

概率统计第六章习题课

2. 设总体 $X \sim U(a, b)$, a, b 未知,
求(1)参数 a, b 的矩估计量.

(2) 设总体 $X \sim U(a, b)$, a, b 未知, x_1, \dots, x_n 是一个样本值, 求参数 a, b 的极大似然估计量.

4 设总体 $X \sim G(p)$, X_1, \dots, X_n 是来自 X 的一个样本值, 试求参数 p 与 EX 的极大似然估计.

5. 设总体 X 的密度函数为

$$f(x; \theta) = \begin{cases} \frac{1}{\theta} e^{-\frac{x}{\theta}} & x > 0, \\ 0 & x \leq 0 \end{cases} \quad \theta > 0 \text{ 为参数}$$

x_1, \dots, x_n 是为 X 的一个样本.

求 θ 的极大似然估计量, 并判断它是否无偏估计量.

6. 设 X_1, X_2, \dots, X_n 是取自总体 $N(\mu, \sigma^2)$ 的样本, 求 C 的值, 使 $S^2 = C \sum_{i=1}^{n-1} (X_{i+1} - X_i)^2$ 是 σ^2 的无偏估计.

7. 设 X_1, X_2, \dots, X_n 是取自 $P(\lambda)$ 的样本, 证明 \bar{X} ,

$$S^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2 \text{ 和 } a\bar{X} + (1-a)S^2 (0 \leq a \leq 1)$$

都是 λ 的无偏估计.

8. 设 $E(X)=\mu$, $D(X)=\sigma^2$

X_1, \dots, X_n 为总体 X 的一个样本

(1) 设常数 $c_i, i=1, 2, \dots, n.$ $\sum_{i=1}^n c_i = 1.$

证明 $\hat{\mu} = \sum_{i=1}^n c_i X_i$ 是 μ 的无偏估计量

(2) 证明 $\hat{\mu} = \sum_{i=1}^n c_i X_i$ 中 \bar{X} 最有效

13. 设 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, x_1, x_2, \dots, x_{15} 为样本值, 已知 $\sum_{i=1}^{15} x_i = 8.7$,

$\sum_{i=1}^{15} x_i^2 = 25.05$, 分别求置信度为0.95的 μ 和 σ^2 的置信区间.

16. 随机地取某种炮弹9发做试验，得炮弹口速度的样本标准差为10.5(m/s). 设炮口速度服从正态分布. 求这种炮弹的炮口速度的标准差 σ 的置信度为0.95的置信区间.

15. 设 $X \sim N(\mu, \sigma_0^2)$, σ_0^2 已知, 样本容量 n 多大, 才能使 μ 的置信度 $1-\alpha$ 的置信区间长度不大于常数 d ?

19. 设考生的考试成绩 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, 从中随机地抽取40位考生的成绩, 算得平均成绩为68分, 标准差为17分. 问在显著性水平0.05下, 是否可以认为这次考试的平均成绩为72分?

21. 设鸡蛋售价 $X \sim N(\mu, 0.18)$, 今年30个集市上平均价格为2.21元/500克, 而往年平均价格为2元/500克, 设方差不变, 能否认为今年的鸡蛋价格明显高于往年? ($\alpha = 0.05$)

25. 货车有 A, B 两条行车路线, 行车时间分别服从 $N(\mu_i, \sigma_i^2)$, $i = 1, 2$. 每条路各跑50次, 在 A 线上 $\bar{X} = 95$, $S_x = 20$; 在 B 线上 $\bar{Y} = 76$, $S_y = 15$. 问方差是否一样, 均值是否一样? $(\alpha = 0.05)$

22. 已知某溶液中的水分 X 服从正态分布
10个测定值给出 $\bar{X} = 0.637\%$, $S^2 = 0.044\%$,
在显著性水平 $\alpha = 0.05$ 情况下检验假设):
 $H_0 : \sigma^2 = 0.045\%$; $H_1 : \sigma^2 < 0.045\%$.