

班级

姓名

学号

## 一 填空题

1.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{\sin 7x} = ( \quad )$  ;
2.  $\lim_{x \rightarrow 0} (1 - 3x)^{\frac{1}{x}} = ( \quad )$  ;
3.  $\lim_{x \rightarrow \infty} x \sin \frac{1}{3x} = ( \quad )$  ;
4.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{2x}\right)^{3x} = ( \quad )$  ;
5.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + 2x} - \sqrt{x^2 - 2x}) = ( \quad )$  ;
6.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{2x+1}-1}{x} = ( \quad )$  ;
7.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x - \sin x}{2\sin^3 x} = ( \quad )$  ;
8.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{x^2 + 2x} = ( \quad )$  ;
9. 函数  $f(x) = \frac{1}{x^2 - 3x - 4}$  的间断点 (  $\quad$  ) ;
10. 已知函数  $f(x) = \begin{cases} (\cos 2x)^{-x^2}, & 0 < |x| < \frac{\pi}{2} \\ a, & x = 0 \end{cases}$ , 在  $x = 0$  连续, 则  $a = ( \quad )$ .

## 二 求下列极限

1.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(e^x - 1)\sin x}{\ln(1 + 3x^2)}$ .
2.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2+3x}{1+3x}\right)^{x+2}$ .

3.  $\lim_{n \rightarrow \infty} n \left( \frac{1}{n^2+1} + \frac{1}{n^2+2} + \cdots + \frac{1}{n^2+n} \right).$

三. 证明数列  $\sqrt{3}, \sqrt{3 + \sqrt{3}}, \sqrt{3 + \sqrt{3 + \sqrt{3}}}, \dots$  极限存在, 并求其极限.

四. 设函数  $f(x) = \begin{cases} e^{2x}, & x < 0, \\ a + 3x, & x \geq 0. \end{cases}$  应当怎样选择  $a$ , 才能使得  $f(x)$  成为在  $(-\infty, +\infty)$  内的连续函数。

班级

姓名

学号

## 一 填空题

1.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{\sin 7x} = ( \quad ) ;$

2.  $\lim_{x \rightarrow 0} (1 - 3x)^{\frac{1}{x}} = ( \quad ) ;$

3.  $\lim_{x \rightarrow \infty} x \sin \frac{1}{3x} = ( \quad ) ;$

4.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{2x}\right)^{3x} = ( \quad ) ;$

5.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + 2x} - \sqrt{x^2 - 2x}) = ( \quad ) ;$

6.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{2x+1}-1}{x} = ( \quad ) ;$

7.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x - \sin x}{2\sin^3 x} = ( \quad ) ;$

8.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{x^2 + 2x} = ( \quad ) ;$

9. 函数  $f(x) = \frac{1}{x^2 - 3x - 4}$  的间断点 (  $\quad$  ) ;

10. 已知函数  $f(x) = \begin{cases} (\cos 2x)^{-x^2}, & 0 < |x| < \frac{\pi}{2} \\ a, & x = 0 \end{cases}$ , 在  $x = 0$  连续, 则  $a = ( \quad )$ .

## 二 求下列极限

1.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(e^x - 1)\sin x}{\ln(1 + 3x^2)}.$

2.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2+3x}{1+3x}\right)^{x+2}.$

3.  $\lim_{n \rightarrow \infty} n \left( \frac{1}{n^2+1} + \frac{1}{n^2+2} + \cdots + \frac{1}{n^2+n} \right).$

三. 证明数列  $\sqrt{3}, \sqrt{3 + \sqrt{3}}, \sqrt{3 + \sqrt{3 + \sqrt{3}}}, \dots$  极限存在, 并求其极限.

四. 设函数  $f(x) = \begin{cases} e^{2x}, & x < 0, \\ a + 3x, & x \geq 0. \end{cases}$  应当怎样选择  $a$ , 才能使得  $f(x)$  成为在  $(-\infty, +\infty)$  内的连续函数。