

Universidade Federal de Pernambuco (UFPE)  
Centro Acadêmico do Agreste  
Núcleo de Tecnologia  
Lista 2 de Calculo Diferencial e Integral 3  
Prof. Fernando RL Contreras

Sejam os seguintes problemas relativos a Séries, Séries de potências e Séries de Taylor.

1. Determine se a série é convergente ou divergente

- a.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2n}$
- b.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1+3^n}{2^n}$

2. Pelo teste da integral determine se a série é convergente ou divergente.

- a.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2-4n+5}$
- b.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{1/2}}{n^2}$

3. Pelo teste de comparação ou teste do limite determine a convergência ou divergência das séries:

- a.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n-1}{n^2\sqrt{n}}$
- b.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1+4^n}{1+3^n}$
- c.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+5}{\sqrt[3]{n^7+n^2}}$

4. Teste a Série quanto a convergência ou divergência

- a.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos(n\pi)}{n^{3/4}}$
- b.  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \sin\left(\frac{\pi}{n}\right)$

5. Os termos da série são definidos recursivamente pelas equações  $a_1 = 2$ ,  $a_{n+1} = \frac{5n+1}{4n-3}a_n$ . Determine se  $\sum a_n$  converge ou diverge.

6. Uma série  $\sum a_n$  é definida pelas equações  $a_1 = 2$ ,  $a_{n+1} = \frac{2+\cos(n)}{\sqrt{n}}a_n$ . Determine se  $\sum a_n$  converge ou diverge.

7. Encontre o raio de convergência e o intervalo de convergência das série de potência.

- a.  $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n x^n}{4^n \ln(n)}$
- b.  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n (x-3)^n}{2n+1}$
- c.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{n^n}$
- d.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2 x^n}{2.4.6....(2n)}$

8. Se  $k$  for um inteiro positivo, encontre o raio de convergência ou divergência da série  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(n!)^k}{(kn)!} x^n$

9. A função  $J_1$  definida por  $J_1 = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n+1}}{n!(n+1)!2^{2n+1}}$  denominado função de Bessel de ordem 1. Encontre seu domínio.

10. Encontre uma representação em série de potencia para a função e determine o intervalo de convergência.

a.  $f(x) = \frac{1+x}{1-x}$

b.  $f(x) = \frac{1}{x+10}$

c.  $f(x) = \frac{x}{9+x^2}$

d.  $f(x) = \frac{3}{1-x^4}$

11. Use a derivação para encontrar a representação em série de potência para:

a.  $f(x) = \frac{1}{(1+x)^2}$

b.  $f(x) = \frac{1}{(1+x)^3}$

c.  $f(x) = \frac{x^2}{(1+x)^3}$

Qual é o raio de convergência?

12. Calcule a integral indefinida como uma série de potências. Qual é o raio de convergência?

a.  $\int \frac{t}{1-t^8} dt$

b.  $\int \frac{\ln(1-t)}{t} dt$

13. Mostre que a função  $f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!}$  é solução da equação diferencial  $f'(x) = f(x)$ . E mostre que  $f(x) = e^x$ .

14. Mostre que a função  $f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n}}{(2n)!}$  é uma solução da equação diferencial  $f''(x) + f(x) = 0$

14. Determine o polinômio de Taylor de ordem 1 da função dada, em volta do ponto  $(x_0, y_0)$  dado por

a.  $f(x, y) = e^{x+5y}$  e  $(x_0, y_0) = (0, 0)$

b.  $f(x, y) = x^3 + y^3 - x^2 + 4y$  e  $(x_0, y_0) = (1, 1)$

c.  $f(x, y) = \sin(3x + 4y)$  e  $(x_0, y_0) = (0, 0)$

15. Determine o polinômio de Taylor de ordem 2 da função dada, em volta do ponto  $(x_0, y_0)$  dado por

a.  $f(x, y) = x \sin(y)$  e  $(x_0, y_0) = (0, 0)$

b.  $f(x, y) = x^3 + 2x^2y + 3y^3 + x - y$  e  $(x_0, y_0) = (1, 1)$

16. Seja  $P_2(x, y)$  o polinômio de Taylor de ordem 2 de  $f(x, y) = x \sin(y)$  em volta de  $(0, 0)$ . Mostre que  $|f(x, y) - P_2(x, y)| < \frac{|y|^2}{2} [|x| + \frac{1}{3} |y|]$