长春工业大学 **2021/2022 学年第二学期高数九章单元自测题**

班级　　　　　　　姓名　　　　　　　　　学号

一．填空题

1. 极限 $\lim\limits_{(x,y)\to(0,0)}\dfrac{3-\sqrt{xy+9}}{xy}=$（　　　　　）；

$\lim\limits_{(x,y)\to(0,0)}\dfrac{3xy}{\sqrt{5-e^{xy}}-2}=$（　　　　　）

2. 设 $z=x^4y+\ln^2(xy)$, 则 $\dfrac{\partial z}{\partial x}=($　　　　$),\dfrac{\partial z}{\partial y}=($　　　　$);$

$z=x^3+y^4-4xy$, 则 $\dfrac{\partial z}{\partial x}=($　　　　$),\dfrac{\partial z}{\partial y}=($　　　　$);$

3. 函数 $u=f(x^2+y^2,xy)$, 其中 f 具有二阶连续偏导数，则 $\dfrac{\partial u}{\partial x}=($　　　　　$),\dfrac{\partial^2 u}{\partial x\partial y}=($　　　　　　　$);$

函数 $u=f(x+y,xy)$, 其中 f 具有二阶连续偏导数，则 $\dfrac{\partial u}{\partial x}=($　　　　　$),\dfrac{\partial^2 u}{\partial x\partial y}=($　　　　　　　$);$

4. 设 $x^2+3y+5z^2-xy^2z=0$, 则 $\dfrac{\partial z}{\partial x}=($　　　　　　$),\dfrac{\partial z}{\partial y}=($　　　　　　$);$_

设 $\ln(x^2+y^2)+z=\sin(xyz)$, 则 $\dfrac{\partial z}{\partial x}=($　　　　　　$),\dfrac{\partial z}{\partial y}=($　　　　　　$);$

5. 设 $\begin{cases}x+2y+3z=0,\\ x^2+4y^2+z^2=1,\end{cases}$ 则 $\dfrac{dz}{dx}=($　　　　$),\dfrac{dy}{dx}=($　　　　$)$；

设 $\begin{cases}3z-2x^2-2y^2=0,\\ 2x^2+3y^2+5z^2=30,\end{cases}$ 则 $\dfrac{dz}{dx}=($　　　　$),\dfrac{dy}{dx}=($　　　　$)$；

6. 设 $z=x^3y+xy^2-\dfrac{x}{y}$,　则 $dz=$（　　　　　　　　　　）；

设 $z=e^{x+y}+\ln(1+x^2+y^2)$,　则 $dz=$（　　　　　　　　　　）.

二．计算题

1. 函数 $z=\dfrac{y^2+3x}{y^2-5x}$ 在何处是间断的？

函数 $z=\dfrac{xy+5xy^2-7}{x^2+y^2-1}$ 在何处是间断的？

2. 求曲线 $x=t,y=t^2,z=t^3$ 在对应于 $t_0=1$ 的点处的切线及法平面方程。

3. 求曲面 $e^z - z + xy = 3$ 在点 $(2,1,0)$ 处的切平面与法线方程。

求曲面 $x^2 + 2y^2 + z^2 = 1$ 上平行于平面 $x - y + 2z = 3$ 的切平面方程。

4. 将周长为 l 的矩形绕它的一边旋转而构成一个圆柱体。问矩形的长宽分别为多少时，可使圆柱体的体积为最大？

5. 设 $\phi(u,v)$ 具有连续偏导数，证明方程 $\phi(cx-az, cy-bz)=0$ 所确定的函数 $z=f(x,y)$ 满足 $a\dfrac{\partial z}{\partial x}+b\dfrac{\partial z}{\partial y}=c.$