

1. 设 A, B 均为 n 阶方阵, 则必有 ()

(A) $|A+B|=|A|+|B|$ (B) $AB=BA$ (C) $|AB|=|BA|$ (D) $|A|^2=|B|^2$

2. 设 $2A = \begin{pmatrix} 1 & \sqrt{3} \\ -\sqrt{3} & 1 \end{pmatrix}$, 且已知 $A^6=I$, 则行列式 $|A^{11}|$ 的值为_____

3. 设 $AP=PA$, 其中

$$P = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & -2 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix} \quad \Lambda = \begin{pmatrix} -1 & & \\ & 1 & \\ & & 5 \end{pmatrix}$$

求 $\varphi(A) = A^8(5E-6A+A^2)$

思考题: 设 $A=E-\alpha\alpha^T$, 其中 E 是 n 阶单位矩阵, α 是 n 维非零列向量, α^T 是 α 的转置, 证明: (1) $A^2=A$ 的充要条件是 $\alpha^T\alpha=1$; (2) 当 $\alpha^T\alpha=1$ 时, A 是不可逆矩阵