Série 1

Exercice 1 :
Supposons qu'un agent ait le choix pour se rendre au travail entre trois alternatives :
La voiture, le bus ou le métro. Si la différence du temps de trajet est inférieure à 5 minutes, l'agent préfère le moyen le plus confortable sinon il préféra le plus rapide. Supposons que la voiture est plus confortable que le bus qui est plus confortable que le métro. Supposons aussi que la durée du trajet en voiture est $t_v = 18\ min$, celui en bus est $t_b = 14\ min$ et pour le métro $t_m = 10\ min$
Est-ce que cette relation peut définir une relation de préférence rationnelle ?

Exercice 2
Soit X un ensemble dénombrable, et soit $\geq$ une relation de préférence faible et rationnelle définie sur X, l'objectif sera de montrer qu'on peut construire une fonction $u: X \rightarrow R$ telle que la relation $\geq_u$ associée à u coïncide avec $\geq$:

1) Si $card(X) = 1$, montrer que si on prend la fonction $u\ (x) = 0$ alors $\geq_u$ coïncide avec la relation de préférence rationnelle $\geq$ définie sur l'ensemble X.
2) Supposons que $card(X) = n + 1$ c'est-à-dire que $X = \{x_1, \dots, x_n, x_{n+1}\}$ avec $n \geq 1$, et que nous ayons pu construire une fonction :
$u: \tilde{X} = \{x_1, \dots, x_n\} \rightarrow R$ et telle que $\geq_u$ coïncide avec la relation de préférence rationnelle $\geq$ définie sur l'ensemble X, dans le sous ensemble $\tilde{X}$ peut-on étendre la définition de la fonction u à X tout entier telle que la condition de coïncidence avec la relation de préférence soir préservée ?

3) En déduire qu'à partir d'une relation de préférence rationnelle$\geq$ définie sur un ensemble dénombrable X on peut toujours construire une fonction d'utilité $u: X \rightarrow R$, telle que $\geq_u$ coïncide avec $\geq$.

Exercice 3 (jeux de la tirelire**)**
Le jeu suivant est proposé à deux étudiants choisis au hasard : chacun à la possibilité de mettre 0 ou 100 dinars dans une tirelire. Après que chaque étudiant ait pris sa décision sans connaitre la décision de l'autre, le contenu de la tirelire sera multipliée par 1.5 et partagé à parts égales entre les deux étudiants.

1) Modéliser ce jeu sous forme normale.
2) Déterminer une stratégie dominante pour les deux joueurs.
3) Vérifier si ce jeu possède un équilibre en stratégie strictement dominantes.

Exercice 4

Soit la matrice suivante illustrant la forme normale d'un jeu à deux joueurs :

1 \ 2	B_1	B_2	B_3
A_1	(10,10)	(4,9)	(4,11)
A_2	(5,6)	(8,3)	(3,4)
A_3	(4,0)	(8,1)	(5,3)

1) Effectuer l'itération des stratégies dominées.
2) Déterminer un équilibre en stratégies strictement dominantes.

Exercice 5

On considère le jeu décrit par la matrice suivante :

1 2 2	G	D
H	(0,0)	(2,2)
B	(10,11)	(-1,0)

1) Ce jeu admet-il une stratégie dominante ?
2) Quel est à votre avis le meilleur choix pour les deux joueurs ?

Exercice6

Deux joueurs décident de se partager un dinar. Le processus de marchandage se déroule de la manière suivante : les joueurs annoncent simultanément la part qu'ils veulent recevoir s_1 et s_2, $0 \leq s_1, s_2 \leq 1$. Alors les joueurs recevraient les parts qu'ils ont demandées si $s_1 + s_2 \leq 1$, 0 sinon.

1) Peut-on représenter ce jeu par une matrice de dimension fini ?
2) Laquelle de ces stratégie est une stratégie strictement dominante
   a) 1
   b) 0.5
   c) 0
   d) Aucune des 3 premières.

Exercice 7

1) Montrer que si dans un jeu, un joueur i possède une stratégie strictement dominante alors elle est unique.
2) **Jeu : le renvoi de l'ascenseur :** Deux inconnus se retrouvent au rez-de-chaussée d'une grande tour devant un petit ascenseur à une seule place dont la porte est ouverte. Il n'y'a pas de bouton pour le rappeler quand il sera monté. Les deux joueurs ont deux solutions : trahir ou coopérerez. S'ils coopèrent tous les deux un joueur monte puis renvoie l'ascenseur, les deux joueurs gagnent. Si un joueur coopère et l'autre trahit, prend l'ascenseur gagne et ne le renvoie pas. Si les deux joueurs trahissent aucun ne cède et ils seront obligés de monter à pieds et ils perdent tous les deux.

a) Ecrire la matrice du jeu ? ce jeu possède-t-il des stratégies strictement dominantes ? faiblement dominantes ? sont-elles uniques pour chaque joueur ? sont-elles équivalentes ? Que peut en en déduire ?

Exercice 8 Enchères au second prix (Enchères de Vickrey) :

Un objet invisible par exemple un tableau est vendu suivant la procédure suivante :

- Chaque acheteur potentiel (joueur) i soumet sous enveloppe une propositionb_i.
- L'acheteur qui soumet la plus grande offre gagne l'objet et paye pour l'acquérir le second meilleur prix offert $y = \max_{j \neq i} b_j$.
- On suppose que chaque acheteur potentiel à une évaluation v_i pour l'objet qui reflète toute valeur subjective et objective pour lui.
  1) L'ensemble des stratégies est-il-fini ?
  2) Quelle sera l'issue du jeu en utilisant la notion de dominance ?