Fei/ Département Informatique

Interrogation n° 2 (durée 1h00)

Le 17/05/2018

Exercice 1.

Soit la matrice de jeu suivante

1/2	G	D
H	(3 ,0)	(0,1)
M	(0,0)	(3,1)
B	(1,1)	(1,0)

1) Déterminer les équilibres de Nash pures de ce jeu s'ils existent.
2) La stratégie B est-elle strictement dominée en pures, en mixtes ? Déterminer toutes les stratégies mixtes dominant B si elles existent.
3) Déterminer tous les équilibres de Nash mixtes de ce jeu.

Exercice 2.

On considère le jeu à deux joueurs à somme nulle suivant X=Y= [0,1] , g(x,y)= -2xy –x-y+2 .

a. Quel est le paiement garanti du joueur 1 s'il joue x ? quel est le paiement garanti optimal du joueur 1 ?
b. Le jeu admet-il une valeur ? des points selles ? Justifier.

Exercice3.

Montrer les relations mathématiques suivantes :

1) $\min_{\sigma_2\in\Sigma_2} \max_{x\in X} f(x,\sigma_2) = \min_{\sigma_2\in\Sigma_2} \max_{\sigma_1\in\Sigma_1} f(\sigma_1,\sigma_2)$
2) Une stratégie mixte σ_i du joueur i dans un jeu fini est dominante en stratégies mixtes si et seulement si elle est dominante en stratégies pures.

Exo :

1\2	G	D
H	(3, 0)	(0, 1)
M	(0, 0)	(3, 1)
B	(1, 2)	(1, 0)

) Equilibres de Nash en Purs : (M, D)

) En Purs Non, En mixtes Par la stratégie

$\frac{1}{2}H + \frac{1}{2}M$.

→ $3q > 1$ ~~et~~ $3(1-q) > 1 \Rightarrow q \in]\frac{1}{3}, \frac{2}{3}[$.

on se réduit alors à

		q	$(1-q)$
	1\2	G	D
p	H	(3, 0)	(0, 1)
$1-p$	M	(0, 0)	(3, 1)

Equilibre de Nash Purement mixtes

$0 = p + (1-p)$ Impossible!!

Donc Impossible Purement mixte.

Pure face à mixte.

(σ_2, G) ou (σ_2, D) Impossible

$3 \neq 0$.

mixte face à pure.

Impossible $0 \neq 2$

(H, σ_2) ou (M, σ_2).

Donc le seul équilibre est Pure (M, D)

Exo2 :

$X = Y = [0,1] \quad g(x,y) = -2xy - x - y + 2$

Soit x donné.

Je faut calcul $\min\limits_{y\in[0,1]} g(x,y)$

$\frac{\partial g}{\partial y} = (-2x-1) < 0$ donc g est décroissante par rapport à y

y	0	1
g'_y	$-$	
	$-x+2$	$1-3x$

donc $1-3x = \min\limits_{y\in[0,1]} g(x,y)$

$\max\limits_{x\in[0,1]} \min\limits_{y\in[0,1]} g(x,y) = 1$ pour $x=0$

Clairement jeu symétrique x et y

Jeu non symétrique.

$\min \max\limits_{x\in[0,1]} g(x,y) = \bar{v} = ?$

$= -2y - 1 < 0$

x	0	1
g'_x	$-$	
	$-y+2$	$1-3y$

$\max\limits_{x\in[0,1]} g(x,y) = -y+2 \quad \min\limits_{y\in[0,1]} \max(-y+2) = 1 \quad \boxed{y=1}$

donc le jeu a une val