第三章习题课

3. 从 1, 2, 3, 4 这4个数中随机取出一个，记为 X, 再从1到 X 中随机地取出一个数，记为Y，试求 (X, Y) 的联合分布律与X 及 Y 的边缘分布律.

4. 袋中有3个黑球,2个白球，从中随机取出4个, X表示取到的黑球数, Y表示取到的白球数，求(X, Y)的联合分布律.

5. 设二维随机变量 $(X,\ Y)$ 的密度函数为

$$f(x,y)=\begin{cases} Ae^{-(3x+4y)} & x>0,\ y>0 \\ 0 & \text{其它} \end{cases}$$

(1) 求常数 A；

(2) 求 $(X,\ Y)$ 的联合分布函数；

(3) 求 $P(0<X\le 1,\ \ 0<Y\le 2)$.

6.已知随机变量$(X,\ \ Y)$的分布函数为

$$F(x,y) \square A\left(B \square \arctan\frac{x}{2}\right)\left(C \square \arctan\frac{y}{3}\right)$$

试求A,B,C及$(X,\ \ Y)$的联合密度函数.

8.设随机变量(X, Y)的密度函数为

$$f(x, y)=\begin{cases} x^2+\dfrac{1}{3}xy & 0\le x\le 1,\ 0\le y\le 2 \\ 0 & \text{其它} \end{cases}$$

求X与Y的边缘密度函数

9. 设平面区域 D 是由抛物线 $y = x^2$ 及直线 $y = x$ 所围，随机变量 (X,Y) 服从区域 D 上的均匀分布．试求随机变量 (X,Y) 的联合密度函数及 X、Y 各自的边缘密度函数．

10.设随机变量(X,Y)的密度函数为

$$f(x,y)=\begin{cases}1, & |y|<x,0<x<1\\ 0, & \text{其他}\end{cases}$$

求 $f_{X|Y}(x|y)$,$f_{Y|X}(y|x)$

13. 已知 (X, Y) 的概率密度为

$$f(x,y)=\begin{cases} Axy^2, & 0<x<1, 0<y<1 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$

(1)求 A;

(2)证明 X, Y 相互独立.

14. 设二维离散型随机变量(X, Y)的联合分布律为

X \ Y	1	2	3
1	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{18}$
2	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{a}$	$\frac{1}{b}$

试确定常数a，b使得随机变量X与Y相互独立. 并求$P(X = i \mid Y = 1)$.

15. 设随机变量X和Y相互独立,它们的密度函数分别为

$$f_X(x) \square \begin{cases} e^{-x}, x \square 0, \\ 0, \quad x \le 0. \end{cases}$$

$$f_Y(y) \square \begin{cases} e^{-y}, y \square 0, \\ 0, \quad y \le 0. \end{cases}$$

求(1)（X, Y）的密度函数;(2)$P(X \le 1 \mid Y \square 0)$.

设二维随机变量（X， Y）的概率密度为

$$f(x,y) \square \begin{cases} \mathrm{e}^{-y}, 0 \square x \square y \\ 0, \quad 其他 \end{cases}$$

求概率 $P\{X \square Y \leq 1\}$

18. 设随机变量 X 与 Y 相互独立，其密度函数

分别为 $f_X(x) \square \begin{cases} \frac{1}{2}e^{-\frac{x}{2}}, x \square 0; \\ 0, \quad x \le 0, \end{cases}$

$$f_Y(y) \square \begin{cases} \frac{1}{3}e^{-\frac{y}{3}}, y \square 0; \\ 0, \quad y \le 0, \end{cases}$$

求随机变量 $Z \square X \square Y$ 的密度函数.

20. 设随机变量 X 与 Y 相互独立，X 服从□0，1□上的均匀分布，Y 服从 λ□1的指数分布，求随机变量 Z □ X □ Y 的密度函数.

21. 设系统L是由2个相互独立的子系统L_1，L_2连接而成，并且L_1，L_2的寿命分别为X,Y，它们的密度分别为

$$f_X(x)=\begin{cases}\alpha e^{-\alpha x} & x>0\\ 0 & x\le 0\end{cases},\quad f_Y(y)=\begin{cases}\beta e^{-\beta y} & y>0\\ 0 & y\le 0\end{cases}$$

求L在串联和并联方式下寿命Z的密度函数.

设随机变量X,Y相互独立，且均服从区间[0, 3]上的均匀分布，则$P\{\max\{X, Y\}\le 1\}=($ $)$

设 A, B 为随机事件，且 $P(B) > 0, P(A|B) = 1$，则必有(　　)

(A) $P(A \cup B) > P(A)$　　(B) $P(A \cup B) > P(B)$

(C) $P(A \cup B) = P(A)$　　(D) $P(A \cup B) = P(B)$

设随机变量 X 服从正态分布 $N(\mu_1,\sigma_1^2)$，Y 服从正态分布 $N(\mu_2,\sigma_2^2)$，且

$$P\{|X-\mu_1|<1\}>P\{|Y-\mu_2|<1\}$$

则必有(　　)

(A) $\sigma_1<\sigma_2$　　(B) $\sigma_1>\sigma_2$

(C) $\mu_1<\mu_2$　　(D) $\mu_1>\mu_2$

某人向同一目标独立重复射击，每次射击命中目标的概率为p (0<p<1)，则此人第 4次射击恰好第 2次击中目标的概率为(   )

(A) $3p(1-p)^2$　　(B)$3p^2(1-p)^2$

(C)$6p(1-p)^2$　　(D)$6p^2(1-p)^2$

随机变量(X,Y)服从二维正态分布，且X与Y不相关，$f_X(x), f_Y(y)$分别表示X,Y的概率密度，则在$Y=y$的条件下， X的条件概率密度$f_{X|Y}(x|y)$

(A) $f_X(x)$ (B) $f_Y(y)$

(C) $f_X(x)f_Y(y)$ (D) $f_X(x)/f_Y(y)$

设随机变量X的概率密度为

$$f_X(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{2}, -1 < x < 0\\ \dfrac{1}{4}, 0 \le x < 2\\ 0, \quad 其他\end{cases}$$

令$Y=X^2$, $F(x,y)$为二维随机变量X,Y的分布函数

(1) 求Y的概率密度$f_Y(y)$

(2) $F\left(-\dfrac{1}{2},4\right)$