# 第八章

**实践习题**

**8.1**

**假设我们将模式 R =（A,B,C,D,E）分解为（A,B,C）　（A,D,E）**

**如果如下函数依赖集 F 成立，请证明该分解是无损分解：**

$$A \rightarrow BC$$
$$CD \rightarrow E$$
$$B \rightarrow D$$
$$E \rightarrow A$$

证：(A, B, C) ∩ (A, D, E) = A

由已知 A → BC 得 A → ABC

所以是无损分解。

**8.3**

**请解释如何使用函数依赖来表明：**

- **在 student 和 instructor 实体集之间存在一对一联系集。**
- **在 student 和 instructor 实体集之间存在多对一联系集。**

设 Pk(r)表示关系 r 的主键属性。

函数依赖 Pk(student)→Pk(instructor)和 Pk(instructor)→Pk(student)表示一对一的关系，因为任何两个元组 student 的值相同，则 instructor 的值也相同。任何两个元组 instructor 的值相同，则 student 的值也相同。

函数依赖关系 Pk(student)→Pk(instructor)表示多对一关系，因为重复的任何 student 值都将具有相同的 instructor 值，但多个不同的 student 值可能具有相同的 instructor 值。

**8.6**

**请对于关系模式 R =（A,B,C,D,E）计算如下函数依赖集 F 的闭包。**

$$A \rightarrow BC$$
$$CD \rightarrow E$$
$$B \rightarrow D$$
$$E \rightarrow A$$

**请列出 R 的候选码。**

从$A \rightarrow BC$ 开始，我们能得出: $A \rightarrow B$ and $A \rightarrow C$.

由 $A \rightarrow B$ 且 $B \rightarrow D$，得$A \rightarrow D$ (分解，传递律)

由 $A \rightarrow CD$ 且 $CD \rightarrow E$，得$A \rightarrow E$ (合并，分解，传递律)

由$A \rightarrow A$，我们有 (自反律)

$A \rightarrow ABCDE$ 从以上步骤(合并律)

由 $E \rightarrow A$，得$E \rightarrow ABCDE$ (传递律)

由 $CD \rightarrow E$，得$CD \rightarrow ABCDE$ (传递律)

由 $B \rightarrow D$ 且 $BC \rightarrow CD$,得 $BC \rightarrow ABCDE$ (增补律,传递律)

还有C→C, D→D, BD→D，等等。

因此，任何左边是$A$, $E$, $BC$,或$CD$的函数依赖是在函数依赖集闭包$F+$中，无论还有哪些其它的属性出现在函数依赖中。

用 * 来表示R中任意的属性集，那么 $F+$ 是 $BD \rightarrow B$, $BD \rightarrow D$,$C \rightarrow C$, $D \rightarrow D$, $BD \rightarrow BD$, $B \rightarrow D$, $B \rightarrow B$, $B \rightarrow BD$, 和所有的行使如下的函数依赖$A* \rightarrow \alpha$, $BC* \rightarrow \alpha$, $CD* \rightarrow \alpha$, $E*$

→ $\alpha$ ，这里$\alpha$是{A, B, C, D, E}任意子集。

另一种方法：通过计算属性集的闭包，可得A,BC,CD,E的属性集闭包包含关系R的所有的属性，故候选码是 *A, BC, CD,和 E*。也可使用属性集的闭包来计算F+

**8.7**

**请用实践习题 8.6 的函数依赖计算正则覆盖 F。**

答案：给出的函数依赖集 F 是：

A → BC

CD → E

B → D

E → A

② F 中的每一个函数依赖的左边都是唯一的。

②对 A→BC，检验 B 是否是无关的，$F'$= (A→C，CD → E，B → D，E → A)，A 的闭包为 AC 不包含 B，故 B 不是无关的，同理检验 C 也不是无关的。

③函数依赖 CD → E 左边属性没有一个是无关属性，因为 C → E，D → E 不能由 F 推出。因此此依赖集 F 是一个函数依赖正则覆盖 Fc。

**习题**

**8.25**

**请使用函数依赖的定义来论证阿姆斯特朗公理的每条定律（自反律、增补律、传递律）都是有效的。**

函数依赖的定义是: α→β 对 R 成立，如果在任意的合法关系 r (R)中，对于 r 中所有的元组 t1 和 t2 使得 t1[α] = t2[α]，那么 t1[β] = t2[β]也是成立的。

自反性规则:如果 α 是属性的集合， β⊆α，则 α→β 。

假设∃t1 和 t2 使得 t1[α] = t2[α]

t1 [β] = t2[β] 因为 β⊆α

α→β 函数依赖的定义

增补律规则:如果 α→β，γ 是一组属性，则 γα→γβ 。

假设∃t1, t2 使得 t1[γα] = t2[γα]

t1 [γ] = t2[γ] γ⊆γα

t1 [α] = t2[α] α⊆γα

t1 [β] = t2[β] 定义的 α→β

t1 [γβ] = t2[γβ] γβ = γ∪β

γα→γβ 函数依赖的定义

传递律规则:如果 α→β 和 β→γ，则 α→γ 。

假设∃t1, t2 使得 t1[α] = t2[α]

t1 [β] = t2[β] 定义的 α→β

t1 [γ] = t2[γ] 定义的 β→γ

α→γ 函数依赖的定义

**8.26**

**请考虑下面提出的用于函数依赖的规则：若 α→β 且 γ→β，则 α→γ。通过给出一个关系 r，它满足 α→β 和 γ→β 但并不满足 α→γ，来证明这条规则不是有效的。**

考虑以下规则:如果 A→B 和 C→B，则 A→C，也就是说， α = A, β = B, γ = C。下面的关

系 r 是该规则的反例。

r:

| A | B | C |
| --- | --- | --- |
| $a_1$ | $b_1$ | $c_1$ |
| $a_1$ | $b_1$ | $c_2$ |

注:A→B 和 C→B，(因为没有两个元组的 C 值相同，C→B 一般为真)。但是，A→C 不是这样的，因为相同的 A 值在两个元组中，但这两个元组中的 C 值不一致。

8.30

**请考虑关系模式（A,B,C,D,E,G）上的如下函数依赖集 F：**

**A→BCD**

**BC→DE**

**B→D**

**D→A**

**a. 请计算 B+**

① 初始化 result 为 B

② B→D，将 D 加入 result:B,D

③ D→A，将 A 加入 result:A,B,D

④ A→BCD，将 C 加入 result:A,B,C,D

⑤ BC→DE，将 E 加入 result:A,B,C,D,E

**b. 请（使用阿姆斯特朗公理）证明 AG 是超码**

A→BCD（已知）

A→ABCD（增补律）

BC→DE（已知）

ABCD→ABCDE（增补律）

A→ABCDE（传递律）

AG→ABCDEG（增补律）

**c. 请计算这个函数依赖 F 的一个正则覆盖；请给出你推导的每一步并进行解释**

F:

A→BCD

BC→DE

B→D

D→A

① 在 A→BCD 中，考虑属性 D F’={A→BC,BC→DE,B→D,D→A}下 A+=ABCDE 包含 D，属性 D 无关，更改为 A→BC，在 BC→DE 中，考虑属性 D F’={A→BCD,BC→E,B→D,D→A}下 (BC)+=ABCDE 包含 D，属性 D 无关，更新为 BC→E。

A→BC

BC→E

B→D

D→A

② BC→E，考虑属性 C，B+是 ABCDE，包含 E。因此，属性 C 是无关的

BC→E 更改为 B→E，然后和 B→D 合并得到 B→DE

最后得到正则覆盖为

A→BC

B→DE

D→A

**d. 请根据正则覆盖给出给定模式的 3NF 分解**

正则覆盖为：A→BC　B→DE　D→A

首先 R1=ABC，R2=BDE，R3=AD，R4=AG

无需删除冗余关系，则 3NF 分解后得到 R1,R2,R3,R4

**e. 请使用函数依赖的原始集合 F 对给定模式进行 BCNF 分解**

F

A→BCD

BC→DE

B→D

D→A

关系模式 （A,B,C,D,E,G）

A+=ABCDE

由 A→BCD，A 不是超码，所以不满足 BCNF，分解为 R1(A,B,C,D) R2(A,E,G)

现在我们注意到 A→E 是 F+中的函数依赖，并导致 R2 违反 BCNF。

将 R2 分解为 R3(A,E) R4(A,G)

最后得到 R1(A,B,C,D) R3(A,E) R4(A,G)

8.31

**请考虑模式 R=（A,B,C,D,E,G）和函数依赖集 F：**

**AB→CD**

**B→D**

**DE→B**

**DEG→AB**

**AC→DE**

**由于很多原因 R 不属于 BCNF，其中一个原因来自函数依赖 AB→CD。请解释为什么 AB→CD 表示 R 不属于 BCNF，然后使用 BCNF 分解算法从 AB→CD 开始生成 R 的 BCNF 分解。一旦分解完成，请确定你的结果是否是保持依赖的，并解释你的推理。**

(AB)+=ABCDE

由于函数依赖 AB→CD 中的 AB 不是超码，所以 R 不属于 BCNF

分解为 R1(A,B,C,D) R2(A,B,E,G)

B+=BD

由 B→D 可知，R1 不满足 BCNF，则分解为 R3(B,D) R4(A,B,C) R2(A,B,E,G)

(AB)+=ABCDE　AB→E　所以 R2 不满足 BCNF　分解为 R5(A,B,E) R6(A,B,G)

最终分解为 R3(B,D) R4(A,B,C) R5(A,B,E) R6(A,B,G)

是否是保持依赖的：

显然可以看出，必须将 R3 与 R5 进行自然连接才能对 DE→B 是否成立进行检查，所以该分

解不是保持依赖的。

**8.32**

**请考虑模式 R=（A,B,C,D,E,G）和函数依赖集 F：**

**A→BC**

**BD→E**

**CD→AB**

**a. 请找到一个不包含无关属性的非平凡函数依赖，该依赖是被上述三个依赖所逻辑蕴含的，并解释你是如何找到它的。**

CD→AB 考虑右侧属性 B F’=（F-{CD→AB}）∪{CD→A}

F’下 CD+ = ABCDE 包含属性 B(即 CD→AB 成立) 则属性 B 无关

得到函数依赖 CD→A 是不包含无关属性的非平凡函数依赖

**b. 请使用 BCNF 分解算法来找到对 R 的 BCNF 分解。从 A→BC 开始。并解释你的步骤**

A+=ABC

由于 A→BC 中 A 不是超码分解为 R1（A,B,C）和 R2（A，D，E，G）

R1 满足 BCNF

又由于（AD）+ = ABCDE 可得到 AD→E 于是 R2 不满足 BCNF

将 R2 分解为 R3(A,D,E) R4(A,D,G)

最终分解为 R1=(A,B,C) R3=(A,D,E) R4=(A,D,G)

**c. 对于你的分解，请说明它是否是无损的，并解释原因**

此 BCNF 分解算法所产生的分解是无损分解

第一次分解时，R1∩R2→R1

第二次分解时，R3∩R4→R3

**d. 对于你的分解，请说明它是否是保持依赖的，并解释原因**

显然可以看出，必须将 R1 与 R3 进行自然连接才能对 BD→E 是否成立进行检查，所以该分解不是保持依赖的。

**8.33**

**请考虑模式 R=（A,B,C,D,E,G）和函数依赖集 F：**

**AB→CD**

**ADE→GDE**

**B→GC**

**G→DE**

**请使用 3NF 分解算法来生成 R 的 3NF 分解，并展示你的工作。这意味着：**

**a.所有候选码的列表**

**b. F 的一个正则覆盖，以及你用来生成它的步骤说明**

**c.算法的其余步骤及其解释**

**d.最终的分解**

A+=A
B+=BCDEG
(AB)+=ABCDEG

候选码为 AB

正则覆盖：
F：
AB→CD
ADE→GDE
B→GC
G→DE

① 所有函数依赖左侧没有相同的
② AB→CD，B+=BCDEG 包含 CD 所以 A 属性无关，更新为 B→CD，与 B→GC 合并为 B→CDG
③ ADE→GDE，考虑右侧属性 D，F’=（F-{ADE-GDE}）∪{ADE→GE} F’下 （ADE）+=ADEG 包含 D 所以 D 属性无关 更新为 ADE→GE, 同理右侧 E 属性无关，更新为 ADE→G

B→CDG
ADE→G
G→DE
由于 B→CDG 考虑属性 D F’={F-{B→CDG}}∪{B→CG} B+=BCDEG 包含 D D 属性无关
更新为 B→CG

正则覆盖为：
B→CG
ADE→G
G→DE
对于正则覆盖中的每个函数依赖生成模式
R1=(B,C,G) R2=(A,D,E,G) R3=(D,E,G)
不包含候选码 AB 可令 R4=(A,B)
R3 被包含在 R2 中，删除 R3
最终分解为 R1=(B,C,G) R2=(A,D,E,G) R4=(A,B)

**8.34**
**请考虑模式 R=（A,B,C,D,E,G,H）和函数依赖集 F**

**AB→CD**
**D→C**
**DE→B**
**DEH→AB**
**AC→DC**

**请使用 3NF 分解算法来生成 R 的 3NF 分解，并展示你的工作。这意味着：**
**a.所有候选码的列表**

**b. F 的一个正则覆盖**
**c.算法的步骤及其解释**
**d.最终的分解**

R=（A,B,C,D,E,G,H）
函数依赖集 F:
AB→CD
D→C
DE→B
DEH→AB
AC→DC

(DEG)+=BCDEG
(DEH)+=ABCDEH
(EGH)+=EGH
(DEGH)+=ABCDEGH

候选码为 DEGH

求正则覆盖：
① 不存在两个函数依赖的左侧相同
② AB→CD 中考虑属性 C，由于 F'=（F-{α-β}）∪{α→（β-A）}=（F-{AB→CD}）∪{AB→D} 在 F'下的（AB）+ = ABCD 包含 C 所以 C 属性无关 更新为 AB→D
③ DEH→AB 中考虑属性 B 由于 F'=（F-{DEH→AB}）∪{DEH→A} 在 F'下（DEH）+=ABCDEH 包含 B，所以 B 属性无关，更新为 DEH→A
④ AC→DC 中考虑属性 C 由于 F'=（F-{AC→DC}）∪{AC→D} 在 F'下（AC）+ = ACD 包含 DC，所以 C 属性无关，更新为 AC→D

正则覆盖为
AB→D
D→C
DE→B
DEH→A
AC→D

3NF 分解：
遍历正则覆盖中的函数依赖：
R1=ABD R2=CD R3=BDE R4=ADEH R5=ACD
由于不包含 R 的一个候选码 DEGH 所以 R6=DEGH
R2 被包含在 R5 中，删除 R2
最终分解为 R1=(A,B,D) R3=(B,D,E) R4=(A,D,E,H) R5=(A,C,D) R6=(D,E,G,H)

**注：以上答案供参考，如有疑问请与助教联系**