

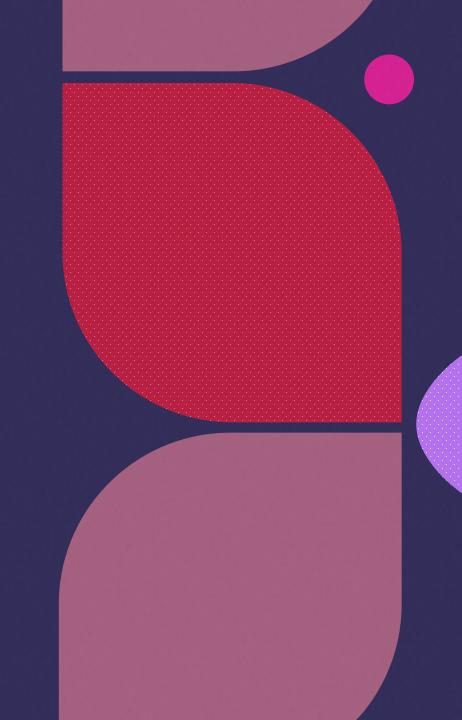
System of linear equations نظام المعادلات الخطية

$$7x + 5y - 3z = 16$$

 $3x - 5y + 2z = -8$
 $5x + 3y - 7z = 0$

$$\begin{bmatrix} 7 & 5 & -3 & 16 \\ 3 & -5 & 2 & -8 \\ 5 & 3 & 7 & 0 \end{bmatrix}$$

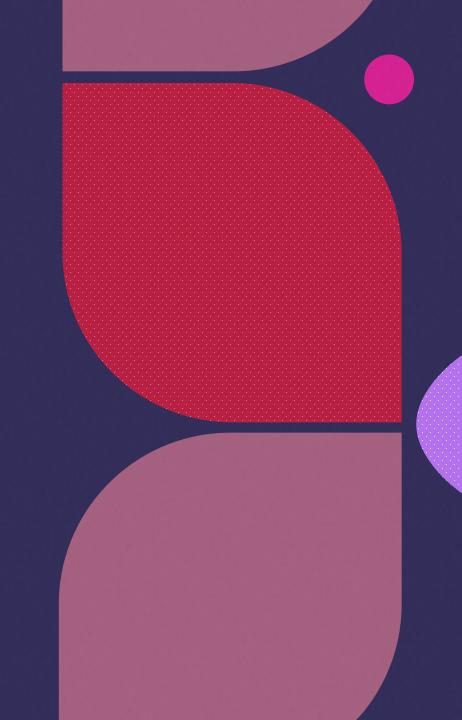
Augmented matrix المصفوفة المعززة



Matrices

$$\begin{bmatrix} 7 & 5 & -3 & 16 \\ 3 & -5 & 2 & -8 \\ 5 & 3 & 7 & 0 \end{bmatrix}$$

We can manipulate this in order to solve the system يمكننا التلاعب بهذا من أجل حل النظام



Matrices

$$\begin{bmatrix} 7 & 5 & -3 & 16 \\ 3 & -5 & 2 & -8 \\ 5 & 3 & 7 & 0 \end{bmatrix}$$

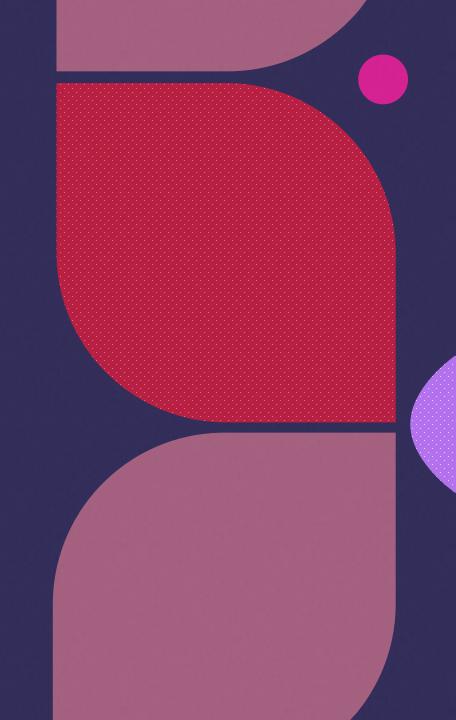
Terminology

المصطلح

Operations

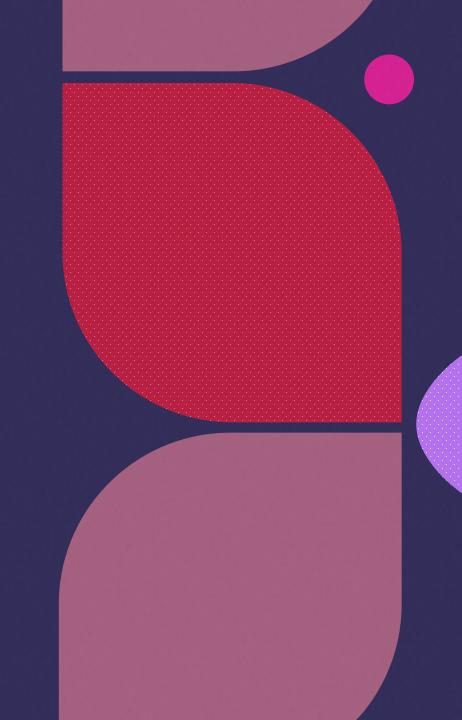
عملیات

Addition
 الإضافة



Matrices

$$A_{m \, x \, n} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{ij} & a_{in} \\ a_{21} & a_{22} & a_{ij} & a_{2n} \\ a_{m1} & a_{m2} & a_{ij} & a_{mn} \end{bmatrix}$$



Types of Matrices أنواع المصفوفات

```
\begin{array}{c|cccc}
 & \downarrow & \downarrow \\
 & \downarrow & \downarrow \\
 & \downarrow & 1 & 2 & 3 \\
 & \downarrow & 1 & 2 & 3 \\
 & \downarrow & 4 & 5 & 6 \\
 & \uparrow & 8 & 9
\end{array}
```

m = number of rows عدد الأعمدة n = number of columns عدد الأعمدة when m x n the matrix is a square matrix عندما م x ن المصفوفة هي مصفوفة مربعة

Types of Matrices أنواع المصفوفات

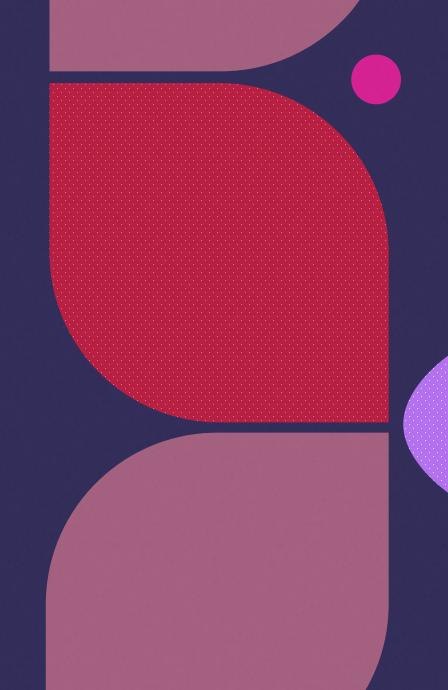
مصفوفة مربعة square matrix

 [1
 2
 3]

 4
 5
 6]

 7
 8
 9]

These numbers comprise the main diagonal تشكل هذه الأرقام القطر الرئيسي



مصفوفة قطرية diagonal matrix

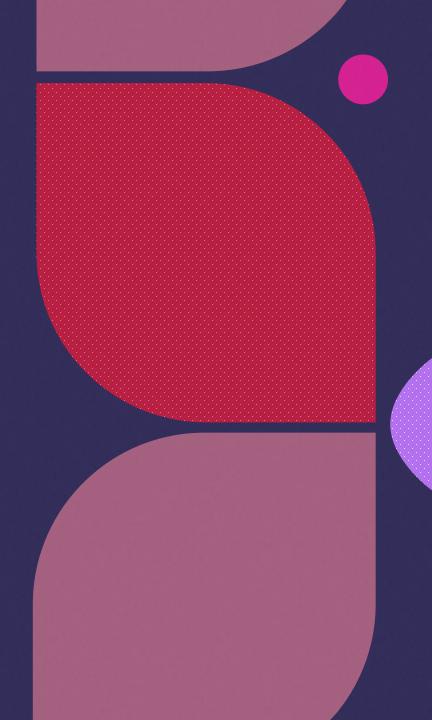
All the entries off the main diagonal are zero كافة الإدخالات خارج القطر الرئيسي هي صفر

مصفوفة موسعة augmented matrix

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & a \\ 0 & 1 & 0 & b \\ 0 & 0 & 1 & c \end{bmatrix}$$

All the entries off the main diagonal are zero كافة الإدخالات خارج القطر الرئيسي هي صفر

This situation is the goal of Gauss-Jordan elimination e هذا الوضع هو هدف القضاء على جاوس-جوردان



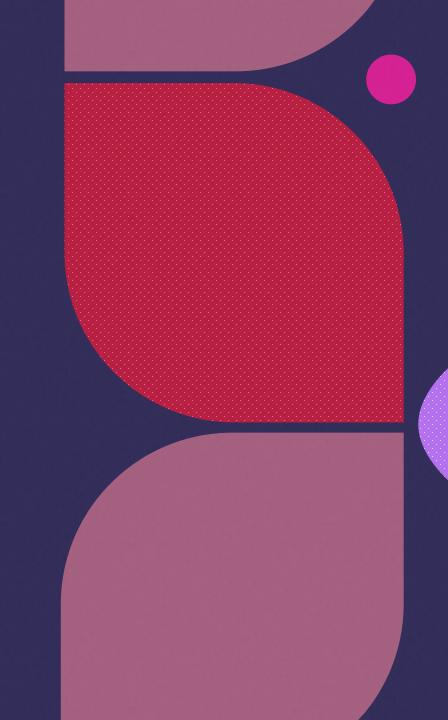
مصفوفة قطرية diagonal matrix

This is also called an

identity matrix

وهذا ما يسمى أيضيًا بمصفوفة

identity



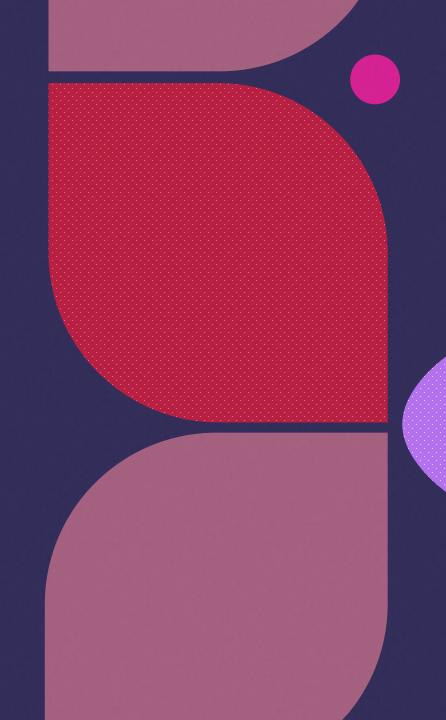
Upper triangular matrix المصفوفة الثلاثية العليا

Entries below the main diagonal are all zero الإدخالات الموجودة أسفل القطر الرئيسي كلها صفر

Lower triangular matrix مصفوفة مثلثية سفلية

a 0 0 b c 0 d e f

Entries above the main diagonal are all zero الإدخالات الموجودة فوق القطر الرئيسي كلها صفر



vector

 $\begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix}$

Row vector

 $\begin{bmatrix} a & b & c \end{bmatrix}$

Matrix consisting of just one column

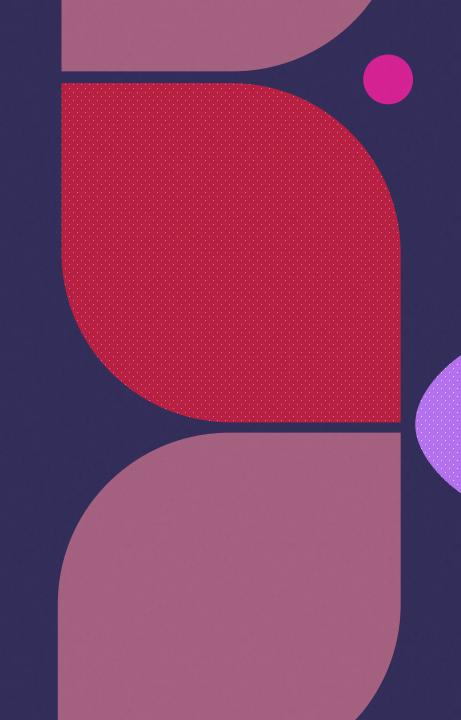
مصفوفة تتكون من عمود واحد فقط
The more common usage of
"vector"
"vector"

Matrix consisting of just one row مصفوفة تتكون من صف واحد فقط

vector

$$\begin{bmatrix} \mathbf{x} \\ \mathbf{y} \\ \mathbf{z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{1} \\ \mathbf{2} \\ \mathbf{3} \end{bmatrix}$$

We can list system solutions as a vector يمكننا سرد حلول النظام كمتجه

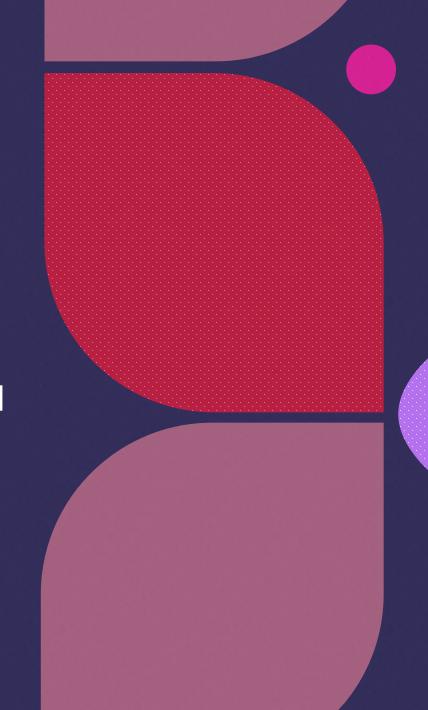


$$3x + y = 7$$
$$X + 2y = 4$$

Systems of linear equations can be represented with vectors

يمكن تمثيل أنظمة المعادلات الخطية باستخدام المتجهات

$$\begin{bmatrix} 3x \\ x \end{bmatrix} \neq \begin{bmatrix} y \\ 2y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 \\ 4 \end{bmatrix}$$

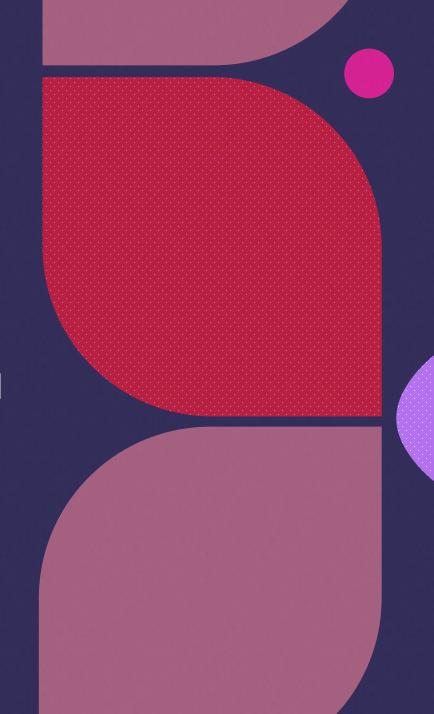


$$3x + y = 7$$
$$X + 2y = 4$$

Systems of linear equations can be represented with vectors

يمكن تمثيل أنظمة المعادلات الخطية باستخدام المتجهات

$$\mathbf{x} \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \end{bmatrix} + \mathbf{y} \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 \\ 4 \end{bmatrix}$$

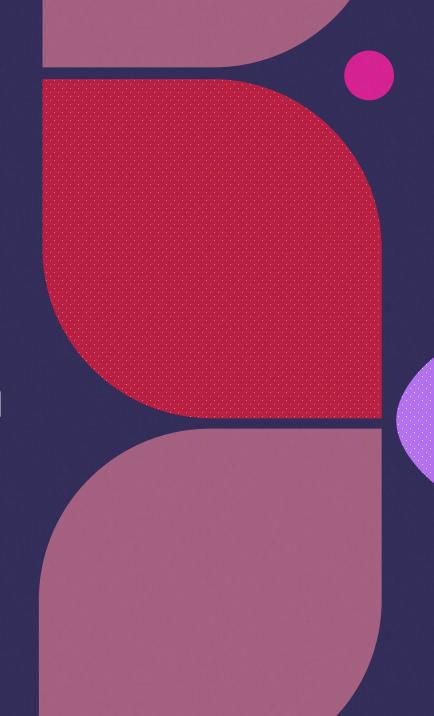


$$3x + y = 7$$
$$X + 2y = 4$$

Systems of linear equations can be represented with vectors

يمكن تمثيل أنظمة المعادلات الخطية باستخدام المتجهات

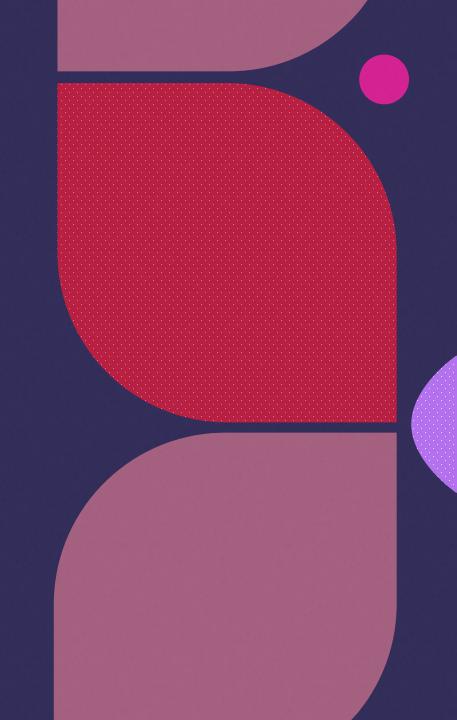
$$\mathbf{x} \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \end{bmatrix} \neq \mathbf{y} \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 \\ 4 \end{bmatrix}$$



$$3x + y = 7$$
$$X + 2y = 4$$

This is the vector form of the linear system هذا هو الشكل المتجه للنظام الخطي

$$\mathbf{x} \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \end{bmatrix} + y \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 \\ 4 \end{bmatrix}$$



Scalar Multiplication With Matrices الضرب العددي مع المصفوفات

 $2\begin{bmatrix}1 & 2\\3 & 4\end{bmatrix}$

when multiplying a matrix by a scalar we multiply each entry by the scalar act the scalar section and the scalar section are sections.

تنفيذ عملية جمع المصفوفات وطرحها

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 7 & 3 & 1 \\ 5 & 3 & -1 \end{bmatrix}$$

For matrices to be added together they must have identical dimensions لكي يتم جمع المصفوفات معًا، يجب أن تكون لها أبعاد متماثلة

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 7 & 3 & 1 \\ 5 & 3 & -1 \end{bmatrix}$$

Each entry in the new matrix is the sum of the corresponding entries

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 7 & 3 & 1 \\ 5 & 3 & -1 \end{bmatrix}$$

Each entry in the new matrix is the sum of the corresponding entries



$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 7 & 3 & 1 \\ 5 & 3 & -1 \end{bmatrix}$$

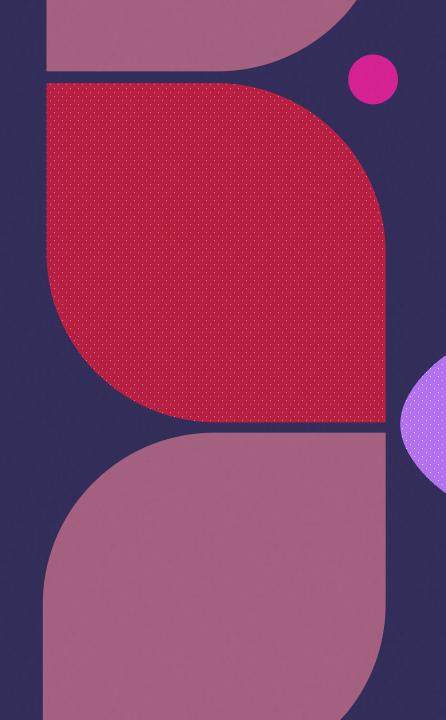
Each entry in the new matrix is the sum of the corresponding entries

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 7 & 3 & 1 \\ 5 & 3 & -1 \end{bmatrix}$$

Each entry in the new matrix is the sum of the corresponding entries

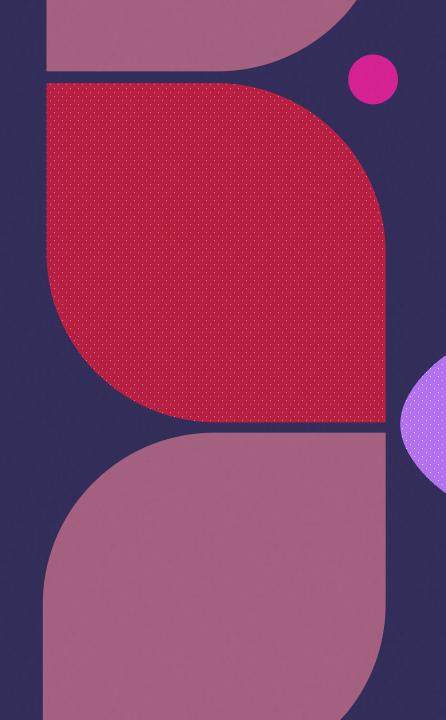
$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 7 & 3 & 1 \\ 5 & 3 & -1 \end{bmatrix}$$

Each entry in the new matrix is the sum of the corresponding entries



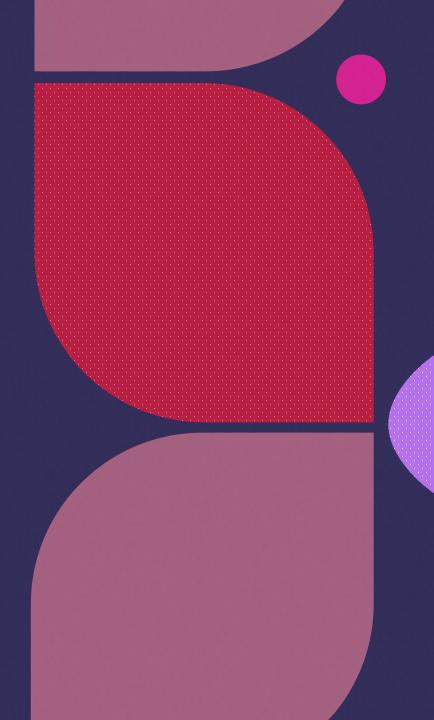
$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 7 & 3 & 1 \\ 5 & 3 & -1 \end{bmatrix}$$

Each entry in the new matrix is the sum of the corresponding entries



$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 7 & 3 & 1 \\ 5 & 3 & -1 \end{bmatrix}$$

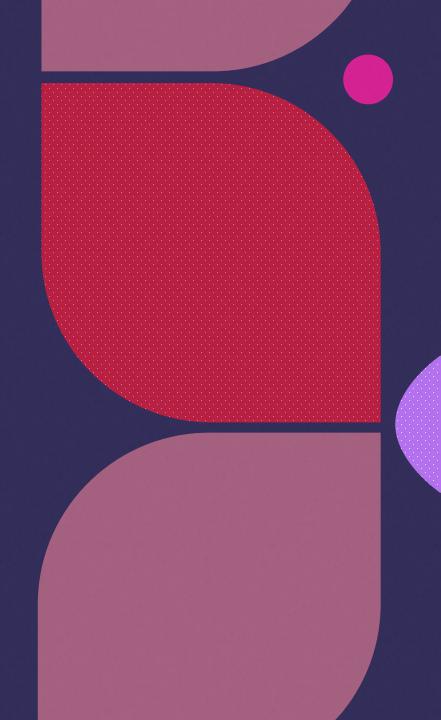
Each entry in the new matrix is the sum of the corresponding entries



$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 7 & 3 & 1 \\ 5 & 3 & -1 \end{bmatrix}$$

Each entry in the new matrix is the sum of the corresponding entries

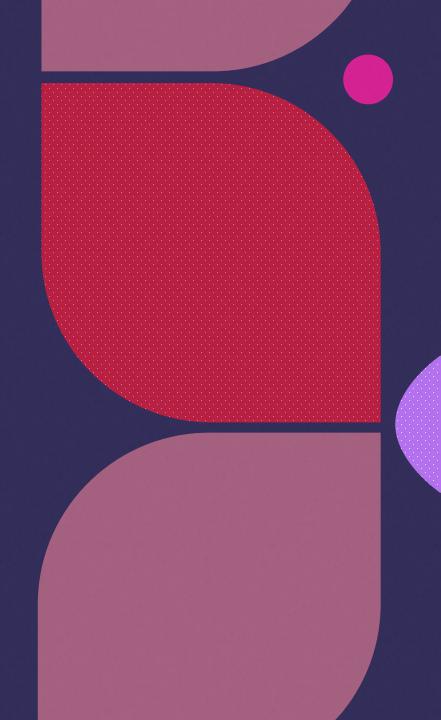
$$= \begin{bmatrix} 8 & 5 & 4 \\ 9 & & \end{bmatrix}$$



$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 7 & 3 & 1 \\ 5 & 3 & -1 \end{bmatrix}$$

Each entry in the new matrix is the sum of the corresponding entries

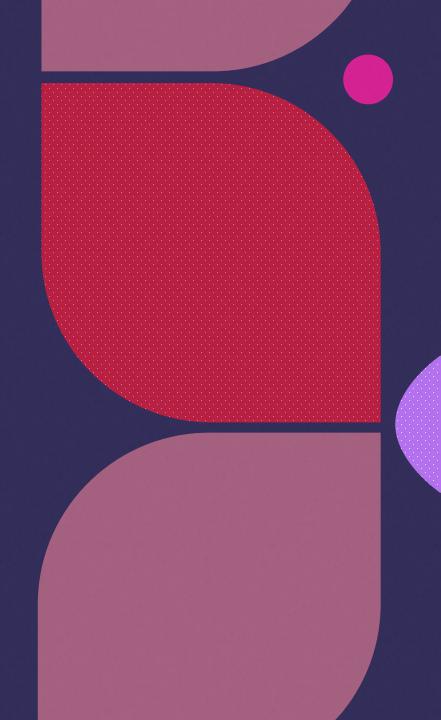
$$=\begin{bmatrix}8&5&4\\9&8\end{bmatrix}$$



$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 7 & 3 & 1 \\ 5 & 3 & -1 \end{bmatrix}$$

Each entry in the new matrix is the sum of the corresponding entries

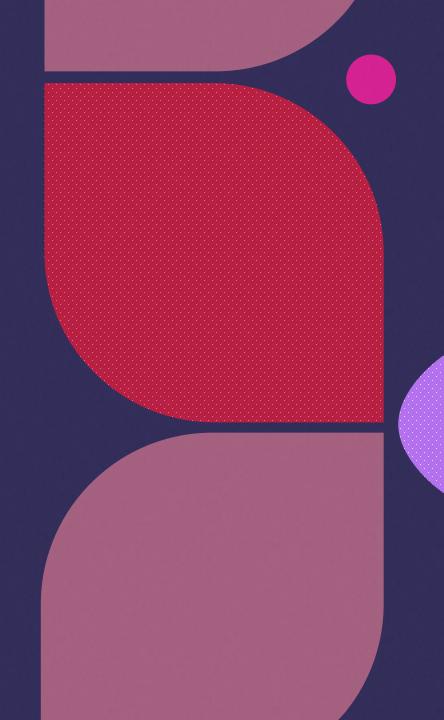
$$=\begin{bmatrix}8&5&4\\9&8&5\end{bmatrix}$$



$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 7 & 3 & 1 \\ 5 & 3 & -1 \end{bmatrix}$$

Each entry in the new matrix is the sum of the corresponding entries

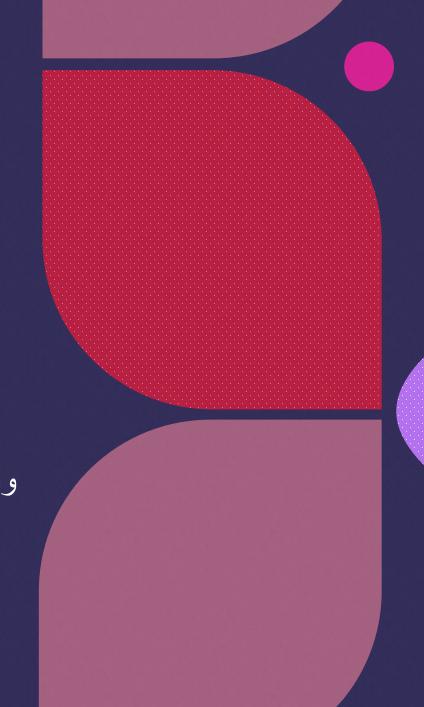
$$=\begin{bmatrix} 8 & 5 & 4 \\ 9 & 8 & 5 \end{bmatrix}$$



$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 7 & 3 & 1 \\ 5 & 3 & -1 \end{bmatrix}$$

These had to have identical dimensions for the addition to work properly ويجب أن تكون لها أبعاد متطابقة حتى تعمل الإضافة بشكل صحيح

$$=\begin{bmatrix} 8 & 5 & 4 \\ 9 & 8 & 5 \end{bmatrix}$$



$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 7 & 3 & 1 \\ 5 & 3 & -1 \end{bmatrix}$$

Matrix subtraction is very similar to matrix addition

$$=\begin{bmatrix} -6 & -1 & 2 \\ -1 & 2 & 7 \end{bmatrix}$$



Matrix addition is commutative

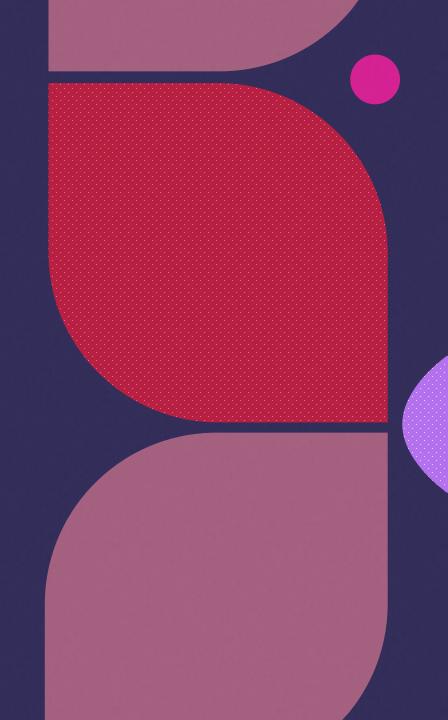
إضافة المصفوفة هي عملية تبادلية

$$A + B = B + A$$

Matrix subtraction is NOT commutative

طرح المصفوفة ليس تبادليًا

$$A - B \neq B - A$$



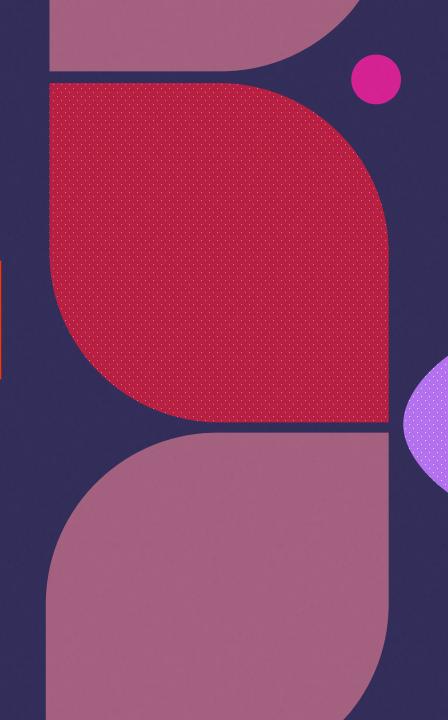
Checking Comprehension التحقق من الفهم

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 3 & -2 & -1 \\ 2 & 6 & -5 \\ 7 & 1 & -8 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 3 & -2 & -1 \\ 2 & 6 & -5 \\ 7 & 1 & -8 \end{bmatrix} \qquad B = \begin{bmatrix} 1 & 9 & 4 \\ 0 & 11 & 5 \\ -3 & 2 & -7 \end{bmatrix}$$

Find A + B:

Find A - B:



Checking Comprehension التحقق من الفهم

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 3 & -2 & -1 \\ 2 & 6 & -5 \\ 7 & 1 & -8 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 3 & -2 & -1 \\ 2 & 6 & -5 \\ 7 & 1 & -8 \end{bmatrix} \qquad B = \begin{bmatrix} 1 & 9 & 4 \\ 0 & 11 & 5 \\ -3 & 2 & -7 \end{bmatrix}$$

Find A + B:



AB

For this multiplication to work these matrices must have specific dimensions

لكي ينجح هذا الضرب، يجب أن تكون لهذه المصفوفات أبعاد محددة (not necessarily identical) (ليست بالضرورة متطابقة)

AB

For this multiplication to work A must have the same number of columns as B has rows

لكي ينجح هذا الضرب، يجب أن يكون لدى Aنفس عدد الصفوف في B الأعمدة مثل عدد الصفوف في B

For this multiplication to work A must have the same number of columns as B has rows

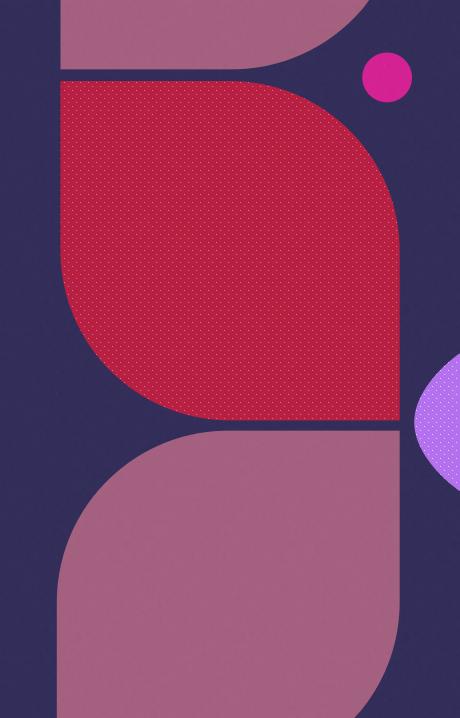
$$n \times A = m$$
 $p \times B = q$

$$p \times B = q$$

n must equal q

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 6 & 8 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 6 & 8 \end{bmatrix}$$



$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 5 & \mathbf{6} \\ 7 & \mathbf{8} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{a} = [(1)(5) \times (2)(7)] = \mathbf{5} + \mathbf{14} = \mathbf{19}$$

$$AB = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \longrightarrow AB = \begin{bmatrix} 19 & b \\ c & d \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 5 & 6 \\ 7 & 8 \end{bmatrix}$$

b =
$$[(1)(6) \times (2)(8)] = 6 + 16 = 22$$

$$AB = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \longrightarrow AB = \begin{bmatrix} 19 & 22 \\ c & d \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 5 & 6 \\ 7 & 8 \end{bmatrix}$$

$$c = [(3)(5) \times (4)(7)] = 15 + 28 = 43$$

$$AB = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \longrightarrow AB = \begin{bmatrix} 19 & 22 \\ 43 & d \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 5 & 6 \\ 7 & 8 \end{bmatrix}$$

$$d = [(3)(6) \times (4)(8)] = 18 + 32 = 50$$

$$AB = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \longrightarrow AB = \begin{bmatrix} 19 & 22 \\ 43 & 50 \end{bmatrix}$$

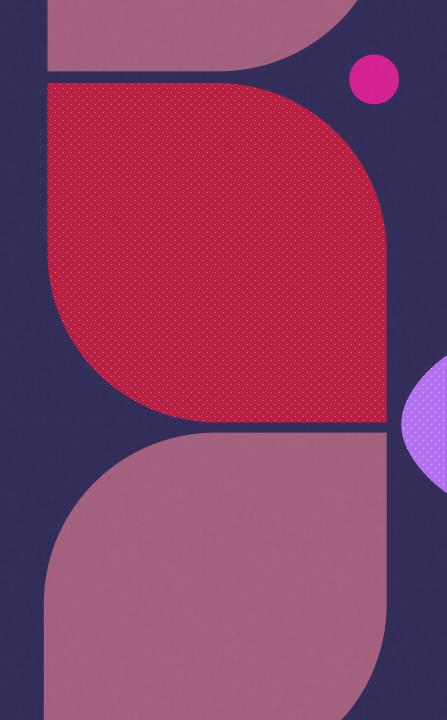
$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 5 & 6 \\ 7 & 8 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{AB} = \begin{bmatrix} 19 & 22 \\ 43 & 50 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \leftarrow B = \begin{bmatrix} e & f \\ g & h \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{AB} = \begin{bmatrix} 19 & 22 \\ 43 & 50 \end{bmatrix}$$



$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} e & f \\ g & h \end{bmatrix}$$

$$AB = \begin{bmatrix} (ae + bg) & (af + bh) \\ (ce + dg) & (cf + dh) \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} e & f \\ g & h \end{bmatrix}$$

Columns in A must equal rows in B

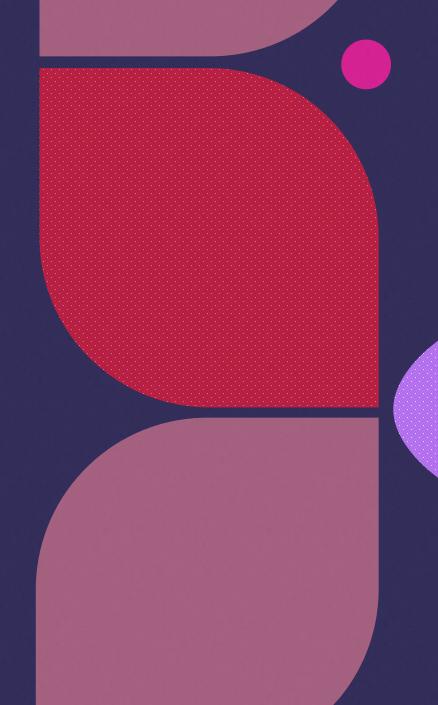
$$AB = \begin{bmatrix} (ae + bg) & (af + bh) \\ (ce + dg) & (cf + dh) \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix}
 1 & 2 \\
 3 & 4 \\
 5 & 6
 \end{bmatrix}$$

$$1+6+15=22$$

$$AB = \begin{bmatrix} 22 \\ \end{bmatrix}$$

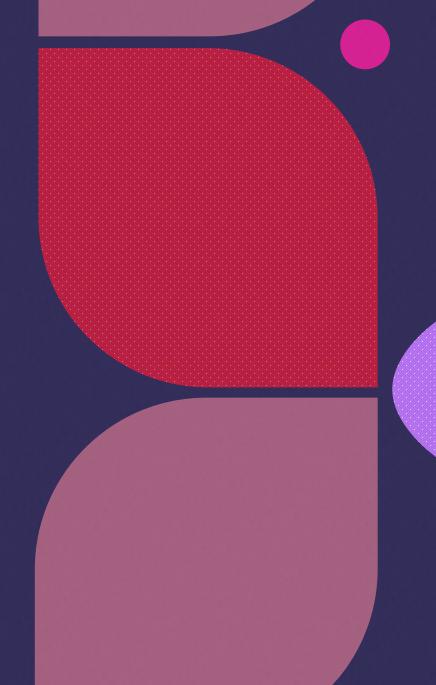


$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{bmatrix}$$

$$2 + 8 + 18 = 28$$

$$AB = \begin{bmatrix} 22 & 28 \end{bmatrix}$$

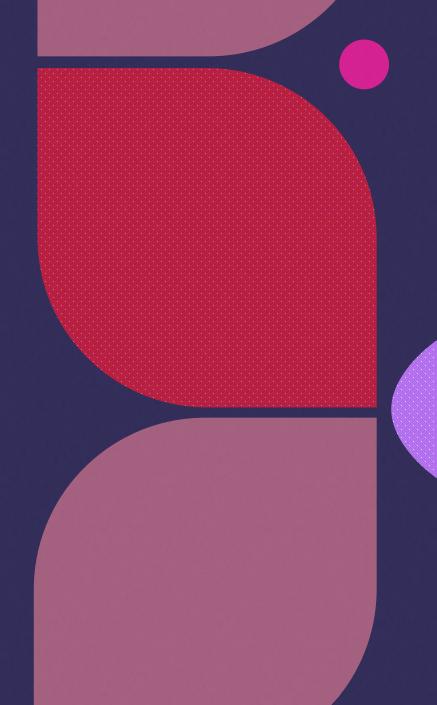


$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix}
 1 & 2 \\
 3 & 4 \\
 5 & 6
\end{bmatrix}$$

$$4 + 15 + 30 = 49$$

$$AB = \begin{bmatrix} 22 & 28 \\ 49 & \end{bmatrix}$$

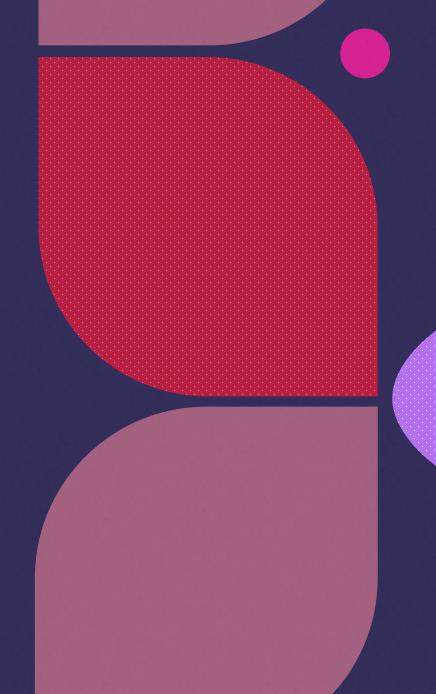


$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix}
 1 & 2 \\
 3 & 4 \\
 5 & 6
\end{bmatrix}$$

$$8 + 20 + 36 = 64$$

$$AB = \begin{bmatrix} 22 & 28 \\ 49 & 64 \end{bmatrix}$$

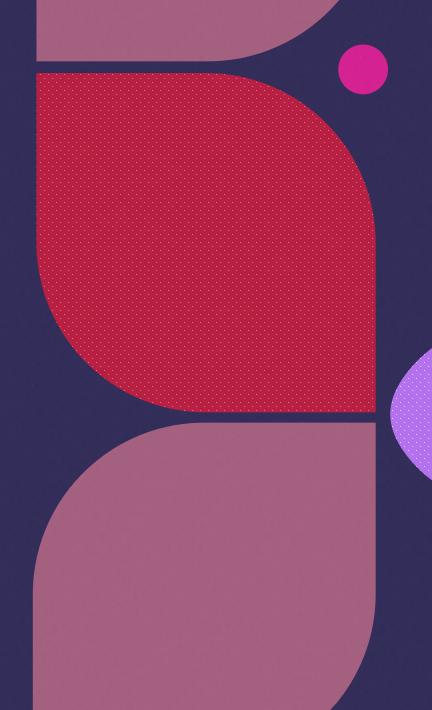


$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{bmatrix}$$

2 matrix×The product is a 2 ۲ × ۲ مصفوفة ۲ × ۲

$$AB = \begin{bmatrix} 22 & 28 \\ 49 & 64 \end{bmatrix}$$



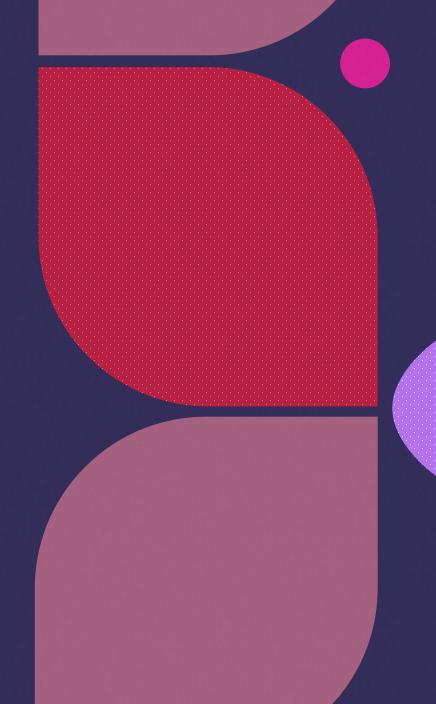
$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 4 & 6 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{bmatrix}$$



of columns as B

$$AB = \begin{bmatrix} 22 & 28 \\ 49 & 64 \end{bmatrix} \} # of rows as A$$



$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{bmatrix}$$

Number multiplication is commutative ضرب الأرقام هو عملية تبادلية ab = ba

matrix multiplication is NOT commutative ضرب المصفوفة ليس تبادليًا

 $AB \neq BA$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{bmatrix} \qquad \mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix}$$

$$BA = \begin{bmatrix} 9 & 12 & 15 \\ 19 & 26 & 33 \\ 29 & 40 & 51 \end{bmatrix}$$

Performing Matrix Multiplication

تنفيذ عملية ضرب المصفوفات

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix}$$

$$BA = \begin{bmatrix} 9 & 12 & 15 \\ 19 & 26 & 33 \\ 29 & 40 & 51 \end{bmatrix}$$
 3 rows

matrix multiplication is NOT commutative ضرب المصفوفة ليس تبادليًا

AB ≠ BA
matrix multiplication is associative

ضرب المصفوفة هو ترابطي

(AB)C = A(BC)
matrix multiplication can be distributive
یمکن أن يکون ضرب المصفوفة توزيعيًا

p matrices matrices and C and D are nxlf A and B are m

$$A(C + D) = AC + AD$$
 and $(A + B)C = AC + BC$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} e & f \\ g & h \end{bmatrix}$$

$$AB = \begin{bmatrix} (ae + bg) & (af + bh) \\ (ce + dg) & (cf + dh) \end{bmatrix}$$

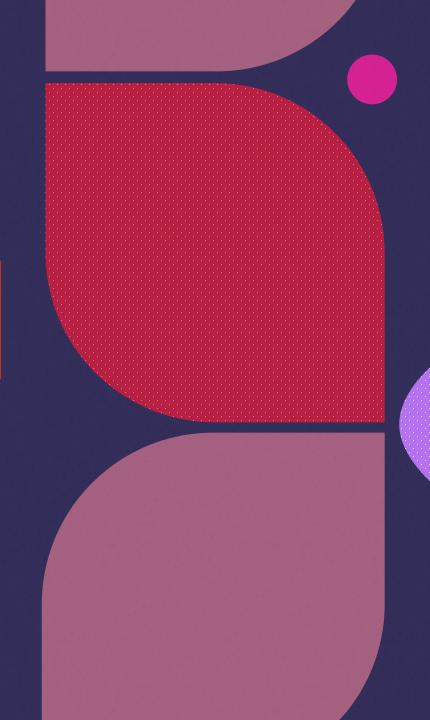
Checking Comprehension التحقق من الفهم

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 3 & -2 & -1 \\ 2 & 6 & -5 \\ 7 & 1 & -8 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 3 & -2 & -1 \\ 2 & 6 & -5 \\ 7 & 1 & -8 \end{bmatrix} \qquad B = \begin{bmatrix} 1 & 9 & 4 \\ 0 & 11 & 5 \\ -3 & 2 & -7 \end{bmatrix}$$

Find AB:

Find BA:



Checking Comprehension التحقق من الفهم

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 3 & -2 & -1 \\ 2 & 6 & -5 \\ 7 & 1 & -8 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 3 & -2 & -1 \\ 2 & 6 & -5 \\ 7 & 1 & -8 \end{bmatrix} \qquad B = \begin{bmatrix} 1 & 9 & 4 \\ 0 & 11 & 5 \\ -3 & 2 & -7 \end{bmatrix}$$

Find AB:

Find BA:

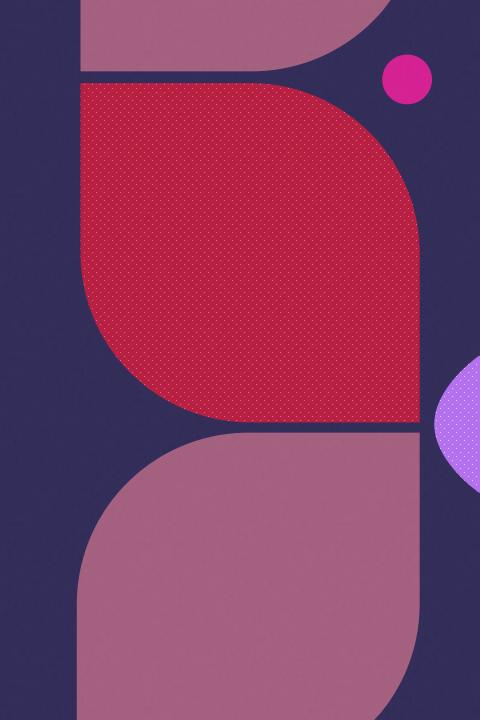


Matrix addition إضافة مصفوفة Matrix subtraction طرح المصفوفة Matrix multiplication

Finding the determinant of square matrix

إيجاد محدد المصفوفة المربعة

$$\begin{bmatrix} 1 \leftarrow 2 \\ 3 \leftarrow 4 \end{bmatrix}$$
(m = n)

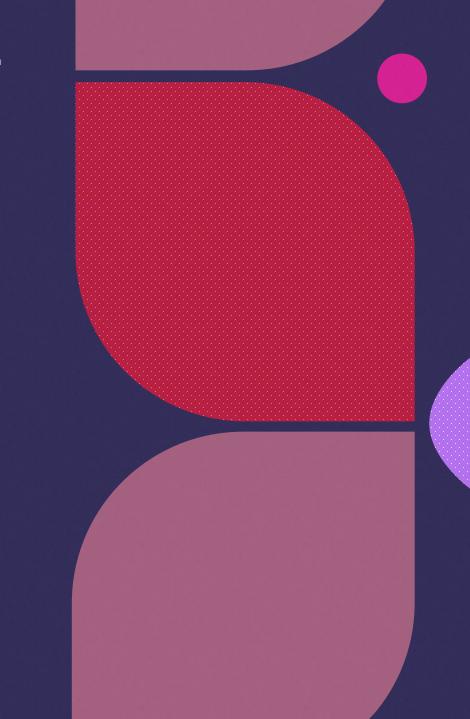


Finding the Determinant of a Two-By-Two Matrix

إيجاد محدد مصفوفة اثنين في اثنين

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$$

Det (A) or
$$\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - bc$$



Finding the Determinant of a Two-By-Two Matrix

إيجاد محدد مصفوفة اثنين في اثنين

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -6 & 4 \end{bmatrix}$$

$$Det (A) = [(2)(4)] - [(1)(-6)]$$

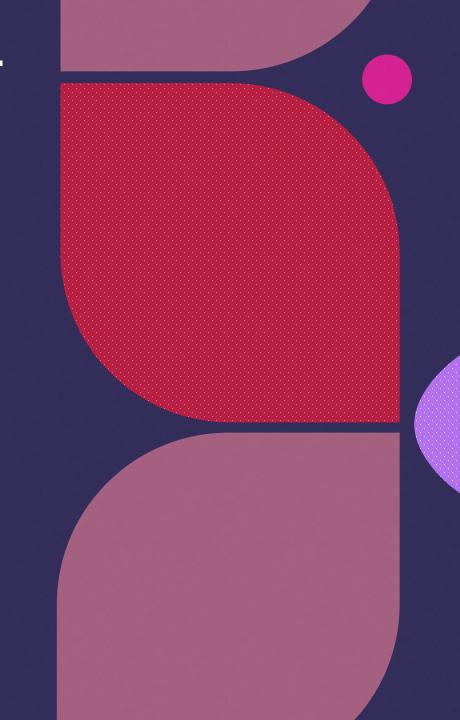
$$= 8 - (-6)$$

$$= 14$$

Finding the Determinant of a Three-By-Three Matrix إيجاد محدد مصفوفة ذات ثلاثة في ثلاثة

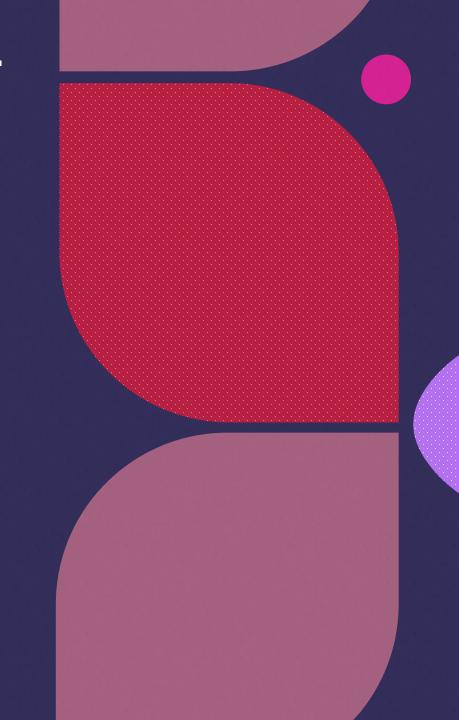
$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{bmatrix}$$

Det (A) =
$$a_1 \begin{vmatrix} b_2 & b_3 \\ c_2 & c_3 \end{vmatrix}$$



$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{bmatrix}$$

Det (A) =
$$a_1 \begin{vmatrix} b_2 & b_3 \\ c_2 & c_3 \end{vmatrix} - a_2 \begin{vmatrix} b_1 & b_3 \\ c_1 & c_3 \end{vmatrix}$$



$$A = \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{bmatrix}$$

Det (A) =
$$a_1 \begin{vmatrix} b_2 & b_3 \\ c_2 & c_3 \end{vmatrix} - a_2 \begin{vmatrix} b_1 & b_3 \\ c_1 & c_3 \end{vmatrix} + a_3 \begin{vmatrix} b_1 & b_2 \\ c_1 & c_2 \end{vmatrix}$$



$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{bmatrix}$$

Det (A) =
$$a_1 \begin{vmatrix} b_2 & b_3 \\ c_2 & c_3 \end{vmatrix} - a_2 \begin{vmatrix} b_1 & b_3 \\ c_1 & c_3 \end{vmatrix} + a_3 \begin{vmatrix} b_1 & b_2 \\ c_1 & c_2 \end{vmatrix}$$

$$= a_1(b_2c_3 - b_3c_2) - a_2(b_1c_3 - b_3c_1) + (b_1c_2 - b_2c_1)$$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 3 & 0 & 1 \\ -5 & 4 & 2 \end{bmatrix}$$

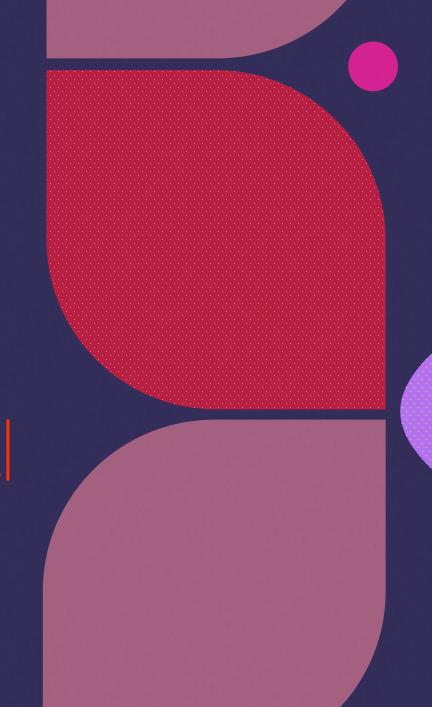
$$Det(A) = 1 \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 4 & 2 \end{vmatrix} - 2 \begin{vmatrix} 3 & 1 \\ -5 & 2 \end{vmatrix} + (-1) \begin{vmatrix} 3 & 0 \\ -5 & 4 \end{vmatrix}$$
$$= 1[(0)(2) - (1)(4)]$$
$$0 - 4$$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 3 & 0 & 1 \\ -5 & 4 & 2 \end{bmatrix}$$

$$Det(A) = 1 \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 4 & 2 \end{vmatrix} - 2 \begin{vmatrix} 3 & 1 \\ -5 & 2 \end{vmatrix} + (-1) \begin{vmatrix} 3 & 0 \\ -5 & 4 \end{vmatrix}$$
$$= 1(-4) - 2[(3)(2) - (1)(-5)]$$
$$6 - -5$$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 3 & 0 & 1 \\ -5 & 4 & 2 \end{bmatrix}$$

$$Det(A) = 1 \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 4 & 2 \end{vmatrix} - 2 \begin{vmatrix} 3 & 1 \\ -5 & 2 \end{vmatrix} + (-1) \begin{vmatrix} 3 & 0 \\ -5 & 4 \end{vmatrix}$$
$$= 1(-4) - 2(11) + (-1)[(3)(4) - (0)(-5)]$$
$$12 - 0$$

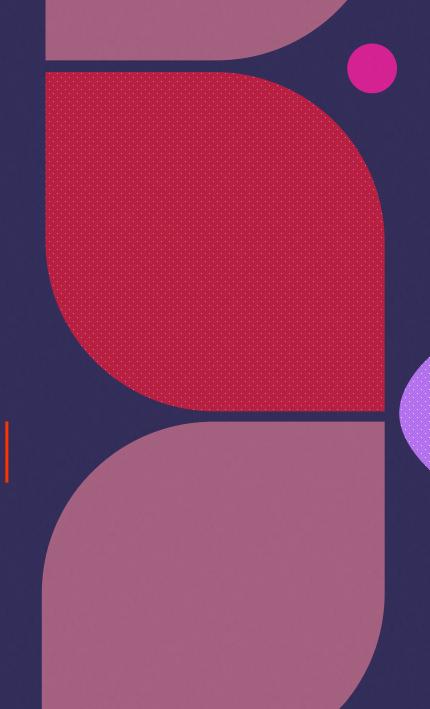


Finding the Determinant of a Three-By-Three Matrix

إيجاد محدد مصفوفة ذات ثلاثة في ثلاثة

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 3 & 0 & 1 \\ -5 & 4 & 2 \end{bmatrix}$$

$$Det (A) = 1 \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 4 & 2 \end{vmatrix} - 2 \begin{vmatrix} 3 & 1 \\ -5 & 2 \end{vmatrix} + (-1) \begin{vmatrix} 3 & 0 \\ -5 & 4 \end{vmatrix}$$
$$= 1(-4) - 2(11) + (-1)(12)$$
$$= (-4) - (22) + (-12) = -38$$



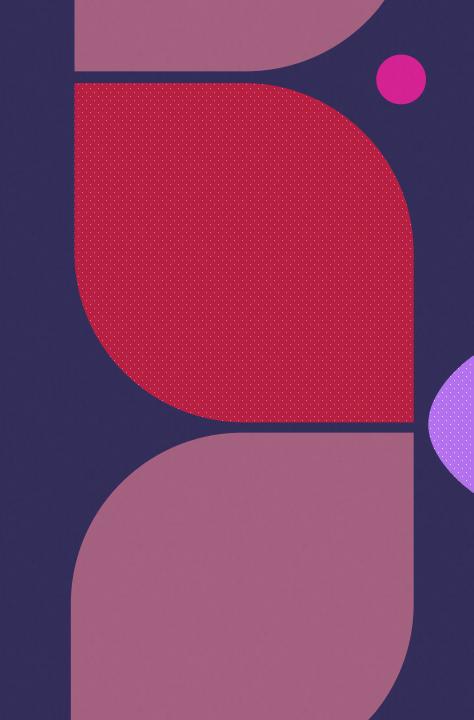
إيجاد محدد المصفوفات الأكبر

$$A = \begin{bmatrix} a & b & c & d \\ e & f & g & h \\ i & j & k & l \\ m & n & o & p \end{bmatrix}$$

As matrices get bigger finding the determinant requires many

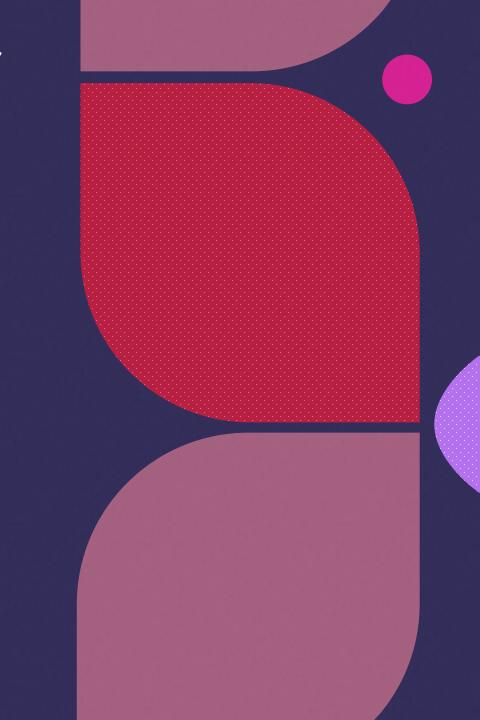
more steps

مع زيادة حجم المصفوفات، يتطلب العثور على المحدد العديد من الخطوات



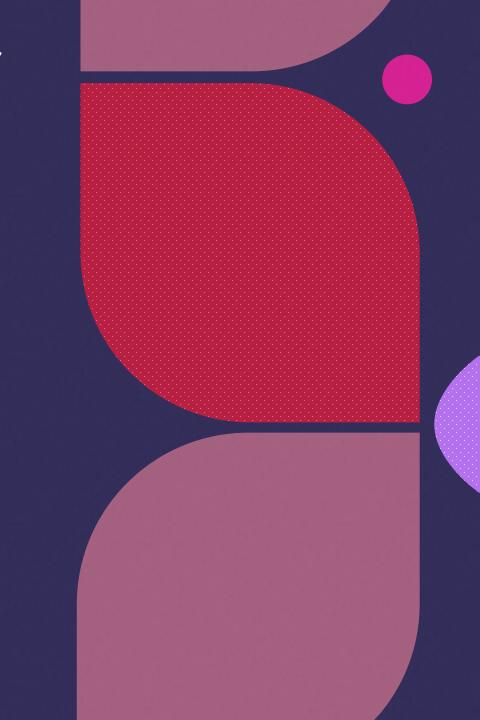
$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{a} & \mathbf{b} & \mathbf{c} & \mathbf{d} \\ \mathbf{e} & f & g & h \\ \vdots & j & k & l \\ \mathbf{n} & \mathbf{n} & \mathbf{o} & \mathbf{p} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{Det(A)=a} \begin{vmatrix} f & g & h \\ j & k & l \\ n & o & p \end{vmatrix}$$



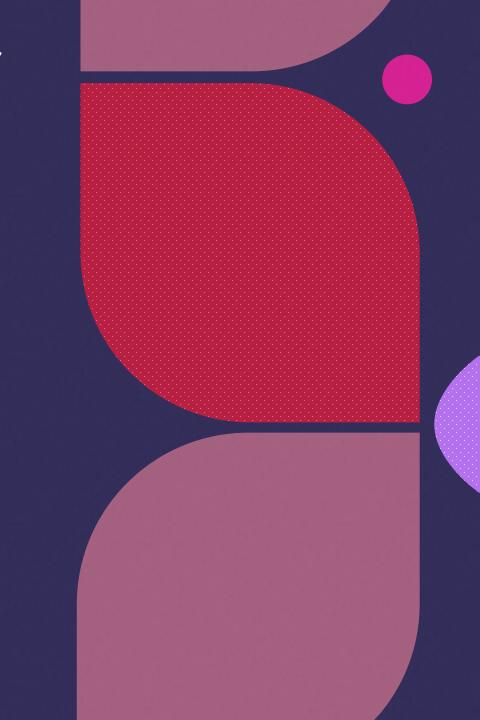
$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{a} & \mathbf{b} & \mathbf{c} & \mathbf{d} \\ \mathbf{e} & \mathbf{f} & \mathbf{g} & \mathbf{h} \\ \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} & \mathbf{l} \\ \mathbf{m} & \mathbf{n} & \mathbf{o} & \mathbf{p} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{Det(A)=} \begin{array}{c|cccc}
a & f & g & h \\
j & k & l \\
n & o & p
\end{array} - \begin{array}{c|cccc}
e & g & h \\
i & k & l \\
m & o & p
\end{array}$$

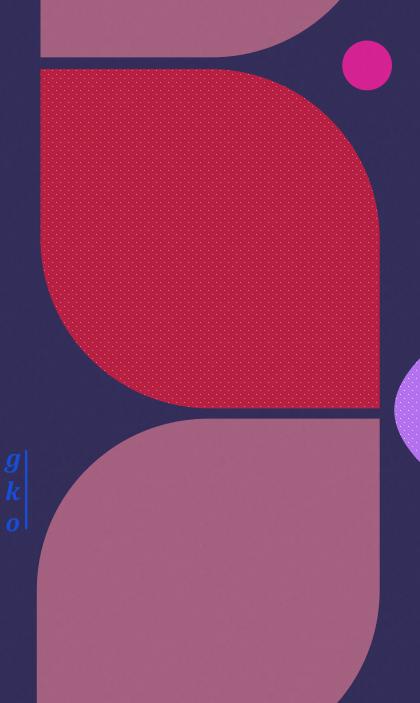


$$A = \begin{bmatrix} a & b & c & d \\ e & f & g & h \\ i & j & k & l \\ m & n & p \end{bmatrix}$$

Det(A)= a
$$\begin{vmatrix} f & g & h \\ j & k & l \\ n & o & p \end{vmatrix}$$
 - b $\begin{vmatrix} e & g & h \\ i & k & l \\ m & o & p \end{vmatrix}$ + c $\begin{vmatrix} e & f & h \\ i & j & l \\ m & n & p \end{vmatrix}$



$$A = \begin{bmatrix} a & b & c & d \\ e & f & g & h \\ i & j & k & l \\ m & n & o & p \end{bmatrix}$$

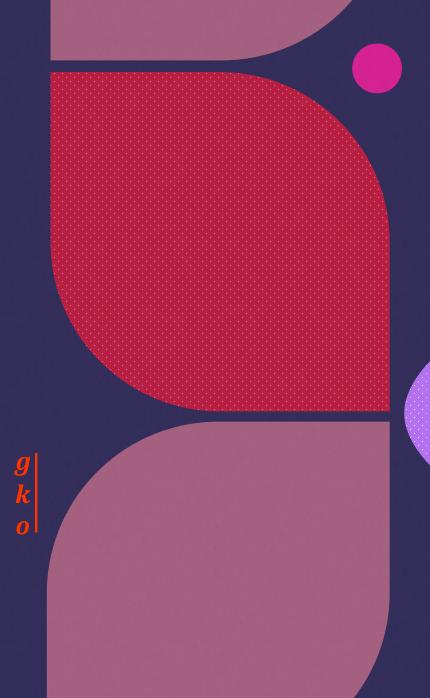


إيجاد محدد المصفوفات الأكبر

$$A = \begin{bmatrix} a & b & c & d \\ e & f & g & h \\ i & j & k & l \\ m & n & o & p \end{bmatrix}$$

Det(A)= a
$$\begin{vmatrix} f & g & h \\ j & k & l \\ n & o & p \end{vmatrix}$$
 - b $\begin{vmatrix} e & g & h \\ i & k & l \\ m & o & p \end{vmatrix}$ + c $\begin{vmatrix} e & f & h \\ i & j & l \\ m & n & p \end{vmatrix}$ - d $\begin{vmatrix} e & f & g \\ i & j & k \\ m & n & o \end{vmatrix}$

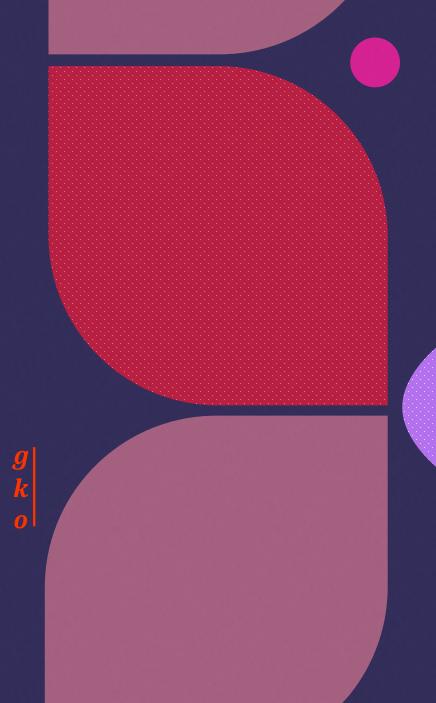
This is the same algorithm we already know هذه هي نفس الخوارزمية التي نعرفها بالفعل



إيجاد محدد المصفوفات الأكبر

$$A = \begin{bmatrix} a & b & c & d \\ e & f & g & h \\ i & j & k & l \\ m & n & o & p \end{bmatrix}$$

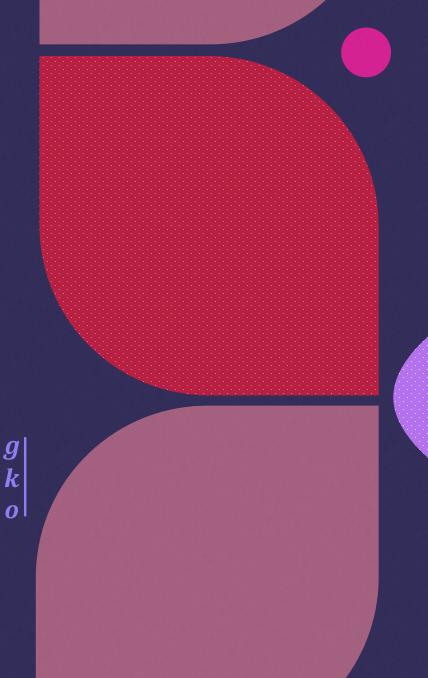
Make sure to alternate signs on these terms تأكد من تبديل العلامات على هذه الشروط



إيجاد محدد المصفوفات الأكبر

$$A = \begin{bmatrix} a & b & c & d \\ e & f & g & h \\ i & j & k & l \\ m & n & o & p \end{bmatrix}$$

We have to find these four determinants علينا إيجاد هذه المحددات الأربعة



إيجاد محدد المصفوفات الأكبر

$$A = \begin{bmatrix} a & b & c & d \\ e & f & g & h \\ i & j & k & l \\ m & n & o & p \end{bmatrix}$$

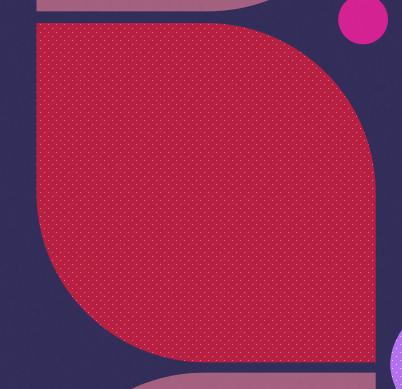
Det(A)=
$$a \begin{vmatrix} f & g & h \\ j & k & l \\ n & o & p \end{vmatrix} - b \begin{vmatrix} e & g & h \\ i & k & l \\ m & o & p \end{vmatrix} + c \begin{vmatrix} e & f & h \\ i & j & l \\ m & n & p \end{vmatrix} - d \begin{vmatrix} e & f & g \\ i & j & k \\ m & n & o \end{vmatrix}$$

three 2×2 determinants

determinants determinants

three 2×2 three 2×2

three 2×2 determinants

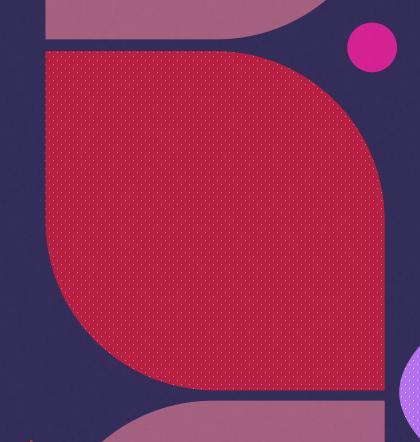


إيجاد محدد المصفوفات الأكبر

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} a & b & c & d \\ e & f & g & h \\ i & j & k & l \\ m & n & o & p \end{bmatrix}$$

Just stay organized and perform careful arithmetic!

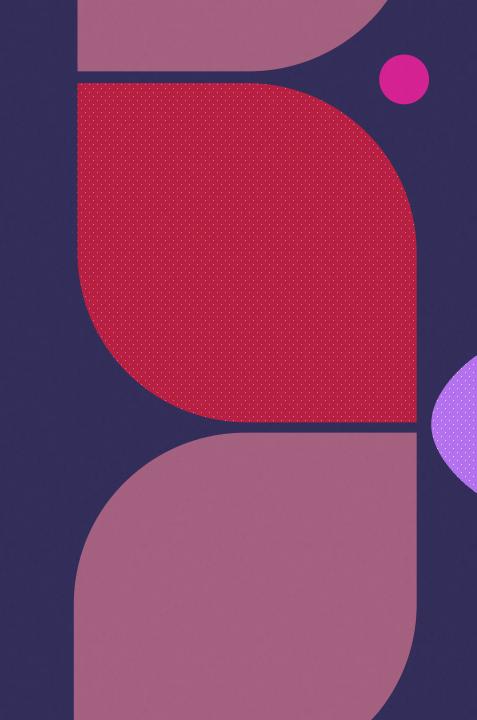
فقط ابق منظمًا وقم بإجراء عمليات حسابية دقيقة!



Checking Comprehension التحقق من الفهم

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 9 & 6 \\ 2 & 3 & -4 & 2 \\ 4 & 0 & 1 & 2 \\ 5 & 1 & 0 & 8 \end{bmatrix}$$

Find determinant A:

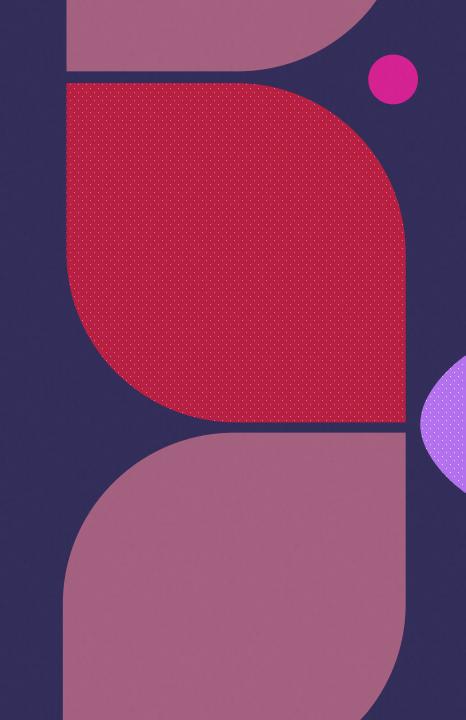


Checking Comprehension التحقق من الفهم

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 9 & 6 \\ 2 & 3 & -4 & 2 \\ 4 & 0 & 1 & 2 \\ 5 & 1 & 0 & 8 \end{bmatrix}$$

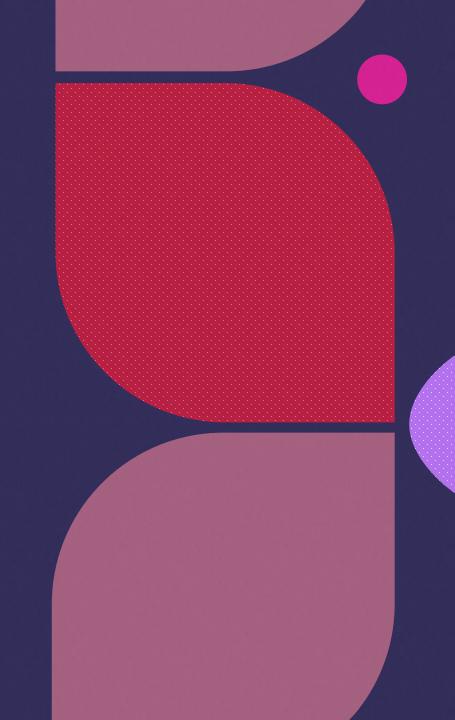
Find determinant A:

$$= -338$$





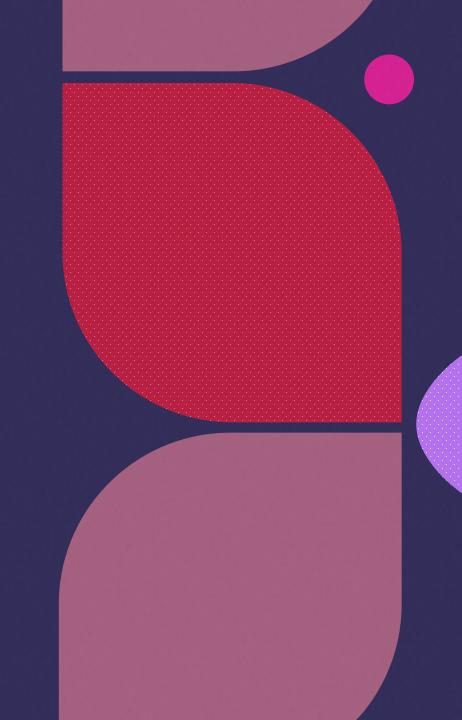
Inverse functions وظائف عکسیة f⁻¹(x)



Inverse functions وظائف عکسیة f(x) = 2x + 3

$$y = 2x + 3$$

 $x = 2y + 3$
Solve for $y - 1 - 1$
 $y = (x - 3) / 2$
 $f^{-1}(x) = (x - 3) / 2$

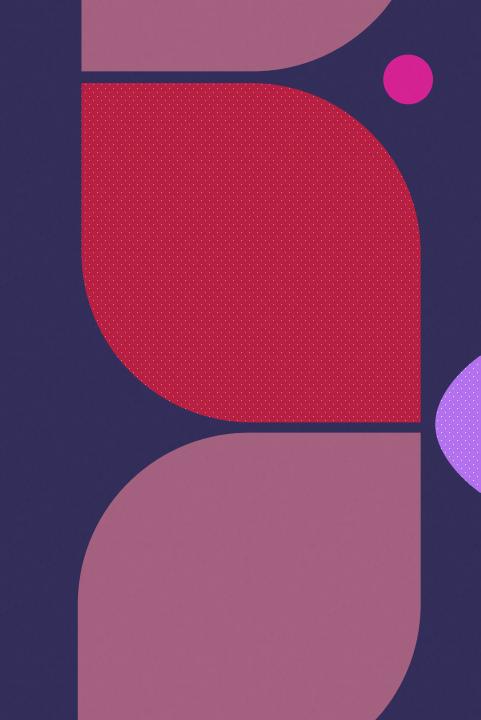


Defining the Inverse Matrix تعريف المصفوفة العكسية

$$\begin{array}{c} A \longrightarrow A^{-1} \\ matrix & inverse \\ matrix \end{array}$$

$$A^{-1} \neq \frac{1}{A}$$

This does NOT mean reciprocal وهذا لا يعني المعاملة بالمثل



Defining the Inverse Matrix تعريف المصفوفة العكسية

numbers

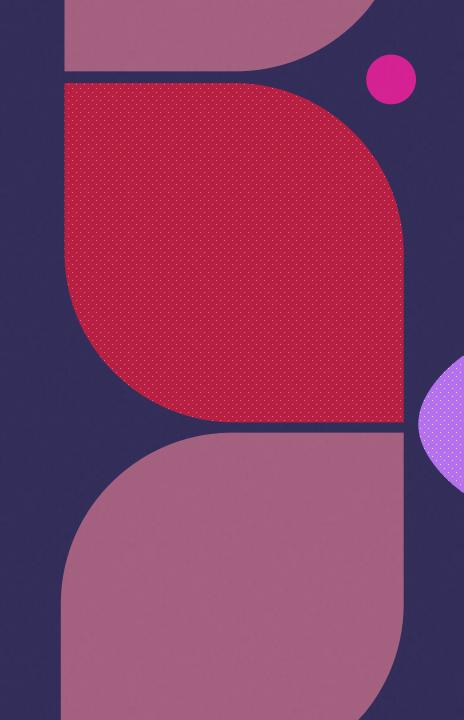
$$\times \cdot \frac{1}{x} = 1$$

matrices

$$AA^{-1} = I$$
 $A^{-1}A = I$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Identity matrix



$$A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$$

 $AA^{-1} = I$ What will this be?

ماذا سبكون هذا؟

$$A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \qquad A^{-1} = \frac{1}{ad - bc} \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$$

```
a and d swap positions (۱) مواقع مبادلة and c switch their sign (۲) مانديل علامتهم b and c switch their sign (۲) القسمة على المحدد divide by the determinant (۳)
```

$$A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \qquad A^{-1} = \frac{1}{ad - bc} \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$$

$$A^{-1}A = \frac{1}{ad - bc} \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} ad - bc & bd - bd \\ -ac + ac & ad - bc \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \qquad A^{-1} = \frac{1}{ad - bc} \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$$

$$A^{-1}A = \frac{1}{ad-bc} \begin{bmatrix} ad-bc & 0 \\ 0 & ad-bc \end{bmatrix}$$

$$A^{-1}A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \qquad A^{-1} = \frac{1}{ad - bc} \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$$

```
a and d swap positions (۱) مواقع مبادلة and c switch their sign (۲) مانديل علامتهم b and c switch their sign (۲) القسمة على المحدد divide by the determinant (۳)
```

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$$

$$A^{-1} = \frac{1}{det(A)}$$

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} \qquad A^{-1} = \frac{1}{-1} \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ -3 & 4 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} \qquad A^{-1} = \frac{1}{-1} \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ -3 & 4 \end{bmatrix}$$

$$AA^{-1} = \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -2 & 3 \\ 3 & -4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 3 & -4 \end{bmatrix}$$

$$-8 + 9 = 1$$

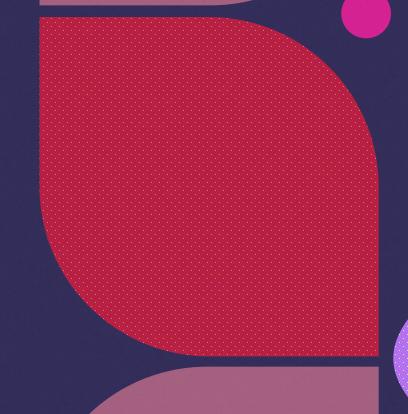
$$A = \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} \qquad A^{-1} = \frac{1}{-1} \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ -3 & 4 \end{bmatrix}$$

$$AA^{-1} = \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -2 & 3 \\ 3 & -4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} \qquad A^{-1} = \frac{1}{-1} \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ -3 & 4 \end{bmatrix}$$

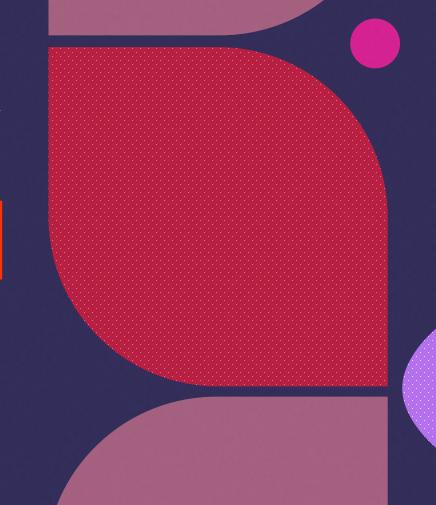
$$AA^{-1} = \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -2 & 3 \\ 3 & -4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \end{bmatrix}$$

$$-6 + 6 = 0$$



$$A = \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} \qquad A^{-1} = \frac{1}{-1} \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ -3 & 4 \end{bmatrix}$$

$$AA^{-1} = \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -2 & 3 \\ 3 & -4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$



$$A = \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} \qquad A^{-1} = \frac{1}{-1} \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ -3 & 4 \end{bmatrix}$$

$$AA^{-1} = \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -2 & 3 \\ 3 & -4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

The identity matrix confirms this inverse relationship قوكد identity matrix هذه العلاقة العكسية

Solving equations with matrices حل المعادلات مع المصفوفات

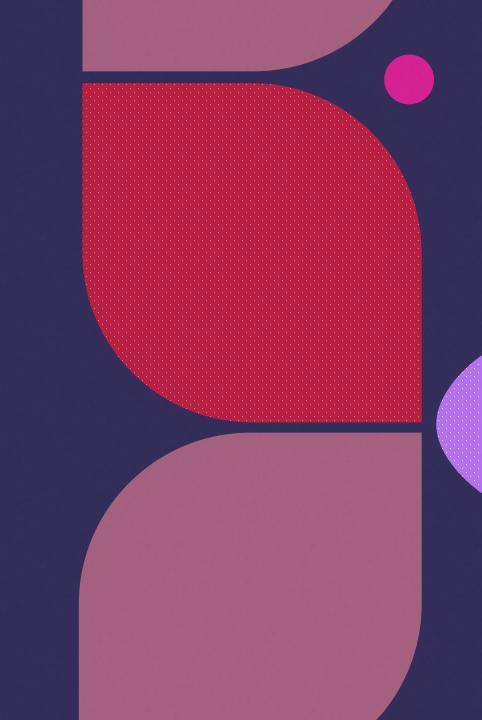
(inverse matrices act as matrix division)

(المصفوفات العكسية بمثابة تقسيم المصفوفات)

$$\frac{XA}{A} = \frac{B}{A}$$

this is not possible

هذا غير ممكن



Solving equations with matrices حل المعادلات مع المصفوفات

(inverse matrices act as matrix division) (المصفوفات العكسية بمثابة تقسيم المصفوفات)

$\mathbf{X}A\mathbf{A}^{-1} = \mathbf{B}\mathbf{A}^{-1}$

a matrix times its inverse yields an identity matrix

identity matrix مصفوفة مضروبة في معكوسها تنتج (like cancelling out the matrix) (مثل إلغاء المصفوفة)

Solving equations with matrices حل المعادلات مع المصفوفات (inverse matrices act as matrix division) (المصفوفات العكسية بمثابة تقسيم المصفوفات)

 $XI = BA^{-1}$

a matrix times its inverse yields an identity matrix

identity matrix مصفوفة مضروبة في معكوسها تنتج (like cancelling out the matrix) (مثل إلغاء المصفوفة)

Solving equations with matrices حل المعادلات مع المصفوفات

(inverse matrices act as matrix division) (المصفوفات العكسية بمثابة تقسيم المصفوفات)

 $X = BA^{-1}$

a matrix times its inverse yields an identity matrix

identity matrix مصفوفة مضروبة في معكوسها تنتج (like cancelling out the matrix) (مثل إلغاء المصفوفة)

Solving equations with matrices حل المعادلات مع المصفوفات (inverse matrices act as matrix division) (المصفوفات العكسية بمثابة تقسيم المصفوفات)

 $X = BA^{-1}$

this is only possible if the two matrices have appropriate dimensions وهذا ممكن فقط إذا كانت المصفوفتان لهما أبعاد مناسبة

Solving equations with matrices حل المعادلات مع المصفوفات

(inverse matrices act as matrix division) (المصفوفات العكسية بمثابة تقسيم المصفوفات)

$$XAA^{-1} = BA^{-1}$$

$$\uparrow$$

matrix multiplication is MOT commutative ضرب المصفوفة ليس تبادليًا (place inverse matrix in same position on both sides) (ضع المصفوفة العكسية في نفس الموضع على كلا الجانبين)

Solving equations with matrices حل المعادلات مع المصفوفات

(inverse matrices act as matrix division)

(المصفوفات العكسية بمثابة تقسيم المصفوفات)

$$A^{-1}AX = A^{-1}B$$

matrix multiplication is NOT commutative ضرب المصفوفة ليس تبادليًا (place inverse matrix in same position on both sides) (ضع المصفوفة العكسية في نفس الموضع على كلا الجانبين)

Solving equations with matrices حل المعادلات مع المصفوفات

(inverse matrices act as matrix division) (المصفوفات العكسية بمثابة تقسيم المصفوفات)

 $A^{-1}AX = A^{-1}B$

matrix multiplication is NOT commutative ضرب المصفوفة ليس تبادليًا (place inverse matrix in same position on both sides) (ضع المصفوفة العكسية في نفس الموضع على كلا الجانبين)

Solving equations with matrices حل المعادلات مع المصفوفات

(inverse matrices act as matrix division) (المصفوفات العكسية بمثابة تقسيم المصفوفات)

 $IX = A^{-1}B$

matrix multiplication is NOT commutative ضرب المصفوفة ليس تبادليًا (place inverse matrix in same position on both sides) (ضع المصفوفة العكسية في نفس الموضع على كلا الجانبين)

Solving equations with matrices حل المعادلات مع المصفوفات

(inverse matrices act as matrix division) (المصفوفات العكسية بمثابة تقسيم المصفوفات)

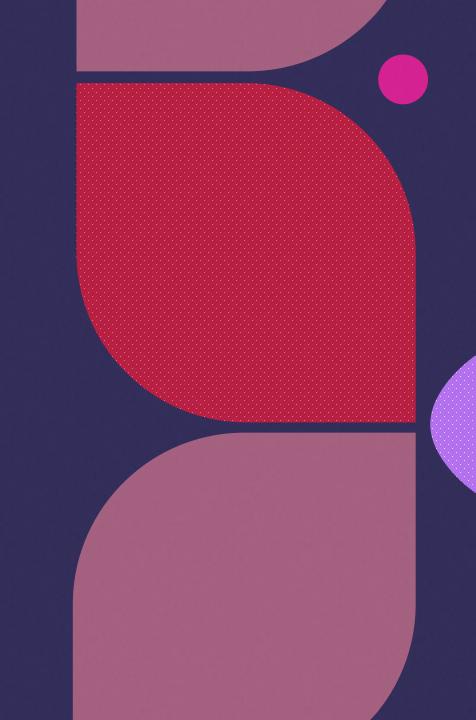
$$X = A^{-1} B$$

matrix multiplication is MOT commutative ضرب المصفوفة ليس تبادليًا (place inverse matrix in same position on both sides) (ضع المصفوفة العكسية في نفس الموضع على كلا الجانبين)

taking the inverse of a product of matrices

أخذ معكوس منتج المصفوفات

$$(BA)^{-1} = A^{-1} B^{-1}$$



Not every matrix will have an inverse لن يكون لكل مصفوفة معكوس

$$A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$$

If det(A) = 0 then:

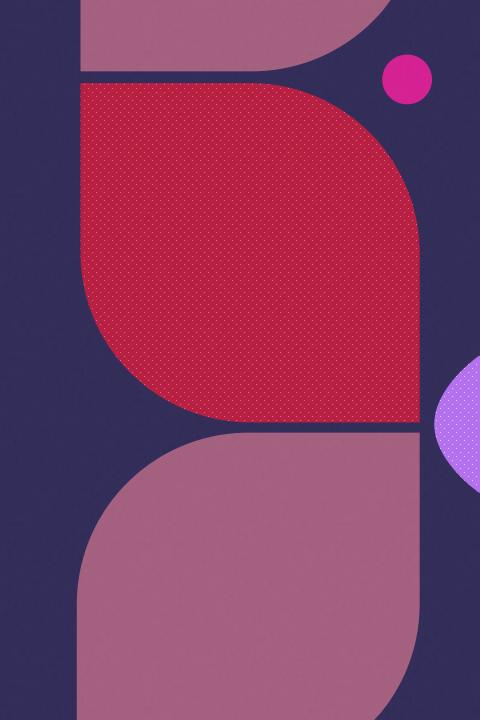
غير معرف
$$A^{-1} = \frac{1}{0} \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix} = undefined$$

Not every matrix will have an inverse لن يكون لكل مصفوفة معكوس

$$A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$$

If det(A) = 0 then:

A is a singular matrix هي مصفوفة مفردة

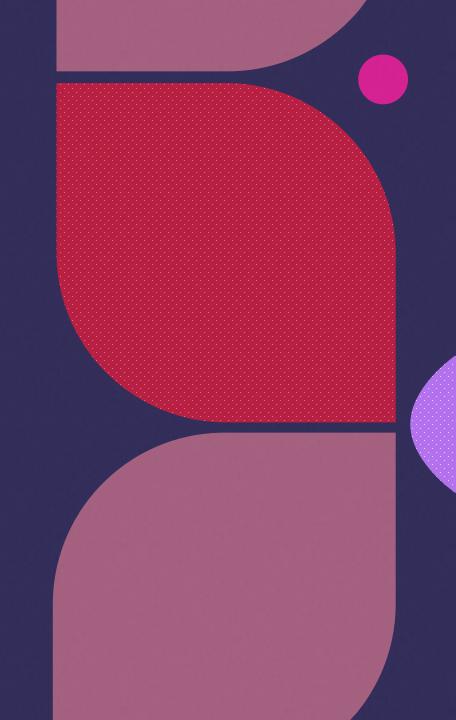


إيجاد معكوس مصفوفة ثلاثة في ثلاثة

$$\begin{bmatrix}
1 & 2 & 3 \\
0 & 1 & 4 \\
5 & 6 & 0
\end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix}
-24 \\
\end{bmatrix}$$

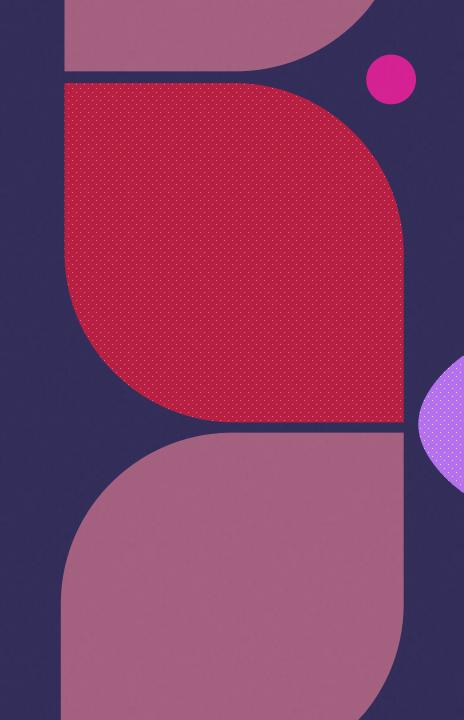
$$(1)(0) - (4)(6) = -24$$



إيجاد معكوس مصفوفة ثلاثة في ثلاثة

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 4 \\ 5 & 6 & 0 \end{bmatrix} \longrightarrow \begin{bmatrix} -24 & -20 \\ & & & \end{bmatrix}$$

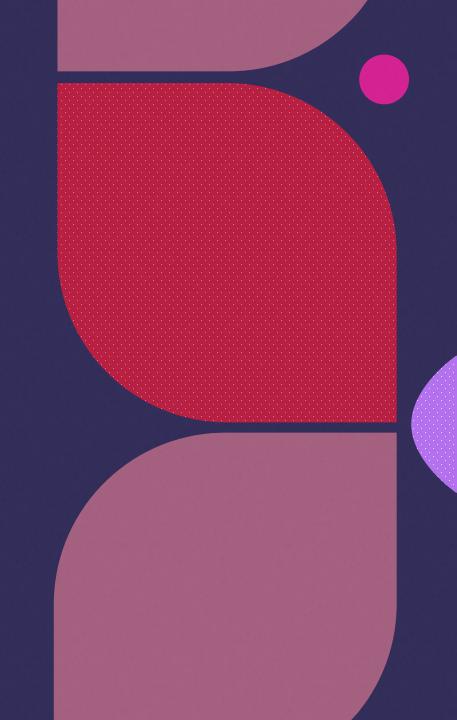
$$(0)(0) - (4)(5) = -20$$



إيجاد معكوس مصفوفة ثلاثة في ثلاثة

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{2}{3} \\ 0 & 1 \\ 5 & 6 \end{bmatrix} \longrightarrow \begin{bmatrix} -24 & -20 & -5 \\ \end{bmatrix}$$

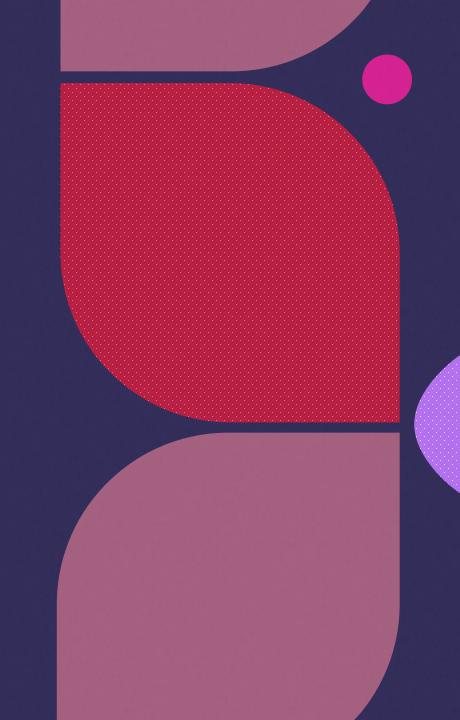
$$(0)(6) - (1)(5) = -5$$



إيجاد معكوس مصفوفة ثلاثة في ثلاثة

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 4 \\ 5 & 6 & 0 \end{bmatrix} \longrightarrow \begin{bmatrix} -24 & -20 & -5 \\ -18 & & & \end{bmatrix}$$

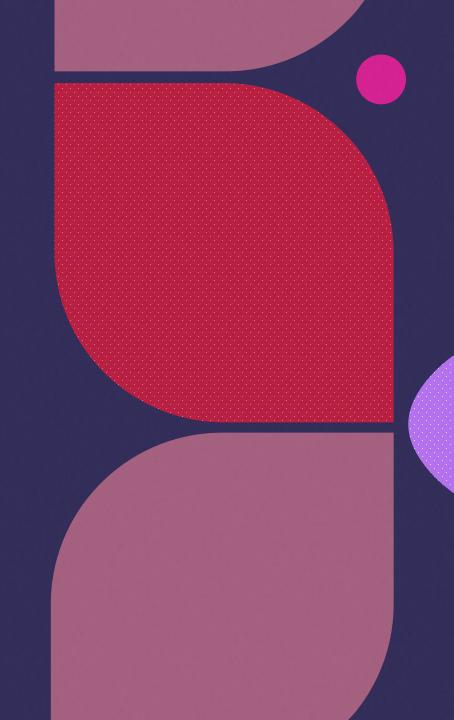
$$(2)(0) - (3)(6) = -18$$



إيجاد معكوس مصفوفة ثلاثة في ثلاثة

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 4 \\ 5 & 6 & 0 \end{bmatrix} \longrightarrow \begin{bmatrix} -24 & -20 & -5 \\ -18 & -15 & -4 \end{bmatrix}$$

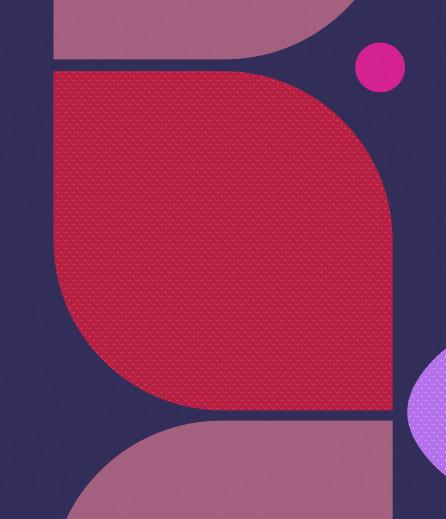
$$(1)(6) - (2)(5) = -4$$



إيجاد معكوس مصفوفة ثلاثة في ثلاثة

$$\begin{bmatrix}
1 & 2 & 3 \\
0 & 1 & 4 \\
5 & 6 & 0
\end{bmatrix}
\longrightarrow
\begin{bmatrix}
-24 & -20 & -5 \\
-18 & -15 & -4 \\
5
\end{bmatrix}$$

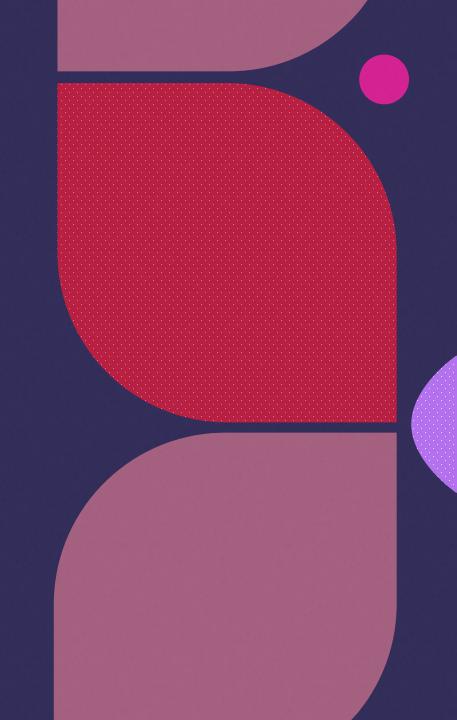
$$(2)(4) - (3)(1) = 5$$



إيجاد معكوس مصفوفة ثلاثة في ثلاثة

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 4 \\ \hline 5 & 6 & 0 \end{bmatrix} \longrightarrow \begin{bmatrix} -24 & -20 & -5 \\ -18 & -15 & -4 \\ \hline 5 & 4 \end{bmatrix}$$

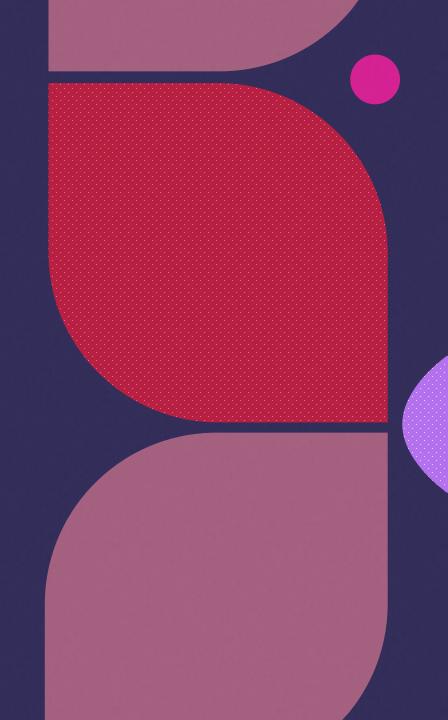
$$(1)(4) - (3)(0) = 4$$



إيجاد معكوس مصفوفة ثلاثة في ثلاثة

$$\begin{bmatrix}
1 & 2 & 3 \\
0 & 1 & 4 \\
\hline
5 & 6 & 0
\end{bmatrix}
\longrightarrow
\begin{bmatrix}
-24 & -20 & -5 \\
-18 & -15 & -4 \\
5 & 4 & 1
\end{bmatrix}$$

$$(1)(1) - (2)(0) = 1$$



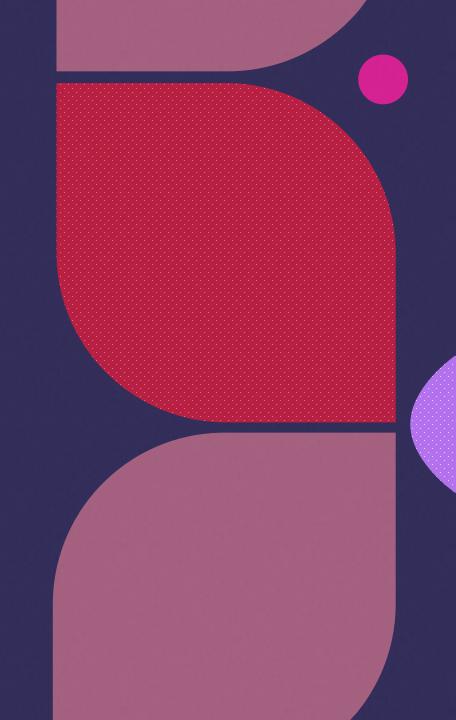
Finding the Inverse of a Three-By-Three Matrix إيجاد معكوس مصفوفة ثلاثة في ثلاثة

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 4 \\ \hline 5 & 6 & 0 \end{bmatrix} \longrightarrow \begin{bmatrix} -24 & -20 & -5 \\ -18 & -15 & -4 \\ 5 & 4 & 1 \end{bmatrix}$$
Matrix of minors

إيجاد معكوس مصفوفة ثلاثة في ثلاثة

Step 2: Generate the Matrix of Cofactors الخطوة ٢: إنشاء مصفوفة العوامل المساعدة

$$\begin{bmatrix} -24 & -20 & -5 \\ -18 & -15 & -4 \\ 5 & 4 & 1 \end{bmatrix} \longrightarrow \begin{bmatrix} + & - & + \\ - & + & - \\ + & - & + \end{bmatrix}$$
Matrix of minors
$$\begin{bmatrix} + & - & + \\ - & + & - \\ + & - & + \end{bmatrix}$$
Matrix of cofactors



إيجاد معكوس مصفوفة ثلاثة في ثلاثة

Step 2: Generate the Matrix of Cofactors الخطوة ٢: إنشاء مصفوفة العوامل المساعدة

$$\begin{bmatrix}
 -24 & -20 & -5 \\
 -18 & -15 & -4 \\
 5 & 4 & 1
 \end{bmatrix}
 \begin{bmatrix}
 -24 & - & -5 \\
 - & -15 & - \\
 5 & - & 1
 \end{bmatrix}$$
Matrix of minors

Matrix of cofactors

corner and center entries مداخل الزاوية والوسط will remain as they are سيبقون كما هم

إيجاد معكوس مصفوفة ثلاثة في ثلاثة

Step 2: Generate the Matrix of Cofactors الخطوة ٢: إنشاء مصفوفة العوامل المساعدة

$$\begin{bmatrix}
-24 & -20 & -5 \\
-18 & -15 & -4 \\
5 & 4 & 1
\end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix}
-24 & 20 & -5 \\
18 & -15 & 4 \\
5 & -4 & 1
\end{bmatrix}$$

Matrix of minors

Matrix of cofactors

the other four entries will have their signs inverted

الإدخالات الأربعة الأخرى ستكون علاماتها مقلوبة

إيجاد معكوس مصفوفة ثلاثة في ثلاثة

Step 3: Find the Adjugate/Adjoint الخطوة ٣: ابحث عن المساعد/المجاور

$$\begin{bmatrix}
-24 & 20 & -5 \\
18 & -15 & -4 \\
5 & 4 & 1
\end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix}
-24 \\
-15 \\
1
\end{bmatrix}$$
Matrix of cofactors
$$adjugate/adjoint$$

إيجاد معكوس مصفوفة ثلاثة في ثلاثة

Step 3: Find the Adjugate/Adjoint الخطوة ٣: ابحث عن المساعد/المجاور

$$\begin{bmatrix}
-24 & 20 & -5 \\
18 & -15 & -4 \\
5 & 4 & 1
\end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix}
-24 & 18 \\
20 & -15 \\
1
\end{bmatrix}$$
Matrix of cofactors
$$\begin{bmatrix}
-24 & 18 \\
20 & -15 \\
1
\end{bmatrix}$$
adjugate/adjoint

إبجاد معكوس مصفوفة ثلاثة في ثلاثة

Step 3: Find the Adjugate/Adjoint الخطوة ٣: ابحث عن المساعد/المجاور

$$\begin{bmatrix}
-24 & 20 & -5 \\
18 & -15 & -4 \\
5 & 4 & 1
\end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix}
-24 & 18 & 5 \\
20 & -15 \\
-5 & 1
\end{bmatrix}$$
Matrix of cofactors
$$adjugate/adjoint$$

إيجاد معكوس مصفوفة ثلاثة في ثلاثة

Step 3: Find the Adjugate/Adjoint الخطوة ٣: ابحث عن المساعد/المجاور

$$\begin{bmatrix}
-24 & 20 & -5 \\
18 & -15 & -4 \\
5 & 4 & 1
\end{bmatrix}$$

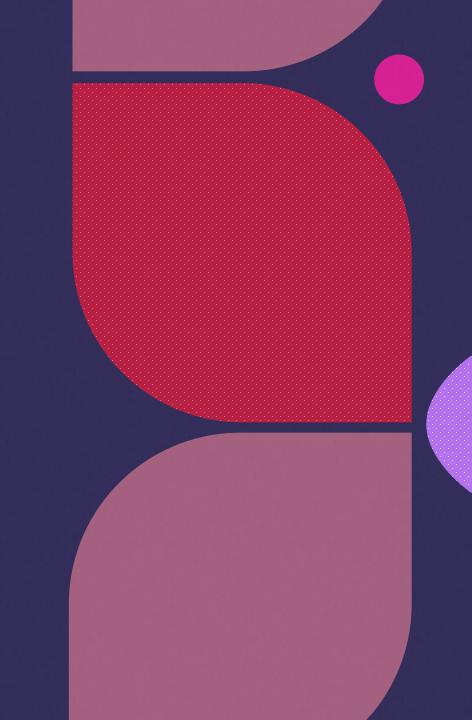
$$\begin{bmatrix}
-24 & 18 & 5 \\
20 & -15 & 4 \\
-5 & -4 & 1
\end{bmatrix}$$
Matrix of cofactors
$$\begin{bmatrix}
-24 & 18 & 5 \\
20 & -15 & 4 \\
-5 & -4 & 1
\end{bmatrix}$$
adjugate/adjoint

إبجاد معكوس مصفوفة ثلاثة في ثلاثة

Step 4: Divide Adjugate by Determinant الخطوة ٤: قسمة المساعد على المحدد

إيجاد معكوس مصفوفة ثلاثة في ثلاثة

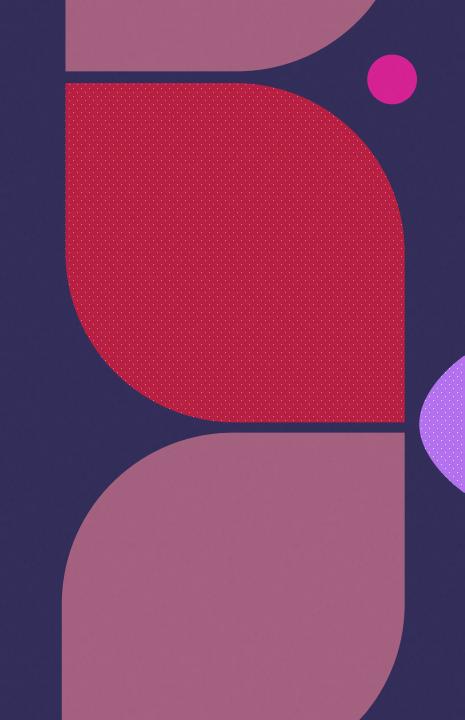
$$\begin{bmatrix} -24 & 18 & 5 \\ 20 & -15 & -4 \\ -5 & 4 & 1 \end{bmatrix} \quad \begin{array}{c|cccc} & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 4 \\ 5 & 6 & 0 \\ \end{array}$$



إيجاد معكوس مصفوفة ثلاثة في ثلاثة

Step 4: Divide Adjugate by Determinant

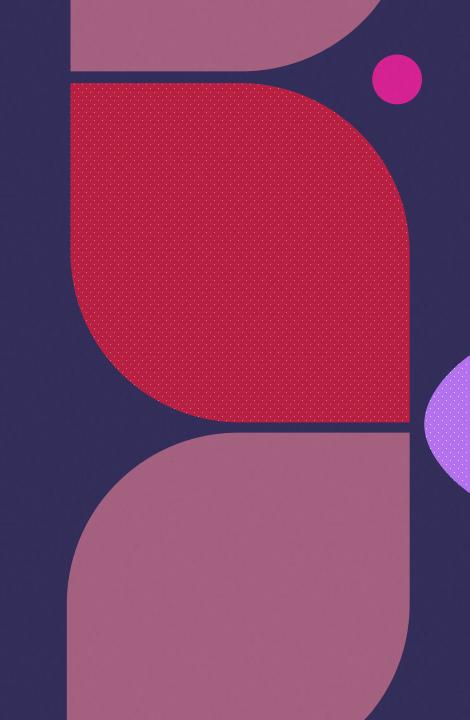
$$\begin{bmatrix} -24 & 18 & 5 \\ 20 & -15 & -4 \\ -5 & 4 & 1 \end{bmatrix} \longrightarrow \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 4 \\ 5 & 6 & 0 \end{bmatrix}$$



إيجاد معكوس مصفوفة ثلاثة في ثلاثة

Step 4: Divide Adjugate by Determinant

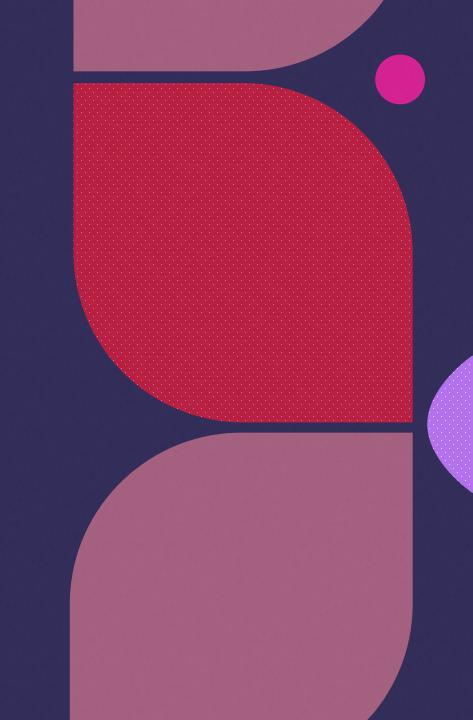
$$\begin{bmatrix} -24 & 18 & 5 \\ 20 & -15 & -4 \\ -5 & 4 & 1 \end{bmatrix} \quad \begin{array}{c|cccc} & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 4 \\ 5 & 6 & 0 \\ \end{array}$$



إيجاد معكوس مصفوفة ثلاثة في ثلاثة

Step 4: Divide Adjugate by Determinant

الخطوة ٤: قسمة المساعد على المحدد



إبجاد معكوس مصفوفة ثلاثة في ثلاثة

Step 4: Divide Adjugate by Determinant

الخطوة ٤: قسمة المساعد على المحدد

$$\begin{bmatrix} -24 & 18 & 5 \\ 20 & -15 & -4 \\ -5 & 4 & 1 \end{bmatrix} \stackrel{\bullet}{=} 1$$

adjugate/adjoint

Divide every entry in the adjugate by this determinant

قم بتقسيم كل إدخال في المساعد على هذا المحدد

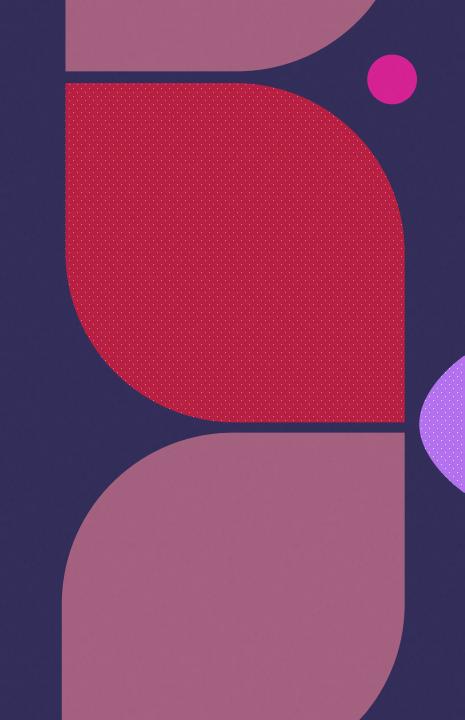
إيجاد معكوس مصفوفة ثلاثة في ثلاثة

Step 4: Divide Adjugate by Determinant

الخطوة ٤: قسمة المساعد على المحدد

$$\begin{bmatrix} -24 & 18 & 5 \\ 20 & -15 & -4 \\ -5 & 4 & 1 \end{bmatrix}$$

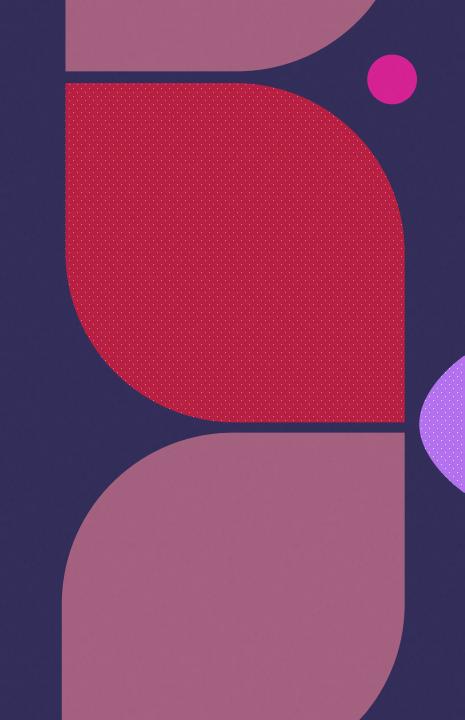
This is our final answer for the inverse matrix هذه هي الإجابة النهائية للمصفوفة العكسية



إيجاد معكوس مصفوفة ثلاثة في ثلاثة

```
(each entry is a particular determinant)
                (كل إدخال هو محدد معين)
       (follow the plus/minus checkerboard)
              (اتبع رقعة الشطرنج زائد/ناقص)
    (transpose entries across the main diagonal)
            (تبديل الإدخالات عبر القطر الرئيسي)
(divide each entry by determinant of original matrix)
```

(اقسم كل إدخال على محدد المصفوفة الأصلية)



Finding the Inverse of a Three-By-Three Matrix إيجاد معكوس مصفوفة ثلاثة في ثلاثة

 [1
 2
 3]

 0
 1
 4]

 5
 6
 0]

Finding the inverse of this matrix was rather laborious

العثور على معكوس هذه المصفوفة أمرًا كان العثور على معكوس هذه المصفوفة أمرًا شاقًا إلى حد ما

Finding the Inverse of Larger Matrices إيجاد معكوس المصفوفات الأكبر

 1
 2
 3
 4

 0
 1
 4
 9

 5
 6
 0
 1

 8
 2
 1
 3

Finding the inverse of this matrix would require an incredible number of steps يتطلب العثور على معكوس هذه المصفوفة عددًا لا يصدق من الخطوات

Finding the Inverse of Larger Matrices إيجاد معكوس المصفوفات الأكبر

```
      1
      2
      3
      4

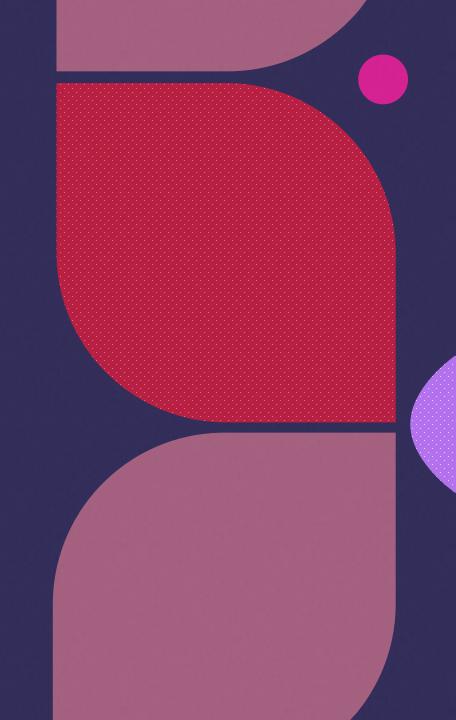
      0
      1
      4
      9

      5
      6
      0
      1

      8
      2
      1
      3
```

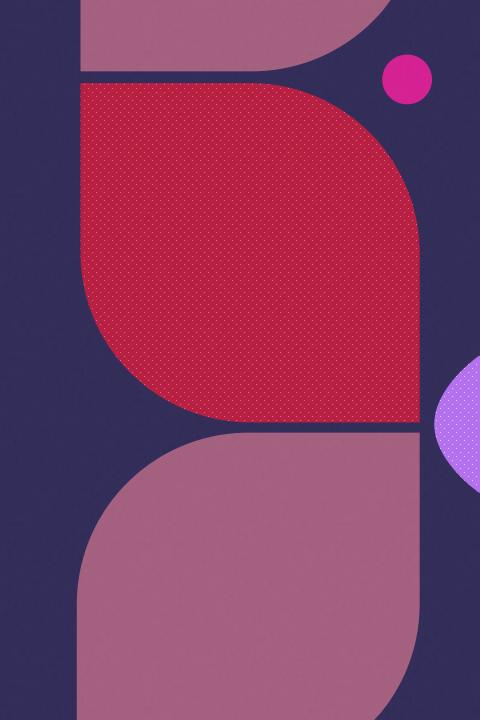
We would use a matrix calculator سوف نستخدم حاسبة المصفو فات

Inverse matrices المصفوفات العكسية



Matrices

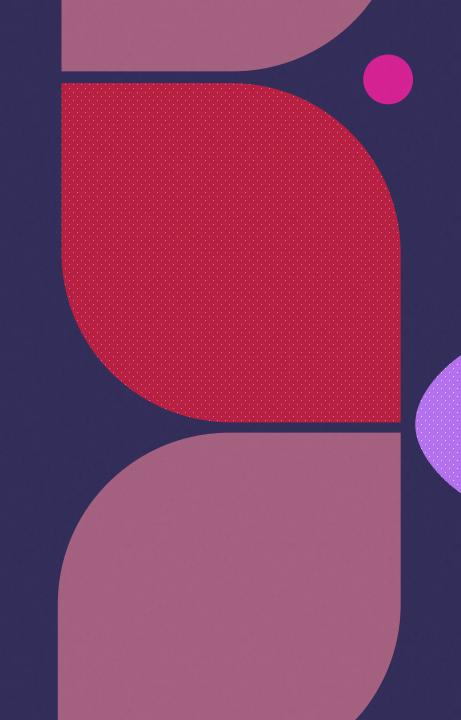
Addition Subtraction Multiplication Determinants nversesامعکوس



Checking Comprehension التحقق من الفهم

Find the inverse of the following matrix: أوجد معكوس المصفوفة التالية:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & -3 \\ 2 & -2 & 1 \\ 0 & -1 & 3 \end{bmatrix}$$



Checking Comprehension التحقق من الفهم

Find the inverse of the following matrix: أوجد معكوس المصفوفة التالية:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & -3 \\ 2 & -2 & 1 \\ 0 & -1 & 3 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -5 & 3 & -6 \\ -6 & 3 & -7 \\ -2 & 1 & -2 \end{bmatrix}$$

