UFF - Instituto de Matemática - Departamento de Análise

1^a Prova de Álgebra Linear - 04/11/04

Prof. Ana Isabel

Justifique todas as suas respostas. Você também será avaliado pela clareza e pela precisão da linguagem utilizada.

1. **(Valor: 1,0)** Mostre que $\mathbb{R}^2 = \text{ger}\left(\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}\right)$

2. **(Valor: 1,5)** Encontre a matriz canônica para a composição dos seguintes operadores lineares de $\mathbb{R}^2$:

   Uma rotação de 45^o no sentido horário, seguida por uma projeção sobre o eixo y e depois por uma rotação de 45^o no sentido horário.

3. **(Valor: 2,0)** Calcule o autovalores da matriz A:
$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 3 & -1 & 3 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

4. **(Valor: 0,5)**Dada uma matriz A 3×5, explique por que suas colunas devem ser LD.

5. **(Valor: 2,0)** Dada a transformação linear $T : \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^3$ tal que $T\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x - y + 2z \\ 3x + y + 2z \\ 2x + 3y - z \end{pmatrix}$, calcule T^{-1}, caso exista.

6. **(Valor: 1,5)** Calcule o determinante de A usando expansão em cofatores:
$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 3 \\ 2 & 5 & 2 & 6 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 4 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

7. **(Valor: 1,5)** Determine todos os valores de k para os quais A é inversível
$$A = \begin{pmatrix} k & k & 0 \\ k^2 & 2 & k \\ 0 & k & k \end{pmatrix}$$
.