

Algorithmique avancée et Complexité (1h30)

Exercice 1 : (08 pts) (2, 2, 2, 2)

1. Déterminer l'invariant des différentes boucles et en déduire l'ordre de complexité des algorithmes suivants :

Algo_A1()
Début
x=0 ;
i=1 ;
Tant que (i*i < n)
Faire x=x+i ;
i=i*2 ;
fait ;
Fin.

Algo_A2()
Début
x=0 ;
i=1 ;
Tant que (i*i < n)
Faire x=x+i ;
i=i+1 ;
fait ;
Fin.

Algo_A3 (N)
Début
Si N < B alors Retourner (-1) ;
Sinon Si N = B
Alors Retourner (0) ;
Sinon
Retourner (A3 (N - A)) ;
Fsi ;
Fsi ;
Fin.
Avec A, B deux entiers qui peuvent être positifs ou négatifs.

2. Montrer que pour tout entier $k > 0$ on a : $\sum_{i=1}^n i^k = O(n^{k+1})$

Exercice 2 : (12 pts) (2, (4, 2, 1), 3)

Soit en entrée un texte sous forme d'une chaîne de caractères de longueur N (ou un tableau de caractères de dimension N). On cherche à déterminer si un mot donné X de longueur M est caché dans ce texte. Un mot peut être caché dans un texte de manière directe (sous la forme d'une sous-chaîne) ou de manière indirecte, c'est-à-dire, que les caractères qui forment le mot X ne sont pas contigus mais espacés d'une distance fixe k (à déterminer) dans le texte.

Exemple : 1^{er} cas : gsiqidbkusthbjhasdladh 2^{ème} cas : fcsahuhgssjhqjtslshsfdbqjqlu

- 1) Expliquer à l'aide de l'exemple comment déterminer l'existence ou non du mot caché.
- 2) Proposer un algorithme itératif (ou récursif) permettant de répondre au problème posé.
 - a) Calculer la complexité de l'algorithme proposé.
 - b) Est-ce qu'il est nécessaire de spécifier s'il s'agit d'une complexité au pire cas ou au meilleur cas ? Justifier votre réponse.
- 3) Supposons maintenant, que le mot X peut être également caché dans le texte sous son format miroir (si X = « USTHB », miroir(X) = « BHTSU »).
 - a) Modifier l'algorithme précédent pour prendre en compte, **en plus**, cette situation. Quel sera son impact sur la complexité ?

Bon courage !