MA327 Turma Y - 1S 2009 - Prova 1

Nome: ______________________________ RA: __________ 07/04/2009

1. Escreva as definições dos seguintes conceitos.

   (a) (05pts) Conjunto linearmente independente.

   (b) (05pts) Subespaço gerado por um conjunto de vetores.

2. (05pts) Enuncie o teorema do núcleo e da imagem.

3. Considere o conjunto $S = \{v_1, v_2, v_3, v_4\} \subseteq \mathbb{R}^4$, onde $v_1 = (1,2,0,1), v_2 = (1,0,4,3)$, $v_3 = (0,-1,2,1), v_4 = (-1,-3,2,0)$.

   (a) (10pts) Encontre uma base para o espaço gerado por S e calcule sua dimensão.

   (b) (10pts) Complete a base encontrada acima a uma base para $\mathbb{R}^4$.

   (c) (10pts) Seja U o subespaço gerado por $\{v_1, v_2\}$ e W o subespaço gerado por $\{v_3, v_4\}$. Verifique que $\dim(U) = \dim(W) = 2$ e use isto em conjunto com o item (a) para calcular $\dim(U \cap W)$ **sem** calcular $U \cap W$.

4. Seja $V = \mathcal{P}_3(\mathbb{R})$ o espaço vetorial real dos polinômios de grau menor ou igual a 3.

   (a) (10pts) Verifique que $\beta = \{t, t^2 - 1, t^3, 2t^2\}$ é uma base de V.

   (b) (10pts) Seja $\alpha = \{1, t, t^2, t^3\}$. Calcule as matrizes mudança de base de β para α e vice-versa.

   (c) (05pts) Encontre as coordenadas de $p(t) = t^3 + 3t^2 - 4t + 2$ na base β.

   (d) (15pts) Encontre uma fórmula para $T(a + bt + ct^2 + dt^3)$ onde T é a transformação linear $T : \mathcal{P}_3(\mathbb{R}) \to \mathbb{R}^3$ determinada por $T(t) = (1,1,2), T(t^2 - 1) = (0,-1,-1), T(t^3) = (-1,0,-1)$, e $T(2t^2) = (-1,1,0)$.

   (e) (15pts) Encontre bases para o núcleo e para a imagem de T.

5. (10pts) Determine se a seguinte afirmação é verdadeira ou falsa. Se U e W são subespaços do espaço vetorial V, então sua união $U \cup W$ também é subespaço de V.

Existem 10 pontos extras. **Respostas sem justificativas serão desconsideradas.** Bom trabalho!