Faculté d'Informatique
Département d'IA et SD
M1/ MIV
Module : Analyse des Données
Enseignant : N. Laiche

16 Mars 2022

TP 2 : Matrices

1.1 Tableau de données

Pour convertir une liste en un tableau, on utilise la commande ***array***

```
>>>import numpy as np
>>>A=np.array ([2.5, 5.8, 9.])
>>>A

    array ([2.5, 5.8, 9.])
```

1.2 Matrices

Une matrice peut être vue comme un tableau multidimensionnel.

```
>>>A= np.array([[1,2,0],[0,1,0],[6.5,9.1,8.5]])
>>>A
    array ([[1. , 2. , 0. ],
            [0. , 1. , 0. ],
            [6.5, 9.1, 8.5]])
```

Ou bien

```
>>>y=np.mat ('[5.5,9.6,69.28];[16,0,1]')
>>>y
    matrix ([[ 5.5 ,  9.6 , 69.28],
              [16.  ,  0.  ,  1.  ]])
```

Calcul de valeurs propres d'une matrice

Pour ce faire, nous utilisons la commande linalg.eigvals.

Exemple

```
>>>import numpy as np
>>>X = np.array ([[3, 1],[1, 1]])
>>>X
    array ([[3, 1],
            [1, 1]])

>>>np.linalg.eigvals (X)

    array ([3.41421356, 0.58578644])
```

Pour la transposée d'une matrice

```
>>>y=np.transpose (X)
>>>y
    array ([[3, 1],
            [1, 1]])
```

Ou bien

>>>***X.T***
array ([[3, 1],
[1, 1]])

1) Pour extraire la ieme ligne d'une matrice
X.row[i]
2) Pour extraire la ieme colonne de la matrice
X.T[i] , pour retourner les éléments de la ieme colonne. Ou bien [row[i] for row in X]

Exercice 1

Soit la matrice X suivante : $X = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 3 \\ -2 & 11 & -2 \\ 8 & -7 & 6 \end{pmatrix}$.

1. Déclarer la matrice X.
2. La transposée de X.
3. Extraire les vecteurs lignes.
4. Extraire les vecteurs colonnes.
5. ***Vérifier*** que le vecteur $v = (-1 \quad 0 \quad 1)^t$ est un vecteur propre de X.
6. Déterminer les val propres et les vecteurs propres accoisés aux val p.

l1…….v1//////// si ssi : X*v1= l1*v1

Xv = cv ?????

>>>X=np.array ([[1,3,3],[-2,11,-2],[8,-7,6]])

>>>X
Array ([[1, 3, 3],
[-2, 11, -2],
[8, -7, 6]])

>>>X[2]
array([8, -7, 6])

>>>X[0]
array([1, 3, 3])

<u>Pour les vecteurs colonnes</u>

>>>X.T
Array ([[1, -2, 8],
[3, 11, -7],
[3, -2, 6]])

```
>>> X.T[0]
    array( [ 1, -2,  8])
```

```
>>> [row [1] for row in X]
    [3, 11, -7]
```

Détermination des valeurs propres de X

```
>>> np.linalg.eigvals (X)
    Array ([-2.,  7., 13.])
```

Détermination des valeurs propres et vecteurs propres de X

```
>>> valp, vecp = np.linalg.eig (X)
>>> valp
     Array ([-2.,  7., 13.])
```

```
>>> vecp
    array  ([[ 7.07106781e-01,  5.77350269e-01,  4.80740672e-16],
             [-1.02465165e-16,  5.77350269e-01,  7.07106781e-01],
             [-7.07106781e-01,  5.77350269e-01, -7.07106781e-01]])
```

Remarque

Les colonnes sont les vecteurs propres.

```
>>>V = np.transpose (vecp)
```

Ou bien

```
>>> V= vecp.T

    V

     Array ([[ 7.07106781e-01, -1.02465165e-16, -7.07106781e-01],

             [ 5.77350269e-01,  5.77350269e-01,  5.77350269e-01],

             [ 4.80740672e-16,  7.07106781e-01, -7.07106781e-01]])
```

Remarque

Pour vérifier que les vecteurs obtenus sont des vecteurs propres de la matrice, nous pouvons effectuer les produits suivants et comparer les résultats.

Avec : D = le vecteur des valeurs propres.

```
>>>  np.dot(X,V[0])

     array([-1.41421356e+00, -6.66133815e-16,  1.41421356e+00])

>>> V[0]*D[0]

    array ([-1.41421356e+00,  2.04930330e-16,  1.41421356e+00])
```

Faculté d'Informatique ***16 Mars 2022***
Département d'IA et SD
M1/ MIV
Module : Analyse des Données
Enseignant : N. Laiche

Pour le produit scalaire, il suffit d'appliquer la commande ***dot().***

```
>>>np.dot(a,b).
```

<u>Pour les fonctions statistiques</u>

```
>>> import statistics as stat
>>> stat.mean([-1,-2,8])          moyenne
    1.6666666666666667

>>> stat.variance([-1,-2,8])      variance
    30.333333333333332

>>>> stat.stdev([-1,-2,8])        ecart type
    5.507570547286102
```

Ou bien

```
>>>a=(1, 2, 3)
>>>import statistics as stat
>>>stat.mean(a)

      2
```

Des exercices à préparer pour la séance prochaine in chaa Allah.

Exercice 2

Soit la matrice des données suivante :

$$A = \begin{array}{c} \begin{pmatrix} 10 & 10 & 10 & 8 & 8.04 & 9.14 & 7.46 & 6.58 \\ 8 & 8 & 8 & 8 & 6.95 & 8.14 & 6.77 & 5.76 \\ 13 & 13 & 13 & 8 & 7.58 & 8.14 & 12.74 & 7.71 \\ 9 & 9 & 9 & 8 & 8.81 & 8.77 & 7.11 & 8.84 \\ 11 & 11 & 11 & 8 & 8.33 & 9.26 & 7.81 & 8.47 \\ 14 & 14 & 14 & 8 & 9.96 & 8.10 & 8.84 & 7.04 \\ 6 & 6 & 6 & 8 & 7.24 & 6.13 & 6.08 & 5.25 \\ 4 & 4 & 4 & 19 & 4.26 & 3.10 & 5.39 & 12.50 \\ 12 & 12 & 12 & 8 & 10.84 & 9.13 & 8.15 & 5.56 \\ 7 & 7 & 7 & 8 & 4.82 & 7.26 & 6.42 & 7.91 \\ 5 & 5 & 5 & 8 & 5.68 & 4.74 & 5.73 & 6.89 \end{pmatrix} \\ \begin{matrix} x^1 & x^2 & x^3 & x^4 & x^5 & x^6 & x^7 & x^8 \end{matrix} \end{array}$$

1) Ecrire une fonction qui calcule la moyenne arithmétique des 8 variables de la matrice donnée. Prenez 6 chiffres décimaux.
2) Déterminer le centre de gravité et afficher le.
3) Ecrire une fonction qui calcule la variance des 8 variables de la matrice donnée. Prenez 6 chiffres décimaux.

4) Déterminer la matrice des covariances. Afficher le résultat.
5) Calculer les coefficients de corrélation des couples (x^1, x^5), (x^2, x^6), (x^3, x^7), (x^4, x^8). Que remarquez-vous ?.
6) Représenter graphiquement les individus dans l'espace $\Re^2$ des couples des variables : (x^1, x^5), (x^2, x^6), (x^3, x^7), (x^4, x^8).
7) Interpréter les graphes obtenus.

Exercice 3

Soit la matrice des de corrélation associée à 6 variables :

Corr	**X¹**	**X²**	**X³**	**X⁴**	**X⁵**	**X⁶**
X¹	1	-0.007	0.576	0.858	0.212	0.816
X²	-0.007	1	0.221	-0.152	-0.110	-0.144
X³	0.576	0.221	1	0.488	0.025	0.441
X⁴	0.858	-0.152	0.488	1	0.262	0.930
X⁵	0.212	-0.110	0.025	0.262	1	0.342
X⁶	0.816	-0.144	0.441	0.930	0.342	1

1) Quelles sont les propriétés de cette matrice.
2) Analyser les résultats du tableau et interpréter les corrélations données.
3) Peut-on représenter (schématiser) ces relations. Si oui, donner ce schéma.

Exercice 4 (A faire aussi cet exercice à la main)

On considère la matrice de données suivante :

$$X = {}^t\begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 1 & 0 & 1 & -1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & -1 & -1 & 1 & -1 & 0 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 0 & 1 & 0 & 1 & -1 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

1) Donner le nuage des points $N(I)$.
2) Calculer le centre de gravité de ce nuage. Que peut-on déduire ?.
3) Déterminer la matrice des variances-covariances V.
4) Posons $S = {}^tX.X$. Montrer que S possède une valeur propre nulle (sans faire de calculs).
5) Calculer les valeurs propres de S et en déduire celles de V.
6) Déterminer le meilleur plan qui ajuste $N(I)$.