

# ÜSLÜ SAYILAR

## Tanım

$a \in R$  ve  $n \in Z^+$  olmak üzere

$$\underbrace{a \cdot a \cdot a \dots a}_{n \text{ tane}} = a^n$$

sayısına  $a$  nın  $n$ . kuvveti denir.

$a^n$  ifadesinde  $a$  sayısına taban,  $n$  sayısına üs ya da kuvvet denir.

## Üslü Sayıların Özellikleri

- $a \neq 0$  olmak üzere  $a^0 = 1$  dir. ( $0^0$  belirsizdir.)
- $a^1 = a$  dir.
- $1^a = 1$  dir.
- Pozitif sayıların tüm kuvvetleri pozitiftir.
- Negatif sayıların tek kuvvetleri negatif, çift kuvvetleri pozitiftir.
- $(x^m)^n = (x^n)^m = x^{mn}$
- $x^{-n} = \frac{1}{x^n}$
- $\left(\frac{x}{y}\right)^{-n} = \left(\frac{y}{x}\right)^n$
- $p$  ve  $q$  farklı asal sayılar olmak üzere  $p^m = q^n$  ise  $n = m = 0$  dir.

### Uyarı 1:

$$(x^m)^n \neq x^{m^n} \text{ dir.}$$

### Uyarı 2 :

Negatif sayıların çift kuvvetleri alınırken, kuvvet parantezin içinde ise işaret kuvvetten etkilenmez.

$$(-x^{2n}) = -x^{2n}$$

## Üslü Sayılarda Dört İşlem

### 1. Toplama ve Çıkarma İşlemi

Tabanları ve üsleri aynı olan üslü ifadeler toplanabilir veya çıkarılabilir.

$$a \cdot x^n + b \cdot x^n - c \cdot x^n = (a + b - c) \cdot x^n \text{ dir.}$$

### 2. Çarpma İşlemi

- ✓ Tabanları aynı, üsleri farklı olan üslü sayıların çarpımı  
Tabanları aynı, üsleri farklı olan üslü sayıları çarparken üsler toplanır.  
 $x^m \cdot x^n = x^{m+n}$  dir.

- ✓ Tabanları farklı, üsleri aynı olan üslü sayıların çarpımı  
Tabanları farklı, üsleri aynı olan üslü sayıları çarparken tabanlar çarpılır, ortak üs aynen yazılır.  
 $x^m \cdot y^m = (x \cdot y)^m$  dir.

### 3. Bölme İşlemi

- ✓ Tabanları aynı, üsleri farklı olan üslü sayıları bölme  
Tabanları aynı, üsleri farklı olan üslü sayıları bölerken payın üssünden paydanın üssü çıkarılır.

$$\frac{x^m}{x^n} = x^{m-n} \text{ dir.}$$

- ✓ Tabanları farklı, üsleri aynı olan üslü sayıları bölme  
Tabanları farklı, üsleri aynı olan üslü sayıları bölerken tabanlar bölünür, ortak üs aynen yazılır.

$$\frac{x^m}{y^m} = \left(\frac{x}{y}\right)^m \text{ dir.}$$

## Üslü Sayıların Sıralaması

- $a > 1$  olmak üzere  
 $a^n < a^m$  ise  $n < m$  dir.
- $a < 1$  olmak üzere  
 $a^n < a^m$  ise  $n > m$  dir.

## Üslü Denklemler

### 1. Tabanları Eşit Olan Üslü Denklemler

Tabanları eşit olan üslü denklemlerin üsleri de eşittir.

$a \neq 0, a \neq 1, a \neq -1$  olmak üzere;

$a^n = a^m$  ise  $n = m$  dir.

### 2. Üsleri Eşit Olan Üslü Denklemler

Üsleri eşit olan üslü denklemlerde üs tek ise tabanlar eşit, üs çift ise tabanların mutlak değerleri birbirine eşittir.

$$a^n = b^n \text{ denkleminde } \begin{cases} n \text{ tek ise} & a = b \\ n \text{ çift ise} & |a| = |b| \end{cases}$$

### 3. $x^n = 1$ şeklindeki denklemler

Bu eşitlik üç farklı şekilde sağlanır.

$$x^n = 1 \text{ ise } 1) x = 1$$

$$2) n = 0 \text{ ve } x \neq 0$$

$$3) n \text{ çift ise } x = -1$$

Denklemin çözümü için yukarıda verilen üç durum da incelenir.

### 4.

$$\left. \begin{array}{l} a^n = b^m \\ a^x = b^y \end{array} \right\} \text{ ise } \frac{n}{x} = \frac{m}{y}$$

## Üslü Eşitsizlikler

Üslü eşitsizliklerin çözüm kümeleri bulunurken üslü sayılarda sıralama bilgisi kullanılır.

$x \in R$  ve  $m, n \in N^+$  olmak üzere;

$$1. \quad x > 1 \text{ ve } x^m > x^n \text{ ise } m > n \text{ dir.}$$

$$2. \quad 0 < x < 1 \text{ ve } x^m < x^n \text{ ise } m > n \text{ dir.}$$