MA327 Turma Y - 1S 2009 - Prova 3

Nome: ______________________________ RA: __________ 30/06/2009

1. (10pts) Escreva as definições de autovetor generalizado, autoespaço generalizado, e de matriz diagonalizável.

2. Considere as matrizes $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$, $B = A^*$ e $C = AB$.

   (a) (10pts) Determine se A é uma matriz normal.

   (b) (10pts) Sem calcular o polinômio característico de C, determine se a matriz C é ortogonalmente diagonalizável ou não.

3. Seja V um espaço vetorial de dimensão finita com produto interno e $T : V \to V$ uma transformação linear. Escreva uma demonstração ou dê um contra exemplo para mostrar se as afirmações abaixo são verdadeiras ou falsas.

   (a) (10pts) Se W é subespaço de V, então R_W é diagonalizável e seus possíveis autovalores são ± 1.

   (b) (10pts) Se $T = -T^*$ e v é um autovetor de T, então $T(v) = 0$.

4. (30pts) Considere a matriz $A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1+2i \\ 0 & 5 & 0 \\ 1-2i & 0 & 0 \end{bmatrix}$. Encontre uma matriz unitária P e uma matriz diagonal D tal que $D = PAP^{-1}$.

5. Considere a transformação linear $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ dada por $T(x, y, z) = (x + y - z, y, z)$.

   (a) (10pts) Determine se existe base de $\mathbb{R}^3$ formada por autovetores de T.

   (b) (20pts) Encontre uma base do $\mathbb{R}^3$ formada por ciclos de autovetores generalizados de T e obtenha a forma canônica de Jordan de T.

Existem 10 pontos extras. Bom trabalho!