

# مدارهای الکتریکی و الکترونیکی

## فصل نهم: پاسخ فرکانسی

استاد درس: محمود ممتازپور

[ceit.aut.ac.ir/~momtazpour](http://ceit.aut.ac.ir/~momtazpour)

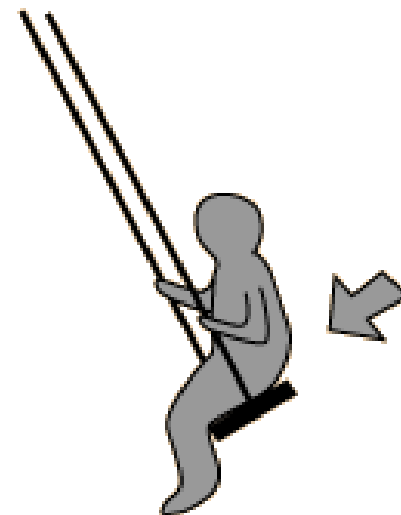
# فهرست مطالب

- تشدید
- پاسخ فرکانسی و تابع انتقال
- فیلتر فرکانس

# تشدید

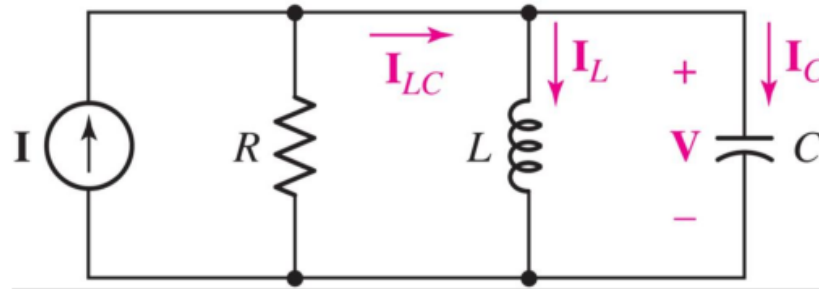
- رزونانس یا تشدید پدیده‌ای است که در آن یک نیروی خارجی باعث می‌شود سیستم با دامنه بیشتری نوسان کند.
- به فرکانسی که در آن تشدید اتفاق می‌افتد **فرکانس تشدید** گویند.

Tacoma bridge, 1940, US



# تشدید الکتریکی

□ در مدار زیر، فرکانس منبع سینوسی چقدر باشد تا نسبت  $\frac{V}{I}$  بیشینه شود (تشدید رخ دهد)؟



□  $\frac{V}{I} = Z_{eq} = \frac{R}{1 + jR(c\omega - \frac{1}{L\omega})} \rightarrow Z_{max} = R$

□ فرکانس تشدید  $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$  است.

□ سلف و خازن شروع به تبادل انرژی بین خود می‌کنند و دیگر از منبع انرژی نمی‌گیرند.

□ در مثال قبل دیدید زمانی که تشدید رخ می‌دهد، قسمت موهومی امپدانس صفر می‌شود.

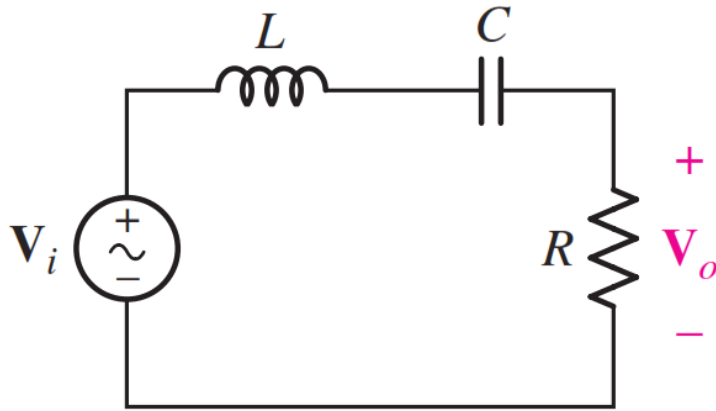
$$\square Z_{eq} = \frac{R}{1 + jR(c\omega - \frac{1}{L\omega})} \rightarrow Z_{max} = R$$

□ این امر برای همه مدارهای RLC صادق است. یعنی تشدید وقتی رخ می‌دهد که **قسمت موهومی امپدانس یا ادمیتانس صفر شود.**

□ در این حالت جریان و ولتاژ مدار هم فاز می‌شوند (چون امپدانس معادل مدار یک عدد حقیقی است و مانند یک مقاومت عمل می‌کند)

# تشدید: مثال

□ در مدار RLC سری، فرکانس تشدید چقدر است؟



□  $Z_{eq} = R + j\omega L + \frac{1}{j\omega C}$

□  $\text{Im}g(Z_{eq}) = 0 \rightarrow \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$

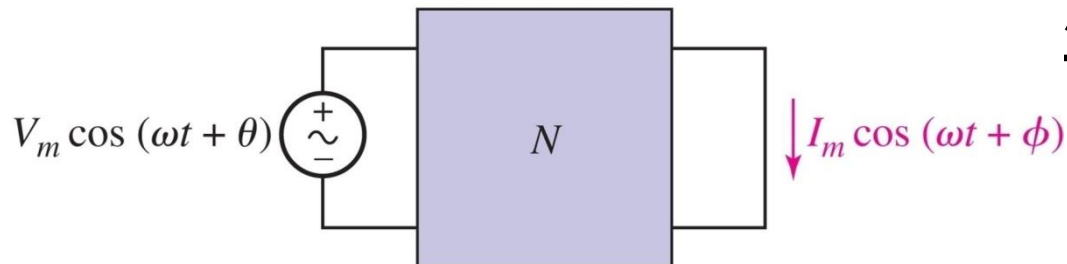
# پاسخ فرکانسی

□ در یک مدار مرتبه  $n$  با ورودی سینوسی، **تحلیل پاسخ فرکانسی** عبارت است از یافتن:

□ نسبت دامنه خروجی به ورودی مدار  $(\frac{I_m}{V_m})$  که به آن بهره  $A$  می‌گویند.

□ و اختلاف فاز آنها  $(\phi - \theta)$

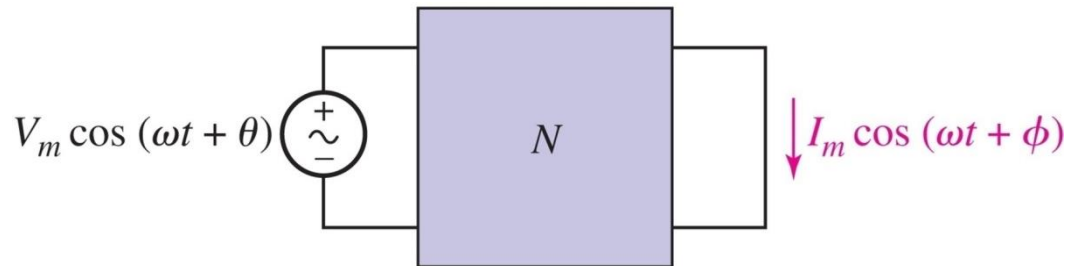
در فرکانس‌های مخت



□ برای این کار از تابع انتقال استفاده می‌کنیم.

# تابع انتقال

□ نسبت فازور خروجی به فازور ورودی را تابع انتقال  $\mathbf{H}(j\omega)$  گویند.



□  $\mathbf{H}(j\omega) = \frac{I_m e^{j\phi}}{V_m e^{j\theta}}$

□  $A = |\mathbf{H}(j\omega)| = \frac{I_m}{V_m}$

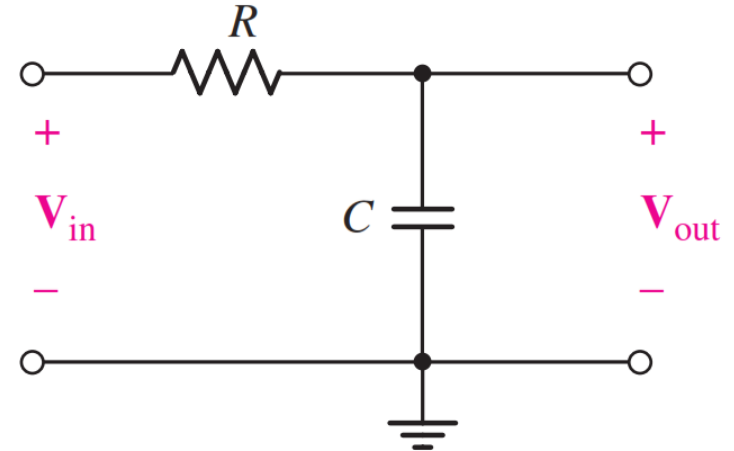
□  $Phase = \angle \mathbf{H}(j\omega) = \phi - \theta$

هر سه تابعی از فرکانس هستند.



# فیلتر پایین‌گذر RC

$$V_{out} = \frac{\frac{1}{j\omega C}}{\frac{1}{j\omega C} + R} V_{in} = \frac{1}{1 + j\omega RC} V_{in}$$



□ با فرض ولتاژ خازن به عنوان خروجی مدار، تابع انتقال برابر است با:

$$\mathbf{H}(j\omega) = \frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{1}{1 + j\omega RC}$$

- دیاگرام بود نموداری است که اندازه و زاویه تابع انتقال را بر حسب فرکانس و در مقیاس لگاریتمی نشان می‌دهد.
- محور افقی بیانگر فرکانس و در مقیاس لگاریتمی است.
- محور عمودی نمودار اندازه در مقیاس دسیبل (dB) است.
- محور عمودی نمودار زاویه در مقیاس خطی است.

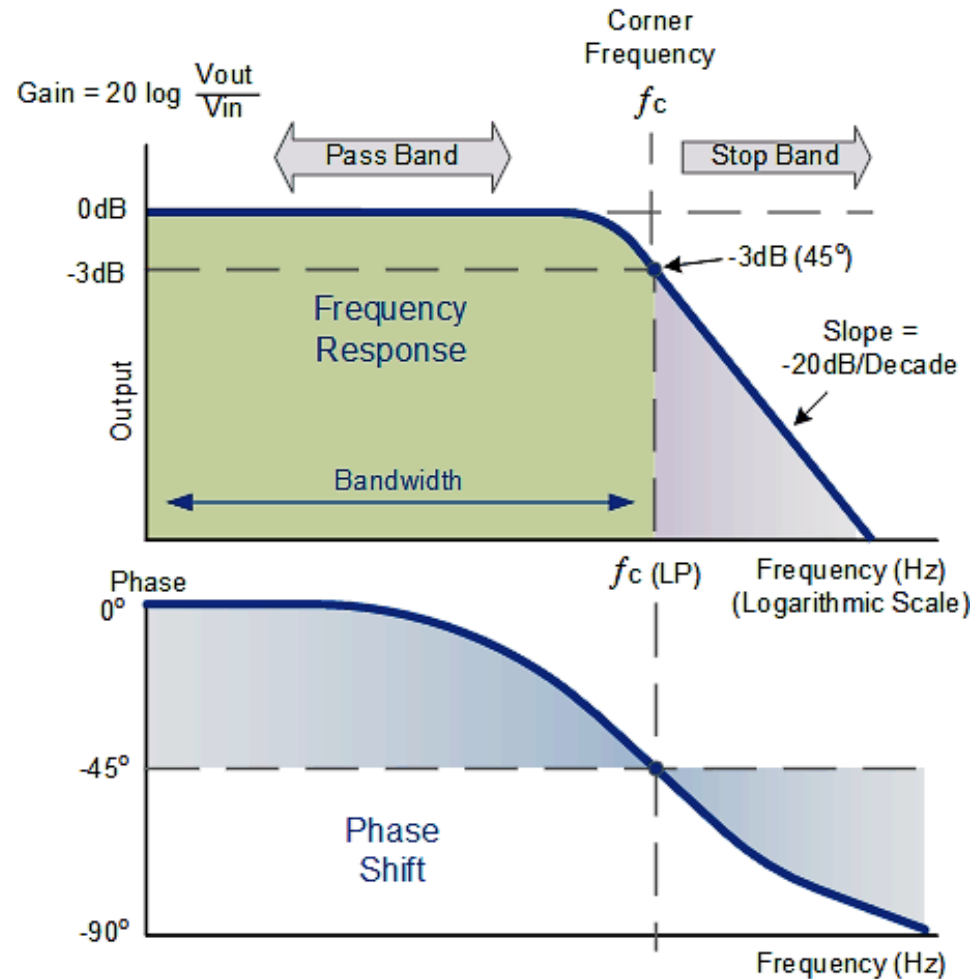
$$H_{dB} = 20 \log |\mathbf{H}(j\omega)|$$

# دیاگرام بود فیلتر پایین‌گذر RC

- $H(j\omega) = \frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{1}{1+j\omega RC}$
- $|H(j\omega)| = \frac{1}{\sqrt{1+\omega^2 R^2 C^2}}$
- $\angle H(j\omega) = -\tan^{-1} \omega RC$

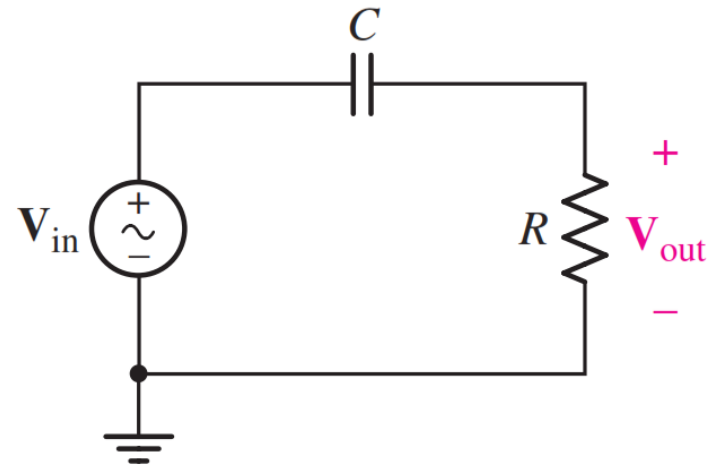
□ **فرکانس قطع:** جایی که اندازه تابع انتقال برابر با  $\frac{1}{\sqrt{2}}$  برابر ماکزیمم آن می‌شود.

- $f_c = \frac{1}{2\pi RC}$



# فیلتر بالاگذر RC

$$V_{out} = \frac{R}{\frac{1}{j\omega C} + R} V_{in} = \frac{j\omega RC}{1 + j\omega RC} V_{in}$$



□ تابع انتقال:

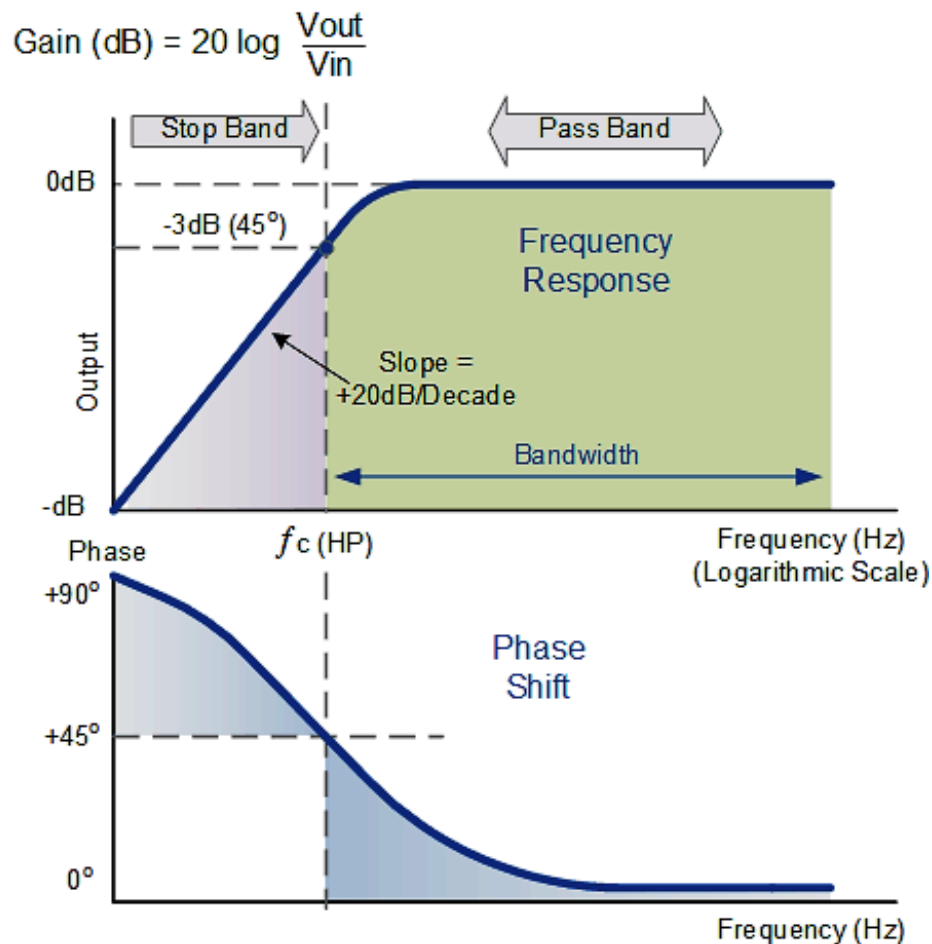
$$\mathbf{H}(j\omega) = \frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{j\omega RC}{1 + j\omega RC}$$

# دیاگرام بود فیلتر بالاگذر RC

- $H(j\omega) = \frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{j\omega RC}{1+j\omega RC}$
- $|H(j\omega)| = \frac{\omega RC}{\sqrt{1+\omega^2 R^2 C^2}}$
- $\angle H(j\omega) = \frac{\pi}{2} - \tan^{-1} \omega RC$

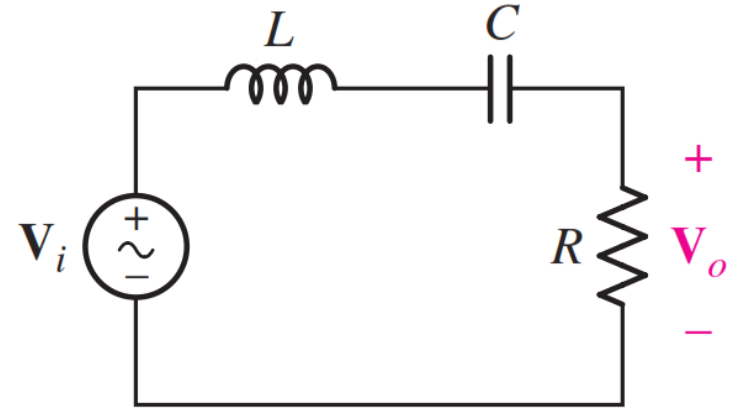
□ فرکانس قطع:

□  $f_c = \frac{1}{2\pi RC}$



# فیلتر میان‌گذر RLC

$$V_{out} = \frac{R}{j\omega L + \frac{1}{j\omega C} + R} V_{in}$$

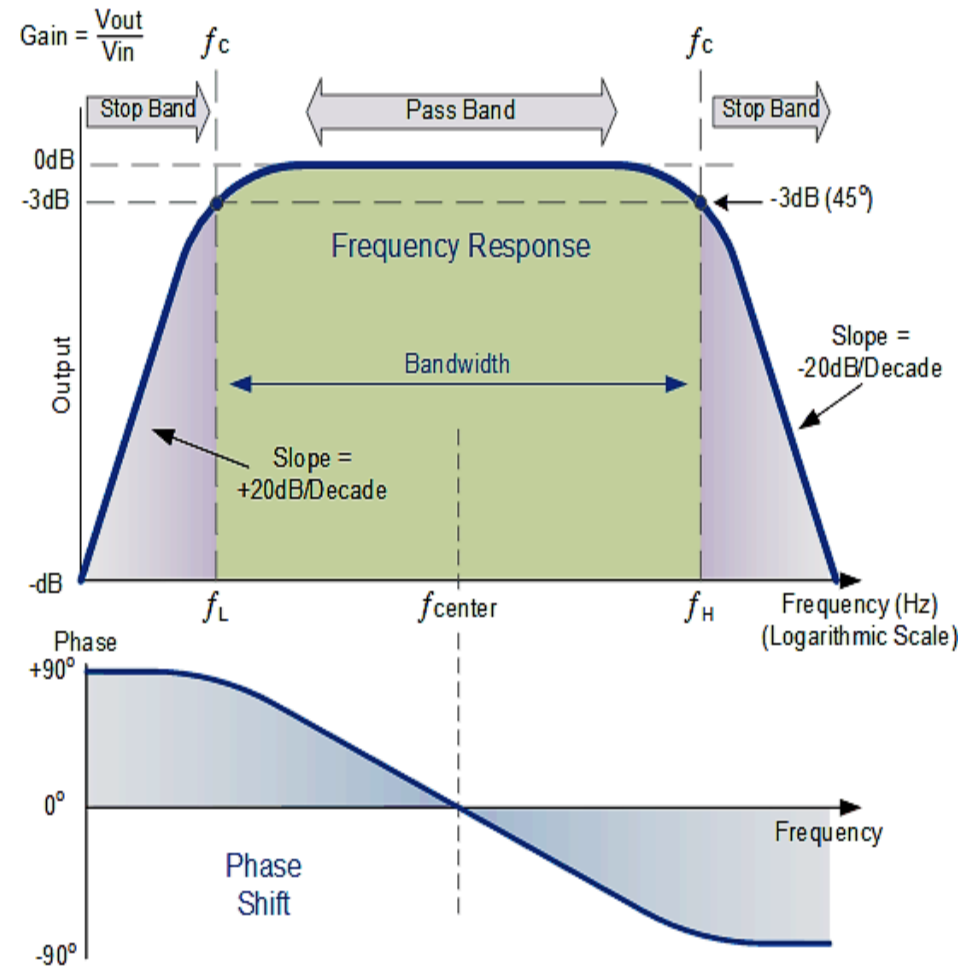


□ تابع انتقال:

$$\mathbf{H}(j\omega) = \frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{j\omega RC}{1 + j\omega RC - \omega^2 LC}$$

# دیاگرام بود فیلتر میان‌گذر RLC

$$\begin{aligned} \square \quad \mathbf{H}(j\omega) &= \frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{j\omega RC}{1 + j\omega RC - \omega^2 LC} \\ \square \quad |\mathbf{H}(j\omega)| &= \frac{\omega RC}{\sqrt{(1 - \omega^2 LC)^2 + \omega^2 R^2 C^2}} \\ \square \quad \angle \mathbf{H}(j\omega) &= \frac{\pi}{2} - \tan^{-1} \frac{\omega RC}{1 - \omega^2 LC} \end{aligned}$$



□ فرکانس‌های قطع  $f_H$  و  $f_L$  را بیابید.

□ پهنای باند: فاصله میان دو فرکانس قطع:  $BW = 2\pi(f_H - f_L)$