Матлог 6.4 е

Пусть $b > 0$. Определим из $a = bp + q$ и $q < b$, чему равны p, q. Определим $q = \frac{a}{b}$, где деление нацело опредлено индуктивно.

$$\frac{a}{b} = \begin{cases} (\frac{a-b}{b})', & a \geqslant b \\ 0, & a < b \end{cases}$$

Тогда $q = a - \frac{a}{b} * b$. Докажем сначала, что $\frac{a}{b}b \leqslant a$, т.е что

$$\exists p. a = \frac{a}{b}b + p$$

Докажем это "модифицированной" индукцией.

$$(\forall a.\ a < b \implies P(a)) \land (\forall a.\ P(a) \implies P(a+b)), \text{влечёт } \forall a.\ P(a)$$

1. $a < b$. $\frac{a}{b} = 0$, $p = a$.

2. Пусть нашлось p: $a = \frac{a}{b}b + p$. Докажем утверждение для $a + b$.

$$\frac{a+b}{b} \cdot b = \frac{a}{b}b + b, \quad a + b = \frac{a+b}{b}b + p$$

Эти p, q будут единственными по построению.