Date.　离散数学 作业一　2022004000?3 王宇涵

课堂练习题

1. (1) 否定：若 $A=\{1,2\}$　$B=\{1\}$，则 $B\neq\phi$

(2) 证明：设 $A-B$ 与 B 均不是空集，则 $\exists x\in(A-B)$ 且 $x\in B$ 与假设矛盾，因此 $A-B=\phi$，$B=\phi$，则 $A=\phi$，$B=\phi$

(3) 否定：若 $A=\{1\}$　$B=\{\{1\}\}$，$C=\{\{\{1\}\}\}$ 则满足 $A\in B$，$B\in C$ 但 $A\notin C$.

(4) 证明：设 $\forall b\in B$ ∵ $A\neq\phi$ ∴ $\exists a\in A$ 使 $\langle a,b\rangle\in A\times B$ 则 $\langle a,b\rangle\in A\times C$ 则 $b\in C$ 则 $B\subseteq C$ 同理 $C\subseteq B$ 则 $B=C$

(5) 证明：$\forall x\in P(A)\cap P(B)$ 则 $x\in P(A)\wedge x\in P(B)$

则 $x\subseteq A$ 且 $x\subseteq B$ 则 $x\subseteq A\cap B$ 则 $(x)\in P(A\cap B)$

则 $P(A)\cap P(B)\subseteq P(A\cap B)$

2. 1° $A\cup B=\{\phi,\{\phi\}\}$ 则 $P(A\cup B)=\{\phi,\{\phi\},\{\{\phi\}\},\{\phi,\{\phi\}\}\}$

2° $P(A\cup B)\cap A=\{\{\phi\}\}$

$(P(A\cup B)\cap A)\times B=\langle\{\phi\},\phi\rangle$

3° $(P(A\cup B)\cap A)-A=\phi$

课后教材习题

习题一

1. (1) (2) (3) (4) (5)

× ✓ ✓ ✓ ✓

2. (1) $A=\{0,1,2,3\cdots48,49,50\}$

(2) $A=\{2\}$

(3) $A=\{6,11,16\cdots\}$.

(4) $A=\{x\mid x$不存在$\}$

(5) $E=\{0,1,4,9,16\cdots\}$.

(6) $E=\{x\mid x=2N\}$. N为自然数

习题二

1. (1) (2) (3) (4)

   ✓ ✓ × ×

3. $P(\phi) = \{\phi\}$ $P(P(\phi)) = \{\phi, \{\phi\}\}$.

   $P(P(P(\phi))) = \{\phi, \{\phi\}, \{\{\phi\}\}, \{\phi, \{\phi\}\}\}$

4. (1) (2) (3) (4)

   ✓ × ✓ ✓

5 能：若 $A=\phi$ $B=\{\phi\}$，则 $A\subseteq B$ 且 $A\in B$

习题三

1. $\because A\cap B = A\cap C$ $\therefore (A\cap B)\cup(\sim A\cap B)$ 即 $U \cap B$

   $\sim A\cap B = \sim A\cap C$ $= (A\cap C)\cup(\sim A\cap C)$ $= U\cap C$ 即 $B=C$

6. 证明：$A\oplus B = (A\cap\sim B)\cup(\sim A\cap B) = (A\cup B)-(A\cap B)$

$\because (A\cap\sim B)\cup(\sim A\cap B)$

$= ((A\cap\sim B)\cup(\sim A))\cap((A\cap\sim B)\cup B)$

$= ((A\cup\sim A)\cap(\sim B\cup\sim A))\cap((A\cup B)\cap(\sim B\cup B))$

$= (\sim B\cup\sim A)\cap(A\cup B)$

$= (A\cup B)\cap\sim(B\cap A) = (A\cup B)-(A\cap B)$

7. 证明：

(1) $\because A\subseteq B$ $\therefore \forall x\in A$，$x\in B$.

设 $\forall y\in A\cup B$ 则 $y\in A$ 或 $y\in B$ 又 $\because \forall y\in A$，$y\in B$ 则 $y\in B$.

则 $A\cup B\subseteq B$.

设 $\forall y\in B$ 则 $y\in A$ 或 $y\in B$ 则 $B\subseteq A\cup B$ 则 $B = A\cup B$.

设 $\forall y\in A\cap B$ 则 $y\in A$ 且 $y\in B$ 又 $\because \forall y\in A$，$y\in B$ 则 $y\in A$

则 $A\cap B\subseteq A$ 设 $\forall y\in A$，则 $y\in A$ 且 $y\in B$ 则 $A = A\cap B$.

(2) $A\subseteq B$ 则 $\forall x\in A$ $x\in B$ 设 $\forall y\in(\sim B)$ 则 $y\in U$ 且 $y\notin B$，则 $y\notin A$ 则 $y\in(\sim A)$ 则 $\sim B\subseteq\sim A$