Universidade Federal do ParÃą

Instituto de CiÃłncias Exatas e Naturais

Programa de PÃşs-GraduaÃğÃčo em MatemÃątica e EstatÃŋstica

Lista 1

1.Mostre por induÃğÃčo que,

$$\frac{1}{2^n} \leq 1 - \frac{1}{n+1}, \forall n \geq 1.$$

2.Mostre por induÃğÃčo que,

$$2^{\frac{1}{n}} \geq 1 + \frac{1}{2n-1}, \forall n \geq 1.$$

Dica: Use a desigualdade de Bernoulli.

3.Mostre por induÃğÃčo que,

$$(n!)^2.4^{n-1} > (2n)!, \forall n \geq 5.$$

4.Mostre por induÃğÃčo que,

$$n^n > n! > 2^n, \forall n \geq 4.$$

5.Mostre por induÃğÃčo que,

$$n^{n+1} > (n+1)^n, \forall n \geq 3.$$

6.Mostre por induÃğÃčo que,

$$(n!)^2 > n^n, \forall n \geq 3.$$

Dica: Use a questÃčo anterior.

7.Mostre por induÃğÃčo que,

$$(n^2)! > (n!)^2, \forall n \geq 1.$$

8.Mostre por induÃğÃčo que,

$$\sum_{k=1}^{n} (2k)^3 = 2[n(n+1)]^2, \forall n \geq 2.$$

9.Mostre por induÃğÃčo que,

$$\frac{1}{2!} + \frac{2}{3!} + ... + \frac{n}{(n+1)!} = \frac{(n+1)!-1}{(n+1)!}, \forall n \geq 2.$$

10.(BinÃťmio de Newton) Sejam a e b nÃžmeros reais e n um inteiro positivo. Demonstre por induÃğÃčo que,

$$(a+b)^n = \sum_{j=0}^{n} \binom{n}{j} a^{n-j} bj.$$