Lista 1

Algebra Linear
Engenharia Civil, 2do Periodo

13 de março de 2018

1. Exprima cada vetor do conjunto $\{u, v, w, z\} \subset E$ como combinação linear dos vetores $\{w, u+3z, v-2u+3w, 5z\}$.

2. Obtenha uma base para o subespaço vetorial gerado por cada um dos seguintes conjuntos e, consequentemente, determine a dimensão daquele subespaço:

   (a) $\{(1,2,3,4),(3,4,7,10),(2,1,3,5)\}$

   (b) $\{(1,3,5),(-1,3,-1),(1,21,1)\}$

   (c) $\{(1,2,3),(1,4,9),(1,8,27)\}$

3. Prove que o sistema:

$$\begin{aligned} x+2y+3z-3t &= a \\ 2x-5y-3z+12t &= b \\ 7x+y+8z+5t &= c \end{aligned}$$

   Admite solução se, e somente se, $37a+13b=9c$. Ache a solução geral do sistema quando $a=2$ e $b=4$.

4. Ache uma base para o núcleo de cada uma das transformações lineares a seguir:
(a) $F : R^3 \longrightarrow R^3$, $F(x,y,z) = (-3y+4z, 3x-5z, -4x+5y)$

(b) $C : R^4 \longrightarrow R^3$, $C(x,y,z,t) = (2x+y-z+3t, x-4y+2z+t, y+4z-t)$

5. Use escalonamento para resolver o seguinte Sistema Linear

$$\begin{aligned} x+y+t &= 0 \\ x+2y+z+t &= 1 \\ 3x+3y+z+2t &= -1 \\ y+3z-t &= 3 \end{aligned}$$

6. Obtenha os numeros a, b, c tais que $ax+by+cz=0$ seja a equação do plano gerado pelas colunas da matriz
$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 4 \end{bmatrix}$$

7. **Definição**. Seja $P : R^2 \longrightarrow R^2$ a projeção ortogonal sobre uma certa certa reta r. Para todo v sobre a reta r, tem-se $P(v) = v$. Assim, para qualquer $v \in R^2$ tem-se $P(P(v)) = P(v)$, pois $P(v)$ esta sobre a reta r. Determine a matriz da projeção $P : R^2 \longrightarrow R^2$, $p(x,y) = (x,0)$ relativamente à base $\{u,v\} \subset R^2$, onde $u = (1,1)$ e $v = (1,2)$.

8. Usando a **definição** anterior , prove que o operador $P : R^2 \longrightarrow R^2$, dado por $P(x,y) = (-2x-4y, \frac{3}{2}x+3y)$ é a projeção sobre uma reta. Determine o núcleo e a imagem de P.

9. Encontre os números a, b, c, d de modo que o operador $F : R^2 \longrightarrow R^2$, dado por $F(x,y) = (ax+by, cx+dy)$ tenha como núcleo a reta $y = 3x$.

10. Mostre que os vetores $u = (1,1,1)$, $v = (1,2,3)$ e $w = (1,4,9)$ formam uma base de R^3. Exprima cada um dos vetores e_1, e_2, e_3 da base canônica de R^3 como combinação linear de u, v e w.

11. Diz-se que uma função $f : X \longrightarrow R$ é limitada quando existe $k > 0$ tal que $|f(x)| \leq k$ para todo $x \in X$. Prove que o conjunto das funções limitadas é um subespaço vetorial de $F(X;R)$.
Note que, $F(X;R)$ é o espaço vetorial das funções reais de variável real $f : X \longrightarrow R$.

12. Seja E um espaço vetorial e $u, v \in E$. O segmento de reta de extremidades u, v é, por definição, o conjunto $[u, v] = \{(1-t)u + tv; 0 \leq t \leq 1\}$.
Um conjunto $X \subset E$ chama-se convexo quando $u, v \in X \Rightarrow [u, v] \subset X$.
Prove que dados a, b, $c \in R$, o conjunto $X = \left\{(x, y) \in R^2; ax + by \leq c\right\}$ é conjunto convexo em R^2

Êxitos...!