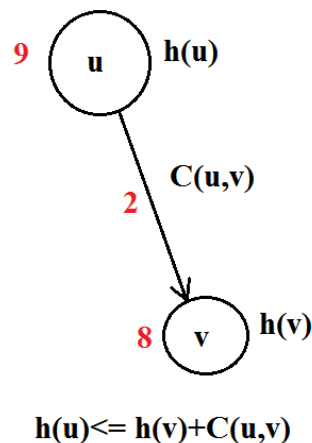




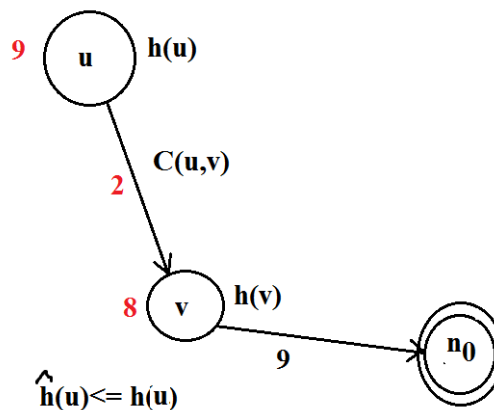
Complément du cours Travaux dirigés 1

Définitions:

Une heuristique est **consistante (monotone)** si pour tout nœuds u, v connectés, si elle satisfait $h(u) \leq C(u, v) + h(v)$ où $C(u, v)$ est le coût de transition de u à v .



Une heuristique est **admissible** si pour tout nœud n , $h(n) < \hat{h}(n)$, où $\hat{h}(n)$ est le coût réel de n au nœud objectif n_0 .



Un algorithme A^* est un algorithme de type A opérant avec une heuristique admissible.

Exercice 1:

Une fonction heuristique h appliquée à un espace d'états E satisfait la restriction de monotonie (consistance) si et seulement si :

Pour tout $(n_i, n_j) \in E$ où n_j est fils de n_i , $h(n_i) - h(n_j) \leq c(n_i, n_j)$ où $c(n_i, n_j)$ est le coût associé à l'arc reliant n_i à n_j .

Montrer qu'un algorithme de type A dont la fonction associée h satisfait la restriction de monotonie est de type A^* (toute heuristique monotone est admissible).

Solution

Quel que soit le nœud n_i ayant comme successeur n_j , comme h est consistante, alors $h(n_i) \leq C(n_i, n_j) + h(n_j)$

On peut remplacer dans cette relation $h(n_j)$ par $h(n_j) \leq C(n_j, n_k) + h(n_k)$ où le nœud n_k est le successeur de n_j ,

Nous obtenons ainsi :

$$h(n_i) \leq C(n_i, n_j) + h(n_j) \leq C(n_i, n_j) + C(n_j, n_k) + h(n_k)$$

En répétant le même processus, en remplaçant $h(n_k)$ puis $h(n_l)$ où n_l est le successeur de n_k jusqu'à ce qu'on arrive au dernier nœud qui mène au but s tel que $h(s) = 0$.

$$h(n_i) \leq C(n_i, n_j) + C(n_j, n_k) \dots + C(n_s, s)$$

Donc $h(n_i) \leq \hat{h}(n_i)$ pour tout nœud n_i .