

**Série 3 « Equilibres de Nash en stratégies mixtes »**

**Exercice1**

1) Montrer que l'ensemble des stratégies mixtes  $\Sigma_i$  d'un joueur  $i$  est un ensemble convexe.

$$(\forall x, y \in \Sigma_i, t \in [0,1] \quad t x + (1 - t)y \in \Sigma_i).$$

2) Montrer que les points extrêmes de cet ensemble convexe sont les stratégies pures.

(un point extrême est un point qui ne peut être représenté comme combinaison convexe à coefficients non nuls de deux points distincts de  $\Sigma_i$  )

**Exercice 2**

1/2	Gauche	Droite
Gauche	(4,2)	(5,1)
Droite	(6,0)	(3,3)

1) Déterminer l'équilibre de Nash en stratégie mixte, si le joueur 1 joue avec une probabilité  $p$  à gauche.  $p$  est égal à :

- (a) 1/4
- (b) 3/4
- (c) 1/2
- (d) 2/3

**Exercice3**

Deux entreprises offrent ouvrent simultanément deux postes

Les deux entreprises offrent deux salaires différents l'entreprise 1 offre  $S_1 = 4$  et l'entreprise 2 offre un salaire  $S_2 = 6$ .

Il y'a deux personnes intéressées par les postes ils s'adressent simultanément vers les deux entreprises.

Si seulement l'une des deux personnes postule dans une entreprise elle obtiendra le poste.

Si les deux personnes postulent pour la même entreprise, l'entreprise en question choisira au hasard l'un ou l'autre.

Trouver un équilibre de ce jeu en stratégie mixte sachant que l'un va postuler vers l'entreprise 1 avec une probabilité  $p$  et l'autre joueur avec une probabilité  $q$ .

- (a)  $p=q=1/5$
- (b)  $p=q=1/2$
- (c)  $p=q=1/3$
- (d)  $p=q=1/4$

**Exercice4**

On considère le jeu sous forme stratégique suivant :

1/2	G	D
G	(0,2)	(3,0)
D	(2,1)	(1,3)

1. Déterminer les correspondances de meilleures réponses de chacun de joueurs.
2. Montrer qu'il existe un seul équilibre en stratégie complètement mixte et qu'il peut être déterminé en utilisant le principe de l'indifférence au support.

### Exercice 5

Soit le jeu sous forme normale suivant

1/2	G	D
g	(1,1)	(1,1)
d	(-1,-1)	(2,0)

- 1) Quelles sont les fonctions de meilleures réponses en stratégies pures ?
- 2) Quels sont les équilibres de Nash en stratégies pures ?
- 3) Quelles sont les fonctions de meilleures réponses en stratégies mixtes (représenter graphiquement).
- 4) Quels sont les équilibres de Nash en stratégies mixtes.

### Exercice 6

Reprenons le jeu de Feuille, Pierre, Ciseaux dont la forme normale est la suivante :

1/2	F	P	C
F	(0,0)	(1,-1)	(-1,1)
P	(-1,1)	(0,0)	(1,-1)
C	(1,-1)	(-1,1)	(0,0)

- 1) Existe-t-il des équilibres de Nash en stratégies pures ?
- 2) Existe-t-il un équilibre de Nash où un des joueurs joue uniquement 2 actions avec des probabilités strictement positives ?
- 3) Existe-t-il un équilibre de Nash où les joueurs jouent les 3 actions avec des probabilités strictement positives ?