

### Solution de l'exercice **Enchères au second prix (Enchères de Vickrey)**

- 1) L'ensemble des stratégies est non fini vu les différents prix que chacun des joueurs est en droit de proposer.
- 2) Oui le jeu possède une solution en appliquant les notions de dominances : en effet on peut prouver que la stratégie  $b_i = v_i$  pour un joueur  $i$  est faiblement dominante comme on va le voir en dessous :

Pour le prouver nous allons calculer le gain pour  $b_i = v_i$ ,  $b_i > v_i$ , et  $b_i < v_i$  et les comparer (bien sûr) comme dans une matrice on compare vis-à-vis du même profil adverse je les mettrai en bleu et rouge pour que vous puissiez comprendre:

- $b_i = v_i$ 
  - $y > v_i$  et donc  $u_i(v_i, y) = 0$
  - $y < v_i$   $u_i(v_i, y) = v_i - y > 0$
- $b_i < v_i$ 
  - $y > v_i \Rightarrow y > b_i \Rightarrow u_i(b_i, y) = 0$
  - $y < v_i \Rightarrow \begin{cases} y < b_i < v_i \Rightarrow u_i(b_i, y) = v_i - y > 0 \\ b_i < y < v_i \Rightarrow u_i(b_i, y) = 0 \end{cases}$
- $b_i > v_i$ 
  - $y > v_i \Rightarrow \begin{cases} y > b_i > v_i \Rightarrow u_i(b_i, y) = 0 \\ b_i > y > v_i \Rightarrow u_i(b_i, y) = v_i - y < 0 \text{ "perte"} \end{cases}$
  - $y < v_i \Rightarrow y < b_i \Rightarrow u_i(b_i, y) = v_i - y > 0$

Donc par comparaison la meilleure stratégie du joueur est de prendre  $b_i = v_i$  donc il sera obligé de donner son estime réelle de la valeur de l'objet et en quelque sorte d'être honnête.