

王宇涵 202200400053 离散第十五, 十六章作业.

第十五章

习题四 1. (1)

$$\begin{aligned}\text{左式} &= (\neg p \wedge \neg q \wedge \neg r) \vee (r \wedge (q \vee p)) \vee (\neg r) \\ &= (\neg p \wedge \neg q \wedge \neg r) \vee (\neg r \vee q \vee p) \\ &= 1\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(2) \quad p \rightarrow (q \rightarrow p) & \quad \neg p \rightarrow (p \rightarrow q) \\ &= \neg p \vee (\neg q \vee p) = 1 \quad = p \vee (\neg p \vee q) = 1\end{aligned}$$

则左式 = 右式

(3)

$$\text{右式} = (\neg p \vee q) \vee (\neg p \vee r) = \neg p \vee (q \vee r) = p \rightarrow (q \vee r) = \text{左式}$$

(4)

$$\begin{aligned}\text{左式} &= (\neg p \vee q) \wedge (\neg r \vee q) = q \vee (\neg p \wedge \neg r) \\ &= \neg(p \vee r) \vee q = (p \vee r) \rightarrow q = \text{右式}\end{aligned}$$

习题六

$$\begin{aligned}2. (1) \quad p \wedge (p \rightarrow q) \\ &= p \wedge (\neg p \vee q) \quad (\text{合取}) \\ &= (p \wedge \neg p) \vee (p \wedge q) \quad \text{析取.}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(2). \text{原式} &= (\neg(p \vee q) \rightarrow \neg p \wedge q) \wedge (\neg p \wedge q \rightarrow \neg(p \vee q)) \\ &= ((p \vee q) \vee (\neg p \wedge q)) \wedge ((p \vee \neg q) \vee \neg(p \vee q)) \\ &= (p \vee q) \wedge (p \vee \neg q) \quad (\text{合取}) \\ &= ((p \vee q) \wedge p) \vee ((p \vee q) \wedge \neg q) \\ &= \underline{(p \wedge p)} \vee (p \wedge q) \vee (p \wedge \neg q) \vee (q \wedge \neg q) \quad (\text{析取})\end{aligned}$$

$$3. (1) \text{原式} = \neg p \vee ((\neg p \vee q) \wedge (q \wedge p))$$

$$= \neg p \vee ((q \wedge p \wedge \neg p) \vee (q \wedge p \wedge q))$$

$$= \neg p \vee (q \wedge p) = (\neg p \vee q) \wedge (\neg p \vee p) = \neg p \vee q \quad (\text{合取})$$

12) 原式 =

$$P \vee (P \vee Q \vee (Q \vee R))$$

$$= P \vee Q \vee R \quad (\text{主析取范式})$$

$$= (P \wedge (Q \vee \neg Q) \wedge (R \vee \neg R)) \vee$$

$$(Q \wedge (P \vee \neg P) \wedge (R \vee \neg R)) \vee$$

$$(R \wedge (P \vee \neg P) \wedge (Q \vee \neg Q))$$

$$= (P \wedge Q \wedge R) \vee (P \wedge Q \wedge \neg R) \vee (P \wedge \neg Q \wedge R) \vee (P \wedge \neg Q \wedge \neg R) \vee$$

$$(Q \wedge P \wedge R) \vee (Q \wedge P \wedge \neg R) \vee (Q \wedge \neg P \wedge R) \vee (Q \wedge \neg P \wedge \neg R) \vee$$

$$(R \wedge Q \wedge P) \vee (R \wedge Q \wedge \neg P) \vee (R \wedge \neg Q \wedge P) \vee (R \wedge \neg Q \wedge \neg P)$$

$$= (P \wedge Q \wedge R) \vee (P \wedge Q \wedge \neg R) \vee (P \wedge \neg Q \wedge R) \vee (P \wedge \neg Q \wedge \neg R)$$

$$\vee (Q \wedge P \wedge R) \vee (Q \wedge P \wedge \neg R) \vee (Q \wedge \neg P \wedge R) \vee (Q \wedge \neg P \wedge \neg R)$$

(主析取范式)

4. 1) 原式 = $(\neg P \vee (Q \wedge R)) \wedge (P \vee (\neg Q \wedge \neg R))$

$$= (\neg P \vee Q) \wedge (\neg P \vee R) \wedge (P \vee \neg Q) \wedge (P \vee \neg R)$$

则当 $P=0$ 时 $\neg P \vee Q, \neg P \vee R$ 均为 1.

若 $Q=0, R=0$ 则原式为真, 否则原式为假

故该公式为可满足的

12) 原式 = $\neg P \vee (P \wedge (\neg Q \vee P))$

$$= \neg P \vee (P \wedge \neg Q) \vee (P \wedge P)$$

$$= 1$$

故该公式为永真式

习题七: 3.

1) ① $C \vee D \quad P$

② $\neg H \quad MP \text{ ① ③}$

③ $C \vee D \rightarrow \neg H \quad P$

④ $\neg H \rightarrow (A \wedge B) \quad P$

Date.

王宇涵 202207100053

⑤ $A \wedge B$ mp ③ ④

⑦ $R \vee S$ mp ⑤ ⑥

⑥ $A \wedge B \rightarrow R \vee S$ p

1.) ① $P \rightarrow M$ p

13.) ① $\neg P \vee Q$ p

② $\neg M$ p

② $P \rightarrow Q$ T

③ $\neg P$ C ① ②

③ $\neg Q \vee R$ p

④ $P \vee Q$ p

④ $Q \rightarrow R$ T

⑤ Q ③ ④

⑤ $R \rightarrow S$ p

⑥ $Q \rightarrow R$ p

⑥ $P \rightarrow R$ C ② ④

⑦ R C ⑤ ⑥

⑦ $P \rightarrow S$ C ⑤ ⑥

⑧ $R \wedge (P \vee Q)$ ④ ⑦

第十六章

习题一 1. a) 5是素数, 论域: $\{5\}$.

12) 2是偶数且2为素数, 论域: $\{2\}$.

13) 所有能被2整除的数都是偶数, 论域: 全体数字

14) 存在偶数能被整除6, 论域: 全体数字

15) 对于所有数, 若是偶数则不能被2整除, 论域: 全体数字

16) 若一个数为偶数, 则所有能被该数整除的数为偶数, 论域: 全体数字

17) 若一个数为素数, 则存在偶数能被该数整除, 论域: 全体

2. a) 设 $R(x)$ 表示 x 为实数, $G(x, y)$ 代表 $x > y$.

则原式为: $\forall x (R(x) \rightarrow \exists y (R(y) \wedge G(y, x)))$

12) $\exists x \exists y \exists z (R(x) \wedge R(y) \wedge R(z) \wedge G(x+y, xz))$

13) $\forall x \forall y \forall z ((G(y, x) \wedge G(x, z)) \rightarrow G(xz, yz))$