

۳ - الف) با استفاده از اصل ضرب $4 \times 12 \times 3 \times 2 = \boxed{288}$ میکر متناظر داریم.

ب) با استفاده از اصل ضرب $4 \times 3 \times 2 \times 1 = \boxed{24}$ میکر آب داریم.

۴ - الف) $10 \times 9 \times 8 \times 7 = \boxed{5040}$

ب) $3 \times 9 \times 8 \times 7 = \boxed{1512}$: ۵
۲ : ۴
 $252 = (3 \times 7 \times 6 \times 4) \times 4$
۴ صفت برای نقش پرتنگ

۳ : از اصل مهم استفاده می کنیم

$$\frac{5040}{\text{کل}} - \frac{(7 \times 6 \times 5 \times 4)}{\text{بدون پرتنگ}} = \boxed{4200}$$

۱۰ - فرض کنید قفسه ها کنار هم دیگر قرار دارند به طور کلی با ۱۵ حالت برای ترتیب چپ کتاب ها داریم
حالا ۱۶ ردیف برای تقسیم کتاب ها بین دو قفسه داریم (تمام کتاب ها در قفسه چپ، ۱۴ کتاب در قفسه
چپ و ۱ کتاب در قفسه راست و ...) از این ۱۶ ردیف ۲ ردیف نامطلوب اند زیرا یک قفسه خالی
می ماند پس در کل (14×15) ردیف داریم.

۱۵ - ابتدا $e \square e \square e \square e \square e$ حالا باید حرفه
بایمانده را در عوامل بین e ها قرار دهیم که $4!$ ردیف امکان دارد.

۱۶ - اگر منظور این است که ۳۰ عدد دیگر را به دست می توانند ظاهر شوند.

جواب $30^{23} \times 40^2$ می باشد درگرنه جواب $30^2 \times 10^2$ می باشد.

۲۴ - اگر یک ۵ رتبه است چپ باشد $\frac{4}{2} \times \frac{3}{2} \times \frac{2}{2} = \boxed{360}$ برای ۶ برای ۶ برای ۶
برای ۴

$$\boxed{360} = \frac{4}{2} \times \frac{3}{2} \times \frac{2}{2} \times \frac{2}{2} \times \frac{2}{2} \times \frac{2}{2}$$

رتبه است چپ باشد ۲۴

$$360 + 360 = \boxed{720}$$

۲۵ - مراحل را می‌تواند بیکد رشته از حروف R و W و G و B مل کرد که تعداد هر حرف برابر

تعداد هدف‌های آن حرف می‌باشد و جواب برابر
$$\frac{12!}{4! \times 3! \times 2! \times 3!} = 277200$$

۲۸ - طبق مآله میر هر دو سؤال $\binom{14}{7}$ جواب می‌نورد به خردگی می‌توان مآله ما به رتشی
مشکل از تعدادی U و R یا غیره تئیم کرد که تعداد هر کدام منقصرات .

$$n(U) = u \quad n(R) = r \quad \boxed{\binom{u+r}{r}}$$

۲۹ - الف) دب) $\frac{10!}{7! \times 2! \times 1!}$ ج) مآله سؤال قبل می‌توان از یک رشته انتخاب کرده
هر حرف نشان دهنده‌ی یک نوع حرکت می‌باشد .

۳۰ - الف)
$$\boxed{48} = (12 \times 1) + ((10 - 5 + 1) \times 2) + ((15 - 8 + 1) \times 3)$$

ب) از اصل جمع انتخاب کرده شور چیدن دستورات پس از هم درج می‌باشد .

۳۱ - الف)
$$\boxed{576} = 12 \times (10 - 5 + 1) \times (15 - 8 + 1)$$

ب) اصل ضرب زیرا برنامه‌ها به هم دایعه اند .

۳۸ - الف) با توجه به اینکه نفر اول در سمت چپ یا راست قطع خرد باشد ۷ حالت پیش می‌آید
پس در کل $2 \times 7!$ می‌شود

ب) با توجه به اینکه A در سمت چپ یا راست قطع خرد باشد ۵ حالت برای B وجود دارد و برای
بقیه $4!$ حالت وجود دارد.
$$\boxed{720} = 2 \times 5 \times 4!$$

ج) با توجه به اینکه A در سمت چپ یا راست قطع خرد باشد ۴ حالت برای B وجود دارد و ۶!

حالت برای بقیه
$$\boxed{576} = 2 \times 4 \times 4!$$

$$\overline{31} = \binom{4}{2} + \binom{4}{3} + \binom{4}{4} \quad \text{ب} \quad \binom{4}{3} = 20 \quad \text{الف} \quad 2^4 - 1 = \overline{43} \quad \text{تمام نقاط غیر دانه‌ها را نشان می‌دهد}$$

$$\overline{22} = \binom{4}{2} + \binom{4}{3} + \binom{4}{4} \quad \text{ت}$$

$$\binom{n}{r} + \binom{n-1}{r} = \frac{n(n-1)}{r} + \frac{(n-1)(n-2)}{r} = n^2 - 2n + 1 = (n-1)^2 \quad \text{ب}$$

$$\binom{10}{4}^2 = \overline{210} \quad \text{ب} \quad \binom{10}{12} \quad \text{الف}$$

$$\binom{10}{5} \binom{10}{5} + \binom{10}{4} \binom{10}{6} + \binom{10}{3} \binom{10}{7} + \binom{10}{2} \binom{10}{8} + \binom{10}{1} \binom{10}{9} + \binom{10}{0} \binom{10}{10} \quad \text{ت}$$

$$\binom{10}{8} \binom{10}{2} + \binom{10}{7} \binom{10}{3} + \binom{10}{6} \binom{10}{4} + \binom{10}{5} \binom{10}{5} \quad \text{ث}$$

$$\binom{12}{4} \binom{8}{4} \binom{4}{2} \binom{2}{2} \quad \text{ب} \quad \binom{12}{3} \binom{9}{3} \binom{6}{3} \binom{3}{3} \quad \text{الف}$$

$$\binom{15}{2} = \overline{105} \quad \text{الف} \quad \text{چون هر دو نقطه یک خط را مشخص می‌کنند}$$

$$\binom{25}{3} \text{ مثلث} - \binom{25}{3} \text{ صفحه} - \binom{25}{4} \text{ چهار وجهی}$$

$$\binom{10}{8} \times 2^2 + \binom{10}{9} \times 2 + \binom{10}{1} \times 1 \quad \text{ب}$$

$$\frac{10!}{4! \times 3! \times 3!} \quad \text{الف}$$

$$\binom{10}{8} \times 2^2 + \binom{10}{9} \times 2 + \binom{10}{1} \times 1 \quad \text{ب}$$

$$\overline{415} = \binom{10}{4} + \binom{10}{3} \binom{6}{1} + \binom{10}{2} = \text{الف}$$

۲۱ - الف) حالت ها $(0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9)$ (ب) حالت ها $(0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9)$

$$\binom{10}{1} + \binom{10}{2} + \binom{10}{3} + \binom{10}{4} + \binom{10}{5} + \binom{10}{6} + \binom{10}{7} + \binom{10}{8} + \binom{10}{9} = 1023$$

ج) حالت ها $(0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9)$ (د) حالت ها $(0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9)$

$$\binom{10}{1} + \binom{10}{2} + \binom{10}{3} + \binom{10}{4} + \binom{10}{5} + \binom{10}{6} + \binom{10}{7} + \binom{10}{8} + \binom{10}{9} = 1023$$

پ) باید تعداد رقم های فرد زوج باشد . پس تعداد زوجی مکان را برای فرد ها انتخاب می کنیم پس هر مکان از فرد باشد ۲ حالت دارد و اگر زوج باشد ۲ حالت دارد .

$$\left(\binom{10}{1} + \binom{10}{2} + \binom{10}{3} + \binom{10}{4} + \binom{10}{5} + \binom{10}{6} + \binom{10}{7} + \binom{10}{8} + \binom{10}{9} \right) \times 2^{10}$$

۲۵ - الف) $\binom{12}{3}$ (ب) از تغییر متغیر $a = 2y$ استفاده می کنیم $8 \times \binom{12}{3}$

پ) از تغییر متغیر $a = 2x$ و $b = 3y$ استفاده می کنیم $(512) \times (-27) \times \binom{12}{3}$

$$\frac{12!}{2! \times 2! \times 2! \times 2! \times 2!} \times 4 \times 9 \times 16$$

$$\frac{10!}{2! \times 2! \times 2! \times 2! \times 2!} \quad \text{ب)}$$

★ مانند توان قبل از تغییر متغیر ها کد گرفته ایم

$$\frac{12!}{0! \times (2!)^4 \times 4!} \times 4 \times 25 \times 81 \quad \text{پ)}$$

۳۴ - با توجه به فرمول بسط دوجمله ای نیوتون به $3^n = (1+2)^n$ می رسم

۱- الف) جوابهای صحیح و نامنطبق $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 14$ برابر $\binom{14}{4}$

ب) ابتدا به هر کدام یک سکه می دهیم حالا باید بقیه ۵ سکه را بین آنها تقسیم کنیم

$$\binom{9}{4}$$

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 5$$

پ) ابتدا به کودک بزرگتر ۲ سکه می دهیم حالا بقیه ۸ سکه را بین آنها تقسیم می کنیم.

$$\binom{12}{4}$$

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 8$$

د- الف) ابتدا تعدادی از ۵ سکه مختلف را انتخاب می کنیم و آنها را باقی مانده را از ۵ سکه طلا داری برمی داریم پس جواب می شود 2^5

ب) درست مانند سؤال قبل جواب برابر 2^8 می شود.

۷- الف) $\binom{35}{3}$ ب) ابتدا به هر سگی می دهیم $\binom{31}{3}$

پ) به ۲ تا ۷ تا و به ۲ تا ۵ تا می دهیم $\binom{11}{3}$ ت) ابتدا به هر سگ ۸ تا می دهیم. $\boxed{1}$

ث) با استفاده از تغییر متغیر $y_i = x_i + 2$ عبارت به $y_1 + y_2 + y_3 + y_4 + y_5 = 40$

تبدیل می شود که جواب برابر $\binom{43}{3}$ ج) ابتدا به هر کدام یکی می دهیم حالا ابتدا تعداد کل حالت را حساب می کنیم به حالاتی که $x_4 > 24$

$$\binom{31}{3} - \binom{6}{3}$$

ات را از آن کم می کنیم

۱۲- الف) به جای ۴۰ عبارت $39 \leq$ را می نذاریم. حالا یک x_4 اضافه می کنیم \ll تبدیل

به $=$ می شود پس تعداد جواب ها برابر $\binom{44}{4}$ می شود ب) ابتدا از تغییر متغیر $y_i = x_i + 3$

استفاده می کنیم پس مانند سؤال قبل عمل می کنیم و جواب می شود $\binom{59}{4}$

۱۴ - الف) ابتدا از تغییر متغیر برای ۲۷ و ۳۷ استفاده می‌کنیم پس به روش معمول حل می‌کنیم.

$$9 \times 14 \times \frac{1!}{2! \times 2! \times 1! \times 1! \times 0!}$$

(ب) ~~توان~~ x جدار با x هاشان می دهد. $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 1$

جواب: $\binom{12}{4}$

۱۵ - ابتدا تعداد کتاب های هر قفسه را با ترکیب با یکدیگر حساب می کنیم پس $24! \times \binom{23}{3}$ در دست می آید

۱۶ - جواب برابر $\binom{n-1}{18}$ و جواب ۲ برابر $\binom{n-1}{43}$ است و باید

$$\binom{n-1}{4^m} = \binom{n-1}{1n}$$

که این یعنی $|92 + 10n - 1|$
 و از این نتیجه می گیریم $n = 12$

۱۹- الف) ابتدا ۳ مکده تفاوت را تيم می نيم ديم با استفاده از تركيب با بكار ۲۵ مکديان را $\binom{29}{4} \times 5^3$
 ب) برای ترتيب ۲۰ ست ۴ حالت وجود دارد و برای گره ۲۵ ست ۵ حالت وجود دارد.
 در هر حالت تعداد توزيع های يافتنده را با استفاده از روش های سؤال های قبل بدست می آوريم

$$r_x \begin{pmatrix} r \\ r \end{pmatrix} + 14x \begin{pmatrix} 1 \\ r \end{pmatrix} + 9r_x \begin{pmatrix} 1 \\ r \end{pmatrix} + r_x \begin{pmatrix} 1 \\ r \end{pmatrix} + 14x \begin{pmatrix} r \\ r \end{pmatrix} +$$

۲۱- $۱, ۲, ۳, ۴, ۵, ۶, ۷, ۸, ۹, ۱۰, ۱۱, ۱۲, ۱۳, ۱۴, ۱۵, ۱۶, ۱۷, ۱۸, ۱۹, ۲۰, ۲۱, ۲۲, ۲۳, ۲۴, ۲۵, ۲۶, ۲۷, ۲۸, ۲۹, ۳۰, ۳۱, ۳۲, ۳۳, ۳۴, ۳۵, ۳۶, ۳۷, ۳۸, ۳۹, ۴۰, ۴۱, ۴۲, ۴۳, ۴۴, ۴۵, ۴۶, ۴۷, ۴۸, ۴۹, ۵۰, ۵۱, ۵۲, ۵۳, ۵۴, ۵۵, ۵۶, ۵۷, ۵۸, ۵۹, ۶۰, ۶۱, ۶۲, ۶۳, ۶۴, ۶۵, ۶۶, ۶۷, ۶۸, ۶۹, ۷۰, ۷۱, ۷۲, ۷۳, ۷۴, ۷۵, ۷۶, ۷۷, ۷۸, ۷۹, ۸۰, ۸۱, ۸۲, ۸۳, ۸۴, ۸۵, ۸۶, ۸۷, ۸۸, ۸۹, ۹۰, ۹۱, ۹۲, ۹۳, ۹۴, ۹۵, ۹۶, ۹۷, ۹۸, ۹۹, ۱۰۰$

۴. برای انتخاب این ۴ مورد به نادل و کد m وجود دارد.

$$n_1 + n_2 + \dots + n_r = k$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 9 \end{pmatrix}$$

۲۳ - با توجه به اینکه $x_1 + x_2 + \dots + x_{12} = 3$ قطعه کد $\overline{\binom{12}{9} = 220}$ بار اجرا می‌شود و باید مجموع اعداد ۲۲۰ را می‌بندیم که برابر می‌شود.

۲۵ - همان حالت انتخاب با تکرار و با ترتیب اعداد برای ۴ متغیر خود را در نظر می‌گیریم به روشی توان این مقدار را حساب کرد

$$\binom{n+3}{4} = \binom{n+3}{n-1}$$

روش دوم ابتدا مقدار متغیر بزرگ که آنرا با i مشخص می‌کنیم انتخاب می‌کنیم برای بقیه $\binom{i+2}{3}$ و چون وجود دارد پس $\binom{n+3}{4} = \sum_{i=1}^n \binom{i+2}{3}$ جواب است (دوگانه شماری)

$$\frac{(n+3)(n+2)(n+1)n}{4} = \sum_{i=1}^n \frac{(i+2)(i+1)i}{6}$$

$$\frac{(n+3)(n+2)(n+1)n}{6} = \sum_{i=1}^n i^3 + 3 \sum_{i=1}^n i^2 + 2 \sum_{i=1}^n i$$

\downarrow $\frac{n(n+1)(2n+1)}{2}$ \downarrow $n(n+1)$

$$\sum_{i=1}^n i^3 = \frac{(n+1)^2 n^2}{4}$$

$$x_i \geq 1$$

$$x_1 + x_2 + \dots + x_n = m$$

(۲۷ - الف)

جواب برابر $\binom{m-1}{n-1}$ می‌شود

$$x_i \geq 2$$

$$x_1 + \dots + x_n = m$$

(ب)

جواب برابر $\binom{m-n+1}{n-1}$ می‌شود.

تمرینات تکلیفی

۲- الف) 5^9

۳- الف) $\binom{25}{2}$

ب) 4×5^4 ب) 2×3^4

ب) حالت بندی می کنیم $\binom{25}{1} + \binom{25}{2} + \binom{25}{3} + \binom{25}{4}$

از یک کتاب ۲ سرود ۱ سرود داره بقیه ۳ سرود
 $\binom{25}{2} + \binom{25}{3} + \binom{25}{4} + \binom{25}{5}$

از هر کتاب ۲ سرود از یک کتاب ۱ سرود از یک کتاب ۲ سرود از یک کتاب ۳ سرود

۵- الف) 10^{25} ب) ابتدا پرچم ها به ۲۵ ردیف مرتب می کنیم بعد از ترکیب با یکدیگر استفاده می کنیم

پ) درت ماته اب اعل می کنیم با این تعداد که ابتدا به هر تیر یک می دهیم
 $25! \times \binom{34}{9}$

$$25! \times \binom{24}{9}$$

۶- ابتدا نقش ها را در یک ردیف می گذاریم حالا باید از ۴۹ مکان ۱۵ مکان برای خط ها بایسیم $\binom{44}{15}$

$$\binom{n}{1} \times 3^{n-1} - 8$$

۱۱- الف) باید تمام دیرگ ها یکسان و برای آخری انتخاب دیگری کنیم
 $1 + 2 + 4 + 5 = 12$

ب) مانند الف عمل می کنیم ولی در باید دو دیرگ را مدنظر می گیریم
 $(1 \times 2) + (1 \times 4) + (1 \times 5) + (2 \times 4) + (2 \times 5) + (4 \times 5) = 49$

۱۵- الف) باید تعداد اعداد منفی زوج باشد. یک: $\binom{5}{4} + \binom{5}{2} \binom{4}{2} + \binom{4}{4}$

دو: $\binom{4}{4} + \binom{5}{3} \binom{4}{2} + \binom{5}{1} \binom{4}{1}$ سه: اگر از هر عدد از ۱ عدد ۴ بار انتخاب کنیم درست می شود.

پس کانت جواب (د) را در نظر بگیریم ۹ تا از آن کم کنیم. $\binom{7}{3} + \binom{5}{3} \binom{4}{2} + \binom{4}{4} - 9$

ب) باید تعداد اعداد منفی فرد باشد. یک: $\binom{5}{3} \binom{4}{1} + \binom{5}{1} \binom{4}{1}$

دو: $\binom{6}{3} \times 4 + \binom{7}{4} \times 4$ سه: چون نمی توان از عدد ۴ بار یا بیشتر انتخاب کرد جواب (د)