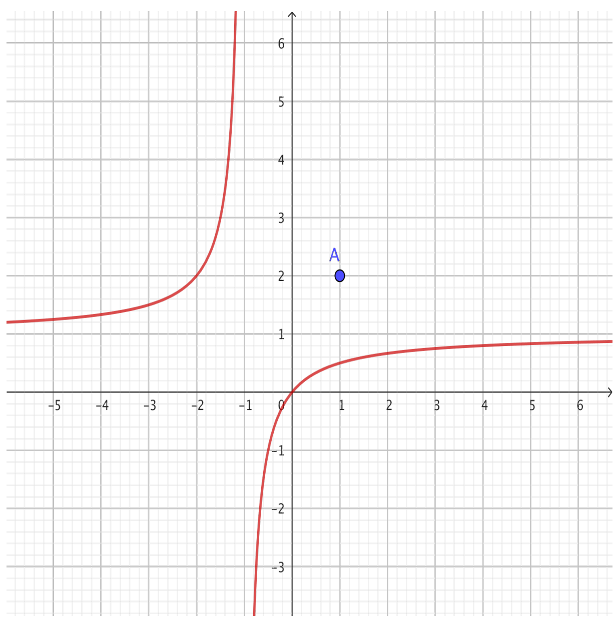
Universidad de La Frontera

Facultad de Ingeniería y Ciencias **Temuco**, agosto 2025

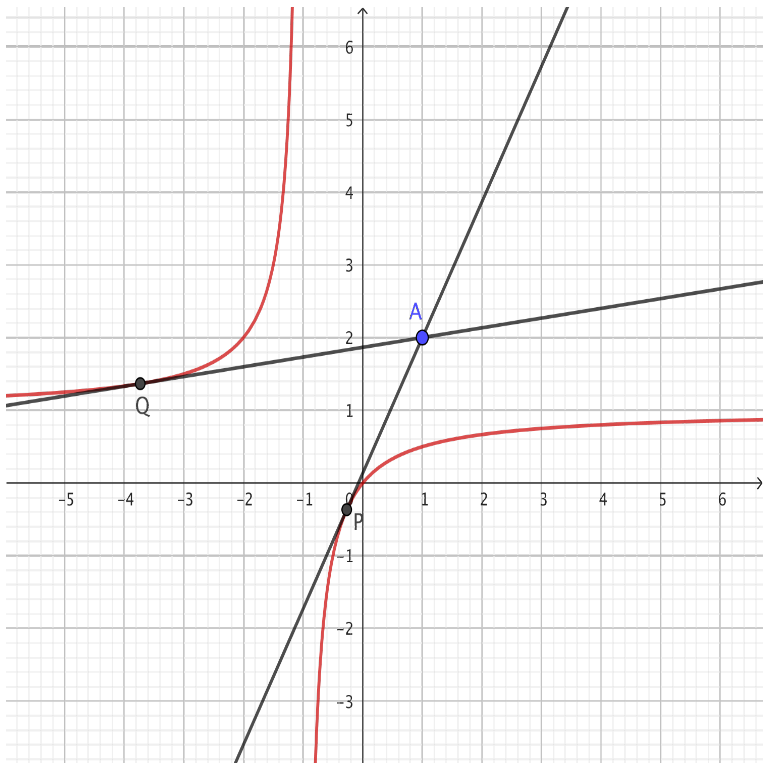
Departamento de Matemática y Estadística.

Guía de Derivadas - IME045
semanas 1

1. **Ejercicio propuesto en el texto guía: Stewart,J. 7 Ed.**
   ejercicios de la sección 3.2 , página 190, ejercicio 53
   Determine las rectas tangentes al gráfico de $h(x) = \dfrac{x}{x+1}$ y que pasan por el punto $A = (1, 2)$



Solución: son dos las rectas tangentes al gráfico de $h(x) = \dfrac{x}{x+1}$ y que pasan por el punto $A = (1, 2)$



Ideas para resolver:

Sea $(a, h(a))$ el punto de tangencia. Por tanto la recta que queremos determinar tiene ecuación:

$$y - h(a) = h'(a)(x - a)$$

Ahora, reemplace en la ecuación, $h(a)$ y $h'(a)$.

Por otro lado, la recta tangente pasa por $A = (1, 2)$, por lo que se tiene:

$$2 - h(a) = h'(a)(1 - a)$$

Paso siguiente: determine a (obtendrá dos valores) , y por tanto obtendrá la ecuación pedida. Dos rectas tangentes.

2. Determine en que punto $P(x_0, h(x_0))$ del gráfico de la función

$$h(x) = \frac{2x^2}{3} - \frac{2x}{3}$$

la recta tangente es paralela a la recta $y = 2x + 1$.

3. Determine los valores de a, b, $c \in \mathbb{R}$ de manera que los gráficos de

$$f(x) = x^2 + ax + b \text{ y } g(x) = x^3 + cx$$

tengan una recta tangente común en el punto $P(2, 2)$

Ideas para resolver:

Sea L la recta tangente a f y a g en $P(2, 2)$. Por tanto la pendiente de L es $f'(2) = g'(2)$, de donde se obtiene que: $a = 8 + c$

Por otro lado, si el punto de tangencia de la recta L es $P(2, 2)$, entonces $f(2) = g(2) = 2$.

Termine el ejercicio y concluya que $a = 5$, $b = -12$, $c = -3$

4. (marque la alternativa correcta)

Si $f(x) = x^{2/3}(1 - x)$ entonces siempre se cumple:

(i) $f''(x) = \frac{x^{-4/3}}{9}(2 + 10x)$

(iii) $f'(x) = \frac{x^{-1/3}(2 - x)}{3}$

(ii) $f''(0) = 0$

(iv) $f'(x) > 0$ para todo $x \in]0, \frac{2}{5}[$

5. Derive las funciones:

   a) $f(x) = \dfrac{x^2 - 1}{x^2 + 1}$

   b) $f(x) = \dfrac{a + x}{a - x}$, con a constante.

   c) $f(x) = \dfrac{sen(x)}{x}$

   d) $f(x) = x \tan(x)$

   e) $f(x) = \dfrac{\ln(x)}{x}$

   f) $f(x) = x \ln(x)$

   g) $f(x) = \dfrac{e^x}{x}$

   h) $f(x) = \dfrac{x + 2}{2x + 1}$

6. Sea $L : y = mx + b$, la recta tangente al gráfico de $g(x) = x^3$ en el punto $P(1,1)$. Decida si L corta al gráfico de $g(x)$ en otro punto Q.

   Ideas para resolver:

   Primero determine la recta L y luego iguale $y = x^3$ con $y = mx + b$

7. (Marque la alternativa correcta. Justifique su respuesta)

   Si $f(x) = x \cos(x)$, $x \in \mathbb{R}$, entonces:

   (i) $f''(0) > 0$

   (ii) $f''(\frac{\pi}{2}) > 0$

   (iii) $f''(0) < 0$

   (iv) $f''(\pi) = \pi$

8. Considere la función $f(x) = \dfrac{8 - 6x^2 + 3x^3}{3x^3}$.

   a) (complete)
   $f'(x) =$ ....

   b) (Decida si la afirmación es V o F)
   si x pertenece al intervalo $]2, \infty[$ entonces $f'(x) > 0$ ....

   c) Determine todos los x de manera que $f'(x) = 0$