王宇涵 2022004000053 离散第十六章作业 A+

习题二

1. (1) 1 (2) 0 (3) 0 (4) 1 (5) 1 (6) 1

3. (1) $a=3$ $f(a)=2$ $b=2$ $f(b)=1$

则 $P(3,2) \wedge P(2,1) = 1$

(2) 当 $x=2$ $y=1$ 时 $f(x)=1$ $f(y)=2$

则 $P(x,y)=1$ $P(f(x),f(y))=0$ 则 $\forall x \forall y (P(x,y) \to P(f(x),f(y))) = 0$

习题三

1. (1) 原式 $= \forall x (P(x) \to \exists y Q(x,y))$

$= \forall x (\neg P(x) \vee \exists y Q(x,y))$

$= \forall x \exists y (\neg P(x) \vee Q(x,y))$

(2) 原式 $= \exists x (\exists y P(x,y) \vee (\neg \exists z Q(z) \vee R(x)))$

$= \exists x (\exists y P(x,y) \vee \forall z \neg Q(z) \vee R(x))$

$= \exists x \exists y \forall z (P(x,y) \vee \neg Q(z) \vee R(x))$

(3) 原式 $= \forall x \forall y (\neg (\exists z P(x,y,z) \wedge \exists u Q(x,u)) \vee \exists v Q(y,v))$

$= \forall x \forall y (\forall z (\neg P(x,y,z)) \vee \forall u \neg Q(x,u) \vee \exists v Q(y,v))$

$= \forall x \forall y \forall z \forall u \exists v (\neg P(x,y,z) \vee \neg Q(x,u) \vee Q(y,v))$

2. (1) 原式 $= \neg (\neg \forall x P(x) \vee \exists y \forall z Q(y,z))$

$= \forall x P(x) \wedge \neg \exists y \forall z Q(y,z)$

$= \forall x P(x) \wedge \forall y \neg \forall z Q(y,z)$

$= \forall x \forall y \exists z (P(x) \wedge \neg Q(y,z))$

$= \forall x \forall y (P(x) \wedge \neg Q(y, f(x,y)))$

(2) 原式 $= \forall x (E(x,0) \vee \exists y (\neg E(y,g(x)) \vee \exists z \neg E(z,g(x)) \vee E(y,z)))$

$= \forall x \exists y \exists z (E(x,0) \vee \neg E(y,g(x)) \vee \neg E(z,g(x)) \vee E(y,z))$

(3) 原式 $= \neg(\neg\exists x P(x) \vee \forall y P(y))$

$= \exists x P(x) \wedge \exists y (\neg P(y))$

$= \exists x \exists y (P(x) \wedge \neg P(y))$

$=$ ~~P(P(x)) ∧ ¬P(b)~~ $P(a) \wedge \neg P(b)$.

习题四

1\. (1)

① $\forall x(\neg A(x) \to B(x))$ P

② $\neg A(a) \to B(a)$ ① US.

③ $\forall x \neg B(x)$ P

④ $\neg B(a)$ ③ US

⑤ $A(a)$ ② ④ C

⑥ $\exists x A(x)$ EG.

(2) 反证法:

① $\neg \forall x(A(x) \to B(x))$ P

② $\exists x \neg(A(x) \to B(x))$ ① C

③ $\neg(A(a) \to B(a))$ ② ES.

④ $A(a)$ ③ C

⑤ $\neg B(a)$ ③ C

⑥ $\exists x A(x)$ ④

⑦ $\exists x A(x) \to \forall x B(x)$ P

⑧ $\forall x B(x)$ ⑥ ⑦ C

⑨ $B(a)$ ⑧ US

⑩ $B(a) \wedge \neg B(a)$ 矛盾

(3)

① $\forall x(A(x) \to B(x))$ P

② $A(a) \to B(a)$ ① US

③ $\forall x(C(x) \to \neg B(x))$ P

④ $C(a) \to \neg B(a)$ ③ US

⑤ $\neg B(a) \to \neg A(a)$ ② C

⑥ $C(a) \to \neg A(a)$ ④ ⑤ C

⑦ $\forall x(C(x) \to \neg A(x))$ ⑥ UG.

(4)

① $\forall x(A(x) \vee B(x))$ P

② $A(a) \vee B(a)$ ① US

③ $\forall x(B(x) \to \neg C(x))$ P

④ $B(a) \to \neg C(a)$ ③ US

⑤ $\forall x C(x)$ P

⑥ $C(a)$ ⑤ US

⑦ $\neg B(a)$ ④ ⑥ C

⑧ $A(a)$ ② ⑦ C

⑨ $\forall x A(x)$ ⑧ UG.

王宇涵 2022004U0053

R(x)表示x是有理数

习题四

2.(1) 设 $P(x)$ 为x是实数 $N(x)$ 为 x是整数，论域为~~有理~~数集

则转化为：$\forall x(R(x)\to P(x)),\ \exists x(R(x)\wedge N(x)) \Rightarrow \exists x(P(x)\wedge N(x))$

证明：
① $\exists x(R(x)\wedge N(x))$ P
② $R(a)\wedge N(a)$ ① ES
③ $N(a)$ ② C
④ $\forall x(R(x)\to P(x))$ P
⑤ $R(a)\to P(a)$ ④ US
⑥ $R(a)$ ② C
⑦ $P(a)$ ⑤⑥ C
⑧ $P(a)\wedge N(a)$ ③⑦
⑨ $\exists x(P(x)\wedge N(x))$ ⑧ EG

(2) 设 $P(x)$ 为X喜欢步行，$Q(x)$ 为X喜欢乘车，$R(x)$ 为X喜欢骑自行车

则转化为 $\forall x(P(x)\to \neg Q(x)),\ \forall x(Q(x)\vee R(x)),\ \exists x\, \neg R(x)$
$\Rightarrow \exists x\, \neg P(x)$

证明：
① $\exists x\, \neg R(x)$ P
② $\neg R(a)$ ① ES
③ $\forall x(R(x)\vee Q(x))$ P
④ $R(a)\vee Q(a)$ ③ US
⑤ $\forall x(P(x)\to \neg Q(x))$ P
⑥ $P(a)\to \neg Q(a)$ ⑤ US.
⑦ $Q(a)$ ②④ C
⑧ $\neg P(a)$ ⑥⑦ C
⑨ $\exists x\, \neg P(x)$ ⑧ EG