

- EXERCICE 1:** 1) Que mesure le coefficient de corrélation ?
2) Donner son expression analytique ?
3) Quelles différences y a-t-il entre une ACP normée et centrée ?.

EXERCICE 2:

I) Soit A une matrice de la forme: $A = \begin{pmatrix} 1 & a & a \\ a & 1 & a \\ a & a & 1 \end{pmatrix}; a \in \mathbb{R}.$

- 1) Vérifier que $\lambda_1 = 1 - a$ est une valeur propre de la matrice A .
- 2) En déduire les autres valeurs propres de A .

II) On considère la matrice de données X de type $(11, 3)$:

$$X = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 & 11 \\ 6 & 1 & 4 & 5 & 3 & 2 & 9 & 7 & 8 & 10 & 11 \\ 2 & 6 & 5 & 3 & 4 & 1 & 8 & 9 & 7 & 10 & 11 \end{pmatrix}$$

- 1) Donner le nuage des points $N(I)$.
- 2) Calculer les écarts-types des variables.
- 3) Déterminer la matrice des variances-covariances V .
- 4) Donner l'expression et le type de la matrice des corrélations.

5) Après calculs, nous trouvons : $R = \begin{pmatrix} 1 & 0.75 & 0.75 \\ 0.75 & 1 & 0.75 \\ 0.75 & 0.75 & 1 \end{pmatrix}.$

- a) Donner l'inertie totale.
- b) Donner les valeurs propres de R .
- c) Calculer les pourcentages d'inerties. Déterminer le meilleur axe principal qui ajuste au mieux le nuage des individus.
- d) Calculer les contributions des individus X_2 et X_{10} à l'inertie du premier axe. Commenter les résultats obtenus.
- e) Soit $X_0 = (8, 2, 1)$ un nouveau individu. Déterminer les coordonnées de cet individu sur le premier axe principal.

III) Considérant maintenant le nuage des variables.

- 1) Donner les coordonnées des variables sur le sous espace factoriel. Qu'expriment ces coordonnées.
- 2) Expliquer comment peut-on évaluer graphiquement si une variable est bien représentée sur un plan factoriel.