Solutions des exercices d'application

Solution de l'exercice 3.4.1

1) Ce jeu est à information complète mais pas simultané.
2) On pourra décrire ce jeu sous une forme normale en dépit du fait qu'il est sous forme extensive (définie dans le chapitre1). L'idée principale est d'inclure des stratégies sous forme de plan d'action pour chaque choix dans une situation donnée. Dans ce cas le joueur Dell possède seulement deux stratégies : choisir Windows ou bien Linux cependant Compaq selon le choix de Dell aura un plan d'action complet. C'est-à-dire une stratégie de Compaq sera du type si Dell choisit Linux on choisit Windows sinon on choisit linux par exemple. Donc Dell disposera de quatre stratégies. La matrice de jeu sera donc :

Dell/Compaq	Windows/Windows, Linux/Linux) (A)	Windows/Windows, Windows/Linux (B)	Linux/Windows, Windows/Linux(C)	Linux/Windows, Linux/Linux (D)
Windows(W)	(600,200)	(600,200)	(100,100)	(100,100)
Linux(L)	(200,600)	(100,100)	(100,100)	(200,600)

Pour calculer le gain, nous avons appliqué le principe de l'espérance mathématique :

$u_1(\mathrm{W}, \mathrm{A}) = u_1$(W, (Windows/Windows, Linux/Linux))=600 car dans ce cas Compaq va suivre Dell. Et de même on a u_2(W, A)= 200.

3) Les équilibres de Nash de ce jeu sont déterminés par l'intersection des ensembles de meilleures réponses :
$BR1 = \{(W,A),(W,B),(W,C),(L,C),(L,D)\} \cap BR2 = \{(W,A),(W,B),(L,A),(L,D)\} = \{(W,A),(W,B),(L,D)\}$= ensemble des équilibres de Nash. On en déduit que les seuls équilibres c'est là lorsqu'ils se mettent d'accord sur l'un des deux systèmes d'exploitation.

Solution de l'exercice 3.4.2

De même que l'exercice précédent une représentation particulière des stratégies va ramener le jeu à une forme normale:

Donc le joueur 1 ''André'' dispose de 4 stratégies car le mensonge ou la vérité peuvent être partiels:

A_1:(face/face, pile/pile) il dit la vérité c'est-à-dire sachant face c'est face sachant pile c'est pile.

A_2: (pile/face, pile/pile) il ne ment que sur le cas face.

A_3: (face/face, face/pile) il ne ment que sur pile.

A_4: (pile/face, face/pile) il ment.

De même pour Betsy le croire ne pas le croire, le croire partiellement.

Donc 4 stratégies:

B_1: (face/face, pile/pile) le croire complétement s'il dit pile c'est pile s'il dit face c'est face.

B_2: (pile/face, pile/pile) dire toujours pile.

B_3 :(face/face, face/pile) dire toujours face,

B_4:(pile/face, face/pile) ne pas le croire du-tout le contredire.

On calcule les gains comme suit :

$u_1(A_1, B_1) = \frac{8}{10}(10+20) + \frac{2}{10}(10) = 26$

$u_2\,(A_1, B_1) = \frac{8}{10}(10) + \frac{2}{10}(10) = 10$

D'où le tableau:

1 /2	B1	B2	B3	B4
A1	**(26,10)**	(10,2)	(30,8)	(14,0)
A2	(2,2)	(2,2)	(22,8)	**(22,8)**
A3	(24,8)	(8,0)	(28,8)	(8,2)
A4	(4,0)	(0,10)	(20,8)	(16,10)

Les meilleures réponses sont :

$$\boldsymbol{BR1} = \{(\boldsymbol{A_1}, \boldsymbol{B_1}), (\boldsymbol{A_1}, \boldsymbol{B_2}), (\boldsymbol{A_1}, \boldsymbol{B_3}), (\boldsymbol{A_2}, \boldsymbol{B_4})\}$$

$$\boldsymbol{BR1} = \{(\boldsymbol{A_1}, \boldsymbol{B_1}), (\boldsymbol{A_2}, \boldsymbol{B_3}), (\boldsymbol{A_2}, \boldsymbol{B_4}), (\boldsymbol{A_3}, \boldsymbol{B_1}), (\boldsymbol{A_3}, \boldsymbol{B_3}), (\boldsymbol{A_4}, \boldsymbol{B_2}), (\boldsymbol{A_4}, \boldsymbol{B_4})\}$$

Les équilibres de Nash**:** $(\boldsymbol{A_1}, \boldsymbol{B_1})$, $(\boldsymbol{A_2}, \boldsymbol{B_4})$**.**

Le **Pareto dominant** est : $(\boldsymbol{A_1}, \boldsymbol{B_1})$: « dire la vérité pour l'un et y croire pour l'autre. » L'autre équilibre revient à dire elle croit qu'il ment toujours et lui sait qu'elle ne lui fait pas confiance donc il va toujours dire pile pour maximiser son gain mais équilibre fragile.