Indications de solutions des exercices de la série 2.

Exercice 1.

Meilleurs réponses des joueurs 1 et 2 respectivement sont $\{(X,U);(Y,V),(Z,W\}$et $\{(X,W),(Y,V),(Z,U)\}$ donc le seul équilibre de Nash pure est *(Y,V).*

Exercice 2.

Les deux joueurs (2 marchands) s'installeront au milieu de la plage, toute autre localisation va diminuer le gain de chaque joueur, car à chaque il aura plus d'intérêt à se rapprocher de son adversaire, et c'est ainsi qu'ils se retrouveront au milieux de la plage. De plus c'est un équilibre obtenu par (ESSSD).

Exercice 3.

La stratégie u du joueur 2 strictement dominée par la stratégie v.

Pas de stratégies faiblement dominées.

Les Pareto dominants sont les profils (z, u) ; (z,v).

(x, t) est un équilibre de Nash.

Le niveau de sécurité du joueur 1 c'est 1 et du joueur 2 c'est 0.

Exercice 4.

a) $x \geq 1 \;\; et \; y \geq 0$; b) $x > 3 \; ou \; y > 6$; c) impossible ; d) $y \leq 0 \; ou \; x \leq 1$.

Exercice 5.

d) Tous les trois précédents car dans chaque cas la stratégie s_1 est la meilleure réponse de s_2 et vice versa. Pensez à déterminer tous les équilibres de Nash de ce jeu.

Exercice 6. Tragédie des communaux.

1) Le tableau de variation de la fonction $f(x) = xe^{-x} \quad x \geq 0$

$f' = (1-x)e^{-x}$ donc le tableau de variation est le suivant .

2) Le gain de chaque fermier i pour un profil de stratégie $(q_1, q_2, .., q_N)$ est égal à $u_i(q_1, q_2, .., q_N) = q_i e^{-Q}$ où $Q = \sum_{I=1}^{N} q_i$

Donc pour maximiser son gain le joueur i indépendamment des choix des autres joueurs doit maximiser la partie qui lui correspond c'est-à-dire l'entité $q_i e^{-q_i}$ et donc d'après le tableau ci-dessus produire $q_i = 1$.

x	0		1		$+\infty$
f'		+		-	
f	0	$\nearrow$	e^{-1}	$\searrow$	$-\infty$

3) Si chacun des fermiers ne produit que $1/N$ unité de Blé le profit total est égal à la quantite du blé vendu multiplié par le prix c'est-à-dire à Qe^{-Q} le maximum de cette fonction est égal à e^{-1} donc atteint si tous les fermiers ne produisent que 1/N unité de blé, le gain de chque joeur dans ce cas est égal à $u_i(q_1, q_2, .., q_N) = q_i e^{-Q} = \frac{1}{N} e^{-1}$..

Ce jeu serait une généralisation du dilemme du prisonnier si et seulement si le gain de chaque fermier est augmenté s'il coopère avec les autres fermiers en fixant la production à 1/N unité de blé. Si chacun des fermiers adopte la stratégie qui maximise son gain donc chacun va produire une unité de blé et dans ce cas le gain de chacun serait égal à e^{-N} alors que si ils coopèrent et produisent 1/N unité de blé il gagne chacun $\frac{e^{-1}}{N} > e^{-N}$ on en déduit que c'est une généralisation du Dilemme su prisonnier.

Exercice 7. Modèle de Bertrand Duopoly

C'est un modèle économique très connu ,

a) (0,0) n'est pas un équilibre de Nash car si les deux joueur i =1,2 proposent le prix 0 alors le profit de chacun est égal à –DC/2 donc si l'un d'eux propose le prix 0 la meilleure réponse de l'autre joueur est de proposer un prix $p_j > 0$ car de gain 0 et donc supérieur à –DC/2 s'il proposait 0.
b) (0,C) n'est pas non plus un EN car la meilleure réponse du joueur 1 si le joueur 2 propose C c'est celle qui maximise son gain est dans ce cas-là est de proposer $p_1 \geq C$ car de gain 0 donc supérieur à –DC.
c) C'est un Equilibre de Nash car $u_1(C, C) \geq u_1(p_1, C) \quad \forall p_1 \neq C$ et de même $u_2(C, C) \geq u_2(C, p_2) \ \forall p_2 \neq C$
On le prouve pour le premier joueur c'est valable pour le deuxième.
Si $p_1 < C$ $u_1(p_1, C) = D(p_1 - C) < 0 = u_1(C, C)$, sinon $u_1(p_1, C) = 0 = u_1(C, C)$.