

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro Acadêmico do Agreste  
Núcleo de Tecnologia  
Engenharia Civil

Prova Final - Álgebra Linear  
Prof. Fernando R. L. Contreras

Aluno(a):

1. Considere o espaço vetorial real  $P_1$  munido do produto interno interno da integral,  $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(x)q(x)dx$ . Usando o *Processo de Gram-Schmidt*, encontre uma base ortonormal de  $P_1$  a partir da base  $\{t, t + 1\}$  de  $P_1$ .
2. Seja  $T : R^2 \longrightarrow R^2$  uma transformação linear definida por  $T(x, y) = (x + y, 2x + y)$ . Determine os autovetores de  $T$ .  $T$  é diagonalizável? Justifique sua resposta e em caso afirmativo dê sua forma diagonal.
3. Verifique se as aplicações abaixo são formas bilineares.  
 $T : R^2 \times R^2 \longrightarrow R$  definida por:  
(a)  $T((x_1, y_1), (x_2, y_2)) = x_1 + y_2$   
(b)  $T((x_1, y_1), (x_2, y_2)) = x_1x_2 - 2y_1y_2$ .
4. Mostre que, se  $A$  e  $B$  são matrizes ortogonais, então  $AB$  também é ortogonal.

Opcional. Quando uma transformação linear é um *Isomorfismo*?. **Justifique adequadamente.**

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro Acadêmico do Agreste  
Núcleo de Tecnologia  
Engenharia Civil

Prova Final - Álgebra Linear  
Prof. Fernando R. L. Contreras

Aluno(a):

1. Considere o espaço vetorial real  $P_1$  munido do produto interno interno da integral,  $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(x)q(x)dx$ . Usando o *Processo de Gram-Schmidt*, encontre uma base ortonormal de  $P_1$  a partir da base  $\{t, t + 1\}$  de  $P_1$ .
2. Seja  $T : R^2 \longrightarrow R^2$  uma transformação linear definida por  $T(x, y) = (x + y, 2x + y)$ . Determine os autovetores de  $T$ .  $T$  é diagonalizável? Justifique sua resposta e em caso afirmativo dê sua forma diagonal.
3. Verifique se as aplicações abaixo são formas bilineares.  
 $T : R^2 \times R^2 \longrightarrow R$  definida por:  
(a)  $T((x_1, y_1), (x_2, y_2)) = x_1 + y_2$   
(b)  $T((x_1, y_1), (x_2, y_2)) = x_1x_2 - 2y_1y_2$ .
4. Mostre que, se  $A$  e  $B$  são matrizes ortogonais, então  $AB$  também é ortogonal.

Opcional. Quando uma transformação linear é um *Isomorfismo*?. **Justifique adequadamente.**