Τεχνητή Νοημοσύνη: 1η Σειρά Ασκήσεων

Ιωάννης Μπουρίτης

December 31, 2024

Άσκηση 1:

Δεδομένα

- **g:** Κόστος Διαδρομής
- **h:** Ευριστικό Κόστος
- **f:** Συνολικό Κόστος
- **Καταστάσεις - Στόχοι:** Z, Λ

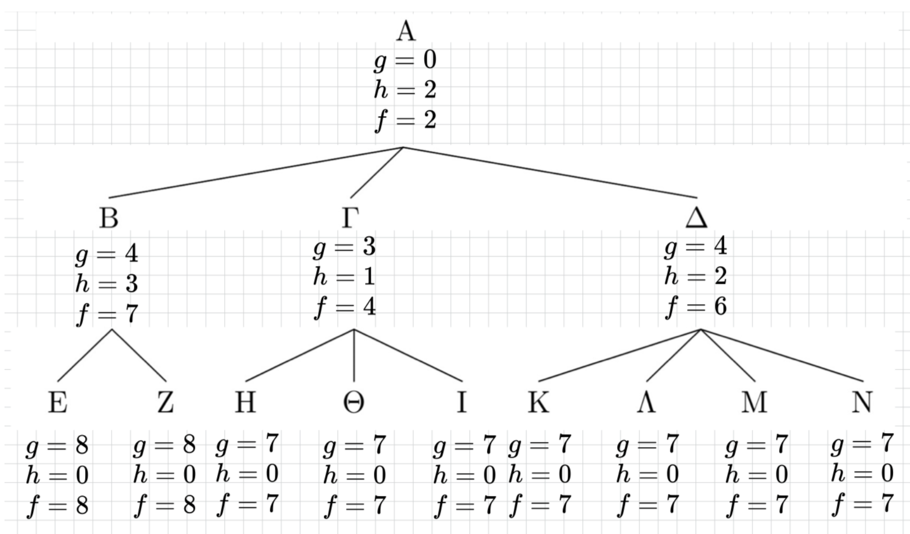


Figure 1: Δέντρο Αναζήτησης

Σειρά Επέκτασης ανά Μέθοδο Αναζήτησης

- **breadth-first:** Α, Β, Γ, Δ, Ε, Ζ
- **depth-first:** Α, Β, Ε, Ζ
- **uniform-cost:** Α, Γ, Β, Δ, Η, Θ, Ι, Κ, Λ
- **iterative deepening:** Α; Α, Β, Γ, Δ; Α, Β, Ε, Ζ
- **iterative lengthening:**
  - $g = 0$: Α
  - $g = 3$: Α, Γ
  - $g = 4$: Α, Γ, Δ
  - $g = 7$: Α, Γ, Δ, Β, Η, Θ, Ι, Κ, Λ
- **greedy best-first:** Α, Γ, Η, Θ, Ι, Δ, Κ, Λ
- **A*:** Α, Γ, Δ, Β, Η, Θ, Ι, Κ, Λ
- **iterative deepening A*:**
  - $Threshold = 2$: Α
  - $Threshold = 4$: Α, Γ
  - $Threshold = 6$: Α, Γ, Δ
  - $Threshold = 7$: Α, Γ, Δ, Β, Η, Θ, Ι, Κ, Λ
- **RBFS:** Α, Γ, Η, Θ, Ι, Δ, Κ, Λ
- **SMA* (μνήμη = 3):**
  - $Step \quad 1$: Α Γ Δ
  - $Step \quad 2$: Α Γ Η
  - $Step \quad 3$: Α Γ Θ
  - $Step \quad 4$: Α Γ Ι
  - $Step \quad 5$: Α Δ Κ
  - $Step \quad 6$: Α Δ Λ

Σχολιασμός

- **Καλύτερος Στόχος:** Λ ($f = 7$)
- **Χειρότερος Στόχος:** Z ($f = 8$)

Οι αλγόριθμοι που βρίσκουν βέλτιστη λύση είναι ο **uniform-cost search , iterative lengthening, greedy best-first, A* ,IDA*, RBFS, SMA***. Οι περισσότερες από αυτές τις μεθόδους αποτυγχάνουν είτε επειδή απαιτούν πολλή μνήμη (όπως το **BFS** και το **SMA***) είτε επειδή δυσκολεύονται να καθοδηγήσουν σωστά την αναζήτηση (όπως το **DFS** και το **GBF**). Αντίθετα, οι μέθοδοι που τα πήγαν καλύτερα εδώ, όπως το **Uniform-Cost Search** και το **A*** με τις παραλλαγές του, συνδυάζουν ευριστικές τεχνικές με το κόστος, καταφέρνοντας να βρουν βέλτιστες και ολοκληρωμένες λύσεις.

Άσκηση 2:

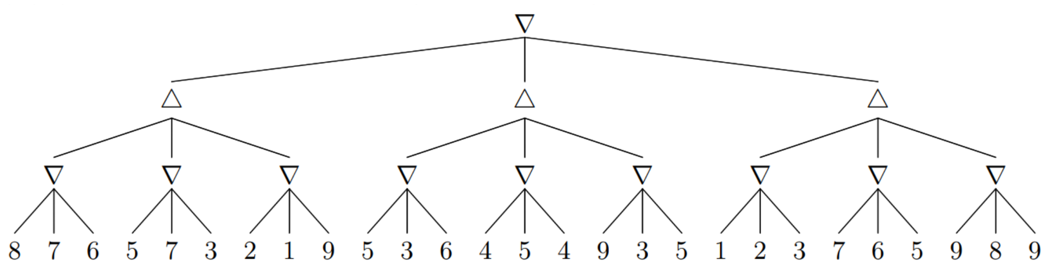


Figure 2

(α) Δώστε την τιμή του παιχνιδιού στη ρίζα και σημειώστε την κίνηση που θα επιλέξει ο MIN.

Οι τιμές σε κάθε κόμβο και συνεπώς και στη ρίζα βρέθηκαν ως εξείς:

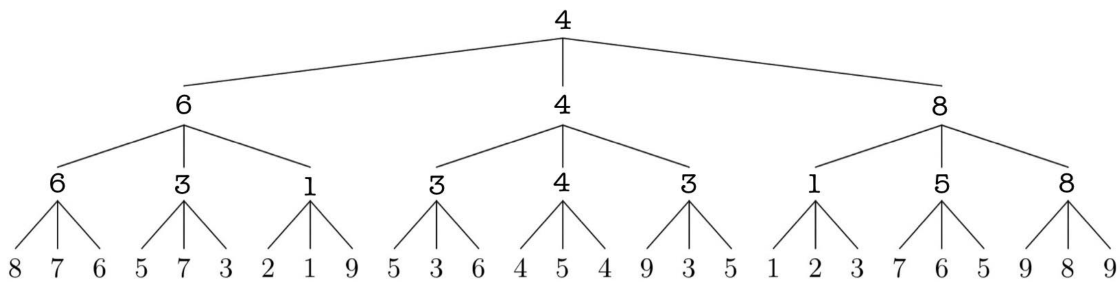


Figure 3

- **Τιμή στη ρίζα:** 4
- **Κίνηση του MIN:** $4 \to 4 \to 4 \to 4$

(β) Σημειώστε όλα τα κλαδιά του δένδρου που θα κλαδευτούν κατά την αναζήτηση.

Τα παρακάτω σημειωμένα κλαδιά είναι αυτά που κλαδεύτηκαν κατά την αναζήτηση καθώς δε χρειάστηκε να εξεταστούν περαιτέρω:

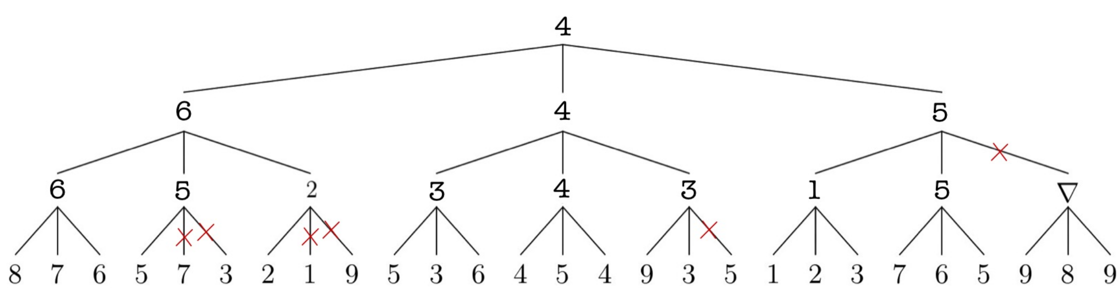


Figure 4

(γ) Υπάρχει καλύτερη σειρά επέκτασης στη ρίζα (MIN), ώστε να κλαδευτούν περισσότεροι κόμβοι;

Θεωρητικά, μπορεί να υπάρξει καλύτερη σειρά επέκτασης ώστε να κλαδευτούν περισσότεροι κόμβοι, αν επιλέγονται πρώτα τα παιδιά με τις μικρότερες τιμές. Για παράδειγμα αν το δέυτερο υποδέντρο της ρίζας αναπτυχθεί πρώτο, κρατώντας τα άλλα δύο στην ίδια θέση, το νέο δέντρο θα έχει ως εξής:

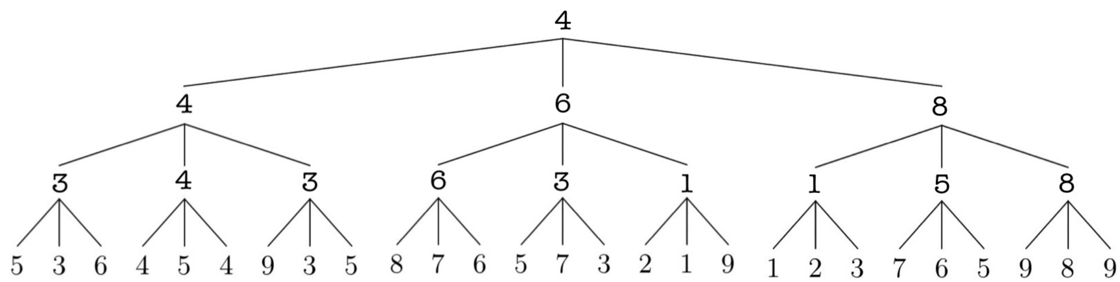


Figure 5

Οπότε όπως προκύπτει κατά το κλάδεμα των κόμβων που κάνει ο αλγόριθμος:

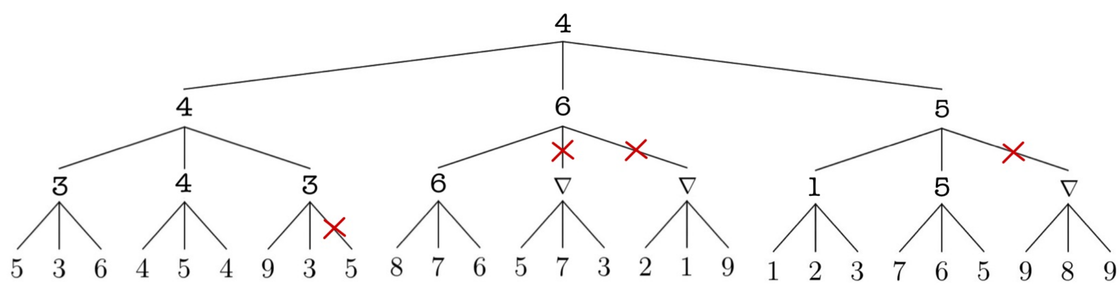


Figure 6

αποτρέποντας τον αλγόριθμο να εξερευνίσει άσκοπα 3 ολόκληρα υποδέντρα. Έτσι ο MIN ακολουθεί την ίδια διαδρομή με πριν, εκοικονομώντας χρόνο.

(δ) Γενικά, υπάρχει περίπτωση ποτέ ο α-β pruning να κλαδέψει παιδιά της ρίζας; Αιτιολογήστε.

Όχι, δεν υπάρχει περίπτωση το α-β pruning να κλαδέψει παιδιά της ρίζας. Αυτό συμβαίνει γιατί, για να γίνει κλάδεμα, πρέπει να έχουμε ήδη βρει μια καλύτερη εναλλακτική σε κάποιο άλλο σημείο του δέντρου. Στη ρίζα, όμως, δεν έχουμε προηγούμενες πληροφορίες για σύγκριση, οπότε δεν μπορεί να γίνει κλάδεμα σε αυτό το στάδιο.

(ε) Αν ο MAX αποκαλύψει ότι επιλέγει πάντα την πρώτη κίνηση, ποια είναι η βέλτιστη κίνηση του MIN;

Ο MAX επιλέγει πάντα την πρώτη κίνηση, άρα στο δεύτερο επίπεδο που είναι η σειρά του, μπορούμε να κλαδέψουμε το 2ο και το 3ο υποδέντρο:

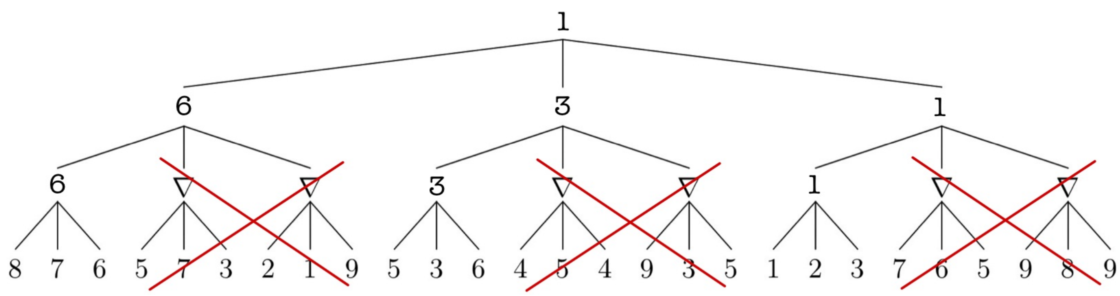


Figure 7

Κίνηση του MIN: $1 \to 1 \to 1 \to 1$

(στ) Στην περίπτωση (ε), ο MIN πρέπει να ψάξει όλο το δένδρο; Μπορεί να χρησιμοποιήσει α-β pruning;

Όχι, ο MIN δεν χρειάζεται να ψάξει ολόκληρο το δέντρο. Αφού ο MAX επιλέγει πάντα την πρώτη κίνηση, ο MIN μπορεί να εστιάσει μόνο στο πρώτο υποδέντρο κάθε φορά. Δεν χρειάζεται να κοιτάξει τα υπόλοιπα, γιατί ο MAX δεν θα τα επιλέξει έτσι κι αλλιώς. Με αυτόν τον τρόπο, ο MIN μπορεί να χρησιμοποιήσει το α-β pruning για να αγνοήσει τα υπόλοιπα κλαδιά και να γλιτώσει χρόνο.

Άσκηση 3:

(α') Διατυπώστε πλήρως το πρόβλημα (μεταβλητές, πεδία τιμών, περιορισμοί) ορίζοντας μία μεταβλητή για κάθε στήλη της σκακιέρας, όπου η τιμή της δηλώνει που τοποθετείται η αντίστοιχη βασίλισσα.

$X1$	$X2$	$X3$	$X4$	$X5$	$X6$
$(1,6)$	$(2,6)$	$(3,6)$	$(4,6)$	$(5,6)$	$(6,6)$
$(1,5)$	$(2,5)$	$(3,5)$	$(4,5)$	$(5,5)$	$(6,5)$
$(1,4)$	$(2,4)$	$(3,4)$	$(4,4)$	$(5,4)$	$(6,4)$
$(1,3)$	$(2,3)$	$(3,3)$	$(4,3)$	$(5,3)$	$(6,3)$
$(1,2)$	$(2,2)$	$(3,2)$	$(4,2)$	$(5,2)$	$(6,2)$
$(1,1)$	$(2,1)$	$(3,1)$	$(4,1)$	$(5,1)$	$(6,1)$

Οι τιμές για κάθε μεταβλητή είναι $D = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

Οι περιορισμοί είναι οι εξής:

- Δύο ή παραπάνω βασίλισσες δεν μπορούν να είναι στη ίδια γραμμή.

$$(\mathrm{X}_i \neq X_j \forall i \neq j)$$

- Δύο ή παραπάνω βασίλισσες δεν μπορούν να είναι στη ίδια διαγώνιο.

$$(|\mathrm{X}_i - X_j| \neq |i - j| \forall i \neq j)$$

(β') Έστω ότι εφαρμόζουμε αναζήτηση με υπαναχώρηση στον χώρο των μερικών αναθέσεων (αυξητική διατύπωση). Έστω ότι ξεκινάμε από μία κατάσταση όπου μόνο η μεταβλητή για την πρώτη στήλη έχει πάρει την τιμή 3, δηλαδή η πρώτη βασίλισσα έχει τοποθετηθεί στο τετράγωνο (1, 3). Δείξτε πώς θα προχωρήσει η αναζήτηση (από ποιες καταστάσεις θα περάσει), σημειώνοντας πάνω στις αντίστοιχες σκακιέρες τις αναθέσεις τιμών σε μεταβλητές και τις αποκλεισμένες τιμές από τα πεδία τους, έως ότου φτάσει σε λύση με πιθανές υπαναχωρήσεις. Εξετάστε ξεχωριστά τις παρακάτω παραλλαγές του αλγορίθμου αναζήτησης ανάλογα με τη χρήση γενικών ευριστικών για CSPs:

i. Πρώιμος έλεγχος, επιλογή μεταβλητής με λιγότερες τιμές, επιλογή τιμής σε αύξουσα σειρά.

X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6
$(1,6)$	$(2,6)$	$(3,6)$	X	$(5,6)$	$(6,6)$
$(1,5)$	$(2,5)$	X	$(4,5)$	$(5,5)$	$(6,5)$
$(1,4)$	X	$(3,4)$	$(4,4)$	$(5,4)$	$(6,4)$
Q	X	X	X	X	X
$(1,2)$	X	$(3,2)$	$(4,2)$	$(5,2)$	$(6,2)$
$(1,1)$	$(2,1)$	X	$(4,1)$	$(5,1)$	$(6,1)$

Μετά το πρώτο βήμα τα πεδία τιμών γίνονται τα εξής:
$\mathrm{X}_2 = \{1,5,6\}$
$\mathrm{X}_3 = \{2,4,6\}$
$\mathrm{X}_4 = \{1,2,4,5\}$
$\mathrm{X}_5 = \{1,2,4,5,6\}$
$\mathrm{X}_6 = \{1,2,4,5,6\}$
Στο επόμενο βήμα θα επιλέξουμε την στήλη X_2 (λιγότερες τιμές)

$X1$	$X2$	$X3$	$X4$	$X5$	$X6$
$(1,6)$	$(2,6)$	$(3,6)$	X	$(5,6)$	$(6,6)$
$(1,5)$	$(2,5)$	X	$(4,5)$	$(5,5)$	X
$(1,4)$	X	$(3,4)$	$(4,4)$	X	$(6,4)$
Q	X	X	X	X	X
$(1,2)$	X	X	$(4,2)$	$(5,2)$	$(6,2)$
$(1,1)$	**Q**	X	X	X	X

Μετά το δεύτερο βήμα τα πεδία τιμών γίνονται τα εξής:
X3={4,6}
X4={2,4,5}
X5={2,5,6}
X6={2,4,6}
Στο επόμενο βήμα θα επιλέξουμε την στήλη X_3 (λιγότερες τιμές)

$X1$	$X2$	$X3$	$X4$	$X5$	$X6$
$(1,6)$	$(2,6)$	$(3,6)$	X	X	$(6,6)$
$(1,5)$	$(2,5)$	X	X	$(5,5)$	X
$(1,4)$	X	**Q**	X	X	X
Q	X	X	X	X	X
$(1,2)$	X	X	$(4,2)$	X	$(6,2)$
$(1,1)$	**Q**	X	X	X	X

Μετά το τρίτο βήμα τα πεδία τιμών γίνονται τα εξής:
$\mathrm{X}_4 = \{2\}$
$\mathrm{X}_5 = \{5\}$
$\mathrm{X}_6 = \{2, 6\}$
Στο επόμενο βήμα θα επιλέξουμε την στήλη X_4 (λιγότερες τιμές)

$X1$	$X2$	$X3$	$X4$	$X5$	$X6$
$(1,6)$	$(2,6)$	$(3,6)$	X	X	$(6,6)$
$(1,5)$	$(2,5)$	X	X	$(5,5)$	X
$(1,4)$	X	**Q**	X	X	X
Q	X	X	X	X	X
$(1,2)$	X	X	**Q**	X	X
$(1,1)$	**Q**	X	X	X	X

$\mathrm{X}_5 = \{5\}$
$\mathrm{X}_6 = \{6\}$

Στο επόμενο βήμα θα επιλέξουμε την στήλη X_5 (λιγότερες τιμές)

$X1$	$X2$	$X3$	$X4$	$X5$	$X6$
$(1,6)$	$(2,6)$	$(3,6)$	X	X	X
$(1,5)$	$(2,5)$	X	X	**Q**	X
$(1,4)$	X	**Q**	X	X	X
Q	X	X	X	X	X
$(1,2)$	X	X	**Q**	X	X
$(1,1)$	**Q**	X	X	X	X

$\mathrm{X}_6 = \{\}$

Παρατηρούμε ότι χρησιμοποιόντας αυτή την τακτική δεν βρίσκουμε λύση στη πρόβλημα.

Κάνουμε υπαναχώρηση και επιλέγουμε $\mathrm{X}_3 = 6$

$X1$	$X2$	$X3$	$X4$	$X5$	$X6$
$(1,6)$	$(2,6)$	**Q**	X	X	X
$(1,5)$	$(2,5)$	X	X	$(5,5)$	X
$(1,4)$	X	$(3,4)$	$(4,4)$	X	$(6,4)$
Q	X	X	X	X	X
$(1,2)$	X	X	$(4,2)$	$(5,2)$	$(6,2)$
$(1,1)$	**Q**	X	X	X	X

$\mathrm{X}_4 = \{2,4\}$
$\mathrm{X}_5 = \{2,5\}$
$\mathrm{X}_6 = \{2,4\}$
Στο επόμενο βήμα θα επιλέξουμε την στήλη X_4

$X1$	$X2$	$X3$	$X4$	$X5$	$X6$
$(1,6)$	$(2,6)$	**Q**	X	X	X
$(1,5)$	$(2,5)$	X	X	$(5,5)$	X
$(1,4)$	X	$(3,4)$	$(4,4)$	X	X
Q	X	X	X	X	X
$(1,2)$	X	X	**Q**	X	X
$(1,1)$	**Q**	X	X	X	X

$\mathrm{X}_5 = \{5\}$
$\mathrm{X}_6 = \{\}$
Στο επόμενο βήμα θα επιλέξουμε X_6

Παρατηρούμε ότι χρησιμοποιόντας αυτή την τακτική δεν βρίσκουμε λύση στη πρόβλημα.

Κάνουμε υπαναχώρηση και επιλέγουμε $X_4 = 4$

$X1$	$X2$	$X3$	$X4$	$X5$	$X6$
$(1,6)$	$(2,6)$	**Q**	X	X	X
$(1,5)$	$(2,5)$	X	X	X	X
$(1,4)$	X	$(3,4)$	**Q**	X	X
Q	X	X	X	X	X
$(1,2)$	X	X	$(4,2)$	$(5,2)$	X
$(1,1)$	**Q**	X	X	X	X

$X_5 = \{2\}$
$X_6 = \{\}$
Στο επόμενο βήμα θα επιλέξουμε X_6

Παρατηρούμε ότι χρησιμοποιόντας αυτή την τακτική δεν βρίσκουμε λύση στη πρόβλημα.

Κάνουμε υπαναχώρηση και επιλέγουμε $X_2 = 5$

$X1$	$X2$	$X3$	$X4$	$X5$	$X6$
$(1,6)$	$(2,6)$	X	X	$(5,6)$	$(6,6)$
$(1,5)$	**Q**	X	X	X	X
$(1,4)$	X	X	$(4,4)$	$(5,4)$	$(6,4)$
Q	X	X	X	X	X
$(1,2)$	X	$(3,2)$	$(4,2)$	X	$(6,2)$
$(1,1)$	$(2,1)$	X	$(4,1)$	$(5,1)$	X

$X_3 = \{2\}$
$X_4 = \{1,2,4\}$
$X_5 = \{1,4,6\}$
$X_6 = \{2,4,6\}$
Στο επόμενο βήμα θα επιλέξουμε την στήλη X_3

$X1$	$X2$	$X3$	$X4$	$X5$	$X6$
$(1,6)$	$(2,6)$	X	X	$(5,6)$	$(6,6)$
$(1,5)$	**Q**	X	X	X	X
$(1,4)$	X	X	$(4,4)$	X	$(6,4)$
Q	X	X	X	X	X
$(1,2)$	X	**Q**	X	X	X
$(1,1)$	$(2,1)$	X	X	$(5,1)$	X

$X_4 = \{4\}$
$X_5 = \{1, 6\}$
$X_6 = \{4, 6\}$
Στο επόμενο βήμα θα επιλέξουμε την στήλη X_4

$X1$	$X2$	$X3$	$X4$	$X5$	$X6$
$(1,6)$	$(2,6)$	X	X	$(5,6)$	X
$(1,5)$	**Q**	X	X	X	X
$(1,4)$	X	X	**Q**	X	X
Q	X	X	X	X	X
$(1,2)$	X	**Q**	X	X	X
$(1,1)$	$(2,1)$	X	X	$(5,1)$	X

$X_5 = \{1, 6\}$
$X_6 = \{\}$
Στο επόμενο βήμα θα επιλέξουμε X_6

Παρατηρούμε ότι χρησιμοποιόντας αυτή την τακτική δεν βρίσκουμε λύση στη πρόβλημα.

Κάνουμε υπαναχώρηση και επιλέγουμε $X_2 = 6$

$X1$	$X2$	$X3$	$X4$	$X5$	$X6$
$(1,6)$	**Q**	X	X	X	X
$(1,5)$	$(2,5)$	X	$(4,5)$	$(5,5)$	$(6,5)$
$(1,4)$	X	$(3,4)$	X	$(5,4)$	$(6,4)$
Q	X	X	X	X	X
$(1,2)$	X	$(3,2)$	$(4,2)$	$(5,2)$	X
$(1,1)$	$(2,1)$	X	$(4,1)$	$(5,1)$	$(6,1)$

$X_3 = \{2, 4\}$
$X_4 = \{1, 2, 5\}$
$X_5 = \{1, 2, 4, 5\}$
$X_6 = \{1, 4, 5\}$
Στο επόμενο βήμα θα επιλέξουμε $X_3 = 2$

$X1$	$X2$	$X3$	$X4$	$X5$	$X6$
$(1,6)$	**Q**	X	X	X	X
$(1,5)$	$(2,5)$	X	$(4,5)$	$(5,5)$	X
$(1,4)$	X	$(3,4)$	X	X	$(6,4)$
Q	X	X	X	X	X
$(1,2)$	X	**Q**	X	X	X
$(1,1)$	$(2,1)$	X	X	$(5,1)$	$(6,1)$

$\mathrm{X}_4 = \{5\}$
$\mathrm{X}_5 = \{1,5\}$
$\mathrm{X}_6 = \{1,4\}$
Στο επόμενο βήμα θα επιλέξουμε $\mathrm{X}_4 = 5$

$X1$	$X2$	$X3$	$X4$	$X5$	$X6$
$(1,6)$	**Q**	X	X	X	X
$(1,5)$	$(2,5)$	X	**Q**	X	X
$(1,4)$	X	$(3,4)$	X	X	$(6,4)$
Q	X	X	X	X	X
$(1,2)$	X	**Q**	X	X	X
$(1,1)$	$(2,1)$	X	X	$(5,1)$	$(6,1)$

$\mathrm{X}_5 = \{1\}$
$\mathrm{X}_6 = \{1,4\}$
Στο επόμενο βήμα θα επιλέξουμε $\mathrm{X}_5 = 1$

$X1$	$X2$	$X3$	$X4$	$X5$	$X6$
$(1,6)$	**Q**	X	X	X	X
$(1,5)$	$(2,5)$	X	**Q**	X	X
$(1,4)$	X	$(3,4)$	X	X	$(6,4)$
Q	X	X	X	X	X
$(1,2)$	X	**Q**	X	X	X
$(1,1)$	$(2,1)$	X	X	**Q**	X

$\mathrm{X}_6 = \{4\}$

Τέλος,

$X1$	$X2$	$X3$	$X4$	$X5$	$X6$
$(1,6)$	**Q**	X	X	X	X
$(1,5)$	$(2,5)$	X	**Q**	X	X
$(1,4)$	X	$(3,4)$	X	X	**Q**
Q	X	X	X	X	X
$(1,2)$	X	**Q**	X	X	X
$(1,1)$	$(2,1)$	X	X	**Q**	X

και βρέθηκε λύση.

ii . Πρώιμος έλεγχος, επιλογή μεταβλητής με λιγότερες τιμές, επιλογή λιγότερο δεσμευτικής τιμής

$X1$	$X2$	$X3$	$X4$	$X5$	$X6$
$(1,6)$	$(2,6)$	$(3,6)$	X	$(5,6)$	$(6,6)$
$(1,5)$	$(2,5)$	X	$(4,5)$	$(5,5)$	$(6,5)$
$(1,4)$	X	$(3,4)$	$(4,4)$	$(5,4)$	$(6,4)$
Q	X	X	X	X	X
$(1,2)$	X	$(3,2)$	$(4,2)$	$(5,2)$	$(6,2)$
$(1,1)$	$(2,1)$	X	$(4,1)$	$(5,1)$	$(6,1)$

Μετά το πρώτο βήμα τα πεδία τιμών γίνονται τα εξής:
$\mathrm{X}_2 = \{1,5,6\}$
$\mathrm{X}_3 = \{2,4,6\}$
$\mathrm{X}_4 = \{1,2,4,5\}$
$\mathrm{X}_5 = \{1,2,4,5,6\}$
$\mathrm{X}_6 = \{1,2,4,5,6\}$
Στο επόμενο βήμα θα επιλέξουμε την στήλη X_2 (λιγότερες τιμές) και την τιμή $\mathrm{X}_2 = 6$ αφού είναι η λιγότερο δεσμευτική

$X1$	$X2$	$X3$	$X4$	$X5$	$X6$
$(1,6)$	**Q**	X	X	X	X
$(1,5)$	$(2,5)$	X	$(4,5)$	$(5,5)$	$(6,5)$
$(1,4)$	X	$(3,4)$	X	$(5,4)$	$(6,4)$
Q	X	X	X	X	X
$(1,2)$	X	$(3,2)$	$(4,2)$	$(5,2)$	X
$(1,1)$	$(2,1)$	X	$(4,1)$	$(5,1)$	$(6,1)$

Μετά το δεύτερο βήμα τα πεδία τιμών γίνονται τα εξής:
$\mathrm{X}_3 = \{2, 4\}$
$\mathrm{X}_4 = \{1, 2, 5\}$
$\mathrm{X}_5 = \{1, 2, 4, 5\}$
$\mathrm{X}_6 = \{1, 4, 5\}$
Στο επόμενο βήμα θα επιλέξουμε την στήλη X_3 (λιγότερες τιμές) και την τιμή $\mathrm{X}_3 = 2$ αφού είναι μικρότερη και το ίδιο περιοριστική με την$\mathrm{X}_3 = 4$

$X1$	$X2$	$X3$	$X4$	$X5$	$X6$
$(1, 6)$	**Q**	X	X	X	X
$(1, 5)$	$(2, 5)$	X	$(4, 5)$	$(5, 5)$	X
$(1, 4)$	X	$(3, 4)$	X	X	$(6, 4)$
Q	X	X	X	X	X
$(1, 2)$	X	**Q**	X	X	X
$(1, 1)$	$(2, 1)$	X	X	$(5, 1)$	$(6, 1)$

Μετά το τρίτο βήμα τα πεδία τιμών γίνονται τα εξής:
$\mathrm{X}_4 = \{5\}$
$\mathrm{X}_5 = \{1, 5\}$
$\mathrm{X}_6 = \{1, 4\}$
Στο επόμενο βήμα θα επιλέξουμε την στήλη X_4 (λιγότερες τιμές) και την τιμή $\mathrm{X}_4 = 5$.

$X1$	$X2$	$X3$	$X4$	$X5$	$X6$
$(1, 6)$	**Q**	X	X	X	X
$(1, 5)$	$(2, 5)$	X	**Q**	X	X
$(1, 4)$	X	$(3, 4)$	X	X	$(6, 4)$
Q	X	X	X	X	X
$(1, 2)$	X	**Q**	X	X	X
$(1, 1)$	$(2, 1)$	X	X	$(5, 1)$	$(6, 1)$

Μετά το τέταρτο βήμα τα πεδία τιμών γίνονται τα εξής:
$\mathrm{X}_5 = \{1\}$
$\mathrm{X}_6 = \{1, 4\}$
Στο επόμενο βήμα θα επιλέξουμε την στήλη X_5 (λιγότερες τιμές) και την τιμή $\mathrm{X}_5 = 1$.

$X1$	$X2$	$X3$	$X4$	$X5$	$X6$
$(1,6)$	**Q**	X	X	X	X
$(1,5)$	$(2,5)$	X	**Q**	X	X
$(1,4)$	X	$(3,4)$	X	X	$(6,4)$
Q	X	X	X	X	X
$(1,2)$	X	**Q**	X	X	X
$(1,1)$	$(2,1)$	X	X	**Q**	X

$X_6 = \{4\}$
Τέλος,

$X1$	$X2$	$X3$	$X4$	$X5$	$X6$
$(1,6)$	**Q**	X	X	X	X
$(1,5)$	$(2,5)$	X	**Q**	X	X
$(1,4)$	X	$(3,4)$	X	X	**Q**
Q	X	X	X	X	X
$(1,2)$	X	**Q**	X	X	X
$(1,1)$	$(2,1)$	X	X	**Q**	X

και βρέθηκε λύση.

iii . Συνέπεια τόξου, επιλογή μεταβλητής με λιγότερες τιμές, επιλογή λιγότερο δεσμευτικής τιμής

$X1$	$X2$	$X3$	$X4$	$X5$	$X6$
$(1,6)$	$(2,6)$	$(3,6)$	X	$(5,6)$	$(6,6)$
$(1,5)$	$(2,5)$	X	$(4,5)$	$(5,5)$	$(6,5)$
$(1,4)$	X	$(3,4)$	$(4,4)$	$(5,4)$	$(6,4)$
Q	X	X	X	X	X
$(1,2)$	X	$(3,2)$	$(4,2)$	$(5,2)$	$(6,2)$
$(1,1)$	$(2,1)$	X	$(4,1)$	$(5,1)$	$(6,1)$

Μετά το πρώτο βήμα τα πεδία τιμών γίνονται τα εξής:
$X_2 = \{1,5,6\}$
$X_3 = \{2,4,6\}$
$X_4 = \{1,2,4,5\}$
$X_5 = \{1,2,4,5,6\}$
$X_6 = \{1,2,4,5,6\}$

Στο επόμενο βήμα θα επιλέξουμε την στήλη X_2 (λιγότερες τιμές) και την τιμή $X_2 = 6$ αφού είναι η λιγότερο δεσμευτική

$X1$	$X2$	$X3$	$X4$	$X5$	$X6$
$(1,6)$	**Q**	X	X	X	X
$(1,5)$	$(2,5)$	X	$(4,5)$	$(5,5)$	$(6,5)$
$(1,4)$	X	$(3,4)$	X	$(5,4)$	$(6,4)$
Q	X	X	X	X	X
$(1,2)$	X	$(3,2)$	$(4,2)$	$(5,2)$	X
$(1,1)$	$(2,1)$	X	$(4,1)$	$(5,1)$	$(6,1)$

Μετά το δεύτερο βήμα τα πεδία τιμών γίνονται τα εξής:
$X_3 = \{2,4\}$
$X_4 = \{1,2,5\}$
$X_5 = \{1,2,4,5\}$
$X_6 = \{1,4,5\}$
Στο επόμενο βήμα θα επιλέξουμε την στήλη X_3 (λιγότερες τιμές) και την τιμή $X_3 = 2$ αφού είναι μικρότερη και το ίδιο περιοριστική με την $X_3 = 4$

$X1$	$X2$	$X3$	$X4$	$X5$	$X6$
$(1,6)$	**Q**	X	X	X	X
$(1,5)$	$(2,5)$	X	$(4,5)$	$(5,5)$	X
$(1,4)$	X	$(3,4)$	X	X	$(6,4)$
Q	X	X	X	X	X
$(1,2)$	X	**Q**	X	X	X
$(1,1)$	$(2,1)$	X	X	$(5,1)$	$(6,1)$

Μετά το τρίτο βήμα τα πεδία τιμών γίνονται τα εξής:
$X_4 = \{5\}$
$X_5 = \{1,5\}$
$X_6 = \{1,4\}$
Στο επόμενο βήμα θα επιλέξουμε την στήλη X_4 (λιγότερες τιμές) και την τιμή $X_4 = 5$.

$X1$	$X2$	$X3$	$X4$	$X5$	$X6$
$(1,6)$	**Q**	X	X	X	X
$(1,5)$	$(2,5)$	X	**Q**	X	X
$(1,4)$	X	$(3,4)$	X	X	$(6,4)$
Q	X	X	X	X	X
$(1,2)$	X	**Q**	X	X	X
$(1,1)$	$(2,1)$	X	X	$(5,1)$	$(6,1)$

Μετά το τέταρτο βήμα τα πεδία τιμών γίνονται τα εξής:
$\mathrm{X}_5 = \{1\}$
$\mathrm{X}_6 = \{1, 4\}$
Στο επόμενο βήμα θα επιλέξουμε την στήλη X_5 (λιγότερες τιμές) και την τιμή $\mathrm{X}_5 = 1$.

$X1$	$X2$	$X3$	$X4$	$X5$	$X6$
$(1, 6)$	**Q**	X	X	X	X
$(1, 5)$	$(2, 5)$	X	**Q**	X	X
$(1, 4)$	X	$(3, 4)$	X	X	$(6, 4)$
Q	X	X	X	X	X
$(1, 2)$	X	**Q**	X	X	X
$(1, 1)$	$(2, 1)$	X	X	**Q**	X

$\mathrm{X}_6 = \{4\}$
Τέλος,

$X1$	$X2$	$X3$	$X4$	$X5$	$X6$
$(1, 6)$	**Q**	X	X	X	X
$(1, 5)$	$(2, 5)$	X	**Q**	X	X
$(1, 4)$	X	$(3, 4)$	X	X	**Q**
Q	X	X	X	X	X
$(1, 2)$	X	**Q**	X	X	X
$(1, 1)$	$(2, 1)$	X	X	**Q**	X

και βρέθηκε λύση.

Άσκηση 4:

Στην άσκηση αυτή ζητήθηκε να υλοποιηθεί το παιχνίδι λογικής Unruly ως πρόβλημα αναζήτησης και να επιλυθεί χρησιμοποιώντας μια μέθοδο συστηματικής αναζήτησης.

Λειτουργία προγράμματος

1. **Εισαγωγή δεδομένων από το χρήστη:** Ο χρήστης εισάγει το όνομα του αρχείου εισόδου και τον μέγιστο αριθμό κόμβων που θέλει να επεκταθούν.

2. **Αποκωδικοποίηση συμβολοσειράς:** Το πρόγραμμα διαβάζει τη συμβολοσειρά που είναι γραμμένη στο αρχείο και με τη χρήση της `decode_grid()` τη μετατρέπει σε δισδιάστατο πίνακα και τον εκτυπώνει για επιβεβαίωση.

3. **Εκκίνηση Επίλυσης:** Το πρόγραμμα ξεκινά την επίλυση του προβλήματος με τη χρήση της συνάρτησης `solve_grid()` με ορίσματα την αρχική κατάσταση και το μέγιστο αριθμό κόμβων επέκτασης που έδωσε ο χρήστης.

4. **Αναδρομική Επίλυση Προβλήματος και Χρήση `is_valid()`:** Η συνάρτηση `solve_grid()` δοκιμάζει όλες τις πιθανές λύσεις με βάση τους κανόνες που θέτει η συνάρτηση `is_valid()`, επεκτείνοντας τους κόμβους.

   ### Κανόνες της `is_valid()`

   (a) Έλεγχος για 3 συνεχόμενα τετράγωνα ίδιου χρώματος οριζοντίως.

   (b) Έλεγχος για 3 συνεχόμενα τετράγωνα ίδιου χρώματος καθέτως.

   (c) Έλεγχος για υπέρβαση στην ίδια σειρά αριθμού τετραγώνων ίδιου χρώματος πάνω από το μισό του πλάτους.

   (d) Έλεγχος για υπέρβαση στην ίδια στήλη αριθμού τετραγώνων ίδιου χρώματος πάνω από το μισό του ύψους.

5. **Τερματισμός Προγράμματος:** Αν βρεθεί η τελική κατάσταση του προβλήματος εκτυπώνεται ξανά ως δισδιάστατος πίνακας. Αν δε βρεθεί η λύση ή αν περάσει το πρόγραμμα το μέγιστο αριθμό κόμβων επέκτασης (`max_nodes`), εκτυπώνεται το κατάλληλο μήνυμα.

6. **Κωδικοποίηση Τελικής Κατάστασης:** Τέλος, κωδικοποιείται ο πίνακας σε συμβολοσειρά, ίδιας μορφής όπως της αρχικής κατάστασης και καταγραφεται σε ένα αρχείο `output.txt`.

Άσκηση 5:

Στην άσκηση αυτή υλοποιήθηκε ξανά το παιχνίδι λογικής Unruly αλλά ως πρόβλημα για επίλυση με προσωμοιωμένη ανόπτηση (simulated annealing) με αντικειμενική συνάρτηση:

$$f(s) = \sum_{i=1}^{n} |rb_i(s) - rw_i(s)| + \sum_{j=1}^{m} \left|cb_j(s) - cw_j(s)\right| + \sum_{i=1}^{n} tr_i(s) + \sum_{j=1}^{m} tr_j(s)$$

με:

- rb_i, rw_i, cb_j, cw_j**:** Πλήθος μαύρων/άσπρων τετραγώνων στην γραμμή i και στη στήλη j αντίστοιχα.
- tr_i, tr_j**:** Πλήθος των τριάδων συνεχόμενων τετραγώνων με το ίδιο χρώμα στην γραμμή i και στη στήλη j αντίστοιχα.

Λειτουργία προγράμματος

1. **Εισαγωγή δεδομένων από το χρήστη:** Ο χρήστης εισάγει το όνομα του αρχείου εισόδου και τον μέγιστο αριθμό τοπικών βημάτων.
2. **Αποκωδικοποίηση συμβολοσειράς:** Το πρόγραμμα διαβάζει τη συμβολοσειρά που είναι γραμμένη στο αρχείο και με τη χρήση της `decode_grid()` τη μετατρέπει σε δισδιάστατο πίνακα και τον εκτυπώνει για επιβεβαίωση.
3. **Τυχαία ”Λύση” του Πίνακα:** Το πρόγραμμα χρησιμοποιεί την `random_fill()` ώστε να γεμίσει τυχαία τα κενά τετράγωνα με άσπρα και μάυρα και το εκτυπώνει ως **Initial State**.
4. **Εκκίνηση Επίλυσης:** Το πρόγραμμα ξεκινά την επίλυση του προβλήματος με τη χρήση της συνάρτησης `simulated_annealing()` με ορίσματα την αρχική κατάσταση και το μέγιστο αριθμό τοπικών βημάτων που έδωσε ο χρήστης. Ως όρισμα περνάμε και την αρχική θερμοκρασία που για το πρόβλημα αυτό ορίστηκε ίση με το με το μέγιστο αριθμό τοπικών βημάτων.
5. **Επίλυση Προβλήματος με προσομοιωμένη ανόπτηση:** Η συνάρτηση `simulated_annealing()` υλοποιεί τον αλγόριθμο προσωμοιωμένης ανόπτησης για τη βελτιστοποίηση του προβλήματος. Ξεκινά αρχικοποιώντας την αρχική κατάσταση του προβλήματος και την αρχική θερμοκρασία που δόθηκε και επαναλαμβάνει τα παρακάτω βήματα για το πλήθος `max_steps`:

- **Χρονοδιάγραμμα Θερμοκρασίας:** Χρησιμοποιεί τη συνάρτηση `schedule()` για να ορίσει τη νέα τιμή θερμοκρασίας ανάλογα με τη συνάρτηση που χρησιμοποιήθηκε:

  $$T = \frac{T_0}{1+t}$$

  Όπου:

  - T_0**:** Αρχική θερμοκρασία
  - **t:** Τοπικό βήμα

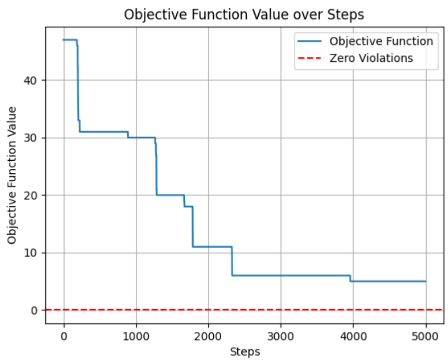
- **Δημιουργία Νέας Κατάστασης:** Δημιουργείται μια τυχαία γειτονική κατάσταση και υπολογίζεται η διαφορά στην αντικειμενική συνάρτηση.
- **Αποδοχή:** Η νέα κατάσταση γίνεται αποδεκτή εφόσον η αντικειμενική συνάρτησή της βγάλει μικρότερο αποτέλεσμα απο την ίδια συνάρτηση στην τρέχουσα κατάσταση. Αχ ισχύσει το αντίθετο, μπορεί ακόμη να γίνει αποδεκτή με πιθανότητα που εξαρτάται από τη θερμοκρασία στην επανάληψη αυτή. Η πιθανότητα αυτή μειώνεται όσο μειώνεται και η θερμοκρασία.
- **Αξιολόγηση:** Καταγράφεται η καλύτερη κατάσταση και εκτυπώνεται το βήμα στο οποίο βρίσκεται ο αλγόριθμος, το στάδιο ψύξης και η τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης της καλύτερης καταγεγραμμένης κατάστασης ως τώρα.

6. **Καταγραφή Τελικής Καλύτερης Κατάστασης:** Τέλος, εκτυπώνεται η καλύτερη ”λύση” που βρέθηκε από τη προσομοιωμένη ανόπτηση, μαζί και ο χρόνος εκτέλεσης.

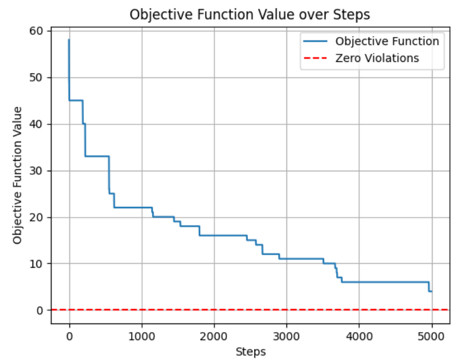
Σημείωση: Για την αποφυγή αλλαγής των αρχικά χρωματισμένων τετραγώνων, διαχωρίστηκαν ως κεφαλαία *B* και *W* τα αρχικά, και πεζά *b* και *w* τα τετράγωνα που χρωμάτισε ο αλγόριθμος, ενώ στην εκτύπωση της τελικής κατάστασης μετατράπηκαν όλα σε κεφαλαία.

Στιγμιότυπα

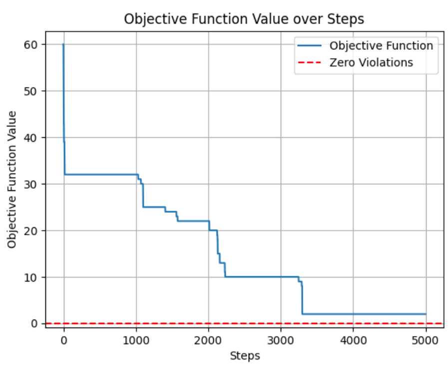
Τα παρακάτω στιγμιότυπα εφαρμόστηκαν πάνω στο ίδιο αρχείο που δόθηκε ως παράδειγμα στην άσκηση 4 (`8x8:bceadEDgCcAgCcabBi`).



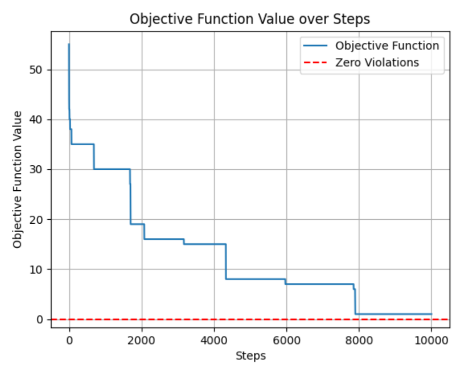
(a) max_steps = 5000 | f = 5



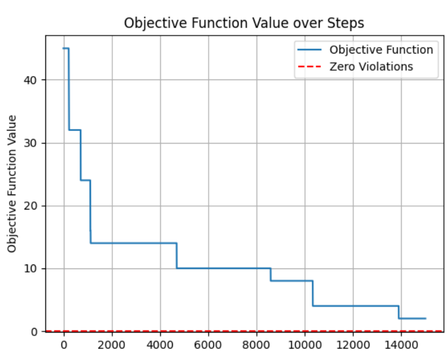
(b) max_steps = 5000 | f = 4



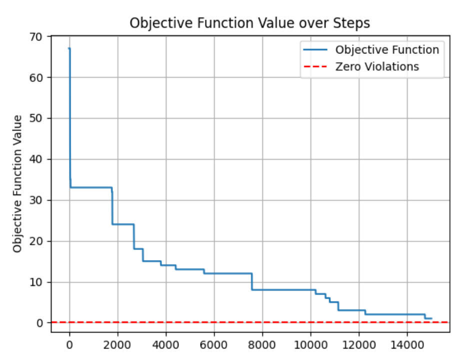
(c) max_steps = 5000 | f = 2



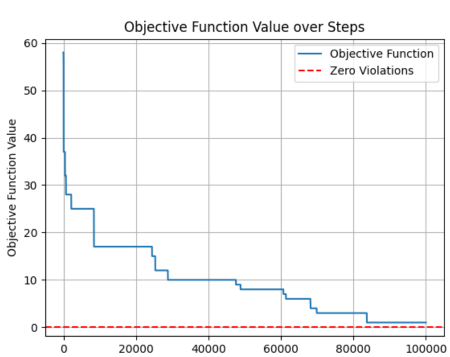
(d) max_steps = 10000 | f = 1



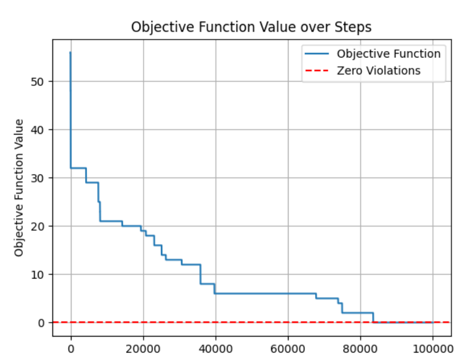
(e) max_steps = 15000 | f = 2



(f) max_steps = 15000 | f = 1



(g) max_steps = 100000 | f = 1



(h) max_steps = 100000 | f = 0

Σχόλια

Η γρήγορη μείωση της συνάρτησης ψύξης που χρησιμοποιήθηκε περιορίζει τη δυνατότητα εξερεύνησης του χώρου λύσεων, οδηγώντας σε πρόωρη σύγκλιση σε τοπικά ελάχιστα. Με μέγιστο αριθμό βημάτων 5000, οι τιμές της αντικειμενικής συνάρτησης (f) μειώθηκαν έως και σε 5, 4 και 2, ενώ με 10000 βήματα έφτασαν μέχρι και στο 1. Αυξημένος αριθμός βημάτων (15000) οδήγησε σε $f = 2$ και 1, ενώ με 100000 βήματα ο αλγόριθμος έφτασε τελικά στο βέλτιστο $f = 0$. Τα αποτελέσματα δείχνουν ότι η αύξηση των βημάτων βελτιώνει τις λύσεις, ωστόσο η γρήγορη ψύξη παραμένει εμπόδιο για ορισμένες τιμές.