

KÖKLÜ SAYILAR

Tanım

$n > 1$ ve $n \in \mathbb{N}$ olmak üzere, $x^n = a$ denklemini sağlayan x sayısına a nın n . kuvvetten kökü denir.

Köklü Sayıların Özellikleri

- $x^n = a$ ise $x = \begin{cases} \sqrt[n]{a} & , \quad n \text{ tek ise} \\ \pm \sqrt[n]{a} & , \quad n \text{ çift ise} \end{cases}$
- $\sqrt[n]{a^n} = \begin{cases} a & , \quad n \text{ tek ise} \\ |a| & , \quad n \text{ çift ise} \end{cases}$
- $\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$ dir.
- $(\sqrt[n]{a})^m = \sqrt[n]{a^m}$
- $\sqrt[n]{a^m} = \sqrt[n \cdot k]{a^{m \cdot k}} = \sqrt[k]{a^{\frac{m}{n}}}$ $k \in \mathbb{Z}^+$
- $a \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a^n \cdot b}$

Köklü Sayılarda Dört İşlem

1. Toplama ve Çıkarma İşlemi

Kök kuvvetleri ve kök içleri aynı olan köklü sayılar toplanabilir veya çıkarılabilir.

$$a \cdot \sqrt[n]{x} + b \cdot \sqrt[n]{x} - c \cdot \sqrt[n]{x} = (a + b - c) \cdot \sqrt[n]{x} \text{ dir.}$$

2. Çarpma İşlemi

Kök kuvvetleri aynı olan köklü sayıların içleri çarpılır.

$$\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a \cdot b} \text{ dir.}$$

3. Bölme İşlemi

Kök kuvvetleri aynı olan köklü sayıların içleri bölünür.

$$\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}} \text{ dir.}$$

Bir Köklü Sayının Eşleniği

\sqrt{a} eşleniği \sqrt{a} eşleniği $\sqrt{a} + \sqrt{b}$ eşleniği $\sqrt{a} - \sqrt{b}$
Paydasında köklü ifade bulunan kesirlerin paydasını kökten kurtarmak için kesrin pay ve paydası eşleniği ile çarpılır.

İç İçe Kökler

a. Sonlu Katlı Kökler

$$\sqrt[n]{\sqrt[m]{\sqrt[p]{a}}} = \sqrt[n \cdot m \cdot p]{a}$$

$$\sqrt[n]{a \cdot \sqrt[m]{b \cdot \sqrt[p]{a}}} = \sqrt[n \cdot m \cdot p]{a^m \cdot b^p \cdot a}$$

b. Sonsuz Katlı Kökler

$$1. \sqrt[n]{a \sqrt[n]{a \sqrt[n]{a} \dots}} = \sqrt[n-1]{a}$$

$$2. \sqrt[n]{a : \sqrt[n]{a : \sqrt[n]{a} \dots}} = \sqrt[n+1]{a}$$

$$3. \sqrt{a \cdot (a+1)} + \sqrt{a \cdot (a+1)} + \sqrt{a \cdot (a+1)} + \dots = a+1$$

$$4. \sqrt{a \cdot (a+1)} - \sqrt{a \cdot (a+1)} - \sqrt{a \cdot (a+1)} - \dots = a$$

Özel Kökler

$$\checkmark \sqrt{a + 2\sqrt{b}} = \sqrt{x} + \sqrt{y}$$

$$\begin{array}{cc} \downarrow & \downarrow \\ x+y & x \cdot y \end{array}$$

$$\checkmark \sqrt{a - 2\sqrt{b}} = |\sqrt{x} - \sqrt{y}|$$

Köklü Sayılarda Sıralama

- Kök dereceleri eşit ise;
 $a < b < c \Rightarrow \sqrt[n]{a} < \sqrt[n]{b} < \sqrt[n]{c}$ dir.
- Köklerin dereceleri farklı ise sıralama yapmadan önce dereceler eşitlenmelidir.