Universidade Federal de Pernambuco (UFPE)
Centro Acadêmico do Agreste
Núcleo de Tecnologia
Lista 3 de Calculo Diferencial e Integral 3
Prof. Fernando RL Contreras

Sejam os seguintes problemas relativos a Maximos, Minimos e Integrais triplas.

1. Determine os valoress máximos e mínimos locais e pontos de sela da função.
   a. $f(x,y) = xy + \frac{1}{x} + \frac{1}{y}$ problema 12 pag. 885, stewart
   b. $f(x,y) = (x^2+y^2)e^{y^2-x^2}$ problema 15 pag. 885, stewart
   c. $f(x,y) = \sin(x)\sin(y)$, $-\pi < x < \pi$, $-\pi < y < \pi$ problema 18 pag. 885, stewart

2. Determine os valores máximo e mínimo absoluto de f no conjunto D.
   a. $f(x,y) = 1+4x-5y$, D é região triangular fechada com vértices $(0,0),(2,0)$ e (0.3) problema 29 pag. 885, stewart
   b. $f(x,y) = x^2+y^2+x^2y+4$, $D = \{(x,y)| \quad |x| \leqslant 1, |y| \leqslant 1\}$ problema 31 pag. 885, stewart
   c. $f(x,y) = xy^2$, $D = \{(x,y)| \quad 0 \leqslant x, 0 \leqslant y, x^2+y^2 \leqslant 3\}$ problema 34 pag. 885, stewart

3. Utilize os multiplicadores de Lagrange para determinar os valores maximos e mínimos da função sujeita à(s) restrição(ões) dada(s).
   a. $f(x,y) = x^2+y^2$; $xy = 1$ problema 3 pag. 893, stewart
   b. $f(x,y,z,t) = x+y+z+t$; $x^2+y^2+z^2+t^2 = 1$ problema 13 pag. 893, stewart
   c. $f(x,y,z) = x+2y$; $x+y+z = 1$ e $y^2+z^2 = 4$ problema 15 pag. 893, stewart
   d. $f(x,y,z) = yz+xy$; $xy = 1$ e $y^2+z^2 = 1$ problema 17 pag. 893, stewart

4. Determine os valores extremos de f na região descrita pela desigualdade.
   a. $f(x,y) = 2x^2+3y^2-4x-5$; $x^2+y^2 \leqslant 16$ problema 18 pag. 894, stewart
   b. $f(x,y) = e^{-xy}$; $x^2+4y^2 \leqslant 1$ problema 19 pag. 894, stewart

5. Uma caixa retangular sem tampa deverá ter um volume fixo. Como deverá ser feito a caixa para empregar em sua fabricação a menor quantidade de material? problema 12 pag. 515, Eduardo Espinosa

6. Suponha que $T(x,y) = 4-x^2-y^2$ represente uma distribuição de temperatura no plano. Seja $A = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 | x \geqslant 0, y \geqslant x, 2y+x \leqslant 4\}$. Determine o ponto de A de menor temperatura problema 3 pag.322, Gudorizzi vol 2

7. A temperatura T em qualquer ponto (x,y,z) do espaço é dada por $T = 100x^2yz$. Determine a temperatura máxima sobre a esfera $x^2+y^2+z^2 \leqslant 4$. Qual a temperatura mínima? problema 23 pag.333, Gudorizzi vol 2

8. Avalie a integral de $f(x,y,z) = 3z+xz$, sobre o sólido E limitado pelo cilindro $x^2+z^2 = 9$ e pelos planos $x+y = 3, z = 0, y = 0$ sobre o plano XY. Rpta: $\frac{648}{5}$ problema 3.4 pag. 192 Venero

9. Seja E o sólido interior ao cilindro $y^2+z^2 = 4$, limitado pelas superficies cilindricas $x = z^2$, $x-6 = (z-2)^2$. Calcule o volume de E. Rpta: 40π problema 3.8 pag. 194 Venero

10. Calcule a integral tripla de $f(x,y,z) = \sqrt{4-z}$ sobre o sólido E limitado pelos cilindros $y^2 = 2x$, $y^2 = 8-2x$, $y^2 = 4-z$.Rpta: $\frac{448}{9}$ problema 3.11 pag. 197 Venero

11. Ache o volume de um porção E da esfera $x^2+y^2+z^2 \leqslant a^2$, $a > 0$ que esta no interior do cilindro $r = a\sin\theta$. Rpta: $\frac{4a^3}{3}(\frac{\pi}{2} - \frac{2}{3})$ problema 5.2 pag. 208 Venero

12. Calcule a integral da função $f(x,y,z) = \sqrt{9-x^2-2y^2}$ sobre o sólido Slimitado superiormente pelo paraboloide $z = 9-x^2-2y^2$ e inferiormente pelo plano $z = 5$. Rpta: $5\sqrt{10}/3+9\sqrt{2}/5$ problema 5.12 pag. 215 Venero

13. Ache o volume do sólido S exterior a: $y^2 = x^2+z^2$ e interior a esfera $x^2+y^2+z^2 = 2ax$, $a > 0$. Rpta: $\frac{2a^3}{9}(3\pi+8)$ problema 6.9 pag. 234 Venero

14. Encontrar a massa do sólido esférico de radio "a" se a densidade de volume em qualquer ponto é proporcional a distancia do ponto ao centro da esfera. Rpta: $\pi k a^3$, k constante de proporcionalidade. problema 12 pag. 734 Eduardo Espinoza

15. Encontrar o momento de inercia com respeito ao eixo Z do sólido homogêneo dentro do paraboloide $x^2+y^2 = z$ e fora do cone $x^2+y^2 = z^2$, p é a densidade de volume constante k. Rpta: $\frac{k\pi}{15}$ problema 13 pag. 734 Eduardo Espinoza

16. Calcule o centro de massa do corpo homogêneo $x^2+y^2 \leqslant z \leqslant 1$. Rpta: $(0,0,\frac{2}{3})$ problema 2 pag. 138 Guidorizzi vol 3

17. Calcule momento de inercia de uma esfera homogênea, de raio R, em relação ao eixo passando pelo seu centro. Rpta: $\frac{2}{3}MR^2$, onde $M = \frac{4}{3}\pi R^3 k$ é massa da esfera e k é a densidade constante. problema 1 pag. 137 Guidorizzi vol 3

18. Calcule $\iiint\limits_B \frac{\sin(x+y-z)}{x+2y+z} dxdydz$ onde B é o paralelepípedo $1 \leqslant x+2y+z \leqslant 2$, $0 \leqslant x+y-z \leqslant \frac{\pi}{4}$ e $0 \leqslant z \leqslant 1$.Rpta: $\ln(2)(1-\frac{\sqrt{2}}{2})$ problema 1 pag. 117 Guidorizzi vol 3

19. Calcule o volume do conjunto de todos (x,y,z) tais que $1 \leqslant x+y+z \leqslant 3$, $x+y \leqslant z \leqslant x+y+2$, $x \geqslant 0$ e $y \geqslant 0$. Rpta: $\frac{24}{25}$ problema 6 pag. 121 Guidorizzi vol 3

20. Calcule a massa do cilindro $x^2+y^2 \leqslant 1$, $0 \leqslant z \leqslant 1$ admitindo que a densidade seja dada por x^2. Rpta: $\frac{\pi}{4}$ problema 3 pag. 110 Guidorizzi vol 3