



Universidade Federal de Pernambuco
Centro Acadêmico do Agreste
Núcleo de Tecnologia
Engenharia de Produção

Primeira Prova

Dados de Identificação	
Disciplina:	Cálculo Diferencial e Integral 3
Professor:	Fernando R. L. Contreras
Aluno(a):	

Justifique todas as suas respostas. Você também será avaliado pela clareza e pela precisão da linguagem utilizada.

1. Classificar em condicionalmente convergente, absolutamente convergente ou divergente as séries

(a) **(1.0)** $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n\sqrt{n^2-1}}$.

(b) **(1.0)** $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{1}{\ln(n)}$.

2. **(2.0)** Considere a série de potência $f(x) = \sum_{n=2}^{\infty} \frac{x^n}{(n-1)n}$.

- (a) Determine o raio de convergência e estudar o comportamento da série nos valores extremos do intervalo aberto da convergência absoluta.
- (b) Calcular a função $f(x)$ que representa a série no intervalo aberto de convergência absoluta. *Sugestão. Usar os resultados de derivação e integração termo a termo e lembrar que uma primitiva da função $g(t) = \ln(t)$ é dada por $G(t) = t\ln(t) - t$.*

3. Mostre as seguintes sequências

(a) **(1.0)** $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{a^n + b^n} = b, 0 < a < b$.

(b) **(1.0)** Seja $\{a_n\}$ tal que $a_{n+1} = \frac{3(1+a_n)}{3+a_n}$, $a_1 = 3$. Mostre que $\{a_n\}$ tende a $\sqrt{3}$.

4. **(2.0)** Considere a função $f(x, y) = \frac{y^3}{3} - 9y + x^2$.

- (a) Determine os pontos críticos da função f em todo \mathbb{R} .
- (b) Determine os pontos máximo e mínimo de f sobre a circunferência $x^2 + (y+3)^2 = 9$.
- (c) Determine os valores máximo e mínimo de f no disco $D = \{(x, y) : x^2 + (y+3)^2 \leq 9\}$.

5. **(2.0)** Sejam $f(x, y) = x^3 + y^3 - x^2 + 4y$ e $P_1(x, y)$ o polinômio de Taylor de ordem 1 de f em volta de $(1, 1)$. Mostre que para todo (x, y) , com $|x-1| < 1$ e $|y-1| < 1$, $|f(x, y) - P_1(x, y)| < 7(x-1)^2 + 6(y-1)^2$.

Êxitos...!!!