概率统计第四章习题课

1.学生做实验需要动物数量为X,则

X	1	2	3	4	5
P	0.25	0.4	0.2	0.1	0.05

平均每组需要动物数量为

2.甲乙两种方法测得结果如下，

比较哪种方法精度高？

X_1, X_2	48	49	50	51	52
$P(X_1)$	0.1	0.1	0.6	0.1	0.1
$P(X_2)$	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2

3. 一批零件中有9个合格品，3个次品，从这批零件中任取一个，如果每次取出的废品不再放回，求在取得合格品以前已取出的废品数的期望、方差和标准差

X	0	1	2	3
P	$\frac{3}{4}$	$\frac{9}{44}$	$\frac{9}{220}$	$\frac{1}{220}$

4.设随机变量X的数学期望为$E(X)$，方差为$D(X)>0$，引入新的随机变量

$$X^* = \frac{X - E(X)}{\sqrt{D(X)}}$$

验证$E(X^*)=0$，$D(X^*)=1$

5. 随机变量 X 的密度函数为

$$f(x)=\begin{cases} \dfrac{1}{\pi\sqrt{1-x^2}}, & |x|<1 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$

求$E(X), D(X)$.

6. 随机变量 X 的密度函数为

$$f(x)=\frac{1}{2}e^{-|x|}, \quad -\infty < x < +\infty$$

求$E(X), D(X)$.

16. 设$r.v\ X$服从几何分布，

$$P(X=k)=p(1-p)^{k-1},\ k=1,2,\ldots,$$

其中$0<p<1$,求$E(X)$, $D(X)$

7.设 X 的分布律为

$$P(X=k)=\frac{1}{1+a}\left(\frac{a}{1+a}\right)^k, k=0,1,2,\cdots$$

其中 $a>0$ 为已知常数，求 $E(X), D(X)$

9.证明：对任意常数C, $D(X) \le E(X-C)^2$

10. 11岁男孩身高服从正态分布，期望143.10厘米，标准差5.67厘米，

$$X \sim N(143.1, 5.67^2)$$

求身高的95%正常范围。

12. 设随机变量X的概率密度为

$$f(x)=\begin{cases} e^{-x}, & x>0 \\ 0, & x\le 0 \end{cases}$$

求: (1) $Y=2X$ (2) $Y=e^{-2X}$的数学期望.

14.设二维随机变量(X,Y)的密度函数为

$$f(x,y)=\begin{cases} x+y, & 0\le x\le 1,\ 0\le y\le 1 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$

求$E(X)$, $E(Y)$, $E(X\,Y)$.

15.设X，Y相互独立, 概率密度分别为

$$f_X(x)=\begin{cases}2x, & 0\le x\le 1\\ 0, & \text{其他}\end{cases} \qquad f_Y(y)=\begin{cases}e^{-(y-5)}, & y>5\\ 0 & ,\text{其他}\end{cases}$$

求$E(XY)$

18.设$X_1, X_2, \ldots, X_n$是独立同分布的随机变量

$$E(X_i)=\mu, D(X_i)=\sigma^2$$

$i=1,2,\ldots, n$.记 $\overline{X}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}X_i$

求$E(\overline{X}), D(\overline{X})$.

19. 设某种商品每周的需求量$X \sim U[10,30]$，而经销商进货数量为区间[10, 30]中的某一个整数，商店每销售一单位商品可获利500元；若供大于求则削价处理，每处理一单位商品亏损100元；若供不应求，则可从外部调剂供应，此时每一单位商品仅获利300元，为使商店所获利润期望值不小于9280，试确定最少进货量。

22.证明(2)$D(X \pm Y) = D(X) + D(Y) \pm 2\operatorname{cov}(X, Y)$

23. (X,Y)在D上服从均匀分布，求$cov(X,Y)$，ρ_{XY}

24.设随机变量（X，Y）具有概率密度

$$f(x,y)=\begin{cases}\frac{1}{8}(x+y), & 0\le x\le 2, 0\le y\le 2\\ 0, & \text{其他}\end{cases}$$

求EX, EY, ρ_{XY}.

27. 设$Y=aX+b$，其中a，b为常数，并且$a>0$，证明$\rho_{XY}=1$

28. 设 X, Y 相互独立, 且都服从 $N(\mu, \sigma^2)$,

$U = aX + bY$, $V = aX - bY$,

a, b 为常数，且都不为零，求ρ_{UV}

29. 已知正常男性成人血液中，每一毫升白细胞数平均是7300，均方差是700 . 利用切比雪夫不等式估计每毫升白细胞数在5200~9400之间的概率 .

30. 50个寻呼台，每个寻呼台收到的呼叫次数服从 $P(0.05)$，求收到的呼叫次数总和大于3次的概率.

31.一保险公司有10000人投保，每人付18元保险费，已知投保人出意外率为0.006.若出意外公司赔付2500元.求保险公司亏本 的概率.

1.一台仪器由5个元件组成，元件发生故障与否相互独立，且第i个元件发生故障的概率为$P_i=0.2+0.1(i-1)$，则发生故障的元件个数X的数学期望$EX=$______.

3.将一枚硬币重复掷n次，以X和Y分别表示正面向上和反面向上的次数，则X和Y的相关系数$\rho_{XY}=$________.

5.设$X \sim N(1,2^2)$，$X_1, X_2, \cdots, X_n$,为X的样本，则下列选项正确的是

(A) $\dfrac{\overline{X}-1}{2} \sim N(0,1)$　　(B) $\dfrac{\overline{X}-1}{4} \sim N(0,1)$

(C) $\dfrac{\overline{X}-1}{2/\sqrt{n}} \sim N(0,1)$　　(D) $\dfrac{\overline{X}-1}{\sqrt{2}} \sim N(0,1)$

2. k个人在一楼进入电梯，楼上有 n 层. 设每个人在任何一层楼出电梯是等可能的，若用 X 表示电梯的停梯次数，求 EX.