Chapitre 1 : Notion de parallélisme

1. Introduction

2. Processus séquentiel

3. Programme concurrent

4. Systèmes de taches

   4.1. Définitions
   4.2. Graphe de précédences
   4.3. Comportements d'un système de tâches
   4.4. Opérations sur les graphes de précédences

5. Parallélisme
   5.1. Structure Parbegin/Parend
   5.2. Structure Fork/join

6. Déterminisme d'un système de taches [2]
   6.1. Dépendances entre tâches
   6.2 Etats d'un système de tâches
   6.3. Déterminisme d'un système de tâches
   6.4 Conditions de Bernstein

7. Parallélisme maximal [2]
   7.1. Définitions
   7.2. Construction d'un système de taches de parallélisme maximal

1. Introduction

Avec l'introduction des machines disposants de plusieurs processeurs, l'exécution parallèle entre plusieurs séquences d'instructions est donc permise. Le besoin d'introduire des langages évolués permettant d'exprimer cette nouvelle possibilité et des mécanismes permettant de contrôler l'exécution se sont vite sentis. Il s'agit donc de permettre l'exécution en parallèle de plusieurs instructions.

2. Processus séquentiel

Un processus séquentiel (ou simplement processus) est une suite d'instructions qui s'exécutent les unes après les autres. L'exécution d'une instruction fait changer le processus d'un état à un autre. L'état est définit par l'état de l'ensemble des variables accessibles et par l'état des ressources éventuelles utilisées (par exemple l'état d'un périphérique). Les instructions considérées sont celles du langage machine. On peut aussi s'intéresser à celle d'un langage évolué ou celle d'un langage intermédiaire.

Dans un but de généralité, on introduit la notion de tâche. C'est une unité élémentaire de traitement, ayant une *cohérence logique*. Sa taille peut être variable.
Un processus P peut être décrit par une suite de tâches T_1, T_2, ……T_n.

Exemple 1.1: P1
Lire (X) ; T_1
X←X+1 ; T_2
Ecrire (X) ; T_3

3. Programme concurrent

Un programme concurrent est un programme dont certaines instructions ne s'exécutent pas de manière séquentielle mais partagent les mêmes variables.

Considérons l'évaluation de l'expression
E=(X-Y)/(Z+T)

L'évaluation séquentielle consiste à calculer dans l'ordre :
X-Y ; Z+T puis (X-Y)/(Z+T)

L'évaluation concurrente consiste à calculer :
simultanément X-Y et Z+T, puis (X-Y)/(Z+T)

Si on considère par exemple que l'évaluation de chaque opération coute une unité de temps, le temps total de l'évaluation parallèle est alors réduit d'une unité relativement à l'évaluation séquentielle.

4. Systèmes de taches [2]

4.1. Définitions

La concurrence implique deux modes d'exécution, le parallélisme et la séquentialité entre les tâches. Ce qui définit la relation de précédence comme suit :

- Soit un ensemble E de tâches, la relation de précédence, notée <, entre tâches doit vérifier :
- $\forall$ T $\in$ E on n'a pas T<T ;

- $\forall$ T, T' $\in$ E si T<T', on n'a pas T'<T ;
- $\forall$ T, T', T'' $\in$ E si T<T' et T' <T'' => T<T''.

- Un système de tâches est définit donc par S=(E, <).

Exemple 1.2 : Soit E ={T_1, T_2, T_3, T_4}, un ensemble de tâches avec les relations de précédences suivantes : $T_1<T_3$ $T_2<T_4$ $T_1<T_2$

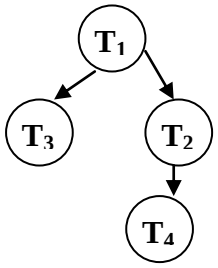
Pratiquement :

- Si Ti<Tj alors la terminaison de Ti doit avoir lieu avant l'initialisation de Tj.
- Si Ti $\not<$Tj et Tj $\not<$Ti , alors l'ordre d'exécution de Ti et Tj est sans importance, on dit que Ti et Tj sont *parallèles* ou i*ndépendantes*.

4.2. Graphe de précédences

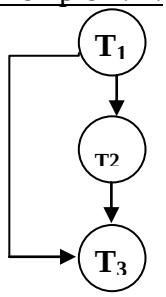
Un système de tâches décrit l'ordre dans lequel les différentes tâches du système doivent être exécutées. Cet ordre peut être décrit schématiquement par un graphe orienté dont les nœuds représentent les tâches et les arcs, les relations de précédences entre tâches.

Exemple 1.3 :



- Ce graphe représente le système de tâches de l'exemple 1.2.
- $T_3 \not< T_2$ et $T_2 \not< T_3$ => T_2 et T_3 s'exécutent en parallèle

Exemple 1.4 :



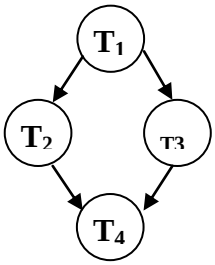
- Ce graphe est redondant à cause de l'arc (T_1, T_3).
- La redondance peut être éliminée en gardant uniquement les arcs (T_i, T_j) vérifiant $\forall$ T_k on n'a pas $T_i<T_k<T_j$
- Le graphe obtenu est appelé graphe de précédence.

Le graphe de l'exemple 1.3 est un graphe de précédences, dans ce graphe :
- T_1 est une tâche initiale.
- T_3, T_4 tâches finales.
- T_2 est un successeur immédiat de T_1.
- T_4 est un successeur de T_1.
- T_3 et T_2 sont indépendantes.

4.3. Comportements d'un système de tâches

Un comportement d'un système de taches est le résultat de l'entrelacement (ou de la linéarisation) permis(e) de l'exécution des tâches du système. L'exécution d'un système de tâches peut définir plusieurs comportements différents. L'ensemble de ces comportements, représente le langage du système de tâches.

Exemple 1.5:



T_1 : Lire (n) ;
T_2: n := n+2 ;
T_3 : n := n/3 ;
T_4 : Ecrire (n);

Décomposons les tâches T_2 et T_3: Supposons n=10

T_2 : Load R_1, n	(a)	T_3 : Load R_2, n	(a')
ADD R_1, 2	(b)	Div R_2,3	(b')
Store R_1,n	(c)	Store R_2,n	(c')

Certains comportements possibles sont :

T_1 ; (a)(b)(c)(a')(b')(c') ; T_4	R_1= 10	R_1= 12	n= 12
	R_2= 12	R_2= 4	n= 4
T_1 ; (a')(b')(c')(a)(b)(c) ; T4	R_2= 10	R_2= 3.33	n= 3.33
	R_1= 3.33	R_1= 5.33	n= 5.33
T_1 ; (a)(a')(b)(c)(b')(c') ; T_4	R_1= 10	R_2= 10	
	R_1= 12		n= 12
	R_2= 3.33		n= 3.33
T_1 ; (a')(a)(b')(c')(b)(c) ; T_4	R_2= 10	R1= 10	
	R_2= 3.33		n= 3.33
	R_1= 12		n= 12

Remarquons qu'une tâche est composée de trois étapes :
- Lecture de données désignée par (d)
- Traitement local désignée par (t)
- Ecriture des résultats désignée par (f)

et seuls les lectures et écritures influent sur le comportement. Les comportements possibles du système de taches ci-dessus se résument en :

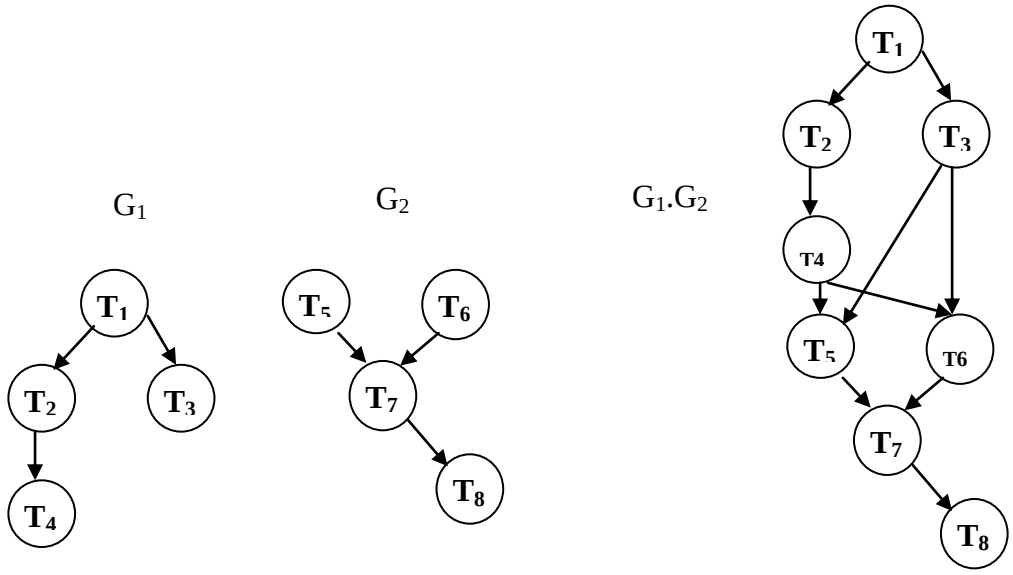
T_1 df d'f' T_4
T_1 d'f' df T_4
T_1 dd' ff' T_4
T_1 dd' f'f T_4

4.4. Opérations sur les graphes de précédences

On distingue deux opérations sur les graphes de précédences : le produit et la composition parallèle et sont relatives respectivement à leurs exécutions séquentielle et parallèle.

- Le produit de G_1 et G_2 : noté $G_1.G_2$, est le graphe obtenu en reliant chaque nœud terminal de G_1 à chaque nœud initial de G_2.

Exemple 1.6:



Dans $G_1.G_2$, les tâches de G_2 ne peuvent s'exécuter que si toutes les tâches de G_1 se terminent.

- La composition parallèle : Le graphe parallèle $G_1//G_2$ de G_1 et G_2 est l'union des deux graphes G_1et G_2. Graphiquement, il suffit de juxtaposer les deux graphes G_1 et G_2.

5. Parallélisme

Les langages parallèles sont dotés de mécanismes permettant l'exécution des tâches en séquences ou en parallèles. Nous allons décrire deux mécanismes différents indépendamment de toute intégration dans un langage évolué.

5.1. Structure Parbegin/Parend

L'instruction *Parbegin T_1 ; T_2 ; … ;T_n Parend ;* permet de mettre n tâches T_i, *i=1..n* en parallèles, cette instruction termine quand toutes ces tâches se terminent (voir Figure A).

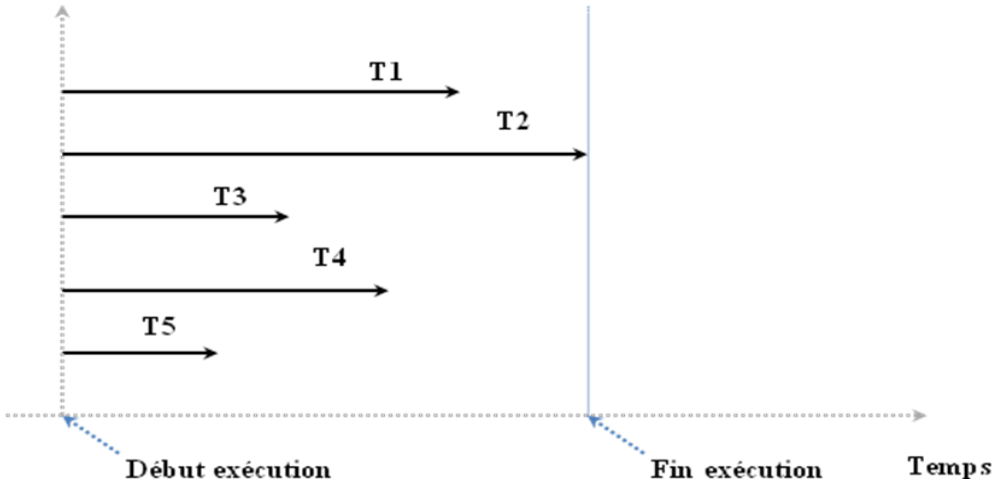
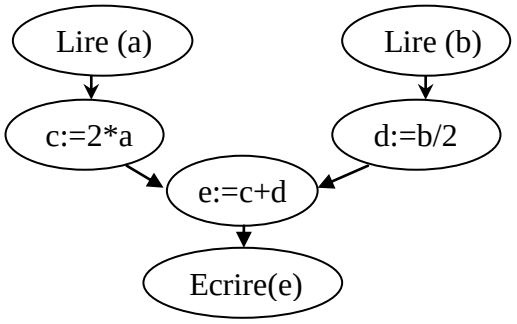


Figure A : exemple d'exécution de parbegin parend.

Exemple 1.7:




```
Debut
Parbegin
   Debut
      Lire (a) ; c := 2*a
    Fin ;
    Debut
      Lire (b) ; d := b/2
     Fin ;
Parend ;
e :=c+d ;
Ecrire (e) ;
Fin.
```

Une autre solution est donnée par :

```
Debut
        Parbegin  Lire (a) ;Lire (b)    Parend ;
        Parbegin  c :=2*a ; d :=b/2  Parend ;
        e:=  c+d ; Ecrire (e)
Fin.
```

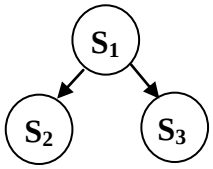
Dans ce cas, le temps de calcul de Lire (a) et Lire (b) est supposé être le même.

5.2. Structure Fork/join

La structure *Fork /join* est introduite par Conway (1963) et Dennis et Van Horn(1966).

a- Fork et : Cette instruction produit une nouvelle activité commençant à l'étiquette *et* parallèle à celle qui est en cours et qui continue après l'instruction Fork et :

Exemple 1.8: Exprimons le graphe de précédences suivant à l'aide de fork et join.




```
Debut
        S1 ; Fork et3 ; S2 ; Aller à suite :
et3     :  S3 ;
suite :
Fin.
```

Quand l'instruction *Fork et* est exécutée, la tâche S_3 est lancée et s'exécute parallèlement à S_2.

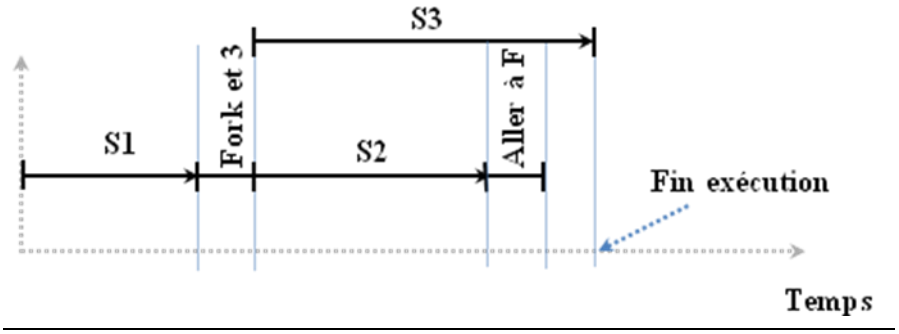
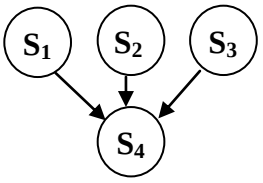


Figure B : Exemple de diagramme d'exécution de l'exemple 1.8.

b- Join n : Cette structure est définie comme suit :
n := n-1; Si (n # 0) Alors quit Fsi;
// L'instruction *quit* signifie arrêter l'exécution de cette séquence à ce point.

Elle permet de réduire deux ou plus d'activités en cours d'exécution à une seule. Si *n* est initialisée à une valeur *k* qui représente le nombre d'activités à réduire, les *(k-1)* premières activités qui exécutent *Join n* s'arrêtent (car *n > 0*), seule la dernière dans le temps va poursuivre son exécution après cette instruction.

Exemple 1.9:



Debut
n:= 3 ;
Fork et_1 *;*
Fork et_2 *;*
S_3 *; Join n ; aller à* et_4 *;*
et_1 *:* S_1 *; Join n ;*
aller à et_4 *;*
et_2 *:* S_2 *; join n ;*
et_4 *:* S_4 *;*
Fin.

Ou mieux

Debut
n:=3;
Fork et_1 *; Fork* et_2 *;*
S_3 *; Aller à* et_4 *;*
et_1 *:* S_1 *; Aller à* et_4 *;*
et_2 *:* S_2 *;*
et_4 *: Join n ;* S_4 *;*
Fin.

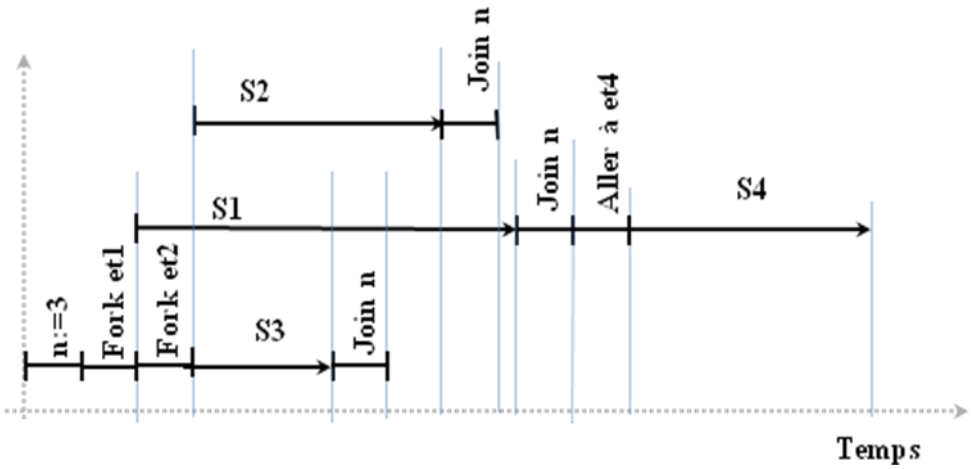


Figure C : Diagramme d'exécution de l'exemple 1.9

- Cette instruction est exécutée de manière indivisible (si plusieurs activités tentent de l'exécuter en parallèle, une seule est admise à la fois).
- Elle est utilisée pour exprimer un rendez-vous entre plusieurs tâches. Une autre formulation de cette instruction existe :

Join n, etiq :

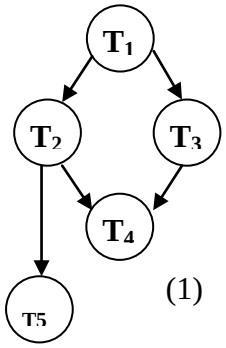
n := n-1 ;
Si (n =0) Alors Aller à etiq
[Sinon quit;]
Fsi ;

Les instructions de branchement du programme ci-dessus sont écrites comme suit (sans considérer l'option [sinon quit]) :

Debut
n:= 3 ; Fork et_1 *;Fork* et_2 *;*
S_1 *; Join n, etiq ; quit ;*
et_1 *:* S_2 *; Join n, etiq ; quit ;*
et_2 *:* S_3 *; Join n, etiq ; quit ;*
etiq : S_4 *;*
Fin.

c- Relation entre Parbegin/Parend et Fork/Join : La structure *Fork/Join* est plus expressive que *Parbegin/Parend*. En effet, cette dernière ne peut exprimer que les graphes dits *proprement liés*, c.à.d dont les tâches peuvent être distinguées proprement comme parallèles ou séquentielles. Autrement dit, si on arrive à décomposer le graphe hiérarchiquement en sous graphes parfaitement parallèles ou séquentielles jusqu'aux taches élémentaires, on déduit que ce graphe est proprement lié.

Exemple 1.10 :

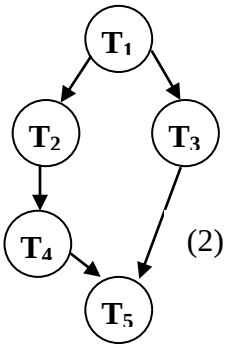


(1)

Essayons de décomposer G1:
- G1 est vu comme T1 séquentiel au bloc qui est le reste de G1.
- Ce bloc n'est pas décomposable.

Donc, G1 n'est pas proprement lié.

La suppression de l'arc (T_3, T_4) ou (T_2, T_5) ou (T_2, T_4) rend le graphe proprement lié.



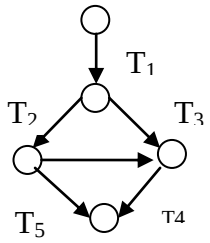
(2)

Dans le graphe (2), on distingue que :
- T_1 est séquentielle au système [T_2, T_3, T_4, T_5],
- Le système [T_2, T_3, T_4] séquentiel à T_5,
- Le système [T_2, T_4], est parallèle à T_3,
- T_2 est séquentielle à T_4.

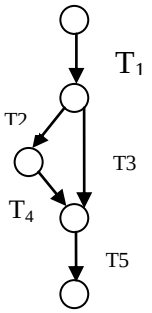
C'est alors une structure proprement liée (ou *blocale).*

Remarque : La structure blocale du système de tâches est directement visible si on redéfinie le graphe comme suit :
- Les nœuds définissent les rendez-vous, et
- Les arcs les tâches.

Avec cette redéfinition, les deux graphes ci-dessus deviennent respectivement comme les graphes (1)' et (2)' ci-dessous :



(1)'



(2)'

Le graphe (1) ne peut pas alors être décrit par l'instruction *Parbegin/Parend* seule. Il est nécessaire de lui adjoindre des outils de synchronisation (voir Chapitre 2).

6. Déterminisme d'un système de taches [2]

6.1. Dépendances entre tâches

Soit l'exemple suivant :

Exemple 1.11 :

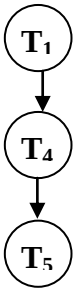
P : Si les valeurs de A et B sont resp. 10 et 15,

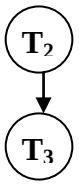
Lire (A) ;	T_1	le résultat C=40
Lire(B) ;	T_2	
B := 2*B ;	T_3	
C := A+B ;	T_4	
Ecrire (C)	T_5	

Pour augmenter le degré de parallélisme, il est nécessaire de tenter de supprimer certaines contraintes de précédences *inutiles* entre taches. Divisons le processus P en deux processus parallèles P_1 et P_2.

P_1

Lire (A) ; T_1
C := A+B ; T_4
Ecrire (C) ; T_5





P_2

Lire (B) ; T_2
B :=2*B ; T_3

Une exécution possible du système de taches $P_1//P_2$ est :

Lire (A)	T_1	- Avec les mêmes valeurs de A et B que
Lire (B)	T_2	ci-dessus, le résultat est C=25
C := A+B	T_4	
B := 2*B	T_3	- Ce nouveau système ($P_1//P_2$) n'est pas
Ecrire (C)	T_5	‘’équivalent’’ à P.

Une autre exécution de ce système est : T_1 ; T_2 ; T_3 ; T_4 ; T_5. Elle donne le même résultat que celui de P.

En observant de prêt ces deux comportements, on déduit que la différence des résultats est due à l'ordre d'exécution des tâches T_3 et T_4. Plus précisément, la variable B est modifiée par T_3 et utilisée en lecture par T_4. Selon l'ordre d'exécution, la variable C prend une valeur ou une autre.
Procédons par intuition à la recherche d'un graphe qui donne le même résultat que celui de P mais avec un minimum de contraintes de précédence entre taches.

- Les instructions Lire(A) et Lire(B) peuvent s'exécuter dans un ordre quelconque, on dit qu'elles sont *indépendantes* ou *n'interfèrent pas.*
  - De même que Lire(A) et B :=2*B.
  - Par contre, Lire(B) et B:=2*B sont séquentielles.
  - De même que B := 2*B et C:=A+B.
  - De même que Lire(A) et C:=A+B.
  - De même que C :=A+B et Ecrire(C).

On obtient alors le graphe de la Figure D

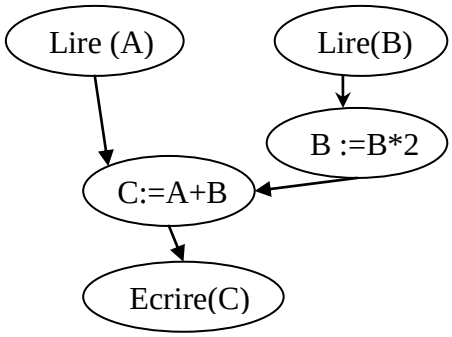


Figure D : Graphe de précédences de parallélisme maximal de l'exemple 1.11

6.2 Etats d'un système de tâches

Rappelons qu'un comportement d'un système de taches est l'entrelacement de l'exécution des actions des différentes tâches en respectant les contraintes de précédences. Le système évolue donc de manière discrète. Il est observable après l'exécution de chaque action. Les actions significatives retenues sont soit d (initialisation), soit f (terminaison) d'une tâche.

L'état d'un système de taches est défini par l'état des variables et/ou des périphériques après l'exécution d'une action dans un comportement donné.

Soit S, un système de tâches. Supposons que la suite des exécutions est : $a_1\ a_2\ \ldots\ldots a_i \ldots\ldots a_n$, la suite des états obtenus après exécution de cette séquence d'actions est donnée par : $S_0\ S_1 \ldots\ldots S_i\ \ldots\ldots S_n$ où S_i est l'état après l'exécution de l'action a_i. et S_0 est l'état initial. Considérons le système de taches séquentiel P ci-dessus et supposons que les valeurs affectées en premier à A et B sont respectivement a et b. La suite des états du système est la suivante :

$(-, -,-)^{d1}$; $(-, -,-)^{f1}$; $(a, -,-)^{d2}$; $(a, -,-)^{f2}$; $(a, b,-)^{d3}$; $(a, b,-)^{f3}$; $(a, 2b,-)^{d4}$; $(a, 2b,-)^{f4}$;
$(a, 2b,a+2b)^{d5}$; $(a, 2b,a+2b)^{f5}$; $(a, 2b,a+2b)$.

6.3. Déterminisme d'un système de tâches

Définition : Un système de tâches est dit *déterminé*, si pour chaque comportement possible de ce système, la suite de valeurs affectées à chaque variable est la même.

Exemple 1.12: Le système de tâches obtenu intuitivement à partir de P (voir section 6.1) admet certains comportements suivants :

$C_1 = d_1 f_1\ d_2 f_2\ d_3 f_3\ d_4 f_4\ d_5 f_5$
$C_2 = d_2 f_2 d_1 f_1\ d_3 f_3\ d_4 f_4\ d_5 f_5$
$C_3 = d_2 f_2\ d_3 f_3 d_1 f_1\ d_4 f_4\ d_5 f_5$

Il est clair que tous ces comportements engendrent la suite de valeurs suivantes pour chaque variable, c'est un système déterminé.

A : (a)
B : (b,2b)
C : (a+2b)

Par contre, le système de taches $P_1 // P_2$ n'est pas déterminé étant donné qu'au moins deux comportements engendrent deux résultats différents pour la variable C.

Remarque :

- Tout système de taches séquentiel est déterminé car il admet un seul comportement.
- Un système de taches faiblement déterminé se contente de la valeur finale de chaque variable qui doit être identique pour tous les comportements de ce système.

6.4 Conditions de Bernstein

Dans un système de tâches, chaque tâche utilise des variables pour lecture et d'autres pour écriture. On note :

L_T: domaine de lecture d'une tâche T. Il est défini par l'ensemble des variables utilisées par la tache T en lecture.

E_T : domaine d'écriture d'une tâche T. Il est défini par l'ensemble des variables utilisées par la tache T en écriture.

Exemple 1.13: Dans l'exemple de P.

$L_{T1}=\phi$ $E_{T1}=\{A\}$.
$L_{T2}=\phi$ $E_{T2}=\{B\}$.
$L_{T3}=\{B\}$ $E_{T3}=\{B\}$.
$L_{T4}=\{A,B\}$ $E_{T4}=\{C\}$.
$L_{T5}=\{C\}$ $E_{T5}=\phi$.

Définition : Soit S, un système de tâches. Deux tâches T et T' de S sont dites *non-interférentes* par rapport à S si :

- Soit T est prédécesseur ou un successeur de T'
- Soit $E_T \cap L_{T'}=L_{T'} \cap E_{T'}=E_T \cap E_{T'}= \phi$

Exemple 1.14: Dans le système de taches $P_1//P_2$, les tâches T_3 et T_4 sont non non - interférentes (ou interférentes) car :

- T_3 n'est ni successeur ni prédécesseur de T_4, et
- $L_{T3}=\{B\}$ $E_{T3}=\{B\}$

  Donc, $E_{T3} \cap L_{T4}= \{B\} \neq \phi$
- $L_{T4}=\{A,B\}$ $E_{T4}=\{C\}$

Par contre, T_1 et T_2 sont non- interférentes.

Théorème 1 : Soit S un système de tâches. Si S est constitué de tâches deux à deux non-interférentes, alors il est déterminé quelque soit les fonctions calculées par les tâches.

Exemple 1.15 : Le système de taches obtenu intuitivement à partir de P est déterminé car les taches sont deux à deux non – interférentes par construction.

Remarque : Pour vérifier qu'un système de tâches est déterminé, il peut être intéressant de vérifier seulement si les tâches sont 2 à 2 non- interférentes. On échange, si au moins deux taches sont interférentes, cela ne signifie pas que le système de taches est non déterminé.

7. Parallélisme maximal [2]

Il est utile d'atteindre à partir d'un système de tâches un autre qui donne les ''mêmes résultats'' et avec un minimum de contraintes de précédences. La conséquence directe est l'amélioration du degré de parallélisme. Cette section permet de décrire une méthode de recherche d'un système de taches de parallélisme maximal à partir d'un autre.

7.1. Définitions

Définition 1: Soit deux systèmes de taches S et S' sur un même ensemble de tâches. S et S' sont dits équivalents :

- s'ils sont déterminés et
- si pour toute variable utilisée, les suites de valeurs affectées sont identiques pour les deux systèmes de taches.

Exemple 1.16: Le système de taches P vu précédemment et le système de taches obtenu intuitivement à partir de P sont équivalents car ils sont déterminés et les suites de valeurs affectées à A, B et C sont identiques.

Définition 2: Un système de tâches est de parallélisme maximal s'il est déterminé et si la suppression de toute précédence (T, T') du graphe correspondant engendre l'interférence de tâches T et T'.

Exemple 1.17: Dans l'exemple du système de taches obtenu par intuition de P, la suppression de tout arc engendre l'interférence de tâches, donc il est de parallélisme maximal.

7.2. Construction d'un système de taches de parallélisme maximal

Soit S=(E,<), un système de taches déterminé. Il existe un système de taches unique S' de parallélisme maximal équivalent à S. Il est obtenu on ne gardant que les précédences (T, T') tel que :

$[(L_T \cap E_{T'} \neq \phi$ **ou** $(L_{T'} \cap E_T \neq \phi)$ **ou** $(E_T \cap E_{T'} \neq \phi)]$

Pour construire ce système de taches, il faudra examiner les taches liées par des contraintes de précédences deux à deux pour décider de la suppression ou non de cette précédence. A l'issu de cette opération, le système de taches *S'* obtenu doit être purgé des arcs redondants.

Applications 1: Construire le système de tâches de parallélisme maximal équivalent au système de taches séquentiel suivant:

```
Lire(A);        A:=C*A;
Lire(B);        B:= B/D;
C:= A+B;        E:=A+B;
D:= C+A;        Ecrire(E);
```

Solution

$L_{Lire(A)} = \phi$	$E_{Lire(A)} = \{A\}$
$L_{Lire(B)} = \phi$	$E_{Lire(B)} = \{B\}$
$L_{C:=A+B} = \{A, B\}$	$E_{C:=A+B} = \{C\}$
$L_{D:=C+A} = \{C, A\}$	$E_{D:=C+A} = \{D\}$
$L_{A:=C*A} = \{C, A\}$	$E_{A:=C*A} = \{A\}$
$L_{B:=B/D} = \{B, D\}$	$E_{B:=B/D} = \{B\}$
$L_{E:=A+B} = \{A, B\}$	$E_{E:=A+B} = \{E\}$
$L_{Ecrire(E)} = \{E\}$	$E_{Ecrire(E)} = \phi$

Examinons les liens de précédences existants (G: Garder; S: Supprimer)

T1<T2 S	T2<T3 G	T3<T4 G	T4<T5 G
T1<T3 G	T2<T4 S	T3<T5 G	T4<T6 G
T1<T4 G	T2<T5 S	T3<T6 G	T4<T7 S
T1<T5 G	T2<T6 G	T3<T7 S	T4<T8 S
T1<T6 S	T2<T7 G	T3<T8 S	
T1<T7 G	T2<T8 S		
T1<T8 S			

T5<T6 S	T6<T7 G	T7<T8 G
T5<T7 G	T6<T8 S	
T5<T8 S		

Le graphe obtenu à partir des liens restants est donné par la Figure E(a). Le graphe résultats après élimination des arcs redondants est donné par la Figure E(b).

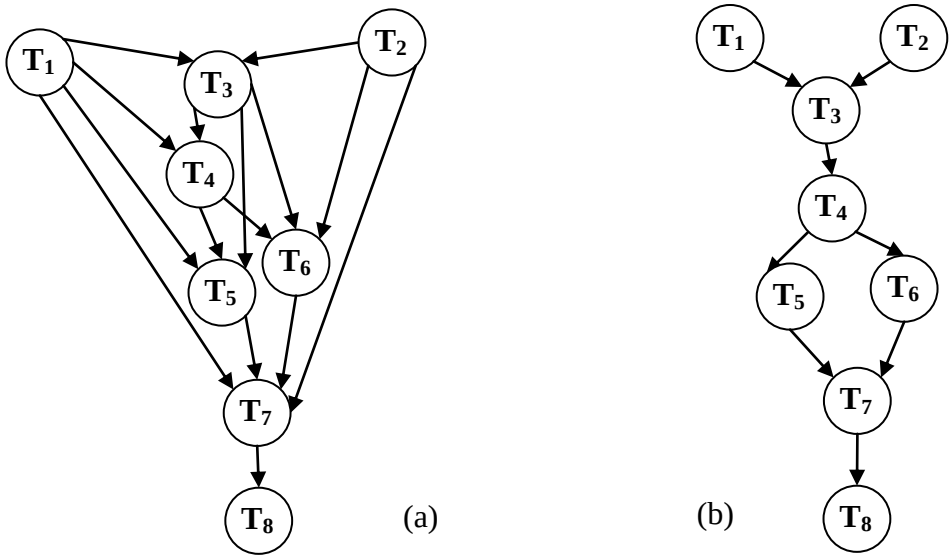
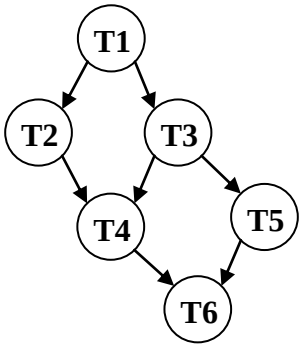


Figure E : Graphes de précédences de l'application 1

Application 2: Même question que précédemment.



Cellule	Dans le domaine de lecture de	Dans le domaine d'écriture de
m_1	T_1,T_6	T_2
m_2	T_6	T_4
m_3	T_2, T_3	-
m_4	T_2, T_3, T_4	T_1, T_6
m_5	T_5	T_3, T_5