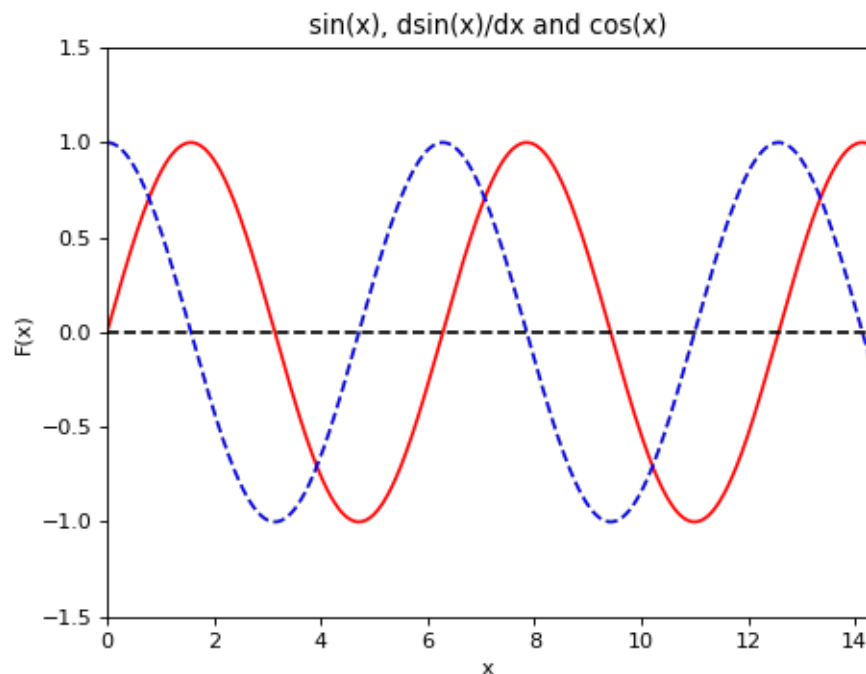


Домашняя работа  
Выполнил Галиуллин Арслан, 1 курс факультета физики, группа 171.  
1233550v@mail.ru  
Желаемая оценка - 10.

Домашняя работа по дифференцированию и интегрированию.  
Все коды программы лежат на гитхабе.

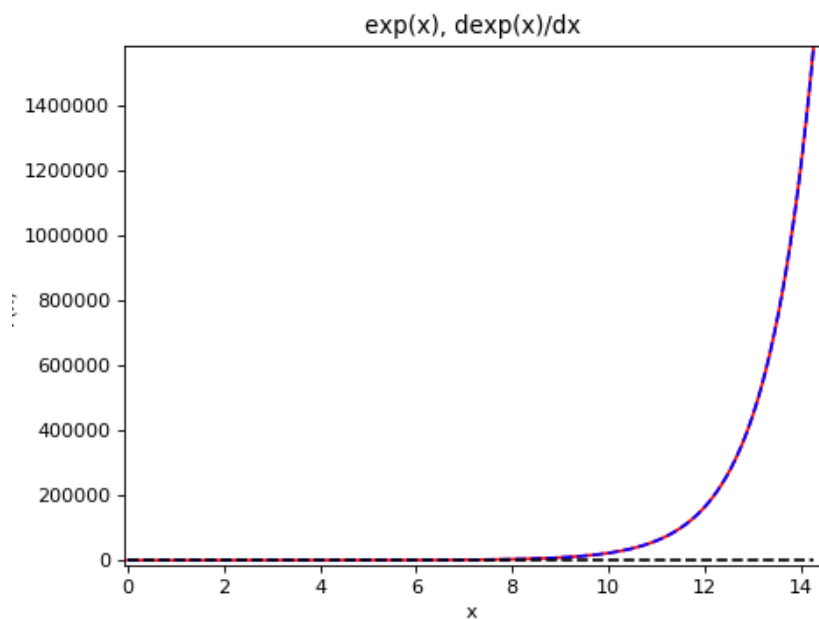
## 1. Найдём производную синуса

Посчитаем её по формуле  $f'(x) = \frac{f(x+h)-f(x-h)}{2h}$ . Погрешность будет составлять  $O(h^2)$ .



Видно, что производная и косинус визуально совпали. Погрешность наименьшая при  $h = 10^{-5.1}$ , её квадрат равен  $\Delta^2 = 10^{-11}$ .

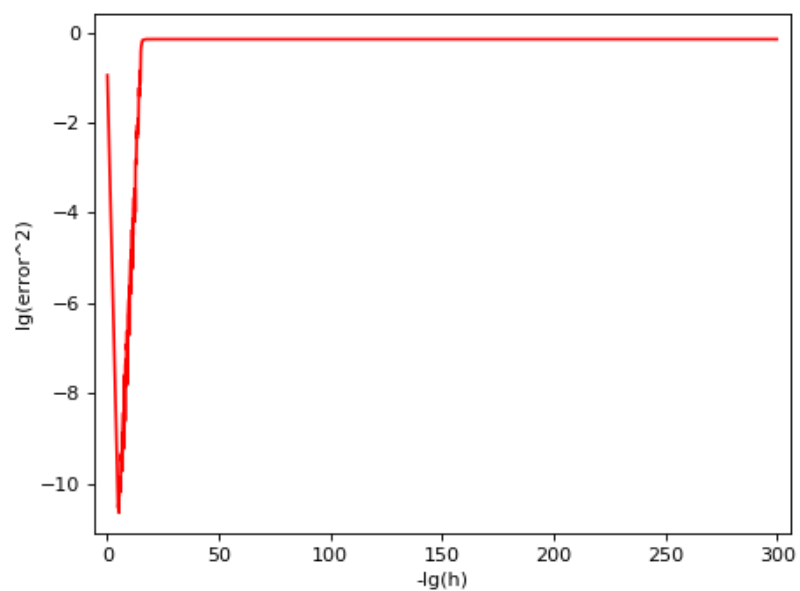
## 2. Найдём производную экспоненты



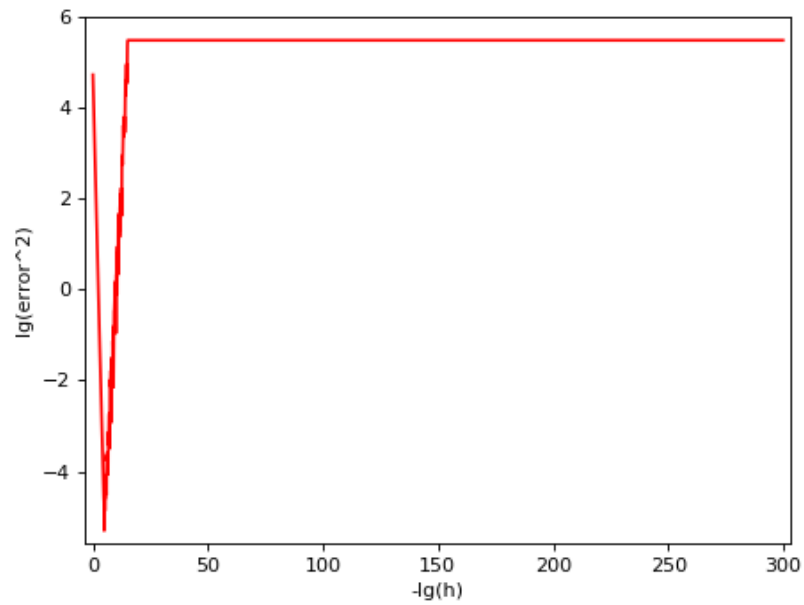
$$h = 10^{-6.9}, \Delta^2 = 10^{-5}$$

## 3. Зависимость погрешности от h

$\sin(x)$

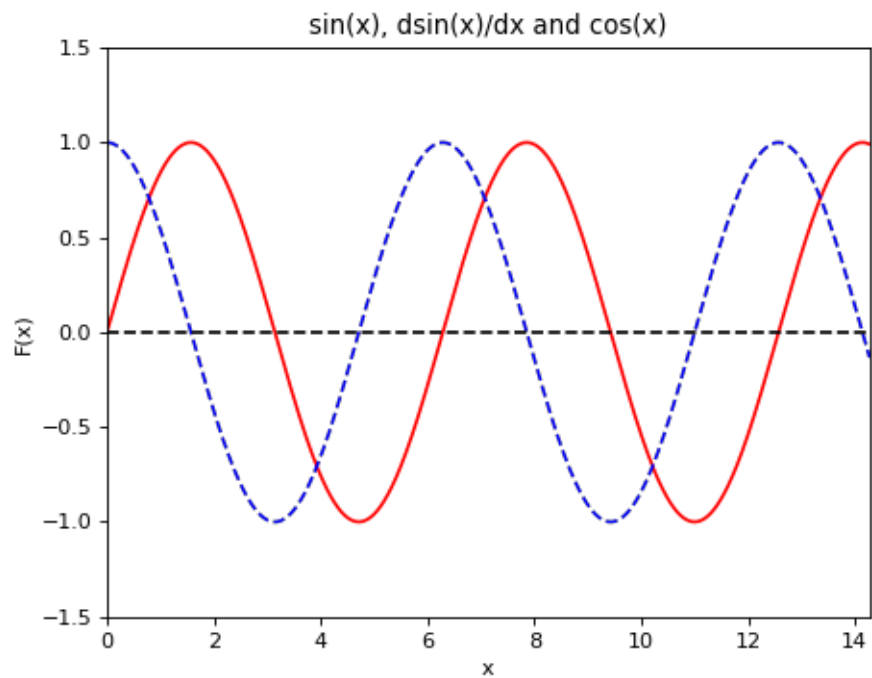


$\exp(x)$

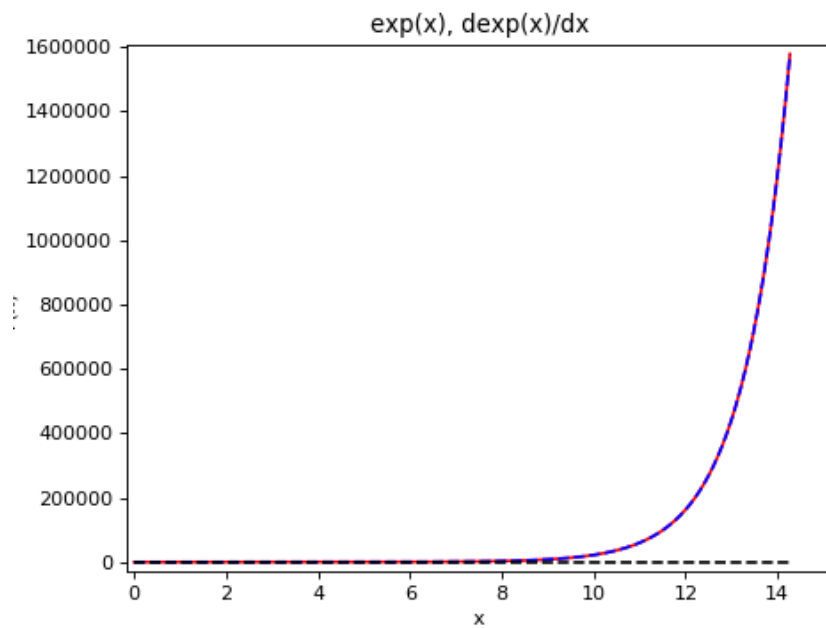


#### 4. Посчитаем те же производные точнее

$$f'(x) = \frac{2f(x+h)+f(x+2h)-f(x-2h)-2f(x-h)}{4h}, \text{ точность } O(h^3).$$



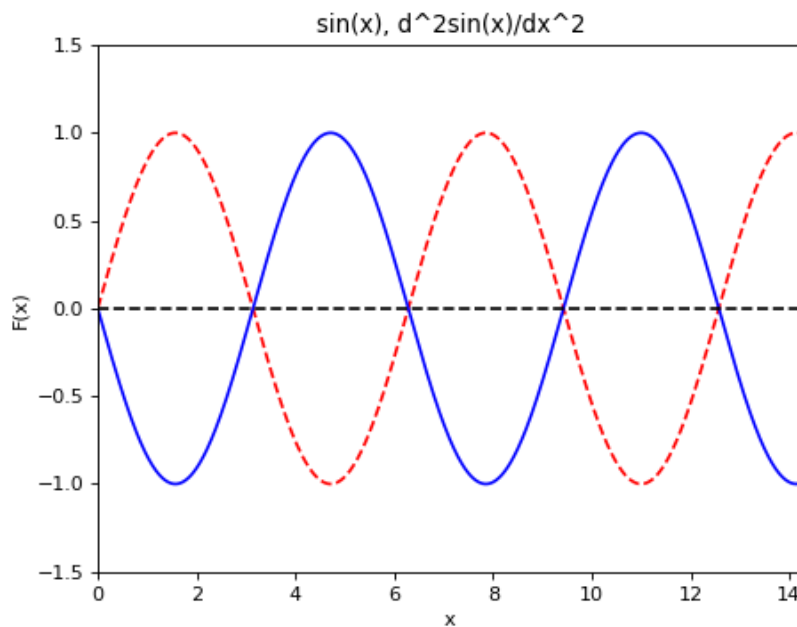
$h = 10^{-5.1}$ ,  $\Delta^2 = 10^{-11}$  - то же самое.



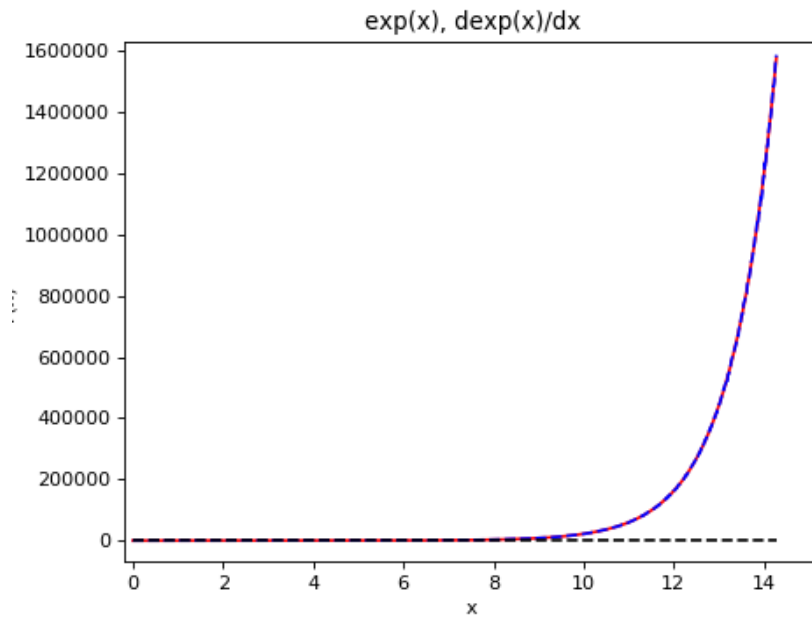
$h = 10^{-6.9}$ ,  $\Delta^2 = 10^{-5}$  - то же самое.

## 5. Вторые производные

$$f''(x) = \frac{f(x+h) - 2f(x) + f(x-h)}{h^2}, \text{ погрешность } O(h^2).$$



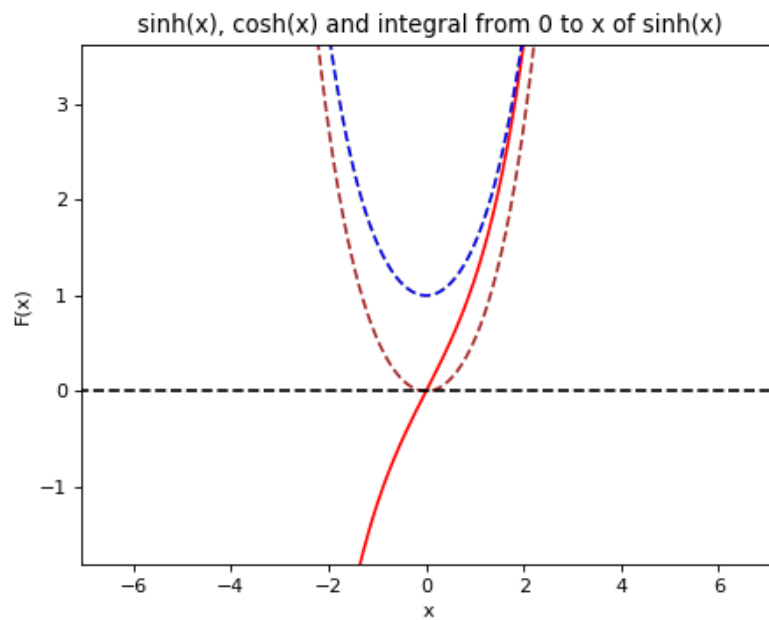
$h = 10^{-3.7}$ ,  $\Delta^2 = 10^{-9}$  - погрешность растёт.



$h = 10^{-3.7}$ ,  $\Delta^2 = 10^{-3}$  - погрешность растёт.

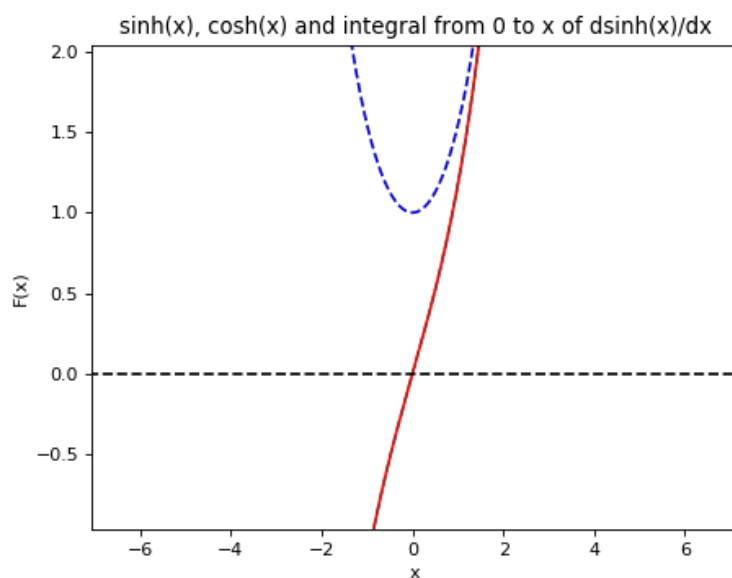
## 6. Интегрирование

Будем считать интеграл  $I = \int_a^b f(x)dx = \sum_{i=1}^N f(x_i)h$ , где  $h = \frac{b-a}{N}$ .

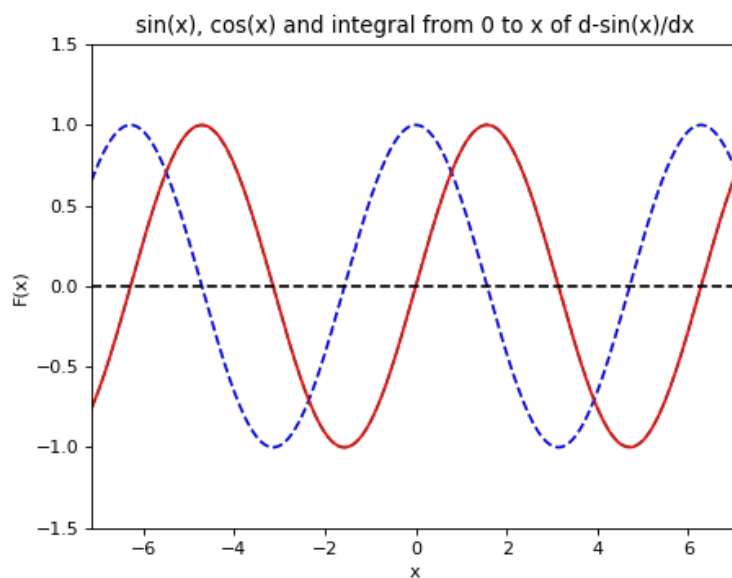


$\Delta^2 = 0.5$  - погрешность ощутимая из-за того, что функция быстро растёт. Она считалась после сдвига графика интеграла вверх на единицу. Относительная погрешность  $\varepsilon^2 = 10^{-3}$

## 7. Попробуем теперь продифференцировать и проинтегрировать функцию



$\Delta^2 = 0.6$ ,  $\varepsilon^2 = 10^{-3}$



$\Delta^2 = 10^{-3}$

## 8. Посчитаем какой-нибудь интеграл, а потом сравним с тем, что считает Mathematica

$$I = \int_{0.524(\pi/6)}^{1.047(\pi/3)} \frac{\sin^2(x)}{\cos^2(x)\sqrt{\tan(x)}} dx = \begin{cases} 0.581895835761243, & \text{программа} \\ 0.5818958362420757, & \text{Mathematica} \end{cases}$$

Относительная разница  $\varepsilon^2 = 10^{-18}$ . Весьма точно.

Разбиение при подсчёте было на  $10^9$  точек. Считало долго.

## 9. Интеграл $1/x$

Чтобы посчитать интеграл функции, уходящей симметрично на бесконечность (например,  $1/x$ ), нужно считать интеграл так, чтобы обе бесконечности занулились.

Для  $1/x$  он будет выглядеть так:  $I = \int_{-1}^1 \frac{1}{x} dx = \sum_{i=1}^N \frac{f(x+h/2)+f(x-h/2)}{2} h = 10^{-4}$