

Θέμα 6: Σχεδιαστές στην Ταξινόμηση LDA

$$\mu_1 = \begin{bmatrix} -5 \\ 5 \end{bmatrix}, \mu_2 = \begin{bmatrix} 10 \\ 15 \end{bmatrix}$$

$$\Sigma_1 = \begin{bmatrix} 11 & 9 \\ 9 & 11 \end{bmatrix}, \Sigma_2 = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\vec{x} \sim N_1(\vec{\mu}_1, \Sigma_1) \quad \text{και} \quad \vec{x} \sim N_2(\vec{\mu}_2, \Sigma_2)$$

$$m_1 = \vec{w}^T \vec{\mu}_1 \quad S_1^2 = \vec{w}^T \Sigma_1 \vec{w}$$

$$m_2 = \vec{w}^T \vec{\mu}_2 \quad S_2^2 = \vec{w}^T \Sigma_2 \vec{w}$$

$$\begin{aligned} S_B &= (\vec{\mu}_1 - \vec{\mu}_2)(\vec{\mu}_1 - \vec{\mu}_2)^T = \left(\begin{bmatrix} -5 \\ 5 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 10 \\ 15 \end{bmatrix} \right) \left(\begin{bmatrix} -5 \\ 5 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 10 \\ 15 \end{bmatrix} \right)^T \\ &= \begin{bmatrix} -15 \\ 10 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -15 & -10 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 225 & 150 \\ 150 & 110 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

$$S_w = \Sigma_1 + \Sigma_2 = \begin{bmatrix} 11 & 9 \\ 9 & 11 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 13 & 9 \\ 9 & 13 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} S_w^{-1} &= \frac{1}{13^2 - 9^2} \begin{bmatrix} 13 & -9 \\ -9 & 13 \end{bmatrix} = \frac{1}{88} \begin{bmatrix} 13 & -9 \\ -9 & 13 \end{bmatrix} = \\ &= \begin{bmatrix} \frac{13}{88} & -\frac{9}{88} \\ -\frac{9}{88} & \frac{13}{88} \end{bmatrix} \end{aligned}$$

$$\vec{w} = B \cdot (\Sigma_1 + \Sigma_2)^{-1} (\vec{\mu}_1 - \vec{\mu}_2) \quad \text{όπου} \quad \Sigma_1 + \Sigma_2 = S_w$$

$$\text{Άρα} \quad \vec{w} = B \cdot S_w^{-1} (\vec{\mu}_1 - \vec{\mu}_2) = B \cdot \begin{bmatrix} \frac{13}{88} & -\frac{9}{88} \\ -\frac{9}{88} & \frac{13}{88} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -15 \\ -10 \end{bmatrix} = B \begin{bmatrix} -\frac{105}{88} \\ \frac{9}{88} \end{bmatrix}$$

Το B είναι μια σταθερά που αλλάζει
το μήκος του διανύματος \vec{w} οπότε μπορούμε
να το παραθέσουμε οπότε $\vec{w} = \begin{bmatrix} -\frac{105}{88} \\ \frac{5}{88} \end{bmatrix}$