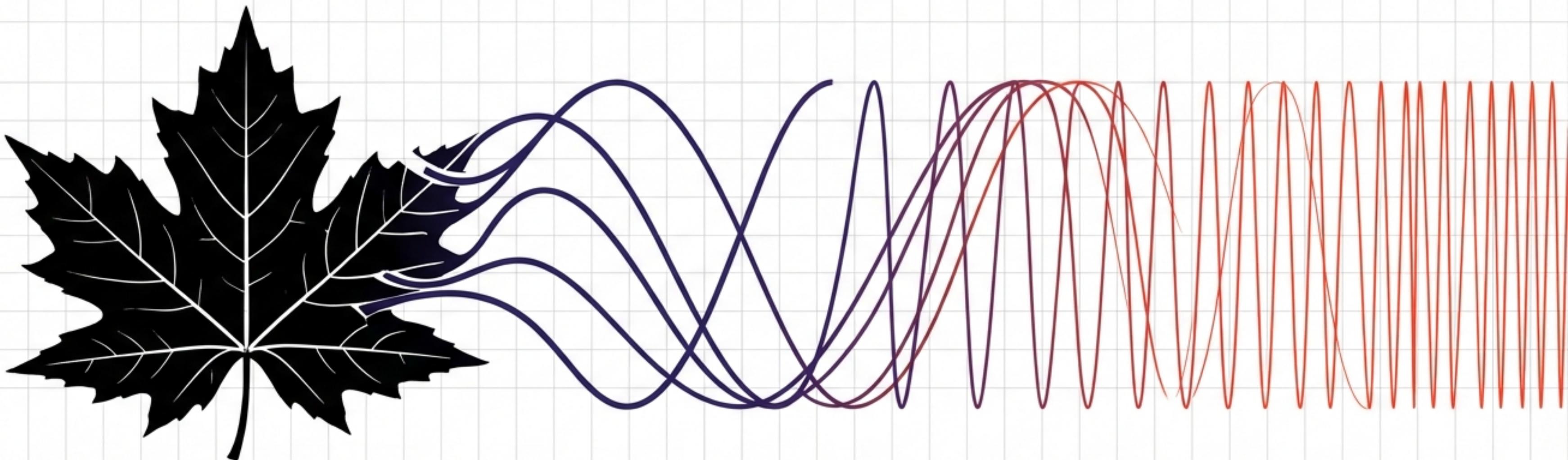


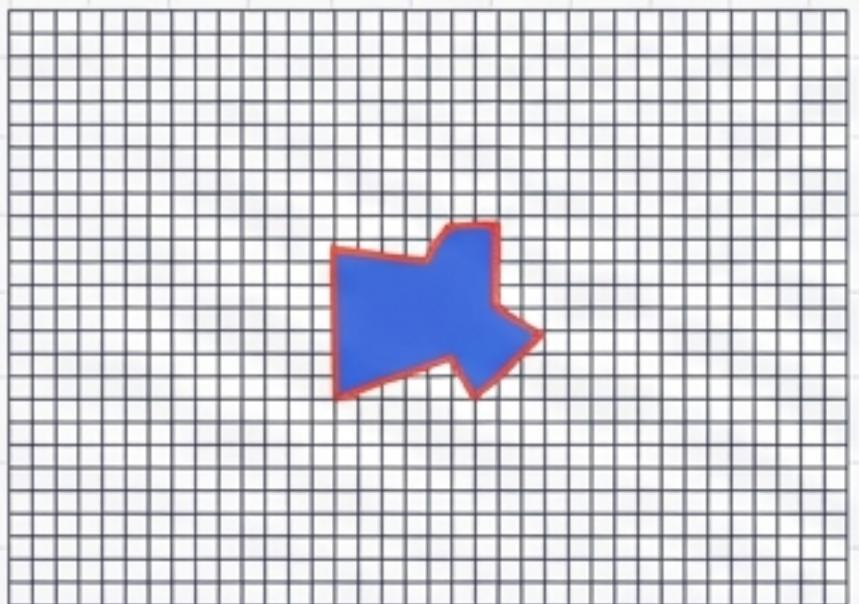
Descriptores de Fourier y la Geometría de la Frecuencia

De la extracción de contornos a la defensa de la Inteligencia Artificial: Una guía integral sobre invarianza de forma.



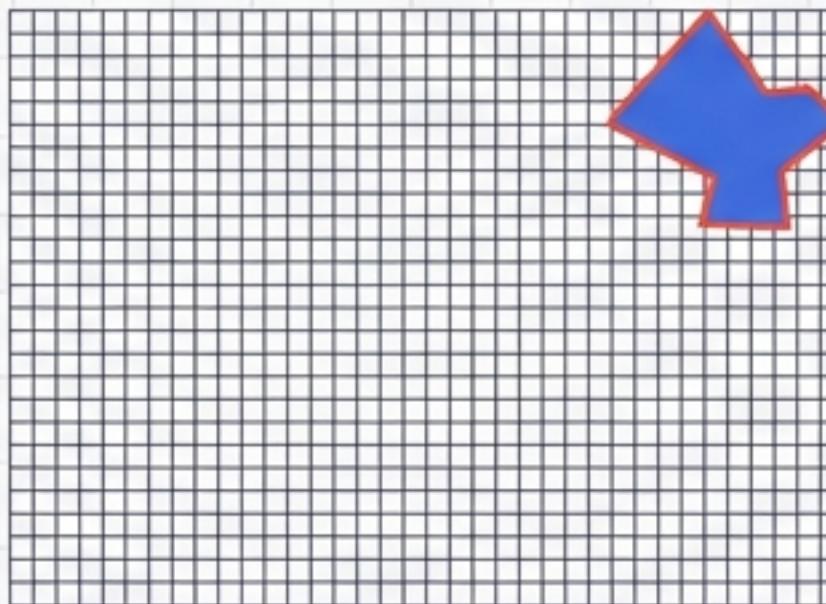
La Paradoja de la Matriz: Ceguera Digital ante la Forma

Matriz A (Original)



Orientación: 0° | Escala: 100%

Matriz B (Transformada)



Orientación: 210° | Escala: 44%

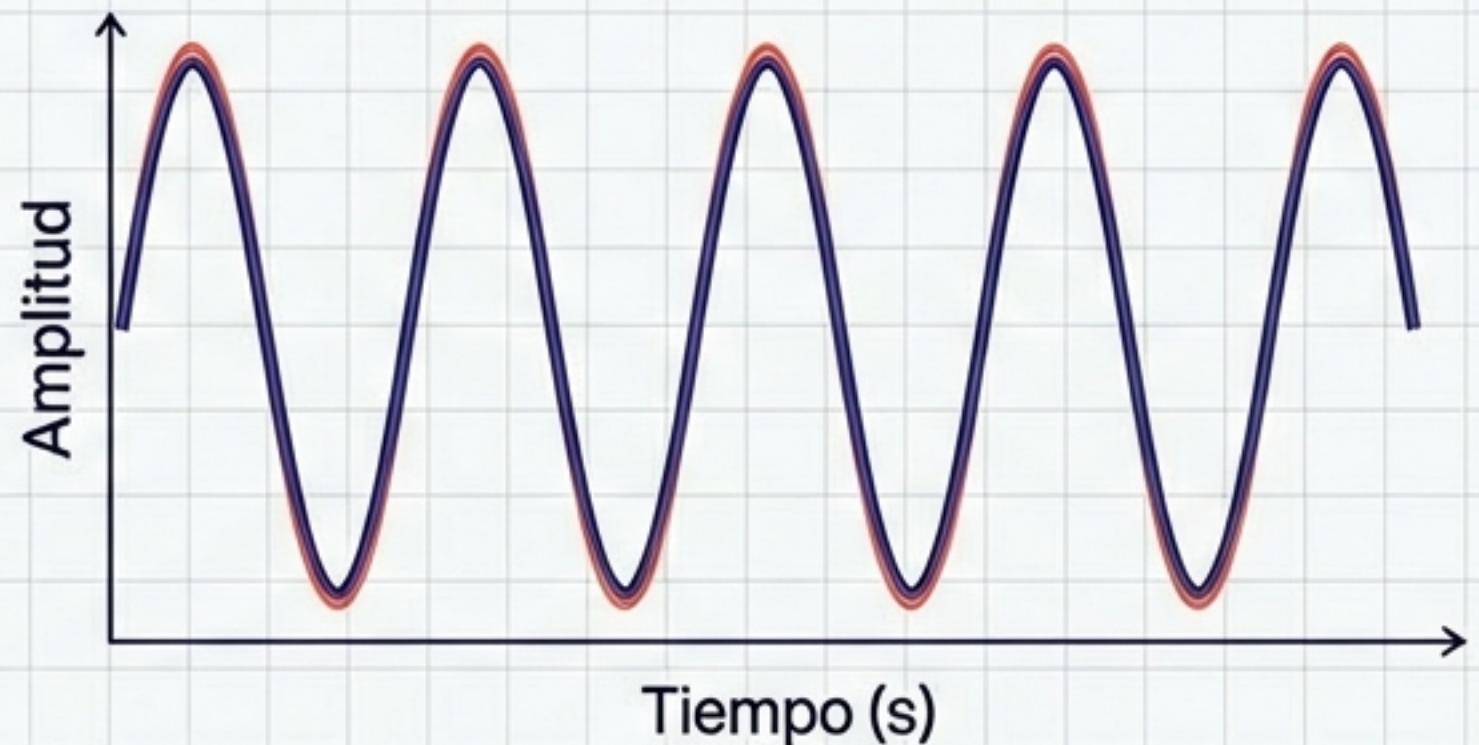
Insight: Aunque Matriz A y Matriz B **no comparten píxeles en las mismas coordenadas, representan el mismo objeto**. El algoritmo necesita una 'firma' matemática que permanezca idéntica pese al caos de los píxeles.

El Cambio de Dominio: La Forma como Señal

Dominio Espacial (x, y)



Dominio de Frecuencia (Hz)

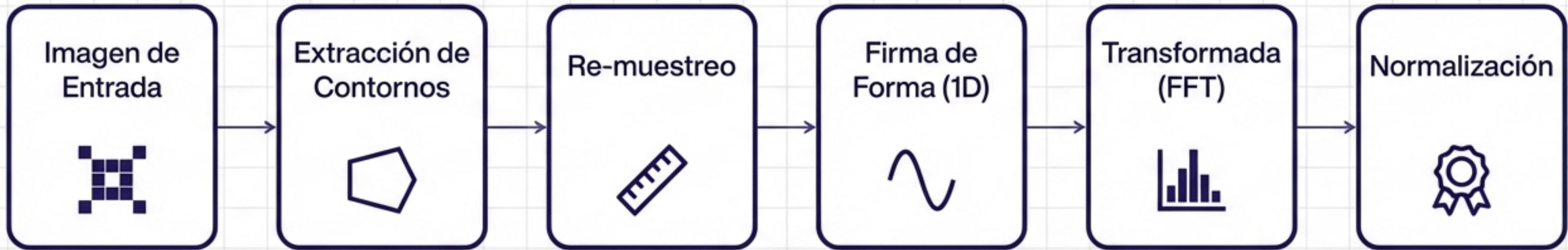


La premisa central: Interpretar el límite de un objeto cerrado como una señal periódica unidimensional.

Espacio: Complejo y dependiente de posición.

Frecuencia: Jerárquico, robusto, basado en energía.

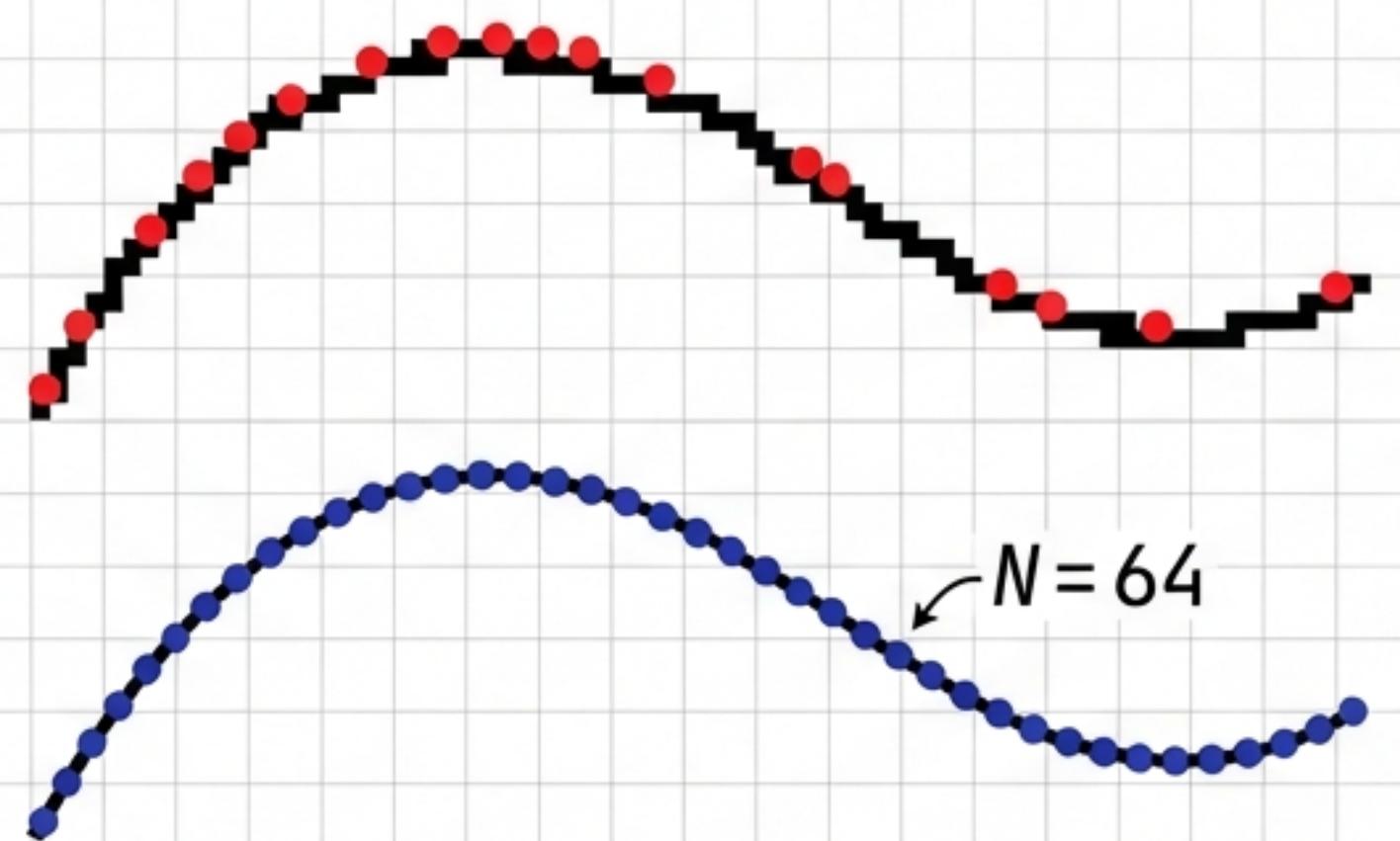
Arquitectura del Pipeline de Procesamiento



Un flujo **determinista** para convertir **geometría variable** en **coeficientes estables**.

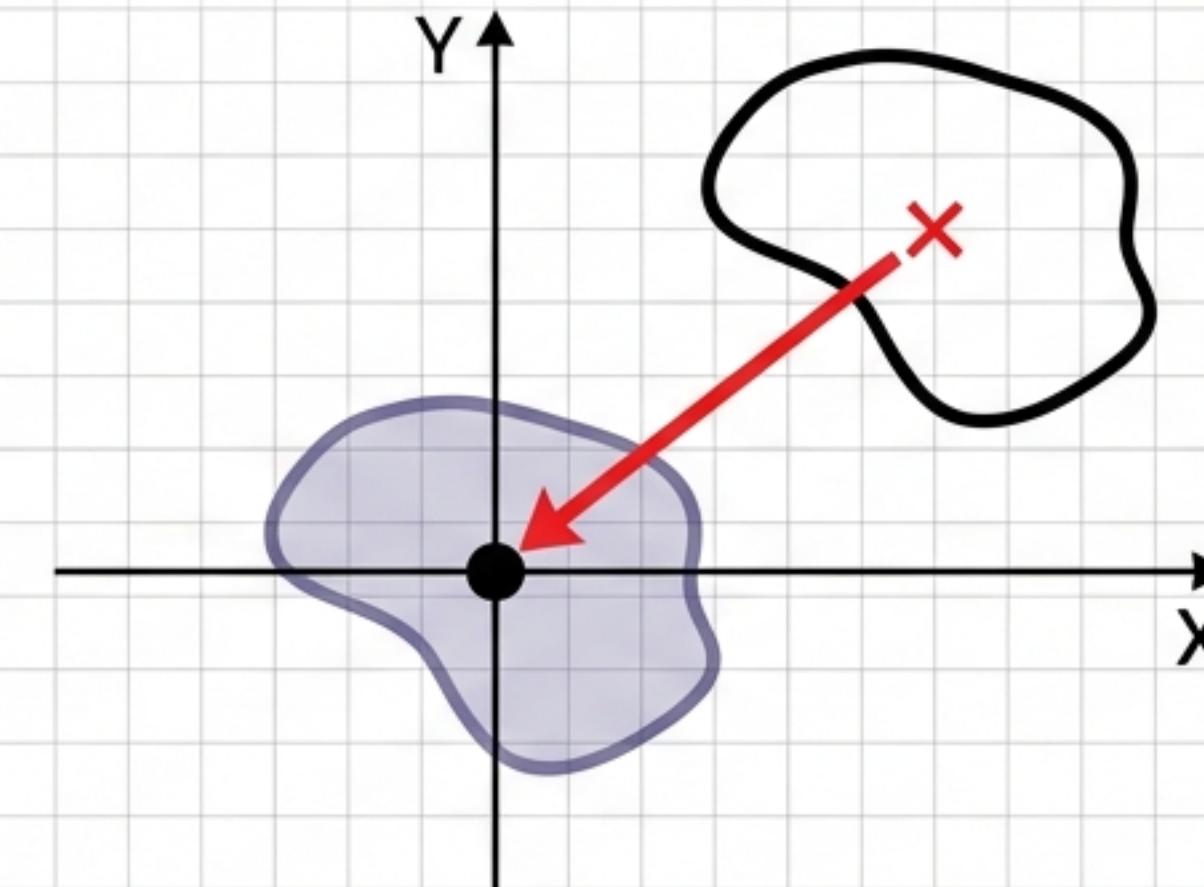
Normalización Espacial: Estandarizando la Entrada

1. El Problema del Muestreo



Interpolación lineal para obtener N puntos equidistantes ($N = 64, 128 \dots$). Esto corrige la distorsión de distancia de píxeles diagonales vs horizontales.

2. Invarianza a Traslación (Centrado)



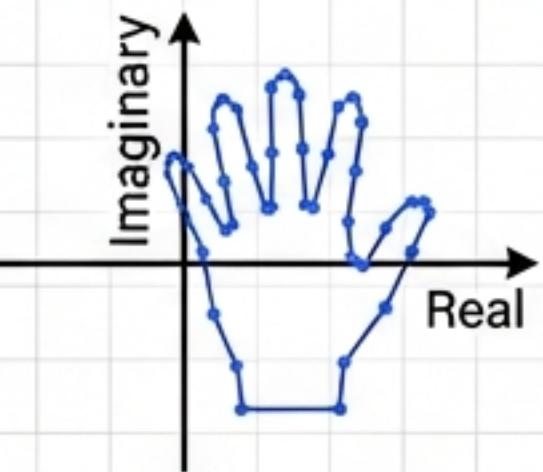
Cálculo y sustracción del centroide (\bar{x}, \bar{y}).
 $P_{\text{nuevo}} = P_{\text{original}} - \text{Centroide}.$
Elimina el efecto de la posición en la imagen.

La Firma de Forma: De 2D a 1D

Coordenadas Complejas

$$z = x + jy$$

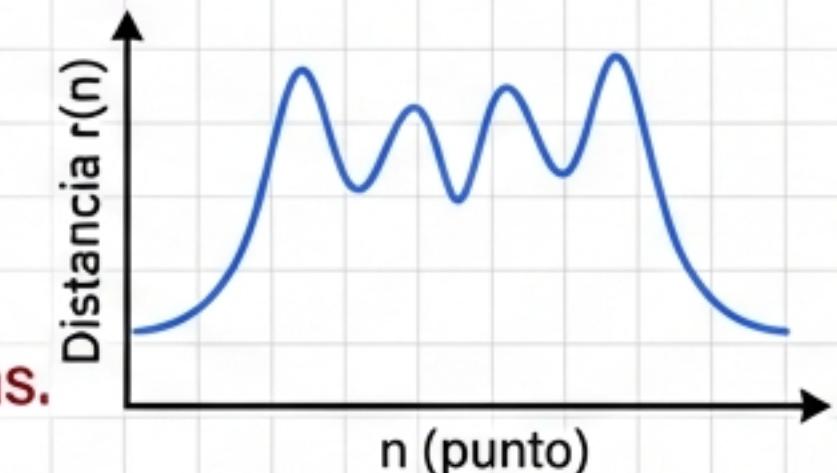
El Estándar. Conserva la geometría completa.
Permite reconstrucción visual directa.



Distancia al Centroide

$$r(n)$$

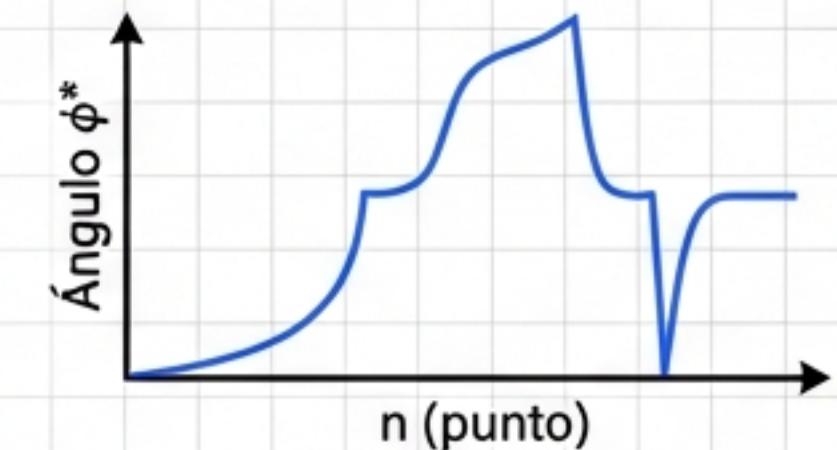
Simple. Robusta a rotación global, pero pierde información angular. Ambigua en formas cóncavas.



Función Angular (Zahn-Roskies)

$$\phi^*$$

Pura curvatura. Ideal para esquinas, pero sensible al ruido.



El Núcleo Espectral: Logrando la Invarianza (RST)

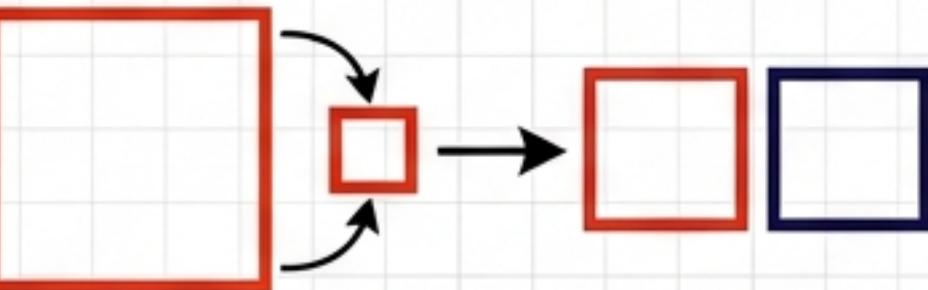
$$Z(k) = \sum_{n=0}^{N-1} z(n)e^{-j\frac{2\pi}{N}kn}$$

Rotación



Solución: Usar la Magnitud $|F(k)|$. Ignorar la fase hace al descriptor ciego a la orientación.

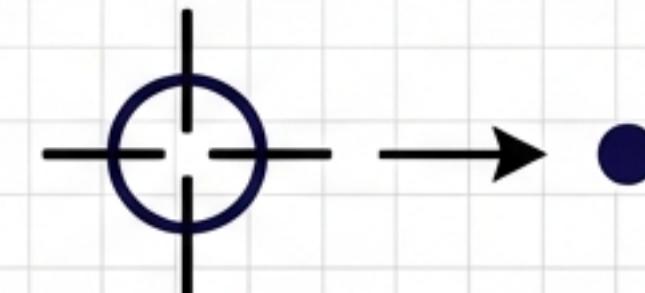
Escala



Solución: Dividir por la componente igual fundamental $|Z(1)|$.

$$\text{Descriptor}(k) = \frac{|Z(k)|}{|Z(1)|}.$$

Traslación



Solución: Descartar el coeficiente DC ($Z(0)$) o centrado previo.

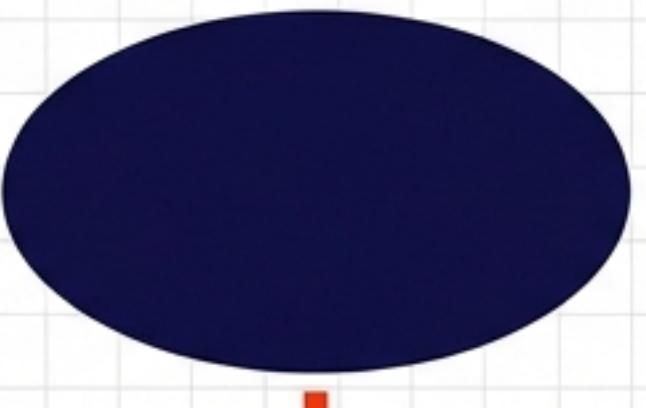
Leyendo el Espectro: Jerarquía de la Forma

A visual demonstration of 'Reconstruction' to explain frequency

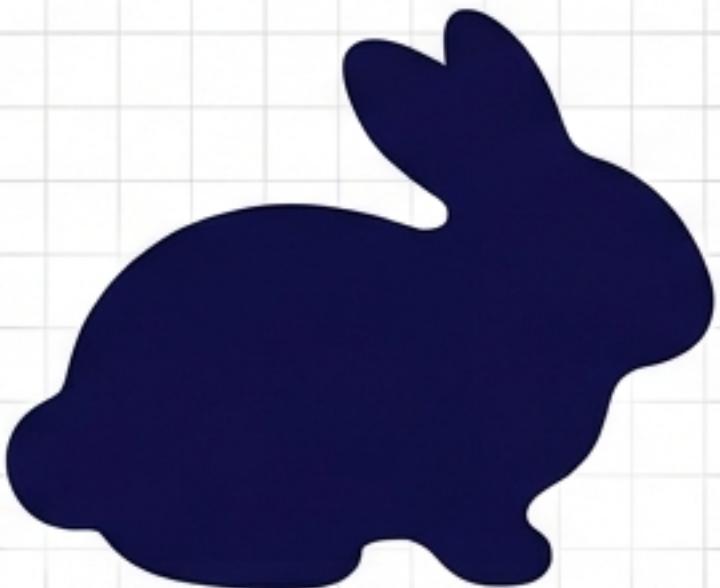
Bajas Frecuencias:
Estructura Global
(Elipse base).

Altas Frecuencias:
Detalle Fino
(Esquinas, ruido).

$M = 2$ Coeficientes

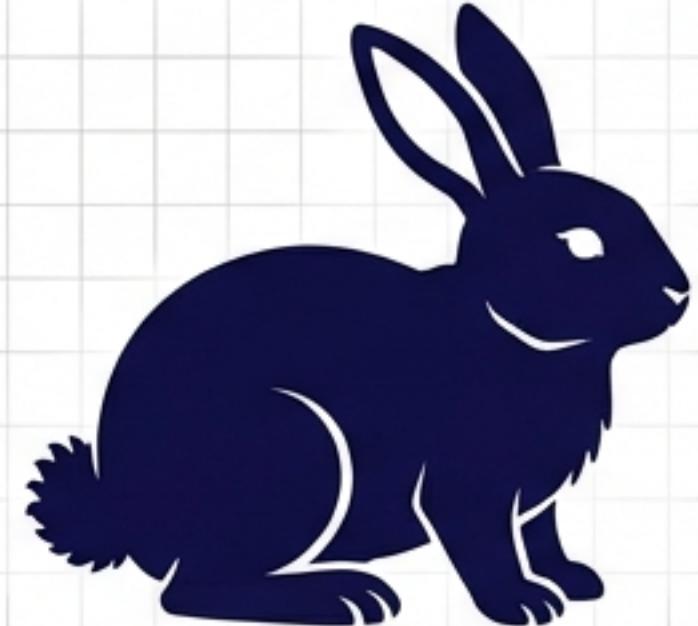


$M = 10$ Coeficientes



Añadiendo Frecuencia = Añadiendo Detalle

$M = 64$ Coeficientes



Análisis Competitivo: Fourier vs. Alternativas

vs. Momentos
de Hu

Hu analiza masa (región), Fourier analiza fronteras.
Fourier gana en detalles finos y es reversible.
Hu colapsa formas distintas con masa similar.

vs. Códigos
de Cadena

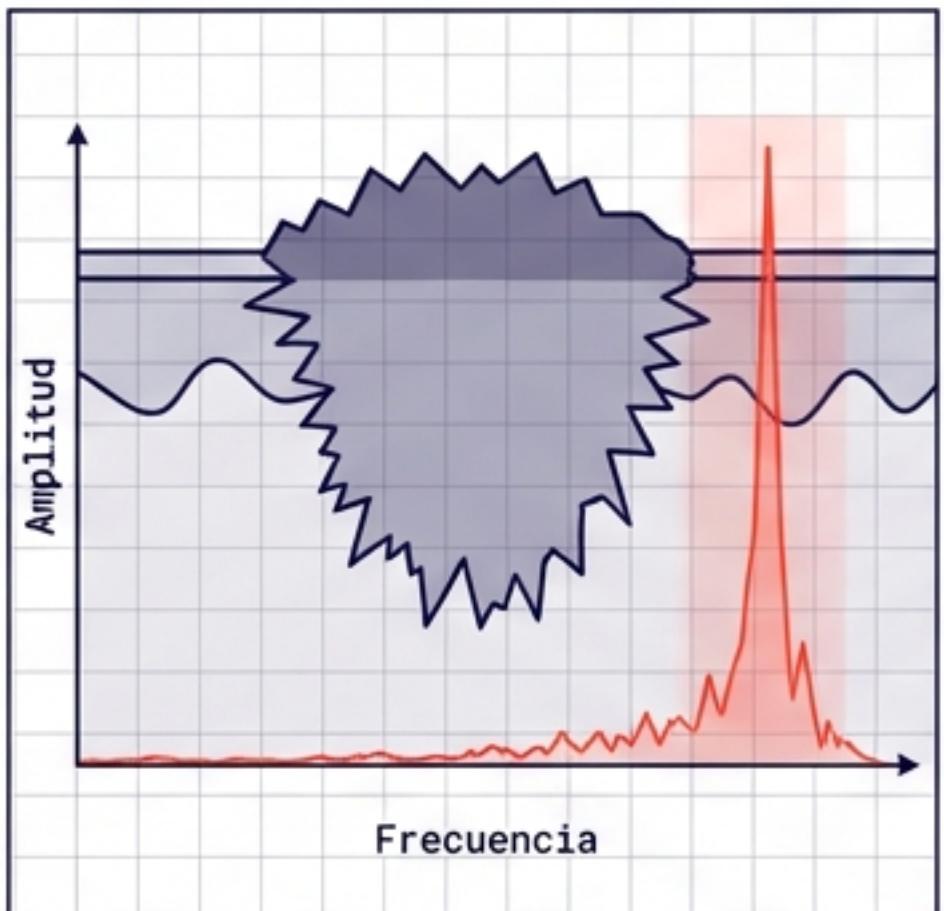
Chain Codes son secuencias direccionales (N, S, E, O).
No tienen invarianza rotacional nativa y son frágiles
ante el ruido de un solo píxel. Fourier es global y
robusto.

vs. CNNs
(Deep Learning)

Las CNNs son ‘cajas negras’ hambrientas de datos y
sesgadas hacia la textura. Fourier es eficiente en
datos (‘Data Efficient’) y matemáticamente explicable.

Casos de Uso Críticos: Donde la Precisión Importa

Medicina (Oncología)



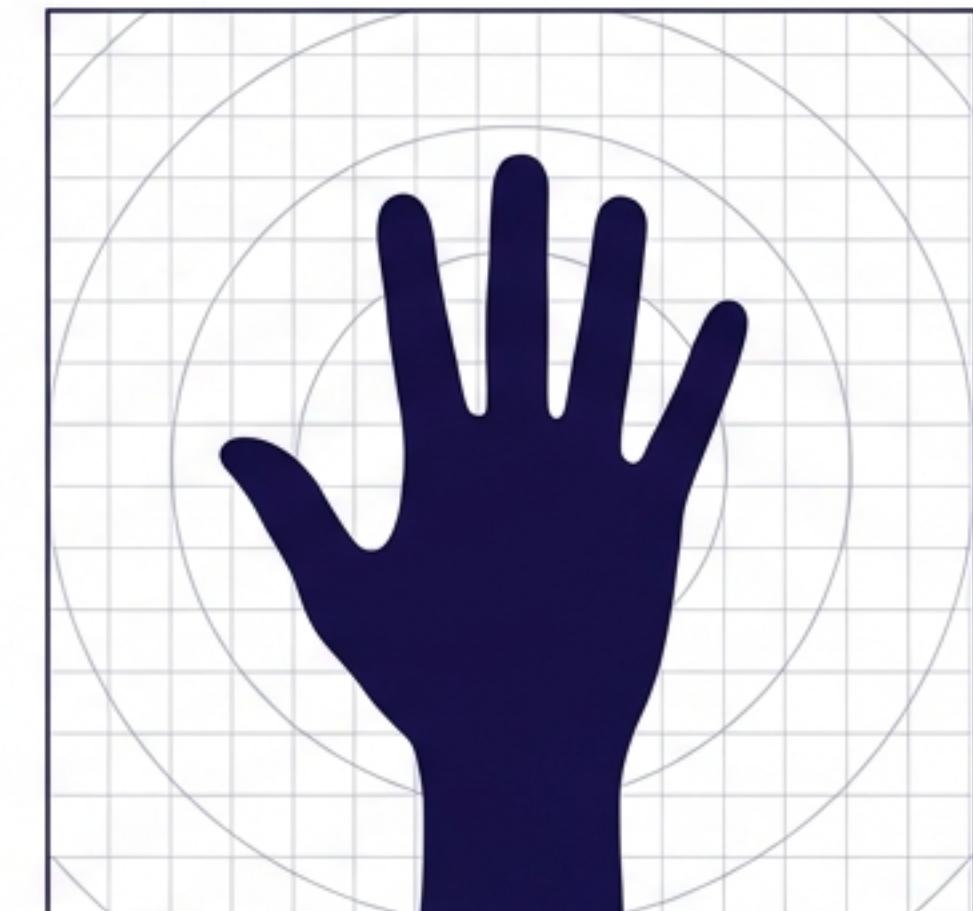
Detección de melanomas.
Malignidad = Energía en altas
frecuencias (bordes rugosos).

OCR y Escritura



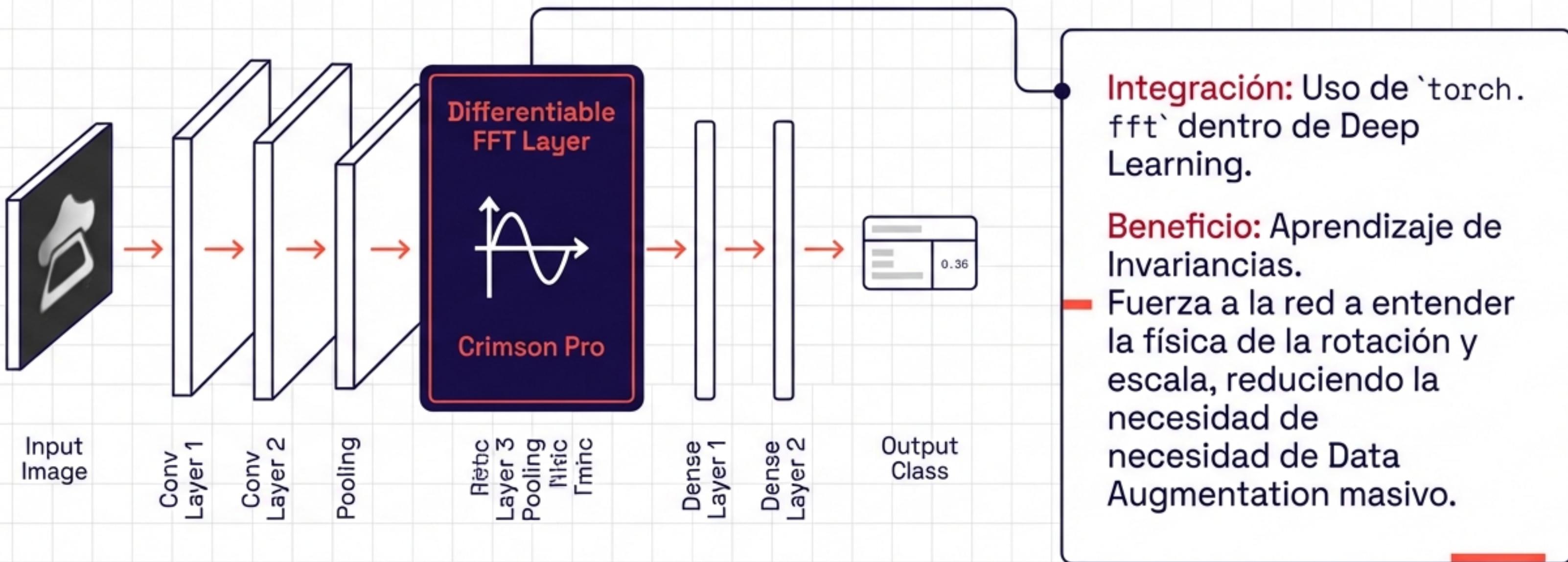
Escrituras complejas.
✓ >98% precisión al modelar
la envolvente global.

Biometría

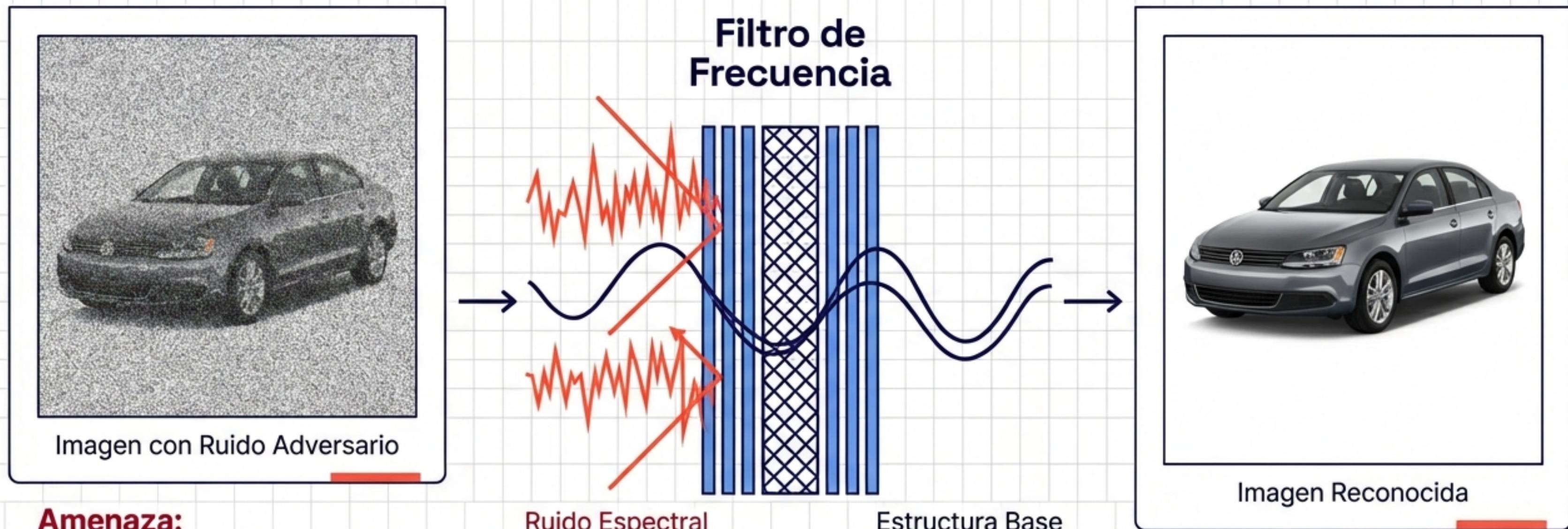


Gestos de mano.
✓ Clasificación robusta
independiente de la distancia
a la cámara.

Convergencia con IA: Capas de Fourier Diferenciables



Defensa Espectral: Robustez ante Ataques Adversarios

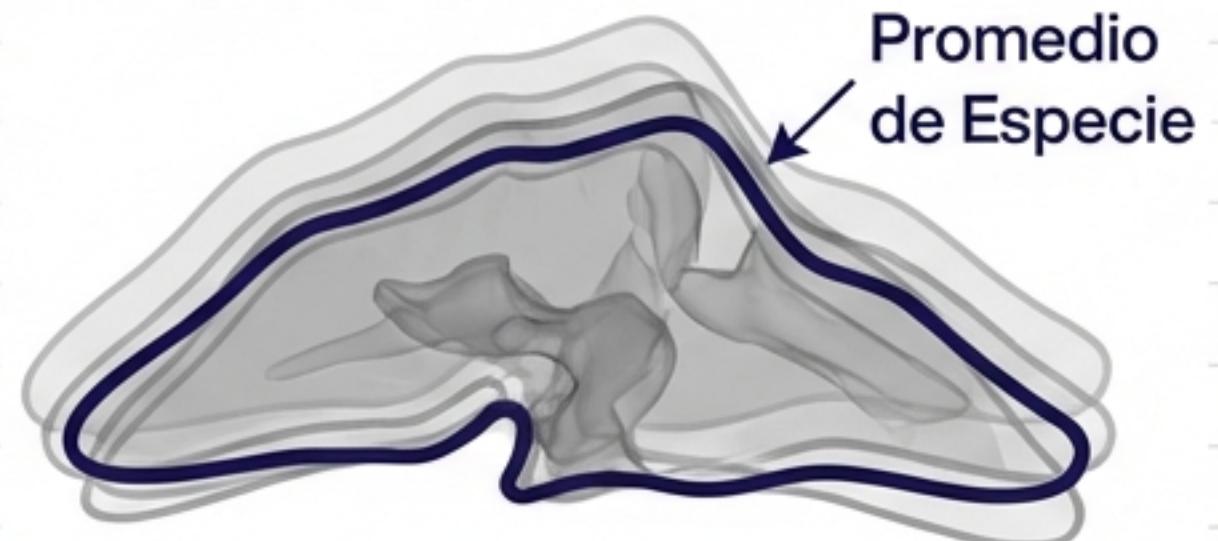


Amenaza:

Las CNNs son engañadas por "ruido invisible" en altas frecuencias.

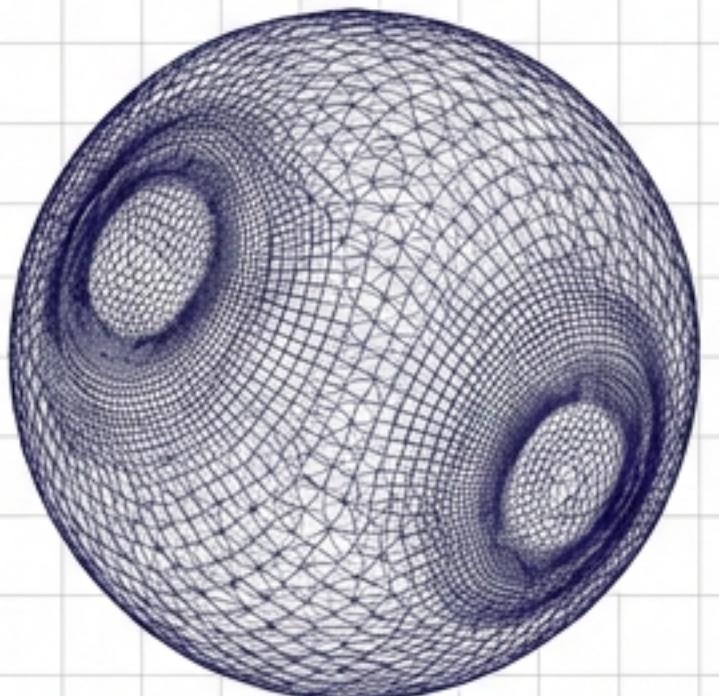
Solución: FAT (Frequency Adversarial Training). Entrenar modelos para ignorar el ruido espectral y enfocarse en la estructura base (bajas frecuencias).

Fronteras: De la Biología a la Síntesis 3D



Morfometría Geométrica

Clasificación taxonómica precisa y visualización de la “especie promedio”.



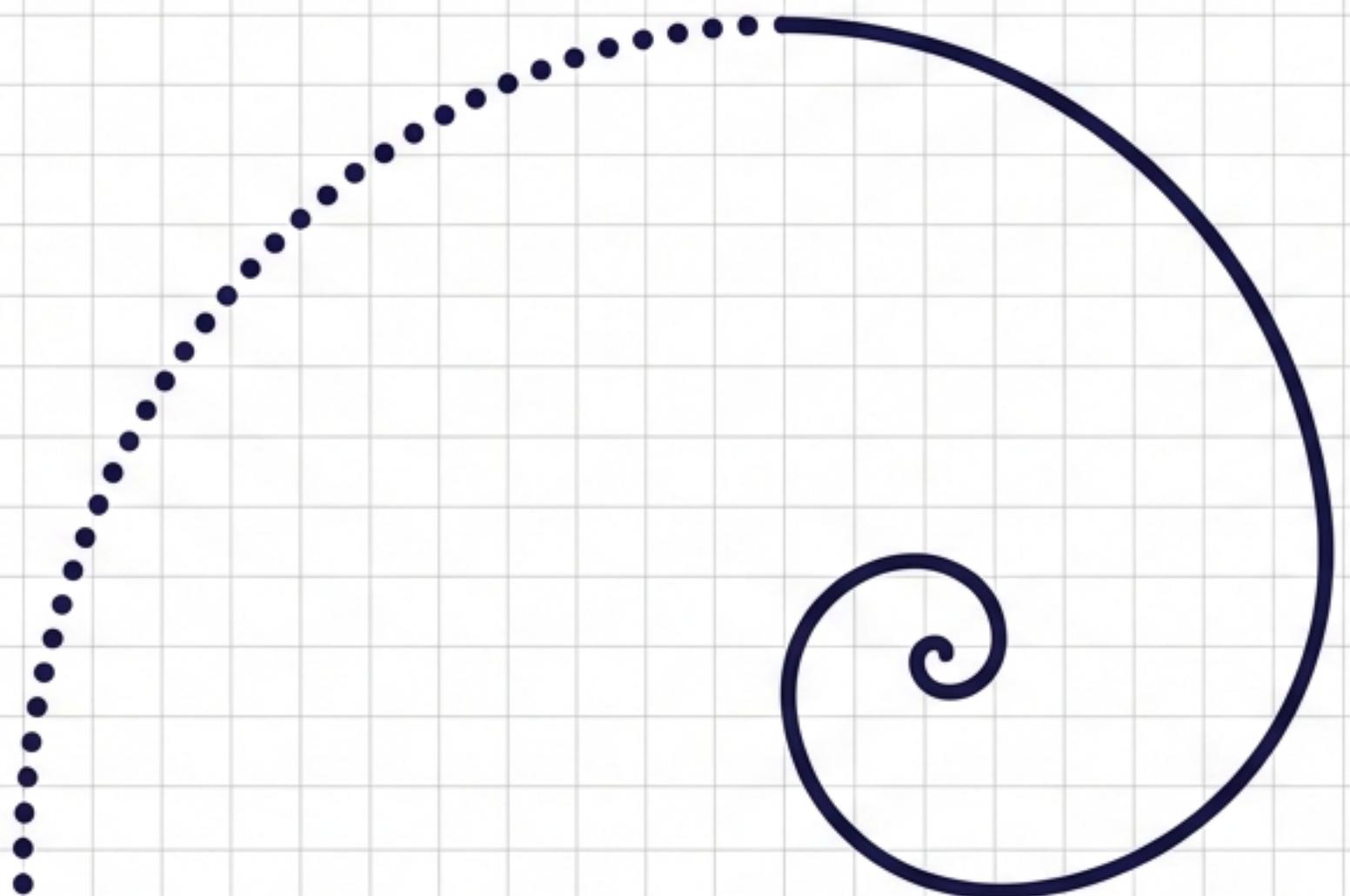
NeRFs (Neural Radiance Fields)

Gráficos 3D. La codificación posicional de Fourier recupera texturas de alta resolución que las redes neuronales estándar tienden a borrar.

Implementación Práctica: Python y OpenCV

```
# 1. Extracción  
cnt = cv2.findContours(img, ...)[0]  
  
# 2. Conversión a Complejo  
cnt_complex = cnt[:, 0] + 1j * cnt[:, 1] Mapeo al plano complejo  
  
# 3. Transformada (FFT)  
fourier_result = np.fft.fft(cnt_complex)  
  
# 4. Invarianza (Magnitud y Escala)  
descriptor = np.abs(fourier_result) Eliminación de fase (Rotación)  
descriptor /= descriptor[1] # Normalización por fundamental y normalización (Escala)
```

Conclusión: La Estructura sobre los Píxeles



Los Descriptores de Fourier transforman la geometría en señal, ofreciendo una robustez matemática que la fuerza bruta no puede igualar.

El futuro: Sistemas híbridos donde la capacidad de aprendizaje de la IA es guiada por la elegancia invariante del análisis espectral.

Diseñar sistemas que no solo ‘vean’, sino que ‘entiendan’ la estructura.