

EXERCICE 1 : Soit la matrice $A \in M_4(R)$ suivante : $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$.

Le vecteur $v = (1, -1, -1, 1)$ est-il un vecteur propre de la matrice A ?.

EXERCICE 2 : Soient X une matrice de données de type (n, p) et Y sa matrice de dispersion.

- 1) Donner l'expression de Y .
- 2) Parmi les expressions matricielles suivantes, mentionner celles qui ne sont pas correctes : 1) $'XY$, 2) $'XD_pY$, 3) $D_p(X+'X)$, 4) XD_p , 5) D_pX .

Où D_p représente la matrice des poids des données de la matrice X .

- 3) Calculer le centre de gravité de la matrice Y .

EXERCICE 3 : Soit la matrice des de corrélation associée à 6 variables :

Variables	X^1	X^2	X^3	X^4	X^5	X^6
X^1	1	-0.007	0.576	0.858	0.212	0.816
X^2	-0.007	1	0.221	-0.152	-0.110	-0.144
X^3	0.576	0.221	1	0.488	0.025	0.441
X^4	0.858	-0.152	0.488	1	0.262	0.930
X^5	0.212	-0.110	0.025	0.262	1	0.342
X^6	0.816	-0.144	0.441	0.930	0.342	1

- 1) Quelles sont les propriétés de cette matrice.
- 2) En examinant la matrice de corrélation, déterminer les relations les plus significatives.
- 3) Peut-on représenter (schématiser) ces relations. Si oui, donner ce schéma.

EXERCICE 4 : On considère la matrice de données X de type $(7, 2)$ suivante:

$$X = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 2 & 3 & 3 & 4 \\ 1 & 2 & 4 & 3 & 2 & 4 & 5 \end{pmatrix}$$

- 1) Calculer le centre de gravité du nuage donné.
- 2) Déterminer la matrice centrée X_0 .
- 3) Déterminer la matrice C des variances-covariances. En déduire l'inertie de ce nuage autour du centre de gravité.
- 4) Déterminer les valeurs propres de C ainsi que les axes principaux associés à ces valeurs propres.

EXERCICE 5 : On reprend les hypothèses de l'exercice 4.

- 1) Calculer les valeurs propres de la matrice $X_0'X$.
- 2) Calculer les valeurs propres de la matrice $X'X_0$.
- 3) Déterminer la droite de régression de X^2 prédite par X^1 .
- 4) Représenter graphiquement le résultat précédent.

EXERCICE 6: On considère la matrice de données suivante:

- 1) Donner le nuage des points .
- 2) Calculer le centre de gravité de ce nuage. Que peut-on déduire ?.
- 3) Déterminer la matrice des variances-covariances
- 4) Posons . Montrer que possède une valeur propre nulle (sans faire de calculs).
- 5) Calculer les valeurs propres de et en déduire celles de
- 6) Déterminer le meilleur plan qui ajuste .(ACP non normée).

EXERCICE 7: On considère la matrice de données X de type $(11, 3)$:

$$X = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 & 11 \\ 6 & 1 & 4 & 5 & 3 & 2 & 9 & 7 & 8 & 10 & 11 \\ 2 & 6 & 5 & 3 & 4 & 1 & 8 & 9 & 7 & 10 & 11 \end{pmatrix}$$

- 1) Déterminer la matrice des variances-covariances
- 2) Déterminer la matrice centrée réduite.
- 3) Soit la matrice des corrélations. Interpréter cette matrice.
- 4) La matrice R admet pour valeurs propres: Interpréter ces valeurs en termes d'inertie. En déduire le taux d'inertie projeté sur chaque axe.
- 5) Déterminer le meilleur plan ajustant le nuage des individus. Vérifier que ces axes sont orthogonaux.