



Universidade Federal de Pernambuco  
Centro Acadêmico do Agreste  
Núcleo de Tecnologia  
Engenharia Civil

### Primeira Prova

Dados de Identificação	
Disciplina:	Cálculo Diferencial e Integral 3
Professor:	Fernando R. L. Contreras
Aluno(a):	

**Justifique todas as suas respostas. Você também será avaliado pela clareza e pela precisão da linguagem utilizada.**

1. Estude a:

(a) **(1.0)** Convergência, convergência absoluta ou divergência da série  $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n n^3}{n^4 - 1}$ .

(b) **(1.0)** Convergência ou divergência da série  $\sum_{n=1}^{\infty} n^2 (1 - \cos(\frac{1}{n^2}))$ .

2. Seja  $f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+1)^2}{n^3} (x-2)^n$ .

(a) **(1.5)** Determine os valores de  $x \in \mathbb{R}$  tais que  $f(x)$  é convergente.

(b) **(0.5)** Determine  $f^{(17)}(2)$ , onde  $f^{(17)}(x)$  é a décima sétima derivada de  $f(x)$ .

3. Mostre e Calcule:

(a) **(1.0)** Seja  $\{a_n\}$  tal que  $a_{n+1} = \frac{3(1+a_n)}{3+a_n}$ ,  $a_1 = 3$ . Mostre que  $\{a_n\}$  tende a  $\sqrt{3}$ .

(b) **(1.0)** Calcule  $\lim_{n \rightarrow \infty} n(a^{1/n} - 1)$ ,  $a > 0$ .

4. **(2.0)** Seja  $T(x, y, z) = 4 + 4x + 4y + 2z - x^2 - 2y^2 - z^2$  a temperatura no elipsoide sólido  $D = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + 2y^2 + z^2 \leq 16\}$ .

(a) Determine os pontos críticos da função  $T(x, y, z)$  no interior de  $D$ .

(b) Utilize o método de multiplicadores de Lagrange para determinar os pontos de temperatura máxima e mínima e o valor da temperatura máxima e mínima na fronteira de  $D$  (isto é, na superfície do elipsoide sólido).

(c) Utilize os resultados dos itens (a) e (b) para determinar os pontos de temperatura máxima e mínima e o valor da temperatura máxima e mínima em  $D$ .

5. **(2.0)** Seja  $P_1(x, y)$  o polinômio de ordem 1 de  $f(x, y) = e^{x+5y}$  em volta de  $(0, 0)$ . Mostre que  $|f(x, y) - P_1(x, y)| < \frac{3}{2} (x + 5y)^2$  para todo  $(x, y)$ , com  $x + 5y < 1$ .

Êxitos...!!!