

# Trabajo Práctico N° 6

## Transmisión de la información en canales con ruido

*Canales sin ruido y canales determinantes. Canales en serie. Canales reducidos y reducciones suficientes. Capacidad del canal. Probabilidad de error. Segundo Teorema de Shannon. Aplicaciones y desempeño en las telecomunicaciones.*

1. Dados los siguientes canales con entradas equiprobables:

0.0	1.0	0.0
0.0	0.0	1.0
0.0	1.0	0.0
1.0	0.0	0.0

1.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.2	0.0	0.8
0.0	0.0	1.0	0.0
0.0	0.0	0.0	1.0

0.3	0.5	0.2
0.2	0.3	0.5
0.5	0.2	0.3

0.0	0.0	1.0	0.0
1.0	0.0	0.0	0.0
0.0	1.0	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0	1.0

- a. Realizar una representación gráfica del canal
  - b. Informar si es un canal sin ruido y/o determinante
  - c. Calcular el ruido, la pérdida y la información mutua
2. Realizar funciones booleanas en Python que reciban como parámetro la matriz de un canal y verifiquen si se trata de:
    - a. Un canal sin ruido
    - b. Un canal determinante
  3. Dados los siguientes canales en serie (el primero con entradas equiprobables):

0.7	0.0	0.3	0.0
0.2	0.6	0.0	0.2

0.9	0.0	0.1
0.0	1.0	0.0
0.1	0.1	0.8
0.0	0.5	0.5

- a. Determinar la equivocación y la información mutua de cada canal
  - b. Obtener la matriz del canal compuesto
  - c. Calcular la equivocación y la información mutua del canal compuesto
  - d. Comparar los resultados obtenidos en cada caso
4. Implementar una función en Python que reciba como parámetros las matrices de dos canales y genere la matriz del canal compuesto por los canales en serie.

5. Dados los siguientes canales con entradas equiprobables:

0.4	0.6	0.0	0.0
0.0	0.0	0.5	0.5
0.0	0.0	0.7	0.3

0.2	0.3	0.5
0.0	0.0	1.0
0.0	0.0	1.0

0.4	0.0	0.2	0.4
0.4	0.3	0.2	0.1
0.0	0.3	0.0	0.7

0.0	0.5	0.0	0.5
0.8	0.0	0.2	0.0
0.0	0.5	0.0	0.5
0.8	0.0	0.2	0.0

- a. Efectuar todas las reducciones suficientes posibles
  - b. Calcular la información mutua en cada paso
  - c. Verificar si se obtiene un canal reducido determinante
6. Desarrollar funciones en Python que reciban como parámetros: la matriz de un canal y los índices de dos columnas, y realicen lo siguiente:
- a. Verificar si las columnas se pueden combinar en una reducción suficiente
  - b. Generar la matriz del canal determinante necesario para combinar las columnas
7. Codificar una función en Python que reciba como parámetro la matriz de un canal y, utilizando las funciones de los ejercicios 4 y 6, realice todas las reducciones suficientes posibles y devuelva la matriz del canal reducido.
8. Obtener la capacidad de los canales del ejercicio 1.
9. Implementar funciones en Python que reciban como parámetro la matriz de un canal y resuelvan lo siguiente:
- a. Verificar si se trata de un canal uniforme
  - b. Calcular su capacidad en los siguientes casos:
    - i. Canal determinante
    - ii. Canal sin ruido
    - iii. Canal uniforme
10. Realizar una función en Python que reciba como parámetros: la matriz de un canal binario y un valor de paso, y estime la capacidad del canal mediante el cálculo de la información mutua para un conjunto de probabilidades a priori distribuidas uniformemente según el paso especificado. La función debe retornar el valor de capacidad estimado, junto con su probabilidad asociada.
11. Para cada uno de los siguientes canales binarios, determinar su capacidad y la distribución de probabilidades a priori que maximiza la información mutua:

0.60	0.40
0.20	0.80

0.25	0.75
0.90	0.80

0.51	0.49
0.72	0.28

0.77	0.23
0.20	0.80

12. Calcular la probabilidad de error del siguiente canal, utilizando la regla de decisión de máxima posibilidad. Considerar una distribución uniforme de probabilidades a priori.

0.6	0.4
0.2	0.8

13. Determinar la probabilidad de error del canal para las siguientes distribuciones de probabilidad a priori, utilizando la regla de decisión de máxima posibilidad:

0.6	0.3	0.1
0.1	0.8	0.1
0.3	0.3	0.4

- a. { 1/3, 1/3, 1/3 }
- b. { 1/8, 3/8, 4/8 }
- c. { 4/15, 3/15, 8/15 }

14. Desarrollar una función en Python que reciba como parámetros: una lista con probabilidades a priori y la matriz de un canal, y calcule la probabilidad de error utilizando la regla de decisión de máxima posibilidad.

### Resultados:

- |      |      |  |   |   |   |      |      |      |      |     |     |  |     |     |     |     |     |     |  |     |     |     |     |     |     |     |     |     |   |     |     |     |     |     |     |     |     |
|------|------|--|---|---|---|------|------|------|------|-----|-----|--|-----|-----|-----|-----|-----|-----|--|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|---|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| 1.   | b.   | Determinante   | Sin ruido   | Ninguno   | Ambos   |      |      |      |      |     |     |  |     |     |     |     |     |     |  |     |     |     |     |     |     |     |     |     |   |     |     |     |     |     |     |     |     |
|      | c.   | $H(A/B) = 0.50$ bits<br>$H(B/A) = 0.00$ bits<br>$I(A, B) = 1.50$ bits  | $H(A/B) = 0.00$ bits<br>$H(B/A) = 0.24$ bits<br>$I(A, B) = 1.59$ bits   | $H(A/B) = 1.49$ bits<br>$H(B/A) = 1.49$ bits<br>$I(A, B) = 0.10$ bits | $H(A/B) = 0.00$ bits<br>$H(B/A) = 0.00$ bits<br>$I(A, B) = 2.00$ bits |      |      |      |      |     |     |  |     |     |     |     |     |     |  |     |     |     |     |     |     |     |     |     |   |     |     |     |     |     |     |     |     |
| 3.   | a.   | $H(A/B) = 0.3439$ bits<br>$I(A, B) = 0.6561$ bits  |   | $H(A/B) = 0.6984$ bits<br>$I(A, B) = 1.0838$ bits                     |   |      |      |      |      |     |     |  |     |     |     |     |     |     |  |     |     |     |     |     |     |     |     |     |   |     |     |     |     |     |     |     |     |
|      | b.   |  | <table border="1" style="display: inline-table; vertical-align: middle;"><tr><td>0.66</td><td>0.03</td><td>0.31</td></tr><tr><td>0.18</td><td>0.70</td><td>0.12</td></tr></table> | 0.66  | 0.03  | 0.31 | 0.18 | 0.70 | 0.12 |     |     |  |     |     |     |     |     |     |  |     |     |     |     |     |     |     |     |     |   |     |     |     |     |     |     |     |     |
| 0.66 | 0.03 | 0.31   |   |   |   |      |      |      |      |     |     |  |     |     |     |     |     |     |  |     |     |     |     |     |     |     |     |     |   |     |     |     |     |     |     |     |     |
| 0.18 | 0.70 | 0.12   |   |   |   |      |      |      |      |     |     |  |     |     |     |     |     |     |  |     |     |     |     |     |     |     |     |     |   |     |     |     |     |     |     |     |     |
|      | c.   |  |   | $H(A/B) = 0.5887$ bits<br>$I(A, B) = 0.4113$ bits                     |   |      |      |      |      |     |     |  |     |     |     |     |     |     |  |     |     |     |     |     |     |     |     |     |   |     |     |     |     |     |     |     |     |
| 5.   | a.   | <table border="1" style="display: inline-table; vertical-align: middle;"><tr><td>1.0</td><td>0.0</td><td>0.0</td></tr><tr><td>0.0</td><td>0.5</td><td>0.5</td></tr><tr><td>0.0</td><td>0.7</td><td>0.3</td></tr></table> | 1.0   | 0.0   | 0.0   | 0.0  | 0.5  | 0.5  | 0.0  | 0.7 | 0.3 | <table border="1" style="display: inline-table; vertical-align: middle;"><tr><td>0.5</td><td>0.5</td></tr><tr><td>0.0</td><td>1.0</td></tr><tr><td>0.0</td><td>1.0</td></tr></table> | 0.5 | 0.5 | 0.0 | 1.0 | 0.0 | 1.0 | <table border="1" style="display: inline-table; vertical-align: middle;"><tr><td>0.6</td><td>0.0</td><td>0.4</td></tr><tr><td>0.6</td><td>0.3</td><td>0.1</td></tr><tr><td>0.0</td><td>0.3</td><td>0.7</td></tr></table> | 0.6 | 0.0 | 0.4 | 0.6 | 0.3 | 0.1 | 0.0 | 0.3 | 0.7 | <table border="1" style="display: inline-table; vertical-align: middle;"><tr><td>0.0</td><td>1.0</td></tr><tr><td>1.0</td><td>0.0</td></tr><tr><td>0.0</td><td>1.0</td></tr><tr><td>1.0</td><td>0.0</td></tr></table> | 0.0 | 1.0 | 1.0 | 0.0 | 0.0 | 1.0 | 1.0 | 0.0 |
| 1.0  | 0.0  | 0.0  |   |   |   |      |      |      |      |     |     |  |     |     |     |     |     |     |  |     |     |     |     |     |     |     |     |     |   |     |     |     |     |     |     |     |     |
| 0.0  | 0.5  | 0.5  |   |   |   |      |      |      |      |     |     |  |     |     |     |     |     |     |  |     |     |     |     |     |     |     |     |     |   |     |     |     |     |     |     |     |     |
| 0.0  | 0.7  | 0.3  |   |   |   |      |      |      |      |     |     |  |     |     |     |     |     |     |  |     |     |     |     |     |     |     |     |     |   |     |     |     |     |     |     |     |     |
| 0.5  | 0.5  |  |   |   |   |      |      |      |      |     |     |  |     |     |     |     |     |     |  |     |     |     |     |     |     |     |     |     |   |     |     |     |     |     |     |     |     |
| 0.0  | 1.0  |  |   |   |   |      |      |      |      |     |     |  |     |     |     |     |     |     |  |     |     |     |     |     |     |     |     |     |   |     |     |     |     |     |     |     |     |
| 0.0  | 1.0  |  |   |   |   |      |      |      |      |     |     |  |     |     |     |     |     |     |  |     |     |     |     |     |     |     |     |     |   |     |     |     |     |     |     |     |     |
| 0.6  | 0.0  | 0.4  |   |   |   |      |      |      |      |     |     |  |     |     |     |     |     |     |  |     |     |     |     |     |     |     |     |     |   |     |     |     |     |     |     |     |     |
| 0.6  | 0.3  | 0.1  |   |   |   |      |      |      |      |     |     |  |     |     |     |     |     |     |  |     |     |     |     |     |     |     |     |     |   |     |     |     |     |     |     |     |     |
| 0.0  | 0.3  | 0.7  |   |   |   |      |      |      |      |     |     |  |     |     |     |     |     |     |  |     |     |     |     |     |     |     |     |     |   |     |     |     |     |     |     |     |     |
| 0.0  | 1.0  |  |   |   |   |      |      |      |      |     |     |  |     |     |     |     |     |     |  |     |     |     |     |     |     |     |     |     |   |     |     |     |     |     |     |     |     |
| 1.0  | 0.0  |  |   |   |   |      |      |      |      |     |     |  |     |     |     |     |     |     |  |     |     |     |     |     |     |     |     |     |   |     |     |     |     |     |     |     |     |
| 0.0  | 1.0  |  |   |   |   |      |      |      |      |     |     |  |     |     |     |     |     |     |  |     |     |     |     |     |     |     |     |     |   |     |     |     |     |     |     |     |     |
| 1.0  | 0.0  |  |   |   |   |      |      |      |      |     |     |  |     |     |     |     |     |     |  |     |     |     |     |     |     |     |     |     |   |     |     |     |     |     |     |     |     |
|      | b.   | $H(A/B) = 0.65$ bits<br>$I(A, B) = 0.94$ bits  | $H(A/B) = 1.27$ bits<br>$I(A, B) = 0.32$ bits   | $H(A/B) = 1.11$ bits<br>$I(A, B) = 0.47$ bits                         | $H(A/B) = 0.67$ bits<br>$I(A, B) = 0.92$ bits                         |      |      |      |      |     |     |  |     |     |     |     |     |     |  |     |     |     |     |     |     |     |     |     |   |     |     |     |     |     |     |     |     |
|      | c.   | No   | No  | No  | Sí  |      |      |      |      |     |     |  |     |     |     |     |     |     |  |     |     |     |     |     |     |     |     |     |   |     |     |     |     |     |     |     |     |
| 8.   |      | $C = 1.5850$ bits  | $C = 1.5850$ bits   | $C = 0.0995$ bits   | $C = 2.0000$ bits   |      |      |      |      |     |     |  |     |     |     |     |     |     |  |     |     |     |     |     |     |     |     |     |   |     |     |     |     |     |     |     |     |
| 11.  |      | $C = 0.1246$ bits<br>$p = 0.4844$  | $C = 0.3443$ bits<br>$p = 0.4765$   | $C = 0.0339$ bits<br>$p = 0.4912$                                     | $C = 0.2494$ bits<br>$p = 0.4964$                                     |      |      |      |      |     |     |  |     |     |     |     |     |     |  |     |     |     |     |     |     |     |     |     |   |     |     |     |     |     |     |     |     |
| 12.  |      |  | $P_E = 0.3$   |   |   |      |      |      |      |     |     |  |     |     |     |     |     |     |  |     |     |     |     |     |     |     |     |     |   |     |     |     |     |     |     |     |     |
| 13.  |      | a. $P_E = 0.4000$  | b. $P_E = 0.4250$   | c. $P_E = 0.4667$   |   |      |      |      |      |     |     |  |     |     |     |     |     |     |  |     |     |     |     |     |     |     |     |     |   |     |     |     |     |     |     |     |     |