수학 요점정리

제곱근

뜻과 표현

제곱근: 제곱의 반대

a의 제곱근: 제곱해서 a가 되는 수, 어떤 수 x를 제곱하여 a가 될 때, 즉 $x^2 = a$ 일때의 x

- $a > 0$ 이면 양의 제곱근과 음의 제곱근으로 2개, 이 둘은 절댓값은 서로 같고 부호는 반대
- $a = 0$ 이면 제곱근은 0 하나
- $a < 0$ 이면 제곱해서 음수가 되는 수는 없으므로 생각하지 않음

$\sqrt{a} \Rightarrow$ 제곱근 a 또는 루트 a
a 의 양의 제곱근 $= \sqrt{a}$
a 의 음의 제곱근 $= -\sqrt{a}$
이 둘을 한번에 $\pm\sqrt{a}$라고 쓰기도 한다.

성질$(a \geq 0)$

- a의 제곱근은 $a \rightarrow \sqrt{a},\ -\sqrt{a}$
  $\sqrt{a},\ -\sqrt{a}$의 제곱은 각각$\sqrt{a},\ -\sqrt{a} \rightarrow (\sqrt{a})^2 = a,\ (-\sqrt{a})^2 = a$
- $\sqrt{a^2} = |a| = \begin{cases} a & (a \geq 0) \\ -a & (a < 0) \end{cases}$

대소 관계

1. $a < b$이면 $\sqrt{a} < \sqrt{b}$
2. $\sqrt{a} < \sqrt{b}$이면 $a < b$

> 제곱근이 양수일때는 근호 안의 숫자가 클수록 크고, 음수일때는 근호 안의 숫자가 작을수록 크다.

무리수와 실수

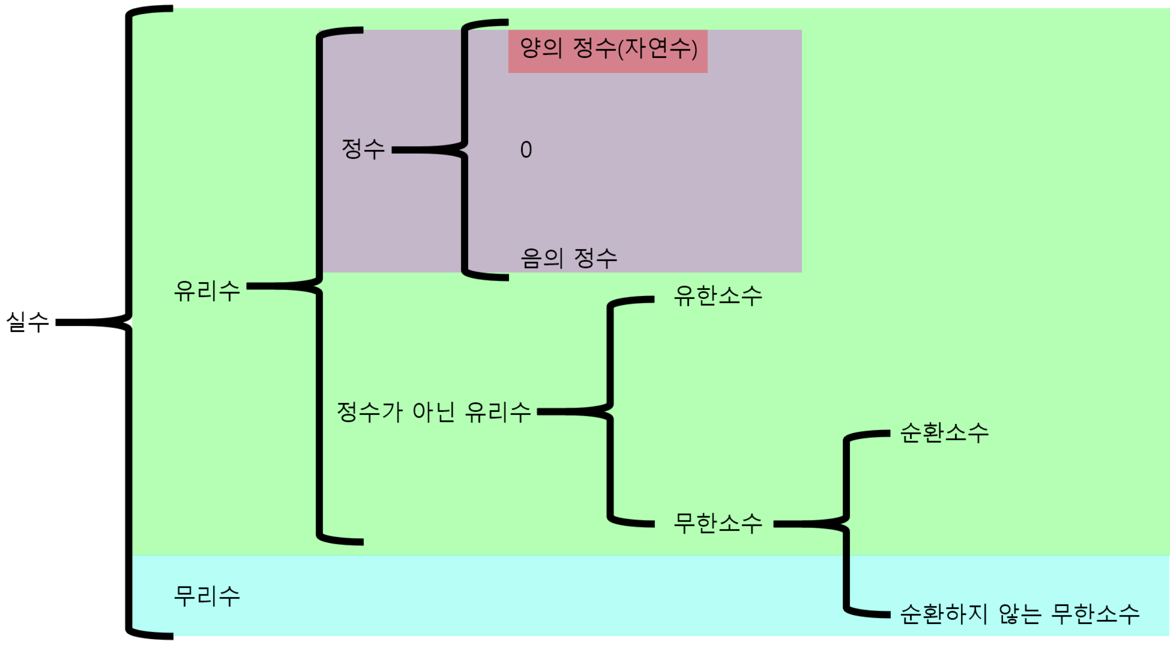
무리수

- 유리수가 아닌 수
- $\frac{m}{n}$(단, $m,\ n$은 정수, $n \neq 0$)의 꼴로 나타낼 수 없는 수
- 순환소수가 아닌 무한소수

실수

유리수와 무리수를 통틀어 실수라고 한다.

수 체계



> 유리수이면서 무리수인 수는 존재하지 않는다.

제곱근표

제곱근표는 제곱근의 값을 구해서 표로 만들어 놓은것.

가로줄은 처음 두 자리수에, 세로줄은 마지막 자리수에 해당한다.

가로줄에는 0 ~ 9까지, 세로줄에는 1.0 ~ 99까지의 수가 있다.

제곱근표 예시

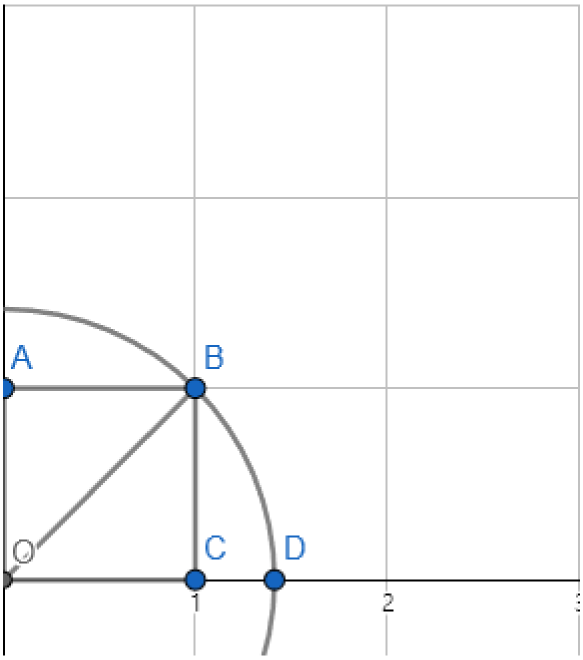
수	0	1	2	3
1.0	1.000	1.005	1.010	1.015
1.1	1.049	1.054	1.058	1.063
1.2	1.095	1.100	1.105	1.109
1.3	1.140	1.145	1.149	1.153

예를 들어, $\sqrt{1.32}$의 값을 구하고자 한다면, 처음 두 자리수인 1.3에 해당하는 행을, 마지막 자리수인 2에 해당하는 열을 찾고, 그 행과 열이 만나는 곳의 수를 찾는다.

위 방식대로 찾으면 $\sqrt{1.32} = 1.149$ 이다.

무리수를 수직선 위에 표시

다음과 같이 직각삼각형에서 피타고라스의 정리를 이용하면 무리수를 수직선위에 표시할 수 있다.



$\overline{OB}^2 = \overline{OC}^2 + \overline{BC}^2$

$\overline{OB}^2 = 1^2 + 1^2 = 2$

$\overline{OB} = \sqrt{2}$

$\overline{OB}$와 $\overline{OD}$는 한 호의 반지름이므로 길이가 같다.

$\overline{OD} = \sqrt{2}$

$D(\sqrt{2})$

실수의 대소관계

수직선

- 실수는 수직선 위의 한 점에 대응한다.
- 서로 다른 두 실수 사이에는 무수히 많은 실수가 있다.
- 실수에 대응하는 점들로 수직선을 완전히 메울 수 있다.
- 유리수만이나 무리수만으로 수직선을 완전히 메울 수 없다.

대소 관계

두 실수 a, b에 대해

- $a - b > 0$이면 $a > b$
- $a - b = 0$이면 $a = b$
- $a - b < 0$ 이면 $a < b$

제곱근의 곱셈과 나눗셈

제곱근의 곱셈

$a > 0,\ b > 0$일때,

- $\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{ab}$
- $a \times \sqrt{b} = a\sqrt{b} = \sqrt{a^2 \times b}$
- $m\sqrt{a} \times n\sqrt{b} = mn\sqrt{ab}$

제곱근의 나눗셈

$a > 0,\ b > 0$일때,

- $\sqrt{a} \div \sqrt{b} = \sqrt{\frac{a}{b}}$
- $m\sqrt{a} \div n\sqrt{b} = \frac{m}{n}\sqrt{\frac{a}{b}}$

분모의 유리화

분모에 무리수가 있을 때, 분자와 분모에 같은 수를 곱해서 분모를 유리수로 만드는 것.

- 분모에 제곱근만 있을 때: 분모의 수를 분자와 분모에 곱해준다. (예: $\frac{3}{\sqrt{2}} = \frac{3 \times \sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}}{2}$)
- 분모에 제곱근과 정수의 곱이 있을 때: 분모의 수 중 제곱근 부분을 분자와 분모에 곱해준다. (예: $\frac{3}{2\sqrt{2}} = \frac{3 \times 2\sqrt{2}}{2\sqrt{2} \times 2\sqrt{2}} = \frac{6\sqrt{2}}{8} = \frac{3\sqrt{2}}{4}$)
- 분모에 무리수의 합과 차가 있을 때: 분모의 수에서 부호만 반대인 수를 분자와 분모에 곱한다. (합차공식 이용)
  - (예1: $\frac{2}{\sqrt{3}+\sqrt{5}} = \frac{2 \times (\sqrt{3}-\sqrt{5})}{(\sqrt{3}+\sqrt{5}) \times (\sqrt{3}-\sqrt{5})} = \frac{2\sqrt{3}-2\sqrt{5}}{-2} = -\sqrt{3}+\sqrt{5}$)
  - (예2: $\frac{2}{\sqrt{3}-\sqrt{5}} = \frac{2 \times (\sqrt{3}+\sqrt{5})}{(\sqrt{3}-\sqrt{5}) \times (\sqrt{3}+\sqrt{5})} = \frac{2\sqrt{3}+2\sqrt{5}}{-2} = -\sqrt{3}-\sqrt{5}$)

제곱근의 덧셈과 뺄셈

근호 안의 수가 같은 수를 동류항처럼 취급하여 계산한다.

- $m\sqrt{a} + n\sqrt{a} = (m+n)\sqrt{a}$
- $m\sqrt{a} - n\sqrt{a} = (m-n)\sqrt{a}$

제곱근의 분배법칙

> 분배법칙: $a(b+c) = ab + ac$

제곱근에도 위와 같은 분배법칙이 성립한다.

$\sqrt{3}(\sqrt{5}+\sqrt{7}) = \sqrt{3} \times \sqrt{5} + \sqrt{3} \times \sqrt{7} = \sqrt{15} + \sqrt{21}$

무리수의 정수부분과 소수부분

$1 < \sqrt{2} < 2$이므로, $\sqrt{2}$의 정수부분은 1, 소수부분은 $\sqrt{2} - 1$이다.

> (무리수) = (정수 부분) + (소수 부분), (소수 부분) = (무리수) - (정수 부분)