学院________ 专业________ 级 学号________ 姓名________

密 封 线

山东大学 2014-2015 学年 秋季 学期 高等数学（一） 课程试卷

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	总分	阅卷人
得分												

得分	阅卷人

一、填空题（共5小题，每题4分，共20分）

1. $\lim\limits_{x\to1}\left(\dfrac{1}{1-x}-\dfrac{3}{1-x^3}\right)=$________。

2. 已知$h(x)=e^{1+g(x)}$，$h'(1)=1$, $g'(1)=2$,则$g(1)=$________。

3. 写出e^x的n阶麦克劳林公式________________。

4. 设$f(x)=\begin{cases}1+x^2, & x<0\\ e^{-x}, & x\ge0\end{cases}$，则$\int_1^3 f(x-2)\mathrm{d}x=$________。

5. 设$f(x)$可微，$f(0)=0$，$f'(0)=1$，$F(x)=\int_0^x tf(x^2-t^2)\mathrm{d}t$, $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{F(x)}{x^4}=$________。

得分	阅卷人

二、选择题（共5小题，每题4分，共20分）

6. $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{e^x-e^{\sin x}}{x\sin^2 x}=$______。

(A)$\dfrac{1}{2}$ (B)$\dfrac{1}{3}$ (C) $\dfrac{1}{4}$ (D)$\dfrac{1}{6}$

7. $\int_0^\pi\sqrt{\sin^3 x-\sin^5 x}\,\mathrm{d}x=$______。

(A)$\dfrac{2}{5}$ (B) $\dfrac{4}{5}$ (C) $-\dfrac{2}{5}$ (D) $-\dfrac{4}{5}$

8. 函数$y=C_1e^x+C_2e^{-2x}+xe^x$满足的一个微分方程是________。

(A)$y''-y'-2y=3xe^x$ (B)$y''-y'-2y=3e^x$

(C)$y''+y'-2y=3xe^x$ (D)$y''+y'-2y=3e^x$

9. 曲线$y=\dfrac{1}{x}+\ln(1+e^x)$渐近线的条数为________。

(A)3 (B)2 (C)1 (D)0

10. 设$f(x)$在$[a,b]$上可导，$f'(a)f'(b)<0$. 下述命题

（1）至少存在一点$x_0\in(a,b)$使$f(x_0)>f(a)$.

（2）至少存在一点$x_0\in(a,b)$使$f(x_0)>f(b)$.

（3）至少存在一点$x_0\in(a,b)$使$f'(x_0)=0$.

（4）至少存在一点$x_0\in(a,b)$使$f(x_0)=\dfrac{1}{2}[f(a)+f(b)]$.

其中正确的个数为________。

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4

得分	阅卷人

三、解答题（共6小题，每题10分，共60分）

11.（10分）设函数$y=y(x)$由参数方程$\begin{cases}x=\dfrac{1}{3}t^3+t+\dfrac{1}{3}\\ y=\dfrac{1}{3}t^3-t+\dfrac{1}{3}\end{cases}$确定，求$y=y(x)$的极值和曲线$y=y(x)$的凹凸区间及拐点。

姓名＿＿＿ 学号＿＿＿ 级 专业＿＿＿ 学院＿＿＿

……密……封……线……

12.（10分）

1. 求微分方程$y''-3y'+2y=2xe^x$的通解。

2. 求$\int \frac{\arcsin e^x}{e^x} dx$。

姓名　　学号　　级　　专业　　学院

13、（10分）

1. 求由参数方程$\begin{cases} x=\ln(1+t^2) \\ y=t-\arctan t \end{cases}$所确定的函数的导函数$\frac{dy}{dx}$和$\frac{d^2y}{dx^2}$。

2. 求极限$\lim\limits_{x\to 0}\frac{\cos x-\exp(-\frac{x^2}{2})}{x^4}$。　　注：$\exp(-\frac{x^2}{2}) = e^{-\frac{x^2}{2}}$

14、（10分）

设函数$f(x)$，$g(x)$满足$f'(x)=g(x)$, $g'(x)=2e^x-f(x)$, 且$f(0)=0, g(0)=2$

求$\int_0^{\pi}\left[\frac{g(x)}{1+x}-\frac{f(x)}{(1+x)^2}\right]dx$。

姓名 学号 班级 专业 学院

15.（10分）

1. 设$0<a<b$，证明不等式$\frac{2a}{a^2+b^2}<\frac{\ln b-\ln a}{b-a}<\frac{1}{\sqrt{ab}}$。

2. 若$f(x)$在$[0,1]$上连续，在$(0,1)$内可导，$0<f(x)<1$且$f'(x)\neq 1$，证明：方程$f(x)=x$在$(0,1)$内有唯一的根。

16.（10分） $F(x)=\begin{cases}\frac{\int_0^x tf(t)\mathrm{d}t}{x^2}, & x\neq 0\\ 0, & x=0\end{cases}$，其中$f(x)$有连续的导数，且$f(0)=0$.

（1）研究$F(x)$的连续性；

（2）求$F'(x)$，并研究$F'(x)$在$x=0$处的连续性。