1.1 电路和电路模型

实际电路 → 由电工设备和电气器件按预期目的连接构成的电流的通路。

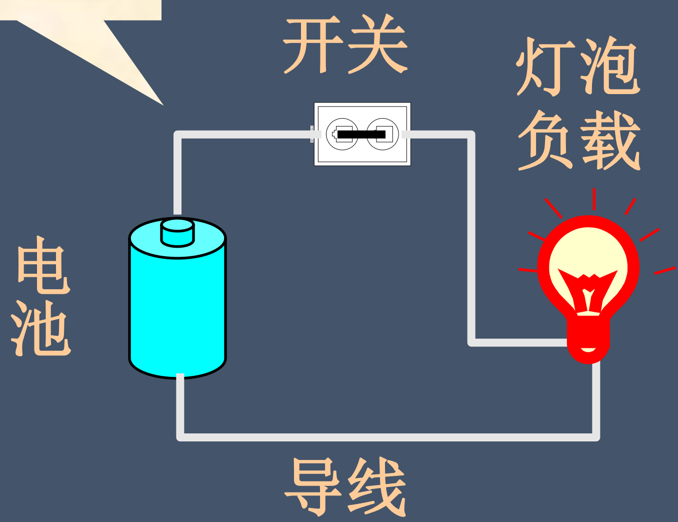
功能 → a 能量的传输、分配与转换；

b 信息的传递、控制与处理。

共性 → 建立在同一电路理论基础上。

1.1 电路和电路模型

实际电路



电路构成

电源： 提供能量或信号

负载： 能量转化或信号处理

导线： 连接成通路

开关： 控制

实际电路 → 由电气部件或电子元器件等按一定方式连接而成的整体，为电流提供通路

电路功能 → 处理能量：电能量的产生、传输与分配

处理信号： 电信号的获取、变换与处理

1.1 电路和电路模型

集总电路抽象 LCA (Lumped Circuit Abstraction)

为了简化复杂的电磁场物理交互作用现象，便于用简单的数学方法分析电路，一般要将实际电路理想化、模型化，用足以反映其电磁性质的集总（理想）电路元件或组合来代替实际电路中的组件，从而构成与实际电路相对应的电路模型。

集总（理想）参数元件：简称集总元件，或理想电路元件，是将电磁场物理现象用理想元件“集总”表征，假定发生的电磁过程都集中在元件内部进行，即在元件外部不存在任何电场与磁场。

元件外部不存在电场：进出元件两端的电流相同
元件外部不存在磁场：元件两个端子之间的电压是单值

→ 集总假设

集总电路 → 由集总元件构成的电路

1.1 电路和电路模型

集总元件 → 假定发生的电磁过程都集中在元件内部进行，在元件外部不存在任何电场与磁场

集总条件 → $d << \lambda$

电路尺寸远小于工作其上的电磁波的波长

集总参数元件假定：在任何时刻，流入两端元件一个端子的电流等于从另一端子流出的电流；且两个端子间的电压为定值。

如果元件外部有电场，进、出端子的电流就有可能不同；如果元件外部有磁场，两个端子之间的电压就可能不是定值

实例1:

以音频信号为例：频率 f = 20 kHz, 光速 v =3×10^8 m/s, 则波长 λ = v/f = 15 km

- 大部分实验室里的电路板及其元器件的尺寸都满足集总假设条件
- 远距离的输电线路、天线电路、雷达、微波设备等不满足集总假设条件

1.7 基尔霍夫定律

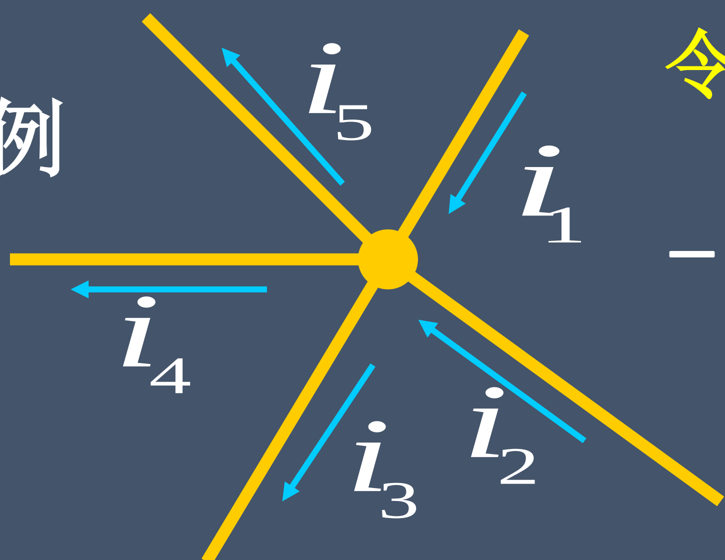
1.7.2.基尔霍夫电流定律 (KCL)

在集总参数电路中，任意时刻，对任意结点流出（或流入）该结点电流的代数和等于零。

$$\sum_{b=1}^{m} i(t) = 0 \qquad or \quad \sum i_{入} = \sum i_{出}$$

流进的电流等于流出的电流

例



令流出为“+”，有：

$$-i_1 - i_2 + i_3 + i_4 + i_5 = 0$$

$$i_1 + i_2 = i_3 + i_4 + i_5$$

1.7 基尔霍夫定律

1.7.3.基尔霍夫电压定律 (KVL)

在集总参数电路中，任一时刻，沿任一回路，所有支路电压的代数和恒等于零。

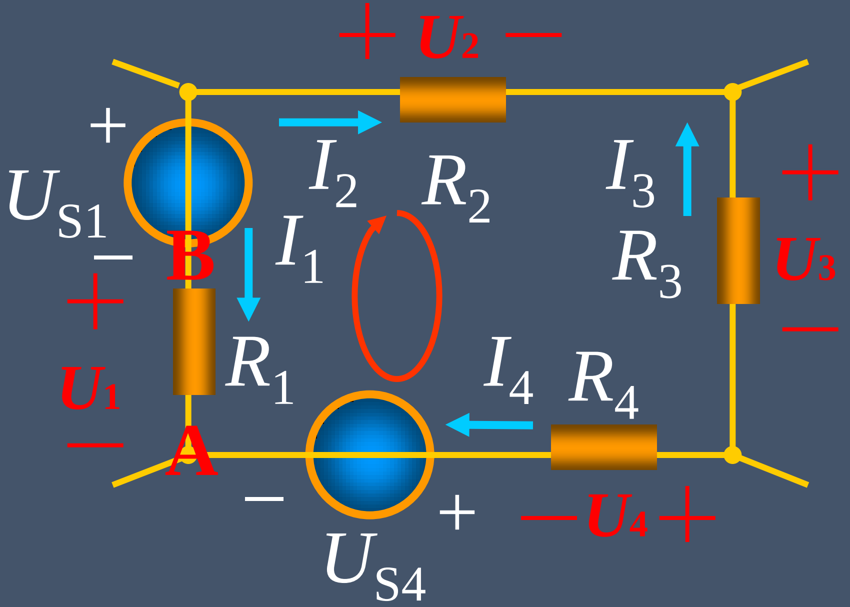
$$\sum_{b=1}^{m} u(t) = 0$$

$$or \sum u_{降} = \sum u_{升}$$

①标定各元件电压参考方向

（此时，$U_1 = U_A - U_B$）

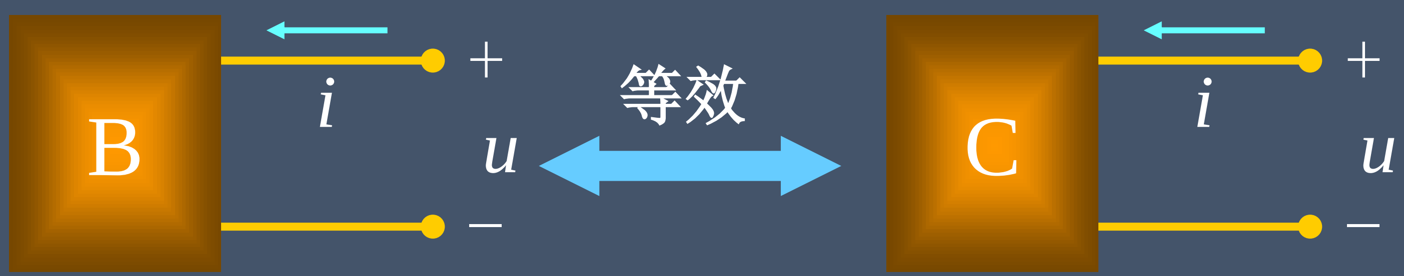
②选定电流回路绕行方向，跟绕行电流关联的电压取正号，非关联的负号.



2.1 电路的等效变换

2.1.3. 两端电路等效的概念

若两个两端电路，端口具有相同的电压与电流关系，则称它们是等效的电路。注意：等效是对外的！



不管电路B和C具体有什么不同，对于A，都是一样的

2.1 电路的等效变换

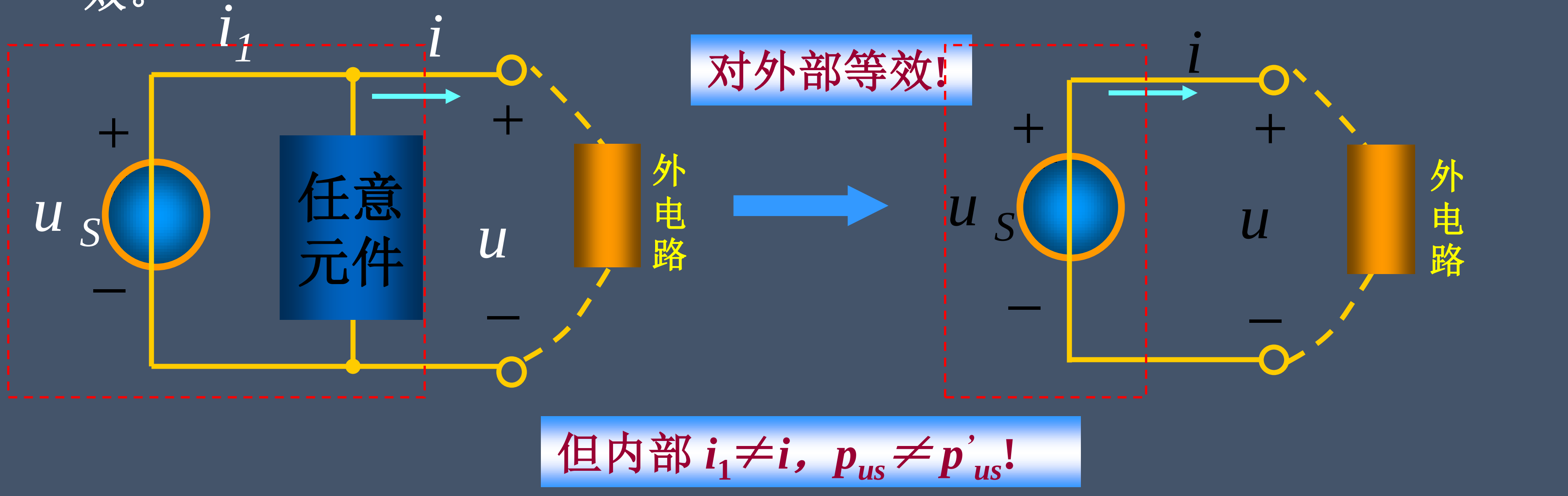
1. 电路等效变换的条件：

→ 两电路具有相同的VCR （voltage-current relationship）；

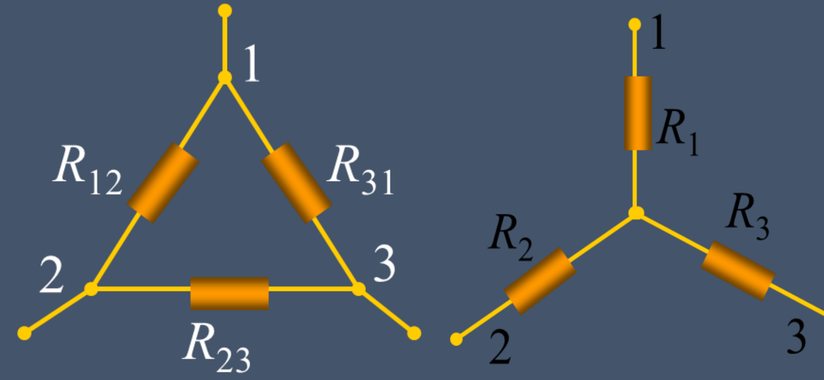
2. 电路等效变换的目的：

→ 化简电路，方便计算。

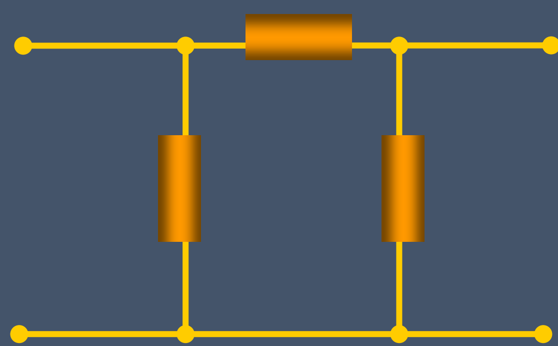
3. 两个电路等效是指他们对联接在端口上的外部电路的作用相同，因此只对端口处的电压电流关系成立，不保证也不关心两个电路内部是否等效。



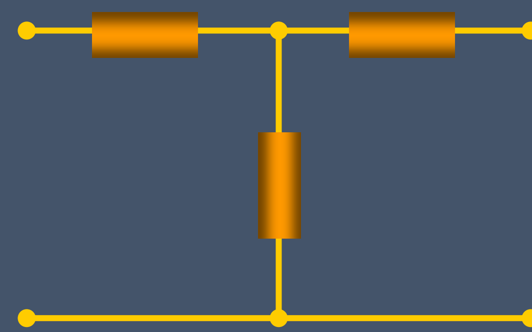
2.7 Δ-Y(π-T) 等效电路



Δ ，Y 网络的变形:



π 型电路 (Δ 型)

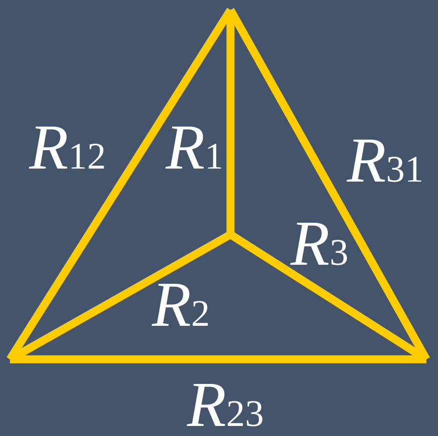


T 型电路 (Y、星型)

注意

这两个电路当它们的电阻满足一定的关系时，能够相互等效 。

2.7 Δ-Y(π-T) 等效电路



Y→Δ的变换条件：

已知Y型电路的R_1, R_2, R_3， 求R_{12}， R_{23}， R_{31}

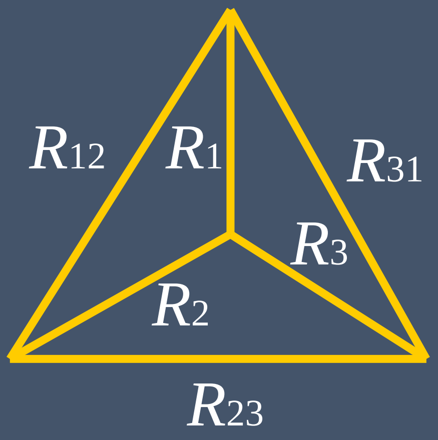
$R = 1/G$

$$\left.\begin{aligned} R_{12} &= R_1 + R_2 + \frac{R_1 R_2}{R_3} \\ R_{23} &= R_2 + R_3 + \frac{R_2 R_3}{R_1} \\ R_{31} &= R_3 + R_1 + \frac{R_3 R_1}{R_2} \end{aligned}\right\}$$

或

$$\boxed{\begin{aligned} G_{12} &= \frac{G_1 G_2}{G_1 + G_2 + G_3} \\ G_{23} &= \frac{G_2 G_3}{G_1 + G_2 + G_3} \\ G_{31} &= \frac{G_3 G_1}{G_1 + G_2 + G_3} \end{aligned}}\ \Bigg\}$$

2.7 Δ-Y(π-T) 等效电路



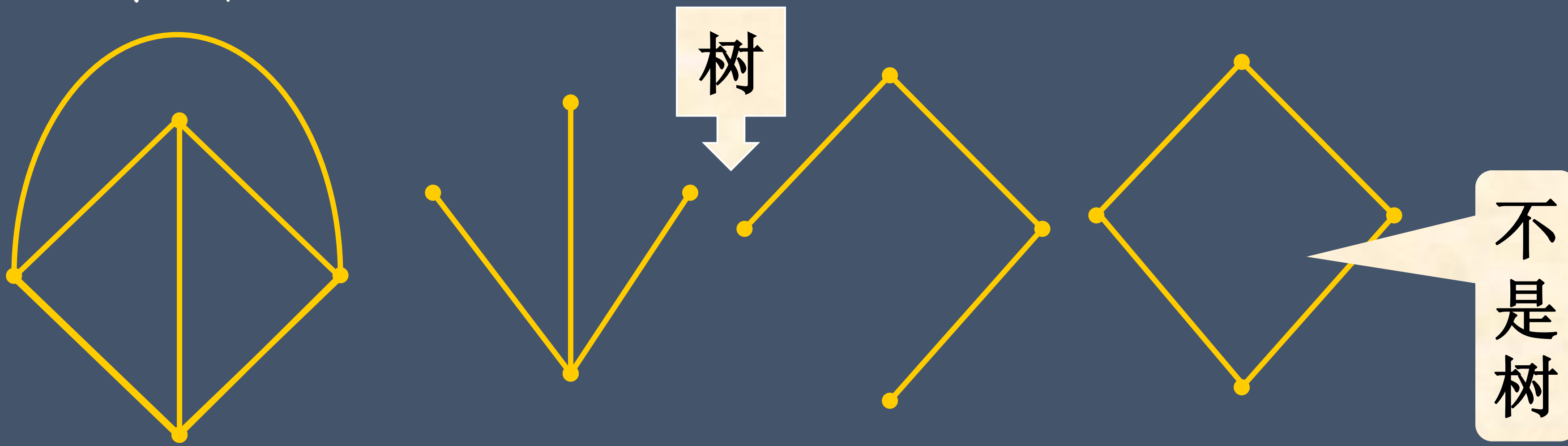
Δ→Y的变换条件：

已知Y型电路的R_{12}，R_{23}，R_{31}，求R_1, R_2, R_3

如何推导？

$$\begin{cases} R_{12} = R_1 + R_2 + \dfrac{R_1 R_2}{R_3} \\ R_{23} = R_2 + R_3 + \dfrac{R_2 R_3}{R_1} \\ R_{31} = R_3 + R_1 + \dfrac{R_3 R_1}{R_2} \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} R_1 = \dfrac{R_{12} R_{31}}{R_{12} + R_{23} + R_{31}} \\ R_2 = \dfrac{R_{23} R_{12}}{R_{12} + R_{23} + R_{31}} \\ R_3 = \dfrac{R_{31} R_{23}}{R_{12} + R_{23} + R_{31}} \end{cases}$$

3.1 术语



树支：选定一个树之后，构成树的支路

连支：选定一个树之后，属于图而不属于树的支路

树支数+连支树=支路数b

支路：或者是树支，或者是连支

结点数$n=4$
支路数$b=6$

明确

① 对应一个图有很多的树

② 树支的数目是一定的

树支数$b_t=$结点数$n-1$

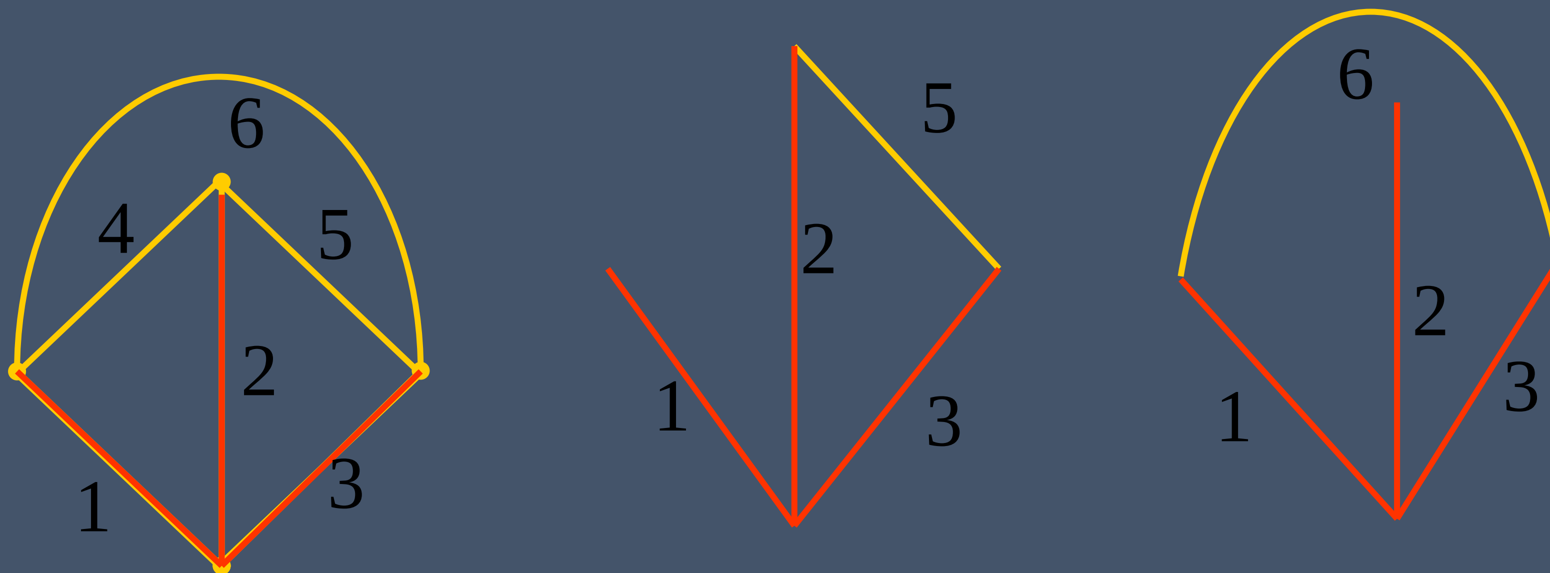
连支数： $b_l=b-b_t=b-(n-1)$

3.1 术语

基本回路：包含且只包含一条连支的回路，其他的支路都是树支

先选一个树，依次加连支，就分别构成一个个基本回路

基本回路数=连支数=网孔数（平面电路）。



结论

支路数＝树支数＋连支数 （合集）

基本回路数=连支数＝支路数-树支树

节点、支路和
基本回路关系

基本回路数l = 支路数$b-(n-1)$

3.2-3.7 电路基本分析方法

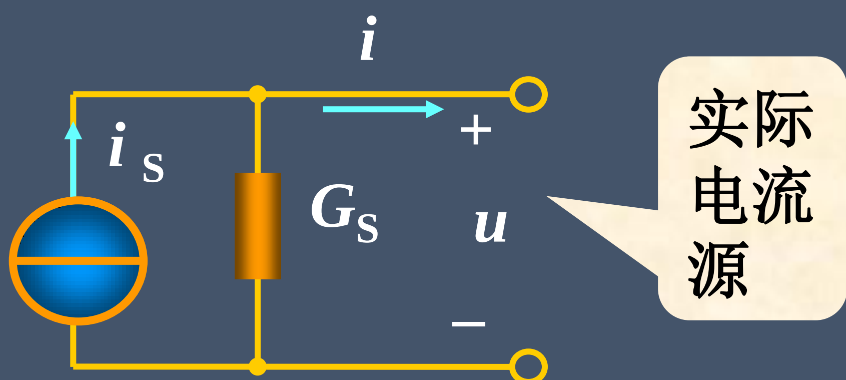
（设电路具有n个节点，b条支路）

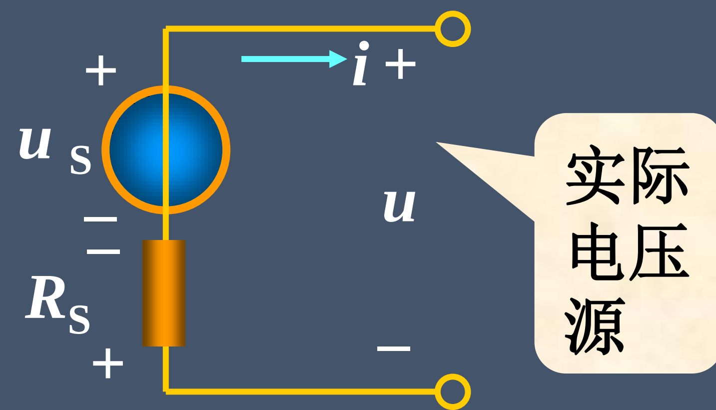
	未知量	未知量总数	基本方程	特例	说明	限制
支路电流法	支路电流	b	n-1个节点电流方程；b-(n-1)个基本回路电压方程		可用n-1个基本割集取代n-1个节点	无
节点电压法	节点电压	n-1	n-1个节点电流方程；	含无伴电压源	可用超节点(割集，基本割集)代替节点	无
网孔电流法	网孔电流	b-(n-1)	b-(n-1)个网孔电压方程	含无伴电流源	回路电流法	只适用平面电路
回路电流法	回路电流	b-(n-1)	b-(n-1)个独立回路电压方程	含无伴电流源	基本回路方程相互独立	无

3.9 电源变换

3. 电压源和电流源的等效变换

实际电压源、实际电流源的两种模型可以进行等效变换，所谓的等效是指端口的电压、电流的约束关系(数学公式)不变。





$$u=u_S-iR_S$$

端口特性 $i=I_S-G_S u$

$$i=u_S/R_S-u/R_S$$

$$\boxed{\begin{aligned} i_S&=u_S/R_S \\ G_S&=1/R_S \end{aligned}}$$

比较可得等效条件

3.10 戴维南和诺顿等效电路

2. 定理的应用

（1）开路电压U_{oc}

戴维南等效电路中的电压源等于将外电路断开时的开路电压U_{oc}，U_{oc}的计算可选择前面学过的任意方法（系统化的分析方法或等效变换的方法）。

（2）等效电阻（输入电阻）的计算

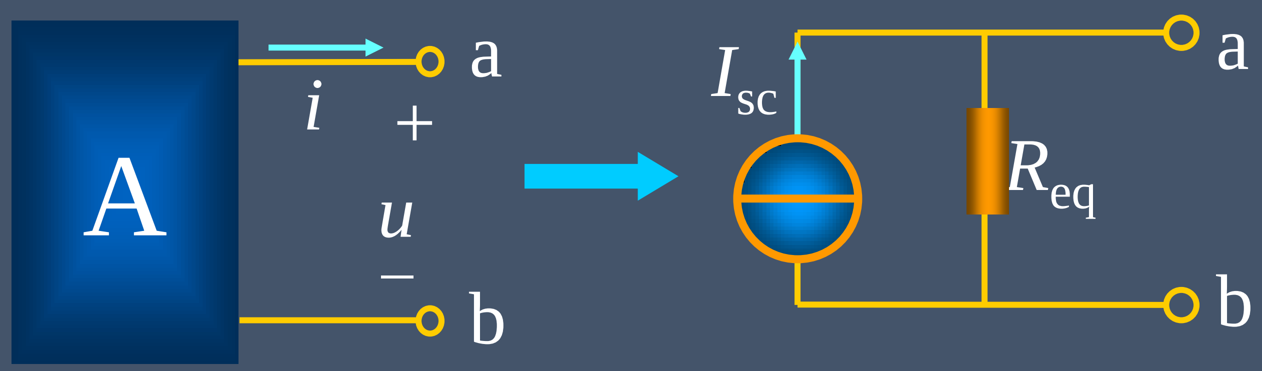
1. 纯电阻电路计算：电阻变换
2. 外加电源法（内部独立电源全部置零）
3. 开路电压短路电流法 （保留内部独立电源）

究竟用哪种方法，具体问题具体分析，以计算简便为好

3.10戴维南和诺顿等效电路

3. 诺顿等效电路定理（诺顿定理）

任何一个含源线性一端口电路，对外电路来说，可以用一个电流源和电阻的并联组合来等效置换；电流源的电流等于该一端口的短路电流，电阻等于该一端口的输入电阻（等效电阻）。



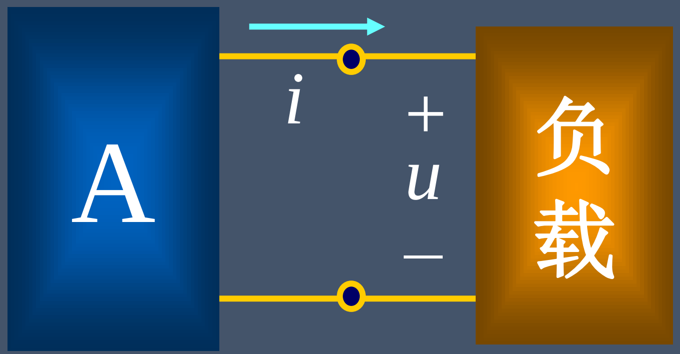
一般情况下，戴维南等效电路和诺顿等效电路可互换，电路参数间的关系为

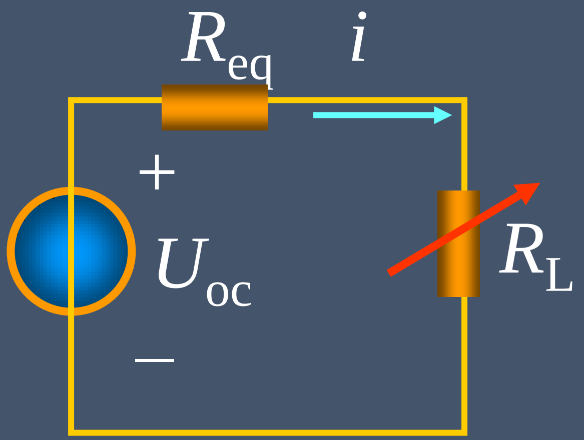
$$U_{oc} = R_{eq}\, i_{SC}$$

诺顿等效电路与戴维南定理一样可严格证明。

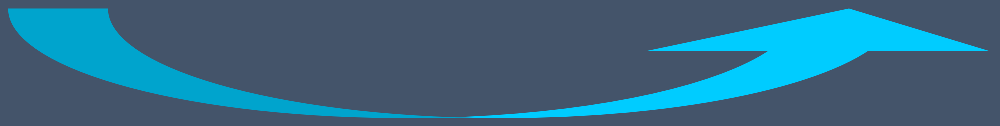
3.11 最大功率传输（定理）

一个含源线性一端口电路，当所接负载不同时，一端口电路传输给负载的功率就不同。讨论负载为何值时能从该一端口电路获取最大功率，以及最大功率是多少的问题是有工程意义的。





应用戴维南定理



3.11 最大功率传输（定理）

$$P = R_L\left(\frac{u_{oc}}{R_{eq}+R_L}\right)^2 \longrightarrow$$

P对R_L求导：

$$P' = u_{oc}^2\,\frac{(R_{eq}+R_L)^2 - 2R_L(R_{eq}+R_L)}{(R_{eq}+R_L)^4} = 0$$

$$\longrightarrow \boxed{R_L = R_{eq}} \longrightarrow \boxed{P_{\max} = \frac{u_{oc}^2}{4R_{eq}}}$$

最大功率匹配条件

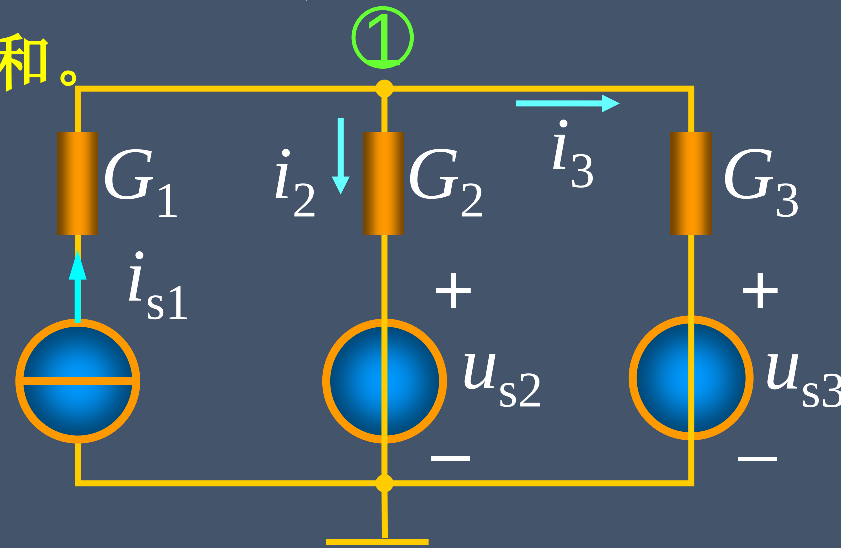
3.12 叠加原理

1. 叠加原理

在线性电路中，任一支路的电流(或电压)可以看成是电路中每一个独立电源单独作用于电路时，在该支路产生的电流(或电压)的代数和。

2 .定理的证明

应用结点法：



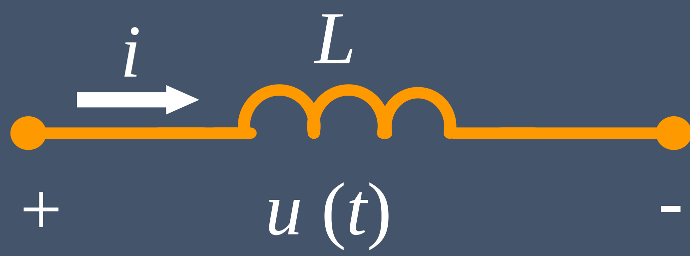
$$(G_2+G_3)u_{n1}=G_2u_{s2}+G_3u_{s3}+i_{S1}$$

$$u_{n1}=\frac{G_2u_{S2}}{G_2+G_3}+\frac{G_3u_{S3}}{G_2+G_3}+\frac{i_{S1}}{G_2+G_3}$$

电流源串电阻的支路，不参与节点的自导互导的计算

$$\begin{cases} G_{11}u_{n1}+G_{12}u_{n2}+\ldots+G_{1,n-1}u_{n,n-1}=i_{Sn1} \\ G_{21}u_{n1}+G_{22}u_{n2}+\ldots+G_{2,n-1}u_{n,n-1}=i_{Sn2} \\ \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots \\ G_{n-1,1}u_{n1}+G_{n-1,2}u_{n2}+\ldots+G_{n-1,n}u_{n,n-1}=i_{Sn,n-1} \end{cases}$$

6.1电感（储能元件）



$$u(t)=L\frac{\mathrm{d}i(t)}{\mathrm{d}\,t}$$

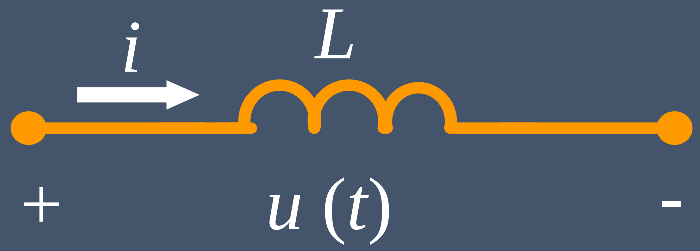
表明

①电感电压u 的大小取决于i 的变化率， 与 i 的大小无关，电感是动态元件；

②当i为常数(直流)时，u =0，电感相当于短路；

③实际电路中电感的电压 u为有限值，则实际电感电流 i 不能跃变，必定是时间的连续函数.

6.1电感（储能元件）



$$u(t) = L\frac{\mathrm{d}i(t)}{\mathrm{d}t}$$

表明

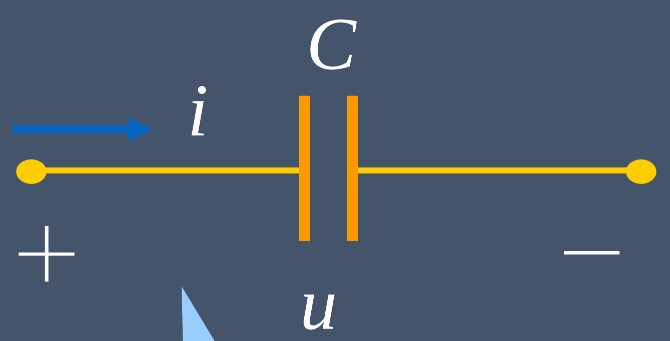
①电感电压u 的大小取决于i 的变化率，与 i 的大小无关，电感是动态元件；

②当i为常数(直流)时，u =0，电感相当于短路；

③实际电路中电感的电压 u为有限值，则实际电感电流 i 不能跃变，必定是时间的连续函数.

6.2 电容（储能元件）

3.　电容的电压—电流关系

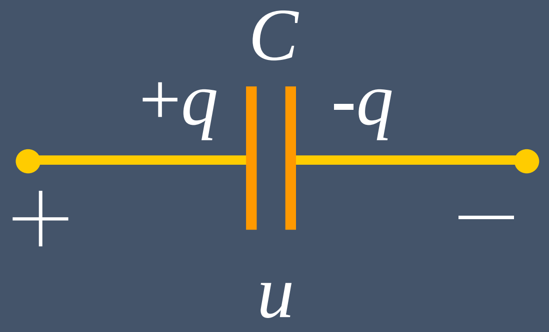


u、i 取关联参考方向

电容元件VCR的微分形式

$$i = \frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}Cu}{\mathrm{d}t} = C\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t}$$

6.2 电容（储能元件）



4. 电容的功率和储能

- 功率 $p = ui = u \cdot C \dfrac{du}{dt}$

u、i 取关联参考方向

①当电容充电，$p>0$，电容吸收功率。

$u<0$，p>0，则du/dt<0，越来越负，吸收功率

②当电容放电，$p<0$，电容发出功率。

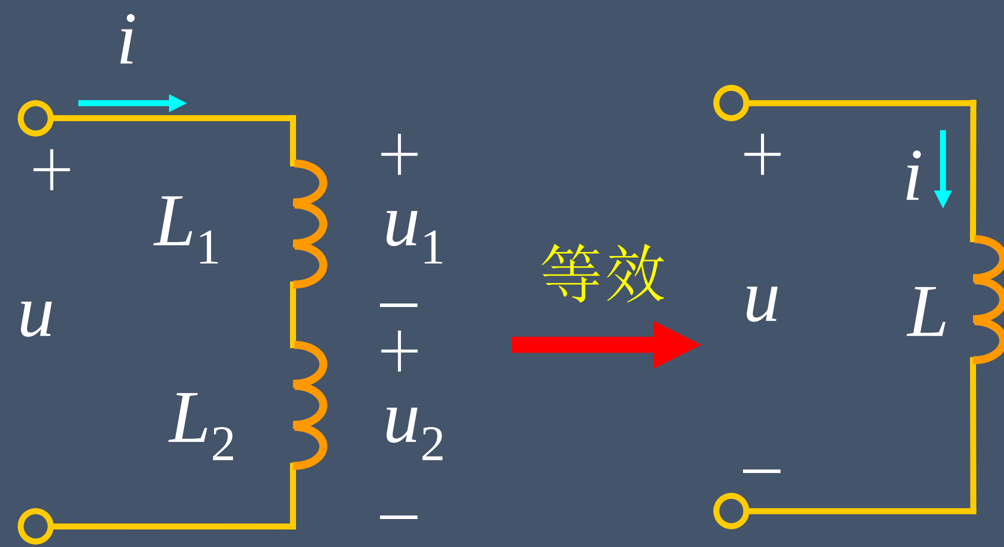
电容能在一段时间内吸收外部供给的能量转化为电场能量储存起来，在另一段时间内又把能量释放回电路，因此电容元件是储能元件，它本身不消耗能量。

6.3电感、电容的串并联

$$u(t) = L\frac{\mathrm{d}i(t)}{\mathrm{d}\,t}$$

1. 电感的串联

- 等效电感



$$u_1 = L_1\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}$$

$$u_2 = L_2\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}$$

$$u = u_1 + u_2 = (L_1 + L_2)\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} = L\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}$$

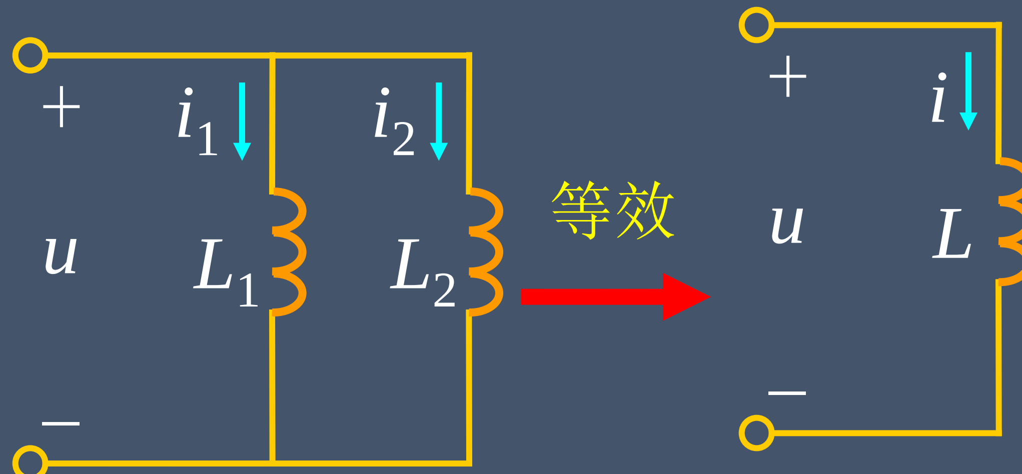
$$\boxed{L = L_1 + L_2}$$

6.3电感、电容的串并联

$$i(t)=\frac{1}{L}\int_{-\infty}^{t} u\mathrm{d}\xi$$

2. 电感的并联

- 等效电感



$$i_1=\frac{1}{L_1}\int_{-\infty}^{t} u(\xi)\mathrm{d}\xi$$

$$i_2=\frac{1}{L_2}\int_{-\infty}^{t} u(\xi)\mathrm{d}\xi$$

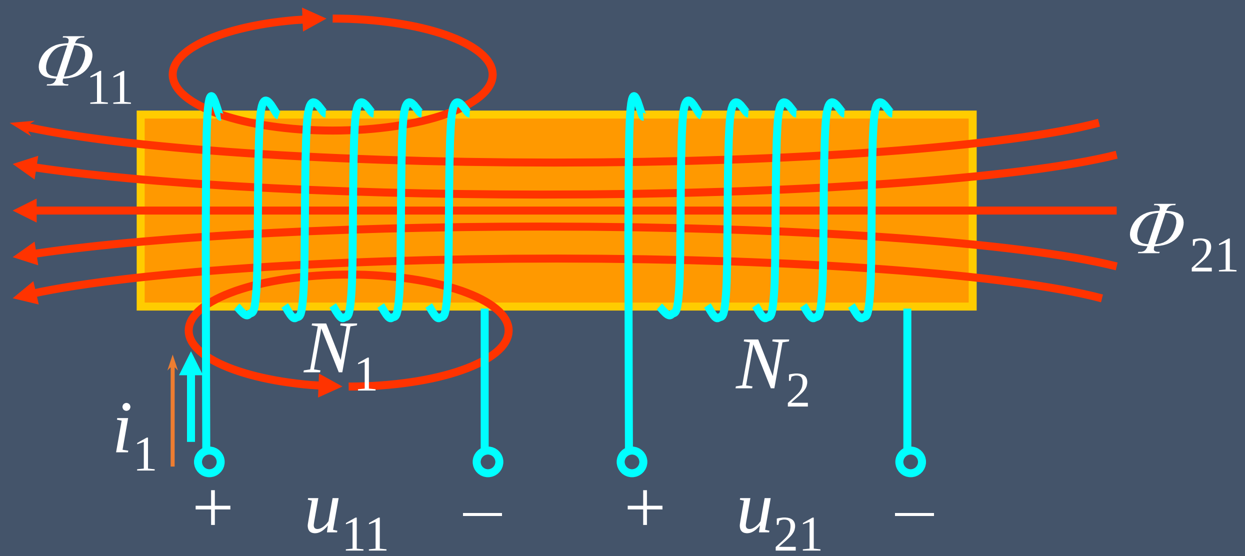
$$i=i_1+i_2=\left(\frac{1}{L_1}+\frac{1}{L_1}\right)\int_{-\infty}^{t} u(\xi)\mathrm{d}\xi=\frac{1}{L}\int_{-\infty}^{t} u(\xi)\mathrm{d}\xi$$

$$L=1\Big/\left(\frac{1}{L_1}+\frac{1}{L_1}\right)=\frac{L_1L_2}{L_1+L_2}$$

类似电阻并联

6.4 互感（耦合元件）

1. 互感的概念



线圈1中通入电流i_1时，在线圈1中产生磁通，同时，有部分磁通穿过临近线圈2，这部分磁通称为互感磁通。两线圈间有磁耦合。

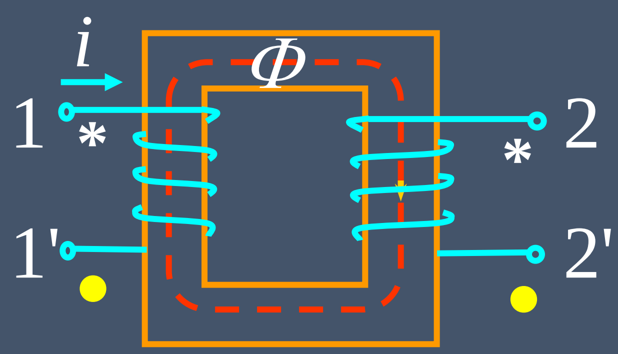
定义Ψ psai：磁链， $\psi = N\phi$

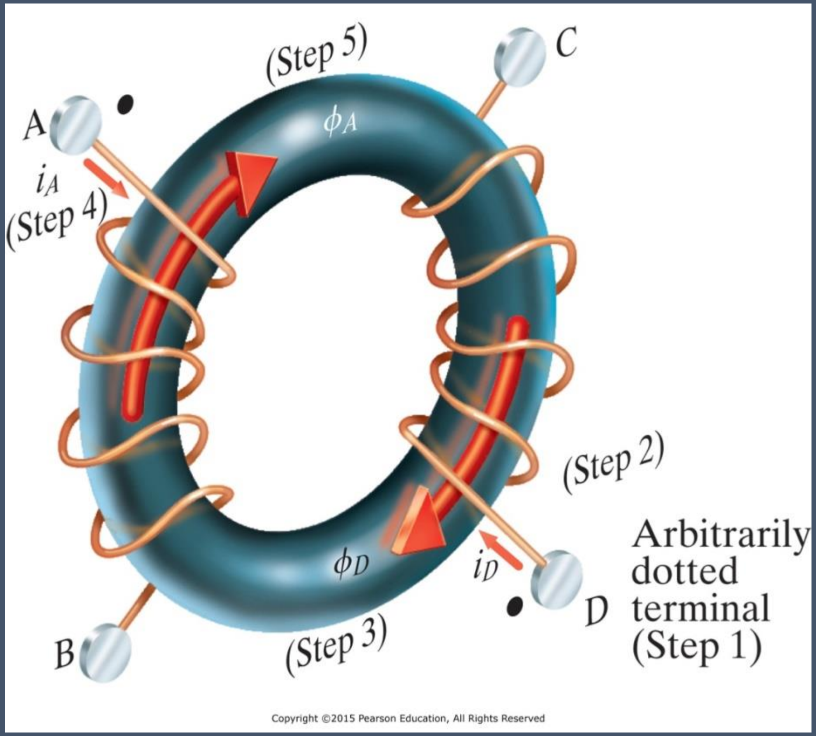
6.4 互感（耦合元件）

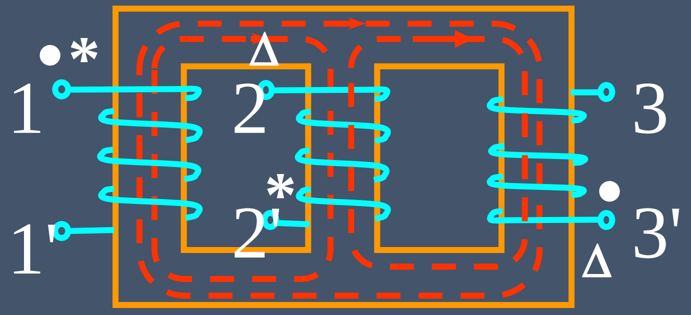
确定同名端的方法：

(1) 当两个线圈中电流同时由同名端流入(或流出)时，两个电流产生的磁场相互增强。

例





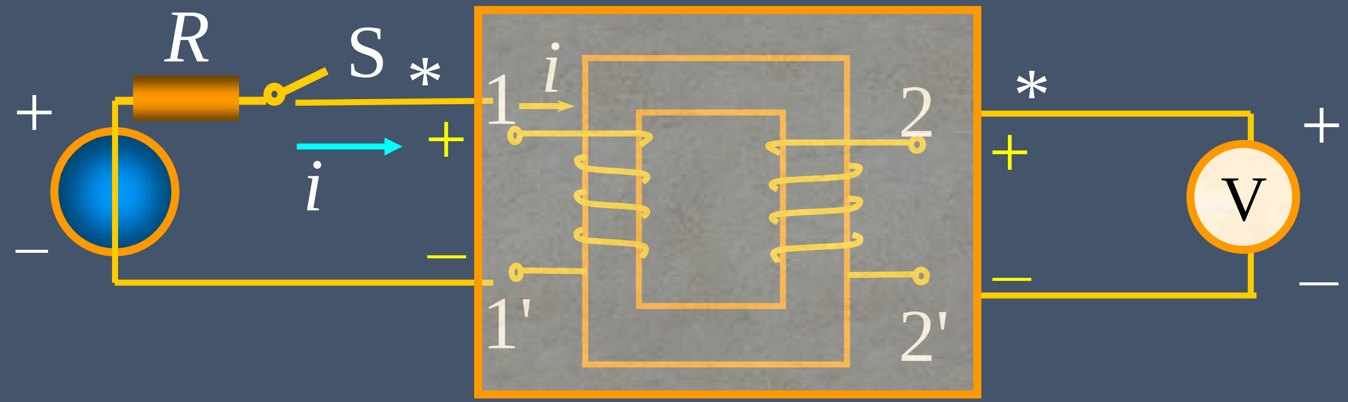


1. 线圈的同名端必须两两确定；
2. 同名端无传递性，1和3’，2和3’是同名端，但1和2非同名端

6.4 互感（耦合元件）

(2) 当随时间增大的时变电流从一线圈的一端流入时，将会引起另一线圈相应同名端的电位升高。

同名端的实验测定：



如图电路，当闭合开关 S 时，i 增加，

$$\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} > 0, \qquad u_{22'} = M\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} > 0$$

电压表正偏。

两组线圈装在黑盒里，只引出四个端线组，要确定其同名端，就可以利用上述结论来判断

7.0 动态电路的方程及其初始条件

⑤电路初始值的确定

先求独立（非突变）的初始值
电容电压，电感电流

1. 由换路前电路（稳定状态）求 $u_C(0_-)$和$i_L(0_-)$；
2. 由换路定则得 $u_C(0_+)$ 和 $i_L(0_+)$。i_C 和 u_L为有限值
3. 画0_+等效电路。

特例：
如果$u_C(0_-)=0$，则为导线
如果$i_L(0_-)=0$，则为开路

a. 换路后的电路
b. 电容（电感）用电压源（电流源）替代。

（取0_+时刻值，方向与原假定的电容电压、电感电流方向相同）。

4. 由0_+电路求所需各变量的0_+值。

先求独立变量
再求非独立变量

7.1 RC电路的固有响应（零输入响应）

- **零输入响应** → 换路后外加激励为零，仅由动态元件初始储能产生的电压和电流。
- **零状态响应** → 动态元件初始能量为零，由$t>0$电路中外加激励作用所产生的响应。
- **全响应** → 电路的初始状态不为零，同时又有外加激励源作用时电路中产生的响应。

7.4 阶跃响应和固有响应的一般解法

$$f(t) = f(\infty) + \overbrace{[f(0_+) - f(\infty)]}^{A} e^{-\frac{t}{\tau}}$$

稳态解　　　　暂态解

三要素 $\begin{cases} f(\infty) & \text{稳态解} \\ f(0_+) & \text{初始值} \\ \tau & \text{时间常数} \end{cases}$

- $f(\infty)$ 稳态解 → 用 $t\to\infty$ 的稳态电路求解
- $f(0_+)$ 初始值 → 用 0_+ 等效电路求解
- τ 时间常数

$$f(t) = f(\infty)(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}) + f(0_+)e^{-\frac{t}{\tau}}$$

零状态响应　　　　零输入响应

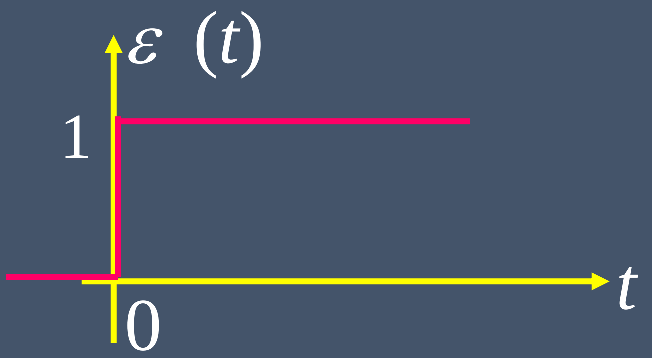
注意　分析一阶电路问题转为求解电路的三个要素的问题。

8.1 一阶电路和二阶电路的阶跃响应

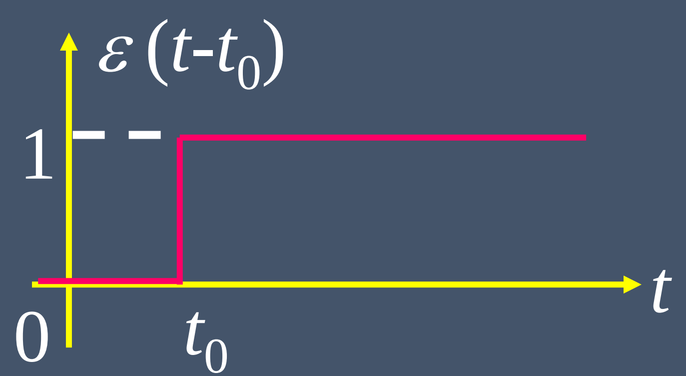
1. 单位阶跃函数

- **定义**

$$\varepsilon(t)=\begin{cases}0 & (t<0)\\ 1 & (t>0)\end{cases}$$



- **单位阶跃函数的延迟**

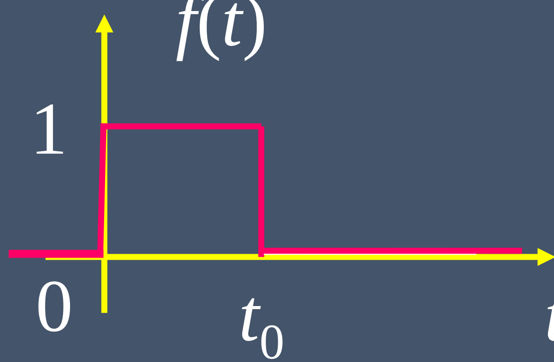


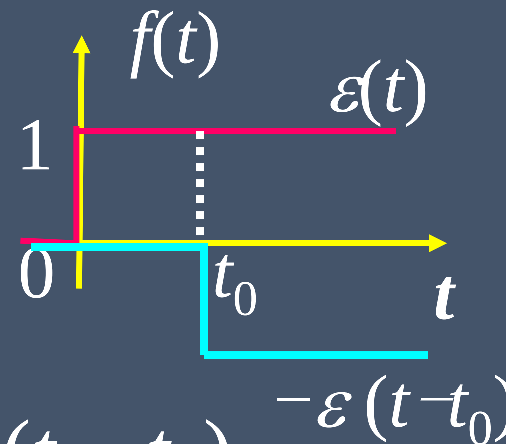
$$\varepsilon(t-t_0)=\begin{cases}0 & (t<t_0)\\ 1 & (t>t_0)\end{cases}$$

8.1 一阶电路和二阶电路的阶跃响应

● 用单位阶跃函数表示复杂的信号

例 1





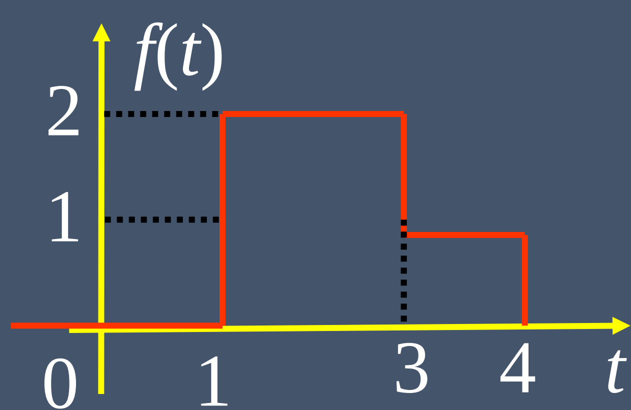
两函数叠加

较麻烦!

$$f(t)=\varepsilon(t)-\varepsilon(t-t_0)$$

例 2

$$f(t)=2\varepsilon(t-1)-\varepsilon(t-3)-\varepsilon(t-4)$$



- 找阶跃点，如第一次在t=1，则为（t-1）
- 阶跃2个单位第二次阶跃在3，原本为2，阶跃到3下降1个单位，所以加负号，只看相邻的前一步
- 每次系数的确定，都只与这一步，和其紧挨着的前一步的落差；
- 回到例1，可以用左图直接写出公式

8.1 一阶电路和二阶电路的阶跃响应

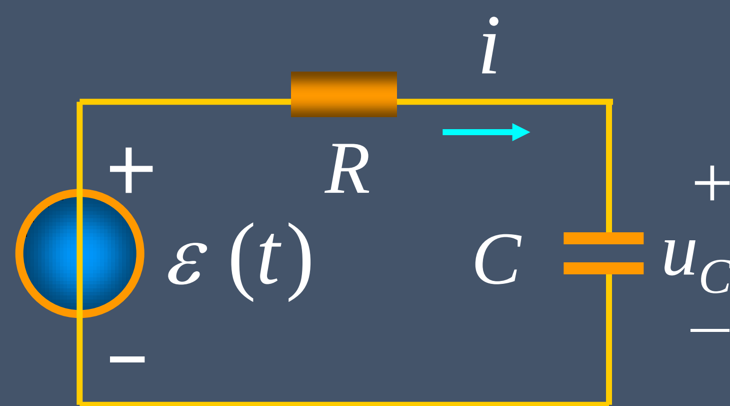
2. 一阶电路的阶跃响应

阶跃响应 → 激励为单位阶跃函数时，电路中产生的零状态响应。

电源

$$u_C(t) = (1 - e^{-\frac{t}{RC}})\varepsilon(t)$$

$$i(t) = \frac{1}{R} e^{-\frac{t}{RC}} \varepsilon(t)$$



$u_C(0_-)=0$

注意

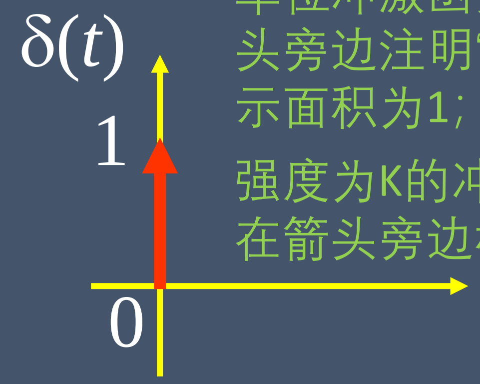
$i = e^{-\frac{t}{RC}}\varepsilon(t)$ 和 $i = e^{-\frac{t}{RC}} \quad t \geq 0$ 的区别

8.2 一阶电路和二阶电路的冲激响应

1. 单位冲激函数

定义

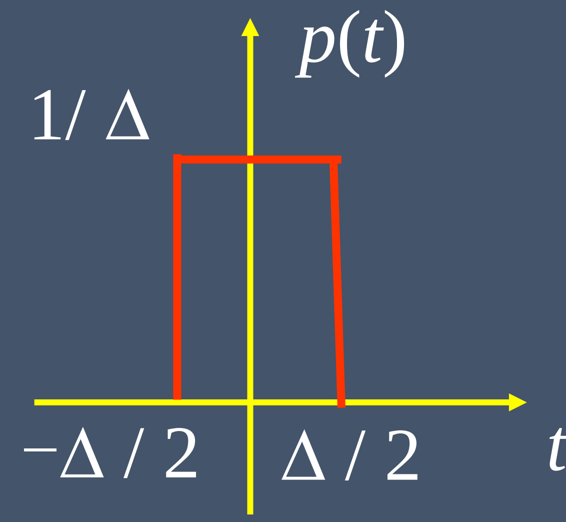
$$\begin{cases} \delta(t) = 0 \quad (t \neq 0) \\ \int_{-\infty}^{\infty} \delta(t)\mathrm{d}t = 1 \end{cases}$$



单位冲激函数在箭头旁边注明“1”，表示面积为1;

强度为K的冲激函数在箭头旁边标注“K”

脉冲函数



曲线和横轴围成的面积为常数的函数

面积为单位面积时，叫单位脉冲函数

9.0 复数

知道复数的任意一种表达方式，均可推出其他表达方式

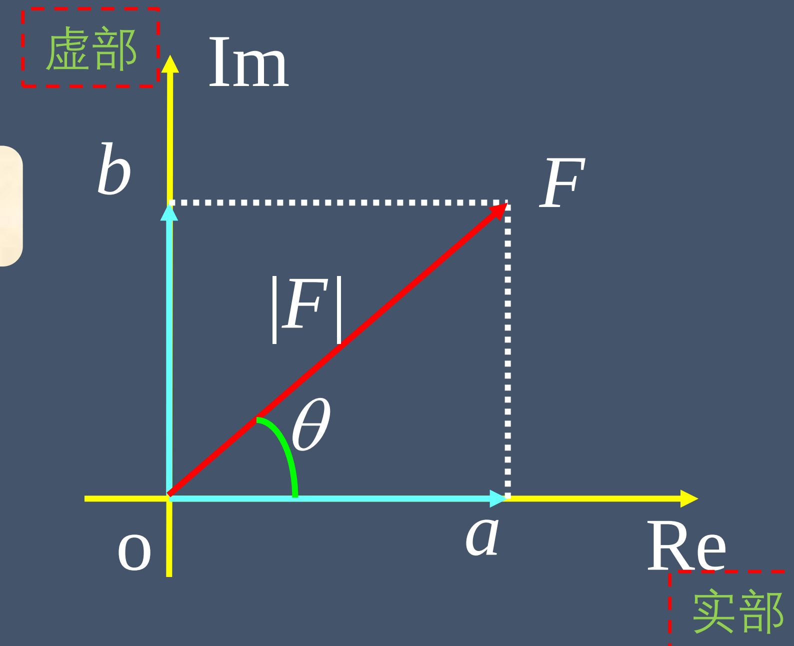
1. 复数的表示形式

$$F = a + jb$$

代数式

$(j = \sqrt{-1}$ 为虚数单位$)$

F的模：即向量的长度



$$F = |F|e^{j\theta}$$

指数式

三角函数式

$$F = |F|e^{j\theta} = |F|(\cos\theta + j\sin\theta) = a + jb$$

$$F = |F|e^{j\theta} = |F|\angle\theta$$

幅角arg

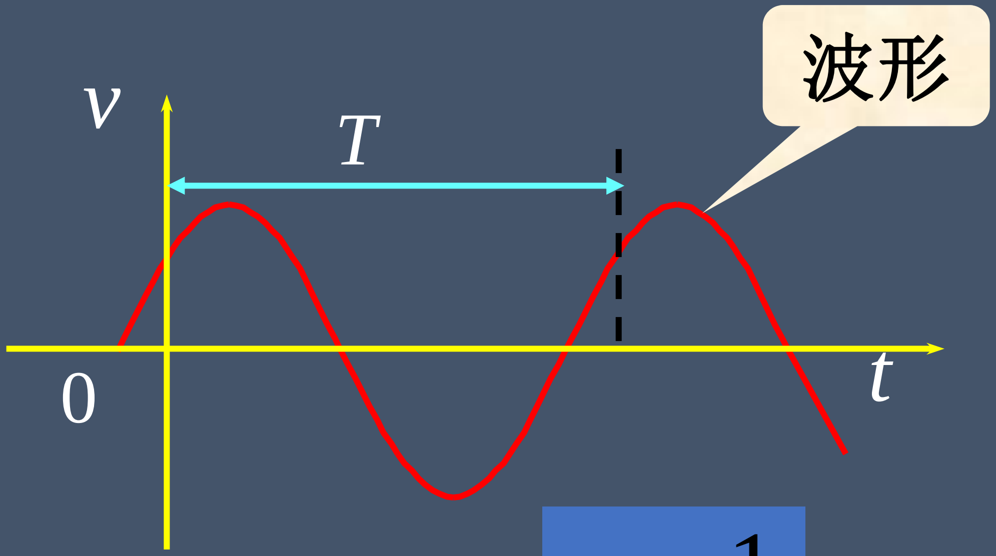
极坐标式

9.1　正弦信号源

1.　正弦量

●瞬时值表达式

$$v(t)=V_m\cos(\omega t+\psi)$$



正弦量为周期函数　$f(t)=f(t+kT)$

$$f=\frac{1}{T}$$

T为周期

●周期 T 和频率 f

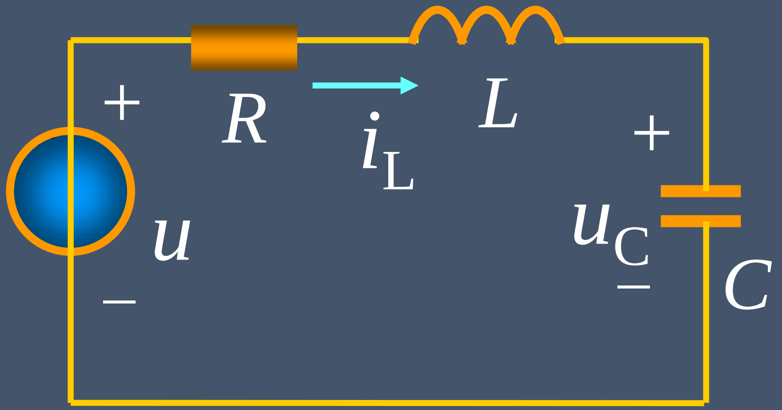
周期 T：重复变化一次所需的时间。　单位：秒s

频率 f：每秒重复变化的次数。　单位：赫(兹)Hz

本教程用余弦函数表示正弦信号
正弦余弦平移关系

9.2 相量

1. 问题的提出

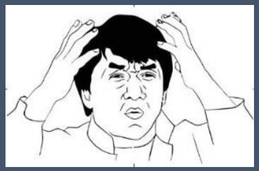


电路方程是微分方程：

$$LC\frac{\mathrm{d}^2u_C}{\mathrm{d}t}+RC\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}+u_C=u(t)$$

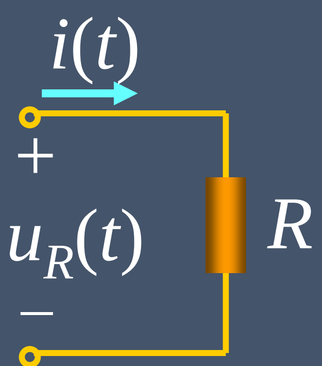
两个正弦量的相加，如KCL、KVL方程运算：

$$i_1=\sqrt{2}I_1\cos(\omega t+\psi_1)$$
$$i_2=\sqrt{2}I_2\cos(\omega t+\psi_2)$$



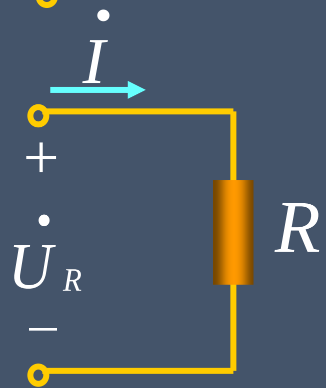
9.3 电路定律的相量形式

1. 电阻元件VCR的相量形式



时域形式： $i(t)=\sqrt{2}I\cos(\omega t+\Psi_i)$

$$u_{\mathrm{R}}(t)=Ri(t)=\sqrt{2}\underbrace{RI}_{U_{\mathrm{R}}}\cos(\omega t+\underbrace{\Psi_i}_{\Psi_u})$$



相量形式： $\dot{I}=I\angle\Psi_i \qquad \dot{U}_{\mathrm{R}}=RI\angle\Psi_i$

相量关系： $\boxed{\dot{U}_{\mathrm{R}}=R\dot{I}}$

相量模型 → $\begin{cases} U_{\mathrm{R}}=RI & \text{有效值关系} \\ \Psi_u=\Psi_i & \text{相位关系} \end{cases}$

9.4 基尔霍夫定律的相量形式

同频率的正弦量加减可以用对应的相量形式来进行计算。因此，在正弦电流电路中，KCL和KVL可用相应的相量形式表示：

$$\sum i(t)=0 \longrightarrow \sum i(t)=\sum \mathrm{Re}\sqrt{2}\left[\dot{I}_1+\dot{I}_2+\cdots\right]e^{\mathrm{j}\omega t}=0$$

$$\longrightarrow \sum \dot{I}=0$$

$$\sum u(t)=0 \longrightarrow \sum \dot{U}=0$$

表明

流入某一结点的所有正弦电流用相量表示时仍满足KCL；而任一回路所有支路正弦电压用相量表示时仍满足KVL。

7. 怎么才能拿高分？

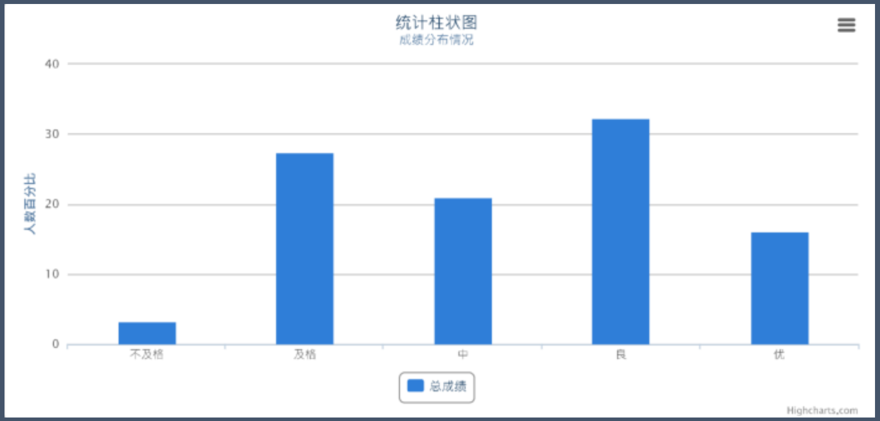
课程学时安排

授课 32学时（每周2或4学时）

成绩评定

平时：　　　　30 %

卷面考试：　　70 %



谢谢！