Universidade Federal de Pernambuco
Centro Acadêmico do Agreste
Núcleo de Tecnologia
Engenharia de Produção

Prova 3 - Cálculo Diferencial e Integral 3
Prof. Fernando R. L. Contreras

Aluno(a):

1. Se $\mathbf{r} = (x,y,z)$ e $\mathbf{a} \times \mathbf{r} = (P,Q,R)$, sendo $\mathbf{a}$ um vetor constante, mostrar que $\int_C P\mathrm{d}x + Q\mathrm{d}y + R\mathrm{d}z = 2\iint_S \mathbf{a}\cdot\mathbf{n}\mathrm{d}s$, sendo C a curva que limita uma superfície paramétrica S e $\mathbf{n}$ a normal unitária a S conveniente.*Sug. Utilize o Teorema de Stokes.*
2. Seja o campo vetorial $F = (-2x+\sin(z^3), \quad 4y, \quad x^3+6z)$ e a superfície aberta S_1: $y^2 = x^2+z^2$, $(0 \le y \le 3)$ orientada de modo que o vetor normal exterior tenha segunda componente negativa. Calcule o fluxo de F através dela.
3. Dados dois campos escaleres u e v, continuamente diferenciáveis num conjunto aberto que contém o disco circular R cuja fronteira é a circunferência $x^2+y^2=1$, definem-se dois campos vetoriais $\mathbf{f}$ e $\mathbf{g}$ do mogo seguinte: $\mathbf{f}(x,y) = (v(x,y), u(x,y))$, $\mathbf{g}(x,y) = (\frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y}, \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial v}{\partial y})$. Determine o valor do integral duplo $\iint_R \mathbf{f}\cdot\mathbf{g}\mathrm{d}x\mathrm{d}y$ se é sabido que sobre a fronteira de R se tem $u(x,y) = 1$ e $v(x,y) = y$. *Sug. Utilize o Teorema de Green.*
4. Calcule a integral $\int_\Gamma 2(x+y^2)\mathrm{d}x + (4xy+\cos y)\mathrm{d}y$, onde Γ é uma curva arbitraria suave por partes que une os pontos $(1,0)$ e (ξ,η).

Opcional. Enuncie e mostre o Teorema de Fundamental de Integrais de Linha.

Universidade Federal de Pernambuco
Centro Acadêmico do Agreste
Núcleo de Tecnologia
Engenharia de Produção

Prova 3 - Cálculo Diferencial e Integral 3
Prof. Fernando R. L. Contreras

Aluno(a):

1. Se $\mathbf{r} = (x,y,z)$ e $\mathbf{a} \times \mathbf{r} = (P,Q,R)$, sendo $\mathbf{a}$ um vetor constante, mostrar que $\int_C P\mathrm{d}x + Q\mathrm{d}y + R\mathrm{d}z = 2\iint_S \mathbf{a}\cdot\mathbf{n}\mathrm{d}s$, sendo C a curva que limita uma superfície paramétrica S e $\mathbf{n}$ a normal unitária a S conveniente.*Sug. Utilize o Teorema de Stokes.*
2. Seja o campo vetorial $F = (-2x+\sin(z^3), \quad 4y, \quad x^3+6z)$ e a superfície aberta S_1: $y^2 = x^2+z^2$, $(0 \le y \le 3)$ orientada de modo que o vetor normal exterior tenha segunda componente negativa. Calcule o fluxo de F através dela.
3. Dados dois campos escaleres u e v, continuamente diferenciáveis num conjunto aberto que contém o disco circular R cuja fronteira é a circunferência $x^2+y^2=1$, definem-se dois campos vetoriais $\mathbf{f}$ e $\mathbf{g}$ do mogo seguinte: $\mathbf{f}(x,y) = (v(x,y), u(x,y))$, $\mathbf{g}(x,y) = (\frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y}, \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial v}{\partial y})$. Determine o valor do integral duplo $\iint_R \mathbf{f}\cdot\mathbf{g}\mathrm{d}x\mathrm{d}y$ se é sabido que sobre a fronteira de R se tem $u(x,y) = 1$ e $v(x,y) = y$. *Sug. Utilize o Teorema de Green.*
4. Calcule a integral $\int_\Gamma 2(x+y^2)\mathrm{d}x + (4xy+\cos y)\mathrm{d}y$, onde Γ é uma curva arbitraria suave por partes que une os pontos $(1,0)$ e (ξ,η).

Opcional. Enuncie e mostre o Teorema de Fundamental de Integrais de Linha.