UNIVERSIDAD DON BOSCO
DEPARTAMENTO DE CIENCIAS BÁSICAS
MATEMÁTICA III ING.

GUIA DE EJERCICIOS 3 PARTE II

Resolver los siguientes ejercicios aplicando integrales triples en cualquier sistema de coordenadas. En todos los problemas dibuje el sólido.

1. $\iiint_{\boldsymbol{R}} \frac{\mathbf{1}}{(\mathbf{1}+\boldsymbol{x}+\boldsymbol{y}+\boldsymbol{z})^{\mathbf{3}}}\, \boldsymbol{dV}$ donde R es la región del primer octante encerrada dentro de x+y+z=1 R/ $\frac{1}{2}\ln(2) - \frac{5}{16}$

2. Calcular el volumen encerrado por $x = y^2 + z^2$, $x = 10 - z^2 - 2y^2$ R/ 64.1275

3. Plantear en integrales triples en coordenadas cilíndricas y esféricas el volumen encerrado por $x^2 + y^2 + z^2 = 9, x^2 + y^2 + z^2 = 16, x^2 + y^2 = z^2$
Resuelva una de ellas. R/ $\frac{\pi}{3}(2 - \sqrt{2})37$

4. Hallar el volumen del sólido en el tercer octante encerrado entre $z = x^2 + y^2$, $x + y = -1$ y los planos coordenados. R/ 1/6

5. $\iiint_{\boldsymbol{R}} \boldsymbol{xyz}\, \boldsymbol{dV}$ encerrado dentro de $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ en el primer octante. R/ 1/48

6. $\iiint_{\boldsymbol{R}} \sqrt{\boldsymbol{x}^{\mathbf{2}} + \boldsymbol{y}^{\mathbf{2}}}\boldsymbol{dV}$ entre los planos z=1, z=-1, $z^2 = x^2 + y^2$ R/ π/3

7. Calcular el volumen del solido limitado por $x^2 + y^2 = 1, x + y + z = 2, z = 0$
R/2π

8. Calcular el volumen del sólido limitado por $z = 2 - x^2 - y^2$, z=1/2. R/ $\frac{9}{8}\pi$

9. Calcular el volumen del sólido limitado por $z = x^2 + y^2, x^2 + y^2 + z^2 = 2$. R/ $\frac{8\sqrt{2}-7}{6}\pi$

10. Calcular el volumen del sólido limitado por $z = x^2 + y^2, z = 2 - \sqrt{x^2 + y^2}$ R/ 5π/6

11. Hallar el volumen del sólido limitado por $x^2 + y^2 + z^2 = 5$, $x^2 + y^2 + z^2 = 4z$, $R/\frac{2\pi}{3}(5\sqrt{5} - 4)$ RESPUESTA NUEVA 11.5986.

12. Hallar el volumen del sólido limitado por z=0, $x^2 + y^2 = 2x, z^2 = x^2 + y^2$ R/ 32/9

13. Hallar el volumen del sólido limitado por $z + 1 = x^2 + y^2, x^2 + y^2 = 4, z = -3$ R/ 16π

14. Hallar el volumen del sólido limitado por z=0, $x^2 + y^2 = x, z = -\sqrt{1 - x^2 - y^2}$ R/$\frac{\pi}{3} - \frac{4}{9}$

15. Hallar el volumen del sólido limitado por $x = 2y^2, z = 0, x + 2y + z = 4$ R/ 81/5

16. Hallar el volumen del sólido limitado por $z^2 = x^2 + y^2, 2z = x^2 + y^2, z = \frac{1}{2}, z = 1$ R/$\frac{11\pi}{24}$

17. Hallar el volumen del sólido limitado por $z = x^2 + 3y^2$, $z = 12 - \frac{1}{3}x^2$ R/36 π

18. Plantee los seis órdenes de integración del volumen encerrado entre $y = x^2 + z^2, y = 2 + \sqrt{x^2 + z^2}$

19. Expresar en coordenadas cilíndricas el volumen en el primer octante encerrado por x=1, y=1, z=0, $z = 6 - x^2 - y^2$

20. Convertir la siguiente integral a coordenadas cilíndricas

$$\int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/3} \int_0^{4\cos(\phi)} \rho^2 \operatorname{sen}(\phi)\, d\rho\, d\phi\, d\theta$$

21. Convertir la siguiente integral a coordenadas esféricas:

$$\int_0^{2\pi} \int_0^{2} \int_0^{r} r^4 z \cos^2(\theta) \operatorname{sen}(\theta)\, dz\, dr\, d\theta$$

22. Resolver

$$\iiint_T e^{\sqrt{(x^2+y^2+z^2)^3}}\,dV$$

Donde T es la región del VII octante limitado entre $x^2+y^2+z^2=1, x^2+y^2+z^2=4$

23. Plantee la integral coordenadas cilíndricas y rectangulares

$$4\int_0^{\pi/2}\int_{\pi/4}^{\pi/2}\int_{2\csc(\phi)}^{4\csc(\phi)} \rho^2 \operatorname{sen}(\phi)\,d\rho\, d\phi\, d\theta$$

24. Convierta a coordenadas rectangulares

$$V=\int_0^{2\pi}\int_0^{3}\int_{\frac{1}{3}r^2}^{5+\sqrt{25-r^2}} r\,dz\,dr\,d\theta$$

25. Resolver:

$$I=\int_0^{2}\int_{-\sqrt{2x-x^2}}^{\sqrt{2x-x^2}}\int_0^{\sqrt{4-x^2-y^2}} (x^2+y^2+z^2)\,dz\,dy\,dx$$

26. Hallar $\iiint_R \frac{1}{\left[1+(x^2+y^2+z^2)^{3/2}\right]^{3/2}}dV$ donde R es la región entre $x^2+y^2+z^2=4,\ x^2+y^2+z^2=9, x^2+y^2=3z^2$

27. Hallar el volumen fuera de $x^2+y^2+z^2=-2z$ dentro de $x^2+y^2+z^2=-6z$ fuera de , $x^2+y^2=z^2$

28. Hallar el volumen del solido limitado superiormente por z=-2, e inferiormente por $x^2+y^2+z^2=-6z$ y entre las superficies $x^2+y^2=3z^2, 3x^2+3y^2=z^2$

29. Utilizando coordenadas esféricas , cilíndricas y rectangulares obtenga el volumen del sólido que se encuentra dentro de $x^2+y^2+z^2=2z$ arriba de $x^2+y^2=z$

30. Plantear en integrales triples en coordenadas rectangulares, cilíndricas y esféricas el volumen encerrado entre $z=4+\sqrt{9-x^2-y^2}, x^2+y^2=9, z=\sqrt{x^2+y^2}-3$

31. Hallar el volumen de la región entre r=1, r=2 y entre ϕ=5л/6 y ϕ=2л/3.

32. Hallar el volumen bajo 3x+9y+6z=24 y sobre la región del plano xy limitada por $y^2=2x$, 2x+3y=10, y el eje x. En el primer octante

33. Escriba los seis ordenes de integración del sólido en el primer octante encerrado entre y=z, x=1, y=x, z=0.

34. Resolver

$$\int_0^2 \int_0^4 \int_z^2 yze^{x^3}\, dxdydz$$

35. Hallar el volumen de la región entre ρ=4 y entre z=2, z= $2\sqrt{3}$

36. Encontrar el valor de a:

$$\int_0^1 \int_0^{4-a-x^2} \int_a^{4-x^2-y} dzdydx = \frac{4}{15}$$

37. Plantear en los seis ordenes de integración el volumen limitado por $z=y^2$, z=0, x=0, x=1, y=-1, y=1.

38. Hallar el volumen en el primer octante limitado por x+z=1, y+2z=2, use los seis ordenes de integración.

39. Resolver:

$$\int_0^4 \int_0^1 \int_{2y}^2 \frac{4\cos(x^2)}{2\sqrt{z}}\, dxdydz \qquad\qquad \int_0^2 \int_0^{4-x^2} \int_0^x \frac{sen(2z)}{4-z}\, dydzdx$$

40. Hallar el volumen de la región común entre los cilindros $x^2+y^2=4$, $x^2+z^2=4$

41. Exprese en los seis ordenes de integración el volumen del solido del primer octante limitado por los planos coordenados , el plano y=1-x, y la superficie z=cos(πx/2), x=0, x=1

42. Exprese en integrales triples en coordenadas rectangulares, cilíndricas y esféricas el volumen limitado por $z=x^2+y^2-4$, $x^2+y^2=1$, y+z=5. Resuelva uno de ellos.

43. Utilizando un sistema conveniente, hallar el volumen del solido delimitado por la mitad inferior del cilindro $y^2+z^2=1$, z=0, x=0, x=-4, y+z=-4, y-z=4.

44. Exprese en los seis ordenes de integración, el volumen del solido formado por el poliedro con vértices en (2,2,0), (-3,2,0), (2,-4,0),(-3,-4,0), (0,0,6), (0,6,6), (-5,6,6) (-5,0,6)