Universidade Federal Fluminense
Instituto de Matemática e Estatística
Departamento de Matemática Aplicada

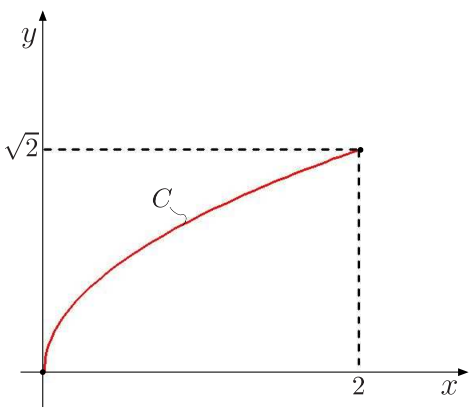
Cálculo 3A – Lista 6

Exercício 1: Apresente uma parametrização diferenciável para as seguintes curvas planas:

a) $C = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2;\ x = y^2\,, 0 \leq x \leq 2\}$
b) $C = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2;\ x^2 + y^2 = 4\,, y \geq 1\}$
c) $C = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2;\ x^2 + y^2 + x + y = 0\}$
d) $C = \left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2;\ \dfrac{x^2}{4} + y^2 = 1\,, x \geq 0\right\}$

Solução:

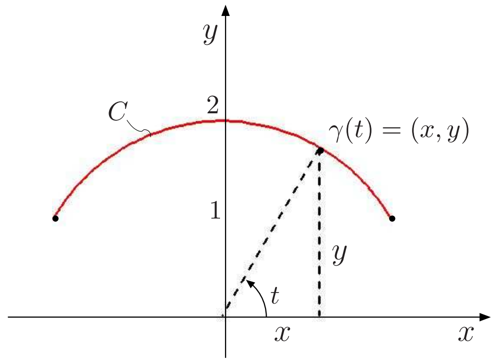
a) O esboço de C está representado na figura a seguir.



Fazendo $y = t$ temos que $x = t^2$. Como $0 \leq x \leq 2$ então $0 \leq t^2 \leq 2$ donde $0 \leq t \leq \sqrt{2}$. Portanto, uma parametrização de C é $\gamma(t) = (t^2, t)$, com $0 \leq t \leq \sqrt{2}$.

Esta parametrização é diferenciável pois existe $\gamma'(t) = (2t, 1)$ para todo t em $[0, \sqrt{2}]$. Observe que $\gamma_1(t) = \left(t, \sqrt{t}\right)$ com $0 \leq t \leq 2$ é também uma parametrização de C, mas não é diferenciável pois não existe $\gamma'(0)$. Observe também que essas parametrizações percorrem C da origem $(0,0)$ para $\left(2, \sqrt{2}\right)$.

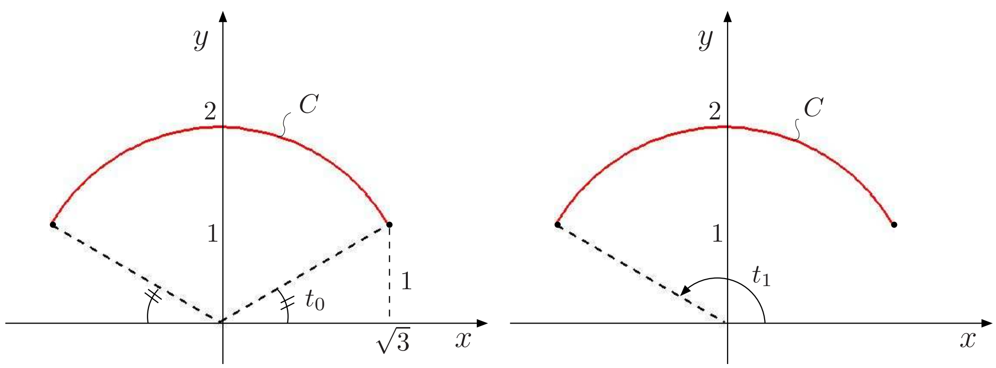
b) Se $x^2+y^2=4$ e $y \geq 1$ então C é um arco de circunferência de extremidades $\left(\sqrt{3}\,,1\right)$ e $\left(-\sqrt{3}\,,1\right)$. Então o esboço de C está representado na figura que se segue.



Adotando o ângulo t (em radianos) como parâmetros, temos que $x = 2\cos t$ e $y = 2\,\text{sen}\,t$.

Variação de t

Temos que $t_0 \leq t \leq t_1$.



$$\Rightarrow \ \text{tg}\,t_0 = \frac{1}{\sqrt{3}} \ \Rightarrow \ t_0 = \frac{\pi}{6} \qquad\qquad \Rightarrow \ t_1 = \pi - \frac{\pi}{6} = \frac{5\pi}{6}$$

Logo $\pi/6 \leq t \leq 5\pi/6$. Assim, uma parametrização diferenciável de C é $\gamma(t) = (2\cos t, 2\,\text{sen}\,t)$, com $\pi/6 \leq t \leq 5\pi/6$. Observe que essa parametrização percorre C no sentido anti-horário.

c) De $x^2+y^2+x+y=0$ temos:

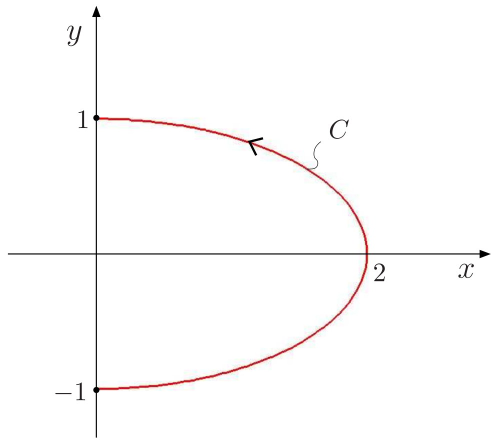
$$x^2 + x + \frac{1}{4} + y^2 + y + \frac{1}{4} = \frac{2}{4}$$

ou

$$\left(x+\frac{1}{2}\right)^2 + \left(y+\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{2}\,.$$

Logo, C é uma circunferência de centro $\left(-\frac{1}{2}\,,-\frac{1}{2}\right)$ e raio $\sqrt{\frac{1}{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

Então, uma parametrização diferenciável de C, no sentido anti-horário é $\gamma(t) = \left(-\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}\cos t, -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}\,\text{sen}\,t\right)$, com $0 \leq t \leq 2\pi$.



d) O esboço da semielipse C está representado na figura a seguir.

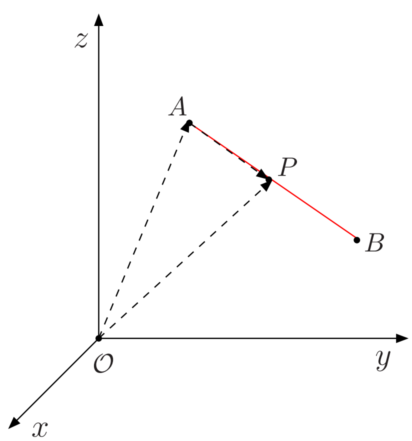
Uma parametrização de C (no sentido anti-horário) é $\gamma(t) = (2\cos t, \operatorname{sen} t)$, com $-\pi/2 \leq t \leq \pi/2$.

Exercício 2: Apresente uma parametrização diferenciável para as seguintes curvas no espaço:

a) C é o segmento de reta que liga o ponto $(0,1,0)$ ao ponto $(2,3,4)$.
b) C é a interseção do cilindro $x^2 + y^2 = 1$ com o plano $z = y - x$.
c) C é a interseção do parabolóide $z = x^2 + y^2$ com o plano $z = y + 1$.

Solução:

a) Sejam A e B pontos do espaço. Seja $P = (x, y, z)$ pertencente ao segmento AB.



Então $\overrightarrow{OP} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AP}$. Mas $\overrightarrow{AP}$ é um múltiplo escalar de $\overrightarrow{AB}$, ou seja, $\overrightarrow{AP} = t \cdot \overrightarrow{AB}$ onde $0 \leq t \leq 1$. Então

$$\gamma(t) = \overrightarrow{OP} = \overrightarrow{OA} + t\overrightarrow{AB} = (A - 0) + t(B - A) = A + t(B - A)$$

com $0 \leq t \leq 1$, é a equação vetorial do segmento.

No nosso caso, temos que $A = (0,1,0)$ e $B = (2,3,4)$. Portanto, uma parametrização do segmento AB é:

$$\begin{aligned}\gamma(t) &= (0,1,0) + t\big[(2,3,4) - (0,1,0)\big] = (0,1,0) + t(2,2,4) = \\ &= (2t, 1+2t, 4t)\end{aligned}$$

com $0 \leq t \leq 1$.

b) Seja $P = (x,y,z)$ pertence à curva C. Logo, x e y satisfazem à equação $x^2 + y^2 = 1$ donde $x = \cos t$ e $y = \operatorname{sen} t$, com $0 \leq t \leq 2\pi$. Como $z = = y - x$ então $z = \operatorname{sen} t - \cos t$. Portanto, uma parametrização de C é $\gamma(t) = (\cos t, \operatorname{sen} t, \operatorname{sen} t - \cos t)$, com $0 \leq t \leq 2\pi$.

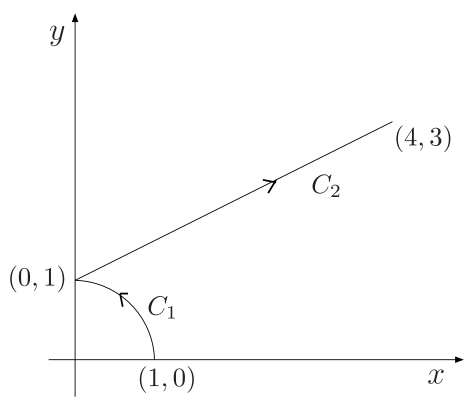
c) De $z = x^2 + y^2$ e $z = y + 1$ temos $x^2 + y^2 - y = 1$ ou $x^2 + \left(y - \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{5}{4}$. Logo, a projeção de C no plano xy é a circunferência $x^2 + \left(y - \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{5}{4}$. Assim, $x = \frac{\sqrt{5}}{2}\cos t$ e $y = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{5}}{2}\operatorname{sen} t$, com $0 \leq t \leq 2\pi$. Como $z = y + 1$ então $y = \frac{3}{2} + \frac{\sqrt{5}}{2}\operatorname{sen} t$. Temos então que:

$$\gamma(t) = \left(\frac{\sqrt{5}}{2}\cos t, \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{5}}{2}\operatorname{sen} t, \frac{3}{2} + \frac{\sqrt{5}}{2}\operatorname{sen} t\right)$$

com $0 \leq t \leq 2\pi$.

Exercício 3: Calcule $\displaystyle\int_C (x+y)\, ds$, onde C consiste no menor arco de circunferência $x^2 + y^2 = 1$ de $(1,0)$ a $(0,1)$ e o segmento de reta de $(0,1)$ a $(4,3)$.

Solução: O esboço de $C = C_1 \cup C_2$ está representado na figura que se segue.



Por propriedade da integral temos:

$$\int_C (x+y)\, ds = \int_{C_1} (x+y)\, ds + \int_{C_2} (x+y)\, ds\,.$$

<u>*Cálculo de*</u> $\displaystyle\int_{C_1} (x+y)\, ds$

Uma parametrização de C_1 é dada por $\gamma_1(t) = (\cos t, \operatorname{sen} t)$, com $0 \leq t \leq \pi/2$. Logo $\gamma'(t) = (-\operatorname{sen} t, \cos t)$ e $\|\gamma_1'(t)\| = \sqrt{(-\operatorname{sen} t)^2 + (\cos t)^2} = \sqrt{\operatorname{sen}^2 t + \cos^2 t} = 1$. Como $ds = \|\gamma_1'(t)\|\, dt$ então $ds = dt$. Assim:

$$\int_{C_1} (x+y)\, ds = \int_0^{\pi/2} (\cos t + \operatorname{sen} t)\, dt = \Big[\operatorname{sen} t - \cos t\Big]_0^{\pi/2} =$$

$$= (1-0) - (0-1) = 2\,.$$

<u>*Cálculo de*</u> $\displaystyle\int_{C_2} (x+y)\, ds$

Sejam $A = (0,1)$ e $B = (4,3)$. Uma parametrização de C_2=*segmento de reta* AB é dada por $\gamma_2(t) = A + t(B - A)$, com $0 \leq t \leq 1$ ou $\gamma_2(t) = (0,1)+t\big[(4,3)-(0,1)\big] = (0,1)+t(4,2) = (4t, 1+2t)$, com $0 \leq t \leq 1$. Logo $\gamma_2'(t) = (4,2)$ donde $\|\gamma_2'(t)\| = \sqrt{4^2+2^2} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$ e $ds = \|\gamma_2'(t)\|\, dt = 2\sqrt{5}\, dt$. Então:

$$\int_{C_2} (x+y)\, ds = \int_0^1 (4t+1+2t)2\sqrt{5}\, dt = 2\sqrt{5}\int_0^1 (6t+1)\, dt =$$

$$= 2\sqrt{5}\,[3t^2+t]_0^1 = 8\sqrt{5}\,.$$

Portanto:

$$\int_C (x+y)\, ds = 2 + 8\sqrt{5}\,.$$

Exercício 4: Seja C parte da curva interseção das superfícies $x^2+y^2+z^2 = R^2$ e $x^2+y^2 = \dfrac{R^2}{4}$, com $R > 0$, situada no primeiro octante. Determine o valor de R de modo que $\displaystyle\int_C xyz\, ds = \frac{81\sqrt{3}}{2}$.

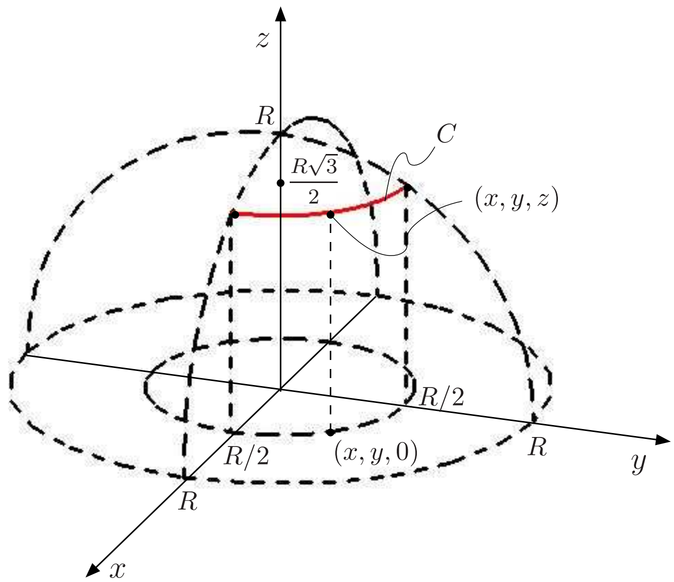
Solução: De $x^2+y^2+z^2 = R^2$ e $x^2+y^2 = \dfrac{R^2}{4}$ temos $z^2 = \dfrac{3R^2}{4}$, donde $z = \dfrac{\sqrt{3}R}{2}$ pois $z \geq 0$. Isto significa que a curva C está contida no plano horizontal $z = \dfrac{\sqrt{3}R}{2}$.

Seja $(x,y,z) \in C$. Então x e y satisfazem a equação $x^2+y^2 = \dfrac{R^2}{4}$ donde $x = \dfrac{R}{2}\cos t$ e $y = \dfrac{R}{2}\operatorname{sen} t$. Como $x \geq 0$ e $y \geq 0$ então temos $0 \leq t \leq \pi/2$. Como $z = \dfrac{\sqrt{3}R}{2}$, então uma parametrização de C é dada por $\gamma(t) = \left(\dfrac{R}{2}\cos t, \dfrac{R}{2}\operatorname{sen} t, \dfrac{\sqrt{3}R}{2}\right)$, com $0 \leq t \leq \pi/2$. Logo:

$$\gamma'(t) = \left(\frac{-R}{2}\operatorname{sen} t, \frac{R}{2}\cos t, 0\right)$$

e

$$\|\gamma'(t)\| = \sqrt{\frac{R^2}{4}\operatorname{sen}^2 t + \frac{R^2}{4}\cos^2 t} = \frac{R}{2}\,.$$



Assim:

$$ds = \left\|\gamma'(t)\right\| dt = \frac{R}{2}\, dt\,.$$

Então:

$$\int_C xyz\; ds = \int_0^{\pi/2} \left(\frac{R}{2}\cos t\right)\left(\frac{R}{2}\operatorname{sen} t\right)\left(\frac{\sqrt{3}}{2}R\right)\frac{R}{2}\; dt =$$

$$= \frac{R^4\sqrt{3}}{16}\int_0^{\pi/2} \cos t \operatorname{sen} t\; dt = \frac{R^4\sqrt{3}}{16}\left[\frac{\operatorname{sen}^2 t}{2}\right]_0^{\pi/2} = \frac{R^4\sqrt{3}}{32}\,.$$

Como $\displaystyle\int_C xyz\; ds = \frac{81\sqrt{3}}{2}$ então

$$\frac{R^4\sqrt{3}}{32} = \frac{81\sqrt{3}}{2}$$

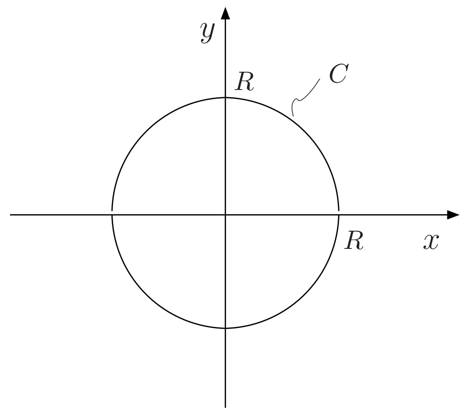
ou

$$R^4 = 16\cdot 81 = 2^4\cdot 3^4$$

donde $R = 2\cdot 3 = 6$.

Exercício 5: Mostre que o momento de inércia de um fio homogêneo com a forma de uma circunferência de raio R em torno de um diâmetro é igual a $\dfrac{MR^2}{2}$ onde M é a massa do fio.

Solução: Sem perda de generalidade, podemos considerar a circunferência de raio R, centrada em $(0,0)$.



Então a equação de C é $x^2 + y^2 = R^2$ e, portanto, uma parametrização é $\gamma(t) = (R\cos t, R\,\mathrm{sen}\,t)$, com $0 \leq t \leq 2\pi$.

Como o fio é homogêneo então a densidade é constante, isto é, $\delta(x, y) = k$ para todo $(x, y) \in C$. Assim, da Física temos $M = k\times$ (comprimento de C)$= = k(2\pi R) = 2k\pi R$. Considerando um diâmetro no eixo x temos

$$I_x = \int_C y^2 k\ ds = k \int_C y^2\ ds$$

onde

$$ds = \left\|\gamma'(t)\right\|\ dt = \left\|(-R\,\mathrm{sen}\,t, R\cos t)\right\|\ dt = \sqrt{(-R\,\mathrm{sen}\,t)^2 + (R\cos t)^2}\ dt =$$
$$= \sqrt{R^2\,\mathrm{sen}^2\,t + R^2\cos^2 t}\ dt = \sqrt{R^2}\ dt = R\ dt\,.$$

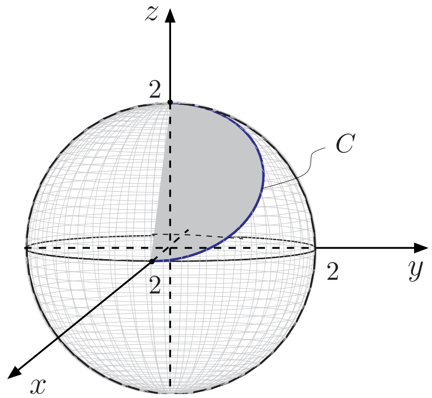
Então:

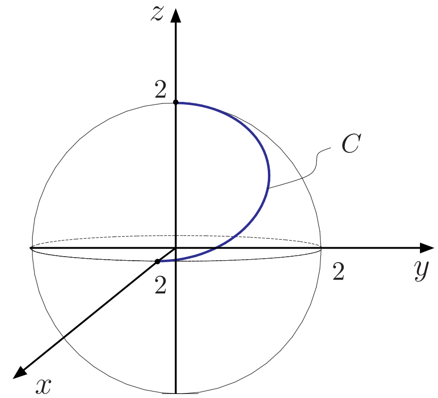
$$I_x = k\int_0^{2\pi} (R\,\mathrm{sen}\,t)^2 R\ dt = kR^3 \int_0^{2\pi} \mathrm{sen}^2\,t\ dt = kR^3\frac{1}{2}\left[t - \frac{\mathrm{sen}\,2t}{2}\right]_0^{2\pi} =$$
$$= k\pi R^3 = 2k\pi R \cdot \frac{R^2}{2} = \frac{MR^2}{2}\,.$$

Exercício 6: Um arame tem a forma da curva obtida como interseção da semi-esfera $x^2+y^2+z^2 = 4$, $y \geq 0$ com o plano $x + z = 2$. Sabendo-se que a densidade em cada ponto do arame é dada por $f(x, y, z) = xy$, calcule a massa total do arame.

Solução:

a) A curva C está ilustrada na figura a seguir.





Seja $(x, y, z) \in C$. Então $x^2 + y^2 + z^2 = 4$, $y \geq 0$ e $x + z = 2$ donde $x^2 + y^2 + (2 - x)^2 = 4$, $y \geq 0$ ou $2x^2 - 4x + y^2 = 0$, $y \geq 0$ ou $2(x-1)^2 + y^2 = 2$, $y \geq 0$ ou $(x-1)^2 + \frac{y^2}{2} = 1$, $y \geq 0$. Logo, a projeção de C no plano xy é a semi-elipse $(x-1)^2 + \frac{y^2}{2} = 1$, $y \geq 0$. Então

$$\begin{cases} x = 1 + \cos t \\ y = \sqrt{2}\,\text{sen}\, t \\ z = 2 - (1 + \cos t) = 1 - \cos t\,. \end{cases}$$

Como $y \geq 0$, então $\sqrt{2}\,\text{sen}\, t \geq 0$ donde $0 \leq t \leq \pi$. Logo, uma parametrização para C é dada por

$$\sigma(t) = (1 + \cos t,\ \sqrt{2}\,\text{sen}\, t,\ 1 - \cos t),\ 0 \leq t \leq \pi\,.$$

Temos

$$\sigma'(t) = (-\,\text{sen}\, t,\ \sqrt{2}\cos t,\ \text{sen}\, t)$$

donde

$$ds = \left\|\sigma'(t)\right\| dt = \sqrt{\text{sen}^2 t + 2\cos^2 t + \text{sen}^2 t}\ dt = \sqrt{2}\ dt\,.$$

Como $M = \displaystyle\int_C f(x, y, z)\ ds = \int_C xy\ ds$, então

$$M = \int_0^\pi (1 + \cos t) \cdot \sqrt{2} \cdot \text{sen}\, t \cdot \sqrt{2}\ dt = 2\int_0^\pi (\text{sen}\, t + \text{sen}\, t \cos t)\ dt =$$

$$= 2\Big[-\cos t + \frac{\text{sen}^2 t}{2}\Big]_0^\pi = 4\ \textit{u.m.}$$

Exercício 7: Achar a massa da elipse $\dfrac{x^2}{9} + \dfrac{y^2}{4} = 1$, situada no primeiro quadrante se a densidade em cada ponto é igual ao produto das coordenadas do ponto.

Solução: A densidade $\delta(x, y)$ é dada por $\delta(x, y) = xy$. Logo, a massa M é dada por

$$M = \int_C \delta(x, y)\ ds = \int_C xy\, ds$$

onde C é parametrizada por:

$$\begin{aligned}\gamma(t) &= (3\cos t\,,\,2\,\mathrm{sen}\,t)\,, \quad 0 \le t \le \pi/2\\ \gamma'(t) &= (-3\,\mathrm{sen}\,t\,,\,2\cos t)\\ \|\gamma'(t)\| &= \sqrt{9\,\mathrm{sen}^2\,t + 4\cos^2 t}\end{aligned}$$

Então:

$$M = \int_C xy\ ds = \int_0^{\pi/2} 6\cos t\,\mathrm{sen}\,t\sqrt{9\,\mathrm{sen}^2\,t + 4\cos^2 t}\ dt\,.$$

Fazendo $u = 9\,\mathrm{sen}^2\,t + 4\cos^2 t$, tem-se:

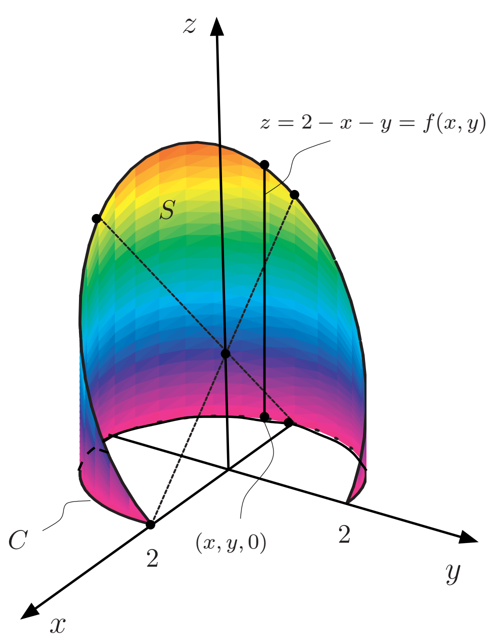
$$du = (18\,\mathrm{sen}\,t\cos t - 8\cos t\,\mathrm{sen}\,t)\,dt = 10\cos t\,\mathrm{sen}\,t\,dt\,.$$

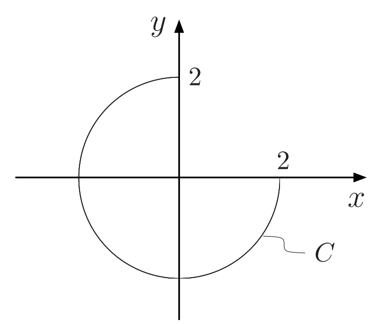
Se $t = 0$ e $t = \pi/2$, tem-se $u = 4$ e $u = 9$, respectivamente. Então:

$$M = 6\int_4^9 u^{1/2}\frac{du}{10} = \frac{3}{5}\cdot\frac{2}{3}\cdot\left[u^{3/2}\right]_4^9 = \frac{2}{5}\left(3^3 - 2^3\right) = \frac{38}{5}\ \text{u.m.}$$

Exercício 8: Deseja-se construir uma peça de zinco que tem a forma da superfície do cilindro $x^2+y^2 = 4$, compreendida entre os planos $z = 0$ e $x + y + z = 2$, com $z \geq 0$. Se o metro quadrado do zinco custa M reais, calcule o preço total da peça. Faça um esboço da peça.

Solução:





Seja S a superfície lateral de base C contida no plano xy e altura $f(x,y) = = 2 - x - y$ em cada $(x,y) \in C$. Então

$$A(S) = \int_C f(x,y)\ ds = \int_C (2 - x - y)\ ds$$

onde C é parametrizada por $\sigma(t) = (2\cos t,\ 2\operatorname{sen} t)$, $\ \pi/2 \leq \pi \leq 2\pi$.

Logo, $\sigma'(t) = (-2\operatorname{sen} t,\ 2\cos t)$ donde $ds = \|\sigma'(t)\|\, dt = 2\ dt$. Então:

$$A(S) = \int_{\pi/2}^{2\pi} (2 - 2\cos t - 2\operatorname{sen} t) 2\ dt = 4\Big[t - \operatorname{sen} t + \cos t\Big]_{\pi/2}^{2\pi} =$$
$$= 4\left[(2\pi - 0 + 1) - \left(\frac{\pi}{2} - 1 + 0\right)\right] = 4\left(\frac{3\pi}{2} + 2\right) = 6\pi + 8 \textit{ u.a.}$$

Logo, o preço da peça é igual a $(6\pi + 8)M$ reais.

Exercício 9: Calcule a massa de um arame cuja forma é dada pela curva interseção da porção da esfera $x^2 + y^2 + z^2 = 2y$, situada no primeiro octante com o plano $z = y$, supondo que a densidade em um ponto P é proporcional ao quadrado da distância de P à origem.

Solução: De $x^2 + y^2 + z^2 = 2y$ e $z = y$, $x \geq 0$, $y \geq 0$, $z \geq 0$, temos $x^2 + y^2 - 2y = 0$, $x \geq 0$ e $y \geq 0$ se, e somente se

$$x^2 + 2\left(y - \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{2} \ \Leftrightarrow\ \frac{x^2}{\frac{1}{2}} + \frac{\left(y - \frac{1}{2}\right)^2}{\frac{1}{4}} = 1$$

com $x \geq 0$ e $y \geq 0$.

Logo, a projeção do arame C no plano xy é um quarto da elipse

$$\frac{x^2}{\frac{1}{2}} + \frac{\left(y - \frac{1}{2}\right)^2}{\frac{1}{4}} = 1\,,$$

com $x \geq 0$ e $y \geq 0$, cuja parametrização é dada por $x(t) = \dfrac{\sqrt{2}}{2}\cos t$ e $y = \dfrac{1}{2} + \dfrac{1}{2}\operatorname{sen} t$, com $t \in [-\pi/2, \pi/2]$, pois $x \geq 0$. Para encontrar uma parametrização de C, utilizamos a equação do plano $z = y$.

Temos então que

$$C : \gamma(t) = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\cos t, \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\operatorname{sen} t, \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\operatorname{sen} t\right)$$

com $t \in [-\pi/2\,,\, \pi/2]$.

Temos

$$\gamma'(t) = \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\operatorname{sen} t, \frac{1}{2}\cos t, \frac{1}{2}\cos t\right)$$

donde

$$\|\gamma'(t)\| = \sqrt{\frac{1}{2}\operatorname{sen}^2 t + \frac{1}{4}\cos^2 t + \frac{1}{4}\cos^2 t} = \frac{\sqrt{2}}{2}\,.$$

Logo:

$$ds = \|\gamma'(t)\| dt = \frac{\sqrt{2}}{2}\ dt\,.$$

A densidade em $P = (x, y, z)$ é dada por

$$\delta(x, y, z) = k\left(\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}\right)^2 = k\left(x^2 + y^2 + z^2\right),$$

onde $k > 0$. Como $M = \int_C \delta(x, y, z)\, ds$ então:

$$M = k\int_C \left(x^2 + y^2 + z^2\right) ds = 2k\int_C y\, ds =$$

$$= 2k\int_{-\pi/2}^{\pi/2}\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\operatorname{sen} t\right)\frac{\sqrt{2}}{2}\, dt = \frac{\sqrt{2}}{2}k\Big[t - \cos t\Big]_{-\pi/2}^{\pi/2} = \frac{\sqrt{2}}{2}k\pi \;\; \textit{u.m.}$$

Exercício 10: Calcule a primeira coordenada do centro de massa de um fio homogêneo que está ao longo de uma curva $\gamma(t) = t\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + \frac{2\sqrt{2}}{5}t^{5/2}\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + \frac{t^4}{4}\,\overrightarrow{\mathbf{k}}$, $0 \leq t \leq 2$, se a densidade for $\delta(x, y, z) = 10x$.

Solução: De $\gamma(t) = \left(t, \frac{2\sqrt{2}}{5}t^{5/2}, \frac{t^4}{4}\right)$ temos que $\gamma'(t) = (1, \sqrt{2}\, t^{3/2}, t^3)$, donde obtemos $\left\|\gamma'(t)\right\| = \sqrt{1 + 2t^3 + t^6} = \sqrt{(1 + t^3)^2} = 1 + t^3$. Logo, $ds = \left\|\gamma'(t)\right\| dt = \left(1 + t^3\right) dt$. A primeira coordenada do centro de massa do fio homogêneo é dada por

$$\overline{x} = \frac{\int_C x\, ds}{L}$$

onde L é o comprimento de C, isto é,

$$L = \int_a^b \left\|\gamma'(t)\right\| dt = \int_0^2 \left(1 + t^3\right)\, dt = \left[t + \frac{t^4}{4}\right]_0^2 = 6\,.$$

Por outro lado,

$$\int_C x\, ds = \int_0^2 t\left(1 + t^3\right)\, dt = \int_0^2 \left(t + t^4\right)\, dt = \left[\frac{t^2}{2} + \frac{t^5}{5}\right]_0^2 = 2 + \frac{32}{5} = \frac{42}{5}\,.$$

Logo:

$$\overline{x} = \frac{\frac{42}{5}}{6} = \frac{7}{5}\,.$$