INFORMACIÓN MATEMÁTICA

Triángulo de Napoleón

¿Qué es?

El Triángulo de Napoleón es una figura geométrica interesante que se obtiene al construir triángulos equiláteros sobre cada lado de cualquier triángulo (ya sea hacia afuera o hacia adentro).

Teorema de Napoleón:
Si se construyen triángulos equiláteros hacia afuera en los tres lados de un triángulo cualquiera y se unen los centros (o baricentros) de esos triángulos, se forma un nuevo triángulo. Sorprendentemente, ¡este nuevo triángulo siempre es equilátero!

¿Cómo se construye?

1.- Toma un triángulo cualquiera (puede ser escaleno, isósceles o equilátero), al que llamaremos ABC.
2.- Sobre cada lado del triángulo original, construye un triángulo equilátero hacia afuera del triángulo base. Es decir:

- Un triángulo equilátero sobre el lado AB.
- Uno sobre el lado BC.
- Y otro sobre el lado CA.

3.- Une los centros (puede ser el centroide o el circuncentro) de estos triángulos equiláteros.

El triángulo formado al unir estos tres puntos se llama Triángulo de Napoleón.

Como construir en GeoGebra

1. Abre GeoGebra Clásico.
2. Usa la herramienta "Punto" y coloca tres puntos: , , y .
3. Usa la herramienta "Polígono" para crear el triángulo .

4. Para construir triángulos equiláteros hacia afuera:

- Usa la herramienta "Rotación de objeto alrededor de un punto":

- Rota el punto 60° en sentido antihorario alrededor del punto : crea el punto .

- Une , , y para formar el triángulo equilátero.

- Repite este procedimiento para los otros lados.

5. Usa la herramienta "Centroide" o escribe Centroid[A, B, D] en la barra de entrada para obtener el centroide de ese triángulo.
6. Repite el paso anterior para los otros dos triángulos equiláteros.
7. Une los tres centroides usando la herramienta "Polígono" o “Segmento entre dos puntos”.
8. El triángulo resultante es el Triángulo de Napoleón.

Evidencias del proyecto Triángulo de Napoleón

Distancia entre dos puntos

¿Qué es?

Es la longitud del segmento de recta que los conecta, y esta longitud se puede calcular utilizando fórmulas matemáticas basadas en las coordenadas de los puntos en un plano o espacio.

Fórmula

$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

Donde:
- d es la distancia entre los dos puntos.
- (x_1, y_1) son las coordenadas del primer punto.
- (x_2, y_2) son las coordenadas del segundo punto.

Pasos para calcular la distancia mediante la fórmula

1.- Identifica las coordenadas de los dos puntos.

Por ejemplo, si los puntos son (3, 2) y (5, 4), entonces $x_1 = 3$, $y_1 = 2$, $x_2 = 5$, $y_2 = 4$

Sustituye los valores en la fórmula. En nuestro ejemplo, sería:

$d = \sqrt{((5 - 3)^2 + (4 - 2)^2)}$

3.- Realiza las operaciones dentro de los paréntesis.

$d = \sqrt{((2)^2 + (2)^2)}$

4.- Eleva los números al cuadrado.

$d = \sqrt{(4 + 4)}$

5.- Suma los resultados.

$d = \sqrt{(8)}$

6.- Calcula la raíz cuadrada.

$d \approx 2.82$

La distancia entre los puntos (3, 2) y (5, 4) es aproximadamente 2.82 unidades.

Pasos para calcular la distancia utilizando GeoGebra

Usando el comando "Distancia":

1.- Crea los puntos A y B en GeoGebra, ya sea introduciendo sus coordenadas en la barra de entrada o usando la herramienta "Punto".
2.- En la barra de entrada, escribe Distancia(A, B).
3.- GeoGebra mostrará la distancia entre los puntos A y B en la vista algebraica.

Usando la herramienta "Segmento":

1.- Selecciona la herramienta "Segmento" en la barra de herramientas, generalmente ubicada en el menú de "Rectas" o "Líneas".
2.- Haz clic en el punto A y luego en el punto B para crear un segmento que los conecta.
3.- La longitud del segmento, que es la distancia entre los puntos, se mostrará en la vista algebraica.

Evidencias del proyecto Distancias entre dos puntos

Polígonos, áreas y perímetros

¿Qué es un polígono?

Un polígono es una figura plana cerrada formada por segmentos rectos que se llaman lados. Ejemplos: triángulos, cuadrados, rectángulos, pentágonos, etc.

Definiciones importantes:
Lado: cada uno de los segmentos que forman el polígono.
Vértice: punto donde se encuentran dos lados.
Perímetro: la suma de la longitud de todos los lados.
Área: la medida de la superficie dentro del polígono.¿Cómo se calcula el perímetro?

¿Cómo se calcula el perímetro?

Fórmula general:
> Perímetro = suma de todos los lados

Por ejemplo: Un pentágono con lados de 4 cm:

> Perímetro = 4 + 4 + 4 + 4 + 4 = 20 cm

¿Cómo se calcula el área?

Depende del tipo de polígono.
Aquí algunos ejemplos comunes:

□ Rectángulo: > Área = base × altura

■ Cuadrado: > Área = lado × lado

Triángulo: > Área = (base × altura) ÷ 2

Polígono regular (todos los lados y ángulos iguales): > Área = (Perímetro × apotema) ÷ 2

Donde apotema es una línea desde el centro del polígono hasta la mitad de uno de sus lados (es perpendicular al lado).

Pasos para calcular área y perímetro utilizando GeoGebra (versión clásica)

Para el perímetro:

1. Dibuja el polígono con la herramienta "Polígono".
2. Usa la herramienta "Distancia o longitud".
3. Haz clic en el polígono: te mostrará el perímetro.

Para el área:

1. Ya con el polígono dibujado, solo selecciona la herramienta "Área".
2. Haz clic dentro del polígono: aparecerá su área.

Evidencias del proyecto Áreas y perímetros de polígonos

Funciones lineales y cuadráticas

Lineales

¿Qué es una función lineal?

Las funciones lineales son un tipo de función matemática que muestran una relación constante entre dos variables: una independiente (x) y una dependiente (y o f(x)). Se representan gráficamente como una línea recta y son muy comunes en la vida real: precios que aumentan con el tiempo, velocidad constante, salarios por hora, etc. Son funciones porque a cada valor de x le corresponde exactamente un valor de y. Y su regla de formación tiene la forma:

$f(x) = mx + b$
o
$y = mx + b$

Donde:
- m es la pendiente (cuánto sube o baja la recta)
- b es la intersección con el eje y (cuando $x = 0$)

Pasos para construirse (o graficarse)

Ejemplo: $f(x) = 2x + 3$

1. Identifica los elementos:
$m = 2$, $b = 3$

2. Ubica el punto inicial en la gráfica:

  El valor de b indica el punto en el eje y:
  → Punto (0, 3)

3. Usa la pendiente para encontrar otro punto:

  $m = 2$ → sube 2 unidades y avanza 1 en x
  → Otro punto: (1, 5)

4. Traza la recta:
  Conecta los puntos con una línea recta y extiéndela en ambas direcciones.

Pasos para realizar en GeoGebra

Vamos a usar la función: $f(x) = 2x + 3$

PASOS:

1. Abre GeoGebra

2. En la barra inferior escribe:f(x) = 2x + 3

3. Presiona Enter

GeoGebra dibujará la línea recta que representa esa función.

4. Configura tu tabla

- Haz clic en el icono de menú (☰ o tres rayitas) y activa la opción “Hoja de Cálculo”.
En la celda A1, escribe: x

En la celda B1, escribe: f(x)

5. Ingresa valores para x

En la columna A, debajo de "x", escribe valores como:

A2 = -3

A3 = -2

A4 = -1

A5 = 0

A6 = 1

A7 = 2

A8 = 3
(puedes poner los que tú quieras)

6. Escribe la fórmula en la columna B

En la celda B2, escribe:

=2*A2 + 3

Luego arrastra desde la esquina inferior de la celda B2 hacia abajo para copiar la fórmula a B3, B4, etc. GeoGebra automáticamente calculará para cada valor de .

7. Graficar los puntos

- Selecciona todos los valores que pusiste (por ejemplo de A2:B8).
- Haz clic derecho (o deja presionado) y elige "Crear → Lista de puntos".

¡Listo! GeoGebra graficará los puntos en la vista gráfica.

¿Qué estás viendo?
Una recta formada por los puntos , como:

$(-3, -3)$

$(-2, -1)$

$(-1, 1)$

$(0, 3)$

$(1, 5)$

$(2, 7)$

$(3, 9)$

Cuadráticas

¿Qué es una función cuadrática?

Una función cuadrática es un tipo de función matemática que se puede expresar como un polinomio de segundo grado. Se caracteriza por tener una parábola como gráfica, que puede abrirse hacia arriba o hacia abajo dependiendo del signo de a.

Fórmula

$f(x)=ax2+bx+c$

Donde a, b y c son constantes y x es la variable independiente.

Pasos para resolver y graficar

1. Identificar a, b, y c:

La forma general de una ecuación cuadrática es $ax^2 + bx + c = 0$.
Ejemplo: En la ecuación $2x^2 + 5x - 3 = 0$, $a = 2$, $b = 5$, y $c = -3$.

2. Aplicar la fórmula general:

La fórmula general es: $x = (-b \pm \sqrt{(b^2 - 4ac)}) / (2a)$.

Sustituye los valores de a, b, y c en la fórmula y calcula ambas soluciones (una con la suma y otra con la resta del ±).

Ejemplo: Para $2x^2 + 5x - 3 = 0$:
$x = (-5 \pm \sqrt{(5^2 - 4 * 2 * -3)}) / (2 * 2)$
$x = (-5 \pm \sqrt{(25 + 24)}) / 4$
$x = (-5 \pm \sqrt{49}) / 4$
$x = (-5 \pm 7) / 4$

Las soluciones son: $x_1 = (-5 + 7) / 4 = 2 / 4 = 1/2$ y $x_2 = (-5 - 7) / 4 = -12 / 4 = -3$.

3. Calcular el vértice:

El vértice es el punto máximo o mínimo de la parábola.

La coordenada x del vértice es: $xv = -b / (2a)$.
Sustituye este valor de xv en la ecuación original para encontrar la coordenada y del vértice (yv).

Ejemplo: Para $2x^2 + 5x - 3 = 0$:
$xv = -5 / (2 * 2) = -5 / 4 = -1.25$.
$y = 2 * (-1.25)^2 + 5 * (-1.25) - 3 = -6.125$.

El vértice es (-1.25, -6.125).

4. Graficar la parábola:

Marca los puntos de las raíces (soluciones) y el vértice en el plano cartesiano.
Si a > 0, la parábola abre hacia arriba; si a < 0, abre hacia abajo.
Dibuja una curva suave que pase por los puntos, formando la parábola.
Considera otros puntos de referencia para una gráfica más precisa, como el punto donde la parábola corta el eje y (c).

Pasos para resolver en GeoGebra

1. Abre GeoGebra
● Abrir la app de Geogebra

2. Escribe la función

En la barra de entrada, escribe directamente:
f(x) = x^2 - 4x + 3
● Presiona Enter. Aparecerá la parábola en el plano cartesiano.

3. Encuentra el vértice

Escribe:
Extremum(f)
● GeoGebra mostrará el vértice de la parábola.

4. Encuentra las raíces o ceros

Escribe:
Raíces(f)
● Te mostrará los puntos donde la parábola corta el eje X (las soluciones de f(x)=0f(x) = 0f(x)=0).

5. Punto de intersección con eje Y

GeoGebra lo marca automáticamente, pero si no, escribe: f(0)
● Aparecerá el valor en yyy cuando x=0x = 0x=0, o sea el intercepto con el eje Y.

6. Explora la gráfica

- Puedes mover la vista, hacer zoom, y ver cómo se comporta la función.
- También puedes usar la herramienta “Tabla de valores” o activar la cuadrícula y los ejes si no aparecen.

Evidencias del proyecto funciones lineales y cuadraticas