

Série N°=2

Exercice 1 Soit X la matrice de données suivante :

$$X = \begin{pmatrix} 8 & 30 & 55 \\ 2 & 6 & 40 \\ 5 & 15 & 30 \\ 7 & 22 & 40 \end{pmatrix}$$

- 1) Donner le centre de gravité du nuage de points.
- 2) Donner l'expression de la matrice des données centrées-réduites.
- 3) Donner l'expression et le type de la matrice des coefficients de corrélation.
- 4) Après calculs, nous trouvons les vecteurs propres u_i associés aux valeurs propres λ_i de R :
 $u_1 = (-0.5988, -0.6277, -0.4974)$, $u_2 = (-0.6515, 0.7430, -0.1534)$,
 $u_3 = (-0.4658, -0.2322, 0.8539)$.
et $\lambda_1 = 2.4598$, $\lambda_2 = 0.0034$, $\lambda_3 = 0.5368$.

Donner la valeur de la variance expliquée par les axes factoriels choisis pour le plan principal.

- 5) Déterminer les axes factoriels à choisir.
- 6) Calculer l'inertie totale expliquée par les axes choisis. Commenter le résultat obtenu.
- 7) Déterminer les composantes principales.

$$X = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 3 \\ 4 & 2 & 1 \\ 4 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Exercice 2 Soient X une matrice de données de type $(4,3)$:

- 1) Déterminer la matrice des variances-covariances et celle des corrélations.
- 2) Calculer les variances des différentes composantes principales.
- 3) En calculant le taux d'inertie expliquée par chaque axe, justifier le nombre d'axes à retenir.
- 4) Déterminer les coordonnées des individus le long des axes choisis.
- 5) Etudier la corrélation entre les variables initiales et les composantes principales.

Exercice 3 Soit X une matrice de données de type (96, 8). La matrice de corrélation entre les variables est donnée par la matrice suivante :

$$R = \begin{pmatrix} 1 & 0.56 & 0.28 & 0.20 & 0.43 & 0.29 & 0.31 & 0.43 \\ 0.56 & 1 & 0.34 & 0.32 & 0.48 & 0.32 & 0.47 & 0.49 \\ 0.28 & 0.34 & 1 & 0.64 & 0.72 & 0.52 & 0.70 & 0.45 \\ 0.20 & 0.32 & 0.64 & 1 & 0.67 & 0.46 & 0.58 & 0.44 \\ 0.43 & 0.48 & 0.72 & 0.67 & 1 & 0.56 & 0.68 & 0.53 \\ 0.29 & 0.32 & 0.52 & 0.46 & 0.56 & 1 & 0.64 & 0.42 \\ 0.31 & 0.47 & 0.70 & 0.58 & 0.68 & 0.64 & 1 & 0.51 \\ 0.43 & 0.49 & 0.45 & 0.44 & 0.53 & 0.42 & 0.51 & 1 \end{pmatrix}.$$

- 1) Commenter la matrice de corrélation donnée.
- 2) La diagonalisation de R donne les valeurs propres suivantes : 4.4242, 1.1366, 0.583, 0.5302, 0.4580, 0.3758, 0.2582, 0.2287. Calculer le pourcentage d'inertie expliquée par chaque axe.
- 3) Déterminer le meilleur sous espace principal de dimension 2 ainsi que le taux expliqué de l'inertie initiale.
- 4) Donner les expressions des coordonnées des individus dans le plan principal ainsi que celles des variables.
- 5) Après calculs, on trouve les coordonnées des variables :

Variables	1 ^{er} axe	2 ^{ème} axe
X^1	0.55	0.68
X^2	0.65	0.55
X^3	0.81	-0.32
X^4	0.75	-0.35
X^5	0.87	-0.1
X^6	0.72	-0.2
X^7	0.84	-0.18
X^8	0.71	0.25

- 6) Représenter graphiquement les variables sur le plan factoriel c'est-à-dire le cercle de corrélation. Que constater-vous ?.