Algoritmos y Estructuras de Datos II

Trabajo Práctico 2

Departamento de Computación, Facultad de Ciencias Exactas y Naturales, Universidad de Buenos Aires

Primer Cuatrimestre de 2015

Grupo 16

Apellido y Nombre	LU	E-mail
Fernando Frassia	340/13	ferfrassia@gmail.com
Rodrigo Seoane Quilne	910/11	seoane.raq@gmail.com
Sebastian Matias Giambastiani	916/12	sebastian.giambastiani@hotmail.com

Reservado para la cátedra

Instancia	Docente que corrigió	Calificación
Primera Entrega		
Recuperatorio		

Índice

т.	Tad Extendidos	
	1.1. $\operatorname{Secu}(\alpha)$	
	1.2. Mapa	
	1.3. Diccionario(Clave, Significado)	
	1.4. Conjunto(α <)	
2.	Red	
	2.1. Interfaz	
	2.2. Auxiliares	
	2.3. Representacion	
	2.4. InvRep y Abs	
	2.5. Algoritmos	
3.	DCNet	
٠.	3.1. Interfaz	
	3.2. Representacion	
	3.3. InvRep y Abs	
	3.4. Algoritmos	
	0.4. Algorithios	
4.	Diccionario String	
	4.1. Interfaz	
5.	Diccionario Rápido	
	5.1. Interfaz	
	5.2. Auxiliares	
	5.3. Representación	
	5.4. InvRep y Abs	
	5.5. Algoritmos	
6.	Extensión de Lista Enlazada (α)	
	6.1. Interfaz	
	6.2. Algoritmos	
7.	Extensión de Conjunto Lineal(α)	
	7.1. Interfaz	
	7.2. Algoritmos	

1. Tad Extendidos

1.1. Secu(α)

1.2. Mapa

```
observadores básicos restricciones : Mapa m \longrightarrow \text{secu}(\text{restriccion}) nroConexion : estacion e_1 \times \text{estacion } e_2 \times \text{Mapa } m \longrightarrow \text{nat}\{e_1, e_2 \subset \text{estaciones}(m) \land_{\mathbb{L}} \text{conectadas}?(e_1, e_2, m)\}

axiomas restricciones(vacio) \equiv \langle \ \rangle restricciones(agregar(e, m)) \equiv \text{restricciones}(m) restricciones(conectar(e_1, e_2, r, m)) \equiv \text{restricciones}(m) \circ r nroConexion(e_1, e_2, \text{conectar}(e_3, e_4, m)) \equiv \text{if } ((e_1 = e_3 \land e_2 = e_4) \lor (e_1 = e_4 \land e_2 = e_3)) then long(restricciones(e_1, e_2, m) - 1 find (e_1, e_2, e_3, e_4, m) \equiv \text{nroConexion}(e_1, e_2, m) - 1 find (e_1, e_2, e_4, m) \equiv \text{nroConexion}(e_1, e_2, m) = \text{nroConexion}(e_1, e_2, m)
```

1.3. Diccionario (Clave, Significado)

```
otras operaciones
            : Diccionario
                                   \longrightarrow Bool
vacío?
clave
Max : Diccionario d \longrightarrow \text{Clave}
                                                                                                                                 \{\neg vacio(d)\}
secuClaves: Diccionario
                                   \longrightarrow Secu(clave)
axiomas
vacío?(vacío)
                                    \equiv true
vacío?(definir(c, s, d))
                                  \equiv false
claveMax(d)
                                   \equiv \operatorname{elemMax}(\operatorname{claves}(d))
secuClaves(vacío)
                                   ≡ <>
secuClaves(definir(c, s, d)) \equiv secuClaves(d) \circ c
```

1.4. Conjunto(α <)

```
otras operaciones \begin{array}{ll} \text{elemMax} & : \; \operatorname{Conj}(\alpha) \; c & \longrightarrow \; \alpha \\ \\ \operatorname{auxElemMax} & : \; \alpha \times \operatorname{Conj}(\alpha) & \longrightarrow \; \alpha \\ \\ \text{axiomas} \\ \operatorname{elemMax}(c) & \equiv \; \operatorname{auxMaxElem(dameUno(c), \, c)} \end{array}
```

```
\begin{array}{ll} auxElemMax(e,\,c) & \equiv & \textbf{if} \ \emptyset?(c) \ \textbf{then} \\ & e \\ & e \\ & \textbf{if} \ e > dameUno(c) \ \textbf{then} \\ & auxElemMax(e,\,sinUno(c)) \\ & \textbf{else} \\ & auxElemMax(dameUno(c),\,sinUno(c)) \\ & \textbf{fi} \end{array}
```

2. Red

2.1. Interfaz

Interfaz

```
se explica con: Red, Iterador Unidireccional(\alpha).
        géneros: red, itConj(Compu).
Operaciones básicas de Red
         COMPUTADORAS(in \ r : red) \rightarrow res : itConj(Compu)
        \mathbf{Pre} \equiv \{ \text{true} \}
        \mathbf{Post} \equiv \{ res =_{obs} \operatorname{crearIt}(\operatorname{computadoras}(r)) \}
         Complejidad: \mathcal{O}(1)
        Descripción: Devuelve las computadoras de red.
         CONECTADAS?(in r: red, in c_1: compu, in c_2: compu) \rightarrow res: bool
        \mathbf{Pre} \equiv \{\{c_1, c_2\} \subseteq \operatorname{computadoras}(r)\}\
        \mathbf{Post} \equiv \{res =_{obs} \text{conectadas}?(r, c_1, c_2)\}\
         Complejidad: \mathcal{O}(|c_1| + |c_2|)
         Descripción: Devuelve el valor de verdad indicado por la conexión o desconexión de dos computadoras.
        INTERFAZUSADA(in r: red, in c_1: compu, in c_2: compu) \rightarrow res: interfaz
        \mathbf{Pre} \equiv \{\{c_1, c_2\} \subseteq \operatorname{computadoras}(r) \land_{\mathtt{L}} \operatorname{conectadas}(r, c_1, c_2)\}
        \mathbf{Post} \equiv \{res =_{obs} interfazUsada(r, c_1, c_2)\}\
         Complejidad: \mathcal{O}(|c_1| + |c_2|)
        Descripción: Devuelve la interfaz que c_1 usa para conectarse con c_2
        INICIARRED() \rightarrow res : red
        \mathbf{Pre} \equiv \{ \mathbf{true} \}
        \mathbf{Post} \equiv \{res =_{obs} iniciarRed()\}
         Complejidad: \mathcal{O}(1)
        Descripción: Crea una red sin computadoras.
         AGREGARCOMPUTADORA(\mathbf{in}/\mathbf{out}\ r: red, \mathbf{in}\ c: compu)
        \mathbf{Pre} \equiv \{r_0 =_{\mathrm{obs}} r \land \neg (c \in \mathrm{computadoras}(r))\}\
        \mathbf{Post} \equiv \{r =_{\text{obs}} \operatorname{agregarComputadora}(r_0, c)\}
         Complejidad: \mathcal{O}(|c|)
        Descripción: Agrega una computadora a la red.
         CONECTAR(in/out r: red, in c_1: compu, in i_1: interfaz, in c_2: compu, in i_2: interfaz)
        \mathbf{Pre} \equiv \{r_0 =_{\mathrm{obs}} r \land \{c_1, c_2\} \subseteq \mathrm{computadoras}(r) \land \mathrm{ip}(c_1) \neq \mathrm{ip}(c_2) \land_{\mathsf{L}} \neg \mathrm{conectadas}?(r, c_1, c_2) \land \neg \mathrm{usaInterfaz}?(r, c_1, i_1) \land_{\mathsf{L}} = \mathsf{usaInterfaz}?(r, c_1, i_2) \land_{\mathsf{
         \land \neg \text{ usaInterfaz}?(r, c_2, i_2)
        \mathbf{Post} \equiv \{r =_{obs} \operatorname{conectar}(r, c_1, i_1, c_2, i_2)\}\
         Complejidad: \mathcal{O}(|c_1| + |c_2|)
        Descripción: Conecta dos computadoras y les añade la interfaz correspondiente.
         VECINOS(in \ r : red, in \ c : compu) \rightarrow res : conj(compu)
        \mathbf{Pre} \equiv \{c \in \operatorname{computadoras}(r)\}\
        Post \equiv \{res =_{obs} vecinos(r, c)\}\
        Descripción: Devuelve todas las computadoras que están conectadas directamente con c
        USAINTERFAZ?(in r: red, in c: compu, in i: interfaz) \rightarrow res: bool
        \mathbf{Pre} \equiv \{c \in \operatorname{computadoras}(r)\}\
         \mathbf{Post} \equiv \{res =_{obs} usaInterfaz?(r, c, i)\}
        Descripción: Verifica que una computadora use una interfaz
         CAMINOSMINIMOS(in r: red, in c_1: compu, in c_2: compu) \rightarrow res: itConj(\alpha)
        \mathbf{Pre} \equiv \{\{c_1, c_2\} \subseteq \operatorname{computadoras}(r)\}\
```

```
Post \equiv \{res =_{\text{obs}} \text{ crearItBi}(\text{caminosMinimos}(r, c_1, c_2))\}

Descripción: Devuelve todos los caminos minimos de conexiones entre una computadora y otra

HAYCAMINO?(in r: red, in c_1: compu, in c_2: compu) \rightarrow res: bool

Pre \equiv \{\{c_1, c_2\} \subseteq \text{computadoras}(r)\}

Post \equiv \{res =_{\text{obs}} \text{ hayCamino?}(r, c_1, c_2)\}

Descripción: Verifica que haya un camino de conexiones entre una computadora y otra
```

2.2. Auxiliares

Operaciones auxiliares

```
Calcular Caminos Minimos (in r: red, in c_1: compu, in c_2: compu) \rightarrow res: conj(lista)

Pre \equiv \{\{c_1, c_2\} \subseteq \text{computadoras}(r)\}

Post \equiv \{res =_{\text{obs}} \text{ caminos Minimos}(r, c_1, c_2)\}

Complejidad: \mathcal{O}(ALGO)

Descripción: Devuelve los caminos minimos entre c_1 y c_2

Caminos Importantes (in r: red, in c_1: compu, in c_2: compu, in parcial: lista) \rightarrow res: conj(lista)

Pre \equiv \{\{c_1, c_2\} \subseteq \text{computadoras}(r)\}

Post \equiv \{res =_{\text{obs}} \text{ caminos Minimos}(r, c_1, c_2)\}

Complejidad: \mathcal{O}(ALGO)

Descripción: Devuelve los caminos suficientes (no todos) para calcular los caminos mínimos entre c_1 y c_2
```

2.3. Representacion

Representación

2.4. InvRep y Abs

- 1. claves(directasEInterfaces) es igual a claves(deOrigenADestino), al conjunto formado por las ip de computadoras y también a claves(directas).
- 2. Si def?(c, directas) de alguna clave de directasEInterfaces entonces c pertenece al conjunto formado por las ip de computadoras.
- 3. Para todo c, si def?(c, directasEInterfaces), entonces $\neg def$?(c, directasEInterfaces).directas).
- 4. Para todo c_1 def? $(c_1, directasEInterfaces) \land_L$ def? $(c_2, Obtener(c_1, directasEInterfaces).directas) \Leftrightarrow def?(c_2, directasEInterfaces) \land_L$ def? $(c_1, Obtener(c_2, directasEInterfaces).directas).$
- 5. Los significados de directas son únicos.
- 6. Si def?(c, destinos) de alguna clave de deOrigenADestino entonces c pertenece al conjunto formado por las ip de computadoras.
- 7. Para todo c, si def?(c, deOrigenADestino), entonces ¬def?(c, obtener(c, deOrigenADestino)).
- 8. Para todo c, si def?(c, deOrigenADestino), entonces Claves(Obtener(c, deOrigenADestino)) es igual al conjunto formado por las ip de computadoras menos la ip de c.
- 9. Si c pertenece a alguna lista de significados de destinos para cualquier clave, entonces c pertenece a computadoras.

 $\begin{array}{ccc} \operatorname{Rep} & : \operatorname{red} & \longrightarrow \operatorname{bool} \\ \operatorname{Rep}(r) & & \equiv \operatorname{true} & \Longleftrightarrow \end{array}$

- 1. claves(e.directasEInterfaces) = claves(e.deOrigenADestino) = conjips(e.computadoras) \land ((\forall c:ip) (def?(c, e.directasEInterfaces) \Rightarrow_{L} Claves(Obtener(c, e.directasEInterfaces).directas) = conjips(e.computadoras))) \land ((\forall c:ip) (def?(c, e.deOrigenADestino) \Rightarrow_{L} Claves(Obtener(c, e.deOrigenADestino)) = conjips(e.computadoras))) \land_{L}
- 2. $(\forall c_1, c_2:ip)$ $(def?(c_1, e.directasEInterfaces) \land_L def?(c_2, Obtener(c_1, e.directasEInterfaces).directas) \Rightarrow_L c_2 \in conjips(e.computadoras)) \land_L$
- 3. $(\forall c:ip)$ $(def?(c, e.directasEInterfaces) <math>\Rightarrow_{L} \neg def?(c, Obtener(c, e.directasEInterfaces).directas)) <math>\land_{L}$
- 4. $(\forall c_1, c_2:\text{ip})$ $(\text{def}?(c_1, e.directasEInterfaces}) \land_{\text{L}} \text{def}?(c_2, Obtener(c_1, e.directasEInterfaces}).directas) \Leftrightarrow \text{def}?(c_2, e.directasEInterfaces}) \land_{\text{L}} \text{def}?(c_1, Obtener(c_2, e.directasEInterfaces}).directas)) \land_{\text{L}}$
- 5. $(\forall c_1, c_2, c_3:p)$ $(c_2 \neq c_3 \land def?(c_1, e.directasEInterfaces) \land_L def?(c_2, Obtener(c_1, e.directasEInterfaces).directas) \land def?(c_3, Obtener(c_1, e.directasEInterfaces).directas) \Rightarrow_L obtener(c_2, Obtener(c_1, e.directasEInterfaces).directas) \neq obtener(c_3, Obtener(c_1, e.directasEInterfaces).directas)) \land_L$
- 6. $(\forall c:ip) (def?(c, e.deOrigenADestino) \Rightarrow_{L} Claves(Obtener(c, e.deOrigenADestino)) \subseteq conjips(e.computadoras)) \land_{L}$
- 7. $(\forall c:ip)(def?(c, e.deOrigenADestino) \rightarrow \neg def?(c, Obtener(c, e.deOrigenADestino)) \land_{L}$
- 8. $(\forall c_1, c_2, c_3:\text{compu})$ $(\text{def?}(c_1.ip, e.deOrigenADestino}) \land_{\text{L}} \text{def?}(c_2.ip, \text{Obtener}(c_1, e.deOrigenADestino})) \land_{\text{L}} \text{Pertenece?}(c_3, \text{Obtener}(c_2.ip, \text{Obtener}(c_1, e.deOrigenADestino})) \Rightarrow_{\text{L}} c_3 \in e.computadoras)$

```
Abs : e_red e \longrightarrow \text{red} {Rep(e)}

Abs(e) =_{obs} r: red |  \begin{array}{c} \text{computadoras(r)} = \text{e.computadoras} \land_{\text{L}} \\ (\forall c_1, c_2 \text{:compu}) \ (c_1 \in \text{computadoras(r)} \land c_2 \in \text{computadoras(r)} \Rightarrow_{\text{L}} (\text{Def?}(c_1, e.directasEInterfaces)) \\ \land_{\text{L}} \text{Def?}(c_2, \text{Obtener}(c_1, e.directasEInterfaces).directas} = \text{conectadas?}(r, c_1, c_2))) \land_{\text{L}} \\ (\forall c_1, c_2 \text{:compu}) \ (\text{conectadas?}(r, c_1, c_2) \Rightarrow_{\text{L}} (\text{Obtener}(c_2, \text{Obtener}(c_1, e.directasEInterfaces).directas) \\ = \text{interfazUsada}(r, c_1, c_2))) \end{array}
```

2.5. Algoritmos

Algoritmos

```
\begin{split} &\text{ICOMPUTADORAS}(\textbf{in } r \colon \texttt{red}) \to res : \texttt{itConj}(\texttt{Compu}) \\ &1: res \leftarrow \text{CrearIt}(r.computadoras) \\ &\qquad \mathcal{O}(1) \\ &\qquad \qquad \mathcal{O}(1) \end{split} \textbf{Complejidad: } \mathcal{O}(1)
```

```
ICONECTADAS?(in r: red, in c_1: compu, in c_2: compu) \rightarrow res: bool

1: res \leftarrow \text{Def?}(\text{Obtener}(r.directasEInterfaces}, c_1.ip).directas, c_2.ip)

Complejidad: \mathcal{O}(|c_1.ip| + |c_2.ip|)
```

```
IINTERFAZUSADA(in r: red, in c_1: compu, in c_2: compu) \rightarrow res: interfaz

1: res \leftarrow \text{Obtener}(\text{Obtener}(r.directasEInterfaces, } c_1.ip).directas, } c_2.ip)

Complejidad: \mathcal{O}(|c_1.ip| + |c_2.ip|)
```

```
\begin{split} &\text{IINICIARRED()} \rightarrow res: \texttt{red} \\ &1: \ res \leftarrow \text{tupla}(directasEInterfaces: Vacío(), deOrigenADestino: Vacío(), computadoras: Vacío())} & \ \mathcal{O}(1+1+1) \\ & \ \textbf{Complejidad: } \mathcal{O}(1) \\ & \ \mathcal{O}(1) + \mathcal{O}(1) + \mathcal{O}(1) = \\ &3*\mathcal{O}(1) = \mathcal{O}(1) \end{split}
```

```
IAGREGARCOMPUTADORA(in/out \ r : red, in \ c : compu)
 1: Definir(r.directasEInterfaces, c.ip, tupla(Vacío(), Vacio()))
                                                                                                                                \mathcal{O}(|c.ip|)
 2: var itComputadoras:itConj(\alpha) \leftarrow CrearIt(r.computadoras)
                                                                                                                                     \mathcal{O}(1)
 3: while HaySiguiente?(itComputadoras) do
                                                                                                                                      \mathcal{O}(1)
         Definir(Obtener(r.deOrigenADestino, Siguiente(itComputadoras).ip, c.ip, Vac\'io()) <math>O(|Siguiente(itComputadoras).
    |c.ip|
         Avanzar(itComputadoras)
                                                                                                                                      \mathcal{O}(1)
 5:
 6: end while
                                                                                                                                     \mathcal{O}(1)
 7: \operatorname{var} dicNuevaCompu:\operatorname{dicString}(\alpha) \leftarrow \operatorname{Vacio}()
    while HayAnterior?(itComputadoras) do
                                                                                                                                      \mathcal{O}(1)
         Definir(dicNuevaCompu, Anterior(itComputadoras).ip, Vacío())
                                                                                                                                      \mathcal{O}(1)
 9:
         Retroceder(itComputadoras)
                                                                                                                                      \mathcal{O}(1)
10.
11: end while
                                                                                                                                     \mathcal{O}(1)
12: Definir(r.deOrigenADestino, c.ip, dicNuevaCompu)
13: Agregar(r.computadoras, c)
                                                                                                                                     \mathcal{O}(1)
Complejidad: \mathcal{O}(|c|)
\mathcal{O}(1) + \mathcal{O}(|c|) + \mathcal{O}(|c|) =
2 * \mathcal{O}(|c|) = \mathcal{O}(|c|)
```

```
ICONECTAR(in/out r: red, in c_1: compu, in i_1: interfaz, in c_2: compu, in i_2: interfaz)
 1: var tupSig1:tupla \leftarrow Obtener(r.directasEInterfaces, <math>c_1.ip)
 2: Definir(tupSig1.directas, c_2.ip, i_1)
                                                                                                                 \mathcal{O}(|c_1| + |c_2| + 1)
 3: Agregar(tupSig1.compusDirectas, c_2)
                                                                                                                               \mathcal{O}(1)
 4: var tupSig2:tupla \leftarrow Obtener(r.directasEInterfaces, c_2.ip)
 5: Definir(tupSig2.directas, c_1.ip, i_2)
                                                                                                                 \mathcal{O}(|c_1| + |c_2| + 1)
 6: Agregar(tupSig2.compusDirectas, c_1)
                                                                                                                               \mathcal{O}(1)
 7: var\ itOrigenes:itConj(\alpha) \leftarrow CrearIt(r.computadoras)
                                                                                                                               \mathcal{O}(1)
 8: while HaySiguiente?(itOrigenes) do
                                                                                                                               \mathcal{O}(1)
        var dicCompu:dicString(\alpha) \leftarrow Obtener(r.deOrigenADestino, Siguiente(itOrigenes).ip)
                                                                                                                               \mathcal{O}(1)
 9:
                                                                                                                               \mathcal{O}(1)
10:
        var\ itDestinos:itConj(\alpha) \leftarrow CrearIt(r.computadoras)
                                                                                                                               \mathcal{O}(1)
        while HaySiguiente?(itDestinos) do
11:
            if Siguiente(itOrigenes) <> Siguiente(itDestinos)) then
                                                                                                                               \mathcal{O}(1)
12:
                 Definir(dicCompu, Siguiente(itDestinos).ip), CalcularCaminosMinimos(r, Siguiente(itOrigenes),
13:
    Siguiente(itDestinos)))
                                                                                                                               \mathcal{O}(1)
            end if
14:
            Avanzar(itDestinos)
                                                                                                                               \mathcal{O}(1)
15:
16:
        end while
        Avanzar(itOrigenes)
                                                                                                                               \mathcal{O}(1)
17:
18: end while
Complejidad: \mathcal{O}(|e_1| + |e_2|)
```

```
\mathcal{O}(|e_1| + |e_2|) + \mathcal{O}(|e_1| + |e_2|) + \mathcal{O}(1) + \mathcal{O}(1) = 2 * \mathcal{O}(1) + 2 * \mathcal{O}(|e_1| + |e_2|) = 2 * \mathcal{O}(|e_1| + |e_2|) = \mathcal{O}(|e_1| + |e_2|)
```

```
IVECINOS(in r: red, in c: compu) \rightarrow res: conj(compu)

1: res \leftarrow \text{Obtener}(r.directasEInterfaces, c.ip).compusDirectas}

Complejidad:
```

```
IUSAINTERFAZ(in r: red, in c: compu, in i: interfaz) \rightarrow res: bool
 1: var tupVecinos:tupla \leftarrow Obtener(r.directasEInterfaces, c.ip)
                                                                                                                               \mathcal{O}(1)
 2: var itcompusDirectas:itConj(compu) \leftarrow CrearIt(tupVecinos.compusDirectas)
                                                                                                                               \mathcal{O}(1)
 3: res:bool \leftarrow false
                                                                                                                               \mathcal{O}(1)
 4: while HaySiguiente(itcompusDirectas) AND ¬res do
                                                                                                                               \mathcal{O}(1)
        if Obtener(tupVecinos.directas, Siguiente(itcompusDirectas).ip) == i then
                                                                                                                               \mathcal{O}(1)
                                                                                                                               \mathcal{O}(1)
 6:
            res \leftarrow true
        end if
 7:
                                                                                                                               \mathcal{O}(1)
        Avanzar(it)
 8:
 9: end while
Complejidad:
```

```
ICAMINOSMINIMOS(in r: red, in c_1: compu, in c_2: compu) \rightarrow res: itConj(\alpha)

1: res \leftarrow \text{CrearIt}(\text{Obtener}(\text{Obtener}(r.deOrigenADestino}, c_1.ip), c_2.ip))

Complejidad:
```

```
IHAYCAMINO(in r: red, in c_1: compu, in c_2: compu) \rightarrow res: bool

1: var conjCaminosMinimos \leftarrow \text{CaminosMinimos}(r, c_1, c_2)

2: res \leftarrow \text{EsVacio?}(conjCaminosMinimos)

Complejidad:
```

```
ICALCULARCAMINOSMINIMOS(in r: red, in c_1: compu, in c_2: compu) \rightarrow res: conj(lista)
 1: res \leftarrow Vacio()
                                                                                                                                             \mathcal{O}(1)
                                                                                                                                             \mathcal{O}(1)
 2: \operatorname{var} conjCaminosImportantes:\operatorname{conj}(\operatorname{lista}) = \operatorname{Vacio}()
                                                                                                                                             \mathcal{O}(1)
 3: \operatorname{var} pacial: \operatorname{lista} \leftarrow \operatorname{Vacia}()
 4: AgregarAtras(parcial, c_1)
                                                                                                                                             \mathcal{O}(1)
 5: conjCaminosImportantes \leftarrow CaminosImportantes(r, c_1, c_2, parcial)
                                                                                                                                            \mathcal{O}(1)
 6: var itCaminosImportantes:itConj \leftarrow CrearIt(conjCaminosImportantes)
                                                                                                                                             \mathcal{O}(1)
                                                                                                                                             \mathcal{O}(1)
 7: while HaySiguiente?(itCaminosImportantes) do
         if EsVacio?(res) \vee \text{Longitud}(\text{DameUno}(res)) = \text{Longitud}(\text{Siguiente}(itCaminosImportantes)) then \mathcal{O}(1)
 8:
              Agregar(res, Siguiente(itCaminosImportantes))
                                                                                                                                             \mathcal{O}(1)
 9:
10:
         else
              if Longitud(DameUno(res)) < Longitud(Siguiente(itCaminosImportantes)) then
                                                                                                                                            \mathcal{O}(1)
11:
                                                                                                                                             \mathcal{O}(1)
12:
                  res \leftarrow Vacio()
                  Agregar(res, Siguiente(itCaminosImportantes))
                                                                                                                                             \mathcal{O}(1)
13:
              end if
14:
         end if
15:
16: end while
```

Complejidad:

```
ICAMINOSIMPORTANTES(in \ r: red, in \ c_1: compu, in \ c_2: compu, in \ pacial: lista(compu)) \rightarrow res: conj(lista)
 1: res \leftarrow Vacio()
                                                                                                                                     \mathcal{O}(1)
 2: if Pertenece?(Vecinos(r, c_1), c_2) then
                                                                                                                                      \mathcal{O}(1)
         AgregarAtras(pacial, c_2)
                                                                                                                                      \mathcal{O}(1)
 3:
                                                                                                                                      \mathcal{O}(1)
 4:
         Agregar(res, parcial)
 5: else
         var itVecinos:itConj \leftarrow CrearIt(Vecinos(r, c_1))
                                                                                                                                      \mathcal{O}(1)
 6:
                                                                                                                                      \mathcal{O}(1)
         while HaySiguiente?(itVecinos) do
 7:
             if \negPertenece?(parcial, Siguiente(itVecinos)) then
                                                                                                                                      \mathcal{O}(1)
 8:
 9:
                 \text{var } auxParcial\text{:}lista \leftarrow \text{parcial}
                                                                                                                                      \mathcal{O}(1)
                 AgregarAtras(auxParcial, Siguiente(itVecinos))
                                                                                                                                      \mathcal{O}(1)
10:
                 Unir(res, CaminosImportantes(r, Siguiente(itVecinos), c_2, auxParcial))
                                                                                                                                      \mathcal{O}(1)
11:
12:
             Avanzar(itVecinos)
                                                                                                                                      \mathcal{O}(1)
13:
         end while
14:
15: end if
Complejidad:
```

3. DCNet

3.1. Interfaz

 $\mathbf{Pre} \equiv \{d_0 \equiv d \}$

 $\mathbf{Post} \equiv \{d =_{\mathrm{obs}} \mathrm{avanzarSegundo}(d_0)\}\$

que hay en una computadora.

la del camino mas corto.

Interfaz

```
se explica con: DCNET.
    géneros: dcnet.
Operaciones básicas de DCNet
    Red(\mathbf{in}\ d: \mathtt{dcnet}) \to res: \mathtt{red}
    \mathbf{Pre} \equiv \{ \text{true} \}
    \mathbf{Post} \equiv \{res =_{\mathrm{obs}} \mathrm{red}(d)\}
    Complejidad: O(1)
    Descripción: Devuelve la red del denet.
    CaminoRecorrido(in d: dcnet, in p: paquete) \rightarrow res: secu(compu)
    \mathbf{Pre} \equiv \{ p \in \text{paqueteEnTransito}?(d, p) \}
    \mathbf{Post} \equiv \{res =_{obs} \operatorname{caminoRecorrido}(d, p)\}\
    Complejidad: \mathcal{O}(n * log_2(k)), donde n = \# computadoras(red(d)), y k la cantidad maxima de paquetes que hay
    en una computadora.
    Descripción: Devuelve una secuencia con las computadoras por las que paso el paquete.
    CANTIDADENVIADOS(in d: dcnet, in c: compu) \rightarrow res: nat
    \mathbf{Pre} \equiv \{c \in \operatorname{computadoras}(\operatorname{red}(d))\}\
    \mathbf{Post} \equiv \{ res =_{obs} \operatorname{cantidadEnviados}(d, c) \}
    Complejidad: \mathcal{O}(|c.ip|)
    Descripción: Devuelve la cantidad de paquetes que fueron enviados desde la computadora.
    ENESPERA(in d: dcnet, in c: compu) \rightarrow res: itPaquete
    \mathbf{Pre} \equiv \{c \in \operatorname{computadoras}(\operatorname{red}(d))\}\
    \mathbf{Post} \equiv \{res =_{obs} enEspera(d, c)\}\
    Complejidad: \mathcal{O}(|c.ip|)
    Descripción: Devuelve los paquetes que se encuentran en ese momento en la computadora.
    INICIARDCNET(in r : red) \rightarrow res : dcnet
    \mathbf{Pre} \equiv \{ \mathrm{true} \}
    \mathbf{Post} \equiv \{res =_{obs} \text{ iniciarDCNet}(r)\}
    Complejidad: \mathcal{O}(n * L), donde n = \# computadoras(red(d)), y L es el hostname mas largo de las computadoras.
    Descripción: Inicia un denet con la red y sin paquetes.
    CREARPAQUETE(in p: paquete, in/out d: dcnet)
    \mathbf{Pre} \equiv \{d_0 \equiv d \land \neg ((\exists p_1: paquete)(paqueteEnTransito(s, p_1) \land id(p_1) = id(p)) \land origen(p) \in computadoras(red(d)) \land I_1\}\}
    \operatorname{destino}(p) \in \operatorname{computadoras}(\operatorname{red}(d)) \wedge_{\operatorname{L}} \operatorname{hayCamino}(\operatorname{red}(d,\operatorname{origen}(p),\operatorname{destino}(p))) \}
    \mathbf{Post} \equiv \{d =_{\mathrm{obs}} \mathrm{crearPaquete}(d_0)\}\
    Complejidad: \mathcal{O}(L + log_2(k)), donde L es el hostname mas largo de las computadoras y k la cantidad maxima
    de paquetes que hay en una computadora.
    Descripción: Agrega el paquete al denet.
    AVANZARSEGUNDO(in/out d: dcnet)
```

PAQUETEENTRANSITO?(in d: dcnet, in p: paquete) $\rightarrow res$: bool $\mathbf{Pre} \equiv \{\text{true}\}$

Complejidad: $\mathcal{O}(n * (L + log_2(k)))$, donde n = #computadoras(red(d)) y y k la cantidad maxima de paquetes

Descripción: El paquete de mayor prioridad de cada computadora avanza a su proxima computadora siendo esta

```
Post \equiv \{res =_{\text{obs}} \text{ paqueteEnTransito?}(d,p)\}

Complejidad: \mathcal{O}(n*log_2(k)), donde n = \#\text{computadoras}(\text{red}(d)) y y k la cantidad maxima de paquetes que hay en una computadora.

Descripción: Devuelve si el paquete esta o no en alguna computadora del sistema.

LaQueMasEnvio(in d: \text{dcnet})) \rightarrow res: \text{compu}

Pre \equiv \{\text{true}\}

Post \equiv \{res =_{\text{obs}} \text{ laQueMasEnvio}(d)\}

Complejidad: \mathcal{O}(1)
```

Operaciones del iterador

Descripción: Devuelve la computadora que mas paquetes envio.

3.2. Representacion

Representación

El denet esta representado con una tupla en la cual: vamos a tener la red (en d.red) con la que se inicia el denet (pasada por referencia), una tupla que tiene la computadora que mas paquetes envio y cuantos ha enviado (en d.MasEnviante). Luego, un diccionario String (d.CompYPaq) cuyas claves son las computadoras de la red y su significado es una tupla. Esta tupla tiene tres componentes: un Diccionario Rapido (MasPriori) cuya clave es un natural (prioridad, osea la prioridad del paquete) y su significado es un conj(paquete) (PaqdePriori), luego otro Diccionario Rapido (PaqYCam) cuya clave es el paquete (habiendo establecido previamente que la relacion de orden entre paquetes es por id) y su significado es una secu(compu) (CamRecorrido), finalmente un natural (Enviados) que representa la cantidad de paquetes enviados por la computadora.

```
dcnet se representa con e_dc
```

```
 \begin{tabular}{ll} $\operatorname{donde} \ e\_dc \ es \ tupla(red: \ red, \\ $\operatorname{\it MasEnviante}: \ tupla(compu: \ compu, \ enviados: \ nat), \\ $\operatorname{\it Comp} \ YPaq: \ DiccString(\it ip: \ string, \ tupla(\it MasPriori: \ DiccRapido(\it prioridad: \ nat, \ Paqde-Priori: \ conj(paquete)), \ PaqYCam: \ DiccRapido(\it paq: \ paquete, \ CamRecorrido: \ secu(\it compu)), \\ $\operatorname{\it Enviados: nat})$ \\ ) \end{tabular}
```

3.3. InvRep y Abs

- 1. El conjunto armado por las ips de las computadoras de 'red' es igual al conjunto con todas las claves de 'CompY-Paq'.
- 2. Para toda compu (c1) perteneciente a las claves de 'CompYPaq' cuyo significado.enviados es (e1), d.MasEnviante.enviados (e2) es mayor o igual a e1. Entonces, d.MasEnviante.compu esta definida en 'CompYPaq' y su significado es e2.
- 3. Si una computadora pertenece a un significado de 'PaqYCam', entonces pertenece a claves de 'CompYPaq'
- 4. La union de todos los significados de MasPriori es igual a las claves de 'PaqYCam'
- 5. Si un paquete (paq) pertenece al significado de una prioridad (pri) en el diccionario MasPriori, entonces la prioridad de paq es pri
- 6. No existen claves en el diccionario 'MasPriori' con significado vacio.
- 7. Si un paquete (p1) esta definido en 'PaqYCam' como significado de una computadora (c1) en el diccionario 'CompYPaq', entonces p1 no puede estar definido en 'PaqYCam' como significado de una computadora (c2), siendo c1 y c2 distintas.
- 8. Si un paquete (p1) esta definido en 'PaqYCam' como significado de una computadora(c1) en el diccionario 'CompYPaq', entonces la ultima componente de su significado (osea, 'CamRecorrido') es c1

```
Rep
                                      : e dc
                                                                                 \longrightarrow bool
                                                  \equiv true \iff claves(d.CompYPaq) = ipCompus(computadoras(d.red))\land
                                                                                                                                                                                                                                                           1
       Rep(d)
                                                         (\forall c:compu)(c.ip \in claves(d.CompYPaq))
                                                         (obtener(c.ip,d.CompYPaq).enviados
                                                                                                                                                                                 (d.MasEnviante).enviados
                                                         def?(d.MasEnviante).compu, d.CompYPaq) ∧<sub>L</sub>
                                                         obtener(d.MasEnviante.compu, d.CompYPaq).enviados = (d.MasEnviante).enviados)
                                                                                                                                                                                                                                                           2
                                                         (\forall c_2:\text{compu}, p:\text{paquete})(\text{esta}?(c_2,\text{obtener}(p,\text{obtener}(c.ip, d.\text{CompYPaq}).\text{PaqYCam}))
                                                                                                                                                                                                                                                         \Rightarrow
                                                         def?(c_2, d.CompYPaq)
                                                                                                                                                                                                                                                           3
                                                         ∧ juntarSignificados(obtener(c.ip,d.CompYPaq).MasPriori,claves(obtener(c.ip,d.CompYPaq).MasPr.
                                                         = claves(obtener(c.ip,d.CompYPaq).PaqYCam)
                                                         (\forall pr:Nat,p:paquete)(def?(pr,Obtener(c.ip,d.CompYPaq).MasPriori) \land_L
                                                         p \in obtener(pr,c.ip,d.CompYPaq).MasPriori) \rightarrow pr = p.prioridad) \land
                                                                                                                                                                                                                                                           5
                                                         (\forall \text{ pr:Nat}) \text{ (Def?(pr, Obtener(c.ip, d.CompYPaq).MasPriori)} \Rightarrow_{\text{\tiny L}} \neg \emptyset? \text{ Obtener(pr, Obt
                                                         ner(c.ip, d.CompYPaq).MasPriori)) \u220b
                                                         (\forall p1:paquete, c2:computadora) (Def?(p, Obtener(c.ip, d.CompYPaq).PaqYCam)
                                                         def?(c2.ip, d.CompYPaq) \Rightarrow_{L} \neg def?(p, Obtener(c2.ip, d.CompYPaq).PaqYCam) \land
                                                         (\forall p:paquete) (def?(p, obtener(c.ip, d.CompYPaq).PaqYCam) \Rightarrow_{L} ult(obtener(p, obtener(c.ip, d.CompYPaq).PaqYCam))
                                                         d.CompYPaq).PaqYCam) = c
                                     : Conj(compu)
                                                                                 \longrightarrow Conj(string)
       ipCompus ipCompus
       juntarSignificadoDicc × Conj
                                                                                 \longrightarrow Conj
       juntarSignificados(dic, cl) \equiv
if vacia?(cl) then
      Ø
else
      obtener(DameUno(cl),dic) ∪ juntarSignificados(dic, SinUno(cl))
fi
       ipCompus(cc)
                                                  ≡ if vacia?(cp) then ∅ else Agregar(DameUno(cc).ip,ipCompus(SinUno(cc))) fi
       Abs
                                    : e_{dc} e
                                                                                    \rightarrow dcnet
                                                                                                                                                                                                                                    \{\operatorname{Rep}(e)\}
       Abs(e) =_{obs} d: dcnet
                                                      red(d) = e.red \wedge_{L}
                                                      (\forall p:paquete, c:compu) (paqueteEnTransito?(d, p) \Rightarrow_L (def?(c.ip, e.CompYPaq \land_L def?(p,
                                                      obtener(c.ip, e.CompYPaq).PaqYCam) \Rightarrow_{L} obtener(p, obtener(c.ip, e.CompYPaq).PaqYCam)
                                                      = \operatorname{caminoRecorrido}(d, p))
                                                      (\forall c:compu) (c \in computadoras(red(d)) \Rightarrow_L ((def?(c.ip, e.CompYPaq) \Rightarrow_L obtener(c.ip, e.CompYPaq))
                                                      e.CompYPaq).Enviados = cantidadEnviados(d, c)) \land (def?(c.ip, e.CompYPaq) \Rightarrow_{t} cla-
                                                      ves(obtener(c.ip, e.CompYPaq).PaqYCam) = enEspera(d, c))))
```

3.4. Algoritmos

Algoritmos

```
 \begin{split} & \text{IRED}(\textbf{in} \ d \colon \texttt{dcnet}) \to res : \texttt{red} \\ & 1 \colon res \leftarrow (d.\text{red}) \\ & \textbf{Complejidad:} \ \ \mathcal{O}(1) \end{split}
```

```
ICAMINORECORRIDO(in d: dcnet,in p: paquete) \rightarrow res: secu(compu)
 1: var it \leftarrow \text{CREAIT}(\text{d.CompYPaq})
                                                                                                                                                \mathcal{O}(n)
 2: var esta: bool \leftarrow false
                                                                                                                                                \mathcal{O}(1)
 3: while HaySiguiente(it) \land \neg esta do
                                                                                                                                                \mathcal{O}(n)
         var diccpaq:diccRapido \leftarrow ((Siguiente(it)).significado).PaqYCam
                                                                                                                                                \mathcal{O}(1)
 4:
                                                                                                                                         \mathcal{O}(log_2(k))
 5:
         if DEF?(p,diccpaq) then
                                                                                                                                                \mathcal{O}(1)
 6:
              esta \leftarrow true
 7.
              res \leftarrow OBTENER(p, diccpaq)
                                                                                                                                         \mathcal{O}(log_2(k))
         end if
 8:
                                                                                                                                                \mathcal{O}(1)
          AVANZAR(it)
 9:
10: end while
Complejidad: \mathcal{O}(n * log_2(k)) Donde n es la cantidad de computadoras en la red, y k la cantidad maxima de
paquetes que hay en una computadora.
\mathcal{O}(1) + \mathcal{O}(1) + n * (\mathcal{O}(1) + \mathcal{O}(\log_2(k)) + \mathcal{O}(1) + \mathcal{O}(\log_2(k)) =
\mathcal{O}(2) + n * (2\mathcal{O}(log_2(k))) =
\mathcal{O}(n*(log_2(k)))
```

```
ICANTIDADENVIADOS(in d: dcnet, in c: compu) \rightarrow res: nat

1: res \leftarrow \text{OBTENER}(c.\text{ip}, d.\text{CompYPaq}).\text{Enviados}

Compulsible details \mathcal{O}(L). Since L is longituded at LP details.
```

Complejidad: $\mathcal{O}(L)$ Siendo L la longitud de el IP de c

```
IENESPERA(in d: dcnet, in c: compu) \rightarrow res: itPaquete)

1: res \leftarrow \text{CLAVES}(\text{OBTENER}(c.\text{ip}, d.\text{CompYPaq}).\text{PaqYCam})

Complejidad: \mathcal{O}(L) Siendo L la longitud del IP de c
```

```
IINICIARDCNET(in r: red, in/out d: dcnet)
 1: d.\text{red} \leftarrow \text{r}
                                                                                                                                       \mathcal{O}(NOSE)
 2: var it \leftarrow \text{COMPUTADORAS}(\text{red})
                                                                                                                                                \mathcal{O}(1)
 3: d.MasEnviante \leftarrow tupla(Siguiente(it),0)
                                                                                                                                                \mathcal{O}(1)
 4: d.\text{CompyPaq} \leftarrow \text{Vacio}()
                                                                                                                                                \mathcal{O}(1)
 5: while HAYSIGUIENTE(it) do
                                                                                                                                               \mathcal{O}(n)
          Definir(Siguiente(it).ip, tupla(Vacio(), Vacio(), 0), d.CompyPaq)
                                                                                                                                    O(L+1+1)
 6:
 7:
          Avanzar(it)
                                                                                                                                                \mathcal{O}(1)
 8: end while
Complejidad: \mathcal{O}(n * L) Siendo n la cantidad de computadoras en la red y L el IP mas largo de ellas.
\mathcal{O}(1) + \mathcal{O}(1) + \mathcal{O}(1) + \mathcal{O}(1) + n * \mathcal{O}(L+1+1) + \mathcal{O}(1) =
\mathcal{O}(n*L)
```

```
ICREARPAQUETE(in p: paquete, in/out d: dcnet)
 1: var diccprio: diccRapido \leftarrow OBTENER(p.origen, d.CompYPaq).MasPriori)
                                                                                                                                  \mathcal{O}(L)
 2: var dicccam: diccRapido \leftarrow OBTENER(p.origen, d.CompYPaq).PaqYCam)
                                                                                                                                  \mathcal{O}(L)
                                                                                                                           \mathcal{O}(log_2(k))
 3: if \neg DEF?(p.prioridad, diccprio) then
         var\ cj:conjunto \leftarrow Vacio()
                                                                                                                                   \mathcal{O}(1)
 4:
         AGREGAR(cj, p)
                                                                                                                                   \mathcal{O}(1)
 5:
                                                                                                                           \mathcal{O}(log_2(k))
        Definir(p.prioridad,cj, diccprio)
 6:
 7: else
 8:
         var cj:conjunto \leftarrow OBTENER(p.prioridad, diceprio)
                                                                                                                           \mathcal{O}(log_2(k))
         Agregar(cj, p)
                                                                                                                                   \mathcal{O}(1)
 9:
```

```
10: Definir (p.\text{prioridad},\text{cj}, diccprio)
11: end if
12: var l: lista \leftarrow Vacia ()
13: Agregaratras (l,p.\text{origen})
14: Definir (p, l, dicccam)

Complejidad: \mathcal{O}(L + log_2(k)) Donde L es la longitud de la computadora de origen del paquete, y k la cantidad de paquetes que En Espera en esa computadora.

\mathcal{O}(L) + \mathcal{O}(L) + \mathcal{O}(log_2(k)) + \mathcal{O}(log_2(k)) + \mathcal{O}(log_2(k)) + \mathcal{O}(log_2(k)) = 2 * \mathcal{O}(L) + 4 * \mathcal{O}(log_2(k)) = \mathcal{O}(L + log_2(k))
```

```
iAvanzarSegundo(in/out d: dcnet)
 1: var it \leftarrow \text{COMPUTADORAS}(\text{red})
                                                                                                                       \mathcal{O}(1)
                                                                                                                       \mathcal{O}(1)
 2: var aux \leftarrow Vacia()
    while HaySiguiente(it) do
                                                                                                                      \mathcal{O}(n)
        var diccprio: diccRapido \leftarrow OBTENER(SIGUIENTE(it).ip, d.CompYPaq).MasPriori)
                                                                                                                      \mathcal{O}(L)
 4:
        var dicccam: diccRapido \leftarrow OBTENER(SIGUIENTE(it).ip, d.CompYPaq).PaqYCam)
                                                                                                                      \mathcal{O}(L)
 5:
                                                                                                                       \mathcal{O}(1)
        if \neg VACIO?(diccprio) then
 6:
            var paq: paquete \leftarrow Primero(obtener(ClaveMax(diccprio), diccprio))
 7:
                                                                                                       \mathcal{O}(log_2(k) + 1 + 1)
            AGREGARADELANTE(aux, tupla(paq: paq, pcant: it.ip, camrecorrido: OBTENER(paq, dicccam)) \mathcal{O}(1 +
 8:
    log_2(k))
           ELIMINAR(OBTENER(CLAVEMAX(diccprio), diccprio), paq)
                                                                                                 \mathcal{O}(\log_2(k) + \log_2(k) + 1)
 9:
           if EsVacio?(Obtener(ClaveMax(diccprio), diccprio) then
                                                                                                                \mathcal{O}(log_2(k))
10:
                                                                                                                \mathcal{O}(log_2(k))
               BORRAR(CLAVEMAX(diccprio), diccprio)
11:
12:
           end if
                                                                                                               \mathcal{O}(log_2(k))
           BORRAR(paq, dicccam)
13:
14:
           OBTENER(SIGUIENTE(it).ip, d.CompYPaq).Enviados ++
                                                                                                                      \mathcal{O}(L)
           if OBTENER(SIGUIENTE(it).ip, d.CompYPaq).Enviados >(d.MasEnviante).enviados then
                                                                                                                 \mathcal{O}(L+1)
15:
               d.MasEnviante \leftarrow tupla(Siguiente(it), obtener(Siguiente(it).ip, d.CompYPaq).Enviados) \mathcal{O}(L+
16:
    1)
           end if
17:
        end if
18:
        Avanzar(it)
                                                                                                                       \mathcal{O}(1)
19:
20: end while
21: var\ itaux \leftarrow CREARIT(aux)
                                                                                                                       \mathcal{O}(1)
22: while HaySiguiente(itaux) do
                                                                                                                     \mathcal{O}(n)
        var proxpc: compu \leftarrow Primero(Siguiente(CaminosMinimos(d.red, Siguiente(itaux).pcant, Siguien-
23:
                                                                                                                \mathcal{O}(L+L)
    TE(itaux).destino)
        var diccprio: diccRapido \leftarrow OBTENER(proxpc.ip, d.CompYPaq).MasPriori)
                                                                                                                      \mathcal{O}(L)
24:
        var dicccam: diccRapido \leftarrow OBTENER(proxpc.ip, d.CompYPaq).PaqYCam)
                                                                                                                     \mathcal{O}(L)
25:
        if proxpc \neq (Siguiente(itaux).paq).destino then
26:
           if DEF?((SIGUIENTE(itaux).paq).prioridad, diceprio) then
                                                                                                               \mathcal{O}(log_2(k))
27:
               var mismaprio: conj(paquetes) \leftarrow AGREGAR(OBTENER(SIGUIENTE(itaux).paq.prioridad, diccprio),
28:
    SIGUIENTE(itaux).paq)
                                                                                                                \mathcal{O}(log_2(k))
                                                                                                               \mathcal{O}(log_2(k))
               DEFINIR((SIGUIENTE(itaux).paq).prioridad, mismaprio, diccprio)
29:
           else
30:
               DEFINIR(SIGUIENTE(itaux).prioridad, AGREGAR(VACIO(),SIGUIENTE(itaux).paq), diccprio) \mathcal{O}(log_2(k))
31:
32:
           end if
           DEFINIR(p.paq,AGREGARATRAS(SIGUIENTE(itaux).camrecorrido ,proxpc), dicceam)
                                                                                                                \mathcal{O}(log_2(k))
33:
34:
                                                                                                                       \mathcal{O}(1)
        Avanzar(Siguiente(itaux))
35:
36: end while
Complejidad: \mathcal{O}(n*(L+log_2(k))) Donde n es la cantidad de computadoras, L la longitud del nombre mas
largo de las computadoras, y k la cantidad mas grande de paquetes que tiene una computadora.
```

```
 \mathcal{O}(1) + \mathcal{O}(1) + n * (\mathcal{O}(L) + \mathcal{O}(L) + \mathcal{O}(1) + \mathcal{O}(\log_2(k) + 1 + 1) + \mathcal{O}(1 + \log_2(k)) + \mathcal{O}(\log_2(k) + \log_2(k) + 1) + \mathcal{O}(\log_2(k)) + \mathcal{O}(\log_2(k)) + \mathcal{O}(\log_2(k)) + \mathcal{O}(L) + \mathcal{O}(\log_2(k)) + \mathcal{O}(\log_2(k)) + \mathcal{O}(\log_2(k)) + \mathcal{O}(\log_2(k)) + \mathcal{O}(1) + \mathcal{O}(1) = \\ n * (\mathcal{O}(5 * L + 5 * \log_2(k))) + n * \mathcal{O}(3 * L + 5 * \log_2(k)) = \\ 2n * (\mathcal{O}(L + \log_2(k))) = \\ \mathcal{O}(n * (L + \log_2(k)))
```

```
IPAQUETEENTRANSITO?(in d: dcnet, in p: paquete) \rightarrow res: bool
 1: var it \leftarrow \text{CREARIT}(\text{COMPUTADORAS}(\text{d.red}))
                                                                                                                                                    \mathcal{O}(1)
 2: var esta: bool \leftarrow false
                                                                                                                                                    \mathcal{O}(1)
 3: while HaySiguiente(it) \land \neg esta do
                                                                                                                                                    \mathcal{O}(n)
          esta \leftarrow \text{DEF}?(\text{OBTENER}(\text{d.CompYPaq,Siguiente}(i).id).\text{PaqYCam}, p)
                                                                                                                                            \mathcal{O}(log_2(k))
 4:
                                                                                                                                                    \mathcal{O}(1)
 6: end while
                                                                                                                                                   \mathcal{O}(1)
 7: res \leftarrow esta
Complejidad: \mathcal{O}(n * log(k)) Donde n es la cantidad de computadoras en la red y k la cantidad maxima de
paquetes que hay en alguna compu.
\mathcal{O}(1) + \mathcal{O}(1) + n * (\mathcal{O}(log_2(k)) + \mathcal{O}(1)) + \mathcal{O}(1) =
\mathcal{O}(3) + n * (\mathcal{O}(log_2(k))) =
\mathcal{O}(n * log_2(k))
```

ILAQUEMASENVIO(in
$$d$$
: dcnet) $\rightarrow res$: compu
1: $res \leftarrow (d.\text{MasEnviante}).\text{compu}$ $\mathcal{O}(1)$
Complejidad: $\mathcal{O}(1)$

4. Diccionario String

4.1. Interfaz

Interfaz

```
parámetros formales: string, \beta;
    se explica con: DICCIONARIO(CLAVE, SIGNIFICADO).
    géneros: diccString(string, \beta).
Operaciones básicas de Diccionario String(string, \beta)
    DEF?(in c: string, in d: diccString(string, \beta)) \rightarrow res: bool
    \mathbf{Pre} \equiv \{ \mathrm{true} \}
    \mathbf{Post} \equiv \{res =_{obs} \operatorname{def}?(c,d)\}\
    Complejidad: \mathcal{O}(|c|)
    Descripción: Revisa si la clave ingresada se encuentra definida en el diccionario
    	ext{VACIO}() 
ightarrow res : diccString(string, eta)
    \mathbf{Pre} \equiv \{ \mathrm{true} \}
    \mathbf{Post} \equiv \{ res =_{obs}  vacio() \}
    Complejidad: \mathcal{O}(1)
    Descripción: Crea nuevo diccionario vacío
    OBTENER(in c: string, in d: diccString(string, \beta)) \rightarrow res: \beta
    \mathbf{Pre} \equiv \{ \det?(c,d) \}
    \mathbf{Post} \equiv \{ res =_{obs} obtener(c, d) \}
    Complejidad: \mathcal{O}(|c|)
    Descripción: Devuelve el significado correspondiente a la clave
    Aliasing: Res es modificable si y sólo si d es modificable
    DEFINIR(in c: string, in s: \beta, in/out d: diccString(string, \beta))
    \mathbf{Pre} \equiv \{d =_{\mathrm{obs}} d_0\}
    \mathbf{Post} \equiv \{d =_{obs} \operatorname{definir}(c, s, d_0)\}\
    Complejidad: \mathcal{O}(|c|)
    Descripción: Define la clave, asociando su significado, al diccionario
    Aliasing: Los elementos c y s se pasan por referencia
    BORRAR(in c: string, in/out d: diccString(string, \beta))
    \mathbf{Pre} \equiv \{d =_{\mathrm{obs}} d_0 \wedge \mathrm{def}?(c, d_0)\}\
    \mathbf{Post} \equiv \{ res =_{obs} borrar(c, d_0) \}
    Complejidad: \mathcal{O}(|c|)
    Descripción: Borra la clave (y su significado) del diccionario
```

La representación y los algoritmos del módulo no hacen falta explicitarlos porque están dados por la cátedra. De todas formas, cabe recordar que este módulo se representa sobre un Trie.

5. Diccionario Rápido

parámetros formales: α , β ; α tiene relación de orden

5.1. Interfaz

 $\mathbf{Pre} \equiv \{ \mathbf{true} \}$

Interfaz

```
se explica con: Diccionario (clave, significado), iterador unidireccional (\alpha)
    géneros: diccRapido (\alpha, \beta), ITCLAVE (\alpha)
Operaciones básicas de Diccionario Rápido(\alpha,\beta)
    DEF?(\operatorname{in} c: \alpha, \operatorname{in} d: \operatorname{diccRapido}(\alpha, \beta)) \to res: \operatorname{bool}
    \mathbf{Pre} \equiv \{ \mathrm{true} \}
    \mathbf{Post} \equiv \{ res =_{obs} \operatorname{def}?(c,d) \}
    Complejidad: O(log_2 n), siendo n la cantidad de claves
    Descripción: Verifica si una clave está definida.
    OBTENER(in c: \alpha, in d: diccRapido(\alpha, \beta)) \rightarrow res: \beta
    \mathbf{Pre} \equiv \{ \operatorname{def}?(c,d) \}
    \mathbf{Post} \equiv \{res =_{obs} obtener(c, d)\}\
    Complejidad: \mathcal{O}(\log_2 n), siendo n la cantidad de claves
    Descripción: Devuelve el significado asociado a una clave
    Aliasing: Res es modificable si y sólo si d es modificable
    Vacio() \rightarrow res : diccRapido(\alpha, \beta)
    \mathbf{Pre} \equiv \{ \text{true} \}
    \mathbf{Post} \equiv \{ res =_{obs}  vacio() \}
    Complejidad: O(1)
    Descripción: Crea un nuevo diccionario vacío
    DEFINIR(in c: \alpha, in s: \beta, in/out d: diccRapido(\alpha, \beta))
    \mathbf{Pre} \equiv \{d =_{\mathrm{obs}} d_0\}
    \mathbf{Post} \equiv \{d =_{obs} \operatorname{definir}(c, s, d_0)\}\
    Complejidad: O(log_2 n), siendo n la cantidad de claves
    Descripción: Define la clave, asociando su significado, al diccionario
    Aliasing: Los elementos c y s se pasan por referencia.
    BORRAR(in c: \alpha, in/out d: diccRapido(\alpha,\beta))
    \mathbf{Pre} \equiv \{d =_{\mathrm{obs}} d_0 \wedge \mathrm{def}?(c, d_0)\}\
    \mathbf{Post} \equiv \{d =_{\mathrm{obs}} \mathrm{borrar}(c, d_0)\}\
    Complejidad: \mathcal{O}(\log_2 n), siendo n la cantidad de claves
    Descripción: Borra la clave (y su significado) del diccionario
    VACIO?(\mathbf{in}\ d: \mathtt{diccRapido}(\alpha,\beta)) \to res: \mathtt{bool}
    \mathbf{Pre} \equiv \{ \text{true} \}
    \mathbf{Post} \equiv \{res =_{obs} vacio?(d)\}
    Complejidad: \mathcal{O}(1)
    Descripción: Verifica si el diccionario vacío
    CLAVEMAX(in d: diccRapido(\alpha,\beta)) \rightarrow res: \alpha
    \mathbf{Pre} \equiv \{\neg \text{vacio?(d)}\}\
    \mathbf{Post} \equiv \{ res =_{obs} claveMax(d) \}
    Complejidad: O(log_2 n)
    Descripción: Devuelve la mayor clave
    Aliasing: Res es modificable si y sólo si d es modificable
    CLAVES(in d: diccRapido(\alpha, \beta)) \rightarrow res: itClave
```

```
Post \equiv \{res =_{obs} CrearIt(claves(d))\}
Complejidad: \mathcal{O}(1)
Descripción: Devuelve un iterador de paquete
```

Operaciones del Iterador

```
CREARIT(in d: diccRapido(\alpha,\beta)) \rightarrow res: itClave
\mathbf{Pre} \equiv \{ \text{true} \}
\mathbf{Post} \equiv \{res =_{obs} \mathbf{crearItUni}(\mathbf{secuClaves}(\mathbf{d}))\}
Complejidad: \mathcal{O}(1)
Descripción: Crea el iterador de claves
Aliasing: Res es devuelto por referencia
HayMas?(in it: itClave) \rightarrow res: bool
\mathbf{Pre} \equiv \{ \mathrm{true} \}
Post \equiv \{res =_{obs} HayMas?(it)\}\
Complejidad: \mathcal{O}(1)
Descripción: Verifica si hay más elementos a iterar
Actual(in it: itClave) \rightarrow res: \alpha
\mathbf{Pre} \equiv \{ \mathrm{HayMas}?(it) \}
\mathbf{Post} \equiv \{res =_{obs} Actual(it)\}\
Complejidad: \mathcal{O}(1)
Descripción: Devuelve el actual del iterador
Aliasing: Res es modificable si y sólo si el Diccionario es modificable
AVANZAR(in/out it: itClave)
\mathbf{Pre} \equiv \{it =_{\mathrm{obs}} it_0 \land \mathrm{HayMas}?(it_0)\}\
\mathbf{Post} \equiv \{it =_{obs} \operatorname{Avanzar}(it_0)\}\
Complejidad: \mathcal{O}(n)
Descripción: Avanza el iterador
```

5.2. Auxiliares

Operaciones auxiliares de Diccionario

```
DAMENODOS(in p: puntero(nodo), in actual: nat, in destino: nat) \rightarrow res: conjLineal(nodo)
\mathbf{Pre} \equiv \{ \text{true} \}
\mathbf{Post} \equiv \{res =_{obs} \operatorname{nodosNivel}(p, actual, destino)\}\
Complejidad: \mathcal{O}(n)
Descripción: Crea un conjunto de nodos con todos los nodos pertenecientes al nivel destino
ROTAR(in/out p: puntero(nodo))
\mathbf{Pre} \equiv \{p =_{\mathrm{obs}} p_0 \, \land \, \mathbf{p} \mathrel{!=} \mathbf{NULL} \, \land_{\mathtt{L}} \, (|\mathsf{FACTORDESBALANCE}(\mathbf{p})| > 1)\}
\mathbf{Post} \equiv \{ p =_{\mathrm{obs}} \mathrm{rotar}(p_0) \}
Complejidad: \mathcal{O}(1)
Descripción: Realiza la rotación pertinente de p, de ser necesario
ROTARSIMPLEIZQ(in/out p: puntero(nodo))
\mathbf{Pre} \equiv \{p =_{\mathrm{obs}} p_0 \land p != \mathrm{NULL} \land_{\mathrm{L}} *(p).\mathrm{der} != \mathrm{NULL}\}
\mathbf{Post} \equiv \{p =_{obs} \operatorname{rotarSimpleIzq}(p_0)\}\
Complejidad: \mathcal{O}(1)
Descripción: Realiza una rotación simple izquierda del nodo p, y los nodos involucrados
ROTARSIMPLEDER(in/out p: puntero(nodo))
\mathbf{Pre} \equiv \{ p =_{\mathrm{obs}} p_0 \land p != \mathrm{NULL} \land_{\mathrm{L}} *(p).\mathrm{izq} != \mathrm{NULL} \}
\mathbf{Post} \equiv \{p =_{\mathrm{obs}} \mathrm{rotarSimpleDer}(p_0)\}\
Complejidad: \mathcal{O}(1)
Descripción: Realiza una rotación simple derecha del nodo p, y los nodos involucrados
```

```
ROTARDOBLEIZQ(in/out p: puntero(nodo))
\mathbf{Pre} \equiv \{p =_{\mathrm{obs}} p_0 \land p := \mathrm{NULL} \land_{\mathtt{L}} *(p).\mathrm{der} := \mathrm{NULL} \land_{\mathtt{L}} *(*(p).\mathrm{der}).\mathrm{izq} := \mathrm{NULL}\}
\mathbf{Post} \equiv \{ p =_{\text{obs}} \text{rotarDobleIzq}(p_0) \}
Complejidad: \mathcal{O}(1)
Descripción: Realiza una rotación doble izquierda del nodo p, y los nodos involucrados
ROTARDOBLEDER(in/out p: puntero(nodo))
\mathbf{Pre} \equiv \{p =_{\mathrm{obs}} p_0 \, \land \, \mathrm{p} \mathrel{!=} \mathrm{NULL} \, \land_{\scriptscriptstyle L} \, {}^*\!(\mathrm{p}).\mathrm{izq} \mathrel{!=} \mathrm{NULL} \, \land_{\scriptscriptstyle L} \, {}^*\!(\mathrm{*}(\mathrm{p}).\mathrm{izq}).\mathrm{der} \mathrel{!=} \mathrm{NULL} \}
\mathbf{Post} \equiv \{ p =_{\text{obs}} \text{rotarDobleDer}(p_0) \}
Complejidad: \mathcal{O}(1)
Descripción: Realiza una rotación doble derecha del nodo p, y los nodos involucrados
ALTURA(in p: puntero(nodo)) \rightarrow res: nat
\mathbf{Pre} \equiv \{ p != \text{NULL} \}
Post \equiv \{res =_{obs} altura(p)\}\
Complejidad: \mathcal{O}(1)
Descripción: Calcula y devuelve la altura actual de p
FACTORDESBALANCE(in p: puntero(nodo)) \rightarrow res: nat
\mathbf{Pre} \equiv \{ p != \text{NULL} \}
Post \equiv \{res =_{obs} factorDesbalance(p)\}\
Complejidad: \mathcal{O}(1)
Descripción: Calcula y devuelve el factor de desbalance actual de p
```

Operaciones auxiliares del Iterador

```
SIGUIENTES(in it: itClave) \rightarrow res: Lista Enlazada

Pre \equiv \{true\}

Post \equiv \{res =_{obs} \text{ siguientes(it)}\}

Complejidad: \mathcal{O}(it.tam^2)

Descripción: Devuelve la lista de nodos no iterados hasta el momento. Están ordenado
```

Descripción: Devuelve la lista de nodos no iterados hasta el momento. Están ordenados por orden de aparición. **Aliasing:** Los nodos de la lista se pasan por referencia

5.3. Representación

Representación

Representación del Diccionario

Como se sabe que la cantidad de claves no está acotada, este diccionario estará representado con un AVL. Cabe destacar, que las claves del diccionario deben contener una relación de orden.

```
diccRapido(\alpha,\beta) se representa con estr
donde estr es tupla(raiz: puntero(nodo), tam: nat)
donde nodo es tupla(clave: \alpha, significado: \beta, padre: puntero(nodo), izq: puntero(nodo), der: puntero(nodo),
alt: nat)
```

Representación del Iterador

El iterador es una tupla con varias componentes, entre ellas, un puntero al nodo actual. Este puntero (it.nodoActual) apunta a NULL cuando ya no quedan nodos por iterar en el último nivel del AVL. El iterador recorre los nodos por nivel.

```
itClave se representa con estr
```

```
donde estr es tupla(nivelActual: nat, \#nodosRecorridos: nat, tam: nat, nodoActual: puntero(nodo), raiz: puntero(nodo)) donde nodo es tupla(clave: \alpha, significado: \beta, padre: puntero(nodo), izq: puntero(nodo), der: puntero(nodo), alt: nat)
```

5.4. InvRep y Abs

InvRep y Abs del Diccionario:

InvRep en lenguaje coloquial:

- 1. La componente "tam" es igual a la cantidad de nodos del árbol.
- 2. Todo nodo del árbol tiene padre, con excepción de la raíz, que no tiene padre. Y de tener padre, como máximo, puede existir otro nodo que tenga el mismo padre.
- 3. No puede haber un nodo que sea hijo de dos nodos distintos.
- 4. Un nodo (n1) tiene a otro nodo (n2) como hijo (ya sea izquierdo, o derecho), si y solo si n2 tiene a n1 como padre.
- 5. Un nodo no puede tener al mismo hijo izquierdo y derecho. Tampoco puede tenerse a sí mismo como padre, o hijo izquierdo, o derecho.
- 6. La relación de orden es total.
- 7. No hay dos nodos con la misma componente "clave".
- 8. Para todo nodo, todos los nodos de su subárbol derecho son mayores a él.
- 9. Para todo nodo, todos los nodos del su subárbol izquierdo son menores que él.
- 10. La componente "alt" de cada nodo es igual a la cantidad de nodos que hay que "bajar" para llegar a su hoja mas lejana + 1. Vale aclarar que el nodo hoja tiene la componente "alt" igual a 1.
- 11. Para todo nodo, la diferencia, en módulo, de la altura entre sus subárboles es menor o igual a 1.
- 12. Siempre existe un camino entre la raíz y cualquier otro nodo.
- 13. No hay ciclos. Más formalmente, partiendo de un nodo, no se puede volver a pasar por él sin recurrir a la componente padre.

Abs:

```
Abs : estr e \longrightarrow Diccionario(Clave, Significado) {Rep(e)}

Abs(e) =_{obs} d: Diccionario(Clave, Significado) | (\forall c: clave)

def?(c, d) = Def?(c, e) \land_L

obtener(c, d) = Obtener(c, e)
```

InvRep y Abs del Iterador:

InvRep en lenguaje coloquial:

- 1. it.tam es igual a la cantidad de nodos del AVL que itera.
- 2. it.raiz apunta a la raíz del AVL que itera, o es NULL si el AVL es vacío.
- 3. it.nodoActual apunta a un nodo cualquiera del AVL que itera, o es NULL si el AVL es vacío.
- 4. it.#nodosRecorridos está entre 0 (inclusive) y it.tam (inclusive).
- 5. it.nivel Actual está entre 1 (inclusive) y log_2 it.tam + 1 (inclusive).
- 6. El invariante de nodo es el mismo que el invariante de nodo del Diccionario.

Abs:

```
Abs : estr e \longrightarrow \text{Iterador Unidireccional}(\alpha) {Rep(e)}

Abs(e) =_{\text{obs}} i: Iterador Unidireccional(\alpha) | siguientes(i) = \text{Siguientes}(e)
```

5.5. Algoritmos

Algoritmos

```
IDEF?(in c: \alpha, in d: diccRapido(\alpha, \beta)) \rightarrow res: bool
 1: var pNodo: puntero(nodo) \leftarrow d.raiz
                                                                                                                                                        \mathcal{O}(1)
                                                                                                                                            \mathcal{O}(log_2 \ n * k)
    while pNodo!= NULL do
          if *(pNodo).clave == c then
                                                                                                                                                       \mathcal{O}(k)
 3:
                                                                                                                                                        \mathcal{O}(1)
 4:
               res \leftarrow true
               return res
                                                                                                                                                        \mathcal{O}(1)
 5:
 6:
          else
               \mathbf{if}\ c > *(pNodo).clave\ \mathbf{then}
                                                                                                                                                       \mathcal{O}(k)
 7:
                   pNodo \leftarrow *(pNodo).der
                                                                                                                                                        \mathcal{O}(1)
 8:
 9:
               else
                   pNodo \leftarrow *(pNodo).izq
10:
                                                                                                                                                        \mathcal{O}(1)
               end if
11:
          end if
12:
13: end while
                                                                                                                                                       \mathcal{O}(1)
14: res \leftarrow false
Complejidad: O(log_2 \ n * k)
```

Siendo n la cantidad de nodos y k el costo de comparación de α .

Vamos a ignorar las asignaciones, dado que éstas siempre ocurren en tiempo constante. Para analizar la complejidad del ciclo, es necesario tomar en cuenta cuantas iteraciones (como máximo) haría éste antes de romper su guarda y cuánto cuesta cada una. Como se trata de buscar un nodo en un AVL, sabemos que la búsqueda es $\mathcal{O}(\log_2 n * k)$, dado que el árbol está balanceado, es decir, en el peor caso estaremos buscando un nodo que puede pertenecer (o no) al último nivel y por esto se debe descender $\mathcal{O}(\log_2 n)$ veces. Luego, cada iteración cuesta $\mathcal{O}(k)$. Finalmente, la complejidad del ciclo es la que define la complejidad del algoritmo.

```
IOBTENER(in c: \alpha, in d: diccRapido(\alpha, \beta)) \rightarrow res: \beta
 1: var pNodo: puntero(nodo) \leftarrow d.raiz
                                                                                                                                                    \mathcal{O}(1)
     while *(pNodo).clave != c do
                                                                                                                                        \mathcal{O}(log_2 \ n * k)
 2:
          if c > *(pNodo).clave then
                                                                                                                                                    \mathcal{O}(k)
 3:
              pNodo \leftarrow *(pNodo).der
 4:
                                                                                                                                                    \mathcal{O}(1)
 5:
              pNodo \leftarrow *(pNodo).izq
                                                                                                                                                    \mathcal{O}(1)
 6:
          end if
 7:
 8: end while
 9: res \leftarrow *(pNodo).significado
                                                                                                                                                   \mathcal{O}(1)
```

Complejidad: $O(log_2 \ n * k)$

Siendo n la cantidad de nodos y k el costo de comparación de α .

Es un algoritmo muy parecido al de DEF?. Nuevamente ignoraremos las asignaciones, dado que éstas siempre ocurren en tiempo constante. Para analizar la complejidad del ciclo, es necesario tomar en cuenta cuantas iteraciones (como máximo) haría éste antes de romper su guarda y cuánto cuesta cada una. Como se trata de buscar un nodo en un AVL, sabemos que la búsqueda es $\mathcal{O}(\log_2 n * k)$, dado que el árbol está balanceado, es decir, en el peor caso estaremos buscando un nodo que puede pertenecer (o no) al último nivel y por esto se debe descender $\mathcal{O}(\log_2 n)$ veces. Luego, cada iteración cuesta $\mathcal{O}(k)$. Finalmente, la complejidad del ciclo es la que define la complejidad del algoritmo.

```
IVACÍO() \rightarrow res: diccRapido(\alpha, \beta)
 1: var res: diccRapido(\alpha,\beta) \leftarrow tupla(NULL, 0)
                                                                                                                                                          \mathcal{O}(1)
```

Complejidad: $\mathcal{O}(1)$

```
IDEFINIR(in c: \alpha, in s: \beta, in/out d: diccRapido(\alpha, \beta))
 1:
 2: if d.raiz == NULL then
                                                                                                                                                \mathcal{O}(1)
         d.raiz \leftarrow \&tupla(c, s, NULL, NULL, NULL, 1)
                                                                                                                                                \mathcal{O}(1)
 3:
                                                                                                                                                \mathcal{O}(1)
         d.tam \leftarrow 1
 4:
    else
 5:
         if Def?(c, d) then
                                                                                                                                    \mathcal{O}(log_2 \ n * k)
 6:
 7:
              var pNodo: puntero(nodo) \leftarrow d.raiz
                                                                                                                                                \mathcal{O}(1)
              while *(pNodo).clave != c do
                                                                                                                                    \mathcal{O}(log_2 \ n * k)
 8:
                  if c > *(pNodo).clave then
                                                                                                                                               \mathcal{O}(k)
 9:
                       pNodo \leftarrow *(pNodo).der
10:
                                                                                                                                               \mathcal{O}(1)
11:
                  else
                       pNodo \leftarrow *(pNodo).izq
                                                                                                                                                \mathcal{O}(1)
12:
                   end if
13:
              end while
14:
              *(pNodo).significado \leftarrow s
                                                                                                                                                \mathcal{O}(1)
15:
16:
         else
              var seguir: bool \leftarrow true
                                                                                                                                                \mathcal{O}(1)
17:
              var pNodo: puntero(nodo) \leftarrow d.raiz
                                                                                                                                                \mathcal{O}(1)
18:
              \mathbf{while} \ \mathrm{seguir} == \mathrm{true} \ \mathbf{do}
                                                                                                                                    \mathcal{O}(log_2 \ n * k)
19:
                  if c > *(pNodo).clave \land *(pNodo).der == NULL then
                                                                                                                                               \mathcal{O}(k)
20:
                        *(pNodo).der \leftarrow &tupla(c, s, pNodo, NULL, NULL, 1)
                                                                                                                                                \mathcal{O}(1)
21:
22:
                       seguir \leftarrow false
                                                                                                                                               \mathcal{O}(1)
                  else
23:
                       if c > *(pNodo).clave \land *(pNodo).der != NULL then
                                                                                                                                               \mathcal{O}(k)
24:
                            pNodo \leftarrow *(pNodo).der
25:
                                                                                                                                               \mathcal{O}(1)
26:
                       else
                            if c < *(pNodo).clave \wedge *(pNodo).izq == NULL then
                                                                                                                                               \mathcal{O}(k)
27:
                                 *(pNodo).izq \leftarrow &tupla(c, s, pNodo, NULL, NULL, 1)
                                                                                                                                                \mathcal{O}(1)
28:
                                seguir \leftarrow false
                                                                                                                                                \mathcal{O}(1)
29:
30:
                                pNodo \leftarrow *(pNodo).izq
                                                                                                                                                \mathcal{O}(1)
31:
                            end if
32:
33:
                       end if
                  end if
34:
              end while
35:
                                                                                                                                               \mathcal{O}(1)
              d.tam \leftarrow d.tam + 1
36:
              \mathbf{while} \ \mathrm{pNodo} \mathrel{!=} \mathrm{NULL} \ \mathbf{do}
                                                                                                                                    \mathcal{O}(log_2 \ n * k)
37:
                   var padrePNodo \leftarrow *(pNodo).padre
                                                                                                                                                \mathcal{O}(1)
38:
                  if |FACTORDESBALANCE(pNodo)| > 1 then
                                                                                                                                                \mathcal{O}(1)
39:
                       ROTAR(pNodo)
                                                                                                                                               \mathcal{O}(k)
40:
                   else
41:
                       *(pNodo).alt \leftarrow ALTURA(pNodo)
                                                                                                                                                \mathcal{O}(1)
42:
                   end if
43:
                   pNodo \leftarrow padrePNodo
                                                                                                                                                \mathcal{O}(1)
44:
45:
              end while
         end if
46:
47: end if
Complejidad: O(log_2 \ n * k)
Siendo n la cantidad de nodos, y k el costo de comparación de \alpha.
En este algoritmo, tomaremos en cuenta las complejidades de tres casos e ignoraremos las asignaciones (dado
que son constantes).
```

```
-El primer caso es cuando se quiera definir en un diccionario vacío, esto es \mathcal{O}(1) + \mathcal{O}(1) + \mathcal{O}(1) = 3 * \mathcal{O}(1)
= \mathcal{O}(1)
-El segundo caso es cuando se quiera definir una clave que ya estaba definida previamente, aquí ignoraremos las
asignaciones (cuyas complejidades son \mathcal{O}(1)), y nos centraremos en el uso de DEF? y el ciclo. DEF? sabemos
que toma \mathcal{O}(\log_2 n * k), y en cuanto al ciclo, sabemos que tomará \mathcal{O}(\log_2 n * k) también, porque iterará hasta
buscar el nodo buscado (itera \mathcal{O}(\log_2 n) veces) y cada iteración cuesta \mathcal{O}(k). Esto es: \mathcal{O}(\log_2 n * k) +
\mathcal{O}(\log_2 n * k) = 2 * \mathcal{O}(\log_2 n * k) = \mathcal{O}(\log_2 n * k)
-El tercer caso es cuando se quiera definir una clave que no estaba definida anteriormente. Nuevamente
ignoraremos las asignaciones, y nos centraremos en los dos ciclos. El primer ciclo consiste en iterar hasta llegar a
la posición donde queremos insertar el nuevo nodo, nuevamente esto es \mathcal{O}(\log_2 n * k) porque en peor caso
tendríamos que descender hasta la hoja más lejana (\mathcal{O}(log_2 n) iteraciones, y cada iteración cuesta \mathcal{O}(k)). Por
último, el segundo ciclo recorre, de abajo hacia arriba, la rama por la que acabamos de bajar, y dado que como
ya mencionamos que ésta tiene \mathcal{O}(\log_2 n) elementos, esto es \mathcal{O}(\log_2 n * k). Finalmente, dado que este caso
tiene éstas tres complejidades no anidadas: \mathcal{O}(\log_2 n * k) + \mathcal{O}(\log_2 n * k) + \mathcal{O}(\log_2 n * k) = 3 * \mathcal{O}(\log_2 n * k)
= \mathcal{O}(\log_2 n * k).
-Ahora, como teníamos tres casos, la complejidad es el máximo de ellos: max(\mathcal{O}(1), \mathcal{O}(\log_2 n * k),
\mathcal{O}(\log_2 n * k) = \mathcal{O}(\log_2 n * k)
```

```
IBORRAR(in c: \alpha, in/out d: diccRapido(\alpha, \beta))
 1: var pNodo: puntero(nodo) \leftarrow d.raiz
                                                                                                                                         \mathcal{O}(1)
 2:
     while c != *(pNodo).clave do
                                                                                                                              \mathcal{O}(log_2 \ n * k)
         if c > *(pNodo).clave then
                                                                                                                                         \mathcal{O}(k)
 3:
             pNodo \leftarrow *(pNodo).der
                                                                                                                                         \mathcal{O}(1)
 4:
         else
 5:
             pNodo \leftarrow *(pNodo).izq
                                                                                                                                         \mathcal{O}(1)
 6:
         end if
 7:
     end while
 8:
     if *(pNodo).izq == NULL \wedge *(pNodo).der == NULL then
                                                                                                                                         \mathcal{O}(1)
 9:
10:
         if *(pNodo).padre == NULL then
                                                                                                                                         \mathcal{O}(1)
             d.raiz \leftarrow NULL
                                                                                                                                         \mathcal{O}(1)
11:
12:
         else
             if pNodo == *(*(pNodo).padre).izq then
                                                                                                                                         \mathcal{O}(k)
13:
                  *(*(pNodo).padre).izq \leftarrow NULL
                                                                                                                                         \mathcal{O}(1)
14:
15:
                  *(*(pNodo).padre).der \leftarrow NULL
                                                                                                                                         \mathcal{O}(1)
16:
             end if
17:
         end if
18:
19:
     else
         if *(pNodo).izq == NULL \wedge *(pNodo).der != NULL then
                                                                                                                                         \mathcal{O}(1)
20:
             if *(pNodo).padre == NULL then
                                                                                                                                         \mathcal{O}(1)
21:
                  *(*(pNodo).der).padre \leftarrow NULL
                                                                                                                                         \mathcal{O}(1)
22:
                  d.raiz \leftarrow *(pNodo).der
                                                                                                                                         \mathcal{O}(1)
23:
             else
24:
                  if pNodo == *(*(pNodo).padre).izq then
                                                                                                                                         \mathcal{O}(k)
25:
                       *(*(pNodo).padre).izq \leftarrow *(pNodo).der
                                                                                                                                         \mathcal{O}(1)
26:
27:
                  else
                      *(*(pNodo).padre).der \leftarrow *(pNodo).der
                                                                                                                                         \mathcal{O}(1)
28:
29:
                  *(*(pNodo).der).padre \leftarrow *(pNodo).padre
                                                                                                                                         \mathcal{O}(1)
30:
             end if
31:
32:
             if *(pNodo).izq != NULL \wedge *(pNodo).der == NULL then
                                                                                                                                         \mathcal{O}(1)
33:
                  if *(pNodo).padre == NULL then
                                                                                                                                         \mathcal{O}(1)
34:
                      *(*(pNodo).izq).padre \leftarrow NULL
                                                                                                                                         \mathcal{O}(1)
35:
36:
                      d.raiz \leftarrow *(pNodo).izq
                                                                                                                                         \mathcal{O}(1)
37:
                      if pNodo == *(*(pNodo).padre).izq then
                                                                                                                                         \mathcal{O}(k)
38:
```

```
*(*(pNodo).padre).izq \leftarrow *(pNodo).izq
                                                                                                                                       \mathcal{O}(1)
39:
40:
                     else
                          *(*(pNodo).padre).der \leftarrow *(pNodo).izq
                                                                                                                                       \mathcal{O}(1)
41:
42:
                     end if
                      *(*(pNodo).izq).padre \leftarrow *(pNodo).padre
                                                                                                                                       \mathcal{O}(1)
43:
                 end if
44:
             else
45:
                 var nuevoPNodo: puntero(nodo) \leftarrow *(pNodo).der
                                                                                                                                       \mathcal{O}(1)
46:
                                                                                                                                 \mathcal{O}(log_2 n)
47:
                 while *(nuevoPNodo).izq != NULL do
                     nuevoPNodo \leftarrow *(nuevoPNodo).izq
                                                                                                                                       \mathcal{O}(1)
48:
                 end while
49:
                 *(pNodo).clave \leftarrow *(nuevoPNodo).clave
                                                                                                                                       \mathcal{O}(1)
50:
                 *(pNodo).significado \leftarrow *(nuevoPNodo).significado
                                                                                                                                       \mathcal{O}(1)
51:
                 if *(nuevoPNodo).der != NULL then
                                                                                                                                       \mathcal{O}(1)
52:
                     if *(*(nuevoPNodo).padre).izq == nuevoPNodo then
                                                                                                                                       \mathcal{O}(k)
53:
                          *(*(nuevoPNodo).padre).izq \leftarrow *(nuevoPNodo).der
                                                                                                                                       \mathcal{O}(1)
54:
                     else
55:
                          *(*(nuevoPNodo).padre).der \leftarrow *(nuevoPNodo).der
                                                                                                                                       \mathcal{O}(1)
56:
57:
                     end if
                      *(*(nuevoPNodo).der).padre \leftarrow *(nuevoPNodo).padre
                                                                                                                                       \mathcal{O}(1)
58:
                 else
59:
                     if *(*(nuevoPNodo).padre).izq == nuevoPNodo then
                                                                                                                                       \mathcal{O}(k)
60:
                                                                                                                                       \mathcal{O}(1)
                          *(*(nuevoPNodo).padre).izq \leftarrow NULL
61:
62:
                          *(*(nuevoPNodo).padre).der \leftarrow NULL
                                                                                                                                       \mathcal{O}(1)
63:
                     end if
64:
                 end if
65:
             end if
66:
        end if
67:
68: end if
    d.tam \leftarrow d.tam - 1
                                                                                                                                       \mathcal{O}(1)
69:
    pNodo \leftarrow *(nuevoPNodo).padre
                                                                                                                                       \mathcal{O}(1)
                                                                                                                            \mathcal{O}(log_2 \ n * k)
    while pNodo!= NULL do
71:
        var \ padrePNodo \leftarrow *(pNodo).padre
72:
                                                                                                                                       \mathcal{O}(1)
73:
        if |FACTORDESBALANCE(pNodo)| > 1 then
                                                                                                                                       \mathcal{O}(1)
             ROTAR(pNodo)
                                                                                                                                       \mathcal{O}(k)
74:
        else
75:
             *(pNodo).alt \leftarrow Altura(pNodo)
                                                                                                                                       \mathcal{O}(1)
76:
         end if
77:
78:
        pNodo \leftarrow padrePNodo
                                                                                                                                       \mathcal{O}(1)
79: end while
```

Complejidad: $O(log_2 \ n * k)$

Siendo n la cantidad de nodos y k el costo de comparación de α .

Nuevamente ignoraremos los condicionales -fuera de ciclos- (dado que la complejidad de éstos pertenecen a la complejidad de los ciclos) y asignaciones (dado que son constantes), y nos centraremos en los tres ciclos. -El primer ciclo consiste en buscar el elemento a borrar, dado que es una búsqueda en un AVL, esto es $\mathcal{O}(log_2 \ n*k)$.

- -El segundo ciclo sucede sólo cuando el elemento a borrar tiene dos subárboles hijos distintos de NULL, esto consiste en buscar el sucesor in-order (es decir, bajar un nodo a la derecha, y luego bajar lo máximo posible hacia la izquierda. Así se encuentra el siguiente "inmediato"). Dado que es una búsqueda, y se empieza a descender desde el nodo a borrar (en peor caso, se empieza desde la raíz), esto toma $\mathcal{O}(\log_2 n)$ (porque sólo se baja hacia la izquierda, y no hay comparaciones de tipo α). Cabe aclarar que éste ciclo no siempre se ejecuta, pero dado que en los demás casos la complejidad es de $\mathcal{O}(k)$, podemos asumir que dado el caso que haya sido, estará acotado por la complejidad del peor, osea éste.
- -El tercer ciclo consiste en recorrer, de abajo hacia arriba, la rama en la cual se borró el nodo auxiliar buscado (e ir rotando según corresponda), esto toma $\mathcal{O}(\log_2\,n*k)$, porque se itera $\mathcal{O}(\log_2\,n)$ veces y cada iteración

cuesta $\mathcal{O}(k)$.
-Finalmente, la complejidad total es la suma de todos estas complejidades parciales: $\mathcal{O}(\log_2 n*k) + \mathcal{O}(\log_2 n*k) = \mathcal{O}(\log_2 n*k) + \mathcal{O}(\log_2 n*k) + \mathcal{O}(\log_2 n*k) + \mathcal{O}(\log_2 n*k) = \mathcal{O}(\log_2 n*k) = \mathcal{O}(\log_2 n*k)$

$$\begin{split} & \text{IVAC\'io?}(\textbf{in }d\text{:}\operatorname{diccRapido}(\alpha,\beta)) \to res : \texttt{bool} \\ & 1: \textbf{if }\operatorname{d.raiz} == \text{NULL }\textbf{then} \\ & 2: \quad res \leftarrow \text{true} \\ & 3: \textbf{else} \\ & 4: \quad res \leftarrow \text{false} \\ & 5: \textbf{end if} \end{split}$$

ICLAVEMAX(in d: diccRapido(α, β)) $\rightarrow res : \alpha$ 1: var pNodo: puntero(nodo) \leftarrow d.raiz

2: while *(pNodo).der != NULL do

3: pNodo \leftarrow *(pNodo).der

4: end while

5: $res \leftarrow$ *(pNodo).clave $\mathcal{O}(1)$

Complejidad: $O(log_2 n)$

Siendo n la cantidad de nodos. Ignorando las asignaciones, vemos que lo único a calcular es la cantidad de iteraciones del ciclo. Dado que el ciclo es una búsqueda en un AVL (en particular, se busca el elemento más grande), éste tomará a lo sumo log_2 n iteraciones.

$$\begin{split} & \text{ICLAVES}(\textbf{in }d \colon \texttt{diccRapido}(\alpha,\beta)) \to res : \texttt{itClave} \\ & 1 \colon res \leftarrow \text{CrearIt}(\textbf{d}) \\ & \mathcal{O}(1) \end{split}$$
 $\textbf{Complejidad: } \mathcal{O}(1)$

$$\begin{split} & \text{ICREARIT}(\textbf{in }d \colon \texttt{diccRapido}(\alpha,\beta)) \to res : \texttt{itClave} \\ & 1: res \leftarrow \text{tupla}(1,\,0,\,\text{d.tam},\,\text{d.raiz},\,\text{d.raiz}) \\ & \textbf{Complejidad: } \mathcal{O}(1) \end{split}$$

$$\begin{split} & \text{IHAYMAS?}(\textbf{in } it : \mathtt{itClave}) \to res : \mathtt{bool} \\ & 1: \textbf{ if } it.\# \mathtt{nodosRecorridos}, < \mathtt{it.tam-1 then} \\ & 2: \quad res \leftarrow \mathtt{true} \\ & 3: \textbf{ else} \\ & 4: \quad res \leftarrow \mathtt{false} \\ & 5: \textbf{ end if} \end{split}$$

$$\begin{split} & \text{IActual}(\textbf{in} \ it \colon \textbf{itClave}) \to res \, : \, \alpha \\ & \text{1:} \ res \leftarrow *(\textbf{it.nodoActual}). \textbf{clave} \\ & \qquad \mathcal{O}(1) \end{split}$$
 $\textbf{Complejidad:} \ \mathcal{O}(1)$

```
IAVANZAR(in/out it: itClave)
 1: it.#nodosRecorridos \leftarrow it.#nodosRecorridos + 1
                                                                                                                                \mathcal{O}(1)
 2: var itNodosNivelActual: itClave ← CREARIT(DAMENODOS(it.raiz, 1, it.nivelActual))
                                                                                                                               \mathcal{O}(n)
 3: var bAvanzar: bool ← true
                                                                                                                                \mathcal{O}(1)
    while bAvanzar do
                                                                                                                               \mathcal{O}(n)
         Avanzar(itNodosNivelActual)
                                                                                                                                \mathcal{O}(1)
 5:
        if Anterior(itNodosNivelActual) == Actual(it) then
                                                                                                                                \mathcal{O}(1)
 6:
 7:
            bAvanzar \leftarrow false
                                                                                                                                \mathcal{O}(1)
        else
 8:
         end if
 9:
10: end while
11: if HaySiguiente?(itNodosNivelActual) then
                                                                                                                                \mathcal{O}(1)
        it.nodoActual \leftarrow Siguiente(itNodosNivelActual)
                                                                                                                                \mathcal{O}(1)
12:
13:
        it.nivelActual \leftarrow it.nivelActual + 1
                                                                                                                                \mathcal{O}(1)
14:
        it.nodoActual \leftarrow Siguiente(CrearIt(DameNodos(it.raiz, 1, it.nivelActual)))
                                                                                                                               \mathcal{O}(n)
15:
16: end if
```

Complejidad: O(n)

Siendo n la cantidad de nodos.

el ciclo busca encontrar el nodo en donde se encuentra el iterador, para eso avanza el nuevo iterador creado, que itera un conjunto de nodos -estos nodos son todos los del nivel al que pertence el iterador buscado-. En el peor caso este conjunto es de n / 2 elementos, porque sería el nivel más bajo. Por eso tiene complejidad $\mathcal{O}(n)$. Además se le agrega a la complejidad total, la complejidad de llamar a DAMENODOS dos veces.

La complejidad total sería: $\mathcal{O}(n) + \mathcal{O}(n) + \mathcal{O}(n) = 3 * \mathcal{O}(n) = \mathcal{O}(n)$

```
IDAMENODOS(in p: puntero(nodo), in actual: nat, in destino: nat) \rightarrow res: Conj(nodo)
 1: res \leftarrow Vacío()
                                                                                                                            \mathcal{O}(1)
 2: if p == NULL then
                                                                                                                            \mathcal{O}(1)
   _{
m else}
        if actual == destino then
                                                                                                                            \mathcal{O}(1)
 4:
            AGREGARATRÁS(res, p)
                                                                                                                            \mathcal{O}(1)
 5:
 6:
            UNION(DAMENODOS(*(p).izq, actual + 1, destino), DAMENODOS(*(p).der, actual + 1, destino)) \mathcal{O}(n)
 7:
        end if
 8:
 9: end if
```

Complejidad: O(n)

Siendo n la cantidad de nodos. Vamos a ignorar las asignaciones y condicionales, porque tienen complejidad constante. Luego para justificar la complejidad de la recursión, se podría utilizar el TEOREMA MAESTRO, si fuese que el árbol está completamente lleno. De esta forma, siempre se divide en dos subproblemas y siempre se hace recursión sobre esos dos subproblemas. Aplicando el teorema maestro se tiene que: se divide en dos subproblemas (c = 2), se hace recursión sobre dos subproblemas (a = 2) y el costo de las funciones auxiliares es $\theta(n)$ (f(n) = $\theta(n)$), y luego se tiene que log_c $a = log_2$ 2 = 1). Finalmente se tiene que se cumple el segundo caso del TEOREMA MAESTRO, porque $\theta(n) \in \theta(n^1)$, entonces la complejidad es $\theta(nlog_2 n)$.

```
IROTAR(in/out p: puntero(nodo))
 1: if FactorDesbalance(p) < -1 then
                                                                                                                              \mathcal{O}(1)
        if FactorDesbalance(*(p).der) > 0 then
                                                                                                                              \mathcal{O}(1)
 2:
            res \leftarrow \text{RotarDobleIzQ}(p)
 3:
                                                                                                                              \mathcal{O}(k)
 4:
                                                                                                                              \mathcal{O}(k)
            res \leftarrow RotarSimpleIzQ(p)
 5:
        end if
 6:
 7: else
        if FactorDesbalance(*(p).izq) < 0 then
                                                                                                                              \mathcal{O}(1)
 8:
```

```
9: res \leftarrow \text{RotarDobleDer}(p) \mathcal{O}(k)
10: else
11: res \leftarrow \text{RotarSimpleDer}(p) \mathcal{O}(k)
12: end if
13: end if

Complejidad: \mathcal{O}(k)

Siendo k el costo de comparación de \alpha
```

```
IROTARSIMPLEIZQ(in/out p: puntero(nodo))
 1: var r: puntero(nodo) \leftarrow p
                                                                                                                                                       \mathcal{O}(1)
 2: var r2: puntero(nodo) \leftarrow *(r).der
                                                                                                                                                       \mathcal{O}(1)
 3: var i: puntero(nodo) \leftarrow *(r).izq
                                                                                                                                                       \mathcal{O}(1)
 4: var i2: puntero(nodo) \leftarrow *(r2).izq
                                                                                                                                                       \mathcal{O}(1)
 5: var d2: puntero(nodo) \leftarrow *(r2).der
                                                                                                                                                       \mathcal{O}(1)
 6: var padre: puntero(nodo) \leftarrow *(r).padre
                                                                                                                                                       \mathcal{O}(1)
 7: if padre!= NULL then
                                                                                                                                                      \mathcal{O}(1)
 8:
          if r == *(padre).izq then
                                                                                                                                                      \mathcal{O}(k)
               *(padre).izq \leftarrow r2
                                                                                                                                                      \mathcal{O}(1)
 9:
          else
10:
               *(padre).der \leftarrow r2
                                                                                                                                                      \mathcal{O}(1)
11:
          end if
12:
13: else
14: end if
                                                                                                                                                      \mathcal{O}(1)
15: *(r2).padre \leftarrow padre
16: *(r2).izq \leftarrow r
                                                                                                                                                       \mathcal{O}(1)
17: *(r).padre \leftarrow r2
                                                                                                                                                       \mathcal{O}(1)
18: *(r).der \leftarrow i2
                                                                                                                                                       \mathcal{O}(1)
19: if i2 != NULL then
                                                                                                                                                       \mathcal{O}(1)
          *(i2).padre \leftarrow r
                                                                                                                                                       \mathcal{O}(1)
20:
21: else
22: end if
                                                                                                                                                      \mathcal{O}(1)
23: *(r).alt \leftarrow ALTURA(r)
24: *(r2).alt \leftarrow ALTURA(r2)
                                                                                                                                                      \mathcal{O}(1)
Complejidad: O(k)
Siendo k el costo de comparación de \alpha
```

```
IROTARSIMPLEDER(in/out p: puntero(nodo))
 1: var r: puntero(nodo) \leftarrow p
                                                                                                                                                          \mathcal{O}(1)
 2: var r2: puntero(nodo) \leftarrow *(r).izq
                                                                                                                                                          \mathcal{O}(1)
 3: var d: puntero(nodo) \leftarrow *(r).der
                                                                                                                                                          \mathcal{O}(1)
 4: var i2: puntero(nodo) \leftarrow *(r2).izq
                                                                                                                                                          \mathcal{O}(1)
 5: var d2: puntero(nodo) \leftarrow *(r2).der
                                                                                                                                                          \mathcal{O}(1)
 6: var padre: puntero(nodo) \leftarrow *(r).padre
                                                                                                                                                          \mathcal{O}(1)
 7: if padre != NULL then
                                                                                                                                                          \mathcal{O}(1)
          \mathbf{if}\ r == *(padre).izq\ \mathbf{then}
                                                                                                                                                          \mathcal{O}(k)
 8:
               *(padre).izq \leftarrow r2
                                                                                                                                                          \mathcal{O}(1)
 9:
10:
               *(padre).der \leftarrow r2
                                                                                                                                                          \mathcal{O}(1)
11:
          end if
12:
13: else
14: end if
15: *(r2).padre \leftarrow padre
                                                                                                                                                          \mathcal{O}(1)
16: *(r2).der \leftarrow r
                                                                                                                                                          \mathcal{O}(1)
```

```
\mathcal{O}(1)
17: *(r).padre \leftarrow r2
18: *(r).izq \leftarrow d2
                                                                                                                                                      \mathcal{O}(1)
19: if d2 != NULL then
                                                                                                                                                      \mathcal{O}(1)
          *(d2).padre \leftarrow r
                                                                                                                                                      \mathcal{O}(1)
20:
21: else
22: end if
23: *(r).alt \leftarrow ALTURA(r)
                                                                                                                                                      \mathcal{O}(1)
24: *(r2).alt \leftarrow ALTURA(r2)
                                                                                                                                                      \mathcal{O}(1)
Complejidad: O(k)
Siendo k el costo de comparación de \alpha
```

```
IROTARDOBLEIZQ(in/out p: puntero(nodo))

1: ROTARSIMPLEDER(*(p).der) \mathcal{O}(k)

2: ROTARSIMPLEIZQ(p) \mathcal{O}(k)

Complejidad: \mathcal{O}(k)

Siendo k el costo de comparación de \alpha
```

```
IROTARDOBLEDER(in/out p: puntero(nodo))

1: ROTARSIMPLEIZQ(*(p).izq) \mathcal{O}(k)

2: ROTARSIMPLEDER(p) \mathcal{O}(k)

Complejidad: \mathcal{O}(k)

Siendo k el costo de comparación de \alpha
```

```
IALTURA(in p: puntero(nodo)) \rightarrow res: nat
 1: if *(p).izq == NULL \wedge *(p).der == NULL then
                                                                                                                                          \mathcal{O}(1)
                                                                                                                                          \mathcal{O}(1)
 2:
         res \leftarrow 1
 3: else
         if *(p).izq != NULL \wedge *(p).der == NULL then
                                                                                                                                          \mathcal{O}(1)
 4:
             res \leftarrow *(*(p).izq).alt + 1
                                                                                                                                          \mathcal{O}(1)
 5:
 6:
             if *(p).izq == NULL \wedge *(p).der != NULL then
                                                                                                                                          \mathcal{O}(1)
 7:
                  res \leftarrow *(*(p).der).alt + 1
                                                                                                                                          \mathcal{O}(1)
 8:
 9:
             else
                                                                                                                                          \mathcal{O}(1)
10:
                  res \leftarrow \max(*(*(p).izq).alt, *(*(p).der).alt) + 1
             end if
11:
         end if
12:
13: end if
Complejidad: \mathcal{O}(1)
```

```
IFACTORDESBALANCE(in p: puntero(nodo)) \rightarrow res: nat
 1: if *(p).izq == NULL \wedge *(p).der == NULL then
                                                                                                                                             \mathcal{O}(1)
         \mathrm{res} \leftarrow 0
                                                                                                                                             \mathcal{O}(1)
 2:
 3: else
 4:
         if *(p).izq != NULL \wedge *(p).der == NULL then
                                                                                                                                             \mathcal{O}(1)
             res \leftarrow *(*(p).izq).alt
                                                                                                                                             \mathcal{O}(1)
 5:
 6:
              if *(p).izq == NULL \wedge *(p).der != NULL then
                                                                                                                                             \mathcal{O}(1)
 7:
                  res \leftarrow - *(*(p).der).alt
                                                                                                                                             \mathcal{O}(1)
 8:
 9:
              else
```

```
10: res \leftarrow *(*(p).izq).alt - *(*(p).der).alt
11: end if
12: end if
13: end if
Complejidad: \mathcal{O}(1)
```

```
\begin{array}{lll} \text{ISiguientes}(\textbf{in} \ it: \mathtt{itClave}) \rightarrow res: \mathtt{Lista} \ \mathtt{Enlazada} \\ 1: \ var \ itVar: \ itClave \leftarrow \mathtt{it} & \mathcal{O}(1) \\ 2: \ var \ siguientes: \ \mathtt{Lista} \ \mathtt{Enlazada} \leftarrow \mathtt{VACIA}() & \mathcal{O}(1) \\ 3: \ \textbf{while} \ \mathtt{HAYMAS?}(\mathtt{itVar}) \ \textbf{do} & \mathcal{O}(it.tam^2) \\ 4: \ \ \ \mathtt{AGREGARATRAS}(\mathtt{siguientes}, \ \mathtt{ACTUAL}(\mathtt{itVar})) & \mathcal{O}(1) \\ 5: \ \ \ \mathtt{AVANZAR}(\mathtt{it}) & \mathcal{O}(it.tam) \\ 6: \ \ \textbf{end} \ \ \textbf{while} \\ 7: \ \ res \leftarrow \mathtt{siguientes} & \mathcal{O}(1) \\ \hline \textbf{Complejidad:} \ \mathcal{O}(it.tam^2) \\ \end{array}
```

6. Extensión de Lista Enlazada(α)

6.1. Interfaz

Interfaz

```
se explica con: Secu(\alpha), Iterador Bidireccional(\alpha).
géneros: lista, itLista(\alpha).
```

Operaciones básicas de lista

```
PERTENECE?(in l: lista, in e: \alpha) \rightarrow res: bool \mathbf{Pre} \equiv \{ \text{true} \}
\mathbf{Post} \equiv \{ res =_{\text{obs}} \text{ está?}(l,e) \}
\mathbf{Complejidad:} \ \mathcal{O}(1)
\mathbf{Descripción:} \ \text{Devuelve true o false según si el elemento pertenece o no a la lista}
```

6.2. Algoritmos

Algoritmos

```
PERTENECE?(in l: lista(lpha), in e: lista) 
ightarrow res : bool
 1: var itLista \leftarrow CrearIt(1)
                                                                                                                                           \mathcal{O}(1)
 2: res \leftarrow false
                                                                                                                                           \mathcal{O}(1)
 3: while HaySiguiente(itLista) AND \neg res do
                                                                                                                                           \mathcal{O}(1)
         if Siguiente(itLista) == e then
                                                                                                                                           \mathcal{O}(1)
 4:
                                                                                                                                           \mathcal{O}(1)
              res \leftarrow true
         end if
 6:
         Avanzar(itLista)
                                                                                                                                           \mathcal{O}(1)
 8: end while
Complejidad: O(1)
```

7. Extensión de Conjunto Lineal(α)

7.1. Interfaz

Interfaz

```
se explica con: CONJ(\alpha), ITERADOR BIDIRECCIONAL MODIFICABLE(\alpha). géneros: conj, itConj(\alpha).
```

Operaciones básicas de Conjunto

```
UNION(in/out c: conj(\alpha), in d: conj(\alpha)) \rightarrow res: itConj(\alpha)

Pre \equiv \{c =_{\text{obs}} c_0\}

Post \equiv \{res =_{\text{obs}} crearItBi(c \cup d)\}

Complejidad: \mathcal{O}(1)

Descripción: Modifica el c para que contenga la unión de los dos conjuntos pasados como parámetro Aliasing: Los elementos de c se copian a d

DAMEUNO(in c: conj(\alpha)) \rightarrow res: \alpha

Pre \equiv \{\#(c) > 0\}

Post \equiv \{res =_{\text{obs}} DameUno(c)\}

Complejidad: \mathcal{O}(1)

Descripción: Devuelve un elemento cualquiera del conjunto
```

7.2. Algoritmos

Algoritmos

```
\begin{array}{lll} \operatorname{Union}(\mathbf{in}/\mathbf{out}\ c\colon\operatorname{conj}(\alpha),\ \mathbf{in}\ d\colon\operatorname{conj}(\alpha))\to res\ \colon\operatorname{itConj}(\alpha) \\ 1\colon\operatorname{var}\ itConj \leftarrow \operatorname{CrearIt}(d) & \mathcal{O}(1) \\ 2\colon\operatorname{\mathbf{while}}\ \operatorname{HaySiguiente}(itConj)\ \operatorname{\mathbf{do}} & \mathcal{O}(1) \\ 3\colon\operatorname{Agregar}(c,\operatorname{Siguiente}(itConj)) & \mathcal{O}(1) \\ 4\colon\operatorname{Avanzar}(itConj) & \mathcal{O}(1) \\ 5\colon\operatorname{\mathbf{end}}\ \operatorname{\mathbf{while}} & & & & \\ 6\colon\operatorname{var}\ res\leftarrow\operatorname{CrearIt}(c) & & \mathcal{O}(1) \\ & & & & & \\ & & & & \\ & & & & & \\ & & & & \\ & & & & \\ & & & & \\ & & & & \\ & & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & \\ & & & \\ & & & \\ & & \\ & & & \\ & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & &
```

```
DameUno(in c: conj(\alpha))

1: var itConj \leftarrow \text{CrearIt}(c)

2: res \leftarrow \text{Siguiente}(itConj))

Complejidad: \mathcal{O}(1)
```