760 mmHg$ , còn ở  $t_2 = 97^\circ C$  là  $p_{2h} = 680 mmHg$ . Từ phương trình trạng thái suy ra khối lượng hơi nước trong buồng hơi ở hai nhiệt độ  $t_1$  và  $t_2$  tương ứng bằng:

$$m_1 = \frac{a_1 p_{1h} V M_h}{R T_1 100\%} \quad \text{và} \quad m_2 = \frac{a_2 p_{2h} V M_h}{R T_2 100\%}$$

ở đây  $M_h = 18 g/mol$ . Như vậy lượng nước tạo thành do hơi nước ngưng tụ là:

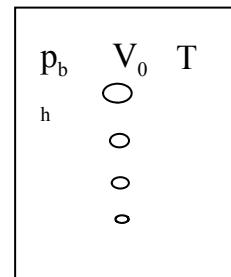
$$\Delta m = m_1 - m_2 = \frac{VM_h}{R \cdot 100\%} \left( \frac{a_1 p_{1h}}{T_1} - \frac{a_2 p_{2h}}{T_2} \right) \approx 1,6 \text{kg}$$

**Bài 19.** Xét thí nghiệm sau. Trong một xilanh có một ít nước và hơi được giữ ở phía dưới pittông gắn với một lò xo. Khối lượng của nước bằng  $M = 1\text{g}$ . Nhiệt độ trong xilanh được duy trì không đổi và bằng  $100^\circ\text{C}$ . Khi cho một phần hơi khối lượng  $m = 7\text{g}$  thoát ra khỏi xilanh thì pittông bắt đầu chuyển động. Sau khi trạng thái cân bằng đã được xác lập thì thể tích dưới pittông bằng một nửa lúc đầu. Hỏi lúc bắt đầu thí nghiệm thì khối lượng và thể tích của hơi nước trong xilanh bằng bao nhiêu? Biết pittông sẽ nằm cân bằng ở đáy của xilanh khi lò xo không bị biến dạng.

$$\text{ĐS: } m_h = \frac{4}{3}(m - M) = 8\text{g}; \quad V = \frac{m_h RT}{M_h p_{1h}} = 13,8 \text{ lít}$$

**Bài 20.** Xét một bình kín có đựng nước và phần trên là không khí lúc đầu ở nhiệt độ  $T_0$  và áp suất khí là  $p_0$ . Người ta đun nóng bình từ từ, hơi nước sẽ sôi ở nhiệt độ  $T$  bằng bao nhiêu. Bỏ qua phần thể tích nước lỏng đã bị hóa hơi.

1. Tìm biểu thức áp suất hơi bão hòa theo nhiệt độ.
2. Tại sao ở nắp vung xoong nồi thường có 1 lỗ nhỏ? Lỗ đấy có tác dụng gì?



$$\text{ĐS: 1. } p_{bh} = e^{-\frac{L}{nR} \cdot \frac{1}{T} + C}$$

**Bài 21.** Máy điều hòa nhiệt độ cho qua phòng một khối không khí có thể tích  $V = 3\text{m}^3$  trong mỗi giây. Không khí được lấy từ đường phố ở nhiệt độ  $t_1 = 40^\circ\text{C}$  và độ ẩm tương đối  $f_1 = 80\%$ , sau đó được làm lạnh trong máy điều hòa đến nhiệt độ  $t_2 = 5^\circ\text{C}$  và trong phòng được nung nóng tới nhiệt độ  $t_3 = 25^\circ\text{C}$ . Khối lượng nước  $m$  ngưng tụ trong mỗi giây trong máy điều hòa ở chế độ làm việc như thế của nó là bao nhiêu? Độ ẩm tương đối  $f$  của không khí được thiết lập trong phòng là bao nhiêu? áp suất hơi nước bão hòa là  $p_1 = 7,4 \cdot 10^3 \text{ N/m}^2$  ở  $40^\circ\text{C}$ ,  $p_2 = 866 \text{ N/m}^2$  ở  $5^\circ\text{C}$  và  $p_3 = 3192 \text{ N/m}^2$  ở  $25^\circ\text{C}$ .

ĐS:  $f = 30\%$ .

**Bài 22.** Trong phòng có thể tích  $V = 50\text{m}^3$ , độ ẩm (tương đối) của không khí là  $f = 60\%$  ở nhiệt độ  $t = 20^\circ\text{C}$  và áp suất  $p = 10^5 \text{ N/m}^2$ . Khối lượng  $m$  của không khí ẩm trong phòng bằng bao nhiêu? Khối lượng này thay đổi như thế nào khi tăng độ ẩm lên  $\Delta f = 10\%$  ở nhiệt

độ và áp suất không đổi? Khi đó, tổng số phần tử của không khí ẩm trong phòng có thay đổi không? áp suất hơi bão hòa ở  $t = 20^\circ\text{C}$  là  $p_{bh} = 2,3 \cdot 10^3 \text{ N/m}^2$ .

ĐS: 58kg; 0,05kg; khối lượng không khí ẩm giảm.

**Bài 23.** Một quả cầu có thể tích  $V$  không đổi đặt trong không khí gần sát mặt đất, nơi có áp suất  $p_0$ , nhiệt độ  $T_0$ . Coi gia tốc trọng trường là  $g$  không đổi và không khí là khí lý tưởng.

1. Cho khối lượng mol của không khí là  $\mu$ .

a) Tính lực đẩy Acsimét của không khí tác dụng lên quả cầu.

b) Khi đưa quả cầu lên cao, tìm quy luật biến đổi của lực đẩy nói trên theo độ cao  $z$  so với mặt đất nếu nhiệt độ khí quyển ở độ cao  $z$  là  $T = T_0 - az$  với  $a$  là một hằng số dương.

2. Giữ quả cầu ở một vị trí cố định. Nếu độ ẩm của không khí tăng thêm 10%, áp suất và nhiệt độ của không khí ẩm trong vùng đặt quả cầu không đổi thì lực đẩy Acsimét tác dụng lên quả cầu tăng hay giảm một lượng bằng bao nhiêu? Biết khối lượng riêng của hơi nước bão hòa ở nhiệt độ đã cho là  $A$ , khối lượng mol của không khí khô là  $\mu_{kk} = 29 \text{ g/mol}$  và của hơi nước là  $\mu_{hn} = 18 \text{ g/mol}$ .

$$F = \frac{p_0 V \mu g}{R T_0} ; 1b. F = \frac{p_0 \mu}{R T_0} V g \left( 1 - \frac{az}{T_0} \right)^{\frac{\mu g}{R a} - 1} ; 2. \text{Lực nâng giảm } \Delta F \approx -0,061 A g V.$$

**Bài 24.** (Đề thi học sinh giỏi Quốc gia 2015 ngày 2)

Một xi lanh hình trụ chứa không khí ẩm có độ ẩm tương đối 80% được đóng kín bằng một pit-tông di động. Nhiệt độ của hệ luôn được giữ không đổi. Ban đầu áp suất trong xi lanh là  $p_1 = 100 \text{ kPa}$  và thể tích  $V_1 = 50,0 \text{ lít}$ . Thực hiện quá trình nén pit-tông vô cùng chậm về trạng thái cuối có áp suất  $p_2 = 200 \text{ kPa}$  và thể tích  $V_2 = 24,7 \text{ lít}$ . Giả thiết thể tích của nước ở dạng lỏng là không đáng kể, trạng thái của hơi nước và không khí tuân theo phương trình trạng thái của khí lí tưởng. Cho khối lượng mol của không khí là  $\mu_{kk} = 29 \text{ g.mol}^{-1}$ ; của nước là  $\mu_n = 18 \text{ g.mol}^{-1}$ ; hằng số khí  $R = 8,31 \text{ J.mol}^{-1}\text{.K}^{-1}$ ; lấy nhiệt hóa hơi riêng của nước  $L = 2250 \text{ J/g}$ . Hãy:

1. Tính độ ẩm tương đối của không khí ẩm ở trạng thái cuối và khối lượng không khí trong xi lanh.

2. Tính công mà hỗn hợp không khí và hơi nước tác dụng lên pit-tông.

3. Tính nhiệt lượng mà nước và hơi nước đã nhận được trong quá trình trên.

Cho bảng áp suất hơi nước bão hòa phụ thuộc nhiệt độ

t (°C)	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
p (kPa)	3,1 7	3,36	3,57	3,78	4,0 1	4,24	4,49	4,75	5,03	5,32	5,62

ĐS: 1. 100%;;  $m_{kk} \approx 55,97\text{g}$ ; 2.  $A = -3,51\text{ kJ}$ ; 3.  $Q = -1,003\text{kJ}$

**Bài 25.** Một nhà tắm hơi, độ ẩm tương đối của không khí là  $\varphi_1=50\%$  ở nhiệt độ  $t_1=100^\circ\text{C}$ . Sau đó nhiệt độ giảm xuống đến  $t_2=97^\circ\text{C}$  và hơi “lắng xuống” nên độ ẩm của không khí là  $\varphi_2=45\%$ . Một khối lượng nước bằng bao nhiêu đã được tách ra từ hơi ẩm không khí lúc đầu nếu như thể tích của nó  $V=30\text{ m}^3$ ? Biết rằng ở nhiệt độ  $97^\circ\text{C}$ , áp suất hơi bão hòa nhỏ hơn  $80\text{ mmHg}$  so với ở nhiệt độ  $100^\circ\text{C}$ .

ĐS:  $\Delta m=4,8\text{kg}$ .

**Bài 26.** Trong một bình thể tích  $V_1=20\text{ lít}$  có một ít nước, hơi bão hòa và không khí. Tăng chậm dần thể tích của mình ở nhiệt độ không đổi đến thể tích  $V_2=40\text{ lít}$ , khi đó áp suất trong bình giảm từ  $p_1=3\text{atm}$  đến  $p_2=2\text{ atm}$ . Hãy xác định khối lượng nước trong bình đầu, cuối thí nghiệm nếu như khối lượng tổng cộng của nước và hơi là  $m=36\text{g}$ . Bỏ qua thể tích của nước trong cả quá trình thí nghiệm.

ĐS:  $12\text{g}$

**Bài 27.** Một xi lanh, ở dưới pit tông có một ít chất lỏng và hơi bão hòa của nó ở nhiệt độ nào đó. Khi nung đằng áp chậm nhiệt độ của hệ tăng lên đến  $100^\circ\text{C}$ , còn thể tích tăng thêm 54%. Nhiệt độ trong xi lanh đã tăng lên bao nhiêu nếu lúc đầu khối lượng của hơi bằng  $2/3$  khối lượng của toàn bộ hỗn hợp? Bỏ qua thể tích ban đầu của chất lỏng so với thể tích của hệ.

ĐS:  $T_1=363\text{ K}$ .

**Bài 28.** Trong một bình có chứa chất lỏng và hơi bão hòa của nó. Trong quá trình giãn nở đằng nhiệt thể tích của hơi chiếm tăng lên  $\beta=3$  lần, còn áp suất của hơi giảm đi  $\alpha=2$  lần. Hãy tìm tỉ số giữa khối lượng của chất lỏng  $m_l$  và khối lượng hơi của nó  $m_h$  lúc đầu trong bình. Bỏ qua thể tích chất lỏng.

**Bài 29.** Sau một cơn mưa mùa hè, độ ẩm tương đối của không khí đạt 100%. Khi đó khối lượng riêng của không khí ẩm (khối lượng của hơi nước và không khí trong một  $\text{cm}^3$ ) là

$\rho = 1171 \text{ g/m}^3$ , áp suất của nó là  $p = 100 \text{ kPa}$  và nhiệt độ  $t = 22^\circ\text{C}$ . Hãy tìm áp suất hơi bão hoà ở nhiệt độ  $t = 22^\circ\text{C}$ . Cho biết khối lượng một mol không khí là  $M_k = 29 \text{ g/mol}$  và của hơi nước  $M_h = 18 \text{ g/mol}$ , hằng số khí lí tưởng  $R = 8,31 \text{ J/(mol/K)}$ .

ĐS:  $2,7 \cdot 10^3 \text{ Pa}$ .

**Bài 30.** Một hỗn hợp nước và hơi bão hoà có thể tích nào đó ở nhiệt độ  $90^\circ\text{C}$ . Nếu nung nóng đẳng tích hỗn hợp thì toàn bộ nước sẽ bay hơi khi nhiệt độ tăng thêm  $10^\circ\text{C}$ . Áp suất hơi bão hoà ở nhiệt độ  $90^\circ\text{C}$  bằng bao nhiêu nếu lúc đầu khối lượng của nước chiếm 29% khối lượng của toàn bộ hỗn hợp? Cho biết thể tích của nước nhỏ không đáng kể so với toàn thể tích toàn bộ hỗn hợp.

$$\text{ĐS: } p_{bh1} = \frac{71}{100} \frac{T_1}{T_2} p_h$$

**Bài 31.** Cần phải làm cho không khí trong phòng có thể tích  $V = 49,8 \text{ m}^3$  bay hơi thêm một khối lượng nước bằng bao nhiêu để ở  $t_1 = 27^\circ\text{C}$  nâng độ ẩm tương đối từ 25% đến 50%. Biết áp suất hơi bão hoà của nước ở  $27^\circ\text{C}$  bằng  $3,6 \text{ kPa}$ .

ĐS:  $\Delta m = 0,988 \text{ g}$ .

**Bài 32.** Một bình kính ở nhiệt độ  $100^\circ\text{C}$  chứa không khí ẩm với độ ẩm tương đối là 40% dưới áp suất là 2 at. Người ta giảm thể tích khí 3 lần theo một quá trình đẳng nhiệt. Xác định áp suất cuối cùng. Bỏ qua thể tích nước ngưng tụ.

ĐS:  $5,8 \text{ atm}$ .

**Bài 33.** Một bình kính nhiệt độ  $100^\circ\text{C}$  chứa không khí ẩm dưới áp suất 2 at. Sau đó thể tích bình giảm đẳng nhiệt 5 lần, áp suất tăng 4 lần. Tính độ ẩm tương đối ban đầu. Bỏ qua thể tích nước ngưng tụ.

ĐS:  $\varphi_1 = 60\%$ .

**Bài 34.** Trong một xilanh, ở dưới pittông có một ít chất lỏng và hơi bão hoà của nó ở nhiệt độ nào đó. Khi nung đẳng áp chậm nhiệt độ của hệ tăng lên đến  $100^\circ\text{C}$  còn thể tích tăng thêm 54%. Nhiệt độ trong xilanh đã tăng lên bao nhiêu độ nếu lúc đầu khối lượng của hơi bằng  $2/3$  khối lượng toàn bộ của hỗn hợp? Bỏ qua thể tích ban đầu của chất lỏng so với thể tích của hệ.

$$\Delta T = T_c \frac{\beta\alpha - 1}{\beta\alpha} \approx 10K$$

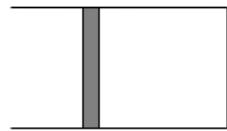
ĐS:

**Bài 35.** Một máy điều hoà, mỗi giây hút  $3 \text{ m}^3$  không khí từ khí quyển có nhiệt độ  $t_1 = 40^\circ\text{C}$  và độ ẩm 80%. Máy làm không khí lạnh xuống  $t_2 = 5^\circ\text{C}$  và đưa vào buồng. Sau một thời

gian máy lạnh hoạt động, nhiệt độ trong buồng là  $t_3=25^{\circ}\text{C}$ . Tính lượng nước ngưng tụ mỗi giây ở máy và độ ẩm trong phòng. áp suất hơi nước bão hòa ở nhiệt độ  $t_1, t_2, t_3$  tương ứng là  $p_1=7400\text{pa}$ ;  $p_2=870\text{pa}$ ;  $p_3=3190\text{pa}$ .

ĐS: 29 %

**Bài 36.** Không khí ngoài trời rất ẩm, có áp suất 1atm và nhiệt độ  $30^{\circ}\text{C}$ . Người ta cho một lượng không khí đó vào trong một xi lanh và ngăn cách với bên ngoài bằng một pitông (hình vẽ). Tiếp đó thực hiện việc dịch chuyển pitông một cách từ từ sao cho nhiệt độ không đổi. Nhận thấy những vị trí mà pitông có thể nằm cân bằng khi ta thổi không tác dụng lực lên nó là những vị trí mà thể tích khí trong xi lanh thoả mãn  $aV_0 < V < bV_0$  ( $V_0$  là thể tích ban đầu ứng với khí ở  $30^{\circ}\text{C}$ , áp suất 1atm;  $a=0,8$  và  $b=1,32$ ). Ở một số vị trí của pitông trong khoảng đó, xi lanh bị mờ đi. Cho áp suất hơi nước bão hòa ở  $30^{\circ}\text{C}$  là  $p_b=4,23\text{ kpa}$ . Hãy xác định độ ẩm của không khí?



ĐS: 94,5 %

**Bài 37.** Một xilanh có piston đậy kín và được giữ ở nhiệt độ không đổi  $40^{\circ}\text{C}$ . Ban đầu thể tích trong xilanh là 10lít và chứa hai chất lỏng dễ bay hơi, số mol mỗi chất là  $n_1 = n_2 = 0,05\text{mol}$ . Cho biết: ở nhiệt độ  $40^{\circ}\text{C}$  áp suất hơi bão hòa của chất thứ nhất là  $p_1 = 7\text{kPa}$ , của chất lỏng thứ hai là  $p_2 = 17\text{kPa}$ . Khối lượng mol của hai chất lỏng lần lượt là  $\mu_1 = 1,8 \cdot 10^{-2}\text{kg/mol}$  và  $\mu_2 = 4,6 \cdot 10^{-2}\text{kg/mol}$ .

a. Xác định khối lượng chất lỏng trong xilanh sau khi thực hiện nén đẳng nhiệt làm cho thể tích trong xilanh giảm đi 3 lần. Bỏ qua phần thể tích của chất lỏng .

b. Vẽ đồ thị biểu diễn quá trình trên trong hệ tọa độ  $p - V$ .

ĐS: a.  $2,03 \cdot 10^{-3}\text{kg}$

**Bài 38.** Một hỗn hợp gồm nước, hơi nước bão hòa và không khí được chứa trong xy lanh có pittông khít bằng kim loại. Ban đầu áp suất riêng phần của hơi nước bão hòa và không khí bằng nhau. Di chuyển pittông vô cùng chậm để thực hiện quá trình giãn nở đẳng nhiệt thuận nghịch hỗn hợp trên. Ở trạng thái cuối, thể tích của hơi nước và không khí tăng lên

3 lần, còn áp suất của hỗn hợp hơi nước và không khí lên thành xy lanh giảm 2 lần so với ban đầu. Coi thể tích của nước ở dạng lỏng là không đáng kể, hơi nước và không khí tuân theo phương trình trạng thái khí lý tưởng.

1. Chứng minh rằng hơi nước ở trạng thái cuối là hơi khô
2. Tính tỉ lệ khối lượng của nước và hơi bão hòa chứa trong xy lanh lúc đầu.

$$\frac{m_{\text{nước}}}{m_{\text{hỗn}}} = 1$$

ĐS: 2.

**Bài 39.** Nước và hơi bão hòa đựng trong bình thể tích  $V=6,0$  Lít ở nhiệt độ  $250^{\circ}\text{C}$  và áp suất  $40\text{atm}$ . ( $a=0,554\text{Pa.m}^6/\text{mol}^2$ ;  $b=30 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3/\text{mol}$ )

1. Thể tích riêng của hơi ở các điều kiện trên là  $V_h' = 50 \text{ lit / kg}$ . Khối lượng của hệ (nước và hơi)  $m=5,0\text{Kg}$ .

2. Hãy tìm khối lượng và thể tích của hơi.

ĐS: 1,  $V_1' = 1 \text{ lit / Kg}$  2,  $V = 1 \text{ lít}$

**Bài 40.** Một bình chứa chất lỏng và hơi bão hòa của nó. Khi tăng đẳng nhiệt thể tích lên đến 4 lần, người ta thấy áp suất giảm 3 lần. Hãy tính tỷ số khối lượng chất lỏng và khối lượng hơi ở trạng thái ban đầu.

ĐS: 3 lần.

**Bài 41.** Xác định tỉ số khối lượng riêng của không khí ẩm có độ ẩm tì đối 90% và của không khí khô ở áp suất  $p_o=100\text{kpa}$  và nhiệt độ  $27^{\circ}\text{C}$ . Biết khối lượng riêng của hơi nước bão hòa ở nhiệt độ này là  $\rho_0=0,027 \text{ kg/m}^3$ . Khối lượng 1mol của không khí khô  $\mu_1 = 0,029 \text{ kg/mol}$  và của nước là  $\mu_2=0,018 \text{ kg/mol}$ .

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{(\mu_1 - \mu_2) \cdot \rho_0 \cdot fRT}{\mu_1 \mu_2 p_o} \approx 1,0216$$

ĐS: :  $\rho_1 = 1 + \frac{(\mu_1 - \mu_2) \cdot \rho_0 \cdot fRT}{\mu_1 \mu_2 p_o} \approx 1,0216$

**Bài 42.** Một hỗn hợp khí chứa một khối lượng  $m_1 = 100\text{g}$  nitơ và một khối lượng  $m_2$  ôxi. Nén đẳng nhiệt hỗn hợp ấy ở nhiệt độ sôi của nitơ lỏng ( $74,4\text{K}$ ) ta được đường đẳng

nhiệt trên đồ thị p-V vẽ ở hình 6.11 (1-2 và 2-3 là hai cung của hai hyperbol khác nhau, điểm 2 có hai tiếp tuyến khác nhau ở hai phía).

a) Hãy xác định áp suất hơi bão hòa của ôxi ở 74,4K

b) Khối lượng  $m_2$  của ôxi.

Biết rằng ôxi sôi ở nhiệt độ cao hơn 74,4K.

$$\text{ĐS: a. } \frac{1}{6} \text{ atm; b. } 38\text{g.}$$

**Bài 43.** Nén đẳng nhiệt hơi bão hòa tới khi thể tích giảm n lần.

a. Hãy tìm tỉ phần thể tích mà chất lỏng chiếm nếu thể tích riêng của pha hơi bão hòa và pha lỏng khác nhau N lần ( $N > n$ ).

b. Cũng câu hỏi như trên nhưng trong điều kiện mà thể tích cuối ứng với tâm của phần nằm ngang của đường đẳng nhiệt Van der Waals trên giản đồ p,V.

$$\text{ĐS: a. } \eta = \frac{n-1}{N-1}; \text{ b. } \eta = \frac{1}{N+1}$$

**Bài 44.** Một hỗn hợp gồm nước, hơi nước bão hòa và không khí chứa trong một xilanh có pít-tông khít bằng kim loại. Ban đầu áp suất riêng phần của của hơi nước bão hòa và không khí bằng nhau. Di chuyển pít-tông vô cùng chậm để thực hiện quá trình dẫn nở đẳng nhiệt thuận nghịch hỗn hợp trên. Ở trạng thái cuối, thể tích của hơi nước và không khí tăng lên 3 lần còn áp suất của hỗn hợp hơi nước và không khí lên thành xilanh giảm 2 lần so với trạng thái ban đầu. Coi thể tích của nước dạng lỏng là không đáng kể, hơi nước và không khí tuân theo phương trình trạng thái khí lí tưởng.

a. Chứng minh hơi nước ở trạng thái cuối là hơi khô.

b. Tìm tỉ lệ khối lượng của nước và hơi nước bão hòa chứa trong xi lanh tại thời điểm ban đầu.

c. Tìm tỉ lệ giữa áp suất lên thành bình của hỗn hợp tại thời điểm ban đầu và tại thời điểm nước vừa hoá hơi hết.

$$\text{ĐS: a. } \frac{m_2}{m_1} = 1; \text{ b. } \frac{p_c}{p_1} = \frac{3}{4}$$

**Bài 45.** Một xilanh đóng kín bằng pittông và đặt trong buồng điều nhiệt có nhiệt độ  $27^{\circ}\text{C}$  chứa hỗn hợp hai chất khí không tương tác hóa học với nhau . Lượng chất 1 là  $n_1 = 0,5$  mol , lượng chất 2 là  $n_2 = 0,4$  mol . Người ta nén từ thể tích ban đầu  $V_0 = 200 \text{ dm}^3$  xuống thể tích cuối  $V_c = 30 \text{ dm}^3$  .

a) Tính áp suất ban đầu của hỗn hợp .

b) Trạng thái hai chất biến đổi thế nào trong quá trình nén ? Tính thể tích và áp suất của từng chất và của cả hỗn hợp ứng với các điểm đặc biệt của đồ thị  $P_V$  và vẽ đồ thị này ( gồm 3 đường cong ) .

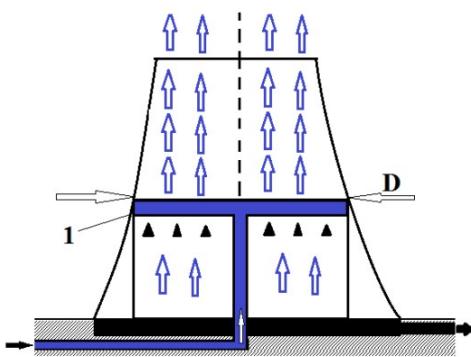
c) Tính khối lượng các chất long có trong xilanh ở cuối quá trình .

Chất 1 có khối lượng mol  $\mu_1 = 0,02 \text{ kg/mol}$  và áp suất hơi bão hòa ở  $27^{\circ}\text{C}$  bằng  $P_{b1} = 0,83 \cdot 10^4 \text{ Pa}$  . Chất 2 có  $\mu_2 = 0,04 \text{ kg/mol}$  và  $P_{b2} = 1,66 \cdot 10^4 \text{ Pa}$  . Giả thiết hơi bão hòa cũng tuân theo phương trình của các khí lí tưởng . Lấy  $R = 8,31 \text{ J/mol.K}$ .

ĐS: a.  $11218,5 \text{ Pa}$ ; b. Khi chất 1 bắt đầu ngưng tụ :thể tích hỗn hợp  $150 \text{ dm}^3$ , áp suất hỗn hợp  $14948 \text{ Pa}$ . Khi chất 2 ngưng tụ :thể tích hỗn hợp  $60 \text{ dm}^3$ , áp suất hỗn hợp  $24900 \text{ Pa}$

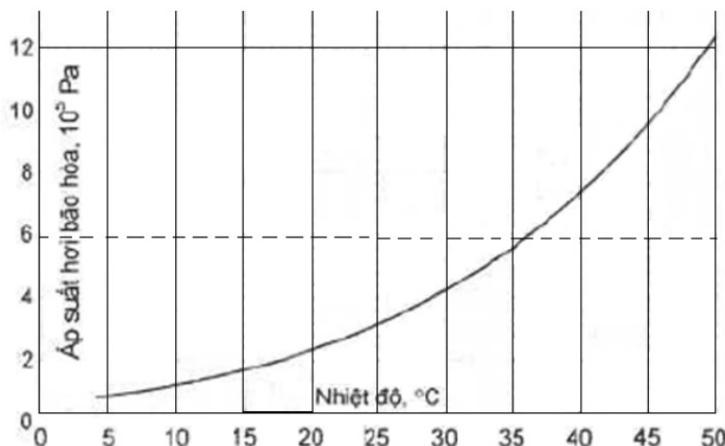
c. Chất lỏng 1:  $0,008\text{kg}$ ;  $0,016 \text{ kg}$

**Bài 46.** Trong các cơ sở công nghiệp, để làm mát nước với lượng lớn, người ta sử dụng nhà làm lạnh (hình vẽ).



Ta xét một nhà làm lạnh được mô hình hóa như một ống trụ rỗng có đường kính  $D = 15\text{m}$ , ở độ cao  $H$  cách đáy có một hệ thống vòi phun đặc biệt (1) phun nước nóng ở nhiệt độ  $t_1 = 50^\circ\text{C}$ . Khi rơi xuống, nước nguội dần đến  $t_2 = 28^\circ\text{C}$ . Người ta dùng quạt thổi khí ở nhiệt độ  $t_0 = 29^\circ\text{C}$  bay ngược với dòng nước với vận tốc  $u = 2,0\text{m/s}$ . Giả sử nhiệt độ của không khí là không đổi trong khi nó ở trong nhà làm lạnh, nhưng độ ẩm của nó thay đổi từ  $\varphi = 40\%$  ở đầu vào đến  $\varphi_1 = 100\%$  khi ra khỏi nhà làm lạnh. Hỏi trong một giờ, có bao nhiêu tấn nước được làm lạnh?

Cho các thông số của nước: nhiệt dung riêng  $c = 4,2 \cdot 10^3 \text{ J/(kgK)}$ ; nhiệt hóa hơi  $L = 2,3 \cdot 10^6 \text{ J/kg}$ , sự phụ thuộc của áp suất bão hòa vào nhiệt độ được cho ở đồ thị, hình vẽ (trục áp suất là trục tung đơn vị  $10^5 \text{ Pa}$ ; trục nhiệt độ là trục hoành đơn vị  $^\circ\text{C}$ ).



ĐS:  $q = \frac{L \Delta m_1}{c \Delta t} \approx 150 \text{ kg/s} = 540 \text{ tan/h}$

### Bài 47. HSG QG 2000

Không khí có độ ẩm tương đối  $f=72\%$  được nén đẳng nhiệt đến áp suất gấp 3 lần áp suất ban đầu, khi đó thể tích bằng  $\frac{1}{4}$  thể tích ban đầu.

- Vẽ đường đẳng nhiệt và giải thích.
- Sau khi không khí bị nén như trên thì tỉ số áp suất riêng phần của hơi nước và áp suất toàn phần của không khí ẩm là bao nhiêu?

Coi không khí và hơi nước chưa bão hòa tuân theo định luật Bôilo – Mariôt và thể tích riêng của nước lỏng có thể bỏ qua so với thể tích riêng của hơi nước ở cùng nhiệt độ. Độ ẩm tương đối của không khí được xác định bằng tỉ số của áp suất riêng phần của hơi nước trong không khí và áp suất của hơi nước bão hòa ở cùng nhiệt độ.

ĐS:  $\frac{p_{bh}}{p_{bh} + 4p_{k_1}} = 0,18$ .

### Bài 48. (Trích đề thi HSG QG 2014)

Một hỗn hợp gồm nước, hơi nước bão hòa và không khí được chứa trong một xilanh có pittông khít bằng kim loại. Ban đầu áp suất riêng phần của hơi nước bão hòa và không khí bằng nhau. Di chuyển pittông vô cùng chậm để thực hiện quá trình giãn nở đẳng nhiệt thuận nghịch hỗn hợp trên. Ở trạng thái cuối, thể tích của hơi nước và không khí tăng lên 3 lần còn áp suất của hỗn hợp hơi nước và không khí lên thành xilanh giảm 2 lần so với trạng thái ban đầu. Coi thể tích của nước ở dạng lỏng là không đáng kể, hơi nước và không khí tuân theo phương trình trạng thái khí lí tưởng.

- Chứng minh rằng hơi nước ở trạng thái cuối là hơi khô.
- Tính tỉ lệ khối lượng của nước và hơi nước bão hòa chứa trong xilanh lúc đầu.
- Vẽ đồ thị áp suất của hơi nước và không khí lên thành xilanh theo thể tích khi hệ biến đổi từ trạng thái đầu đến trạng thái cuối.

ĐS: b.  $\frac{m_2}{m_1} = 1$

### Bài 49.

1. Khí quyển có nhiệt độ giảm theo độ cao z theo biểu thức:  $T=T_0(1-az)$  (1) với  $T_0=300K$  là nhiệt độ tại mặt đất, a là hằng số dương.

- Ở độ cao nào thì nhiệt độ khí quyển giảm  $1^{\circ}$ ?
- Chứng tỏ rằng áp suất giảm theo độ cao theo quy luật:  $p(z)=p_0(1-az)^{\alpha}$ . Hay xác định giá trị của  $\alpha$

c. Chứng tỏ rằng mật độ không khí giảm theo độ cao theo quy luật:  $\rho(z)=\rho_0(1-az)^\beta$ . Hay xác định giá trị của  $\beta$ .

2. Do bị ánh sáng mặt trời chiếu, phần khí ở sát mặt đất nóng lên có nhiệt độ  $T_0$ (còn phần không khí phía trên không hấp thụ nhiệt từ ánh sáng mặt trời), bắt đầu dâng lên cao. Phần khí nóng lên nay coi là giãn nở đoạn nhiệt và sự cân bằng áp suất với phần khí xung quanh diễn ra rất nhanh. Cho hệ số đoạn nhiệt của không khí là  $\gamma=1,4$ .

a. Chứng tỏ rằng với áp suất giảm theo độ cao theo quy luật ở phần 1b, thì nhiệt độ không khí dâng lên giảm theo quy luật:  $T=T_0(1-az)^\delta$ . Hãy xác định giá trị tham số  $\delta$ .

b. Chứng tỏ rằng mật độ không khí dâng lên giảm theo độ cao theo quy luật:  $\rho(z)=\rho_0(1-az)^\varepsilon$ . Hay xác định giá trị của  $\varepsilon$ .

c. Với giá trị nào của  $a$  thì không khí bắt đầu dâng lên sẽ dâng lên ngày càng cao. Tính trị số của  $a$ . Cũng tính xem với hiệu độ cao  $\Delta z$  bằng bao nhiêu thì nhiệt độ giảm đi  $1^\circ$ .

3. Giả sử độ ẩm của không khí là  $\varphi=70\%$ . Áp suất hơi bão hòa liên hệ nhiệt độ theo hệ thức:

$$\ln \frac{p_{bh}(T)}{p_{bh}(T_0)} = -\frac{qM_1}{R} \left( \frac{1}{T} - \frac{1}{T_0} \right)$$

Với  $q=2,2 \cdot 10^6 \text{ J/kg}$  (nhiệt hóa hơi của nước),  $M_1=18 \cdot 10^{-3} \text{ kg/mol}$ : khối lượng một mol nước,  $R=8,3 \text{ J/mol.K}$  (hằng số khí lí tưởng).

Hãy tính xem hơi nước trong khối không khí dâng lên đến độ cao nào thì bắt đầu ngưng tụ (hình thành mây).

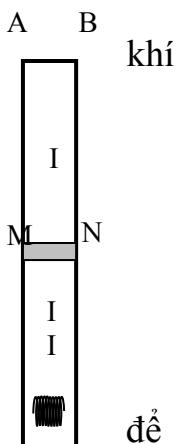
Trong bài toán này coi không khí là khí lí tưởng, khối lượng mol trung bình là  $M=29 \cdot 10^{-3} \text{ kg/mol}$ ; lấy  $g=9,8 \text{ m/s}^2$ .

ĐS: 1a.  $z = \frac{1}{300a}$ ; 1b.  $\alpha = \frac{Mg}{RT_0a}$ ; 1c.  $\beta = \frac{Mg}{RT_0a} - 1$

2a.  $\delta = \frac{\gamma-1}{\gamma} \alpha$ ; 2b.  $\varepsilon = \frac{Mg}{RT_0a\gamma}$ ; 2c.  $a \geq \frac{Mg}{RT_0} \frac{\gamma-1}{\gamma} \approx 3,3 \cdot 10^{-5} (\text{m}^{-1})$ ; 3.  $z = \frac{RT_0}{a\delta qM_1} \ln \varphi \approx 690 \text{ m}$

**Bài 50.** Một xi lanh làm bằng chất cách nhiệt, đặt thẳng đứng được chia làm hai phần bởi một pittông nhẹ MN linh động và cũng làm bằng chất cách nhiệt. Phần trên (phần I) chứa không khí có độ ẩm tỉ đối  $f$  ( $f < 100\%$ ). Nắp AB của pittông dẫn nhiệt tốt nên có thể coi không khí ở phần trên luôn có nhiệt độ bằng nhiệt độ của môi trường. Phần dưới (phần II) chứa không khí khô và có thể được truyền nhiệt nhờ có dây nung nối với một nguồn điện.

Lúc đầu mỗi phần đều có thể tích  $V_0$  và áp suất là  $p_0$ , có nhiệt độ bằng nhiệt độ của môi trường. Dùng dòng điện để nung nóng khói phía dưới thật chậm (xem hình vẽ). Coi khí là khí lí tưởng lưỡng nguyên tử.



a) Xác định áp suất và thể tích của không khí ở phần trên ở thời điểm hơi nước bắt đầu ngưng tụ.

b) Xác định nhiệt lượng nhỏ nhất cần cung cấp cho khí ở phần II để xảy ra sự ngưng tụ của hơi nước ở phần I.

c) Nếu tiếp tục cung cấp nhiệt cho khí ở phần dưới cho đến khi không khí ở phần trên có thể tích bằng  $V_0/4$  thì áp suất trong phần này là  $3,7p_0$  và có 50% số phần tử hơi nước trong phần này đã bị ngưng tụ. Tìm áp suất riêng phần của hơi nước trong không khí ẩm ở phần I của xilanh lúc đầu. Áp dụng với  $f=40\%$ .

**ĐS:**

a)  $V_1=fV_0, p_1=p_0/f$

b)  $Q=5nRT_0 \left( \frac{1-f}{f} \right) - nRT_0 \ln f$

c)  $p_{hn}=0,2p_0$

**Bài 51.** Không khí có độ ẩm tương đối (theo khí tượng học)  $h=80\%$  được nén  $\ddot{\text{ang}}$  nhiệt đến áp suất gấp 3 lần áp suất ban đầu, khí đó thể tích bằng  $\frac{1}{4}$  thể tích ban đầu.

a) Vẽ đường  $\ddot{\text{ang}}$  nhiệt và giải thích.

b) Sau khi không khí bị nén như trên thì tỉ số áp suất riêng phần của hơi nước và áp suất toàn phần của không khí ẩm là bao nhiêu?

c) Tính công nén khí nếu quá trình nén là  $\ddot{\text{ang}}$  nhiệt.

d) Tính nhiệt lượng tỏa ra.

Biết thể tích ban đầu  $V_1=4m^3$  và ẩn nhiệt hóa hơi của nước là  $L=2280\text{kJ/Kg}$ . Nhiệt độ là  $65^\circ\text{C}$ .

$$\frac{p_b}{p_b + 4p_{kl}} = 0,15$$

D/S: b,  $p_b + 4p_{kl}$ ; c, A=272kJ ; d, Q'=1020kJ

### Bài 52. (Olympic Vật lý quốc tế 1987)

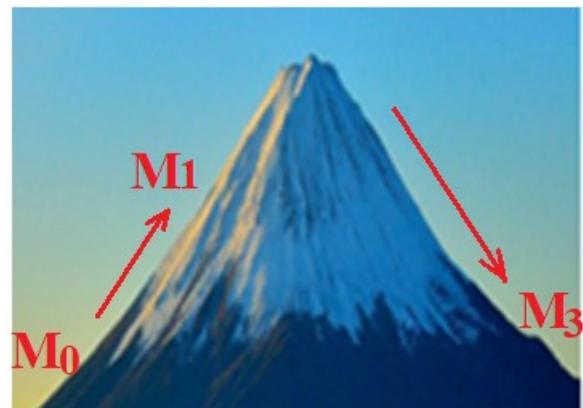
Không khí ẩm vượt qua một ngọn núi (**hình 14**); quá trình coi là đoạn nhiệt.

Ở các trạm khí tượng  $M_0$  và  $M_3$  ở chân núi, áp suất khí quyển là 100kPa; ở trạm  $M_2$  trên đỉnh núi áp suất là 70kPa. Nhiệt độ ở  $M_0$  là 20°C.

Khi không khí lên cao, mây bắt đầu được tạo thành ở áp suất 84,5kPa. Xét một lượng không khí ẩm với khối lượng 2000kg trên mỗi mét vuông mặt đất, đi tới đỉnh núi (trạm  $M_2$ ) sau 1500 giây. Trong quá trình đi lên này cứ mỗi kg không khí có 2,45g nước mưa rơi xuống.

1. Tính nhiệt độ  $T_1$  ở  $M_1$ , nơi mây bắt đầu tạo thành.
2. Tính độ cao so với  $M_0$  của  $M_1$ , giả thiết áp suất khí quyển giảm tuyến tính theo chiều cao.
3. Tính nhiệt độ  $T_2$  tại đỉnh núi.
4. Nếu nước mưa trong 3 giờ trải đều trên mặt đất thì bề dày lớp nước (cột nước mưa) là bao nhiêu.
5. Tính nhiệt độ  $T_3$  ở trạm  $M_3$ . So sánh thời tiết ở  $M_3$  và  $M_0$ .

**Gợi ý và dữ kiện:**



Coi khí quyển là chất khí lý tưởng. Bỏ qua ảnh hưởng của hơi nước lên nhiệt dung và khối lượng riêng của không khí, bỏ qua sự phụ thuộc của ẩn nhiệt hóa hơi của nước vào nhiệt độ.

Tính các nhiệt độ với chính xác 1K, độ cao của M1 với độ chính xác 10m, cột nước mưa với độ chính xác 1mm.

Nhiệt dung riêng của không khí (trong phạm vi nhiệt độ của bài )

$$c_p = 1005 \text{ J/kg.K}$$

Khối lượng riêng của không khí ở áp suất po và nhiệt độ To của trạm Mo

$$\rho_o = 1,189 \text{ kg/m}^3$$

Ân nhiệt hóa hơi của nước trong đám mây

$$L = 2500 \text{ kJ/kg}$$

$$\frac{c_p}{c_v} = \gamma = 1,4; g = 9,81 \text{ m/s}^2$$

ĐS: 1.  $T_1 = 279,4 \text{ K}$ ; 2.  $h_1 = 1408 \text{ m}$ ; 3.  $T_2 = 270,9 \text{ K}$ ; 4.  $35,3 \text{ mm}$ ; 5.  $T_3 = 300 \text{ K}$

**Bài 53.** Không khí có độ ẩm tương đối (theo khí tượng học)  $f = 80\%$  được nén  $\ddot{\text{d}}\ddot{\text{a}}\ddot{\text{g}}\ddot{\text{h}}\ddot{\text{i}}$  nhiệt

đến áp suất gấp 3 lần áp suất ban đầu, khí đó thê tích

bằng  $\frac{1}{4}$  thê tích ban đầu.

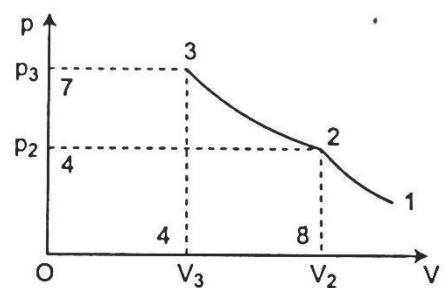
a. Vẽ đường  $\ddot{\text{d}}\ddot{\text{a}}\ddot{\text{g}}\ddot{\text{h}}\ddot{\text{i}}$  nhiệt và giải thích.

b. Sau khi không khí bị nén như trên thì tỉ số áp suất riêng phần của hơi nước và áp suất toàn phần của không khí ẩm là bao nhiêu?

c. Tính công nén khí nếu quá trình nén là  $\ddot{\text{d}}\ddot{\text{a}}\ddot{\text{g}}\ddot{\text{h}}\ddot{\text{i}}$  nhiệt.

d. Tính nhiệt lượng tỏa ra.

Biết thê tích ban đầu  $V_1 = 4 \text{ m}^3$  và ân nhiệt hóa hơi của nước  $L = 2280 \text{ kJ/kg}$ . Nhiệt độ là  $65^\circ\text{C}$ .



$$\frac{p_b}{p_b + 4p_{kl}} = 0,15$$

ĐS: b.  $p_b = 270 \text{ kJ}$ ; c.  $270 \text{ kJ}$ ; d.  $1020 \text{ kJ}$

**Bài 54.** Bầu khí quyển của một hành tinh như Trái đất có cấu trúc khá phức tạp về sự đa dạng của các quá trình và hiện tượng liên quan đến sự hình thành của nó. Trong bài toán này, chúng ta sẽ xét mô hình đơn giản của tầng thấp hơn của khí quyển, được gọi là tầng đối lưu, có độ cao  $10\text{km} - 15\text{ km}$  so với bề mặt Trái đất. Để hiểu được tính chất vật lý của một số hiện tượng, xem bầu khí quyển của Trái đất bao gồm một loại khí lưỡng nguyên tử với khối lượng mol  $\mu_{air} = 28,9 \cdot 10^{-3} \text{ kg/mol}$  và biến đổi đoạn nhiệt.

Coi nhiệt độ và áp suất không khí trên bề mặt Trái đất lần lượt là  $T_0 = 293 \text{ K}$  và  $p_0 = 1,013 \cdot 10^5 \text{ Pa}$ . Gia tốc của trọng lực  $g = 9,81 \text{ m/s}^2$  vẫn không phụ thuộc vào độ cao so với bề mặt Trái đất.

**1. Tính nhiệt độ và áp suất không khí ở độ cao  $H = 1500 \text{ m}$  so với bề mặt Trái đất.**

Trong mô hình được xây dựng, chiều cao của tầng đối lưu của Trái đất được xác định bằng cách đạt đến một nhiệt độ tới hạn nhất định, tại đó các quá trình vật lý khác bắt đầu đóng một vai trò quan trọng.

**2. Ước tính chênh lệch độ cao tầng đối lưu của Trái đất vào ban ngày và ban đêm nếu nhiệt độ bề mặt thay đổi trong khoảng thời gian này bằng  $\Delta T_{dn} = 20 \text{ K}$ .**

Một người leo núi bắt đầu leo lên một ngọn núi khá cao, dưới chân nhiệt độ và áp suất không khí bằng  $T_0 = 293 \text{ K}$  và  $p_0 = 1,013 \cdot 10^5 \text{ Pa}$ . Ở độ cao  $H = 1500 \text{ m}$ , anh ta quyết định thực hiện dừng lại để đun một ít nước và phát hiện ra rằng nó sôi nhanh hơn bình thường. Anh ta mở cuốn sổ tay về vật lý có sẵn tại thời điểm này và thấy rằng ở nhiệt độ  $T_1 = 373 \text{ K}$ , áp suất hơi nước bão hòa là  $p_1 = p_0 = 1,013 \cdot 10^5 \text{ Pa}$ , và ở nhiệt độ  $T_2 = 365 \text{ K}$  nó bằng  $p_2 = 0,757 \cdot 10^5 \text{ Pa}$ .

**3. Tìm và tính nhiệt độ sôi của nước ở độ cao  $H = 1500 \text{ m}$ .**

Sau khi tiếp tục leo núi, người leo núi phát hiện ra rằng tuyết xuất hiện ở một độ cao nhất định và cần có thiết bị đặc biệt để tiến xa hơn.

**4. Tính độ cao  $h_0$ , tại đó người leo núi nhận thấy sự xuất hiện của một lớp tuyết phủ trên núi.**

Người leo núi nhớ lại cuộc trò chuyện với người dân địa phương ngay trước khi leo lên, trong đó anh ta được thông báo rằng lớp tuyết phủ hoàn toàn biến mất khỏi ngọn núi ở nhiệt độ  $T > 310$  K dưới chân núi.

### 5. Tính chiều cao $H_0$ của ngọn núi mà người leo núi leo lên.

Khi leo lên độ cao  $H'$ , người leo núi nhận thấy sự xuất hiện của sương mù. Nhìn xung quanh, anh nhận ra rằng không có mây và không có gió. Người leo núi biết rằng khối lượng mol của nước là  $\mu_{H_2O} = 18,0 \cdot 10^{-3}$  kg/mol, và theo dự báo thời tiết, độ ẩm tương đối dưới chân núi bằng  $\varphi = 0,15$ . Trong cuốn cẩm nang về vật lý, ông tìm thấy một công thức cho áp suất của hơi nước bão hòa trong khoảng nhiệt độ  $T \in (250, 300)$  K, có dạng sau

$$\ln \frac{P_{vap}}{P_{vap0}} = a + b \ln \frac{T}{T_0}$$

Trong đó  $p_{vap}$  biểu thị áp suất hơi bão hòa ở nhiệt độ  $T$ ,  $p_{vap0}$  là viết tắt của áp suất hơi bão hòa ở nhiệt độ  $T_0$ ,  $a = 3,63 \cdot 10^{-2}$ ,  $b = 18,2$  là các hằng số. Coi hơi nước luôn ở trạng thái cân bằng nhiệt động với không khí xung quanh.

### 6. Tính độ cao $H'$ .

7. Tính toán độ ẩm không khí tối thiểu dưới chân núi  $\varphi_{\min}$  sao cho sương mù vẫn còn trên núi.

**ĐS:**

$$1. T(H) = 278K, p(H) = 84.6 \times 10^3 Pa; 2. \Delta H_{\text{abs}} = \frac{\gamma R \Delta T_{dn}}{(\gamma - 1) \mu_{\text{air}} g} = 2.05 \times 10^3 m$$

$$3. T_{bot} = 368K; 4. h_0 = \frac{\gamma R (T_0 - T_{melt})}{(\gamma - 1) \mu_{\text{air}} g} = 2.05 \times 10^3 m; 5. H_0 = \frac{\gamma R (T - T_{melt})}{(\gamma - 1) \mu_{\text{air}} g} = 3.78 \times 10^3 m$$

$$6. H' = 2.25 \times 10^3 m; 7. f_{\min} = 11,9\%$$

## X.2 NHIỆT LUỢNG CHUYỂN PHA

**Bài 1.** Người ta rót vào khối nước đá khối lượng  $m_1 = 2 \text{ kg}$  một lượng nước  $m_2 = 1 \text{ kg}$  ở nhiệt độ  $10^\circ\text{C}$ . Khi có cân bằng nhiệt, lượng nước đá tăng thêm

$m' = 50 \text{ g}$ . Cho biết nhiệt dung riêng của nước đá và của nước lần lượt  $C_1 = 2000 \text{ J/kg.K}$ ,  $C_2 = 4200 \text{ J/kg.K}$ , nhiệt nóng chảy của nước đá  $\Delta H_f = 3,4 \cdot 10^5 \text{ J/kg}$ . Bỏ qua sự trao đổi nhiệt với đồ dùng thí nghiệm.

a. Xác định nhiệt độ ban đầu của nước đá.

b. Sau đó, người ta cho hơi nước sôi vào bình trong một thời gian và sau khi thiết lập cân bằng nhiệt, nhiệt độ của nước là  $50^\circ\text{C}$ . Tìm lượng hơi nước đã dẫn vào? Cho nhiệt hóa hơi của nước  $L = 2,3 \cdot 10^6 \text{ J/kg}$ .

ĐS: a.  $-14,75^\circ\text{C}$ ; b.  $0,528 \text{ kg}$ .

**Bài 2.** Ân nhiệt hóa hơi của nước ở  $100^\circ\text{C}$  là  $L = 2250 \text{ kJ/kg}$ .

- Hãy cho biết ý nghĩa của giá trị ân nhiệt hóa hơi này?
- Hãy tính xem bao nhiêu phần trăm của nhiệt lượng ấy để tăng nội năng, bao nhiêu phần trăm để sinh công thăng ngoại lực?
- Tính năng lượng liên kết  $u_0$  của phân tử nước lỏng ở  $100^\circ\text{C}$ .

Coi gần đúng hơi nước như khí lí tưởng.

ĐS: b.  $172 \text{ kJ}$ ; c.  $u_0 \approx 6,6 \cdot 10^{-23}$

**Bài 3.** Một hỗn hợp nước và hơi nước ở nhiệt độ  $t = 110^\circ\text{C}$  chứa trong xilanh nhờ một pittông, trong đó nước chiếm  $0,1\%$  thể tích xi lanh. Khi giãn chậm đằng nhiệt thể tích thì nước bắt đầu bay hơi. Đến thời điểm khi mà nước bay hơi hết thì hơi đã thực hiện được công  $A = 177 \text{ J}$ , còn thể tích nó chiếm tăng lên thêm  $\Delta V = 1,25 \text{ lít}$ . Hãy tính áp suất mà thí nghiệm đã được tiến hành. Ở trạng thái ban đầu, trong xi lanh có bao nhiêu nước và hơi nước? Khối lượng riêng của nước là  $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$ .

ĐS:  $p_b = 1,416 \cdot 10^5 \text{ Pa}$ ;  $m_n = 1 \text{ g}$ ,  $m_h = 0,8 \text{ g}$

**Bài 4.** 200 kg chì lỏng ở nhiệt độ nóng chảy  $327^{\circ}\text{C}$  được đổ vào một hỗn hợp gồm 20 kg nước ở  $0^{\circ}\text{C}$  và 1 kg nước đá ở  $0^{\circ}\text{C}$ . Tìm nhiệt độ và thành phần cuối của hệ, bỏ qua các mất mát vì nhiệt tỏa ra ngoài. Cho biết:

- Nhiệt nóng chảy của chì:  $21 \text{ kJ/kg}$
- Nhiệt dung riêng của chì:  $0,125 \text{ kJ/kg.K}$
- Nhiệt dung riêng của nước:  $4,19 \text{ kJ/kg.K}$
- Nhiệt hóa hơi của nước:  $2260 \text{ kJ/kg}$
- Nhiệt nóng chảy của nước đá:  $330 \text{ kJ/kg}$

ĐS:  $t = 100^{\circ}\text{C}$  và hệ gồm chì đặc, nước sôi và hơi nước; cho nước hóa hơi

$$m_{\text{hơi}} = \frac{745}{2260} \approx 0,33 \text{ kg}$$

**Bài 5** Một lượng hơi nước có khối lượng  $m = 18 \text{ g}$  chứa trong một xilanh có pit-tông đóng kín. Áp suất của hơi nước trong xilanh là  $p = 178 \text{ mmHg}$  và nhiệt độ là  $t = 80^{\circ}\text{C}$ . Biết  $R = 8,31 \text{ J/mol.K}$ , khối lượng mol của nước là  $\mu = 18 \text{ g/mol}$ ,  $1 \text{ mmHg} = 133 \text{ Pa}$ . Coi hơi nước là khí lí tưởng. Nhiệt độ xilanh được giữ không đổi.

- a. Tính thể tích  $V_0$  của hơi nước lúc đầu.
- b. Đẩy pit-tông cho đến khi trong xilanh bắt đầu xuất hiện những hạt sương thì dừng lại. Tính thể tích  $V_1$  của hơi nước lúc này. Biết áp suất của hơi nước bảo hòa ở  $80^{\circ}\text{C}$  là  $356 \text{ mmHg}$ .
- c. Tiếp tục đẩy pit-tông dịch chuyển đến khi thể tích hơi nước còn lại  $V_2 = \frac{V_1}{2}$ . Tính nhiệt lượng đã thoát qua xilanh và độ biến thiên nội năng của nước (cả thể lỏng và hơi) trong quá trình này. Cho nhiệt hóa hơi riêng của nước là  $L = 2,26 \cdot 10^6 \text{ J/kg}$ .

ĐS: a. 124 lít; b. 62 lít; c.  $Q = 20340 \text{ J}$ ;  $\Delta U = -18872,212 \text{ J}$

**Bài 6.** Hơi nước có khối lượng 1g nằm trong một hộp cách nhiệt có thể tích  $V=391$  ở nhiệt độ  $T=300^{\circ}\text{K}$ . Trong hộp có một ít nước có khối lượng nhỏ hơn khối lượng hơi nước. Trong quá trình nén đoạn nhiệt, nhiệt độ hơi nước tăng lên  $\Delta T=1^{\circ}\text{K}$  và có một phần nước hoá hơi. Khối lượng hơi nước tăng lên bao nhiêu? Cho nhiệt hoá hơi của nước  $\lambda=2,37 \cdot 10^6 \text{J/kg}$ , nhiệt dung phân tử gam của hơi nước  $C_v = 3R=25\text{J/mol}^{\circ}\text{K}$ . Không tính nhiệt dung của nước.

Biết rằng khi nhiệt độ thay đổi ít thì áp suất hơi bão hòa thay đổi  $\Delta p=k \cdot \Delta T$  ( $k=2 \cdot 10^2 \text{pa/K}$ ).

ĐS:  $3 \cdot 10^{-3}$  (g)

**Bài 7.** Xác định phần trăm nhiệt hóa hơi riêng của nước dẫn đến sự tăng nội năng của hệ khi  $T=373\text{K}, L=2 \cdot 3 \cdot 10^6 \text{ J/kg}$ .

ĐS: 90%

**Bài 8.** Trong bình trụ dài với pittoong có trọng lượng không đáng kể và diện tích tiết diện  $S = 0.01 \text{ m}^2$  có  $m = 0.01 \text{ kg}$  nước ở nhiệt độ  $T_0 = 273 \text{ K}$ . Pittoong di chuyển không ma sát trên thành bình. Lúc đầu, pittoong ở vị trí bì mặt nước (Hình 16.4a). Nung nóng bình hàng một bộ nung có công suất không đổi là 1 kW. Bỏ qua sự mất mát nhiệt qua thành hình và pittoong. Vẽ đồ thị sự phụ thuộc của độ cao nâng lên  $h$  của pittoong theo thời gian  $t$ , áp suất khí quyển  $p_0 = 10^5 \text{ N/m}^2$ .

$$\text{ĐS: } h = \frac{V}{S} = \frac{RT_1N}{p_0\mu LS}(t-t_1) \quad (4 \text{ s} < t < 27 \text{ s})$$

**Bài 9.** Trong một xilanh, ở dưới pittông có một hỗn hợp chứa  $q_l$  mol chất lỏng và  $q_h$  mol hơi bão hòa của nó ở nhiệt độ  $T$ . Trong một quá trình đẳng áp chậm hỗn hợp trong xilanh được cung cấp một nhiệt lượng  $Q$  và nhiệt độ tăng lên  $\Delta T$ . Hãy tìm sự biến đổi nội năng của hỗn hợp trong xilanh. Bỏ qua thể tích của chất lỏng.

$$\Delta U = Q - q_l RT - (q_l + q_h) R \Delta T$$

**Bài 10.** Trong một xilanh, dưới pittông có một mol hơi chưa bão hòa ở nhiệt độ  $T$ . Nén đẳng nhiệt hơi sao cho đến trạng thái cuối cùng thì một nửa khối lượng của nó đã ngưng tụ thành chất lỏng còn thể tích hơi giảm đi  $k = 4$  lần. Hãy tìm nhiệt ngưng tụ phân tử (nhiệt lượng toả ra khi một mol hơi ngưng tụ hoàn toàn thành chất lỏng), nếu như trong quá trình trên hệ đã toả ra một nhiệt lượng  $Q$  ( $Q > 0$ ). Coi hơi nước là khí lý tưởng.

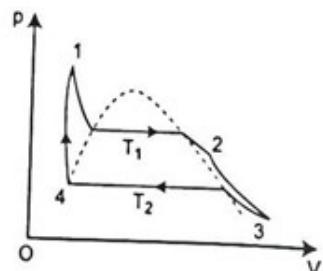
ĐS:  $\Lambda = 2Q - 2RT \ln 2$ .

**Bài 11.** m=20g nước ở nhiệt độ 0°C trong một xylanh cô lập nhiệt được đậy bằng pittong không trọng lượng có diện tích  $S=410\text{cm}^2$ . Áp suất bên ngoài bằng áp suất bình thường của khí quyển. Hỏi pittong được nâng lên bao nhiêu nếu truyền cho nước một lượng nhiệt  $Q=20,0\text{kJ}$ .

ĐS:  $h=21,4\text{cm}$ .

**Bài 12.** Một động cơ nhiệt làm việc theo chu trình Carnot với tác nhân là nước, nước này hóa hơi và ngưng tụ. Chu trình vẽ ở hình 1, quá trình đẳng nhiệt 1-2 diễn ra ở nhiệt độ  $T_1 = 484\text{K}$ , 3-4 ở  $T_2 = 373\text{K}$ . Tính công thực hiện bởi tác nhân trong một chu trình. Tổng nhiệt lượng mà hơi nước nhả ra trong quá trình ngưng tụ 3-4 là 2680kJ.

ĐS :  $A = 800\text{kJ}$



**Bài 13.** Nhiệt lượng toả ra khi làm lạnh một mol nước từ 25°C xuống 0°C và sau đó là động đặc bên trong một máy làm lạnh (có hiệu suất tối đa theo lí thuyết) được truyền cho một mol nước khác ở 25°C để nó nóng lên đến 100°C.

a. Có bao nhiêu mol nước được chuyển hóa thành hơi ở 100°C.

b. Máy làm lạnh thực hiện một công bằng bao nhiêu?

$$n = \frac{T_1}{T_2} \frac{[\lambda + C(T_3 - T_1) - C(T_2 - T_3)]}{L} ; \quad A = \frac{[\lambda + C(T_3 - T_1)](T_2 - T_1)}{T_1}$$

**Bài 14.** Cần một thời gian tối thiểu là bao nhiêu để làm đóng băng 2 kg nước ở 0°C nếu ta dùng một động cơ 50 W và không khí bên ngoài (nguồn nóng) có nhiệt độ 27°C. Cho ẩn nhiệt nóng chảy của nước đá là  $\lambda = 336000 \text{ J/kg}$ .

ĐS:  $\tau = 1,3 \cdot 10^3 \text{ s}$

**Bài 15.** Lấy 1 kg nước ở 100°C và một khối nước đá rất lớn ở 0°C. Một động cơ nhiệt thuận nghịch hấp thụ nhiệt từ nước và truyền cho nước đá cho tới khi không thể nhận được công từ hệ. Khi quá trình được hoàn thành:

a. Nhiệt độ nước là bao nhiêu?

b. Lượng nước đá tan là bao nhiêu?

c. Công thực hiện của động cơ là bao nhiêu?

Nhiệt nóng chảy của nước đá là  $336 \text{ J/g}$ . Nhiệt dung riêng của nước lỏng là  $4,2 \text{ J/g}$ .

ĐS: a.  $273\text{K}$ ; b.  $1,6\text{kg}$ ;  $62 \text{ kJ}$

**Bài 16.** Biết rằng trong bình kín gồm nước đá, nước và hơi nước có thể cùng tồn tại cân bằng động trong một điều kiện nào đó (trong bình không chứa một vật nào khác). Trạng thái này gọi là điểm ba pha của nước (gọi tắt là điểm ba). Với nước có nhiệt độ và áp suất của điểm ba là  $0,01^\circ\text{C}$ ;  $4,58 \text{ mmHg}$ . Trong bình có nước đá, nước và hơi nước mỗi thứ 1 g ở điểm ba, giữ cho thể tích bình không đổi và từ từ cung cấp cho hệ thống này một nhiệt lượng  $Q=2,25 \cdot 10^5 \text{ J}$ . Hãy ước tính khối lượng nước đá, nước và hơi nước sau khi hệ trở lại trạng thái cân bằng. Biết khối lượng riêng của nước và nước đá lần lượt là  $\rho_{nc} = 1 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$  và  $\rho_{da} = 0,9 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$ . Nhiệt hóa hơi của nước đá ở điểm ba là  $L_{da-hoi} = 2,83 \cdot 10^6 \text{ J/kg}$ , của nước là  $L_{nc-hoi} = 2,49 \cdot 10^6 \text{ J/kg}$ .

ĐS:  $0,25 \text{ g}$ ;  $1,75 \text{ g}$ ;  $1 \text{ g}$ .

**Bài 17.** Hãy tính bán kính của giọt nước lớn nhất có thể có để giọt nước có thể tự hoá hơi mà không cần thu nhiệt lượng từ bên ngoài. Biết nước có khối lượng riêng  $\rho = 1 \text{ g/cm}^3$ , nhiệt hoá hơi riêng của nước  $L = 2260 \text{ J/g}$  và suất căng màng ngoài  $\sigma = 7,2 \cdot 10^{-2} \text{ J/m}^2$ .

ĐS:  $r_{max} = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ m}$

**Bài 18.** Một bình hình trụ chứa không khí và nước được đóng kín bằng pittông di động. Nhiệt độ của khí và bình không đổi. Thể tích ban đầu là  $V_1 = 22,4 \text{ lít}$ , áp suất ban đầu  $p_1 = 3 \text{ atm}$ . Pittông chuyển động chậm để hơi trong bình luôn bão hòa. Khi thể tích trong bình tăng gấp đôi thì nước lỏng không còn và áp suất trong bình là  $p_2 = 2 \text{ atm}$ . Tính

- Áp suất của hơi nước bão hòa
- Khối lượng không khí trong bình
- Khối lượng toàn phần (hơi + nước lỏng) trong bình

- d. Công mà khí tác dụng lên pittông
- e. Nhiệt lượng cần cung cấp cho không khí và nước để giữ nhiệt độ không đổi

Biết ẩn nhiệt hóa hơi của nước ở nhiệt độ của khí là  $L = 2250\text{J/g}$ .

ĐS: a.  $p_{bh} = 1\text{atm}$ ; b.  $42,5\text{g}$ ; c.  $26,4\text{g}$ ; d.  $5414\text{J}$ ; e.  $32845\text{ (J)}$ .

**Bài 19.**  $m=1,00\text{Kg}$  nước bay hơi toàn bộ thành hơi bão hòa ở áp suất khí quyển bình thường. Hãy tìm độ tăng của entropi và nội năng của hệ này; coi hơi bão hòa là khí lý tưởng

ĐS:  $\Delta S = 6,032 \cdot 10^3 \text{J/K}$ ;  $\Delta U = 2,078 \cdot 10^6 \text{J}$

**Bài 20.** Trong một xylanh cách nhiệt được đậy bằng một pittong không trọng lượng có 1 gam hơi nước bão hòa. Áp suất xung quanh là  $1\text{atm}$ . Đưa vào trong xylanh  $m=1,0\text{kg}$  nước ở nhiệt độ  $t_0=22^\circ\text{C}$ . Bỏ qua ma sát và nhiệt dung của xy lanh, hãy tìm công mà áp lực của không khí thực hiện khi thả pittong ra.

ĐS:  $A = 24,95\text{J}$

**Bài 21.** Trong một xilanh, ở dưới pittông có một hỗn hợp  $n_1$  mol chất lỏng và  $n_2$  mol hơi bão hòa của nó ở nhiệt độ  $T$ . Trong một quá trình đẳng áp chậm hỗn hợp trong xilanh được cung cấp một nhiệt lượng  $Q$  và nhiệt độ tăng lên  $\Delta T$ . Hãy khảo sát sự biến đổi nội năng của hỗn hợp trong xilanh. Bỏ qua thể tích của chất lỏng.

### **Bài 22. (Đề thi chọn học sinh giỏi quốc gia năm 2002)**

Một  $\text{m}^3$  không khí ở nhiệt độ  $100^\circ\text{C}$ , áp suất  $1\text{atm}$  và có độ ẩm tương đối 50% được nén đẳng nhiệt thuận nghịch tới thể tích  $0,2\text{ m}^3$ .

- a. Tính áp suất của không khí sau khi nén.
- b. Tính công của lực nén.
- c. Tính nhiệt lượng toả ra.

ĐS: a.  $2,5\text{ atm}$ ; b.  $147\text{ kJ}$ ; c.  $513,8\text{ kJ}$

### **Bài 23. (Đề thi chọn đội tuyển dự IPhO 2006)**

Một bình hình trụ miệng hở, diện tích tiết diện ngang  $S = 50 \text{ cm}^2$  đựng 500 g nước đặt thẳng đứng. Thành bình mỏng và có nhiệt dung không đáng kể. Nhiệt độ của nước là  $18^\circ\text{C}$ .

1. Ước tính khối lượng nước bay vào không khí trong một giây khi đặt bình ở trong không khí có nhiệt độ  $18^\circ\text{C}$ , độ ẩm 80% nếu giả thiết có gió thổi sao cho trên mặt nước không còn hơi bão hòa.

2. Đặt bình nói trên châm không, trên một giá cách nhiệt. Nhiệt độ của nước lúc đầu cũng là  $18^\circ\text{C}$ . Mô tả hiện tượng xảy ra kể từ lúc bắt đầu đặt bình vào châm không. Ở thời điểm khối lượng của nước trong bình còn khoảng bao nhiêu thì tốc độ nước bay vào châm không (khối lượng nước bay khỏi bình trong mỗi giây) thay đổi rõ rệt?

Khi giải có thể dùng các số liệu sau:

Áp suất của hơi bão hòa ở nhiệt độ  $18^\circ\text{C}$  là  $p_{bh} = 2,1 \cdot 10^3 \text{ Pa}$ ; nước có nhiệt dung riêng  $C = 4200 \text{ J/kg}$ ; nhiệt nóng chảy  $\lambda = 3,4 \cdot 10^5 \text{ J/kg}$ ; nhiệt hoá hơi  $L = 2,3 \cdot 10^6 \text{ J/kg}$ .

ĐS: 1.  $dm/dt \approx 2,5 \text{ g/s}$ ; 2. 424 gam

### X.3 CHUYÊN PHA.

**Bài 1.** Vận dụng phương trình **Clau-di-út - Cla-pê-rôn** cho quá trình sôi của nước, với áp suất  $p = 1 \text{ atm}$  thì nhiệt độ sôi là  $T = 373\text{K}$  và ẩn nhiệt hóa hơi riêng của nước  $L = 2250\text{J/g}$ . hơi dưới áp suất  $0,95 \text{ atm}$  thì nước sôi ở nhiệt độ nào?

Gợi ý: Coi hơi nước là khí lí tưởng.

ĐS:  $98,57^\circ\text{C}$ .

**Bài 2.** Một bình hình trụ miệng hở, diện tích tiết diện ngang  $S = 50 \text{ cm}^2$  đựng 500 g nước đặt thẳng đứng. Thành bình mỏng và có nhiệt dung không đáng kể. Nhiệt độ của nước là  $18^\circ\text{C}$ . Ước tính khối lượng nước bay vào không khí trong một giây khi đặt bình ở trong không khí có nhiệt độ  $18^\circ\text{C}$ , độ ẩm 80% nếu giả thiết có gió thổi sao cho trên mặt nước không còn hơi bão hòa.

ĐS:  $\frac{dm}{dt} \approx 2,5 \text{ g/s}$

**Bài 3.** Một bình hình trụ chứa nước có bán kính trong  $r = 10$  cm và chiều cao đủ nhỏ. Hình trụ được đậy chặt bằng một nắp hình bán cầu có cùng bán kính trong với hình trụ. Ban đầu nhiệt độ của bình là  $t_1 = 90^\circ\text{C}$  và áp suất bên trong bán cầu là  $p_0 = 10^5 \text{ Pa}$ . Biết rằng dưới áp suất  $p_0$  nước sẽ sôi ở nhiệt độ  $t_0 = 100^\circ\text{C}$ .

1. Nếu bình đựng và nắp cách nhiệt tuyệt đối thì có thể đun sôi được nước ở trong bình hay không, khi quá trình đun là đủ chậm để bình luôn ở trạng thái cân bằng nhiệt? Tại sao?
2. Chứng minh rằng áp suất hơi bão hòa  $p$  phụ thuộc vào nhiệt độ  $T$  theo phương trình **Claperon-Clausius:**

$$\frac{1}{T} \frac{dT}{dp} = \frac{V_h - V_l}{L} \approx \frac{V_h}{L},$$

trong đó  $V_h, V_l$  lần lượt là thể tích riêng của chất ở thể hơi, thể lỏng và  $V_h \gg V_l$ ;  $L$  là nhiệt hóa hơi riêng.

3. Giả sử có một cơ chế nào đó để truyền nhiệt từ trong bình ra ngoài thông qua nắp đậy (cho một dòng nước làm mát chạy qua liên tục chẳng hạn), sao cho trong suốt quá trình đun, nhiệt độ của hỗn hợp khí và hơi nước ở trong vùng không gian dưới nắp đậy luôn được duy trì ở nhiệt độ  $t_0$ . Cho nước có khối lượng mol là  $\mu = 18,0 \text{ g.mol}^{-1}$ , nhiệt hóa hơi riêng ở áp suất  $p_0$  là  $L = 2260 \text{ J.g}^{-1}$  và có thể coi nhiệt hóa hơi riêng là hằng số khi nhiệt độ thay đổi nhỏ, hằng số khí  $R = 8,31 \text{ J.mol}^{-1}\text{K}^{-1}$ . Có thể coi gần đúng hơi nước bão hòa là khí lý tưởng.

- a) Nước trong bình sẽ sôi khi được đun đến nhiệt độ  $t$  bằng bao nhiêu?
- b) Tính nhiệt lượng mà bình truyền cho hệ thống làm mát trong một giây để trạng thái sôi của nước trong bình luôn được duy trì một cách ổn định.

ĐS: 3a.  $t = 108^\circ\text{C}$ ; 3b.  $2,16 \text{ MW}$

**Bài 4.** Chứng minh rằng áp suất hơi nước bão hòa  $p$  phụ thuộc vào nhiệt độ  $T$  theo công thức

$$\ln p = \frac{-L}{nRT} + C$$

Trong đó:  $n$  là số mol hơi nước

L: ẩn nhiệt hóa hơi

C: hằng số

**Bài 5.** Xét một chất lỏng hóa hơi ở nhiệt độ  $T + dT$  và áp suất  $p + dp$ ; hơi này giãn nở

đoạn nhiệt tới nhiệt độ  $T$ , áp suất  $p$  sau đó ngưng tụ tại nhiệt độ  $T$ , áp suất  $p$  và cuối cùng

đoạn nhiệt trở về trạng thái ban đầu.

a) Chứng minh rằng chất lỏng có áp suất hơi bão hòa  $p$ , ẩn nhiệt hóa hơi  $L$  thì

$$\frac{d(\ln p)}{dT} = \frac{L}{R \cdot T^2}$$

b) Giả sử chất lỏng có năng lượng bề mặt  $u$  và sức căng bề mặt  $\alpha$  thì hãy chứng minh

$$u = \alpha - T \frac{d\alpha}{dT}$$

rằng:

**Bài 6.** Cho hai nhiệt kế thuỷ ngân và các vật liệu thông thường (vải bông, nước ...). Hãy trình bày một phương án thí nghiệm xác định gần đúng độ ẩm tỉ đối của không khí. Cho biết áp suất hơi bão hòa của nước tuân theo gần đúng công thức **Clau-di-út - Cla-pê-**

**rôn:** 
$$\frac{dP_{bh}}{dT} = \frac{L}{T(V_h - V_n)}$$
, trong đó  $dP_{bh}$  là độ biến thiên áp suất hơi bão hòa khi nhiệt độ biến thiên từ  $T$  đến  $T+dT$ ,  $L$  là nhiệt hoá hơi,  $V_h$ ;  $V_n$  lần lượt là thể tích của một đơn vị khối lượng nước ở thể hơi và ở thể lỏng ứng với nhiệt độ  $T$ . Hãy giải thích cách làm.

**Bài 7.** Nếu áp suất phụ của hơi bão hòa  $\Delta p$  trên mặt cầu lồi của một chất lỏng nhỏ hơn

rất nhiều so với áp suất hơi ở mặt phẳng thì  $\Delta p = \frac{\rho_h}{\rho_l} \cdot \frac{2\alpha}{r}$ , trong đó  $\rho_h$  và  $\rho_l$ , là khối lượng riêng của hơi và của chất lỏng.  $\alpha$  là suất cảng bè mặt của chất lỏng,  $r$  là bán kính cong của bè mặt. Từ công thức đó hãy tìm đường kính của giọt nước mà áp suất hơi bão hòa lớn hơn áp suất của hơi trên mặt phẳng ở  $t=27^\circ\text{C}$  là  $\eta = 1,0\%$ . Coi hơi là khí lý tưởng.

Đ/S:  $d = 0,211\mu\text{m}$

**Bài 8.** Một lượng hơi nước sôi ở áp suất khí quyển được hơ nóng đằng áp đến nhiệt độ  $150^\circ\text{C}$ , sau đó dãn nở đoạn nhiệt đến thể tích gấp 1,5 lần. Chứng tỏ trong quá trình đó không có lượng hơi nước nào ngưng đọng thành nước lỏng.

**Lưu ý:**

Coi hơi nước chưa bão hòa như khí lý tưởng có  $\gamma = 1,33$

Bỏ qua thể tích riêng của nước lỏng so với thể tích riêng của hơi nước ở cùng nhiệt độ.

Ân nhiệt hóa hơi của nước ở lân cận  $100^\circ\text{C}$  là  $2250\text{kJ/kg}$  (là nhiệt lượng cần cung cấp cho 1 đơn vị khối lượng để nó chuyển sang trạng thái hơi ở cùng nhiệt độ).

Các biến thiên nhiệt độ nhỏ hơn  $10^\circ\text{C}$  xem là các biến thiên nhỏ, khi làm bài có thể vận dụng phép tính gần đúng.;  $1\text{atm} = 1,013 \cdot 10^5\text{Pa}$

**Bài 9.** Một xi lanh hình trụ chứa không khí ẩm có độ ẩm tương đối 80% được đóng kín bằng pitong di động. Nhiệt độ của hệ được giữ không đổi. Ban đầu áp suất trong xi lanh là  $p_1 = 100\text{kPa}$  và thể tích  $V_1 = 50(\text{lít})$ . Thực hiện quá trình nén pitong vô cùng chậm về trạng thái cuối có áp suất  $p_2 = 200\text{kPa}$  và thể tích  $V_2 = 24,7\text{ lít}$ . Giả thiết thể tích nước ở dạng lỏng là không đáng kể, trạng thái hơi nước và không khí tuân theo phương trình trạng thái khí lí tưởng. Cho khối lượng mol của không khí là  $29\text{g/mol}$ ; của nước là

18g/mol; hằng số chất khí là  $R = 8,31 \text{ J/mol.K}$ ; lấy nhiệt hóa hơi riêng của nước là  $L = 2250\text{J/g}$

1. Tính độ ẩm tương đối của không khí ẩm ở trạng thái cuối và khối lượng không khí trong xi lanh
2. Tính công mà hỗn hợp không khí và hơi nước tác dụng lên pittong
3. Tính nhiệt lượng mà nước và hơi nước đã nhận được trong quá trình trên.

Cho bảng áp suất hơi nước bão hòa phụ thuộc nhiệt độ

$t^{\circ}\text{C}$	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
p(kPa)	3,17	3,36	3,57	3,78	4,01	4,24	4,49	4,75	5,03	5,32	5,62

**ĐS:** 1. 100%; 2.  $A' = -3511,2 \text{ (J)}$ ; 3.  $931,8 \text{ (J)}$

Ở sát bề mặt Trái Đất, không khí có áp suất  $p_0$  và nước sôi ở nhiệt độ  $T_s$ .

#### Bài 10.

Cho biết phương trình **Clau-đi-út Cla-pê-rôô mô** tả mối quan hệ giữa nhiệt độ  $T$  và áp

$$\frac{dp}{dT} = \frac{L}{(V_h - V_l)T}$$

suất bão hòa  $p_{bh}$  xảy ra trong quá trình bay hơi là

Trong đó  $L$  là ẩn nhiệt hóa hơi của nước và được coi là không đổi,  $V_h$  và  $V_l$  tương ứng là

thể tích của một đơn vị khối lượng nước ở thể hơi và thể lỏng ( $V_h \gg V_l$ ). Hơi nước và

không khí được coi là khí lí tưởng với hằng số R. Cho khói lượng mol của nước và không

khí tương ứng là  $\mu$  và  $\mu_k$ . Gia tốc trọng trường g được coi là không thay đổi theo độ cao.

1. Tìm áp suất hơi nước bão hòa  $p_{bh}$  ở nhiệt độ T theo các đại lượng  $\mu$ ,  $p_0$ , R, T,  $T_0$ , L.  
Tính giá trị độ ẩm cực đại của không khí ở nhiệt độ  $T = T_s/2$

2. Coi nhiệt độ không khí  $T_0$  không đổi. Biết áp suất không khí phụ thuộc vào độ cao h

$$\text{theo công thức } p(h) = p_0 \cdot e^{-\frac{\mu_k gh}{RT_0}}$$

Với  $p_0$  là áp suất không khí ở sát mặt đất ( $h=0$ ). Tìm độ cao h mà ở đó nước sôi ở nhiệt  
độ  $T = TS/2$ .

$$\text{hi } T = T_s/2 \text{ thì } p_{bh} = p_0 \cdot e^{-\frac{L\mu}{RT_s}} ; \text{Độ ẩm cực đại: } A = \frac{2\mu p_0}{RT_s} \cdot e^{-\frac{L\mu}{RT_s}} ; 2.$$

ĐS: 1.K

**Bài 11.** Cho hệ là 1 kg nước lỏng ở trạng thái ban đầu a, có thể tích  $V_L$ , nhiệt độ  $100^0C$  và  
áp suất khí quyển. Người ta cho nó thực hiện chu trình sau:

- Giảm nở căng áp cho tới trạng thái b có thể tích  $V_H$  để chất lỏng bay hơi hết.
- Giảm nở đoạn nhiệt tới trạng thái c có nhiệt độ  $T - \Delta T$ .
- Nén căng áp tới trạng thái d sao cho khi tiếp tục nén đoạn nhiệt nó trở lại trạng thái  
ban đầu a.

a. Vẽ chu trình mà hệ thực hiện trên giản đồ p-V và mô tả trạng thái hê c và d. Tính hiệu suất chu trình đó và chứng minh **rằng khi  $\Delta T$  đủ nhỏ, ta có phương trình Claudio-Clapayron:**

$$\frac{\Delta p_{bh}}{\Delta T} = \frac{L}{T(V_h - V_L)}$$

b. Lấy  $L = 2500 \text{ kJ/kg}$  và không đổi theo nhiệt độ,  $V_h \gg V_L$  và cho rằng hơi nước tuân theo phương trình trạng thái khí lí tưởng, hãy tìm sự phụ thuộc của  $p_{bh}$  theo nhiệt độ. Ước tính nhiệt độ tối đa của một nồi áp suất biết rằng van an toàn của nồi là một quả nặng 50 g đậu trên một lỗ tròn nằm ngang, bán kính 1 mm, ở vung nồi.

Khi tính lấy  $g = 9,8 \text{ m/s}^2$ ,  $1\text{atm} = 1,013 \cdot 10^5 \text{ Pa}$ , khối lượng riêng của nước là  $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$ , khối lượng mol của nước là  $\mu = 18 \text{ g/mol}$ .

$$\eta = \frac{\Delta T}{T} = \frac{A}{L}$$

$$b. p = p_0 e^{\frac{L\mu}{R} \left( \frac{1}{T_0} - \frac{1}{T} \right)}, T = 125,6^\circ\text{C}$$

**Bài 12.** Biết rằng cứ lên cao 100 m, nhiệt độ giảm đi  $0,6^\circ\text{C}$

a. Tìm biểu thức sự phụ thuộc của nhiệt độ vào độ cao. Biết ở mặt nước biển, không khí có nhiệt độ  $T_{0kk} = 300 \text{ K}$ .

b. Tìm sự phụ thuộc của áp suất khí quyển theo độ cao. Biết tại mặt nước biển, áp suất khí quyển là  $p_0 = 1 \text{ atm}$ .

c. Ở mặt nước biển, áp suất khí quyển là 1 atm, nước sôi ở  $T_{s0} = 100^\circ\text{C}$ . Hỏi ở độ cao 4 km so với mực nước biển thì nước sôi ở nhiệt độ bao nhiêu?

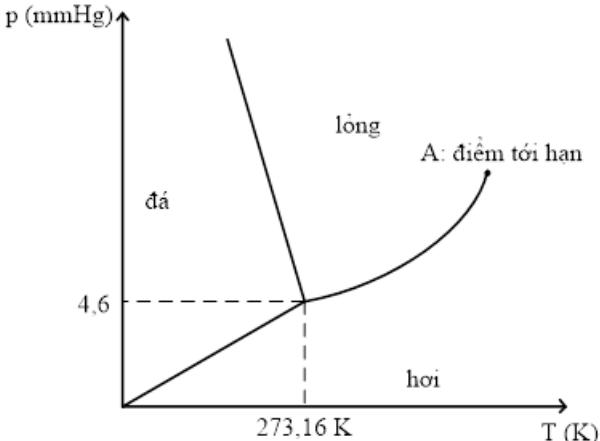
Cho không khí có khối lượng mol  $\mu_{kk} = 29 \text{ g/mol}$ , nước có khối lượng mol  $\mu_n = 18 \text{ g/mol}$ . Lấy  $L = 2500 \text{ kJ/kg}$  và không đổi theo nhiệt độ. Cho rằng hơi nước tuân theo phương trình trạng thái khí lí tưởng.

$$\text{ĐS: a. } T_{kk} = 300(1 - 2 \cdot 10^{-5}z); \text{ b. } p_{kk}(z) = p_{0kk} (1 - az)^{\frac{\mu_{kk}g}{RT_{0kk}a}}; \text{ c. } T_s = 87^\circ\text{C}$$

**Bài 13.** Những số liệu sau đây áp dụng cho điểm ba của nước.

Nhiệt độ  $0,01^{\circ}\text{C}$ ; áp suất:  $4,6 \text{ mmHg}$ . Thể tích riêng của chất rắn:  $1,12 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3/\text{kg}$ . Thể tích riêng của chất lỏng:  $10^{-3} \text{ m}^3/\text{kg}$ . Nhiệt nóng chảy:  $336 \text{ kJ/kg}$ . Nhiệt hoá hơi  $2520 \text{ kJ/kg}$ . Biết  $0^{\circ}\text{C} = 273,15 \text{ K}$

Áp suất bên trong một bình chứa nước (giữ ở nhiệt độ  $T = -1,0^{\circ}\text{C}$ ) giảm chậm từ giá trị ban đầu  $10^5 \text{ mmHg}$ . Mô tả điều gì xảy ra và tính áp suất tại lúc diễn ra sự chuyển pha. Giả sử pha hơi được xem như lí tưởng. Khối lượng mol của nước là  $\mu = 18 \cdot 10^{-3} \text{ kg/mol}$ . Cho giàn đồ pha của nước như hình vẽ.



$$\text{ĐS: } p = p_0 e^{-\frac{L\mu}{R} \left( \frac{1}{T} - \frac{1}{T_0} \right)} = 4,27 \text{ mmHg}$$

**Bài 14.** Một xi-lanh hình trụ chứa không khí ẩm có độ ẩm tương đối 80% được đóng kín bằng một pít-tông di động. Nhiệt độ của hệ luôn được giữ không đổi. Ban đầu áp suất xi-lanh là  $p_1 = 100 \text{ kPa}$  và thể tích  $V_1 = 50,0 \text{ lít}$ . Thực hiện quá trình nén pít-tông vô cùng chậm về trạng thái cuối có áp suất  $p_2 = 200 \text{ kPa}$  và thể tích  $V_2 = 24,7 \text{ lít}$ . Giả thiết nước ở dạng lỏng có thể tích không đáng kể, trạng thái của hơi nước và nước tuân theo phương trình trạng thái của khí lí tưởng. Cho khối lượng mol của không khí là  $\mu_{kk} = 29 \text{ g.mol}^{-1}$ ; của nước là  $\mu_n = 18 \text{ g.mol}^{-1}$ ; hằng số khí  $R = 8,31 \text{ J.mol}^{-1}.K^{-1}$ ; lấy nhiệt hoá hơi của nước  $L = 2250 \text{ J/g}$ . Hãy:

- a. Tính độ ẩm tương đối của không khí ẩm ở trạng thái cuối và khối lượng không khí trong xi-lanh.
- b. Tính công mà hỗn hợp không khí và hơi nước tác dụng lên pít-tông.
- c. Tính nhiệt lượng mà nước và hơi nước đã nhận được trong quá trình trên.

Cho bảng áp suất hơi nước bão hòa phụ thuộc nhiệt độ

t( $^{\circ}\text{C}$ )	25	261	27	28	29	30	31	32	33	34	35
p	3,17	3,3	3,57	3,78	4,01	4,2	4,49	4,7	5,03	5,32	5,62

(kPa)		6				4		5			
-------	--	---	--	--	--	---	--	---	--	--	--

ĐS: a. 100%, 56g; b.  $A = -3,51 \text{ kJ}$ ; c.  $Q' = -149 \text{ J}$

**Bài 15.** Dưới áp suất khí quyển 1 atm, nước đá nóng chảy ở  $0^\circ\text{C}$ . Hỏi phải tăng áp suất lên bao nhiêu thì nhiệt độ nóng chảy của nước đá giảm đi  $1^\circ\text{C}$  (tức là bằng  $-1^\circ\text{C}$ )? Ân nhiệt nóng chảy riêng của nước đá là  $330 \text{ kJ/kg}$ . Coi gần đúng khối lượng riêng của nước là  $1000 \text{ kg/m}^3$  và của nước đá là  $920 \text{ kg/m}^3$ .

ĐS:  $13,9 \text{ MPa}$

**Bài 16.** Vận dụng phương trình **Clau-di-út - Cla-pê-rôô** cho quá trình sôi của nước, với áp suất  $p = 1 \text{ atm}$  thì nhiệt độ sôi là  $T = 373 \text{ K}$  và ân nhiệt hóa hơi riêng của nước  $L = 2250 \text{ J/g}$ . Hỏi dưới áp suất  $0,95 \text{ atm}$  thì nước sôi ở nhiệt độ nào?

Gợi ý: Coi hơi nước là khí lí tưởng.

ĐS:  $98,57^\circ\text{C}$

**Bài 17 .**

1. Coi ân nhiệt hóa hơi  $L$  là hằng số, chứng tỏ rằng áp suất hơi bão hòa biến đổi theo hàm mũ của nhiệt độ

2. Áp dụng: Dưới áp suất nào thì nước sôi ở  $95^\circ\text{C}$ ? Ân nhiệt hóa hơi của nước là  $539 \text{ cal/g}$ .

$$\text{ĐS: 1. } p = C \cdot e^{-\frac{L}{RT}}; 2. \quad p_2 \approx 0,84 \text{ atm}$$

**Bài 18.** Cho hai nhiệt kế thuỷ ngân và các vật liệu thông thường (vải bông, nước ...). **Hãy trình bày một phương án thí nghiệm** xác định gần đúng độ ẩm tì đối của không khí.

$$\frac{dP_{bh}}{dT} = \frac{L}{T(V_h - V_n)}$$

Cho biết áp suất hơi bão hòa của nước tuân theo gần đúng công thức:  $\frac{dP_{bh}}{dT} = \frac{L}{T(V_h - V_n)}$ , trong đó  $dP_{bh}$  là độ biến thiên áp suất hơi bão hòa khi nhiệt độ biến thiên từ  $T$  đến  $T+dT$ ,  $L$  là nhiệt hoá hơi,  $V_h$ ;  $V_n$  lần lượt là thể tích của một đơn vị khối lượng nước ở thể hơi và ở thể lỏng ứng với nhiệt độ  $T$ . Hãy giải thích cách làm.

**Bài 19.** (Đề thi chọn đội tuyển dự IPhO 2007, ngày thi thứ hai)

Đo độ ẩm tì đối của không khí

a. Cho hai nhiệt kế giống nhau, có độ chia đến  $0,1^{\circ}\text{C}$ . Hãy đề xuất một phương án thí nghiệm chỉ dùng hai nhiệt kế ấy và một số vật liệu thông thường khác để có thể nhận biết được sự thay đổi độ ẩm tỉ đối của không khí trong phòng. Nhiệt độ không khí coi như không đổi.

b. Biết rằng áp suất hơi bão hòa của nước tuân theo gần đúng công thức Clapeyron-Clausius:

$$\frac{dp_{bh}}{dT} = \frac{L}{T(v_h - v_L)}$$

trong đó  $L \approx 2240\text{J/g}$  là nhiệt hoá hơi của nước;  $v_h$  và  $v_L$  lần lượt là thể tích của 1g hơi nước bão hòa và 1g nước ở nhiệt độ  $T$ . Hãy lập biểu thức tính độ ẩm tỉ đối của không khí theo các thông số đo được bằng các dụng cụ nói trên (coi áp suất và thể tích của hơi nước bão hòa tuân theo phương trình trạng thái khí lí tưởng). Lập bảng cho phép suy ra độ ẩm tỉ đối của không khí (trong khoảng từ 80% đến 100%) theo các số đo mà các dụng cụ trên đo được. Cho nhiệt độ phòng là  $27^{\circ}\text{C}$ .

c. Nêu nguyên nhân sai sót của phép đo và hướng khắc phục.

**Bài 20. (Đề thi chọn học sinh giỏi quốc gia năm 2002)**

1. Một  $\text{m}^3$  không khí ở nhiệt độ  $100^{\circ}\text{C}$ , áp suất 1 atmophe vật lí (1atm) và có độ ẩm tương đối 50% được nén đẳng nhiệt thuận nghịch tới thể tích  $0,2\text{ m}^3$ .

- Tính áp suất của không khí sau khi nén.
- Tính công của lực nén.
- Tính nhiệt lượng toả ra.

2. Một lượng hơi nước sôi ở áp suất khí quyển được hơ nóng đẳng áp đến nhiệt độ  $150^{\circ}\text{C}$ , sau đó được giãn nở đoạn nhiệt đến thể tích lớn gấp 1,5 lần. Chứng tỏ trong quá trình đó không có lượng hơi nước nào ngưng đọng thành nước lỏng.

Khi làm bài:

Coi hơi nước chưa bão hòa như khí lí tưởng với  $C_p/C_v = \gamma = 1,33$ .

Bỏ qua thể tích riêng của nước lỏng so với thể tích riêng của hơi nước ở cùng nhiệt độ.

Độ nhiệt hóa hơi của nước ở lân cận  $100^{\circ}\text{C}$  là  $2250\text{kJ/kg}$  (độ nhiệt hóa hơi là nhiệt lượng cần cung cấp cho một đơn vị khối lượng để nó chuyển sang trạng thái hơi ở cùng nhiệt độ).

Các biến thiên nhiệt độ nhỏ hơn  $10^{\circ}\text{C}$  xem là các biến thiên nhỏ, khi làm bài có thể vận dụng các phép tính gần đúng thích hợp.

1 atm =  $1,013 \cdot 10^5$  Pa.

ĐS: 1a. 3,5atm; b. 147kJ; c. 514kJ; 2.

**Bài 21. (Chọn HSG QG ngày thứ hai năm 2015)**

Một xilanh hình trụ chứa không khí ẩm có độ ẩm tương đối 80% được đóng kín bằng một pit tông di động. Nhiệt độ của hệ luôn được giữ không đổi. Ban đầu áp suất trong xilanh là  $p_1=100$ kPa và thể tích  $V_1=50,0$  lít. Thực hiện quá trình nén pit tông vô cùng chậm về trạng thái cuối có áp suất  $p_2=200$ kPa và thể tích  $V_2=24,7$  lít. Giả thiết thể tích của nước ở dạng lỏng là không đáng kể, trạng thái của hơi nước và không khí tuân theo phương trình trạng thái khí lý tưởng. Cho khối lượng mol của không khí là  $\mu_{kk} = 29\text{g}\cdot\text{mol}^{-1}$ ; của nước là  $\mu_n = 18\text{g}\cdot\text{mol}^{-1}$ ; hằng số khí  $R=8,31 \text{ J}\cdot\text{mol}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$ ; Lấy nhiệt hóa hơi riêng của nước  $L=2250\text{J/g}$ . Hãy:

- 1.Tính độ ẩm tương đối của không khí ẩm ở trạng thái cuối và khối lượng không khí trong xilanh.
- 2.Tính công mà hỗn hợp không khí và hơi nước tác dụng lên pit tông.
- 3.Tính nhiệt lượng mà nước và hơi nước đã nhận được trong quá trình trên.

Đ/S: 1, a' = 100%; 1,13g 2, A ≈ -3,51kJ 3, Q = -Q' = 149J

**Bài 22. Ở gần điểm ba, áp suất p của hơi bão hòa của CO<sub>2</sub> phụ thuộc vào nhiệt độ T là**

$\ln p = a - \frac{b}{T}$  ; trong đó a và b là các hằng số. Nếu p tính ra atm thì đổi với quá trình thăng hoa a=9,05 và b=1800K, còn đổi với quá trình bay hơi a=6,78 và b=1310K. Hãy tìm:

- a. Nhiệt độ và áp suất tại điểm ba.
- b. Các giá trị của nhiệt thăng hoa riêng, nhiệt nóng chảy riêng và nhiệt bay hơi riêng tại điểm ba

ĐS: a,  $p_3 = 5,14\text{at}$  b,  $q_{12} = 783\text{J/g}$ ,  $q'_{12} = 570\text{J/g}$ ,  $q_{23} = 213\text{J/g}$ .

**Bài 23.** Ân nhiệt hóa hơi của nước ở  $100^{\circ}\text{C}$  là  $L=2250\text{kJ/Kg}$ . Điều đó có nghĩa là 1kg nước ở  $100^{\circ}\text{C}$  nhận nhiệt lượng  $2250\text{kJ}$  và chuyển thành hơi nước ở cùng nhiệt độ. (Coi gần đúng hơi nước như khí lý tưởng)

1. Hãy tính xem bao nhiêu phần trăm của nhiệt lượng ấy để tăng nội năng, bao nhiêu phần trăm để sinh công thắng ngoại lực.

2. Tính năng lượng liên kết  $u_o$  của phân tử nước lỏng ở  $100^{\circ}\text{C}$ .

$$\text{ĐS: } 1, \frac{A}{L} = 7,6\%; \frac{\Delta U}{L} = 92,4\% \quad 2, u_o \approx 6,6 \cdot 10^{-26} \text{J}$$

**Bài 24.** Trong một sân trượt băng, mặt sàn trở nên khó chịu (tức là luôn bị trượt ngã) khi nhiệt độ xuống quá thấp khiến cho nước đá quá cứng. Hãy ước tính nhiệt độ thấp nhất của nước đá để mặt băng trượt là tốt đối với một người trọng lượng bình thường. Cho ân nhiệt của nước đá là  $80 \text{ cal/g}$ .

ĐS:  $-0,06^{\circ}\text{C}$

**Bài 25.** Một cột hình trụ dài thẳng đứng làm bằng một chất ở nhiệt độ  $T$  trong trường hấp dẫn  $g$ . Dưới một điểm nào đó dọc theo cột là chất rắn và trên điểm đó là chất lỏng. Khi nhiệt độ giảm  $\Delta T$  thì vị trí của mặt phân cách rắn - lỏng chuyển dịch lên phía trên một khoảng  $l$ . Bỏ qua sự giãn nở nhiệt của chất rắn. Hãy tìm một biểu thức đối với khối lượng riêng  $\rho_1$  của chất lỏng theo khối lượng riêng  $\rho_s$  của chất rắn, ân nhiệt  $L$  của chuyển pha

rắn - lỏng,  $g$  và nhiệt độ tuyệt đối  $T$  và  $\Delta T$ . Giả thiết  $\frac{\Delta T}{T} \ll 1$ .

$$\text{ĐS: } \rho_1 = \rho_s \frac{1}{1 + \frac{\Delta T}{T} \frac{L}{lg}}$$

**Bài 26.** Thả một quả cầu bằng thép có khối lượng  $m_1 = 2 \text{ kg}$  được nung nóng tới nhiệt độ  $600^\circ\text{C}$  vào một hỗn hợp nước và nước đá ở  $0^\circ\text{C}$ . Hỗn hợp có khối lượng tổng cộng là  $m_2 = 2 \text{ kg}$ .

a. Tính khối lượng nước đá có trong hỗn hợp. Biết nhiệt độ cuối cùng của hỗn hợp là  $50^\circ\text{C}$ . Cho biết nhiệt dung riêng của thép, nước là  $C_1 = 460 \text{ J/kg.K}$ ;

$C_2 = 4200 \text{ J/kg.K}$ ; nhiệt nóng chảy của nước đá là  $3,4 \cdot 10^5 \text{ J/kg}$ .

b. Thực ra trong quá trình trên có một lớp nước tiếp xúc trực tiếp với quả cầu bị hóa hơi nên nhiệt độ cuối cùng của hỗn hợp chỉ là  $48^\circ\text{C}$ . Tính lượng nước đã hóa thành hơi. Cho nhiệt hóa hơi của nước là  $L = 2,3 \cdot 10^6 \text{ J/kg}$ .

ĐS: a.  $0,253 \text{ kg}$ ; b.  $6,67 \text{ g}$

**Bài 27.** Một bình hình trụ chứa nước có bán kính trong  $r = 10 \text{ cm}$  và chiều cao đủ nhỏ. Hình trụ được đậy chặt bằng một nắp hình bán cầu có cùng bán kính trong với hình trụ. Ban đầu nhiệt độ của bình là  $t_1 = 90^\circ\text{C}$  và áp suất bên trong bán cầu là  $p_0 = 10^5 \text{ Pa}$ . Biết rằng dưới áp suất  $p_0$  nước sẽ sôi ở nhiệt độ  $t_0 = 100^\circ\text{C}$ .

a. Nếu bình đựng và nắp cách nhiệt tuyệt đối thì có thể đun sôi được nước ở trong bình hay không, khi quá trình đun là đủ chậm để bình luôn ở trạng thái cân bằng nhiệt? Tại sao?

b. Giả sử có một cơ chế nào đó để truyền nhiệt từ trong bình ra ngoài thông qua nắp đậy (cho một dòng nước làm mát chạy qua liên tục chừng hạn), sao cho trong suốt quá trình đun, nhiệt độ của hỗn hợp khí và hơi nước ở trong vùng không gian dưới nắp đậy luôn được duy trì ở nhiệt độ  $t_0$ . Cho nước có khối lượng mol là  $\mu = 18 \text{ g/mol}$ , nhiệt hóa hơi riêng ở áp suất  $p_0$  là  $L = 2260 \text{ J.g}^{-1}$  và có thể coi nhiệt hóa hơi riêng là hằng số khi nhiệt độ thay đổi nhỏ, hằng số khí  $R = 8,31 \text{ J/mol.K}$ . Có thể coi gần đúng hơi nước

### -KHO VẬT LÝ SƠ CẤP-

bão hòa là khí lí tưởng. Hơi nước trong bình sẽ sôi khi được đun đến nhiệt độ t bằng bao nhiêu?

ĐS: b.  $108^{\circ}\text{C}$ .

**Bài 28.** Ở  $0^{\circ}\text{C}$ , áp suất của hơi nước bão hòa trên nước đá là  $p = 4,58 \text{ mmHg}$ . Nhiệt nóng chảy của nước đá ở  $0^{\circ}\text{C}$  là  $q_1 = 80 \text{ kcal/kg}$ . Nhiệt hóa hơi của nước ở  $0^{\circ}\text{C}$  là  $q_2 = 596 \text{ kcal/kg}$ . Tìm áp suất của hơi nước bão hòa trên nước đá ở nhiệt độ  $t = -1^{\circ}\text{C}$ .

ĐS:  $4,20 \text{ mmHg}$ .

### **Bài 29. Đóng đặc và sôi (Bangladesh)**

Nhiệt lượng tỏa ra khi làm lạnh một mol nước từ  $25^{\circ}\text{C}$  xuống  $0^{\circ}\text{C}$  và sau đó là đóng đặc bên trong một máy lạnh (có hiệu suất tối đa theo lý thuyết) được truyền cho một mol nước khác ở  $25^{\circ}\text{C}$  để nó nóng lên đến  $100^{\circ}\text{C}$ .

1. Có bao nhiêu mol nước được chuyển hóa thành hơi nước ở  $100^{\circ}\text{C}$ .
2. Máy làm lạnh thực hiện công bằng bao nhiêu?

Biết nhiệt nóng chảy và nhiệt hóa hơi nước tương ứng ở  $0^{\circ}\text{C}$  và  $100^{\circ}\text{C}$  lần lượt là  $q=6,02 \text{ kJ/mol}$  và  $L=40,68 \text{ kJ/mol}$

Đ/S: 1,  $n=0,13\text{mol}$  2,  $A=2,9\text{kJ}$

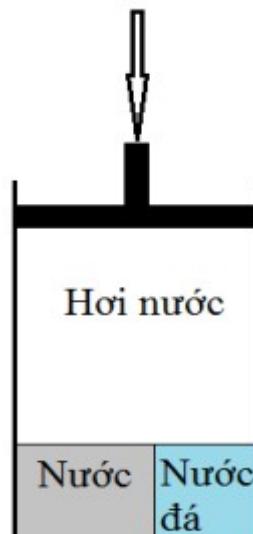
### **Bài 30. Điểm ba của nước (Kazhakstan)**

Trong một bình hình trụ cách nhiệt ở phía dưới pitong có chứa 10g đá, 3g nước và 2g hơi nước ở điều kiện cân bằng. Dịch chuyển pitong cho thể tích của bình giảm đi một nửa.

1. Xác định thành phần cân bằng mới của hỗn hợp.
2. Biểu diễn định tính sự phụ thuộc khối lượng từng thành phần hỗn hợp theo thời gian trong hai trường hợp: pitong chuyển động chậm, pitong chuyển động nhanh.

Nhiệt dung riêng của đá  $c_1=2,09 \text{ kJ/(kg.K)}$ .

Nhiệt dung riêng của nước  $C_2=4,19 \text{ kJ/(kg.K)}$ .



Nhiệt nong chảy riêng của đá  $\lambda = 335 \text{ kJ/kg}$ .

Nhiệt hóa hơi riêng của nước ( $\text{ở } t=0^\circ\text{C}$ ) là  $r=2.49 \text{ MJ/kg}$ .

**Đ/S:** 1, 1g hơi nước, 2,2 nước đá, 11,8g nước.

### Bài 31. (Olympic Vật lý quốc tế 1969)

Một nhiệt lượng kế bằng đồng, có khối lượng  $m_1$ , chứa một khối lượng nước  $m_2$ , có nhiệt độ chung là  $t_2$ . Người ta bỏ vào nhiệt lượng kế đó một cục nước đá có khối lượng  $m_3$  và nhiệt độ  $t_3 < 0^\circ\text{C}$ .

- a. Hãy xác định khối lượng riêng của nước, của nước đá và nhiệt độ của chúng khi có sự cân bằng nhiệt theo các giá trị tổng quát nhất của các đại lượng  $m_1$ ,  $m_2$ ,  $m_3$ ,  $t_3$ . Viết các phương trình đối với tất cả các quá trình có thể xảy ra.
- b. Hãy xác định khối lượng cuối cùng của nước và nước đá, biết rằng  $m_1=1,00\text{kg}$ ;  $m_2=1,00\text{kg}$ ;  $m_3=2,00\text{kg}$ ;  $t_2=10^\circ\text{C}$ ;  $t_3=-20^\circ\text{C}$ .

**Chú ý:** Bỏ qua sự mất mát năng lượng. Nhiệt dung riêng của đồng là  $c_1=0,492\text{kcal/kg.độ}$ ; nhiệt dung riêng của nước đá là  $c_3=0,492\text{kcal/kg.độ}$ ; Nhiệt nóng

chảy của nước đá là  $\lambda = 79,9 \frac{\text{kcal}}{\text{kg}}$

**Đ/S: b,**  $m'_2 \approx 0,11\text{kg}$ ;  $M_3 = 2,11\text{kg}$ ;  $M_2 = 0,89\text{kg}$

### Bài 32. Olympic Vật lý quốc tế 1976)

Trên bàn có: đồng hồ đo thời gian, nhiệt kế, nguồn điện 12V để nung nóng, hai ống nghiệm, một đựng một chất lỏng với nhiệt dung riêng đã biết  $c_o=0,5 \text{ cal/g.độ}$  và một đựng chất kết tinh X với các tính chất nhiệt chưa biết. Cho biết khối lượng của chất lỏng và chất kết tinh. Chất X này không hòa tan trong chất lỏng.

Hãy nghiên cứu các tính chất nhiệt của chất X trong khoảng từ nhiệt độ phòng đến 80°C và xác định các hằng số nhiệt của nó. Trình bày kết quả đo lường dưới bảng và đồ thị.

### Bài 33. (Olympic Vật lý quốc tế 1989)

Xét hai chất lỏng A và B không hòa tan vào nhau. Áp suất bão hòa  $p_i$  của mỗi chất tuân theo khá đúng công thức:

$$\ln \frac{p_i}{p_0} = \frac{a_i}{T} + b_i \quad (i=A \text{ hoặc } B)$$

Trong đó  $p_0$  là áp suất tiêu chuẩn,  $T$  là nhiệt độ tuyệt đối,  $a_i$  và  $b_i$  là các hằng số cho mỗi chất.

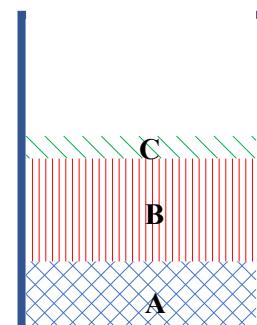
Các giá trị của trị số  $\frac{p_i}{p_0}$  ở các nhiệt độ 40°C và 90°C được cho trong bảng sau đây:

t	$\frac{p_i}{p_0}$	
	i=A	i=B
40°C	0,284	0,07278
90°C	1,476	0,6918

Sai số về các giá trị đó không đáng kể.

1. Tính chất nhiệt sôi của các chất lỏng A và B dưới áp suất  $p_0$

2. Các chất lỏng A và B được đổ vào một bình. Mặt trên của chất lỏng B được phủ một lớp mỏng chất C không bay hơi, không hòa tan trong A và B hay ngược lại. Lớp này ngăn không cho chất lỏng B bay hơi từ mặt trên (**hình 15**)



Tỉ số các khối lượng phân tử của các chất A và B (ở trạng thái khí) là  $\frac{\mu_A}{\mu_B} = 8$

Ban đầu khối lượng các chất lỏng A và B đều là  $m=100g$ . Bề dày các lớp chất lỏng trong bình và khối lượng riêng của chúng đều nhỏ nên ta có thể cho rằng áp suất ở một điểm bất kì trong bình thực tế là bằng áp suất khí quyển chuẩn  $p_0$ .

Bình được nung nóng chậm và liên tục. Người ta thấy rằng nhiệt độ  $t$  của các chất lỏng biến thiên theo thời gian như đồ thị.

Xác định nhiệt độ  $t_1$  và  $t_2$  ứng với các phần nằm ngang của đồ thị.

Tính khối lượng của các chất lỏng A và B ở thời điểm  $\theta_1$ .

**Chú ý:** Coi hơi của các chất lỏng như các khí lý tưởng (cho đến khi áp suất hơi bão hòa) tuân theo định luật Danton về hỗn hợp khí.

ĐS: 1. Chất A:  $t_{sA}=77^\circ C$ , chất B:  $t_{sB} \approx 99,74^\circ C$ .

2.  $t_1 \approx 67^\circ C$ ,  $t_2=100^\circ C$ ; 95,5g chất lỏng B và không còn chất lỏng A.

u  
n  
s

Hình 1

Th  
i  
O



## CHƯƠNG XI. KHÍ THỰC- ENTROPY XI.1 KHÍ THỰC.

**Bài 1.** Nếu loại bỏ được lực hút giữa các phân tử nước thì áp suất của nước lên thành bình sẽ tăng lên bao nhiêu.

Đ/S:  $p_i = 1,71 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$

**Bài 2.** Hãy tìm nội áp  $p_i$  của một chất lỏng nếu biết khối lượng riêng  $\rho$  và nhiệt lượng riêng của sự bay hơi là  $q$ . Coi nhiệt lượng  $q$  bằng công chống lại các lực của nội áp và chảy lỏng tuân theo phương trình Vandec Van.

Đ/S:  $p_i = 2,25 \cdot 10^9 \text{ N/m}^2$

**Bài 3.** Có 10g khí He chiếm thể tích 100cm<sup>3</sup> ở áp suất 108N/m<sup>2</sup>. Tìm nhiệt độ của khí trong hai trường hợp

Coi khí He là lý tưởng

Coi khí He là khí thực.

Đ/S: a. 481K; b. 205K

**Bài 4.** Một bình kín có thể tích  $V = 0,5 \text{ cm}^3$  chứa 0,6 kmol khí CO<sub>2</sub> ở áp suất 3.106 N/m<sup>2</sup>. Hỏi khi áp suất của khối khí tăng lên gấp 2 lần thì nhiệt độ khối khí tăng lên bao nhiêu lần nếu:

Xem CO<sub>2</sub> là khí thực. Cho:  $a = 3,64 \cdot 105 \text{ J.m}^3/\text{kmol}^2$ .

Xem CO<sub>2</sub> là khí lý tưởng.

Đ/S: a. 1,85; b. 2

**Bài 5.** Nhiệt độ tối hạn của khí CO<sub>2</sub> bằng 31oC, áp suất tối hạn là 73atm. Xác định thể tích tối hạn  $V_k$  của một mol CO<sub>2</sub>.

Đ/S:  $V_k = 128 \text{ cm}^3$

**Bài 6.** Trong một bình thể tích 10 lít chứa 0,25 kg khí nitơ ở nhiệt độ 27oC.

a. Tìm tỉ số giữa nội áp và áp suất do khí tác dụng lên thành bình

b. Tìm tỉ số giữa công tích và thể tích của bình.

ĐS: a.  $\frac{p'}{p} \approx 4,9\% ; \frac{V'}{V} = 3,5\%$

**Bài 7.** Tìm áp suất của khí cacbonic ở 30°C nếu biết khối lượng riêng của nó ở nhiệt độ đó là 550kg/m<sup>3</sup>.

Biết rằng đối với khói CO<sub>2</sub>: a = 0,141 Jm<sup>3</sup>/mol<sup>2</sup>.

ĐS:  $p \approx 1,4 \cdot 10^8 Pa$

**Bài 8.** Tính khối lượng nước cần cho vào một cái bình thể tích 30cm<sup>3</sup> để khi đun nóng tới trạng thái tới hạn nó chiếm toàn bộ thể tích của bình.

ĐS: 5,9g

**Bài 9.** Xác định khối lượng riêng của hơi nước ở điểm tới hạn theo giá trị cộng tích b = 0,03 m<sup>3</sup>/kmol.

ĐS:  $\rho_k = 200(kg / m^3)$

**Bài 10.** Đối với khí cacbonic : a = 3,64.105 Jm<sup>3</sup>/kmol<sup>2</sup>, b = 0,043 m<sup>3</sup>/kmol. Hỏi:

1g cacbonic lỏng có thể tích lớn nhất là bao nhiêu?

áp suất hơi bão hòa lớn nhất là bao nhiêu?

CO<sub>2</sub> lỏng có nhiệt độ cao nhất là bao nhiêu?

Cần phải nén khói CO<sub>2</sub> với áp suất bằng bao nhiêu để thành CO<sub>2</sub> lỏng ở nhiệt độ 310C và 500C.

ĐS: a.  $V_k \approx 2,93 \cdot 10^{-3} m^3 / kg$  ; b.  $p_k \approx 7,4 \cdot 10^6 Pa$  ; c.  $T_k \approx 304K$  ; d.  $p_k = 7,4 \cdot 10^6 (Pa)$

**Bài 11.** Thể tích của 4g khói oxy tăng từ 1 đến 5 dm<sup>3</sup>. Xem khói oxy là thực. Tìm công của nội lực trong quá trình giãn nở đó. Biết rằng đối với khói O<sub>2</sub>: a = 0,138 Jm<sup>3</sup>/mol<sup>2</sup>.

ĐS:  $A' \approx 1,7J$

**Bài 12.** Tính nội áp của khói cacbonic lúc khối lượng riêng của nó là 550 kg/m<sup>3</sup>. Cho biết đối với khói cacbonic có: Tk = 304 K và pk = 7,4.106 N/m<sup>2</sup>.

-KHO VẬT LÝ SƠ CẤP-

ĐS:  $p' \approx 6,8 \cdot 10^6 \text{ (pa)}$

**Bài 13.** Hãy tính các hằng số Vandec Van đối với khí CO<sub>2</sub> nếu nhiệt độ tới hạn của nó T<sub>1</sub>=304K và áp suất tới hạn là p<sub>t</sub>=73atm.

Đ/S:  $b = 4,27 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3 / \text{mol}$ ;  $a = 0,364 \text{ N.m}$

**Bài 14.** Một mol khí N<sub>2</sub> có thể tích V=1,00 lít. Hãy tìm:

a.Nhiệt độ của khí N<sub>2</sub> mà tại đó áp suất được xác định bằng phương trình trạng thái khí lý tưởng so với áp suất của khí Vandec Van sai khác nhau là n=10%.

b.Áp suất của khí ở nhiệt độ đó.

Đ/S: a, T=117 b, p<sub>o</sub>=9,62atm; p=8,656atm.

**Bài 15.** Một mol của một chất khí nào đó được đựng trong một bình có thể tích V=0,250 lít. Ở nhiệt độ T<sub>1</sub>=300K, áp suất khí là p<sub>1</sub>=90atm, còn ở T<sub>2</sub>=350K, thì áp suất là p<sub>2</sub>=110atm. Hãy tìm các hằng số Vandec Van đối với chất khí này.

Đ/S:  $a = 0,19 \text{ Pa.m}^6 / \text{mol}^2$ ;  $b = 44,9 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3 / \text{mol}$ .

**Bài 16.** Hai bình cách nhiệt nối với nhau bằng một ống có khóa. Một bình có thể tích V<sub>1</sub>=10 lít, chứa n=2,5 mol khí CO<sub>2</sub>; bình thứ hai có thể tích V<sub>2</sub>=100 lít, được hút chân không cao. Mở khóa và khí được dẫn nở. Coi khí là khí thực. Hãy tìm độ biến thiên của nhiệt độ.

Đ/S:  $\Delta T = -3,31 \text{ K}$

**Bài 17.** Đề thi bài tập Olympic vật lý sinh viên toàn quốc 2009

Đối với một mol khí thực tuân theo phương trình Vandec Van

$$\left( p + \frac{a}{V^2} \right) (V - b) = RT$$

Hãy thiết lập:

1.Phương trình đường cong đoạn nhiệt theo các thông số trạng thái T và V.

2.Hiệu nhiệt dung mol Cp-Cv như một hàm số của T và V.

-KHO VẬT LÝ SƠ CẤP-

Biết nội năng của một mol khí Van der Waals được cho bởi công thức  $U = C_v T - \frac{a}{V}$

$$\text{Đ/S: } 1, \frac{T(V-b)}{\frac{R}{C_v}} = \text{const} \quad 2, \quad C_p - C_v = \frac{R}{1 - \frac{2a(V-b)^2}{TRV^3}}$$

**Bài 18.** Tính các thông số tới hạn pK, VK, TK của một khí thực theo các thông số đặc trưng a và b của chúng.

$$\text{ĐS: } V_K = 3b, p_K = \frac{a}{27b^2}, T_K = \frac{8a}{27Rb}$$

Bài giải.

$$\text{Phương trình đẳng nhiệt của khí trong hệ tọa độ p-V: } p = \frac{RT}{V-b} - \frac{a}{V^2}$$

Các thông số tới hạn phải thỏa mãn các điều kiện để cho điểm K là điểm uốn của đồ thị, hay thỏa mãn hệ phương trình:

$$\begin{cases} p_K = \frac{RT_K}{V_K - b} - \frac{a}{V_K^2} \\ \left. \frac{\partial p}{\partial V} \right|_{V=V_K, T=T_K} = 0 \\ \left. \frac{\partial^2 p}{\partial V^2} \right|_{V=V_K, T=T_K} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} p_K = \frac{RT_K}{V_K - b} - \frac{a}{V_K^2} \\ -\frac{RT_K}{(V_K - b)^2} + \frac{2a}{V_K^3} = 0 \\ \frac{2RT_K}{(V_K - b)^3} - \frac{6a}{V_K^4} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} V_K = 3b \\ p_K = \frac{a}{27b^2} \\ T_K = \frac{8a}{27Rb} \end{cases}$$

**Bài 19.** Tìm sự biến thiên nhiệt độ khi giãn nở khí Van der Waals có nhiệt dung không đổi vào chân không từ thể tích V1 đến thể tích V2.

$$\text{ĐS: } T_2 - T_1 = \frac{na}{C_V} \left( \frac{1}{V_2} - \frac{1}{V_1} \right)$$

**Bài 20.** Cho n kmol khí vanderwaal ở nhiệt độ T, giãn đẳng nhiệt từ thể tích V1 đến thể tích V2. Tính công mà khí thực hiện và nhiệt lượng mà khí nhận vào trong quá trình này.

$$\text{ĐS: } A = nRT \ln \frac{V_2 - nb}{V_1 - nb} + n^2 a \left( \frac{1}{V_2} - \frac{1}{V_1} \right), Q = nRT \ln \frac{V_2 - nb}{V_1 - nb}$$

**Bài 21.** Một mol khí tuân theo phương trình trạng thái Vanderwaals. Nếu nội năng một mol của nó cho bởi  $u = cT \frac{-a}{V}$  (trong đó  $V$  là thể tích mol,  $a$  là một trong những hằng số trong phương trình trạng thái và  $c$  là một hằng số). Hãy tính nhiệt dung mol  $CV$  và  $Cp$ .

$$\text{ĐS: } Cp = c + \frac{\frac{R}{1 - \frac{2a(V-b)^2}{RT^3}}}{}$$

**Bài 22.** Một mol khí thực đơn nguyên tử có các thông số trạng thái liên hệ với nhau theo công thức  $p(V - b) = RT$ , với  $b$  là hằng số phụ thuộc vào bản chất khí. Xác định hiệu các nhiệt dung mol đẳng áp  $Cp$  và đẳng tích  $Cv$ .

$$\text{ĐS: } Cp - \cancel{b} Cv = R$$

**Bài 24.** Tính áp suất của khối khí  $CO_2$  ở nhiệt độ  $T = 300K$  khối lượng riêng của nó là  $\rho = 500g/l$  nếu coi  $CO_2$  là

a) Khí lí tưởng.

Khí Van de Walls.

$$\text{ĐS: a. } p = 2,834 \cdot 10^7 \text{ Pa} = 280 \text{ atm. b. } p = 8,035 \cdot 10^6 \text{ Pa} = 79,3 \text{ atm}$$

**Bài 25.** Xác định nhiệt độ của 2gam nitơ chiếm thể tích  $820cm^3$ , ở áp suất 2atm. cho biết với nitơ:

$$a = 1.36 \cdot 10^5 Nm^4/kmol.$$

$$b = 3,85 \cdot 10^{-2} m^3/kmol$$

Xét trường hợp

a) Nitơ là khí lí tưởng.

Nitơ là khí Van de Walls.

$$\text{ĐS: a. } Tklt = 279,88543K; b. Tlt = 208,0362K$$

**Bài 26.** Một moll khí nitơ có thể tích  $V = 1,00\text{ l}$ . Hãy tìm:

- a) Nhiệt độ của khí ni tơ mà tại đó áp suất được xác định bằng phương trình trạng thái của khí lí tưởng so với áp suất khí Van de Walls sai khác nhau là  $n = 10\%$ .
- b) Áp suất của khí ở nhiệt độ đó.

$$T = \frac{a(V-b)}{RT(n(V-b)+b)} = 117\text{ K}$$

ĐS: a. ; b. 8,656atm

**Bài 27.** Trạng thái tới hạn

Để chứng minh trạng thái tới hạn, người ta dùng dụng cụ của nhà Vật lí học người Nga tên là Anenariuyt. Đó là một cái hộp kín trong đó có một ống ête hàn kín. Người ta hơ nóng hộp để quan sát trạng thái tới hạn.

- a) Ête lỏng ở nhiệt độ  $200^\circ\text{C}$  phải chiếm một thể tích bằng bao nhiêu phần trăm thể tích của ống để khi tới nhiệt độ tới hạn ống chứa đầy ête ở nhiệt độ tới hạn? Khối lượng kmol của ête là 74kg. Nhiệt độ tới hạn là  $1930^\circ\text{C}$  và áp suất tới hạn là  $36,0 \cdot 105\text{ N/m}^2$ . Khối lượng riêng của ête ở nhiệt độ  $200^\circ\text{C}$  là  $7,14 \cdot 102\text{ kg/m}^3$ .
- b) Nếu thể tích ống lớn hơn hay nhỏ hơn thể tích ête giới hạn thì sẽ xảy ra thế nào khi nhiệt độ tăng lên?

$$\frac{V}{V_k} = \frac{8\mu p_k}{3\rho RT} = 0,26$$

ĐS:

**Bài 28** Xác định phương trình trạng thái của một chất lưu có các hệ số nởձang áp  $\alpha = \frac{1}{T}$  và hệ số tăng ápձang tích là  $\beta = \frac{1}{T}$ .

ĐS:  $pV = KT$ . Khi  $K = R$  thì ta thu được phương trình khí lí tưởng.

**Bài 29.** Hãy tìm thể tích riêng của benzen ( $C_6H_6$ ) ở trạng thái tới hạn nếu nhiệt độ tới hạn của nó là  $T_k = 562\text{ K}$  và áp suất tới hạn là  $p_t = 47\text{ atm}$ .

Đ/S:  $V'_k = 4,72 \cdot 10^{-3} \text{ lit/g}$

**Bài 30.** Một mol khí được đựng trong một bình có thể tích  $V = 0,25 \text{ l}$ . Ở nhiệt độ  $T_1 = 300 \text{ K}$ , áp suất khí là  $p_1 = 90 \text{ atm}$ , còn ở  $T_2 = 350 \text{ K}$  thì áp suất là  $p_2 = 110 \text{ atm}$ . Hãy tìm các hằng số Van-đo-Van đối với chất khí này.

$$DS: a = \frac{(p_2 T_1 - p_1 T_2) V^2}{T_2 - T_1} = 0,19 \text{ Pa} \cdot \text{m}^6 / \text{mol}^2$$

**Bài 31.** Hãy thiết lập phương trình đoạn nhiệt theo các biến số  $T, V$  của một khí Van-đo-Van nếu nhiệt dung mol của nó khi thể tích không đổi là  $CV$ . Biết nội năng của khí Van der Waal có dạng:  $U = nCVT - n2a/V$ .

$$DS: T(V - b)^{R/C_V} = \text{conts}$$

**Bài 32.** Hãy tính nhiệt lượng cần truyền cho 2 mol khí CO<sub>2</sub> để khí giãn trong chân không từ thể tích  $V_1 = 5 \text{ lít}$  tới  $V_2 = 10 \text{ lít}$  ở nhiệt độ không đổi. Coi khí là khí Van-đo-Van.

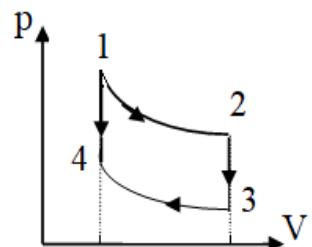
$$DS: Q = 330J$$

**Bài 33.** Một chất khí đi qua một vách ngăn châm lỗ đặt trong một ống cách nhiệt có kèm theo sự dãn nở và biến đổi nhiệt độ của khí. Nếu trước khi giãn khí được coi là khí Van-đo-Van, sau khi giãn khí được coi là khí lí tưởng thì số gia tương ứng của nhiệt độ là

$$\Delta T = T_2 - T_1 = \frac{1}{C_p} \left( \frac{RT_1 b}{V_1 - b} - \frac{2a}{V_1} \right)$$

Hãy thiết lập công thức trên bằng cách vận dụng nguyên lý 1 của nhiệt động lực học cho một mol khí đi qua vách ngăn. Coi quá trình là đoạn nhiệt

**Bài 34.** Hai bình thể tích  $V_1$  và  $V_2$  được nối với nhau bằng một ống có van. Khi van khóa trong mỗi bình có chứa một mol của cùng một loại khí tuân theo phương trình Van-đo-Van. Trước khi mở van nhiệt độ của hai bình là như nhau và bằng  $T$ . Hỏi sau khi mở van thì khí sẽ nóng lên hay lạnh đi? Xác định áp suất khí sau khi mở van. Coi các thành bình và ống nối là cách nhiệt với bên ngoài, còn nhiệt dung CV không phụ thuộc vào nhiệt độ.



$$T' < T, p' = \frac{2RT'}{V_1 + V_2 - 2b} - \frac{4a}{(V_1 + V_2)^2}$$

ĐS : Khí lạnh đi ;

**Bài 35.** Xác định hiệu suất của chu trình gồm hai quá trình đẳng tích V1 và V2 và hai quá trình đoạn nhiệt. Tác nhân là khí Van - đơ - Van , các hằng số a, b cho trước, còn nhiệt dung CV không phụ thuộc vào nhiệt độ.

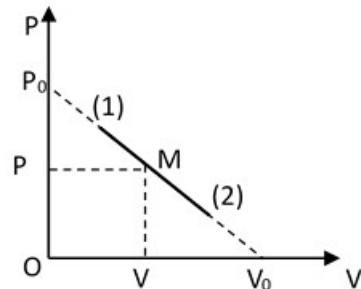
$$H = 1 - \left( \frac{V_1 - b}{V_2 - b} \right)^{C_V/R}$$

ĐS:

**Bài 36.** 1. Cho một mol khí lý tưởng đơn nguyên tử thực hiện một quá trình từ (1) đến (2) trên đồ thi PV như hình bên

- a. Tìm nhiệt độ cực đại mà vật đạt được trong quá trình trên
- b. Tìm vị trí mà tại đó khối khí chuyển từ thu nhiệt sang tỏa nhiệt

2. Khi xây dựng lý thuyết động học của chất khí, Clausius đã đưa vào phương trình trạng thái của 1 mol khí lý tưởng một số hạng bỗ chính b có ý nghĩa là thể tích riêng của các phân tử khí:  $p(V-b) = RT$ . Quá trình 1-2 được thực hiện với 1 mol khí thực Clausius. Hãy tìm hiệu  $\Delta T_{max}$  của nhiệt độ cực đại của khí thực và khí lý tưởng được thực hiện theo quá trình trên, đồng thời chỉ rõ nhiệt độ cực đại của khí nào lớn hơn ? Giải thích



Cho  $P_0 = 1,51 \cdot 10^6$  Pa;  $b = 44 \text{ cm}^3/\text{mol}$  và  $b \ll V_0$ ;  $R = 8,31$  (J/mol.K).

ĐS: 1a.  $T_{1\max} = \frac{P_0 V_0}{4R}$  ; 1b.  $V = \frac{5}{8} V_0$  ; 2.  $\Delta T \approx T_{1\max} - T_{2\max} = \frac{P_0 b}{2R} \approx 4K$

**Bài 37.** Một lượng khí thực lưỡng nguyên tử tuân theo phương trình trạng thái  $p = \frac{nRT}{V} - \frac{n^2 a}{V^2}$  thực hiện quá trình dẫn nở từ trạng thái 1 ( $p_0, V_0$ ) đến trạng thái 2 ( $p_0/2, 2V_0$ ) biểu diễn trên giản đồ  $pV$  như hình vẽ. Biết rằng trong quá trình biến đổi đoạn nhiệt thuận

nghịch khí tuân theo phương trình  $TV^{R/C_v} = const$ , giả thiết rằng nhiệt dung mol đẳng tích  $C_v = 5R/2$ . Cho  $p_0 = 0,2 \text{ MPa}$ ,  $V_0 = 25l$ ,  $R = 8,31 \text{ J/(mol.K)}$ ,  $a = 1 \text{ J m}^3/\text{mol}^2$ ,  $n = 1 \text{ mol}$ .

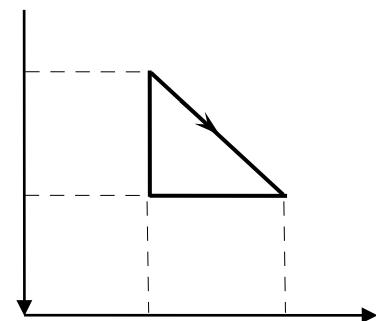
a. Tìm nhiệt độ cực đại của khí trong quá trình 1-2.

b. Nội năng của lượng khí trên tuân gần đúng theo phương trình  $U = nC_V T - \frac{n^2 \alpha}{V}$  trong đó  $\alpha$  là hằng số. Áp dụng nguyên lí I cho quá trình đoạn nhiệt thuận nghịch vô cùng bé, tìm  $\alpha$ .

c. Từ trạng thái 2 thực hiện quá trình nén đẳng áp đến trạng thái 3 ( $p_0/2, V_0$ ), sau đó thực hiện quá trình tăng áp đẳng tích để trở về trạng thái 1 ( $p_0, V_0$ ). Tính hiệu suất của chu trình.

d. Nếu khí đang xét là khí lí tưởng lưỡng nguyên tử ( $a=0$ ) thì hiệu suất của chu trình đang xét bằng bao nhiêu?

ĐS: a.  $T_{max} \approx 680 \text{ K}$ ; b.  $\alpha = a$ ; c.  $H \approx 12,0\%$ ; d.  $H \approx 11,9\%$



**Bài 38.** Để nghiên cứu trạng thái tới hạn nhà vật lý học người Nga A. Venariuyt dùng một cái hộp trong đó có đựng một ống chứa ete chưa được hàn kín. Hơ nóng hộp để quan sát trạng thái tới hạn.

a. Ở  $20^\circ\text{C}$ , ete nước phải chiếm một thể tích bằng bao nhiêu phần trăm thể tích của ống khi đến nhiệt độ tới hạn, ống chứa đầy ete ở nhiệt độ tới hạn? biết rằng khối lượng 1kmol ete là  $74\text{kg/kmol}$ , khối lượng riêng của ete ở  $20^\circ\text{C}$  bằng  $714\text{kg/m}^3$ . Đổi với ete  $T_k = 193^\circ\text{C}$ ,  $p_k = 35,9 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$ .

b. Nếu thể tích của ống lớn hay nhỏ hơn thể tích ete tới hạn thì sẽ xảy ra hiện tượng gì khi nhiệt độ nâng lên?

$$\frac{V}{V_k} \approx 25,6\%$$

Đ/S: a,

**Bài 39.** Viết phương trình Vandec Van với các đại lượng quy chuẩn

$$\tau = \frac{T}{T_k}; \pi = \frac{p}{p_k}; \varphi = \frac{V}{V_k}$$

1. Khi lấy đơn vị là nhiệt độ tới hạn, áp suất tới hạn và thể tích tới hạn của khí.
2. Dùng phương trình thu được để tìm nhiệt độ của khí lớn hơn nhiệt độ tới hạn bao nhiêu lần nếu áp suất của khí lớn gấp 12 lần áp suất tới hạn còn thể tích nhỏ bằng nửa thể tích tới hạn.

Đ/S: 1,  $\left( \pi + \frac{3}{\varphi^2} \right) (3\varphi - 1) = 8\tau$ ; 2,  $T = 1,5T_k$

**Bài 40.** Một bình kín có thể tích  $V = 0,5\text{cm}^3$  chứa  $0,6\text{kmol}$  khí CO<sub>2</sub> ở áp suất  $3.106\text{N/m}^2$ . Hỏi khi áp suất của khối khí tăng lên gấp 2 lần thì nhiệt độ khối khí tăng lên bao nhiêu lần nếu:

- a. Xem CO<sub>2</sub> là khí thực. Cho:  $a = 3,64 \cdot 105 \text{ J.m}^3/\text{kmol}^2$ .
- b. Xem CO<sub>2</sub> là khí lý tưởng.

ĐS: a.  $\frac{T_2}{T_1} = 1,85$  ; b.  $\frac{T_2}{T_1} = 2$

**Bài 41.** (Đề chọn học sinh giỏi Quốc gia năm 2013)

1. Một mol khí thực đơn nguyên tử có các thông số trạng thái liên hệ với nhau theo công thức  $p(V - b) = RT$ , với  $b$  là hằng số phụ thuộc vào bản chất khí. Xác định hiệu các nhiệt dung mol đẳng áp  $C_p$  và đẳng tích  $C_v$ .

2. Xét một mol khí thực đơn nguyên tử có kích thước nguyên tử không đáng kể nhưng giữa các nguyên tử có lực tương tác. Ở nhiệt độ  $T$ , thể tích của mol khí trên là  $V$ . Cho rằng thế năng tương tác giữa các nguyên tử khí tỉ lệ với mật độ khí:  $E_T = -\alpha\rho$  với  $\alpha$  là hằng số;  $\rho$  là mật độ số hạt. Xác định hiệu các nhiệt dung mol đẳng áp  $C_p$  và đẳng tích  $C_v$  của khí trên ở nhiệt độ  $T$ .

ĐS: a.  $C_p - C_v = R$  ; b.  $C_p - C_v = \frac{R^2 TV}{RTV + 2\alpha N_A}$

**Bài 42.** (Đề thi chọn học sinh giỏi Quốc gia năm 2014)

Một lượng khí thực lưỡng nguyên tử tuân theo phương trình

trạng thái  $P = \frac{nRT}{V} - \frac{n^2a}{V^2}$  thực hiện quá trình dẫn nở từ trạng thái 1 ( $P_0, V_0$ ) đến trạng thái 2 ( $P_0/2, 2V_0$ ) biểu diễn trên đồ thị PV như hình 2. Biết rằng trong quá trình biến đổi đoạn nhiệt thuận nghịch khí tuân theo phương trình  $TV^{R/C_v} = \text{const}$ ,

giả thiết rằng nhiệt dung mol đẳng tích  $C_v = \frac{5}{2}R$ . Cho  $P_0 = 0,2\text{MPa}$ ,  $V_0 = 25\text{lít}$ ,  $R = 8,31 \text{ J}/(\text{mol.K})$ ,  $a = 1 \text{ J m}^3/\text{mol}^2$ ,  $n = 1\text{mol}$ .

1. Tìm nhiệt độ cực đại của khí trong quá trình 1-2.

2. Nội năng của lượng khí trên tuân gần đúng theo phương trình  $U = nC_v T - \frac{n^2\alpha}{V}$  trong đó  $\alpha$  là hằng số. Áp dụng nguyên lí I cho quá trình đoạn nhiệt thuận nghịch vô cùng bé, tìm  $\alpha$ .

3. Từ trạng thái 2 ( $P_0/2, 2V_0$ ) thực hiện quá trình nén đẳng áp đến trạng thái 3 ( $P_0/2, V_0$ ), sau đó thực hiện quá trình tăng áp đẳng tích để trở về trạng thái 1 ( $P_0, V_0$ ). Tính hiệu suất của chu trình.

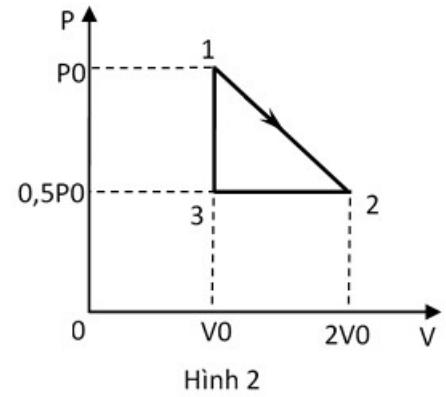
4. Nếu khí đang xét là khí lí tưởng lưỡng nguyên tử ( $a = 0$ ) thì hiệu suất của chu trình đang xét bằng bao nhiêu?

ĐS: 1.  $T_{\max} \approx 680,108\text{K}$ ; 2.  $\alpha = a$ ; 3.  $H = 11,9692\%$ ; 4.  $H \approx 11,9403\%$ .

**Bài 43.** Thể năng của các phân tử khí trong trường đối xứng xuyên tâm tại điểm cách tâm khoảng  $r$  là  $U_r = \alpha r^2$ , với  $\alpha$  là hằng số dương. Khi nhiệt độ khí là  $T$  thì nồng độ phân tử khí tại tâm là  $N_0$ .

1. Xác định nồng độ phân tử khí cách tâm  $r$ .

2. Tính tỉ phần phân tử khí nằm giữa hai lớp cầu bán kính  $r$  và  $r+dr$



Hình 2

ĐS:1.  $n = n_0 e^{-\frac{ar^2}{kT}}$

**Bài 44.** Đối với khí thực, một trong những phương trình gần đúng hơn phương trình Clapeyron – Men-de-lé-ép là phương trình Van-đo-Van:

$$\left( p + \frac{m^2}{\mu^2} \frac{a}{V^2} \right) \left( V - \frac{m}{\mu} b \right) = \frac{m}{\mu} RT$$

Trong đó: a và b là hai hằng số phụ thuộc vào từng loại khí.

Gọi VK, pK và TK lần lượt là thể tích, áp suất và nhiệt độ tuyệt đối của một mol khí thực ở trạng thái tới hạn.

Hãy tìm biểu thức của pK theo các hằng số a và b. Từ đó suy ra giá trị của tỉ số  $\frac{RT_K}{p_K V_K}$ .

ĐS:  $p_K = \frac{a}{27b^2}; \frac{RT_K}{p_K V_K} = \frac{8}{3}$

**Bài 45.** Một chất khí đi qua một vách ngăn châm lỗ đặt trong một ống cách nhiệt có kèm theo sự dãn nở và biến đổi nhiệt độ của khí (hiệu ứng Joule-Thomson). Nếu trước khi dãn, khí được coi là khí Van-đo-Van, sau khi dãn khí được coi là khí lí tưởng thì số gia

$$\Delta T = T_2 - T_1 = \frac{1}{C_p} \left( \frac{RT_1 b}{V_1 - b} - \frac{2a}{V_1} \right)$$

tương ứng của nhiệt độ là

Hãy thiết lập công thức trên bằng cách vận dụng nguyên lí I của nhiệt động lực học cho 1 mol khí đi qua vách ngăn. Coi quá trình là đoạn nhiệt.

**Bài 46.** Một chất khí Van der Waals có phương trình trạng thái:

$$(p + \frac{a}{V^2})(V - b) = RT$$

Chất khí giãn nở đẳng nhiệt từ thể tích V1 đến V2. Tính độ biến thiên năng lượng tự do Helmholtz

Tính độ biến thiên nội năng.

-KHO VẬT LÝ SƠ CẤP-

$$\Delta F = -kT \ln\left(\frac{V_2 - b}{V_1 - b}\right) + a\left(\frac{1}{V_1} - \frac{1}{V_2}\right)$$

ĐS: a.  $\Delta U = a\left(\frac{1}{V_1} - \frac{1}{V_2}\right)$ ; b.

**Bài 47.** Một kmol khí CO<sub>2</sub> đựng trong bình kín có thể tích 0,53 m<sup>3</sup> có áp suất 5,07 MPa. Tìm độ chênh lệch nhiệt độ khí khi coi khí là khí lí tưởng và khi coi khí là khí thực. Biết CO<sub>2</sub> có các hằng số  $a = 0,365 \text{ Jm}^3\text{mol}^{-2}$ ;  $b = 4,28 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3\text{mol}^{-1}$ .

ĐS: 50K

**Bài 48 .** Tìm thể tích của một mol khí Propan, biết ở nhiệt độ 660 K thể tích của khí là 91 atm.

a. Xem khí là khí lí tưởng

b. Xem khí là khí thực. Cho  $a = 9,39 \text{ l}^2\text{atm.mol}^{-2}$ ,  $b = 0,905 \text{ l/mol}$ .

ĐS: a.  $V_m = 0,595 \text{ (l/mol)}$ ; b.  $V_m = 0,522 \text{ l/mol}$

**Bài 49.** Một mol khí thực có áp suất  $p$ , thể tích  $V$ , nhiệt độ tuyệt đối  $T$  tuân theo phương trình trạng thái Van der Waals là:

$$\left(p + \frac{a}{V^2}\right)(V - b) = RT$$

trong đó  $a$  và  $b$  là các hằng số,  $R$  là hằng số khí. Hãy thiết lập:

a. Phương trình đường cong đoạn nhiệt theo các thông số trạng thái  $T$  và  $V$ .

b. Hiệu nhiệt dung mol  $C_p - C_v$  như một hàm số của  $T$  và  $V$ .

c. Tính hiệu suất của động cơ nhiệt làm việc theo chu trình Carnot với tác nhân là khí thực này và từ đó so sánh với hiệu suất của động cơ nhiệt cũng làm việc theo chu trình Carnot nhưng tác nhân là khí lí tưởng.

$$C_p - C_v = \frac{R}{1 - \frac{2a(V - b)^2}{RTV^3}}$$

ĐS: a.  $T(V - b)^{\frac{R}{C_v}} = \text{const}$ ; b.  $H = 1 - \frac{T_2}{T_1}$ ; c.

**Bài 50.** a. Một mol khí thực đơn nguyên tử có các thông số trạng thái liên hệ với nhau theo công thức  $p(V - b) = RT$ , với  $b$  là các hằng số phụ thuộc vào bản chất khí. Xác định hiệu các nhiệt dung đanding áp  $C_p$  và  $C_V$

b. Xét một mol khí thực đơn nguyên tử có kích thước nguyên tử không đáng kể nhưng giữa các nguyên tử có lực tương tác. Ở nhiệt độ  $T$ , thể tích mol khí trên là  $V$ . Cho rằng thế năng tương tác giữa các nguyên tử khí tỉ lệ với mật độ khí:  $E_T = -\alpha\rho$  với  $\alpha$  là hằng số;  $\rho$  là mật độ số hạt. Xác định hiệu các nhiệt dung mol đanding  $C_p$  và đanding tích  $C_V$  của khí trên ở nhiệt độ  $T$ .

$$C_p - C_V = \frac{R}{1 - \frac{2a(V - b)^2}{RTV^3}} = R$$

ĐS: a. ;b.  $C_p - C_V = \frac{R^2 TV}{RTV - 2aN_A V}$

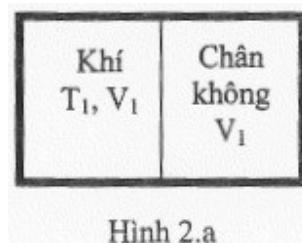
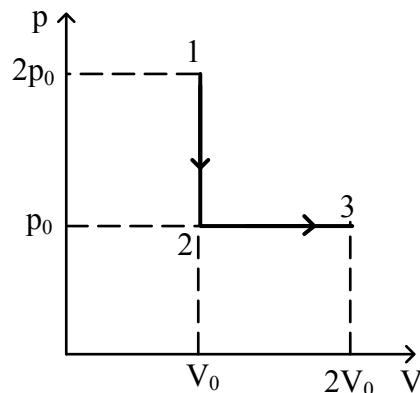
**Bài 51.**

Cho một mol khí CO<sub>2</sub> có áp suất ban đầu  $p_0$  và thể tích ban đầu  $V_0$ , thực hiện chu trình như đồ thị hình vẽ. Xem CO<sub>2</sub> là khí thực tuân theo phương trình Van der Waals với hằng số  $a = 36p_0V_0^2$  và  $b = 0$ . Hãy lập tỉ số công do khí thực hiện và nhiệt lượng mà khí trao đổi với môi trường xung quanh.

$$\frac{A}{Q} = -\frac{1}{29}$$

ĐS:

**Bài 52.** (HSGQG 2017). Trong một xilanh kín hình trụ có một vách ngăn cứng, mỏng, có thể di chuyển được trong xilanh và chia xilanh thành hai phần. Ban đầu vách ngăn được giữ ở vị trí chính giữa của xilanh, phần bên trái của xilanh chứa một mol khí ở nhiệt độ  $T_1$  và thể tích  $V_1$ . Phần bên trái được hút chân không (hình 2.a). Cho nhiệt dung mol đanding tích của khí  $C_V = \frac{5}{2}R$ ,  $R$  là hằng số khí. Xilanh và vách ngăn cách nhiệt tốt.



1. Vách ngăn kín, khí là khí lý tưởng. Vách ngăn được di chuyển chậm sang bên phải để khí giãn đoạn nhiệt thuận nghịch đến trạng thái khí chiếm toàn bộ thể tích trong xilanh. Xác định độ biến thiên nội năng của khí và công mà khí đã thực hiện.

2. Vách ngăn được giữ cố định ở giữa xilanh. Tạo một lỗ thủng nhỏ trên vách ngăn làm cho khí bên ngăn trái tràn sang ngăn bên phải và chiếm toàn thể tích trong xilanh (hình 2.b). Hãy xác định áp suất và nhiệt độ của khí ở trạng thái cuối, độ biến thiên nội năng của khí và công mà khí đã thực hiện trong các trường hợp sau:

Khí trong xilanh là khí lý tưởng.

Khí trong xilanh là khí thực có phương trình trạng thái  $\left( P + \frac{a}{V^2} \right) V = RT$  và nội năng

$U = C_V T - \frac{a}{V}$ , trong đó a là thông số khí thực đã biết.

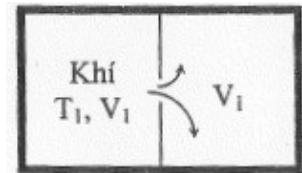
3. Để đưa khí ở ý 2.a khi ở trạng thái cuối cùng về trạng thái ban đầu ( $V_1, T_1$ ), người ta nén bằng nhiệt khí bằng cách sử dụng một pit-tong dẫn nhiệt (hình 2.c). Hệ được bố trí sao cho ở đầu quá trình nén thể tích của hệ là  $2V_1$ . Quá trình nén diễn ra rất chậm và hệ luôn ở trạng thái cân bằng. Tính nhiệt lượng mà môi trường xung quanh hệ đã nhận được trong quá trình nén trên, biết nhiệt độ môi trường xung quanh luôn là  $T_1$ .

$$\text{ĐS: } 1. \Delta U = \frac{5}{2} R T_1 (2^{1-\gamma} - 1); A = -\Delta U = \frac{-5}{2} R T_1 (2^{1-\gamma} - 1).$$

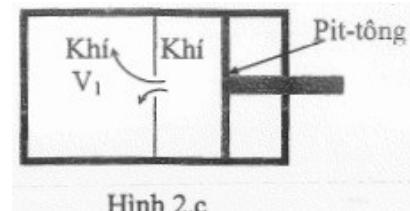
$$2a. \text{Khí lý tưởng } T_2 = T_1, p_2 = \frac{RT_1}{2V_1}, A = 0, \Delta U = 0$$

$$2b. \text{Khí thực: } T_2 = T_1 - \frac{a}{5RV_1}; P_2 = \frac{RT_1}{2V_1} - \frac{7a}{20V_1^2}.$$

$$3. Q' = -A = -RT_1 \ln \frac{V_1}{V_2} = RT_1 \ln 2.$$



Hình 2.b



Hình 2.c

$$\alpha = \frac{1}{V} \left( \frac{\partial V}{\partial T} \right)_p$$

**Bài 53.** Chứng minh rằng hệ số nở đẳng áp  $\alpha$  :

$$\chi_T = - \frac{1}{V} \left( \frac{\partial V}{\partial p} \right)_T \quad \alpha = \frac{1}{T}; \chi_T = \frac{1}{p}$$

của khí lí tưởng có giá trị như sau:

**Bài 54 .** a. Tính nhiệt độ tới hạn TK, áp suất tới hạn pK và thể tích tới hạn VK của 1 mol khí thực tuân theo phương trình Van der Waals. Các giá trị này được tính theo các hệ số

$$s = \frac{RT_K}{p_K V_K}$$

a, b. Tính hệ số tới hạn

$$DS: a. \quad T_K = \frac{8a}{27Rb}; \quad b. \quad s = \frac{8}{3}$$

**Bài 55.** Tính nhiệt độ tới hạn TK, áp suất tới hạn pK và thể tích tới hạn VK của 1 mol khí thực tuân theo phương trình Dieterici. Các giá trị này được tính theo các hệ số a, b. Tính

$$hệ số tới hạn \quad s = \frac{RT_K}{p_K V_K}$$

$$DS: \quad s = \frac{e^2}{2}$$

## XI.2 ENTROPY KHÍ LÝ TUỔNG.

**Bài 1** Tính độ tăng entropi  $\Delta S$  khi đốt nóng một kmol khí lý tưởng tam nguyên tử từ  $0^\circ C$  đến  $500^\circ C$ , nếu quá trình đốt nóng xảy ra: (coi các phân tử khí là rắn)

- a. Ở thể tích không đổi
- b. Ở áp suất không đổi.

**Bài 2.** Tìm độ tăng entropi  $\Delta S$  khi dân 0,20gram hydro từ thể tích 1,50l đến thể tích 4.50l nếu quá trình dân xảy ra:

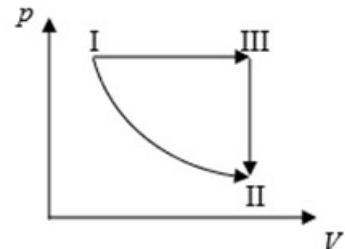
- a. Ở thể tích không đổi
- b. Ở áp suất không đổi.

Đáp số.

$$\Delta S_p = n \frac{\gamma}{\gamma - 1} R \ln \frac{V_2}{V_1} \approx 3,1(J/K) ; b. \Delta S = nR \ln \frac{V_2}{V_1} = 0,91(J/K)$$

a.

**Bài 3.** Trên hình vẽ biểu diễn hai quá trình biến đổi khí lý tưởng từ trạng thái I sang trạng thái II. Chứng minh bằng tính toán rằng độ tăng entropi  $\Delta S$  trong cả hai trường hợp là như nhau.



**Bài 4.** Hai kilogram (02kg) Oxy ở áp suất 100kPa chiếm một thể tích  $1.50m^3$ . Sau khi dãn thể tích khí tăng lên 2,5 lần còn áp suất giảm 3 lần. Tìm độ tăng nội năng  $\Delta U$  và entropi  $\Delta S$  của khí.

$$\Delta U = \frac{m}{\mu(\gamma - 1)} RT_1 \left( \frac{P_2 V_2}{P_1 V_1} - 1 \right) \approx -62,4kJ; \Delta S = \frac{nR}{\mu(\gamma - 1)} \left( \gamma \ln \frac{V_2}{V_1} + \ln \frac{P_2}{P_1} \right)$$

Đáp số

**Bài 5.** Một kmol khí lý tưởng thực hiện một quá trình politropic, thêm vào đó nhiệt độ của nó biến đổi từ  $T_1$  đến  $T_2$  chỉ số politropic bằng n. Tìm độ tăng entropi  $\Delta S$  của khí.

$$\Delta S = Z \frac{n - \gamma}{(n - 1)(\gamma - 1)} R \ln \frac{T_2}{T_1}$$

Đáp số.

**Bài 6.** Một khí lí tưởng nào đó dãn nở sao cho quá trình được biểu diễn trên giản đồ p-V là một đường thẳng đi qua gốc tọa độ. Biết rằng: thể tích ban đầu của khí là  $V_0$ , áp suất

ban đầu  $p_0$  và tỉ số  $\gamma = \frac{C_p}{C_v}$ . Do dãn nở, thể tích khí tăng lên ba lần. Tìm  
a. Chỉ số politropic n.

- b. Độ tăng nội năng  $\Delta U$  của khí.  
c. Công A mà khí thực hiện.  
d. Nhiệt dung phân tử C của khí trong quá trình này.

e. Nếu quá trình trên xảy ra đối với 1 kmol khí kí tưởng đơn nguyên tử. Tìm độ tăng entropi  $\Delta S$  khi tăng thể tích khí gấp đôi.

Đáp số.

$$a. n = -1; b. \Delta U = \frac{8}{\gamma - 1} p_0 V_0; c. A = 4p_0 V_0; d. C = R \frac{\gamma + 1}{2(\gamma - 1)}; e. \Delta S = \frac{m}{\mu} \frac{\gamma + 1}{(\gamma - 1)} R \ln \frac{V_2}{V_1},$$

**Bài 7.** Một bình kín có thể tích 2,51 chứa hydro ở nhiệt độ  $17^{\circ}C$  và áp suất 15,0kPa.

Người ta làm lạnh hydro đến nhiệt độ  $0^{\circ}C$ . Tính

- a. Lượng nhiệt  $Q'$  mà chất khí nhả ra.
- b. Độ tăng nội năng  $\Delta U$  của hydro.
- c. Tìm độ tăng entropi  $\Delta S$ .

Đáp số.

$$a. Q' = -\frac{5}{2} \frac{p_0 V}{T_1} R(T_1 - T_2) = 5,4J; b. \Delta U = -5,4J; c. \Delta S = \frac{nR}{(\gamma - 1)} \ln \frac{T_2}{T_1} = -18mJ / K$$

**Bài 8.** Một kmol khí ở nhiệt độ  $T_1 = 300K$  được làm lạnh đến nhiệt độ  $T_2 = 150K$  với công thức  $p = \frac{C}{V}$  (C là hằng số). Sau đó khí được dẫn đến áp suất  $p_2$  sao cho nhiệt độ của nó ở trạng thái cuối cùng bằng nhiệt độ ban đầu. Vẽ quá trình trên giản đồ  $p - V$ . Tính:

- a. Nhiệt lượng  $Q$  mà khí đã hấp thụ.
- b. Công A mà khí đã thực hiện
- c. Độ tăng nội năng  $\Delta U$  của khí
- d. Tìm độ tăng entropi  $\Delta S$ .

Đáp số.

$$a. Q = \frac{1}{2} nRT_1; b. A = \frac{1}{2} nRT_1; c. \Delta U = 0$$

$$d. \Delta S = nR \ln \frac{p_1}{p_2} = 5,7(kJ / K)$$

**Bài 9.** 14 gram nito đã được dãn đoạn nhiệt sao cho áp suất giảm đi năm lần và sau đó được nén đẳng nhiệt tới áp suất ban đầu. Nhiệt độ ban đầu của nito là  $T_1 = 420K$ . Biểu diễn quá trình trên giản đồ  $p - V$ . Tìm:

- a. Nhiệt độ  $T_2$  của khí ở cuối quá trình
- b. Nhiệt lượng  $Q'$  mà khí đã nhả ra
- c. Độ tăng nội năng  $\Delta U$  của khí
- d. Công A mà khí đã thực hiện
- e. Tìm độ tăng entropi  $\Delta S$ .

Đáp số

$$a. T_2 = T_1 \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{1}{\gamma}}; b. Q' = nRT \ln \frac{p_1}{p_2} \approx 1.76kJ; c. \Delta U = \frac{5}{2} nRT_1 \left[ \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{1}{\gamma}} - 1 \right] \approx -1,62kJ$$

$$d. A = -0,14kJ; e. \Delta S = nRT_1 \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{1}{\gamma}} \ln \frac{p_2}{p_1} = -6,7(J/K)$$

**Bài 10.** Tìm hiệu suất của các chu trình sau, giả sử rằng tác nhân sinh công là khí lý

$$\gamma = \frac{C_p}{C_v}$$

tưởng có giá trị  $\gamma$  đã biết.

a. Chu trình gồm hai quá trình đẳng áp và hai quá trình đoạn nhiệt. Cho biết tỷ số áp suất

$$b = \frac{p_{max}}{p_{min}}$$

cực đại và cực tiểu của chu trình là

b. Chu trình gồm hai quá trình đẳng tích và và hai quá trình đẳng nhiệt. Cho biết các quá trình đẳng nhiệt xảy ra ở các nhiệt độ  $T_1$  và  $T_2$  ( $T_1 < T_2$ ) và tỷ số thể tích cực đại và cực

$$a = \frac{V_{max}}{V_{min}}$$

tiểu trong chu trình là

c. Chu trình gồm các quá trình đằng nhiệt, đoạn nhiệt và đằng áp. Quá trình đằng nhiệt xảy ra ở nhiệt độ cực tiểu của chu trình. Cho biết tỷ số áp suất cực đại và cực tiểu của

$$b = \frac{p_{\max}}{p_{\min}}$$

chu trình là

d. Tại các phần nào của chu trình đã được khảo sát trên( phần a, b, c), nội năng và entropi tăng? Biểu diễn các chu trình này trên giản đồ  $S - \ln T$ .

Đáp số

$$a.\eta = 1 - \frac{1}{b^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}}; b.\eta = \frac{T_2 - T_1}{T_2 + \frac{T_2 - T_1}{(\gamma-1)\ln a}}; c.\eta = 1 - \frac{\gamma-1}{\gamma} \frac{\ln b}{(b^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1)}$$

$$d. \Delta S_T = nR \ln \frac{p_1}{p_2}; \Delta S_p = nC_p \ln \frac{T_2}{T_1}; \Delta S_V = nC_V \ln \frac{T_2}{T_1}; \Delta S_Q = 0$$

### XI.3 ENTROPY KHÍ THỰC

**Bài 1.** Hãy tìm độ biến thiên entropy của 1 mol khí Vander-Waals trong sự biến đổi đằng nhiệt mà thể tích biến đổi từ  $V_1$  đến  $V_2$ .

$$\Delta S = R \ln \left( \frac{V_2 - b}{V_1 - b} \right)$$

**ĐS:**

**Bài 2.** Trong một nhiệt lượng kế đựng một lượng lớn nước đá ở  $t_1=0^\circ\text{C}$  người ta cho vào  $m=50\text{g}$  chì nóng chảy ở nhiệt độ nóng chảy  $t_2=327^\circ\text{C}$ . Hãy tìm độ biến thiên entropi của hệ chì và nước đá lúc cân bằng nhiệt. Nhiệt nóng chảy riêng của chì là  $q=22,5\text{J/g}$ ; Nhiệt dung riêng của chì là  $c=0,124\text{J/g.K}$ .

**D/S:**  $\Delta S = 0,481\text{J / K}$

**Bài 3.** Một mol khí Van-đơ -Van có thể tích  $V_1$  và nhiệt độ  $T_1$  biến đổi sang trạng thái

$$\Delta S = \int_1^2 \frac{dQ}{T} = ?$$

với thể tích  $V_2$  nhiệt độ  $T_2$ . Hãy tìm số giá tương ứng của entropi ( ). Coi nhiệt dung mol đẳng tích  $C_V$  của khí đã biết.

$$\Delta S = C_V \ln \frac{T_2}{T_1} + R \ln \left( \frac{V_2 - b}{V_1 - b} \right)$$

**Bài 4.** Xét một khối khí **không** lí tưởng có nội năng  $U$  được xác định theo biểu thức  $U = 3PV$ , trong đó  $P$  và  $V$  tương ứng là áp suất và thể tích của khí.

1. Tìm mối liên hệ giữa áp suất và thể tích của khí trong quá trình đoạn nhiệt.
2. Thực nghiệm cho thấy nhiệt độ tuyệt đối  $T$  của khí này chỉ phụ thuộc vào áp suất  $P$  mà không phụ thuộc vào thể tích của nó. Để đơn giản chọn đơn vị sao cho khi  $T = 1$  thì  $P = 1$ . Biết khối khí thực hiện một chu trình Carnot gồm hai quá trình đẳng nhiệt xen kẽ hai quá trình đoạn nhiệt như sau:

$$(P_1, V_1) \xrightarrow{\text{nhiệt}} (P_1, V_2) \xrightarrow{\text{đoạn nhiệt}} (P_2, V_3) \xrightarrow{\text{nhiệt}} (P_2, V_4) \xrightarrow{\text{nhiệt}} (P_1, V_1)$$

trong đó  $P_1, P_2, V_1, V_2, V_3, V_4$  coi như đã biết.

- a. Tính nhiệt lượng  $Q_1, Q_2$  mà khí đã trao đổi lần lượt trong quá trình đẳng nhiệt đầu tiên và trong quá trình đẳng nhiệt thứ hai theo các thông số đã cho.

$$\frac{T_1}{T_2} = -\frac{Q_1}{Q_2}$$

- b. Nhiệt độ tuyệt đối  $T$  của khí này có thể được định nghĩa từ hệ thức:

Tìm mối liên hệ giữa nhiệt độ  $T$  của khí theo áp suất  $P$ .

- c. Tìm nhiệt dung đẳng tích của khí theo  $T$  và  $V$ .

- d. Tìm biến thiên entropy  $S$  của khí theo  $P$  và  $V$ . Biết khi  $T = 0$  thì  $S = 0$ .

ĐS: 1.  $PV^{4/3} = \text{const}$ ; 2a.  $Q_1 = 4P_1(V_2 - V_1)$ ,  $Q_2 = 4P_2(V_4 - V_3)$ ; 2b.  $T = AP^{1/4}$ , với A là một hằng số; 2c.  $C_v = 12T^3V$ ; 2d.  $S = 4P^{3/4}V$

**Bài 5.** Tìm phương trình trạng thái (T và S) của quá trình biến đổi một chất khí bất kì, biết rằng trong quá trình đó nhiệt dung biến đổi theo quy luật  $C = \alpha\sqrt{T}$ , trong đó  $\alpha$  là hằng số. Tìm phương trình của khí Vander – Waals như một trường hợp riêng của phương trình trên. Giả thiết đã biết a, b và nhiệt dung đẳng tích  $C_v$  không phụ thuộc vào nhiệt độ.

$$DS: S - 2\alpha\sqrt{T} = \text{const}; T^{\frac{C_v}{R}}(V - b)\exp\left(-\frac{2\alpha\sqrt{T}}{R}\right) = \text{const}$$

**Bài 6.** Tìm độ biến thiên entropi của một mol khí có các hằng số Vander – Waals đã biết trong quá trình đẳng nhiệt. Biết sau quá trình này, nội năng của khí tăng một lượng  $\Delta U$ . Thể tích ban đầu là  $V_0$ .

$$DS: \Delta S = R \ln \frac{aV_0 - ab + bV_0\Delta U}{(V_0 - b)(a - V_0\Delta U)}$$

### **LƯU Ý. Theo vật lý thống kê:**

- **Quá trình truyền nhiệt** qua một môi trường chất khí đặc trưng bằng hệ số truyền

nhiệt:  $\chi = \frac{1}{3}\langle v \rangle \lambda \rho c_v$ ; Trong đó  $\rho$  là khối lượng riêng,  $c_v = \frac{C_v}{\mu} = \frac{C_v}{N_A m}$  là hệ số nhiệt dung đẳng tích,  $C_v$  là nhiệt dung mol đẳng tích;  $\mu$  là khối lượng mol;  $\lambda$  là quang đường

tự do trung bình;  $\langle v \rangle = \bar{v} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi\mu}}$  vận tốc căn quân phương

- Tốc độ truyền nhiệt qua một vật (cường độ dòng nhiệt):

$$\frac{dQ}{dt} = \chi \frac{-dT}{dl} = \chi \frac{-SdT}{dl} \quad (\text{W})$$

**Định luật Fourier**

$$\frac{dQ}{dt} = \frac{-dT}{\frac{1}{\chi} \frac{dl}{S}} = \frac{-dT}{R} \quad (\text{W})$$

Hay với  $\frac{1}{\chi} \frac{dl}{S} = R$  gọi là nhiệt trở

$$q = \frac{dQ}{dtdS} = \chi \frac{-dT}{dl} \quad (\text{W/m}^2)$$

**Định nghĩa:** Mật độ thông lượng nhiệt

$q = \frac{dQ}{dtdS} = \frac{Q}{tS}$  ( $\text{W/m}^2$ ) là nhiệt lượng truyền qua một đơn vị diện tích vuông góc phương truyền trong một đơn vị thời gian. ( Giống mật độ dòng điện J)

**-Khuếch tán:**  $D = \frac{1}{3} \langle v \rangle \lambda$ ; D có đơn vị ( $\text{m}^2/\text{s}$ )

Với  $\langle v \rangle = \bar{v} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi\mu}}$  là vận tốc trung bình.

## **CHƯƠNG XII.**

### **TRUYỀN NHIỆT- KHUẾCH TÁN**

#### **XII.1 TRUYỀN NHIỆT.**

**Bài 1.** Không gian giữa hai bản lớn song song chứa đầy heli. Khoảng cách giữa các bản là  $l=50\text{mm}$ . Một bản được giữ ở nhiệt độ  $t_1=20^\circ\text{C}$ , bản kia ở nhiệt độ  $t_2=40^\circ\text{C}$ . **Tính mật độ thông lượng nhiệt  $q$ .** Thực hiện phép tính với các trường hợp khi áp suất trong chất khí là:

a)  $p=100\text{kPa}$

b)  $p=10\text{mPa}$ .

$$\text{ĐS: a. } q \approx 20\text{W/m}^2 ; \text{b. } q \approx 0,21\text{W/m}^2$$

**Bài 2.**

Một thanh được bọc một vỏ cách nhiệt và một đầu của nó tiếp xúc nhiệt với một bình điều nhiệt có nhiệt độ  $T_1$ , còn đầu thứ hai tiếp xúc với một bình điều nhiệt có nhiệt

độ  $T_2$  ( $T_1 > T_2$ ). Thanh gồm hai phần có các chiều dài là  $l_1$  và  $l_2$  và các hệ số dẫn nhiệt  $\chi_1$

và  $\chi_2$ . **Tìm mật độ thông lượng nhiệt q và gradient nhiệt độ  $\frac{dT}{dx}$**  trong mỗi phần của thanh.

$$q = \frac{T_1 - T_2}{\frac{l_1}{\chi_1} + \frac{l_2}{\chi_2}}, \quad \left( \frac{dT}{dx} \right)_1 = \frac{q\chi_2}{l_1\chi_2 + l_2\chi_1}, \quad \left( \frac{dT}{dx} \right)_2 = \frac{q\chi_1}{l_1\chi_2 + l_2\chi_1}$$

ĐS: ,

**Bài 3.** Trong không gian giữa hai bán lớn đặt song song với nhau chứa một môi trường có

hệ số dẫn nhiệt biến đổi với nhiệt độ theo quy luật  $\chi = \frac{\chi_0}{T}$ , trong đó  $\chi_0$  là hằng số đổi với môi trường đã cho. Các nhiệt độ  $T_1$  và  $T_2$  của các bán được giữ không đổi ( $T_1 > T_2$ ).

Khoảng cách giữa các bán là  $\ell$ . **Tìm mật độ thông lượng nhiệt q và nhiệt độ T** trong môi trường theo x, trong đó x là khoảng cách được tính từ bán có nhiệt độ  $T_1$ .

$$q = \frac{\chi_0}{\ell} \ln \frac{T_1}{T_2}, \quad T = T_1 \left( \frac{T_2}{T_1} \right)^{\frac{x}{\ell}}$$

ĐS: ,

**Bài 4.** Không gian giữa hai mặt cầu đồng tâm chứa một chất đồng tính và đặng hướng.

Các bán kính của các quả cầu bằng  $r_1$  và  $r_2$  ( $r_1 < r_2$ ). Mặt của quả cầu trong được giữ ở nhiệt độ  $T_1$ , mặt của quả cầu ngoài ở nhiệt độ  $T_2$ . Người ta **biết thông lượng nhiệt qua** các mặt cầu bằng q. **Tìm hệ số dẫn nhiệt  $\chi$  của chất nằm giữa hai mặt cầu, gradient nhiệt**

độ  $\frac{dT}{dr}$  và nhiệt độ T trong khoảng giữa các mặt cầu theo r. Giả thử rằng  $\chi$  không phụ thuộc vào nhiệt độ.

$$\chi = \frac{q(r_2 - r_1)}{4\pi r_1 r_2 (T_2 - T_1)} \quad \frac{dT}{dr} = -\frac{r_1 r_2 (T_2 - T_1)}{r^2 (r_2 - r_1)} \quad T = T_1 - \frac{r_1 r_2 (T_2 - T_1)}{(r_2 - r_1)} \left( \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r} \right)$$

ĐS:

**Bài 5.** Một khí lý tưởng đơn nguyên tử chiếm khoảng không gian giữa hai hình trụ rất dài và đồng trục. Đường kính hiệu dụng của các phân tử khí là d, khối lượng của phân tử là

m. Các bán kính của các hình trụ là  $r_1$  và  $r_2$  ( $r_1 < r_2$ ). Hình trụ trong được giữ ở nhiệt độ  $T_1$ , hình trụ ngoài ở nhiệt độ  $T_2$ . Tìm thông lượng nhiệt q chuyển qua một đơn vị chiều dài của các hình trụ. Giả thử rằng không có sự đổi lưu của chất khí và quãng đường tự do của các phân tử khí nhỏ hơn khoảng cách giữa các hình trụ nhiều.

$$q = \frac{4 k_B}{3 d^2} \sqrt{\frac{k_B}{\pi m}} \frac{(T_2 \sqrt{T_2} - T_1 \sqrt{T_1})}{\ln \frac{r_2}{r_1}}$$

ĐS:

**Bài 6.** Một khí lý tưởng lưỡng nguyên tử dẫn đoạn nhiệt đến một thể tích lớn gấp đôi lúc đầu. Xác định xem hệ số truyền nhiệt  $\chi$  và hệ số khuếch tán D của khí biến đổi như thế nào? Biết rằng các phân tử là rắn và đường kính hiệu dụng của các phân tử không đổi.

ĐS: Hệ số truyền nhiệt  $\chi$  giảm  $\sqrt[5]{2}$  lần, hệ số khuếch tán D tăng  $\sqrt[5]{2^4}$ .

**Bài 7.** Áp suất của một khí lý tưởng lưỡng nguyên tử sau khi bị nén tăng gấp 10 lần. Xác định sự biến đổi của quãng đường tự do  $\lambda$  của các phân tử và hệ số nhót  $\eta$  của khí. Khảo sát các trường hợp nén:

a) Đăng nhiệt

b) Đoạn nhiệt.

ĐS: a.  $\lambda$  giảm 10 lần,  $\eta$  không đổi; b.  $\lambda$  giảm  $\sqrt[7]{10^5}$ ,  $\eta$  tăng  $\sqrt[7]{10}$ .

**Bài 8.**

Một lớp nước đá dày 1cm đóng băng trên mặt ao. Mặt trên của đá có nhiệt độ  $-20^\circ\text{C}$ .

a. Xác định tốc độ tăng độ dày của lớp băng.

b. Sau bao lâu bề dày của lớp băng tăng gấp đôi.

ĐS: a.  $v = \chi \frac{\Delta T}{z} \cdot \frac{1}{\rho \cdot L}$ ; b.  $t = \frac{\rho L}{\chi \Delta T} \cdot \frac{1}{2} (z_2^2 - z_1^2) = 20\text{ phút}$

**Bài 9.** Một đầu thanh được bọc bằng vỏ cách nhiệt, được giữ ở nhiệt độ  $T_1$  còn đầu kia ở nhiệt độ  $T_2$ . Thanh gồm hai phần có độ dài  $\ell_1, \ell_2$  và có độ dẫn điện  $\chi_1$  và  $\chi_2$ . Hãy xác định nhiệt độ tiếp xúc giữa phần đó của thanh.

$$T = \frac{\chi_1 \frac{T_1}{\ell_1} + \chi_2 \frac{T_2}{\ell_2}}{\frac{\chi_1}{\ell_1} + \frac{\chi_2}{\ell_2}}$$

ĐS:

**Bài 10.** Hai thanh có chiều dài lần lượt là  $\ell_1, \ell_2$  và có độ dẫn điện  $\chi_1$  và  $\chi_2$  được gắn với nhau ở một đầu. Hãy tìm độ dẫn điện của thanh đồng tính có chiều dài  $\ell_1 + \ell_2$  để nó dẫn nhiệt giống hệt hai thanh trên. Mặt bên các thanh được bọc cách nhiệt.

$$\chi = \frac{\ell_1 + \ell_2}{\frac{\ell_1}{x_1} + \frac{\ell_2}{x_2}}$$

ĐS:  $x_1 \quad x_2$

**Bài 11.** Một máy lạnh bên trong là một hệ có nhiệt dung C và nhiệt độ  $T_2$  ít biến đổi. Sự cách nhiệt là không lí tưởng, nó trao đổi nhiệt với môi trường bên ngoài có nhiệt độ  $T_1$  một công suất nhiệt tỉ lệ với chênh lệch nhiệt độ  $P_1 = k(T_1 - T_2)$ . Động cơ làm cho máy hoạt động cung cấp một công suất cơ học  $P_m$ . Giả thiết rằng hiệu suất làm lạnh của máy là bằng với máy lạnh thuận nghịch làm việc giữa hai nguồn nhiệt  $T_1$  và  $T_2$  nhân với  $\eta$ .

1. Thiết lập phương trình vi phân cho  $T_2(t)$ .
2. Xác định  $T_2$  sau một thời gian khá dài.
3. Biểu diễn dưới dạng tích phân thời gian cần để đạt nhiệt độ  $T_2$ .

$$C \frac{dT_2}{dt} = -\eta T_2 \frac{P_m}{T_1 - T_2} + k(T_1 - T_2); \quad T_2 = \frac{2T_1 + \eta P_m + \sqrt{4k^2 T_1^2 + (2T_1 + \eta P_m)^2}}{2k}$$

ĐS: 1.

$$t = \int_1^2 \frac{dx}{\frac{k}{C}(1-x) - \frac{\eta P_m}{T_1 C(1-x)} x}$$

3.

**Bài 12.** Một quả cầu đồng tính bán kính R và độ dẫn nhiệt  $\chi$ , tỏa nhiệt đều trong thể tích quả cầu với một công suất có mật độ thể tích  $\omega$ . Hãy tìm sự phân bố nhiệt độ  $T(r)$  trong quả cầu theo bán kính r nếu nhiệt độ của bề mặt quả cầu là  $T_0$ .

$$\frac{\omega}{6\chi} (R^2 - r^2)$$

ĐS:  $T = T_0 + \frac{\omega}{6\chi} (R^2 - r^2)$

**Bài 13.** Một dòng điện không đổi đi qua một dây dẫn đồng tính có bán kính tiết diện R và độ dẫn nhiệt  $\chi$ . Trong một đơn vị thể tích của dây dẫn tỏa ra một công suất nhiệt  $\omega$ . Hãy tìm sự phân bố nhiệt độ trong dây dẫn theo bán kính r nếu nhiệt độ mặt ngoài của dây là  $T_0$ .

$$\text{ĐS: } T = T_0 + \frac{\omega}{4\chi} (R^2 - r^2)$$

**Bài 14.** Một xi lanh kín có thể tích V được ngăn thành hai phần bởi một pit tông nhẹ. Hai phần trong xi lanh chứa cùng một loại khí có số mol lần lượt là  $n_1, n_2$ , ở nhiệt độ  $T_1, T_2$  tương ứng ( $T_1 > T_2$ ).

a. Tìm thể tích  $V_1, V_2$  tương ứng khi hệ cân bằng.

b. Giả sử pit tông dẫn nhiệt với hệ số truyền nhiệt  $k$ . Tìm hiệu số biến thiên nhiệt độ của hai phần theo thời gian, tìm thể tích  $V_1, V_2$  là hàm của thời gian. Bỏ qua ma sát và sự trao đổi nhiệt của xi lanh và môi trường.

$$\text{ĐS: a. } V_1 = \frac{n_1 T_1}{n_1 T_1 + n_2 T_2} V ; V_2 = \frac{n_2 T_2}{n_1 T_1 + n_2 T_2} V$$

$$\text{b. } \Delta T = \Delta T_0 \exp \left( -\frac{2(n_1 + n_2)}{5n_1 n_2 R} kt \right); V_1(t) = \left( 1 + \frac{n_2}{n_1 + n_2} \frac{\Delta T_0 (e^{-\beta t} - 1)}{T_1} \right) V_1$$

$$V_2(t) = \left( 1 - \frac{n_1}{n_1 + n_2} \frac{\Delta T_0 (e^{-\beta t} - 1)}{T_2} \right) V_2$$

**Bài. 15.** Một già đinh sử dụng điện dùng dây đồng bán kính R và lớp vỏ bọc bằng nhựa bề dày là d. Biết hệ số dẫn nhiệt của nhựa là  $\lambda$  và hệ số dẫn nhiệt của đồng lớn hơn rất

nhiều so với của nhựa. Hiệu điện thế của nguồn vào là  $U$ , công suất tiêu thụ là  $P$ , nhiệt độ môi trường là  $T$ . Cho điện trở suất của đồng là  $\rho$ .

a. Tìm nhiệt độ  $T(r)$  của lớp vỏ có bán kính  $r$  thỏa mãn  $R < r < R+d$ .

b. Biết nhiệt độ tối đa vỏ nhựa chịu được là  $T_1$ , hỏi dây dẫn này truyền được công suất cực đại bằng bao nhiêu? Biết hiệu điện thế vẫn là  $U$ .

$$\text{ĐS: a. } T(r) = T + \frac{\rho P^2}{2\pi^2 U^2 R^2 \lambda} \ln\left(\frac{R+d}{r}\right); \text{ b. } P_{\max} = \pi U R \sqrt{\frac{2(T_1 - T)\lambda}{\rho \ln\left(1 + \frac{d}{R}\right)}}$$

### Bài 16. Học sinh giỏi quốc gia 2010

Người ta đưa một quả cầu bằng nước đát ở nhiệt độ  $t_0 = 0^\circ C$  vào sâu và giữ đứng yên trong lòng một hồ nước rộng có nhiệt độ đồng đều  $t_1 = 20^\circ C$ . Do trao đổi nhiệt, quả cầu bị tan dần. Giả thiết rằng sự trao đổi nhiệt giữa nước hồ và quả cầu nước đá chỉ do sự dẫn

nhiệt. Biết hệ số dẫn nhiệt của nước là  $k = 0,6 \frac{J}{smK}$ ; nhiệt nóng chảy của nước đá  $\lambda = 334 \cdot 10^3 \frac{J}{kg}$ ; khối lượng riêng của nước đá  $\rho = 920 \frac{kg}{m^3}$ ; nhiệt lượng truyền qua diện

tích  $S$  vuông góc với phương truyền nhiệt trong thời gian  $dt$  là  $dQ = -kS \frac{dT}{dx} dt$  với  $\frac{dT}{dx}$  là độ biến thiên nhiệt độ trên một đơn vị chiều dài theo phương truyền nhiệt. Từ thời điểm quả cầu nước đá có bán kính  $R_0 = 1,5\text{cm}$ , hãy tìm:

a. Thời gian để quả cầu tan hết.

b. Thời gian để để bán kính quả cầu còn lại một nửa.

ĐS: a. 48 phút; b. 36 phút.

**Bài 17.** Người ta quan sát thấy, nhiệt độ của ấm điện được đổ đầy nước tới một mức cố định nào đó, sau khi ngắt điện sẽ thay đổi theo thời gian theo công thức:

$$T(t) = (T_p - T_o)e^{-\alpha t} + T_o$$

trong đó,  $T_p$  là nhiệt của ám khi vừa ngắt điện tại  $t = 0$ ,  $T_o$  là nhiệt độ môi trường xung quanh,  $\alpha$  là hằng số, còn  $e$  là cơ số của logarithm tự nhiên ( $e \approx 2,718$ ).

Trong khi đun nước, cần điện năng  $E_1$  để đun nước tới nhiệt độ  $T_k$  từ nhiệt độ ban đầu, bằng nhiệt độ môi trường  $T_o$ . Công suất điện trong trường hợp này là  $P_1$ .

Do điện áp cấp sụt giảm, kết quả là công suất điện chỉ còn lại là  $P_2$ . Trong trường hợp này cần bao nhiêu điện năng để đun nước đến nhiệt độ  $T_k$ , cũng bắt đầu từ nhiệt độ  $T_o$ ?

Hãy tính số cho  $T_o = 20^{\circ}C$ ,  $T_k = 100^{\circ}C$ ,  $P_1 = 500W$ ,  $E_1 = 250.00J$ ,  $\alpha = 0,001 s^{-1}$ , thực hiện tính toán cho hai trường hợp của  $P_2$ :

$$1. P_2 = 300W$$

$$2. P_2 = 200W$$

Giả định rằng, nhiệt dung của ám điện, tức lượng nhiệt cần thiết để thay đổi nhiệt độ của nó một độ là không đổi, và tại mọi thời điểm, ám đun và nước có cùng nhiệt độ. Thanh đun được bố trí trong ám sao cho toàn bộ nhiệt tỏa ra từ nó được truyền cho ám đun nước. Lượng nước trong bình là như nhau trong tất cả các tình huống xem xét.

Lưu ý: khi  $x$  là đại lượng nhỏ, ta có công thức gần đúng:  $e^x \approx 1 + x$ .

ĐS: 1.  $E_2 \approx 3,2 \cdot 10^5 J$ , với  $P_2 = 300W$ ; 2.  $E_2 \approx 8,2 \cdot 10^5 J$ , với  $P_2 = 200W$

**Bài 18.** Thực nghiệm cho thấy, một số điện trở phi tuyến có các tính chất như sau: khi nhiệt độ tăng, tại giá trị  $T_1 = 100^{\circ}C$ , điện trở thay đổi đột ngột từ  $R_1 = 50\Omega$  lên  $R_2 = 100\Omega$ , còn bước nhảy ngược lại xảy ra ở nhiệt độ thấp hơn  $T_2 = 90^{\circ}C$ . Nhiệt dung của điện trở được đo riêng và có giá trị  $C = 4J/K$ .

Ở thời điểm ban đầu  $t = 0$ , nhiệt độ của điện trở  $T_o = 20^{\circ}C$  và nó được nối vào nguồn điện có hiệu điện thế  $U = 10V$ . Để điện trở không quá nóng và không nóng chảy, người ta thổi quạt vào nó, sao cho công suất nhiệt mang đi là hằng số  $P_Q = 4J/s$ . Quạt có cảm biến nhiệt độ và đồng hồ hẹn giờ hoạt động theo các nguyên lý sau: ngay khi nhiệt độ của điện trở đạt giá trị  $T_c = 110^{\circ}C$  thì cảm biến nhiệt bật lên và quạt được hoạt động trong thời gian  $t = 1,5$  phút.

- 1.Xác định thời điểm  $t_1$ , khi xảy ra bước nhảy của điện trở lần đầu tiên.
- 2.Xác định thời điểm  $t_2$ , khi quạt được bật lên lần đầu tiên.
- 3.Sau một khoảng thời gian, hệ sẽ thiết lập một sự biến thiên nhiệt độ tuần hoàn theo thời gian. Tìm nhiệt độ nhỏ nhất  $T_{\min}$  của điện trở trong giao động đó?
- 4.Chu kỳ giao động  $\tau_0$  của nhiệt độ bằng bao nhiêu?
- 5.Tìm nhiệt lượng Q tỏa ra từ điện trở trong một chu kỳ?
- 6.Vẽ đồ thị biểu diễn sự phụ thuộc của nhiệt độ T của điện trở theo thời gian t kể từ thời điểm t = 0 cho đến khi kết thúc chu kỳ dao động thứ hai.

ĐS: 1. 160s; 2.200s; 3.58,3K; 4.213,3 s; 5. 360J

**Bài 19.** Maria là một người uống trà sành điệu. Cô ấy pha chế một loại trà mới bằng nước sôi trong một chiếc cốc hình trụ có bán kính trong  $r = 4\text{cm}$  và chiều cao  $h = 10\text{cm}$ . Cốc của cô ấy có nắp đậy để giữ nhiệt tốt hơn.

Trong khoảng thời gian ngắn  $\Delta t$  lượng nhiệt mà trà tỏa ra môi trường cho bởi công thức:

$$\Delta Q = \frac{\kappa S(T_{\text{tea}} - T_{\text{room}})}{d} \Delta t$$

trong đó, S là diện tích mặt trong của cốc và  $d = 5\text{mm}$  là chiều dày của thành cốc. Khi nhiệt bị mất đi, nhiệt độ của trà thay đổi một lượng  $\Delta T$  cho bởi:

$$\Delta Q = mc\Delta T$$

trong đó, m là khối lượng của nước và các số liệu như sau: Nhiệt độ sôi của nước  $T_{\text{boil}} = 100^{\circ}\text{C}$ ; độ dẫn nhiệt của cốc  $\kappa = 1,0\text{W.m}^{-1}\text{K}^{-1}$ ; nhiệt độ phòng  $T_{\text{room}} = 25^{\circ}\text{C}$ ; Khối lượng riêng của nước  $\rho = 1.000\text{kg/m}^3$ ; Nhiệt dung riêng của nước  $c = 4.180\text{J}\cdot\text{kg}^{-1}\text{K}^{-1}$ .

- 1.Maria rót trà đầy cốc và ngay lập tức đậy kín nắp.
  - 1a. Tìm nhiệt độ  $T_{\text{tea}}$  của cốc trà sau 30 giây và điền hàng đầu tiên của bảng 2.23.
  - 1b. Hoàn thành bảng 2.23 cho thời gian tính từ 0s cho tới 5 phút. Gợi ý: sử dụng câu trả lời từ dòng trước để điền tiếp dòng sau.
  - 1c. Vẽ đồ thị  $T_{\text{tea}}$  theo thời gian từ 0s cho tới 5 phút.

2.Tìm thời gian để trà nguội đến  $55^{\circ}C$ .

3.Maria quyết định hâm nóng lại trà từ  $55^{\circ}C$  đến  $70^{\circ}C$  bằng một bếp điện có công suất 1kW. Cần bao nhiêu thời gian để trà nóng lại tới  $70^{\circ}C$ ? Bỏ qua sự mất nhiệt của trà cho môi trường.

4.Đánh giá kích cỡ sai số trong câu 3 gây ra bởi sự mất nhiệt của trà. Sử dụng kết quả đánh giá để kết luận. Liệu cách tính gần đúng ở câu 3 có thỏa đáng không?

Thời gian sau khi rót	Nhiệt độ ban đầu $T_{tea}$	Thay đổi nhiệt độ sau 30s ( $0^{\circ}C$ )	Nhiệt độ cuối ( $0^{\circ}C$ )
0 s			
30 s			
1 phút			
.....			

**Bảng 2.23**

ĐS: 2. 4 phút 20 giây; 3. 28,7s.

**Bài 20.** Một tấm kim loại mỏng có chiều dày t treo lơ lửng trong không khí ở nhiệt độ 300K. Ánh nắng mặt trời chiếu trực tiếp vào tấm khiến nhiệt độ mặt trên của nó đạt 360K, nhiệt độ mặt dưới là 340K. Nhiệt độ không khí được duy trì không đổi, năng lượng mất cho không khí từ một đơn vị diện tích bề mặt tấm kim loại trong một đơn vị thời gian tỷ lệ thuận với hiệu nhiệt độ giữa chúng, bỏ qua sự ma sát năng lượng ở mặt bên của tấm kim loại. Nếu độ dày của tấm kim loại tăng lên gấp đôi, nhiệt độ các mặt của tấm kim loại sẽ bằng bao nhiêu?

**Bài 21** Trong những ngày đầu tiên của hệ Mặt Trời của chúng ta, khi mà các hành tinh chưa được tạo ra, Mặt Trời được bao quanh bởi một quả bóng khổng lồ chứa khí ở trạng thái nghỉ. Khối lượng Mặt Trời là  $M_S$ . Một giả thiết đơn giản là chất khí là khí lí tưởng và được tạo bởi chỉ một loại phân tử có khối lượng phân tử là m và tổng khối lượng phân tử

khí nhỏ hơn rất nhiều so với  $M_S$ , bạn hãy tìm phân bố của chất khí tại một điểm cách Mặt trời một khoảng  $r$  ( $r$  lớn hơn rất nhiều đường kính Mặt trời).

1.Giả sử rằng chất khí đều cùng ở nhiệt độ  $T_0$ . Sự phân bố mật độ khối lượng của chất khí có thể được biểu diễn bởi công thức  $\rho = \rho_0 e^{\frac{\alpha}{r}}$ . Tìm  $\alpha$ .

2.Có một lỗ hổng (sự thiếu chính xác) lớn trong công thức diễn tả sự phân bố mật độ khối lượng của chất khí ở ý 1). Hãy chỉ ra lỗ hổng đó.

3.Trong sự cải thiện mô hình đó, giả sử Mặt trời phát ra tổng nhiệt lượng  $J_0$  (công suất phát xạ nhiệt) trong mỗi giây, và không có sự mất mát năng lượng khi nhiệt lượng chảy từ Mặt Trời ra chất khí thông qua sự dẫn nhiệt, tìm mật độ dòng năng lượng  $I(r)$  (năng lượng thông qua một đơn vị diện tích trong mỗi giây) tại điểm cách tâm Mặt trời một khoảng  $r$ .

4.Mật độ dòng năng lượng  $I(r)$  trong ý 3) là tỉ lệ với gradient của nhiệt độ:  $I(r) = -\sigma \frac{dT}{dr}$ ,  $\sigma$  là một hằng số dương được gọi là độ dẫn nhiệt. Dấu “-” xuất phát thực tế là nhiệt lượng luôn chảy từ miền có nhiệt độ cao sang miền có nhiệt độ thấp. Tìm nhiệt độ tại điểm cách Mặt trời một khoảng  $r$ .

5.Áp suất bây giờ có thể được diễn tả là  $p = p_0 \left( \frac{r}{r_0} \right)^{-\beta}$ . Tìm  $\beta$  và sự phân bố mật độ khối lượng.

6.Từ ý (4) người ta có thể thấy rằng ngoài khoảng cách  $r_0$  nhất định tính từ Mặt Trời, nhiệt độ khí thấp hơn  $0^\circ\text{C}$  (nước đóng băng). Ước tính  $r_0$  theo bán kính quỹ đạo hành tinh của hệ Mặt Trời hiện nay.

$$\text{ĐS: } 1. \quad \alpha = \frac{GM_S m}{k_B T_0}; \quad 3. \quad I(r) = \frac{J_0}{4\pi r^2}; \quad 4. \quad T(r) = \frac{J_0}{4\pi\sigma} \frac{1}{r}; \quad 5. \quad \beta = \frac{4\pi\sigma\mu GM_S}{R J_0};$$

$$\rho = \frac{\mu 4\pi\sigma}{R J_0} p_0 r \left( \frac{r}{r_0} \right)^{-\frac{4\pi\sigma\mu GM_S}{R J_0}}$$

**Bài 22.** Một bình hình trụ có vỏ dẫn nhiệt, chiều dài  $L$  chứa một lượng khí lý tưởng lưỡng nguyên tử có khối lượng mol  $\mu$ . Bình được đặt thẳng đứng trong trọng trường có

gia tốc  $g$  không đổi. Giữ cố định nhiệt độ đáy dưới của bình ở  $T_0$ . Khi trạng thái dừng được thiết lập (không có đổi lưu) nhiệt độ đáy trên của bình là  $T_L$ .

1. Tìm  $T_L$  theo  $T_0$ ,  $\mu$ ,  $g$  và  $L$ .
2. Xác định vị trí khói tâm của lượng khí trong bình.
3. Tìm nhiệt dung mol đẳng tích của khí trong bình.

ĐS: 1.  $T_L = T_0 - bL$ ; 2.  $h_G = \frac{1}{3b} (T_0 + bL - \sqrt{T_0(T_0 - bL)})$ ;

3.  $C_V = \left( \frac{11}{6} + \frac{2T_0 - bL}{3\sqrt{T_0(T_0 - bL)}} \right) R$

## XII. 2 KHUẾCH TÁN

**Bài 1.** Hệ số nhớt  $\eta$  của khí carbonic ở những điều kiện tiêu chuẩn đã được biết. Tính quãng đường tự do  $\lambda$  của các phân tử  $CO_2$  và hệ số khuếch tán  $D$  ở những điều kiện chuẩn.

Đáp số  $\lambda = \frac{3\eta}{p} \sqrt{\frac{\pi k_B T}{8\mu}}$ ;  $D = \frac{\eta k_B T}{p\mu}$

**Bài 2.** Tính quãng đường tự do trung bình  $\lambda$  và hệ số khuếch tán  $D$  của các ion trong plasma hydro. Nhiệt độ của plasma là  $10^7 K$ , số ion trong  $1cm^3$  plasma bằng  $10^{15}$ . Ở nhiệt độ trên, tiết diện hiệu dụng của một ion hydro coi như bằng  $4 \times 10^{-20} cm^2$ .

Đáp số.  $D = \frac{2}{3\sigma n} \sqrt{\frac{k_B T}{\pi\mu}}$

-KHO VẬT LÝ SƠ CẤP-

**Bài 3.** Tính hệ số khuếch tán D của khí Hydrô ở nhiệt độ  $27^{\circ}\text{C}$  và áp suất  $2.10^5 \text{ N/m}^2$ . Cho biết nhiệt độ tới hạn và áp suất tới hạn của khí Hydrô là  $T_k = 33 \text{ K}$  và  $p_k = 1,3.10^6 \text{ N/m}^2$ .

Đáp số:  $D \approx 3,63 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$

**Bài 4.** Một khí lý tưởng lưỡng nguyên tử dẫn đoạn nhiệt đến một thể tích lớn gấp đôi lúc đầu. Xác định xem hệ số truyền nhiệt  $\chi$  và hệ số khuếch tán D của khí biến đổi như thế nào? Biết rằng các phân tử là rắn và đường kính hiệu dụng của các phân tử không đổi.

ĐS: Hệ số truyền nhiệt  $\chi$  giảm  $\sqrt[5]{2}$  lần. Hệ số khuếch tán D tăng giảm  $\sqrt[5]{2^4}$  lần.

-----LUU HÀNH NỘI BỘ-----