

王宇涵

离散数学, 十一, 十五章作业

202200400053

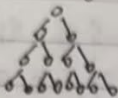
第十一章 习题三

3. 树高上界:



则有  $2h+1=n$  则  $h=\frac{n-1}{2}$

树高下界:



则有  $2^{h+1}-1=n$  则  $h=\log_2(n+1)-1$

则下界为  $\log_2(n+1)-1$  上界为  $\frac{n-1}{2}$

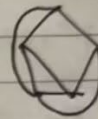
第十一章 习题一

1. (1) 证明:

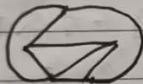
1°



若去掉边  $e$  为一条对角线 则如图  
所示为平面图

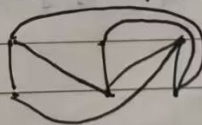


2° 若不为对角线 则如图也为平面图



(2) 证明

任意去掉边  $e$ , 如图为平面图



3. 证明, 由 Euler 公式:  $v-e+f=2$  ①

由每个面至少由  $k$  条边围成 则  $f \leq \frac{2v}{k}$  ②

联立可得  $e \leq k(v-2)/(k-2)$

习题三

1. (a) 2 (b) 3.

2. 证明: 图  $G$  是 2-可着色的, 则用颜色 1-2 表示,

颜色为 1 顶点为  $V_1$ , 颜色为 2 顶点为  $V_2$

REDMI K50G

2024.05.26 10:30

不相邻， $V_2$ 中顶点不相邻，故该图为二分图，则该图不含奇圈，同理可证反。

3. 证明：任取节点  $x$ ，由于  $G$  为临界图，则  $G-x$  是  $k-1$  染色的，假设  $d_G(x) < k-1$ ，则  $G-x$  的  $k-1$  种颜色不会都在  $N(x)$  中使用，则还原  $G$  可得到  $G$  的一个  $k-1$  染色，与  $\chi(G)=k$  矛盾，  
因此  $\delta \geq k-1$   
(b)

习题四：

1.  $\chi^*(G) = 3$

3. 证明：∵  $G$  可 2 面着色，∴  $G$  为二分图，则相关联边形成偶数个角域，则  $x$  次数为偶，则  $G$  为欧拉图。  
若  $G$  为欧拉图，考虑平面对偶图  $G'$ ，则  $G'$  每一个圈均为偶圈，则  $G'$  为二分图，则可 2 面着色。