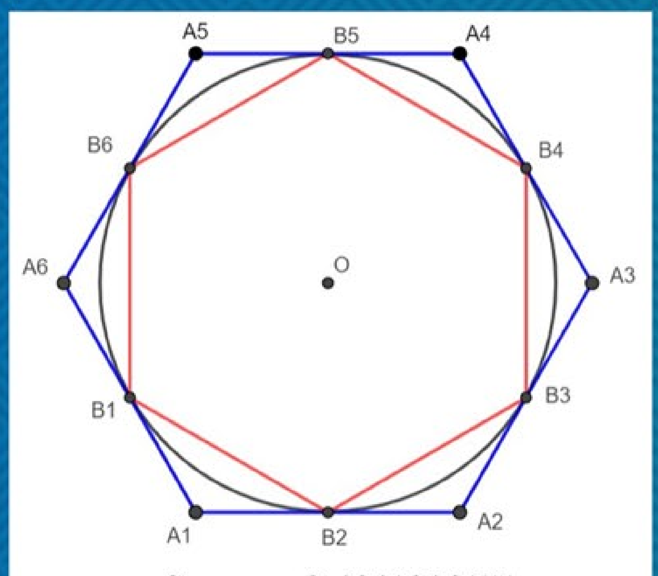
MATEMATICĂ ȘI INFORMATICĂ
Absolvent
Anna Renata FERENT
Coordonator
Mihai PASCU

Email: anna.ferent@student.unitbv.ro

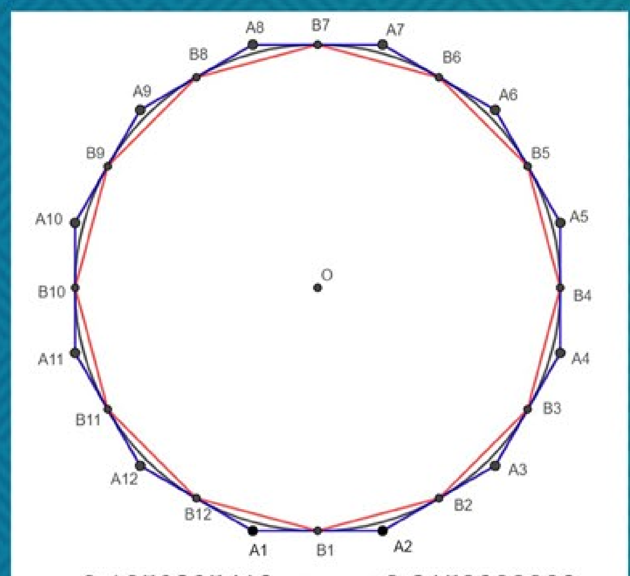
Facultatea de
Matematică și informatică

π în Analiză, Geometrie, ... și nu numai!

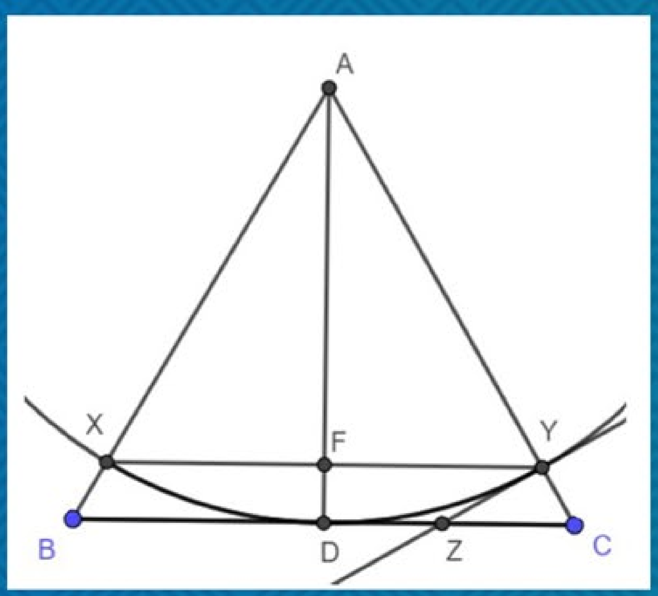
Reprezentarea lui Arhimede



$3 < \pi < 3.4641016151$



$3.1058285412 < \pi < 3.2153903092$



Relația de recurență:

$$P_n = 2nk \qquad p_n = 2nz$$

unde z=FY, k=ZC, n=numărul de laturi. Pentru un poligon cu 96 de laturi: 3.14084<π<3.142858

Reprezentarea lui Isaac Newton

$$(1+x)^n = 1 + nx + \frac{n(n-1)x^2}{2!} + \frac{n(n-1)(n-2)x^2}{3!} + \ldots, n \in \mathbb{Z}^+$$

$$n = \frac{1}{2} \Longrightarrow (1+x)^{\frac{1}{2}} = 1 + \frac{1}{2}x - \frac{1}{8}x^2 + \frac{1}{16}x^3 - \frac{5}{128}x^4 + \ldots$$

$$\mathcal{C}((0,0),1) \Longrightarrow x^2 + y^2 = 1 \Longrightarrow y = (1-x^2)^{\frac{1}{2}}.$$

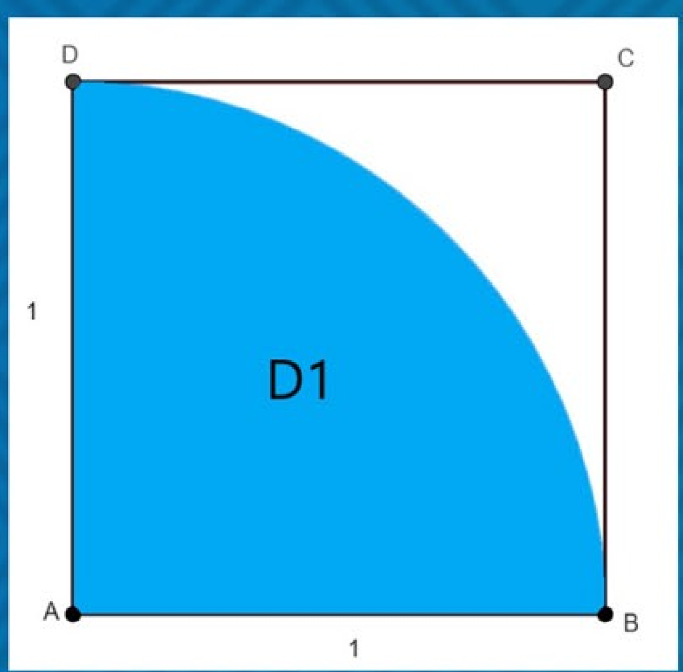
$$(1\text{-}x^2)^{\frac{1}{2}} = 1 - \tfrac{1}{2}x^2 - \tfrac{1}{8}x^4 - \ldots$$

Integrând obținem:

$$\pi = 12\left[\frac{1}{2} - \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{3}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^3 - \frac{1}{8}\cdot\frac{1}{5}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^5 - \frac{1}{16}\cdot\frac{1}{7}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^7 - \ldots - \frac{\sqrt{3}}{8}\right].$$

Reprezentări probabiliste

Cazul I:



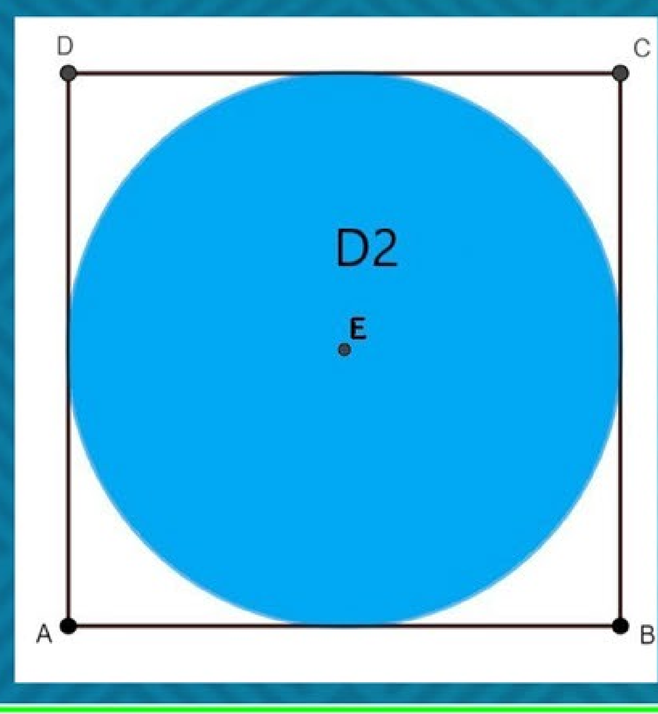
$$A_{D1} = \frac{\pi \cdot r^2}{4} = \frac{\pi}{4}, \; A_{ABCD} = 1$$

$$\pi \approx 4 \cdot \frac{\#\text{număr de puncte } p_i \in D1}{\#\text{număr total de puncte } p_i}$$

Rezultatele numerice obținute în Python:

n puncte	Aproximarea lui π
100	3.1287113
200	3.164179
300	3.255814
400	3.17207
500	3.057884
600	3.207987
700	3.109843
1,000	3.068931
1,500	3.1339
2,500	3.15553
5,000	3.15376
7,500	3.13078
10,000	3.1520
23,000	3.1422

Cazul II:



$$A_{D2} = \pi \cdot r^2 = \frac{\pi}{4}, \; A_{ABCD} = 1$$

$$\pi \approx 4 \cdot \frac{\#\text{număr de puncte } p_i \in D2}{\#\text{număr total de puncte } p_i}$$

Rezultatele numerice obținute în Python:

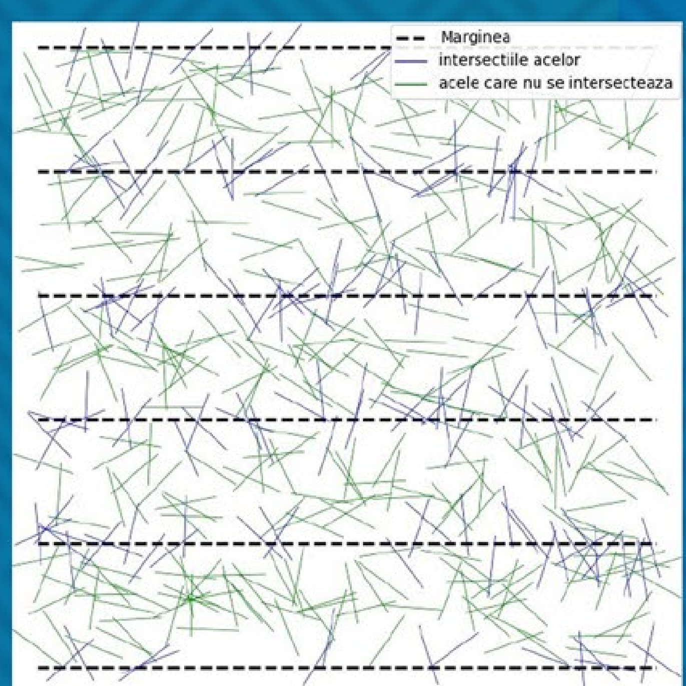
n puncte	Aproximarea lui π
100	3.28
200	3.22673267
300	3.18407960
400	3.25581395
500	3.1620947
600	3.1696606
700	3.1680532
1,000	3.1387347
1500	3.18915060
2,500	3.093710
5,000	3.15200648
7500	3.15200648
10,000	3.15321684
23,000	3.143927

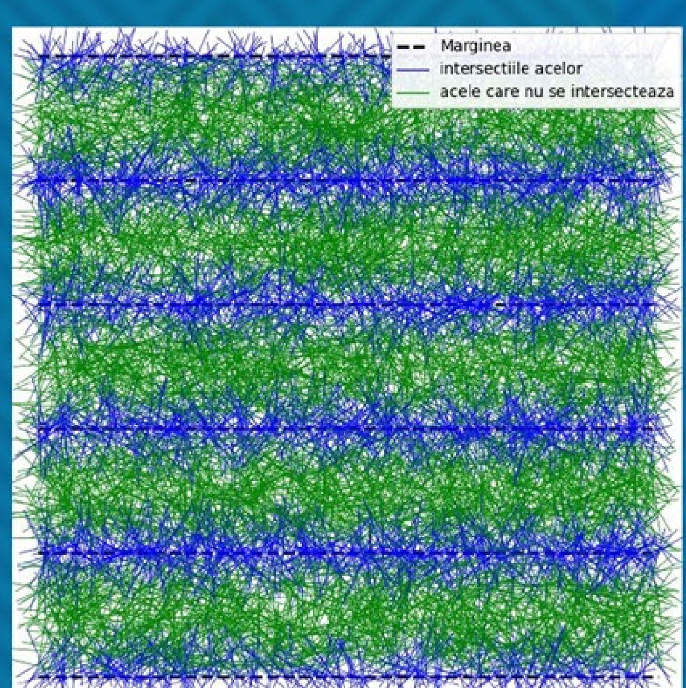
Aproximare prin folosirea unui ac

$$\pi \approx \frac{2 \cdot l \cdot \text{număr total de ace}}{d \cdot \text{numărul de ace care intersectează liniile}}$$

Rezultatele numerice obținute în Python:

n puncte	Aproximarea lui π
100	2.5641025
200	3.3333
300	3.84615
400	3.174603
500	2.840909
600	3.125
700	3.06748
1,000	3.021148
1,500	3.10558900
2,500	3.125
5,000	3.131479
7,500	3.205128
10,000	3.16957
23,000	3.152844





Aproximare prin aruncarea unei monede

Experimentul constă în aruncarea unei monede de M ori, M-par, repetăm acțiunea de N ori. No este numărul de apariții ale ”stemei” de exact M/2 în N aruncări.

$$\pi \approx \left(\frac{2}{M}\right)\left(\frac{N}{N_0}\right)^2 e^{-\frac{1}{2M}}$$

Exemplu:
pentru M = 100,
N = 1000,
N0 = 79 avem:

$\pi \approx$ 3, 1886315629.

Aproximarea lui π		
Experimentul	N_0	valoarea lui π
1	79954	3.11299291
2	80200	3.093925035
3	79318	3.163115231
4	79697	3.133102303
5	79264	3.167426555
6	80134	3.099023574
7	79391	3.157300938
8	79782	3.126429824
9	79093	3.181137388
10	79483	3.149996141
11	78929	3.194370763
12	79352	3.160405208
13	79300	3.16455136
15	79652	3.136643442
16	79504	3.148332296
17	79895	3.117592307
Aproximarea finală a lui π		3.141938982

Pentru N=1000000, M=100