

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro Acadêmico do Agreste  
Núcleo de Tecnologia  
Engenharia Civil  
Prova 2 - Álgebra Linear  
Prof. Fernando R. L. Contreras

**Aluno(a):**

1. Seja  $V$  um espaço euclidiano. Demonstrar que a função  $N : V \rightarrow \mathbb{R}$  definida por  $N(u) = \langle u, u \rangle$ . Verifica que:

$$- N(u+v) - N(u) - N(v) = 2 \langle u, v \rangle.$$

$$- \frac{1}{4}N(u+v) - \frac{1}{4}N(u-v) = \langle u, v \rangle.$$

2. Mostre que  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$  é semelhante à matriz  $B = \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$ .

3. Consideremos o  $\mathbb{R}^4$  munido do produto interno usual e seja  $W = \{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4 \mid x + y = 0 \text{ e } 2x - y + z = 0\}$ . Determine uma base ortonormal de  $W$  e uma base ortonormal de  $W^\perp$ .

4. Dada a matriz  $A = \begin{bmatrix} a & 0 & 0 \\ 0 & b & c \\ 0 & c & b \end{bmatrix}$ . Verifique que os autovalores são:  $a$ ,  $b+c$  e  $b-c$ . E ache uma base de autovetores.

Opcional . Forneça uma base distinto da base canônica em  $\mathbb{R}^2$ , e obtenha uma base ortogonal utilizando o processo de ortogonalização de Gram-Schmidt.

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro Acadêmico do Agreste  
Núcleo de Tecnologia  
Engenharia Civil  
Prova 2 - Álgebra Linear  
Prof. Fernando R. L. Contreras

**Aluno(a):**

1. Seja  $V$  um espaço euclidiano. Demonstrar que a função  $N : V \rightarrow \mathbb{R}$  definida por  $N(u) = \langle u, u \rangle$ . Verifica que:

$$- N(u+v) - N(u) - N(v) = 2 \langle u, v \rangle.$$

$$- \frac{1}{4}N(u+v) - \frac{1}{4}N(u-v) = \langle u, v \rangle.$$

2. Mostre que  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$  é semelhante à matriz  $B = \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$ .

3. Consideremos o  $\mathbb{R}^4$  munido do produto interno usual e seja  $W = \{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4 \mid x + y = 0 \text{ e } 2x - y + z = 0\}$ . Determine uma base ortonormal de  $W$  e uma base ortonormal de  $W^\perp$ .

4. Dada a matriz  $A = \begin{bmatrix} a & 0 & 0 \\ 0 & b & c \\ 0 & c & b \end{bmatrix}$ . Verifique que os autovalores são:  $a$ ,  $b+c$  e  $b-c$ . E ache uma base de autovetores.

Opcional . Forneça uma base distinto da base canônica em  $\mathbb{R}^2$ , e obtenha uma base ortogonal utilizando o processo de ortogonalização de Gram-Schmidt.