

## Fundamentos de la convolución de imágenes y manejo de filtros:

Dada una imagen  $I$  y un filtro, kernel o máscara  $M$ , la operación de convolución se define como se indica a continuación:

$$\text{Imagen Resultante} = K * I$$

Kernel

$w_1$	$w_2$	$w_3$
$w_4$	$w_5$	$w_6$
$w_7$	$w_8$	$w_9$

El kernel o máscara debe tener un número impar de filas y columnas

Imagen Original									
69	215	61	68	190	73	9	109	49	
14	190	59	89	10	82	123	24	82	
92	242	201	174	78	227	179	182	148	
207	250	127	26	173	214	110	81	51	
15	212	129	30	96	33	121	192	1	
106	98	128	3	113	97	152	99	146	
110	228	48	212	225	191	51	50	178	
165	211	166	91	245	11	93	232	107	
153	1	124	250	227	118	255	69	95	
7	86	34	71	105	107	179	110	21	
21	244	171	197	126	59	110	223	188	
123	182	198	199	125	51	227	68	239	

La operación de convolución consiste en hacer coincidir el centro del kernel o filtro con el pixel al cual se desea aplicar dicho filtro, multiplicar todos los valores de la ventana y dividir para el factor de normalización.

Supongamos que se desea aplicar el filtro al pixel de la posición  $(1, 1)$ , es decir, al pixel cuyo valor es 190. Para ello debemos hacer coincidir el valor  $w_5$  con el valor 190 y multiplicar todo el vecindario, sumar y finalmente dividir para el factor de normalización.

$$\text{Pixel Resultante} = \frac{w_1 \cdot 69 + w_2 \cdot 215 + w_3 \cdot 61 + w_4 \cdot 14 + w_5 \cdot 190 + \dots + w_9 \cdot 201}{N}$$

Imagen Resultante									

Cuando se tiene que aplicar el kernel o filtro en las zonas de los bordes de la imagen, parte de dicho kernel quedará fuera de la imagen, por ello, se suele llenar con ceros o colocar valores espejo o valores de cálculo de interpolación.

Imagen Original								
69	215	61	68	190	73	9	109	49
14	190	59	89	10	82	123	24	82
92	242	201	174	78	227	179	182	148
207	250	127	26	173	214	110	81	51
15	212	129	30	96	33	121	192	1
106	98	128	3	113	97	152	99	146
110	228	48	212	225	191	51	50	178
165	211	166	91	245	11	93	232	107
153	1	124	250	227	118	255	69	95
7	86	34	71	105	107	179	110	21
21	244	171	197	126	59	110	223	188
123	182	198	199	125	51	227	68	239

### Filtro de la Mediana:

El filtro de la mediana se emplea para reducir el nivel de ruido que tiene una imagen. Este filtro simplemente promedia los valores de los píxeles del 8 - vecindario con respecto al pixel al que se aplica.

Filtro Mediana		
	1	1
1/9 *	1	1
	1	1

### Filtro Gaussiano:

El filtro Gaussiano utiliza la función del mismo nombre para obtener los valores de los píxeles en base a aquel pixel al que se aplica dicho filtro y su vecindario. Para ello usa la siguiente función:

$$G(x, y, \sigma) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} \cdot \exp\left(-\frac{x^2 + y^2}{2 \cdot \sigma^2}\right)$$



La constante de normalización no se utilizará para calcular los valores de la máscara

En la siguiente imagen se pueden apreciar las coordenadas del Filtro Gaussiano. Se debe partir siempre de que el centro tiene coordenadas (0,0).

Coordenadas del Filtro Gaussiano				
(-2,-2)				
		(-1,0)		
(0,-2)	(0,-1)	(0,0)		
		(1,0)		
				(2,2)

Una vez que se tienen las coordenadas se puede pasar a calcular los valores que tendrá el filtro, dada la varianza. Para calcular los valores, reemplazamos las coordenadas correspondientes y el valor de la varianza, sin tomar en cuenta la constante de normalización:

Ejemplo:

- Calcule el filtro Gaussiano de una matriz de 5 filas por 5 columnas con los siguientes valores:

$$\sigma = 1.73$$

Aplicando la fórmula, por ejemplo, para el valor del centro, tendríamos lo siguiente:

$$G(x, y, \sigma) = \exp\left(-\frac{0^2 + 0^2}{2 \cdot 1.73^2}\right) = 1.0$$

Si se aplica la fórmula sobre todo el filtro, se obtienen los siguientes valores:

Valores del Filtro				
0.263	0.434	0.716	0.434	0.263
0.434	0.716	0.846	0.716	0.434
0.716	0.846	1	0.846	0.716
0.434	0.716	0.846	0.716	0.434
0.263	0.434	0.716	0.434	0.263

Para poder trabajar con el Filtro, debemos convertir sus valores continuos en discretos. Para ello, podemos aplicar 2 técnicas:

### 1. Multiplicación de los valores del Filtro por una constante:

Como se observa a continuación, se multiplican los valores por una kte (en este caso 30) y se redondea. El resultado es el siguiente (no olvidar que se debe dividir para la suma de los valores del kernel):

Valores del Filtro				
8	13	21	13	8
13	21	25	21	13
21	25	30	25	21
13	21	25	21	13
8	13	21	13	8

1/434 \*

## 2. Despeje de la kte de multiplicación en base a un valor del kernel:

Para este caso asumimos un valor para uno de los pixeles del borde o cualquier otro, y procedemos a despejar el valor de la constante:

$$Valor\_Enter = Kte \cdot G(x, y, \sigma)$$

$$13 = Kte \cdot G(-2, -2, 1.73)$$

$$13 = Kte \cdot 0.263$$

$$Kte = \frac{13}{0.263} = 49.42 \approx 50$$

### Detección de Bordes

La detección de bordes es una técnica que ayuda a determinar cuáles son los límites de los objetos y formas que se tienen en una imagen. En esta sección se ilustrará la técnica a través del detector de bordes de Sobel.

### Detector de Bordes de Sobel

Este detector utiliza 2 máscaras o kernels donde cada una de ellas se enfoca o bien en la detección de bordes horizontales o en la detección de bordes verticales.

Dada la siguiente imagen, aplique el detector de bordes de Sobel para determinar si existe un borde o no:

Imagen Original																
70	33	41	87	3	46	88	68	165	233	164	163	245	192	194		
70	59	100	74	40	35	94	33	204	219	135	182	183	222	184		
17	6	52	20	19	78	2	17	178	218	184	188	119	187	121		
55	19	60	73	36	87	85	48	247	140	150	222	191	150	204		
10	8	94	38	62	39	15	66	196	203	247	128	218	176	166		
53	26	0	49	89	44	54	60	236	254	118	217	166	164	140		
34	62	12	62	43	72	50	31	198	254	191	189	122	112	142		
75	30	68	49	80	33	34	44	227	120	175	193	240	155	197		
82	1	15	74	90	69	29	63	246	137	240	226	245	165	166		
44	3	5	78	8	6	63	21	118	134	130	184	253	140	216		
9	10	57	85	5	57	31	52	137	153	244	195	219	201	139		
16	62	51	33	17	1	11	4	128	216	156	132	133	220	156		
95	28	94	4	0	58	22	3	200	110	143	174	141	166	136		
53	87	10	38	36	92	87	81	206	177	154	135	172	146	251		
64	85	36	79	58	93	60	57	168	157	194	111	239	232	220		
51	85	56	87	46	67	63	45	230	224	150	115	244	144	205		
21	52	99	27	47	42	86	16	174	249	192	219	227	124	119		
100	29	90	27	77	87	66	85	236	249	214	131	185	162	140		
22	40	86	47	72	34	79	86	218	106	242	192	239	124	242		
50	0	90	50	64	35	24	5	230	163	123	231	247	228	209		
49	3	98	69	15	24	77	39	254	255	181	226	114	111	166		

Para la detección de bordes se usarán las siguientes máscaras:

Gx		
1	0	-1
2	0	-2
1	0	-1

Gy		
1	2	1
0	0	0
-1	-2	-1

Detector de bordes horizontales

Detector de bordes verticales

Como primer paso, se realiza un convolución del filtro o detector de bordes con la imagen original.

Luego de ello, se determinar si el valor resultante es alto o bajo. Si es alto, es muy probable que se tenga un borde. En el caso de que el valor sea bajo, es muy probable que no exista borde.

A continuación se aplicará el detector de bordes en el pixel cuyo valor de intensidad es 57:

Imagen Original																		
70	33	41	87	3	46	88	68	165	233	164	163	245	192	194				
70	59	100	74	40	35	94	33	204	219	135	182	183	222	184				
17	6	52	20	19	78	2	17	178	218	184	188	119	187	121				
55	19	60	73	36	87	85	48	247	140	150	222	191	150	204				
10	8	94	38	62	39	15	66	196	203	247	128	218	176	166				
53	26	0	49	89	44	54	60	236	254	118	217	166	164	140				
34	62	12	62	43	72	50	31	198	254	191	189	122	112	142				
75	30	68	49	80	33	34	44	227	120	175	193	240	155	197				
82	1	15	74	90	69	29	63	246	137	240	226	245	165	166				
44	3	5	78	8	6	63	21	118	134	130	184	253	140	216				
9	10	57	85	5	57	31	52	137	153	244	195	219	201	139				
16	62	51	33	17	1	11	4	128	216	156	132	133	220	156				
95	28	94	4	0	58	22	3	200	110	143	174	141	166	136				
53	87	10	38	36	92	87	81	206	177	154	135	172	146	251				
64	85	36	79	58	93	60	57	168	157	194	111	239	232	220				
51	85	56	87	46	67	63	45	230	224	150	115	244	144	205				
21	52	99	27	47	42	86	16	174	249	192	219	227	124	119				
100	29	90	27	77	87	66	85	236	249	214	131	185	162	140				
22	40	86	47	72	34	79	86	218	106	242	192	239	124	242				
50	0	90	50	64	35	24	5	230	163	123	231	247	228	209				
49	3	98	69	15	24	77	39	254	255	181	226	114	111	166				

Detección de bordes horizontales

$$\begin{array}{|c|c|c|} \hline \text{Gx} & & \\ \hline 1 & 0 & -1 \\ \hline 2 & 0 & -2 \\ \hline 1 & 0 & -1 \\ \hline \end{array} * \begin{array}{|c|c|c|} \hline \text{Pixel de la imagen} & & \\ \hline 87 & 81 & 206 \\ \hline 60 & 57 & 168 \\ \hline 63 & 45 & 230 \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|c|c|} \hline \text{Convolución} & & \\ \hline 87 & 0 & -206 \\ \hline 120 & 0 & -336 \\ \hline 63 & 0 & -230 \\ \hline \end{array} = -502$$

Detección de bordes verticales

$$\begin{array}{|c|c|c|} \hline \text{Gy} & & \\ \hline 1 & 2 & 1 \\ \hline 0 & 0 & 0 \\ \hline -1 & -2 & -1 \\ \hline \end{array} * \begin{array}{|c|c|c|} \hline \text{Pixel de la imagen} & & \\ \hline 87 & 81 & 206 \\ \hline 60 & 57 & 168 \\ \hline 63 & 45 & 230 \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|c|c|} \hline \text{Convolución} & & \\ \hline 87 & 162 & 206 \\ \hline 0 & 0 & 0 \\ \hline -63 & -90 & -230 \\ \hline \end{array} = 72$$

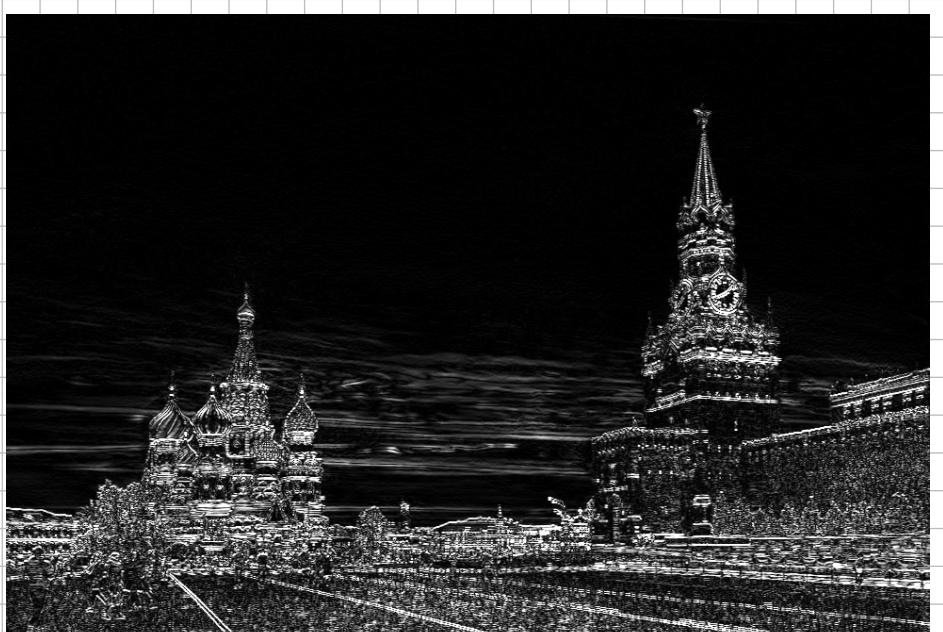
Al aplicar la operación de convolución se puede observar que el valor del detector de bordes horizontales es mayor, por ello, se concluye que se detectó un posible borde horizontal.

Por ejemplo, si aplicamos el detector de bordes horizontal y vertical a la imagen de la Plaza Roja, obtenemos los siguientes resultados:

Gx



Gy



Asimismo, se puede calcular la magnitud del gradiente o del borde, con la siguiente fórmula:

$$G = \sqrt{G_x^2 + G_y^2}$$

De igual forma, se puede calcular la dirección del borde:

$$\text{Direccion} = \arctan\left(\frac{G_y}{G_x}\right)$$