长春工业大学 **2021/2022学年第二学期高数十章单元自测题**

班级　　　　　　　　姓名　　　　　　　　　　学号

一．填空题

1. 已知 D 是由两坐标轴及直线 $x+y=1$ 所围成的闭区域, 则 $\iint\limits_{D}(x+y)dxdy=$ ____________

2. 改变积分次序 $\int_0^2 dy\int_{y^2}^{2y} f(x,y)dx=$ _________

3. 设 $D=\{(x,y)|-1\le x\le 1,-1\le y\le 1\}$，则 $\iint_D xy(x+y)dxdy=$ ___________

4. 将下列二重积分化为极坐标形式: $\int_0^2 \mathrm{d}x\int_x^{\sqrt{3}x} f(\sqrt{x^2+y^2})\mathrm{d}y$。

5. 已知 Ω 是由三个坐标面及平面 $x+y+z=1$ 所围成的闭区域, 则 $\iiint\limits_{\Omega} x\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z=$ _____________

6. 球面 $x^2+y^2+z^2=1$ 含在圆柱面 $x^2+y^2=x$ 内部的那部分面积是_______________;

二．计算题

1. $\int_0^1 \mathrm{d}x\int_x^{\sqrt{x}}\frac{\sin y}{y}\mathrm{d}y$。

2. $\int_0^2 dx\int_0^{\sqrt{2x-x^2}}\sqrt{x^2+y^2}dy$

3. $\int_0^1 dx\int_{x^2}^{x}(x^2+y^2)^{-\frac{1}{2}}dy$

4. 将积分 $\int_{-1}^1 \mathrm{d}x\int_{-\sqrt{1-x^2}}^{\sqrt{1-x^2}}\mathrm{d}y\int_{\sqrt{x^2+y^2}}^1 f(x,y,z)\mathrm{d}z$ 换成先对 x, 再对 y， 最后对 z 变量的积分。

5. $\iiint_\Omega z\,\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z$ ， $\Omega=\{(x,y,z)\mid\ x^2+y^2+z^2\le 1,\ z\ge 0\}$ 。

6. $\iiint_\Omega \sqrt{x^2+y^2}\,\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z$ ， Ω 由曲面 $z=\sqrt{x^2+y^2}$ 和 z=1围城 。

三．证明 $\iiint_{x^2+y^2+z^2\le 1} f(u)dv=\pi\int_{-1}^1(1-u^2)f(u)\mathrm{d}u$

四.(1)计算以 xoy 面上的圆周 $x^2+y^2=x$ 围成的闭区域为底, 而以曲面 $z=x^2+y^2$ 为顶的曲顶柱体的体积.

(2) 求曲面 $z=\sqrt{2-x^2-y^2}$ 和 $z=x^2+y^2$ 所围成的几何体的体积。