USTHB
Faculté d'Electronique et d'Informatique
Département d'Informatique
Master 2 Informatique Visuelle
Module Représentation et raisonnement   Année Universitaire : 2022-2023

TD N° 2 :
Logique Modale

Exercice 1:

1- Exprimer l'antisymétrie de la relation d'ultériorité temporelle par la théorie des modèles et par l'axiomatique.
2- Exprimer le fait que le temps a une origine par la théorie des modèles et par l'axiomatique.
Solution :
1- Exprimez par la théorie des modèles et par l'axiomatique.

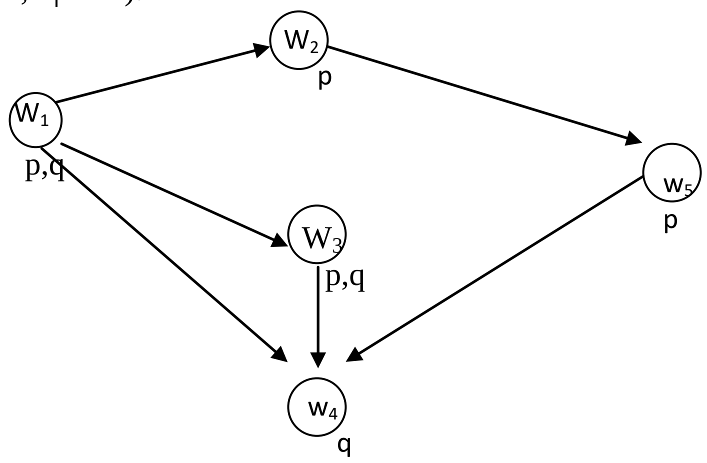
a- l'antisymétrie de la relation d'ultériorité temporelle
b- que le temps a une origine

2- Exprimez en utilisant l'axiomatisation de la logique modale le fait que :

a- Il y a un ordre total des dates futures,
b- Il y a un ordre total des dates passées,
c- Il n'existe pas d'instant maximal,
d- Il n'existe pas d'instant minimal.

Exercice 2:

1- Spécifier les assertions vraies dans le modèle suivant avec la spécificité que $M,x \models\!= \neg B$ ssi non ($M,x \models\!= B$).



a- $M,w_1 \models\!= \Diamond(p\wedge q)$
b- $M,w_2 \models\!= \neg\Box p$
c- $M,w_3 \models\!= \Box(p\supset q)$
d- $M,w_4 \models\!= \Box(q \wedge\Diamond\neg p)$
e- $M,w_5 \models\!= \Box(q \wedge\Diamond\neg p)$

Exercice 3 : Exprimez en logique modale les énoncés suivants :

a- Le coronavirus est un fléau mondial

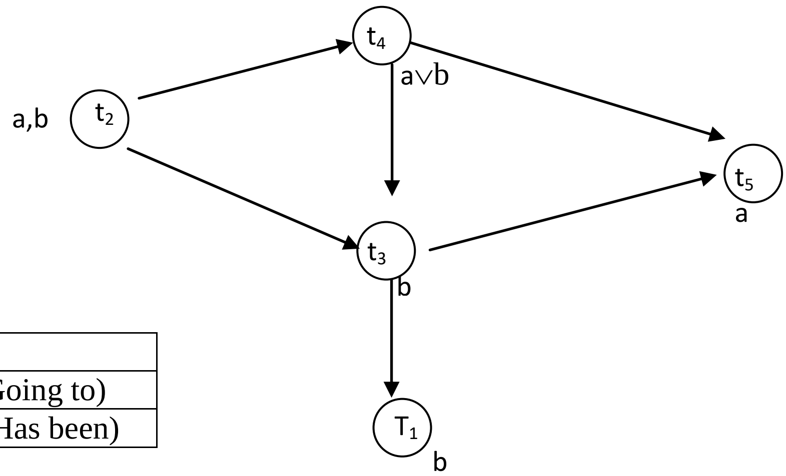
b- Les Italiens ne croient pas que les chinois maitrisent le coronavirus

c- Les Français savent que le coronavirus est un fléau mondial

d- Les chinois veulent que le coronavirus ne soit pas un fléau mondial

Exercice 4 :

1- Spécifier les assertions vraies dans le modèle modal temporel suivant dans lequel un monde représente un instant dans le temps, avec la spécificité que $M,x \models\!= \neg B$ ssi non ($M,x \models\!= B$).



	◇	□
Futur	F(Futur)	G(Going to)
Passé	P (Past)	H (Has been)

a- $M,t_1 \models\!= G(\neg a \vee \neg b)$

b- $M, t_3 \models\!= HF\neg b$ Vrai

c- $M, t_2 \models\!= \neg F(a \supset b)$

d- $M,t_5 \models\!= G\neg Fb$

Exercice 5:

Montrer que :

1. $(a \supset \Box\Diamond a)$ est une tautologie si et seulement si R est symétrique.
2. $(\Box a \vee b) \supset (\Box a \vee \Box b))$ est une tautologie si et seulement si R relie chaque monde à au plus un monde.
3. $(\Diamond\Box a \supset \Box\Diamond a)$ est une tautologie si et seulement si R est ''confluente'' (c'est-à-dire que chaque fois que R relie un monde w à deux mondes w1 et w2, il existe un monde w3 accessible à la fois depuis w1 et w2).

Exercice 6:

La logique de S5 est axiomatisée de la façon suivante :

(A6) : $(\Box(a \supset b) \supset (\Box a \supset \Box b))$

(A7) **: $(\Box a \supset a)$**

(A9) : $(\Diamond a \supset \Box\Diamond a)$

(R6)[nécessitation]: si x est une formule, R6(x) est l'ensemble contenant l'unique élément $\Box x$

Montrer que :

1- si $a \supset b$ est un théorème, $\Box a \supset \Box b$ l'est aussi.

2- si $a \supset b$ est un théorème, $\Diamond a \supset \Diamond b$ l'est aussi.