

TD 3 exercice 6

1\2	F	P	C
F	0,0	1,-1	-1,1
P	-1,1	0,0	1,-1
C	1,-1	-1,1	0,0

Equilibres de Nash en stratégies pures : NON

Meilleures réponses pour joueur 1 : (C,F) , (F,P) , (P,C)

Meilleures réponses pour joueur 2 : (F,C) , (P,F) , (C,P)

Remarquons que l'intersection est vide , d'où y a pas d'équilibres de Nash en stratégies pures.

Existe-t-il un équilibre de Nash où un des joueurs joue uniquement 2 actions avec des probabilités strictement positives ?

Soit $\sigma_2 = (0, q, 1-q)$

Par indifférence :

$$\mu_1(F, \sigma_2) = 0 - q + 1 - q = 1 - 2q$$

$$\mu_1(P, \sigma_2) = 0 + 0 + 1 - q = 1 - q$$

$$\mu_1(C, \sigma_2) = 0 + q \cdot (-1) + 0 = -q$$

il faut que $-q = 1 - 2q = 1 - q$, ce qui est impossible , donc pas d'équilibre

car si $-q = 1 - 2q \Rightarrow 1 = q$, ou le joueur 2 va choisir une stratégie unique ,

dememe si $1 - q = 1 - 2q \Rightarrow -q = -2q \Rightarrow q = 1$

si $-q = 1 - q \Rightarrow 1 = 0 \ll$ contradiction

Existe-t-il un équilibre de Nash où les joueurs jouent les 3 actions avec des probabilités strictement positives ?

Nous avons $\sigma_1 = (1/3, 1/3, 1/3)$, $\sigma_2 = (1/3, 1/3, 1/3)$

$$\mu_1(\sigma_1, \sigma_2) = 1/3 * 1/3 ((0+1-1)+(-1+0+1)+(1-1+0)) = 0$$

$$\mu_2(\sigma_1, \sigma_2) = 1/3 * 1/3 ((0+-1+1)+(1+0-1)+-1+1+0)) = 0$$

Nous pouvons voir que les deux joueurs ont le même gain donc oui, il y a un équilibre

(Chaque choix annule l'autre, car, y a pas un meilleur choix que le choix de l'adversaire)