Universidade Federal de Pernambuco (UFPE)
Centro Acadêmico do Agreste
Núcleo de Tecnologia
Lista 3 de Álgebra Linear
Prof. Fernando RL Contreras

Sejam os seguintes problemas

1. Se A é uma forma bilinear simétrica e Q a forma quadratica associada a ela mostre que $A(v,w) = \frac{1}{4}Q(v+w) - \frac{1}{4}Q(v-w)$.
Exer 10 pag. 282 Boldrini

2. Seja $Q(x,y) = x^2 + 12xy - 4y^2$. Determine uma base β tal que: $[v_\beta = \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \end{bmatrix}$ e $Q(v) = ax_1^2 + by_1^2$.
Exer 9, pag. 282 Boldrini

3. (a) Seja $A((x,y),(x^{'},y^{'})) = 3xx^{'} + yy^{'}$. Ache a forma quadrática $Q : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}$ associada a A.
(b) Seja $Q(x,y) = 2x^2 + 4xy - y^2$. Ache a matriz da forma bilinear associada.
Exer 8, pag. 282 Boldrini

4. (a) Seja $A : \mathbb{R}^3 \times \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}$ definida por $A((x,y,z),(x^{'},y^{'},z^{'})) = xy^{'} + xz^{'} - yx^{'} - zy^{'} + zz^{'}$. Ache a matriz de A em relação às bases $i)$ canônica $ii)$ $\{(1,1,1),(1,1,0),(0,1,0)\}$.
(b) $A : \mathbb{R}^2 \times \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}$ definida por $A((x,y),(x^{'},y^{'})) = xy^{'} - yx^{'}$ e $\alpha = \{(1,1),(-1,1)\}$. Ache $[A]^\alpha_\alpha$.
Exer 6, pag. 281 Boldrini

5. Verifique se as aplicações abaixo são formas bilineares.
(a) $F : \mathbb{R}^2 \times \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}$. Definida por $F((x_1,y_1),(x_2,y_2)) = x_1 + y_2$.
(b) $G : V \times V \longrightarrow \mathbb{R}$ definida por $G(u,v) = \langle u,v \rangle$
Exer 2, pag. 281 Boldrini

6. Uma forma bilinear f sobre $\mathbb{R}^3$ esta caracterizada pela matriz $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 1 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$.
$i)$ Obter $f(u,v)$.
$ii)$ Determinar a matriz de f com respeito da base $\{(1,1,1),(1,1,0),(1,0,0)\}$.
Exer 9-17, pag. 321 Armando Rojo

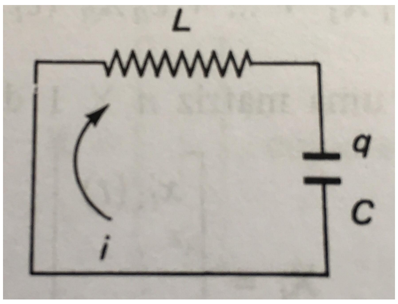
7. Seja a forma bilinear $f(u,v) = ax_1y_1 + cx_1y_2 + cx_2y_2$. Que condições devem satisfazer a, b e c para que:
(a) $f(u,v) = f(v,u)$ para todo $u, v, \in \mathbb{R}^2$.
(b) $f(u,v) = -f(v,u)$ para todo $u, v, \in \mathbb{R}^2$.
Exer 8, pag. 215 Caliolli

8. Identifique a figura.
(a). $3x^2 + 2y^2 + 3z^2 + 2xz = 2$
(b). $y^2 + 2z^2 + 2\sqrt{3}yz = 0$
(c). $3x^2 + 2xy + 3y^2 - \sqrt{2}x = 0$
(d). $3x^2 - 4\sqrt{3}xy - y^2 + 20y - 25 = 0$
Exer 11.6, pag. 305 Boldrini

9. Identifique a figura e ache sua posição (esboçar) quando a sua equação é:
   (a). $-5y^2+2xy-8xz+2yz=0$
   (b). $x^2+xy+y^2-3=0$
   (c). $9x^2+16y^2+25z^2+24xy-40x+30y=0$
   (d). $xy+x+y=0$
   Exer 11.6, pag. 305 Boldrini

10. Dê a solução do sistema lineares:
   (a) $\begin{cases} \frac{dx}{dt} = -9x+19y+4z, \\ \frac{dy}{dt} = -3x+7y+z, \\ \frac{dz}{dt} = -7x+17y+2z \end{cases}$
   (b) $\begin{cases} \frac{dx}{dt} = 4x-3y, \\ \frac{dy}{dt} = 5x-4y \end{cases}$ com condição inicial $x(0)=1$, $y(0)=2$
   (c) $\begin{cases} \frac{dx}{dt} = x+y, \\ \frac{dy}{dt} = -x+3y \end{cases}$
   (d) $\begin{cases} \frac{dx}{dt} = -5x, \\ \frac{dy}{dt} = -5y \end{cases}$ com condição inicial $x(0)=1$, $y(0)=2$
   Exer xxx, pag. 329 Boldrini

11. Num circuito LC, seja um indutor de indutância L ligado em série com um capacitor de capacitância C. Seja i a corrente que circula no circuito e q a carga no capacitor.



   Suponhamos incialmente, que a corrente no circuito seja i_o e o capacitor tenha carga q_o. sabendo que a diferença de potencial no indutor é $L\frac{di}{dt}$ e no capacitor $\frac{q}{C}$, temos o sistema de equações diferencias
   $\begin{cases} L\frac{di}{dt} + \frac{q}{C} = 0, \\ \frac{dq}{dt} = i \end{cases}$
   Encontre as expressões de carga e da corrente em função do tempo.
   Exer 6, pag. 330 Boldrini

12. Uma colonia de bactérias cresce a uma razão diretamente proporcional ao número de bactérias presentes. (Se chamarmos de $B(t)$ a quantidade de bactérias depois de um tempo t, isto significa que $\frac{d}{dt}B(t) = kB(t)$, $k = constante$.) Se o número de bactérias triplica em duas horas, quanto tempo será necessário para que tenhamos cinquenta vezes a quantidade inicial ?
   Exer 1, pag. 329 Boldrini