

# EVALUACIÓN

- Idea: estimar el rendimiento **real** de un modelo
  - Real: con patrones nuevos
    - Distintos a los usados para entrenar
    - Conjunto de test
      - ¿Cómo escogemos el conjunto de test?
        - Varias estrategias posibles
- Útil para comparar dos (o más) algoritmos distintos
  - O el mismo algoritmo con distintas configuraciones
  - Decidir cuál se pone en producción
  - Si uno devuelve un rendimiento mejor que el resto, se escoge ese
  - Si hay un empate entre los que exhiben el mejor rendimiento, se escoge el más sencillo
    - Se espera que tenga mayor capacidad de generalización

# EVALUACIÓN

- Comparar los resultados de varios algoritmos
  - De dos algoritmos distintos
    - Para evaluar cuál se comporta mejor en un determinado problema
  - Del mismo algoritmo con distintos parámetros
    - Para evaluar qué configuración de parámetros es la más indicada
- Si los algoritmos son determinísticos se puede comparar el nivel de error / precisión / etc.

# EVALUACIÓN

- Si no son determinísticos, no se puede tomar el resultado de una única ejecución
  - Existirán variaciones en el resultado debido precisamente a esta componente aleatoria
  - Para minimizar la componente aleatoria, es necesario repetir el experimento un número alto de veces (50-100 veces) y quedarse con la media de los resultados
    - Esa media se usará como base para comparar los resultados

# EVALUACIÓN

- Incluso si son determinísticos, no se puede tomar el resultado de una única ejecución...
  - Resultado en el conjunto de test
- **...si el conjunto de test ha sido escogido de forma aleatoria**
  - Si el conjunto de test es siempre es mismo y los algoritmos son determinísticos, el resultado en test será siempre el mismo
    - Ejecutarlo una única vez

# EVALUACIÓN

- Incluso si son determinísticos, no se puede tomar el resultado de una única ejecución...
  - Resultado en el conjunto de test
- **...si el conjunto de test ha sido escogido de forma aleatoria**
  - Se introduce una componente aleatoria que hace que el proceso global no sea determinístico
  - Al igual que antes, para minimizar la componente aleatoria, es necesario repetir el experimento un número alto de veces (50-100 veces) y quedarse con la media de los resultados
    - Esa media se usará como base para comparar los resultados

# EVALUACIÓN

- Por tanto, se tienen 2 fuentes de variabilidad:
  - Elección del conjunto de entrenamiento y test
  - Variabilidad propia del algoritmo
    - Por ejemplo, inicialización aleatoria de pesos en una RNA
    - Hay algoritmos que la tienen, y algoritmos que no
- Necesario minimizar ambas fuentes de variabilidad
  - Repetir el experimento para minimizar la componente aleatoria
  - Quedarse con la media de los resultados
    - Esa media se usará como base para comparar los resultados

# EVALUACIÓN

- Cómo minimizar ambas fuentes de variabilidad (1/2)
  - Si los conjuntos de entrenamiento/test son fijos
    - Se especifican de forma separada los conjuntos de entrenamiento y test
    - Si el sistema es determinístico, ejecutarlo una vez
    - Si el sistema no es determinístico, ejecutarlo varias veces
      - Promediar los resultados
    - Como resultado, se tendrá un valor para estos conjuntos de entrenamiento/test fijos

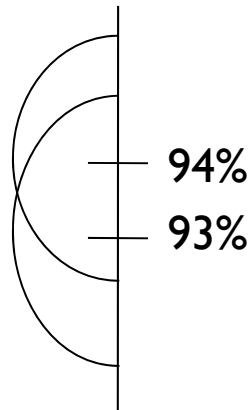
# EVALUACIÓN

- **Cómo minimizar ambas fuentes de variabilidad (2/2)**
  - Si los conjuntos de entrenamiento/test se escogen de forma aleatoria
    - Se parte de un conjunto de patrones sin especificar cuáles estarán en entrenamiento y cuáles estarán en test
    - Dividir este conjunto en entrenamiento/test varias veces
      - Para cada división
        - Si el sistema es determinístico, ejecutarlo una vez
        - Si el sistema no es determinístico, ejecutarlo un número alto de veces
        - Promediar los resultados de estas ejecuciones para este conjunto de entrenamiento
        - Como resultado, se tendrá un único valor para esta división entrenamiento/test
    - Promediar los resultados de todas las divisiones

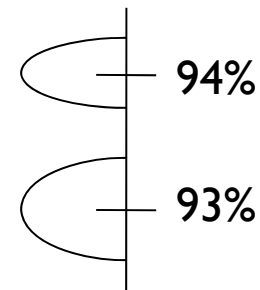


# EVALUACIÓN

- Sin embargo, no sólo basta con la media
  - Es posible que dos algoritmos den una precisión de medias 93% y 94%
    - Supondríamos que el segundo funciona mejor
    - Pero es posible que la desviación típica sea...



Un test estadístico podría decir  
que los resultados son  
estadísticamente similares



Un test estadístico diría que los  
resultados son estadísticamente  
distintos

# EVALUACIÓN

- Es necesario usar la media y la desviación típica obtenida de las múltiples ejecuciones de cada algoritmo para realizar un contraste de hipótesis
  - Media y desviación típica del resultado obtenido en el conjunto de test!!!
    - Partición del conjunto de patrones en entrenamiento y test
      - Se introduce un componente aleatorio que hay que minimizar
        - Repetir el experimento

# EVALUACIÓN

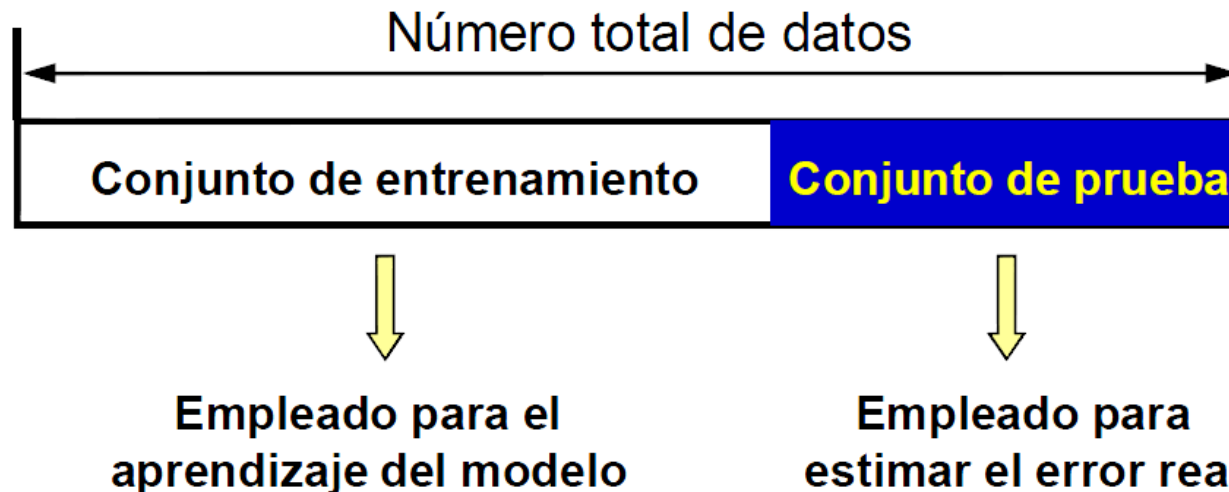
- ¿Cuántos datos escoger para el conjunto de test?
  - Importante que sea **representativo**
    - Si se tienen pocos patrones (~1000, 5000, etc), se puede tomar un 15%-20% para el conjunto de test (~200, 1000, etc.)
      - Entrenamiento/validación/test: 60/20/20%, 70/15/15% o similar
    - Si se tienen muchos patrones (100.000, 1M, etc.) (Big Data, Deep Learning), se suele tomar un porcentaje mucho menor (1%, 0.5%)
      - Entrenamiento/validación/test: 98/1/1%, 99/0.6/0.4% o similar
      - El número de patrones resultante de test es parecido al anterior
        - Más importante que sean muchos es que sean **representativos**
- ¿¿¿Cómo escoger el conjunto de test???
- Varias técnicas disponibles

# EVALUACIÓN

- Técnicas:

- *Hold Out*:

- Realiza un experimento realizando una única partición
    - Del conjunto de datos disponible se selecciona aleatoriamente dos conjuntos mutuamente excluyentes (entrenamiento y prueba)
    - Partición simple del conjunto de datos



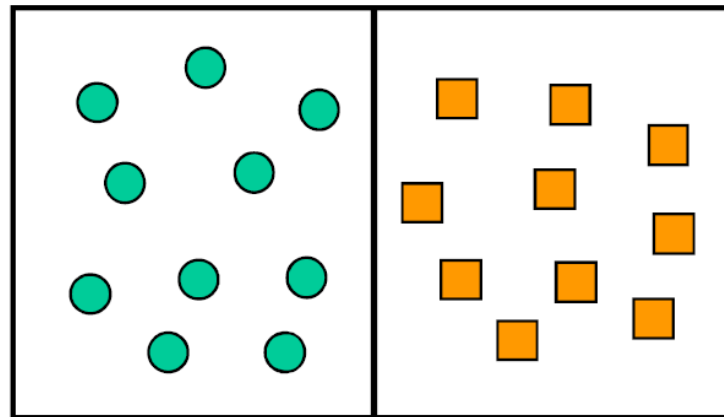
# EVALUACIÓN

- Técnicas:

- *Hold Out*:

- Es considerado como una evaluación pesimista
    - El número de datos reservados para entrenar es pequeño comparado con el total
  - Puesto que sólo se realiza un único experimento con un conjunto de entrenamiento, el resultado es **engañoso** si la partición no es adecuada

Conjunto de  
entrenamiento  
(no adecuado)



Conjunto de  
prueba (no  
adecuado)

# EVALUACIÓN

- Técnicas:

- *Hold Out:*

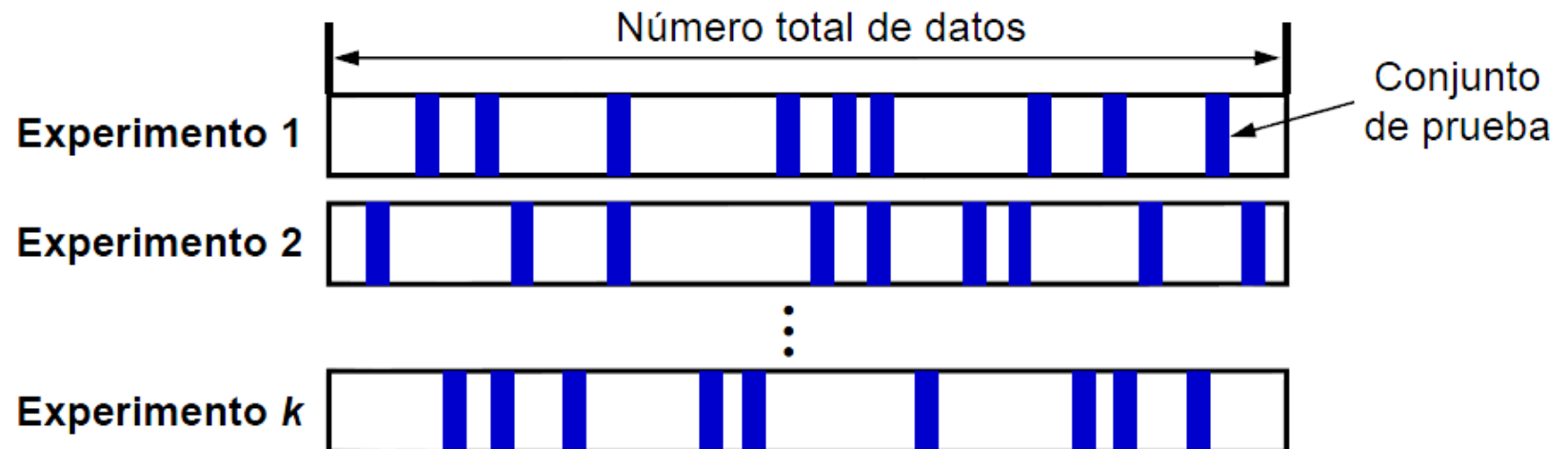
- Es considerado como una evaluación pesimista
      - El número de datos reservados para entrenar es pequeño comparado con el total
    - Puesto que sólo se realiza un único experimento con un conjunto de entrenamiento, el resultado es **engañoso** si la partición no es adecuada
      - Los resultados son muy dependientes de la aleatoriedad de la partición en entrenamiento y test
        - Esta fuente de variabilidad no se ha minimizado
          - Repetir el experimento (submuestreo aleatorio).

# EVALUACIÓN

- Técnicas:

- *Random Subsampling* (submuestreo aleatorio):

- Se repite k veces el procedimiento anterior (*hold out*) y se hace la media de los errores obtenidos
    - k experimentos tomando como conjunto de prueba diferentes subconjuntos del conjunto de datos



# EVALUACIÓN

- Técnicas:

- *Bootstrapping*

- Muestreo uniforme con reemplazo de los ejemplos disponibles para entrenamiento
      - Una vez que se escoge un ejemplo, se vuelve a dejar en el conjunto y puede que se vuelva a escoger
      - El conjunto de test serán las muestras no escogidas para entrenamiento
    - *0.632 bootstrap*:
      - Dado un conjunto de  $d$  datos, se toman  $d$  muestras.
      - Los datos que no se escojan formarán parte del conjunto de prueba.
      - En torno al 63.2% de las muestras estarán en el “bootstrap” (el conjunto de entrenamiento) y el 36.8% caerá en el conjunto de prueba ya que  $(1 - 1/d)^d \approx e^{-1} = 0.368$



# EVALUACIÓN

- Técnicas:
  - *Bootstrapping*

Conjunto de Datos completo	$x_1$ $x_2$ $x_3$ $x_4$ $x_5$	
Experimento 1	$x_3$ $x_1$ $x_3$ $x_3$ $x_5$	$x_2$ $x_4$
Experimento 2	$x_5$ $x_5$ $x_3$ $x_1$ $x_2$	$x_4$
Experimento 3	$x_5$ $x_5$ $x_1$ $x_2$ $x_1$	$x_3$ $x_4$
	⋮	
Experimento K	$x_4$ $x_4$ $x_4$ $x_4$ $x_1$	$x_2$ $x_3$ $x_5$
	Conjuntos de entrenamiento	Conjuntos de prueba

# EVALUACIÓN

- Técnicas:

- *Leave k-Out*

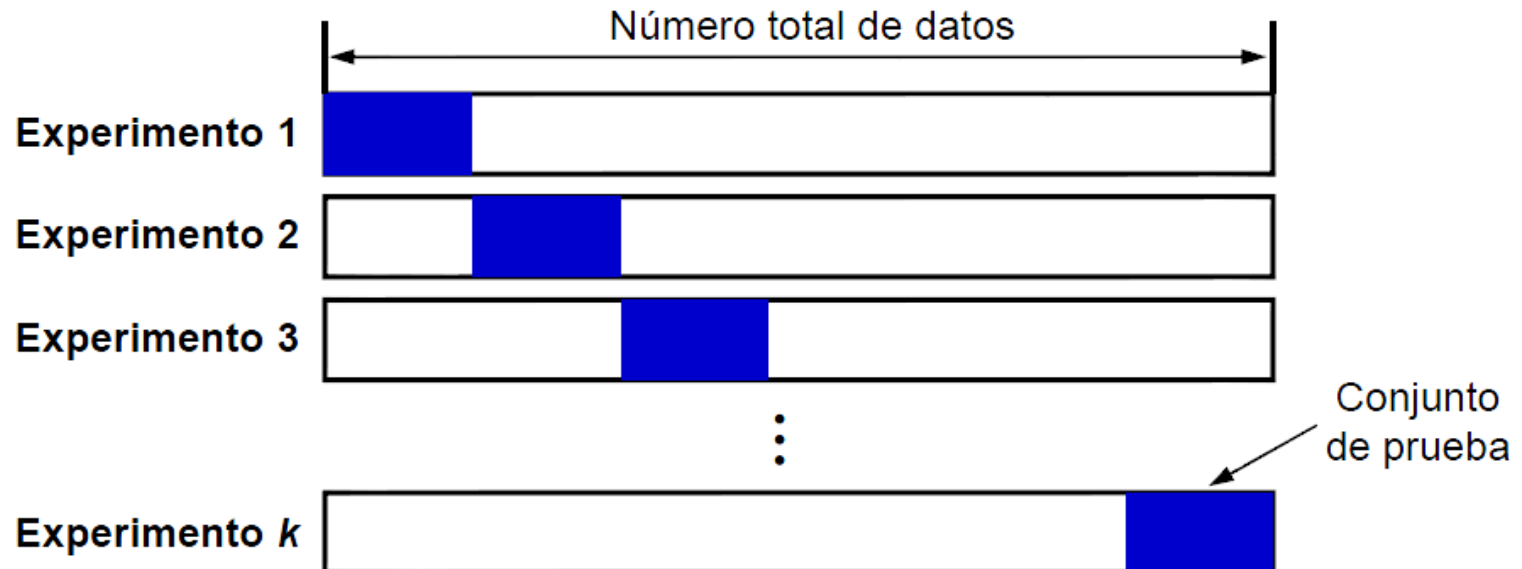
- Separar  $k$  datos, entrenar con los demás, y evaluar con los  $k$  datos separados
      - Repetir lo anterior apartando otros  $k$  datos diferentes
        - Cada vez se entrena y hace test con datos distintos
      - Obtener una media de los resultados
    - Relacionada con esta, la técnica de **validación cruzada**

# EVALUACIÓN

- Técnicas:
  - Validación cruzada
    - *k-fold Cross-Validation*
    - Se divide aleatoriamente el conjunto de datos en  $k$  subconjuntos disjuntos  $\{D_1, \dots, D_k\}$  del mismo tamaño
      - Típicamente,  $k = 10$
    - El algoritmo es entrenado y probado  $k$  veces:
      - En la iteración  $i$ , se usa el subconjunto  $D_i$  como conjunto de prueba (test) y los  $k-1$  restantes como conjunto de entrenamiento
      - El resultado será la media de los resultados de test
        - Garantiza haber probado todos los datos
        - Es **ligeramente pesimista**
    - Validación cruzada estratificada:
      - Conseguir que en cada subconjunto  $D_i$  haya igual número de ejemplares de cada clase representada

# EVALUACIÓN

- Técnicas:
  - Validación cruzada
    - Método similar al submuestreo aleatorio
      - Ventaja de k-fold: todas las muestras del conjunto de datos se usan alguna vez para entrenar o como parte del conjunto de prueba

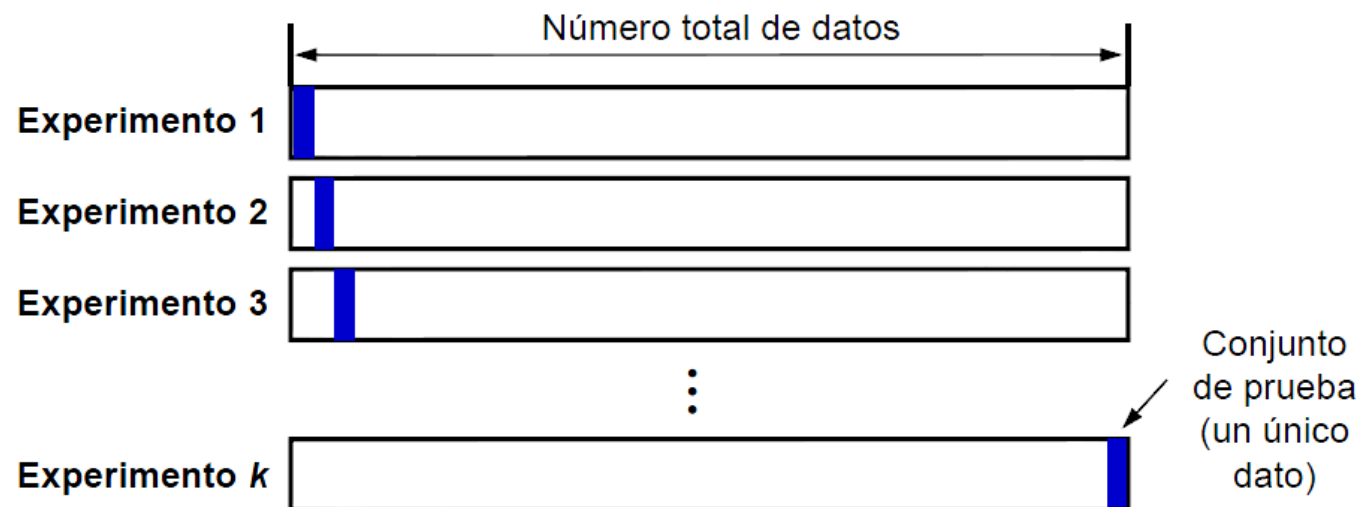


# EVALUACIÓN

- Técnicas:

- Validación cruzada y *leave one-out*

- Es el caso extremo de la validación cruzada *k-fold* tomando  $k$  como el número de muestras  $N$ 
  - Para un conjunto de  $N$  muestras se realizan  $N$  experimentos
  - En cada experimento se emplean  $N-1$  datos para entrenar y el dato restante de prueba



# EVALUACIÓN

- Técnicas:

- Validación cruzada:

- ¿Cuántos subconjuntos y experimentos realizar?
      - Si se elige un gran número de subconjuntos
        - El error estimado será muy preciso (sesgo pequeño respecto al error real)
        - Pero...
          - La varianza del error real será elevado
          - Tiempo computacional elevado (muchos experimentos)
      - Si se eligen pocos subconjuntos
        - Tiempo computacional reducido (pocos experimentos)
        - La varianza del estimador será pequeña
        - Pero...
          - El error estimado será menos preciso (sesgo mayor respecto al error real)

# EVALUACIÓN

- Técnicas:
  - Validación cruzada:
    - En la práctica, la elección del número de subconjuntos depende del tamaño del conjunto de datos
      - Para conjuntos de datos de gran tamaño incluso una validación cruzada *3-fold* será bastante precisa
      - Para conjuntos de datos pequeños, se puede emplear la *leave one-out* para emplear como entrenamiento tantos datos como sea posible
    - Una elección habitual de la *k-fold* es  $k=10$

# EVALUACIÓN

- Los métodos validación cruzada, *leave-one-out*, etc. permiten estimar el rendimiento de una configuración ante datos nuevos
- Si partimos de un conjunto de datos, cuantos más se separe para hacer test, más pesimista será esta estimación
  - Es decir, el error de test que devuelve será más bajo con respecto al rendimiento real del modelo ante datos nuevos
  - Porque se habrán utilizado menos datos para entrenar
    - Para el modelo final de producción se usaría todos los datos

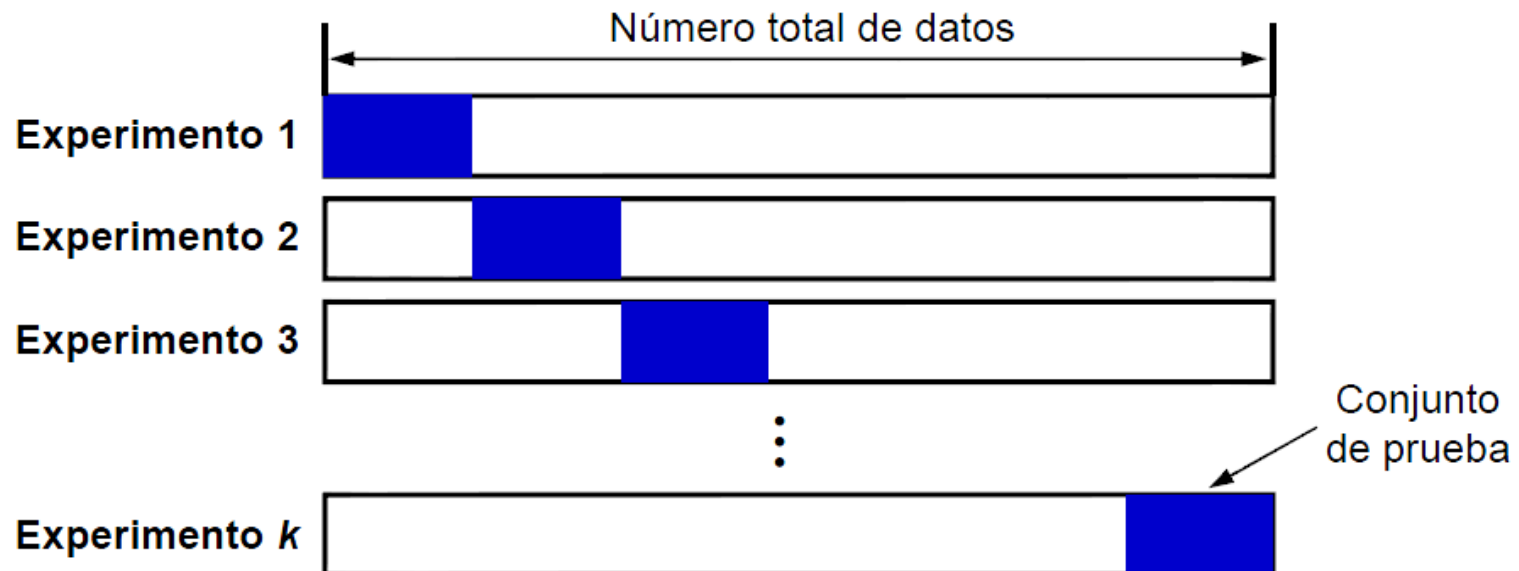


# EVALUACIÓN

- Por lo tanto, el escenario ideal consiste en separar el menor número de datos posibles para test
  - *leave-one-out*
- Sin embargo, esto conlleva realizar un gran número de experimentos
  - Elevado tiempo computacional
  - *10-fold crossvalidation* como compromiso entre precisión en la estimación del rendimiento real y tiempo de cómputo

# EVALUACIÓN

- Con estas técnicas se minimiza el impacto de dividir los patrones de forma aleatoria
  - Si el algoritmo es determinístico, no hay más fuentes de variabilidad
  - En cambio, si es estocástico el resultado de cada uno de estos experimentos no será representativo:

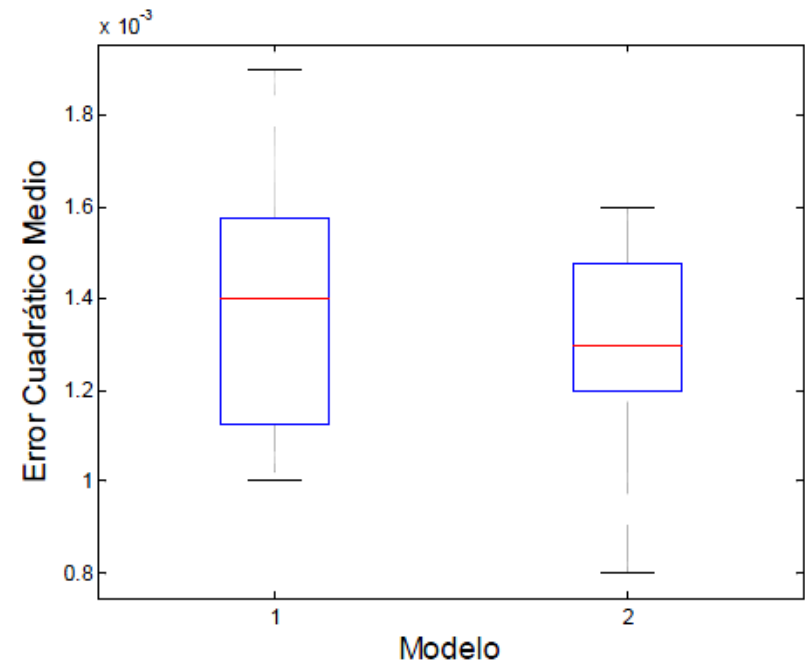
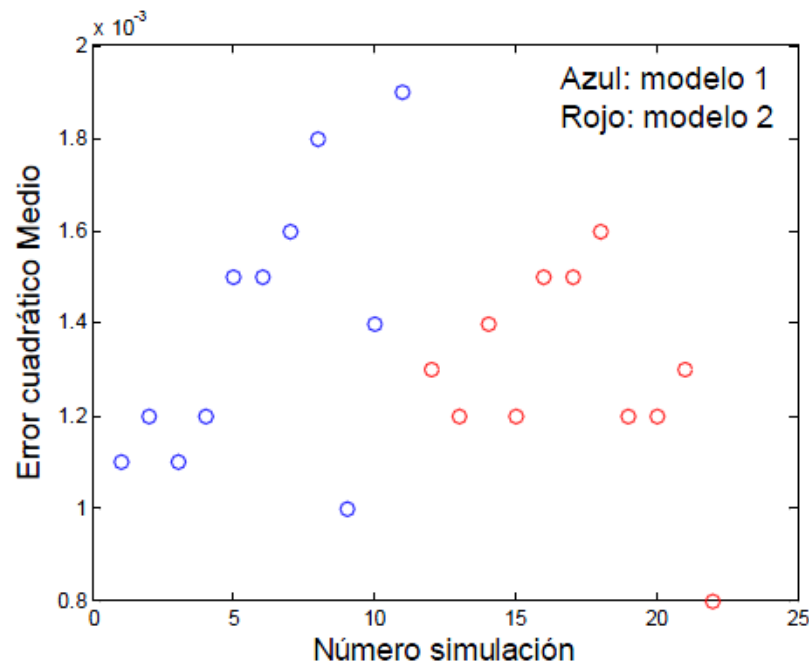


# EVALUACIÓN

- Con estas técnicas se minimiza el impacto de dividir los patrones de forma aleatoria
  - Si el algoritmo es determinístico, no hay más fuentes de variabilidad
  - En cambio, si es estocástico el resultado de cada uno de estos experimentos no será representativo:
    - Cada vez que se entrene cada experimento dará un resultado distinto
      - El resultado de un único entrenamiento no es significativo
    - Necesario repetir cada experimento (*validación cruzada, bootstrapping, leave-one-out, etc.*)
      - **Con las mismas particiones de datos de cada vez**
        - Se “elimina temporalmente” la variabilidad debida a la partición de los datos para intentar minimizar la variabilidad debida al algoritmo

# EVALUACIÓN

- Para comparar dos modelos:
  - ¿Cuál es mejor en términos de error?

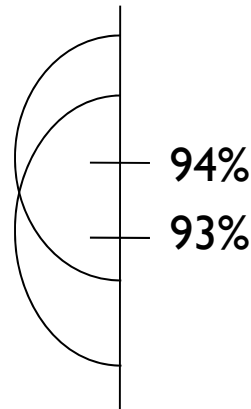


# EVALUACIÓN

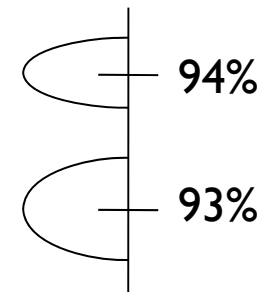
- Para comparar dos modelos:
  - Dos modelos a comparar sobre un conjunto de datos
  - Experimentos realizados siguiendo una estrategia
    - Por ejemplo: *k-fold cross-validation*
    - Conjunto de  $k$  errores cometidos por el modelo 1 (media)
    - Conjunto de  $k$  errores cometidos por el modelo 2 (media)
  - ¿El rendimiento de ambos modelos es igual? ¿Hay diferencias significativas entre ambos?
  - Comparar la media de los errores cometidos

# EVALUACIÓN

- Para comparar dos modelos:
  - No basta con comparar las medias
    - Es posible que, con la desviación típica, sea



Un test estadístico podría decir  
que los resultados son  
estadísticamente similares



Un test estadístico diría que los  
resultados son estadísticamente  
distintos

- Para comparar correctamente estas medias:
  - Contraste de hipótesis
  - Método estadístico para comprobar la validez o no de una hipótesis (hipótesis nula)

# EVALUACIÓN

- Comparación de dos modelos:
  - Etapas del contraste de hipótesis (opción I):
    1. Definir la hipótesis nula ( $H_0$ )
    2. Seleccionar la medida de discrepancia (estadístico del contraste o función de decisión)
    3. Elegir el nivel de significación ( $\alpha$ ) del test
      - Probabilidad de rechazar  $H_0$  siendo cierta
    4. Determinación de la región crítica (C) o de rechazo
    5. Cálculo de la medida de discrepancia (d) para la muestra particular
    6. Resultado del test:
      - Si d está en C  $\rightarrow$  Rechazar  $H_0$
      - Si d no está en C  $\rightarrow$  Aceptar  $H_0$

# EVALUACIÓN

- Comparación de dos modelos:
  - Etapas del contraste de hipótesis (opción 2):
    1. Definir la hipótesis nula ( $H_0$ )
    2. Seleccionar un test estadístico (estadístico del contraste) que pueda emplearse para evaluar la validez de  $H_0$
    3. Elegir el nivel de significación ( $\alpha$ ) del test
      - Probabilidad de rechazar  $H_0$  siendo cierta
    4. Calcular el p-valor
      - Probabilidad de obtener una discrepancia mayor de la observada siendo  $H_0$  cierta
    5. Comparar el p-valor obtenido con nivel de significación:
      - Si  $p \leq \alpha \rightarrow$  Rechazar  $H_0$
      - Si  $p > \alpha \rightarrow$  Aceptar  $H_0$
      - Por tanto, el p-valor informa sobre cuál sería el nivel de significación más pequeño que nos permitiría rechazar la hipótesis nula



# EVALUACIÓN

- Tipos de test estadísticos empleados en selección de modelos:
  - t-test
  - Test de Wilcoxon

# EVALUACIÓN

- Tipos de test estadísticos empleados en selección de modelos:
  - t-test
    - Test paramétrico
    - Evalúa las diferencias entre las medias (errores medios) de dos modelos.
    - Hipótesis nula:  $\mu_1 - \mu_2 = 0$
    - Suposiciones de este estadístico:
      - Ambas distribuciones siguen una distribución normal con idénticas varianzas
        - Comprobación:
          - Normalidad: Test de Shapiro-Wilk
          - Varianza: Test de Levene

# EVALUACIÓN

- Tipos de test estadísticos empleados en selección de modelos:
  - t-test
    - El intervalo de confianza para la diferencia de medias poblacionales está centrado en la diferencia de las medias muestrales, siendo sus límites superior e inferior:

$$(\overline{X}_1 - \overline{X}_2) \pm t_{\alpha/2} S \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}$$

- donde  $t_{\alpha/2}$  es el valor crítico correspondiente al grado de confianza  $1-\alpha$  de la distribución t de Student con  $n_1+n_2-2$  grados de libertad y S

$$S = \sqrt{\frac{(n_1 - 1)S_1^2 + (n_2 - 1)S_2^2}{n_1 + n_2 - 2}}$$

- es una estimación de la desviación típica común a ambas poblaciones obtenida a partir de las varianzas de las dos muestras

# EVALUACIÓN

- Tipos de test estadísticos empleados en selección de modelos:
  - t-test
    - $S_1^2$  y  $S_2^2$  son las cuasivarianzas muestrales de ambas muestras:

$$S_1^2 = \frac{1}{n_1 - 1} \sum_{i=1}^{n_1} (X_{1i} - \bar{X}_1)^2 \qquad S_2^2 = \frac{1}{n_2 - 1} \sum_{i=1}^{n_2} (X_{2i} - \bar{X}_2)^2$$

- Por lo tanto, el t-test se basa en el estadístico

$$t = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{\sqrt{\frac{(n_1 - 1)S_1^2 + (n_2 - 1)S_2^2}{n_1 + n_2 - 2}} \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}}$$

# EVALUACIÓN

- Tipos de test estadísticos empleados en selección de modelos:
  - Test de Wilcoxon
    - *Wilcoxon Signed Rank Test*
    - Test no paramétrico
    - Evalúa las diferencias entre las medianas de dos modelos
    - Hipótesis nula:  $m_1 - m_2 = 0$
    - Suposiciones de este test estadístico:
      - Ninguna

# EVALUACIÓN

- Tipos de test estadísticos empleados en selección de modelos:
  - Test de Wilcoxon
    - Procedimiento:
      - Se tiene  $n$  pares de observaciones  $(x_i, y_i)$  ordenadas
      - Se calculan las diferencias  $z_i = y_i - x_i$
      - Se excluyen aquellos pares con  $|y_i - x_i| = 0$ 
        - $N_r$  es el tamaño muestral reducido
      - Se ordenan los valores absolutos  $|z_1|, \dots, |z_n|$  y se les asigna su rango  $R_i$
      - El estadístico de la prueba es
$$W = \left| \sum_{i=1}^{N_r} [\text{sign}(y_i - x_i) \cdot R_i] \right|$$
        - se consulta en tablas para determinar si se acepta o no la hipótesis nula

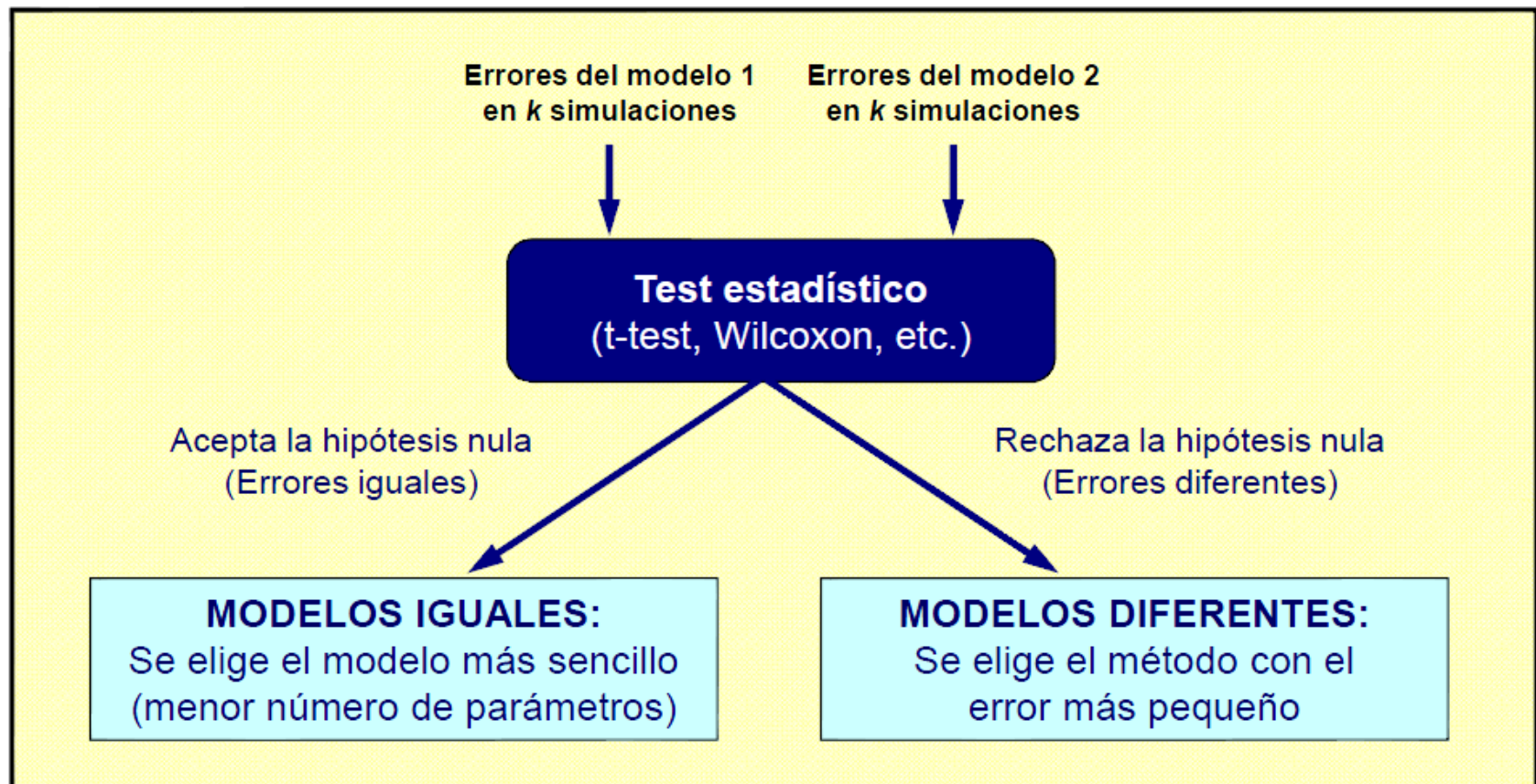
# EVALUACIÓN

- ¿Cuál de los dos métodos de contraste de hipótesis es el más adecuado?
  - Si se cumplen las suposiciones del t-test, este método es más potente
    - Mayor probabilidad de rechazar  $H_0$  cuando es falsa
  - Cuando no se cumplen las suposiciones del t-test, el de Wilcoxon es más potente y más fiable
    - No asume ninguna distribución
  - El test de Wilcoxon es más robusto frente a casos atípicos
  - En general, si no se conoce la distribución de los errores de cada método, emplear test de Wilcoxon



# EVALUACIÓN

- Metodología de comparación:

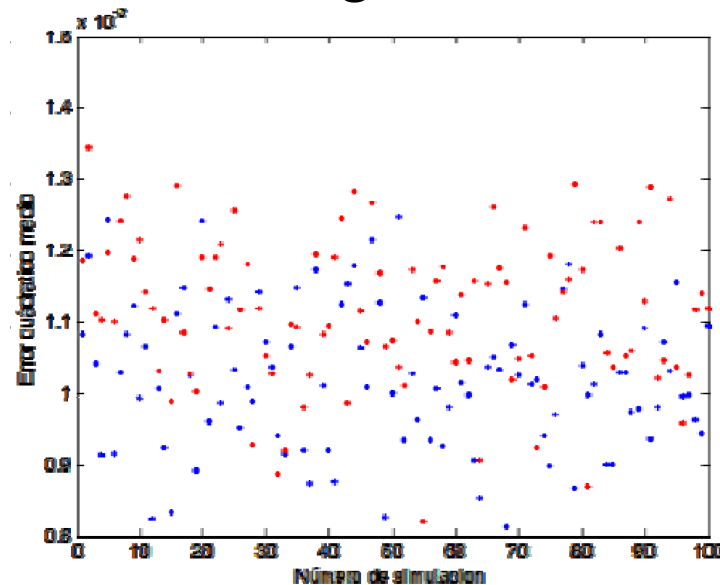




# EVALUACIÓN

- Ejemplo:

- Dados dos modelos diferentes con los siguientes errores en el conjunto de prueba de 100 simulaciones (ambas muestras de errores siguen una distribución normal)



- ¿Hay diferencias estadísticamente significativas entre ambos modelos?

# EVALUACIÓN

- Ejemplo:
  - Se realiza un t-test para comprobarlo:
    - Hipótesis nula ( $H_0$ ):  $\mu_1 - \mu_2 = 0$ 
      - Ambas medias son iguales
    - Nivel de significación: 0.01
      - Probabilidad de rechazar la hipótesis nula siendo cierta
    - Resultado obtenido:
      - p-valor del test:  $1.1934e^{-9}$
      - Puesto que  $p \leq \alpha$ 
        - Rechazamos  $H_0$  con un nivel de confianza del 99%

# EVALUACIÓN

- Para comparar 3 o más modelos:
  - No es apropiado simplemente comparar cada par de modelos empleando por ejemplo un t-test:
    - La posibilidad de detectar incorrectamente una diferencia significativa aumenta con el número de comparaciones
  - En este caso:
    - Emplear un análisis de varianza ANOVA o un test de Kruskal-Wallis para identificar si hay una diferencia significativa entre todas las medias
    - Si el test de varianza concluye que sí hay diferencias
      - Hay que investigar cuáles son diferentes empleando un método de comparación múltiple
    - Si el test de varianza concluye que no hay diferencias
      - Todas las medias iguales -> todos los modelos iguales
        - Se elige el más sencillo

# EVALUACIÓN

- Comparación de múltiples modelos:
  - ANOVA:
    - Test paramétrico que compara las medias de diversos modelos
    - Hipótesis nula: todas las medias son iguales
      - Proviene de la misma población o de diferentes poblaciones pero con la misma media
    - Suposiciones del test:
      1. Todas las muestras de las diferentes poblaciones están normalmente distribuidas
      2. Todas las muestras de las diferentes poblaciones tienen la misma varianza
      3. Todas las observaciones son mutuamente independientes
    - El test sigue siendo robusto para observaciones que no cumplan “ligeramente” las dos primeras suposiciones

# EVALUACIÓN

- Comparación de múltiples modelos:
  - Kruskal-Wallis:
    - Test no paramétrico que compara las medias de diversos modelos
    - Hipótesis nula:
      - Proviene de la misma población o de diferentes poblaciones pero con los mismos rangos medios
    - Suposiciones del test:
      - Todas las poblaciones provienen de una población continua
      - Todas las observaciones son mutuamente independientes

# EVALUACIÓN

- Comparación de múltiples modelos:
  - Kruskal-Wallis:
    - Observación
      - El test sigue siendo válido para comprobar que los datos vienen de la misma distribución
        - Si no lo son, los rangos serán distintos
          - Se rechazará la hipótesis nula
    - Habitualmente, se suele decir que la hipótesis nula es que las **medianas** son iguales
      - Esto sólo es cierto si se asume que la forma de la distribución en cada grupo es la misma
      - Si las distribuciones son diferentes, la prueba de Kruskal-Wallis puede rechazar la hipótesis nula aunque las medianas sean las mismas
      - Sin embargo, es habitual usar Kruskal-Wallis para comparar **medianas**

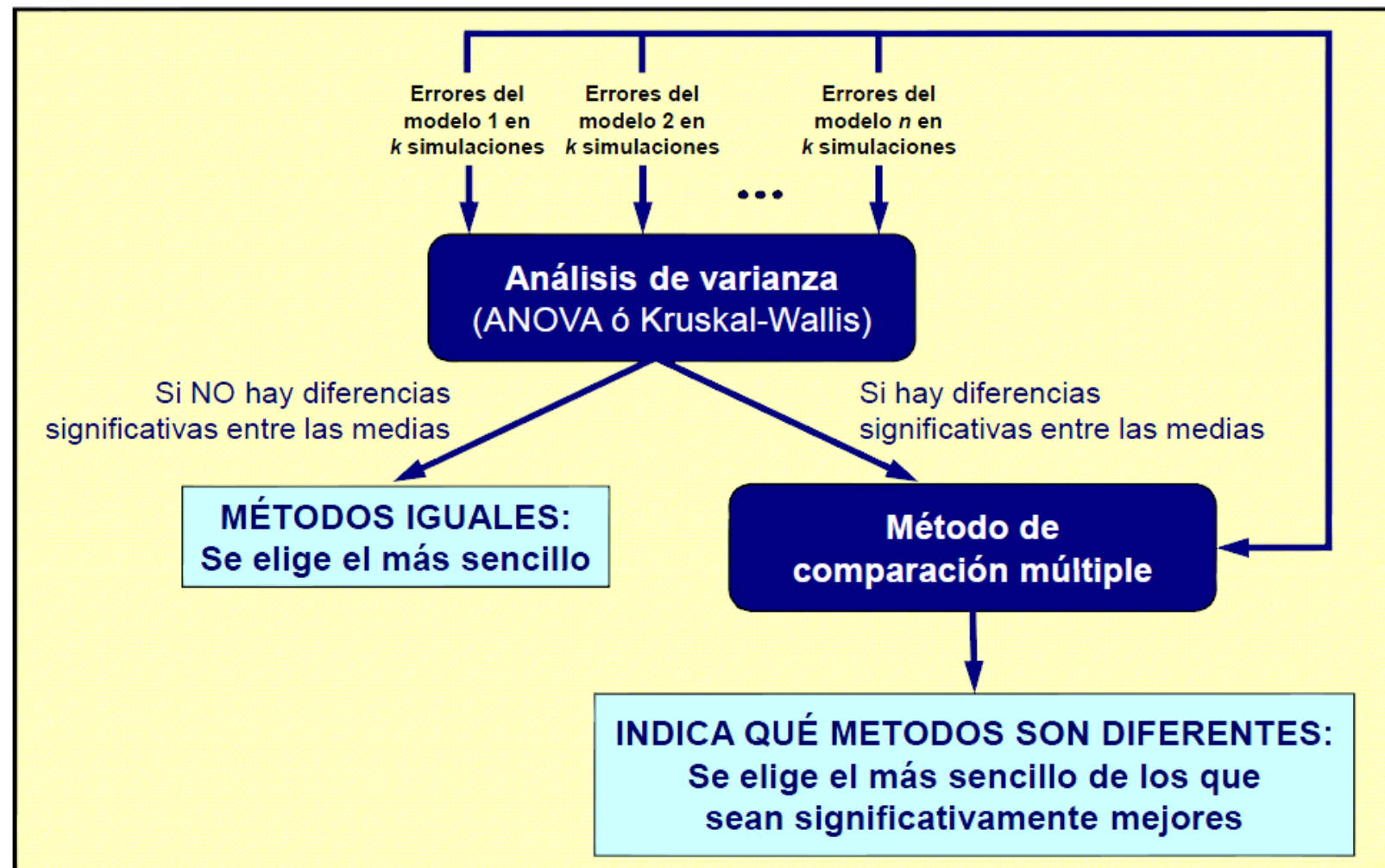
# EVALUACIÓN

- Comparación de múltiples modelos:
  - Comparación de las diferencias entre cada par de medias con ajustes apropiados a la comparación múltiple:
    - Método de Tukey
    - Método de Scheffé
    - Método de Bonferroni



# EVALUACIÓN

- Comparación de múltiples modelos:





# EVALUACIÓN

- Una vez escogida una configuración
  - Esta habrá sido entrenada varias veces
    - Por ejemplo, 10 veces en un *10-fold crossvalidation*
      - Una por *fold*
      - Si el modelo es determinístico
    - Por ejemplo, 50 veces en cada *fold* de un *10-fold crossvalidation*
      - 500 entrenamientos en total
      - Si el modelo no es determinístico
  - ¿Cuál es la que se usa en producción?

# EVALUACIÓN

- Respuesta: ninguna de ellas
  - El objetivo de estas técnicas es estimar el rendimiento de la configuración en datos nuevos
    - Datos de test
    - Útil para comparar rendimientos de distintas configuraciones para escoger la que creemos que dará mejores resultados ante datos nuevos
  - Una vez escogida una configuración, esta se reentrena con todos los datos sin separar ninguno para test
    - El rendimiento en test ya ha sido estimado en el paso anterior de experimentación
    - Entrenar con más datos → Se espera que la generalización sea mejor
      - Se espera que el rendimiento con datos nuevos sea un poco mejor que el calculado previamente
        - El calculado previamente será algo pesimista