Transformada de LaPlace

La función $K(s,t)$ en (1) se llama kernel o núcleo de la transformada. La elección de $K(s,t) = e^{-st}$ como el núcleo nos proporciona una transformada integral específicamente importante. La transformada de LaPlace se llama así en honor al matemático y astrónomo francés Pierre Simon Marqués de LaPlace.

$$\mathcal{L}\{f(t)\} = \int_0^{x} e^{-st} f(t)\, dt$$

* $\mathcal{L}\{1\} = \int_0^{\infty} e^{-st}(1)\, dt = \lim_{b \to \infty} \int_0^b e^{-st}\, dt = \lim_{b \to \infty} \frac{-e^{-st}}{s}\Big|_0^b$

$= \lim_{b \to \infty} \frac{-e^{-sb}+1}{s} = \frac{1}{s}$

$\mathcal{L}\{1\} = \int_0^{\infty} e^{-st}(1)\, dt = \frac{-e^{-st}}{s}\Big|_0^{\infty} = \frac{1}{s},\ s > 0$

* $\mathcal{L}\{t\} = \frac{-te^{-st}}{s}\Big|_0^{\infty} + \frac{1}{s}\int_0^{\infty} e^{-st}\, dt = \frac{1}{s}\mathcal{L}\{1\} = \frac{1}{s}\left(\frac{1}{s}\right) = \frac{1}{s^2}$

* • $\mathcal{L}\{e^{-3t}\} = \int_0^{\infty} e^{-st} e^{-3t}\, dt = \int_0^{\infty} e^{-(s+3)t}\, dt = \frac{-e^{-(s+3)t}}{s+3}\Big|_0^{\infty}$

$= \frac{1}{s+3},\ s > -3$

• $\mathcal{L}\{e^{5t}\} = \int_0^{\infty} e^{5t} e^{-st}\, dt = \int_0^{\infty} e^{-(s-5)t}\, dt = \frac{-e^{-(s-5)t}}{s-5}\Big|_0^{\infty} = \frac{1}{s-5}$ $s > 5$