# La modélisation procédurale

USTHB - M2 IV

Dr A. DAHMANE

# Géométrie fractale

- La géométrie euclidienne: adéquate pour représenter des objets avec des surfaces homogènes et des formes régulières

  $\longrightarrow$ Equations

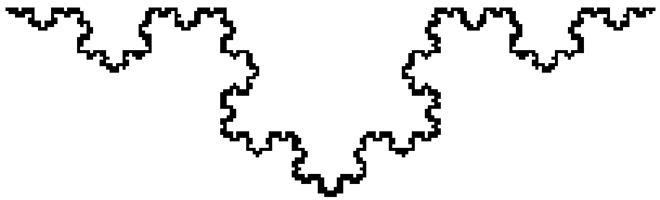
- La modélisation réaliste des objets naturels nécessite des méthodes de la géométrie fractale

  $\longrightarrow$ Procédure

# Géométrie fractale

L’objet fractal:

•Un détail infini à chaque point
•Une autosimilarité entre ses parties



# Objet fractal

Génération:
Une fonction de transformation est appliquée, de manière répétitive, sur un point initiale $P_0$.

$$P_1 = F(P_0),\ P_2 = F(P_1),\ P_3 = F(P_2), \qquad \dots$$

Chaque itération de la fonction de transformation F génère des niveaux successifs de détail.

# Génération de fractales

La transformation peut être appliquée à un ensemble initiale de primitives: des lignes, des courbes, des surfaces ou des objets solides.

La procédure de génération des itérations peut être déterministe ou aléatoire.

La quantité du détail inclus dans l’affichage final dépend du nombre d’itérations et de la résolution de l’écran.

# Types de fractales

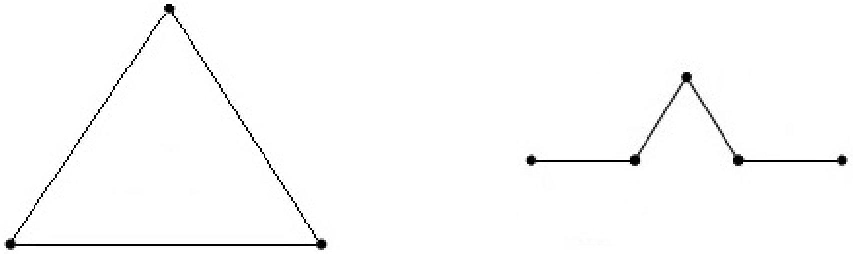
1- Fractal auto similaire:

A partir d’une forme initiale, les sous parties de l’objet sont construites en appliquant un facteur d’échelle s.

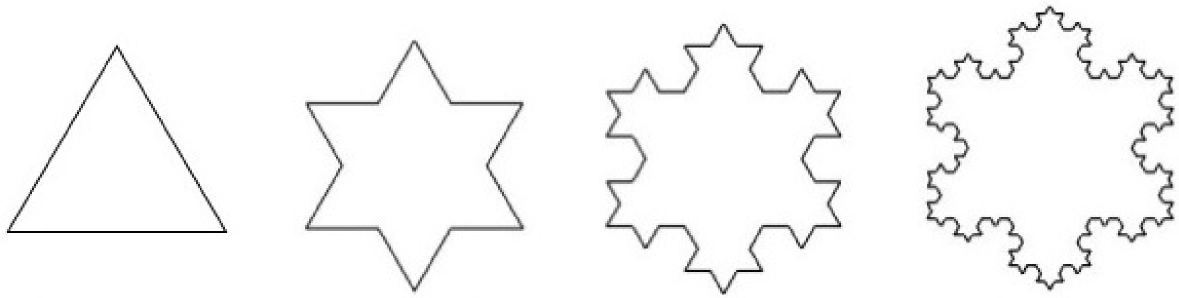
- Même paramètre ou pas.
- Variation aléatoire ou déterministe

# Fractal auto similaire déterministe

Construction:



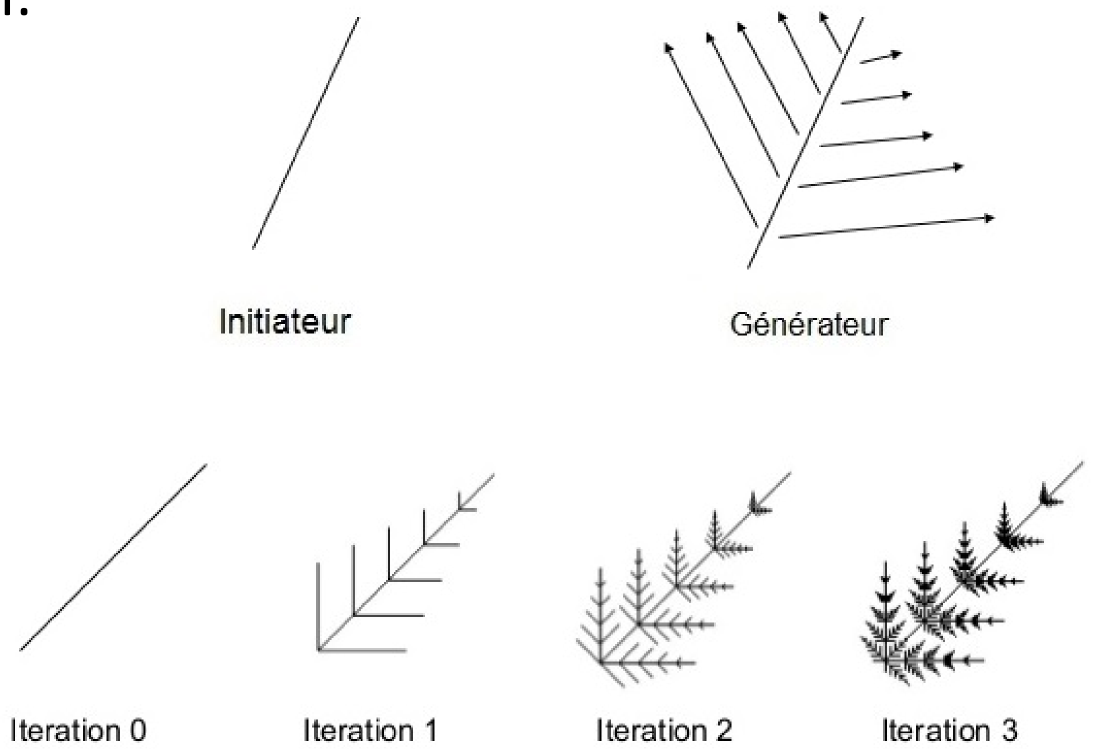
Initiateur Générateur



Iteration 0 Iteration 1 Iteration 2 Iteration 3

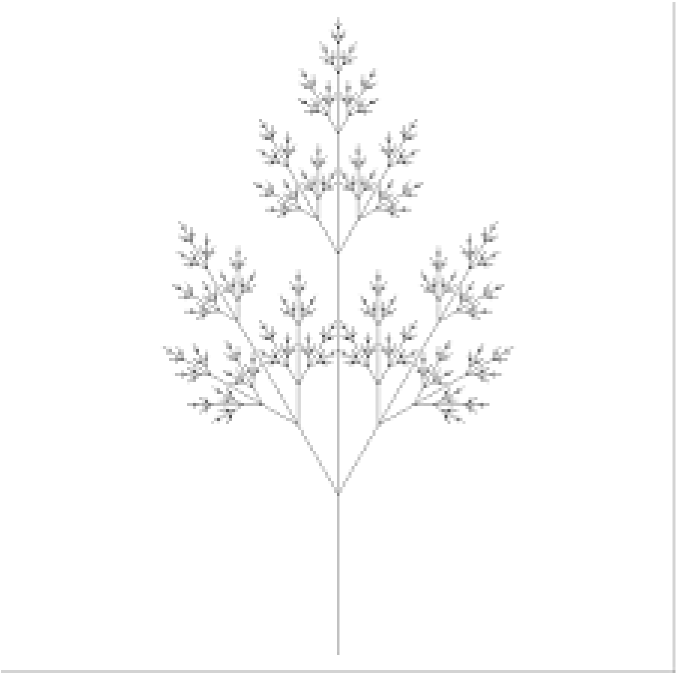
# Fractal auto similaire déterministe

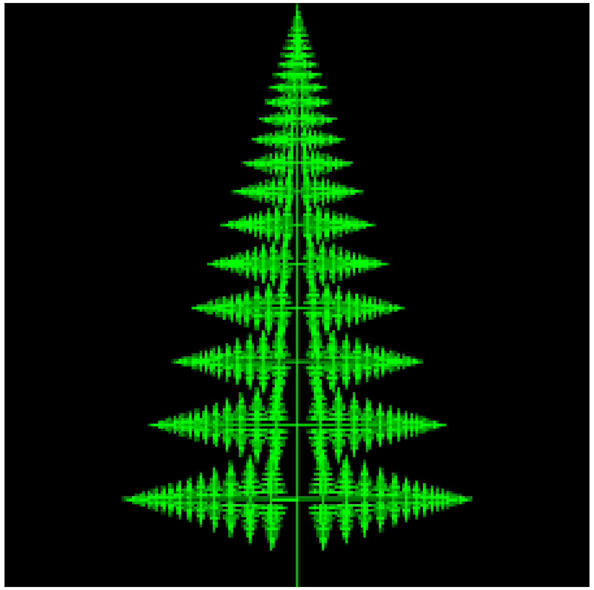
Construction:



# Fractal auto similaire déterministe

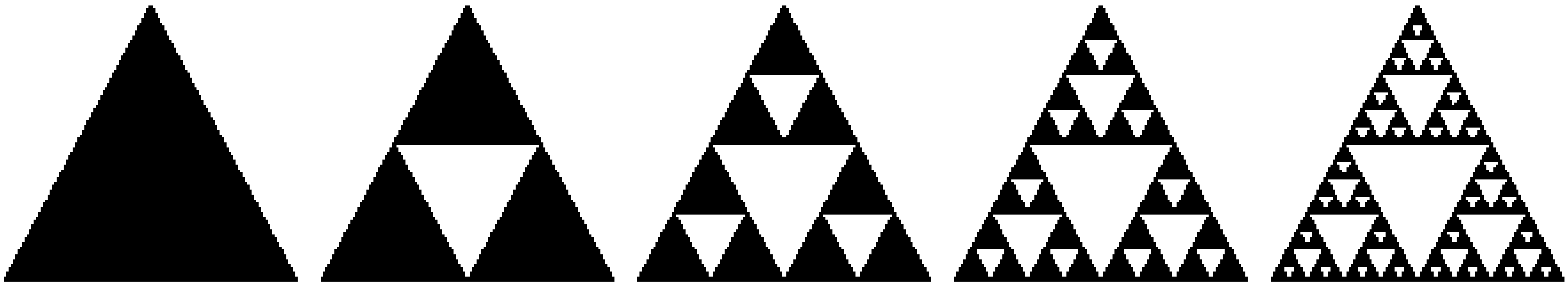
Souvent utilisé pour modéliser les arbres et les plantes.





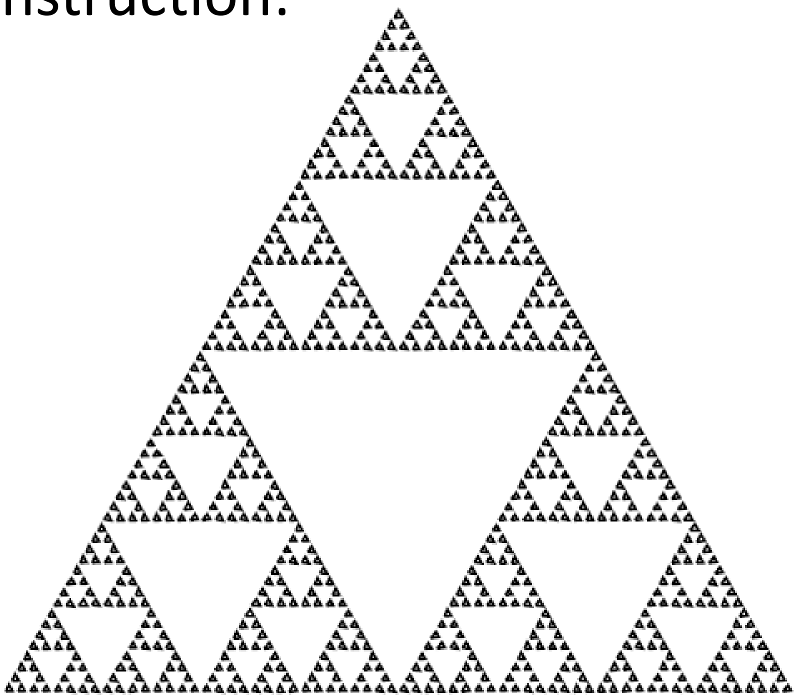
# Fractal auto similaire déterministe

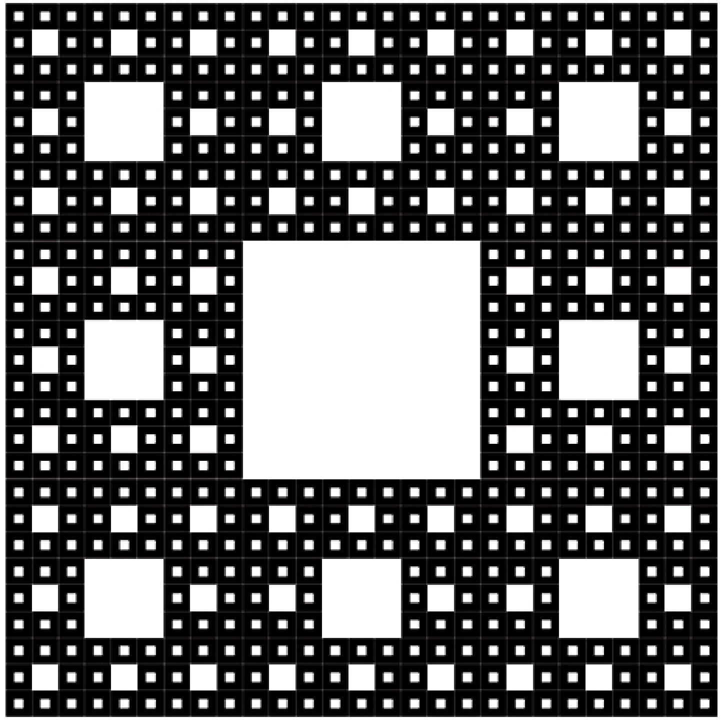
Construction:



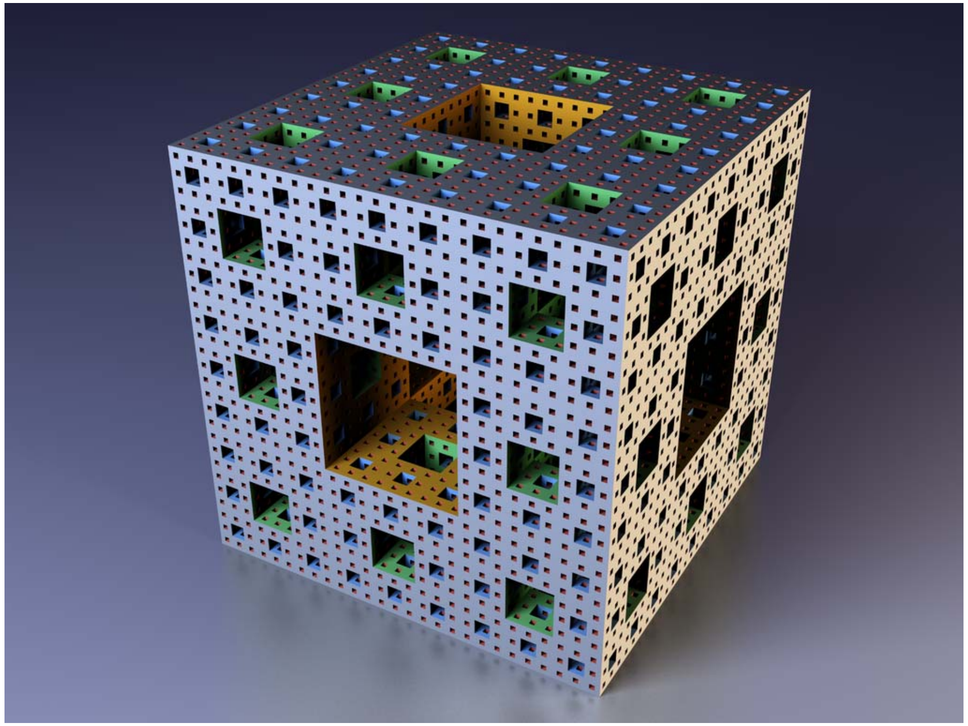
# Fractal auto similaire déterministe

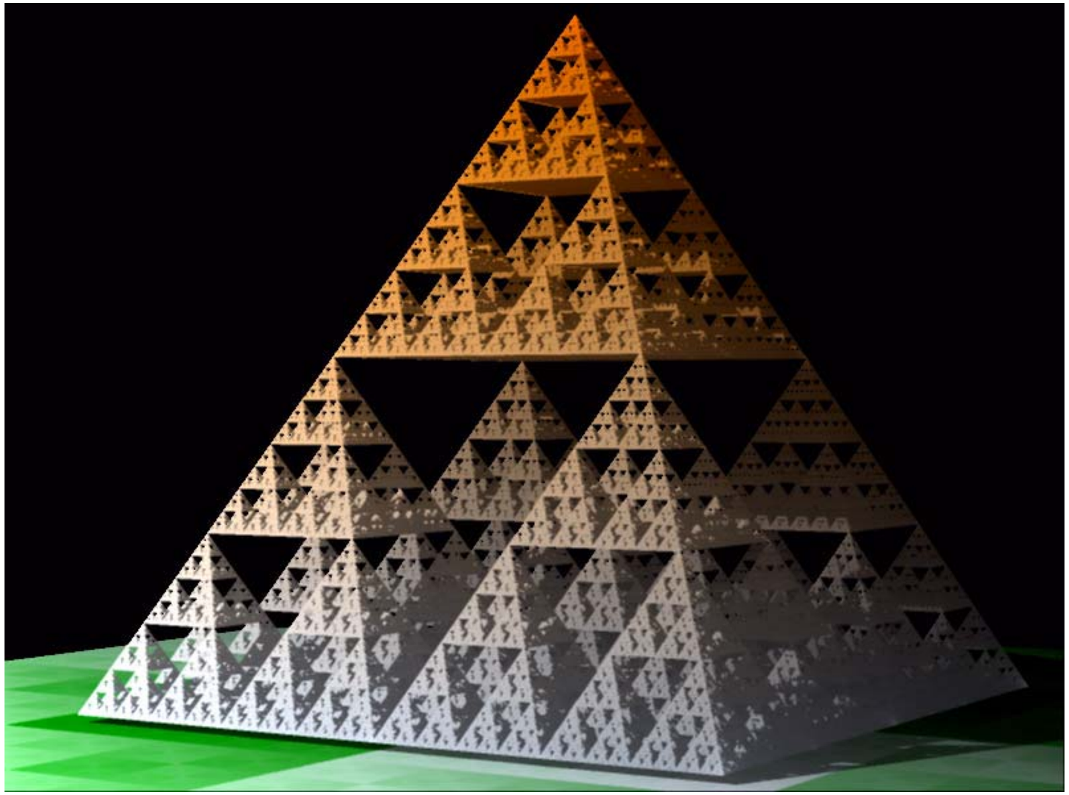
Construction:





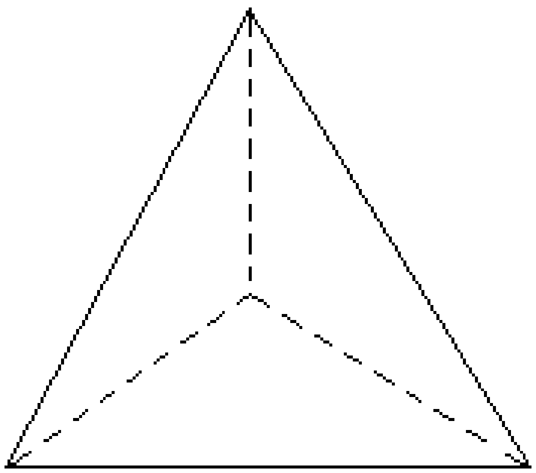
# Fractal auto similaire déterministe

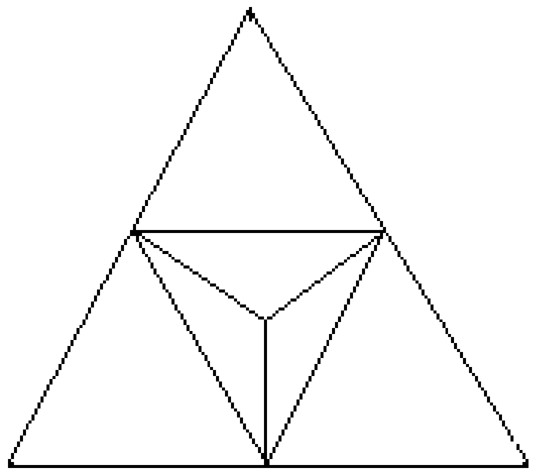




# Fractal auto similaire déterministe

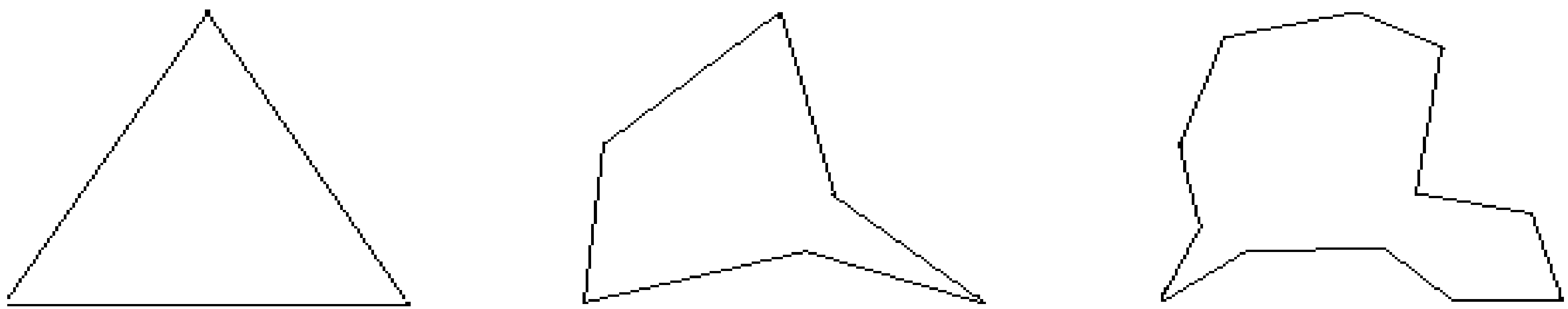
Construction:



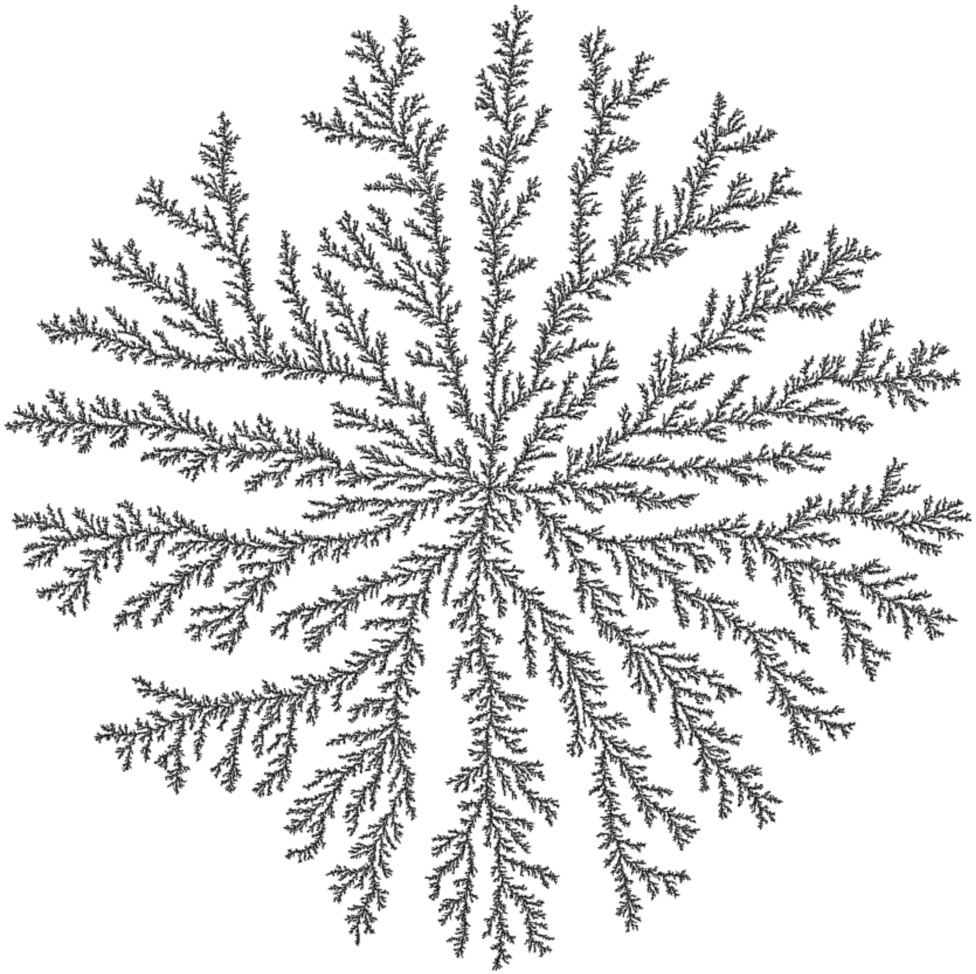


# Fractal auto similaire statistique

L’aspect aléatoire peut être introduit dans plusieurs étapes, par exemple : dans le choix du générateur, le choix des coordonnées de déplacement, le facteur d’échelle, …

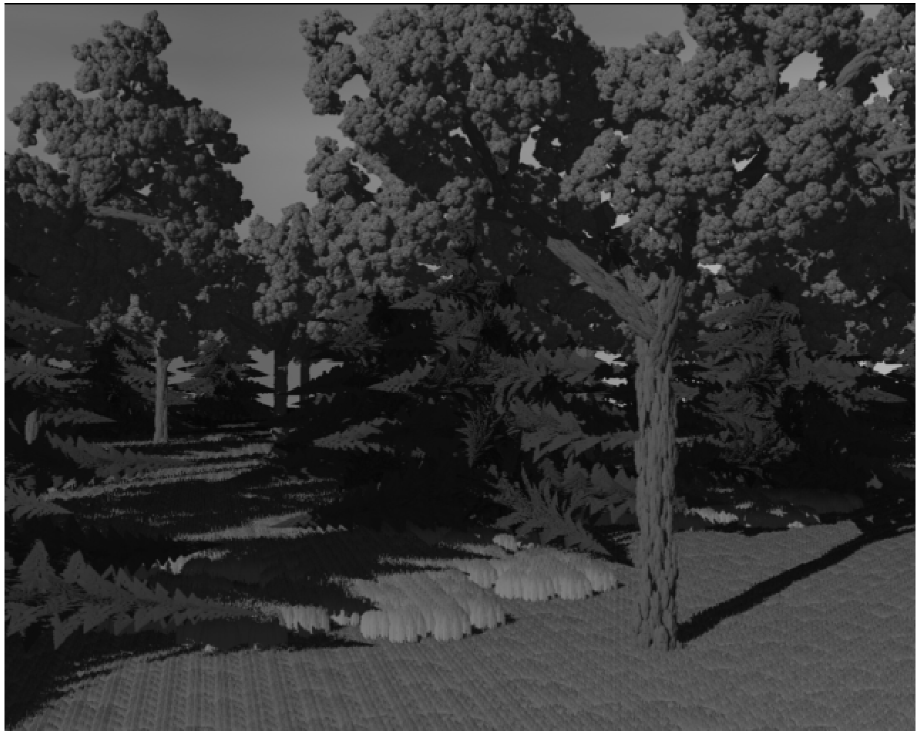


# Fractal auto similaire statistique



# Fractal auto similaire statistique

Forêt de fractales



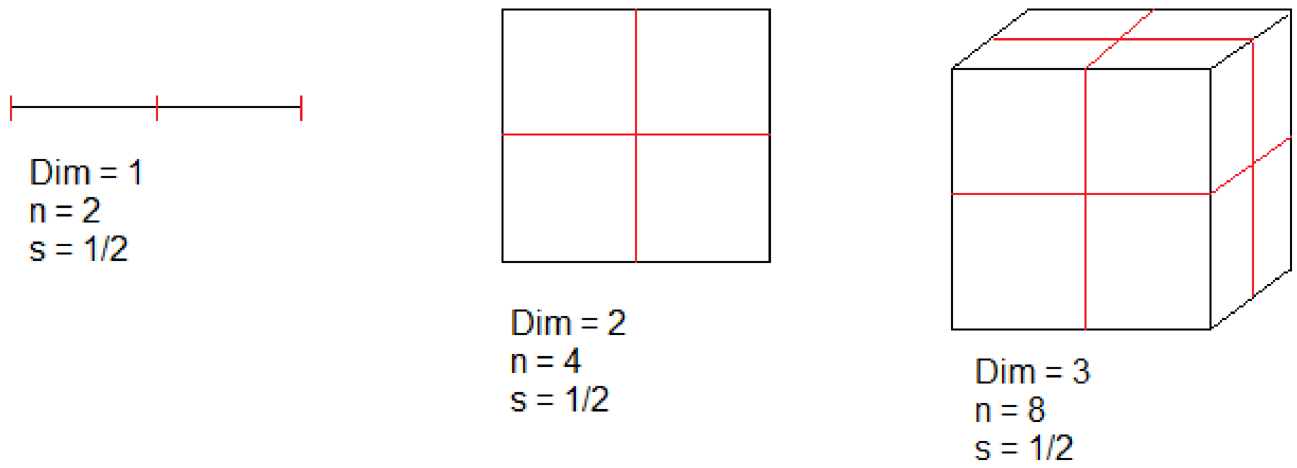
# Dimension fractale

Plus l'objet fractal paraît irrégulier, plus il a une grande dimension fractale, c’est la variation du détail dans un objet.

•quelques procédures génèrent l'objet fractal en utilisant une valeur donnée *D* pour la dimension fractale.
•Avec d'autres procédures, on détermine la dimension fractale en utilisant les propriétés de l'objet construit.
•En général, la dimension fractale est difficile à calculer.

# Dimension fractale

Pour un fractal auto-similaire utilisant le même facteur d'échelle, la dimension est obtenue par analogie à la subdivision d'un objet euclidien.
On utilise la relation entre le facteur d'échelle *s* et le nombre de subdivisions *n*:



# Dimension fractale

Par analogie avec les objets euclidien, la dimension fractale *D* pour les objets fractales auto-similaires est obtenue par : $NS^D = 1$

$$\text{D'où: } \mathrm{D} = \frac{\ln n}{\ln(\frac{1}{S})}$$

Lorsque le facteur d'échelle n'est pas le même:

$$\sum_{k=1}^{n} S_k^D = 1$$

# Dimension fractale

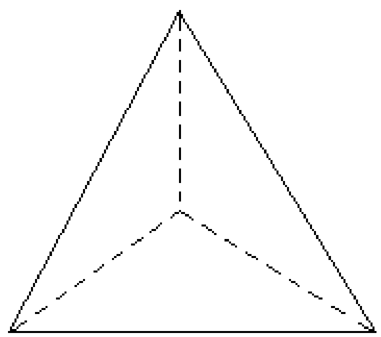
Dans l'exemple précédent, $s = \frac{1}{3}$ et $\mathrm{n} = 4$

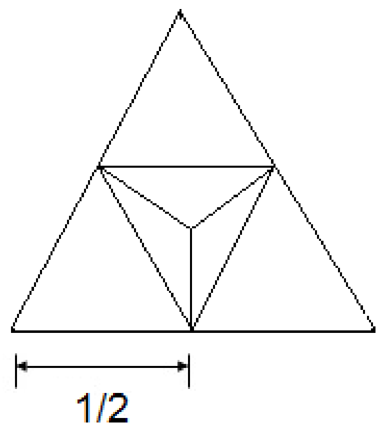
Donc : $\mathrm{D} = \frac{\ln 4}{\ln 3}$

# Dimension fractale

$s = \frac{1}{2}$ et $n = 6$

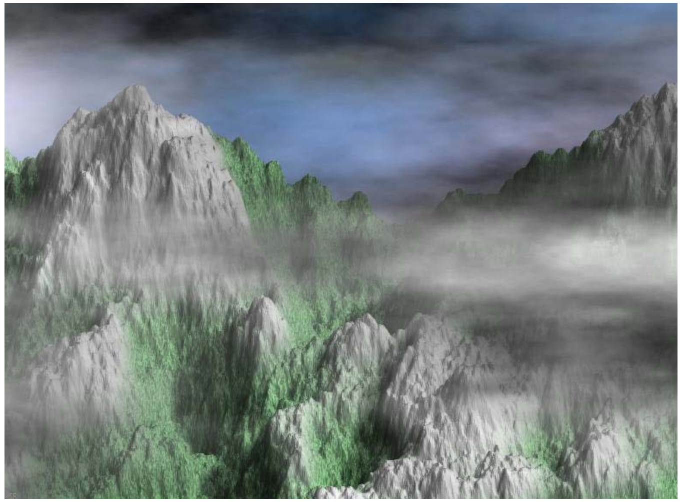
Donc : $D = \frac{\ln 6}{\ln 2}$

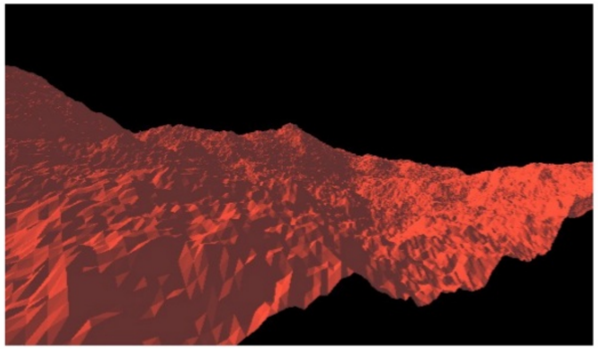




# Types de fractales

2- Les fractales auto-affine
•Différents facteurs d'échelle.
•Les variations peuvent être aléatoires.
•Représentations réalistes des terrains, nuages et étendues d'eau.

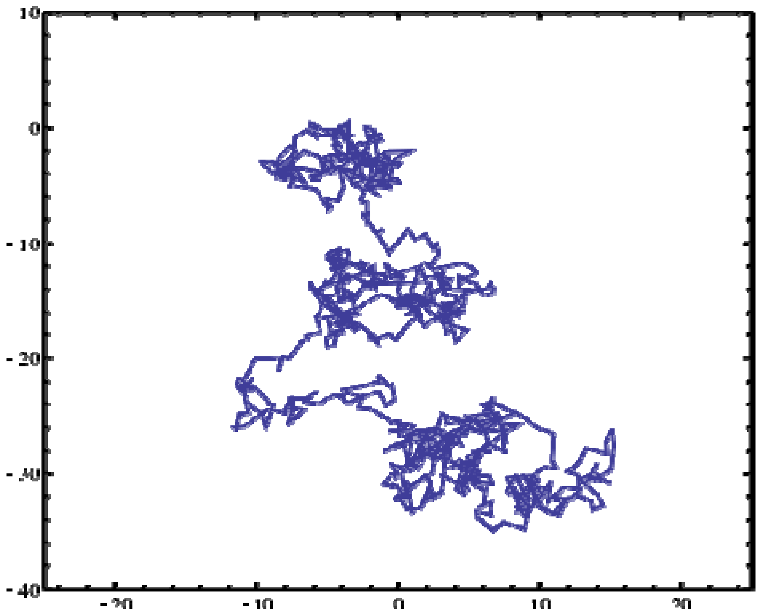


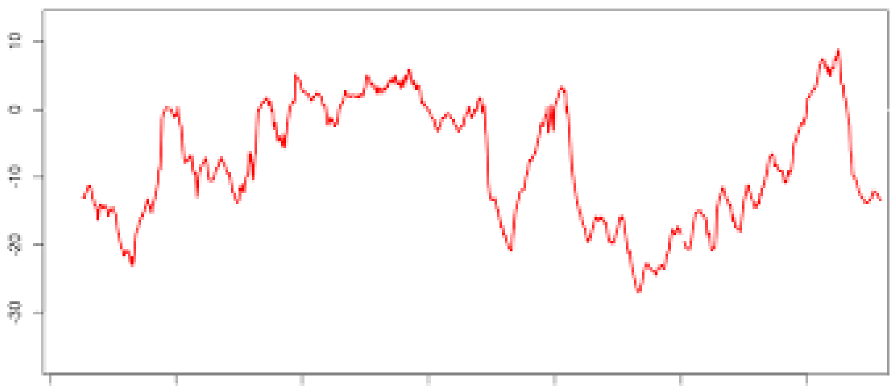


# Les fractales auto-affine

Construction:

Mouvement brownien et marche aléatoire





# Types de fractales

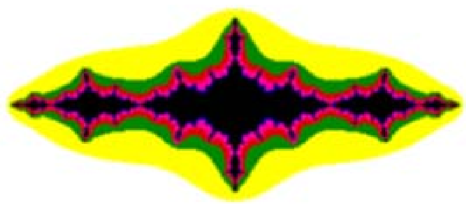
3- Les fractales self-squaring
Les transformations sont appliquées dans l'espace complexe.
Soit $\mathrm{z} = x + iy$
La fonction complexe est appliquée itérativement

$$F(z) = z^2 + c$$

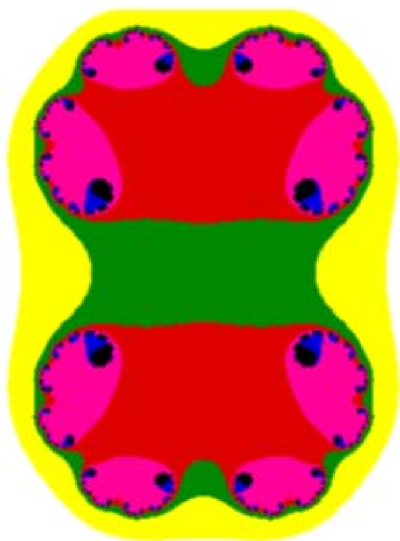
Selon la position initiale de *z*, les positions transformées peuvent:
-Diverger à l'infini
-Converger vers un point appelé l'attracteur
-Rester sur les frontière de l'objet

# Les fractales self-squaring

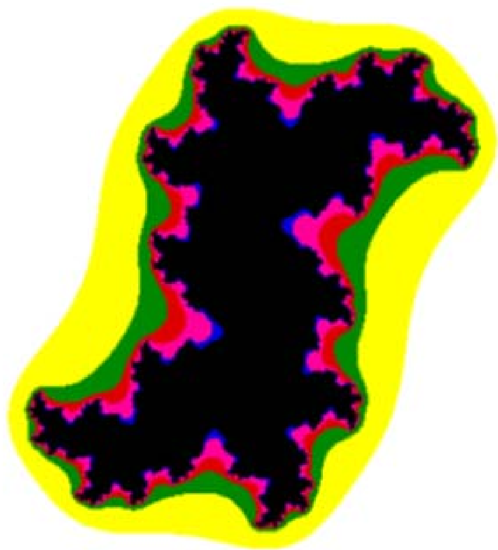
Les points qui ne divergent pas forment un ensemble appelé *ensemble de Julia.*



c = (-1.3 , 0)



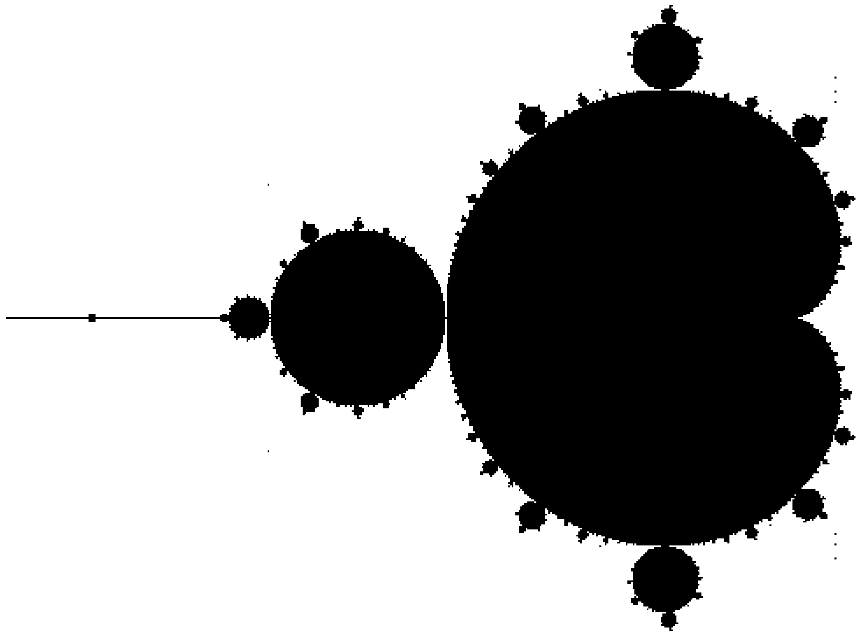
c = (0.4 , 0)



c = (0.3, 0.5)

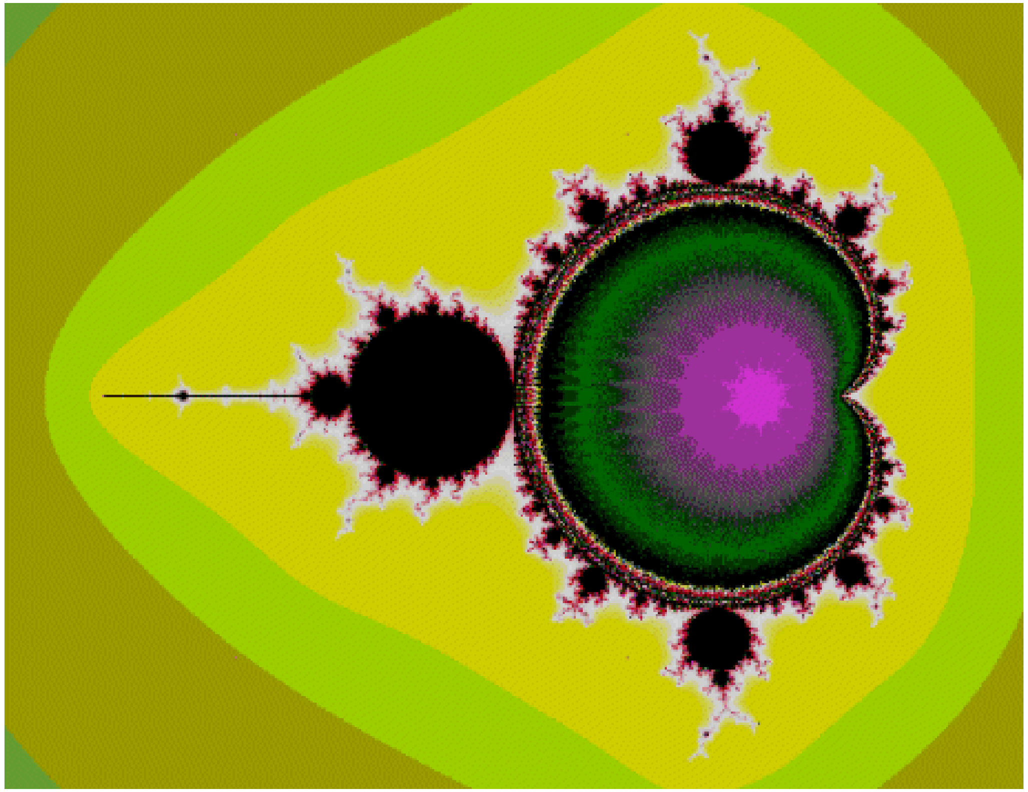
# Les fractales self-squaring

Lorsque *c* n'est plus une constante mais une variable, on obtient l'*ensemble de Mandelbrot*.



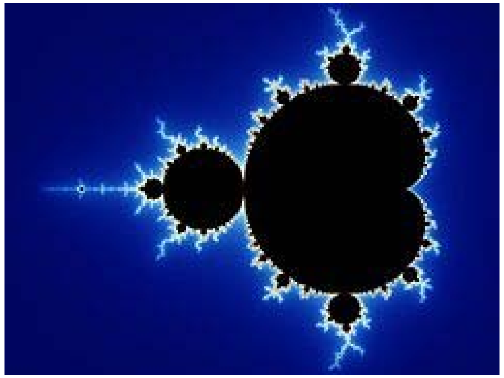
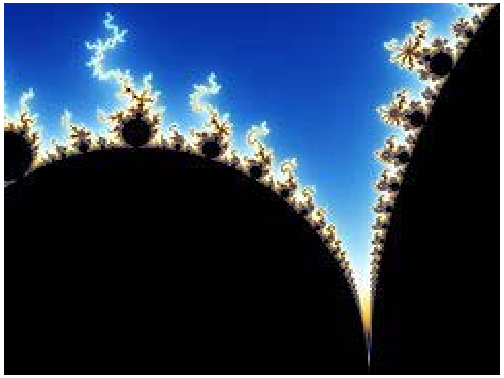
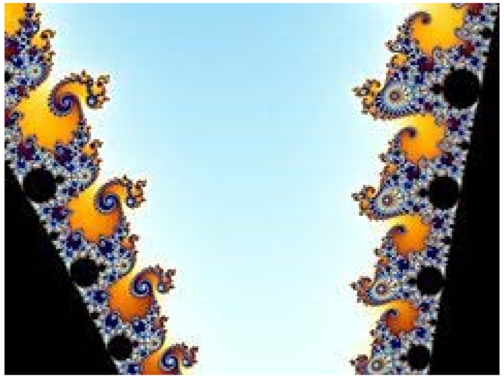
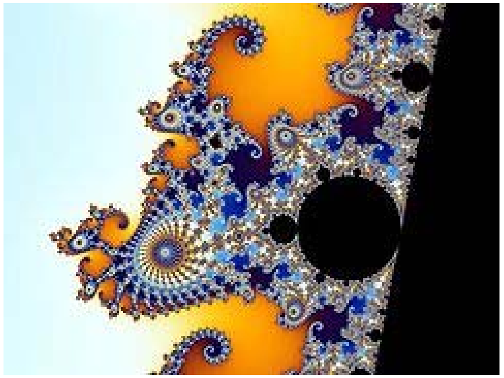
# Les fractales self-squaring

En couleur:



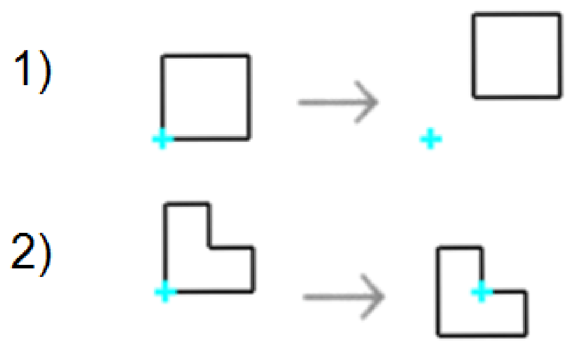
# Les fractales self-squaring

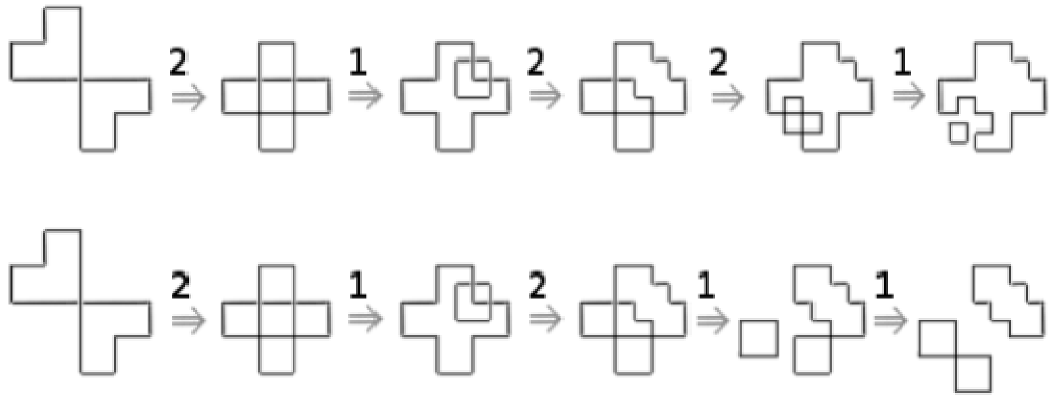
En couleur:

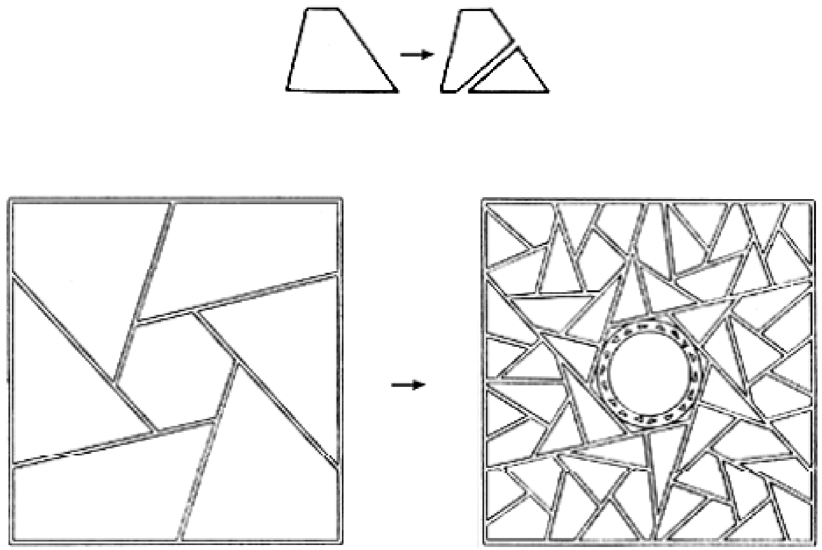
# La grammaire de formes

•Ensemble de règles appliquées à un objet initial afin d’ajouter des niveaux de détail
•Les règles de transformation peuvent être appliquées pour ajouter des surfaces de couleur ou de texture



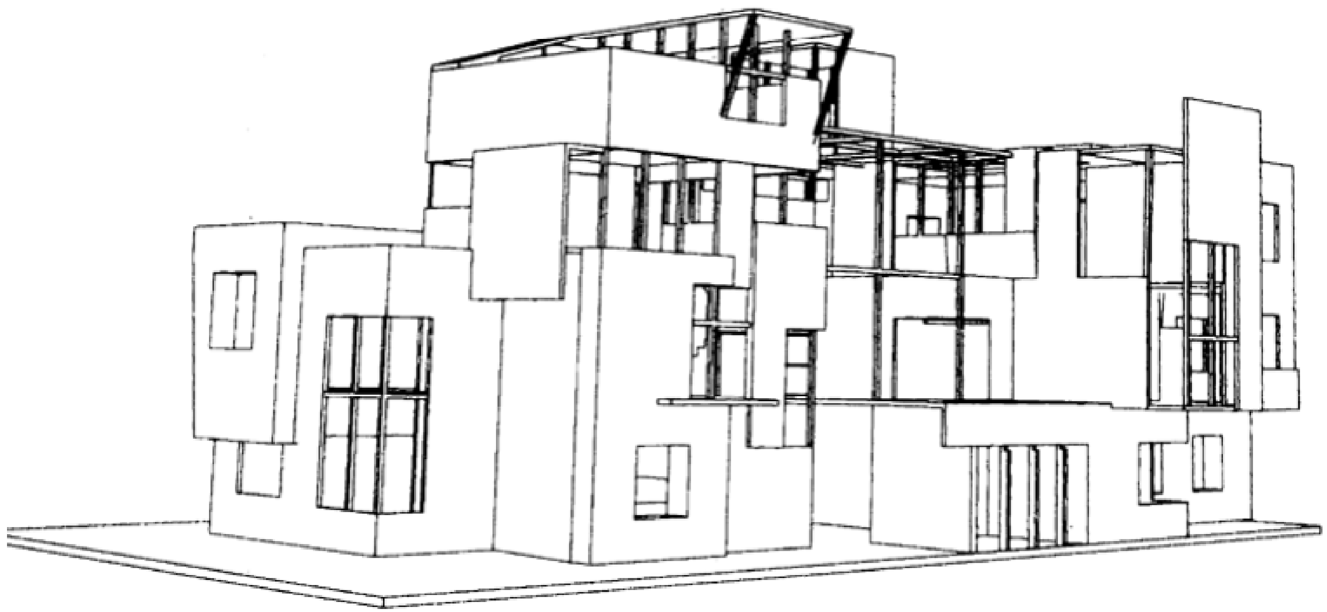



# La grammaire de formes



# La grammaire de formes

## Construction d’édifices



# Système de particules

- Modélisation d'objets naturels à aspect fluide: fumée, feux d'artifices, chutes d'eau, …
- Adéquat pour modéliser des objets qui changent avec le temps: écoulement, gonflement, éclaboussement, …
- Formes des particules: sphère, ellipsoïde, cube, …
- Mouvement aléatoire ou bien contrôlé par une force.
- Le chemin de chaque particule est coloré

# Système de particules