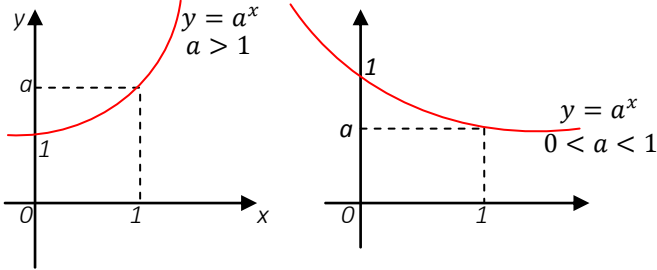


LOGARİTMA

ÜSTEL FONKSİYON

$a \in \mathbb{R}^+$ ve $a \neq 1$ olmak üzere, $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^+$, $f(x) = a^x$ şeklindeki fonksiyonlara üstel fonksiyon denir.



LOGARİTMA FONKSİYONU

$a \in \mathbb{R}^+$ ve $a \neq 1$ olmak üzere, $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^+$, $f(x) = a^x$ fonksiyonunun ters fonksiyonuna, a tabanına göre logaritma fonksiyonu denir.

$f^{-1}: \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}$, $f^{-1}(x) = \log_a x$ şeklinde gösterilir.

Uyarı:

Logaritma fonksiyonunun tanımlı olması için aşağıdaki üç koşulu sağlaması gerekir.

1. $a > 0$
2. $a \neq 1$
3. $x > 0$

- Tabanı 10 olan logaritmaya bayağı logaritma denir ve $\log_{10} x = \log x$ şeklinde gösterilir.
- Tabanı $e \cong 2,718281 \dots$ olan logaritmaya doğal logaritma denir ve $\log_e x = \ln x$ şeklinde gösterilir.

Logaritmanın Özellikleri

$a > 0, a \neq 1$ ve $x, y \in \mathbb{R}^+$ olmak üzere;

- $\log_a 1 = 0$
- $\log_a a = 1$
- $\log_a (x \cdot y) = \log_a x + \log_a y$

- $\log_a \left(\frac{x}{y}\right) = \log_a x - \log_a y$
- $\log_a x^n = n \cdot \log_a x$
- $\log_{a^m} x = \frac{1}{m} \cdot \log_a x$
- $\log_a x^n = \frac{n}{m} \cdot \log_a x$
- $a^{\log_b c} = c^{\log_b a} \Rightarrow a^{\log_a b} = b$
- $\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$ ($c > 0, c \neq 1$)
- $\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$
- $\log_a b \cdot \log_b c \cdot \log_c d = \log_a d$
- $\text{co } \log_a b = \log_a \frac{1}{b} = -\log_a b$

Logaritmali Denklem ve Eşitsizlikler

$a \in \mathbb{R}^+, a \neq 1, f(x) > 0$ ve $g(x) > 0$ olmak üzere;

- $\log_a f(x) = \log_a g(x) \Leftrightarrow f(x) = g(x)$
- $a > 1$ ise $\log_a f(x) < \log_a g(x) \Leftrightarrow f(x) < g(x)$
- $0 < a < 1$ ise $\log_a f(x) < \log_a g(x) \Leftrightarrow f(x) > g(x)$
- $a > 0$ ise $\log_a f(x) < b \Leftrightarrow f(x) < a^b$
- $0 < a < 1$ ise $\log_a f(x) < b \Leftrightarrow 0 < f(x) < a^b$

Karakteristik ve Mantis

$x \in \mathbb{R}^+, k \in \mathbb{Z}$ ve $0 \leq m < 1$ olmak üzere;

$\log_a x = k + m$ şeklinde yazılabilir.

Burada k sayısına karakteristik, m sayısına mantis denir.

- $x > 1$ ve $x \in \mathbb{Z}$ ise x 'in basamak sayısı $k+1$ dir.
- $0 < x < 1$ ise $k < 0$ dır ve x in ondalık yazılışında sıfırdan farklı ilk rakamdan önceki sıfırların sayısı $|k|$ dir.
Yani $\log_a x = \underbrace{0,000}_{4 \text{ tane sıfır}}65$ ise $k = -4$ dür.