

مدارهای الکتریکی و الکترونیکی

فصل پنجم: خازن و سلف

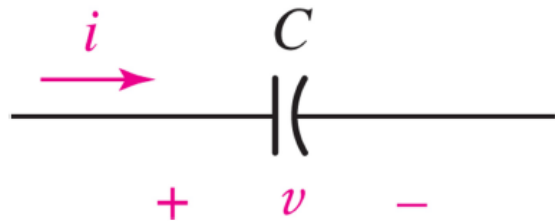
استاد درس: محمود ممتازپور

ceit.aut.ac.ir/~momtazpour

فهرست مطالب

- خازن و سلف
- مشخصه ولتاژ و جریان
- انرژی
- اتصال سری و موازی
- دوگانی

□ خازن ایده‌آل یک المان غیرفعال است.



□ رابطه ولتاژ-جریان خازن:

$$v(t) = \frac{1}{C} \int_{t_0}^t i(t') dt' + v(t_0)$$

$$i = C \frac{dv}{dt}$$

□ واحد ظرفیت خازن، فاراد (F) است.

انواع خازن

- خازن‌های سرامیکی یا عدسی (معمولاً 1 پیکوفاراد تا 1 میکروفاراد)
- خازن‌های الکترولیتی (معمولاً 1 میکروفاراد تا 10 میلی‌فاراد)
- ابرخازن (1 تا 100 فاراد)



انرژی ذخیره شده در خازن

□ توان خازن:

$$p(t) = i(t)v(t) = \left(C \frac{dv}{dt} \right) v$$

□ انرژی ذخیره شده در خازنی با ولتاژ v :

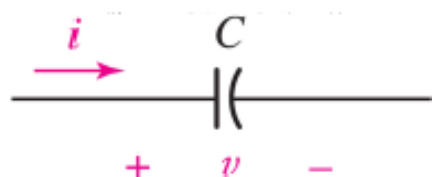
$$E = \int p dt = \int C v dv = \frac{1}{2} C v^2$$

رفتار خازن

□ در مداری با منابع ثابت (DC)، خازن پس از شارژ مدار باز می‌شود. چرا؟

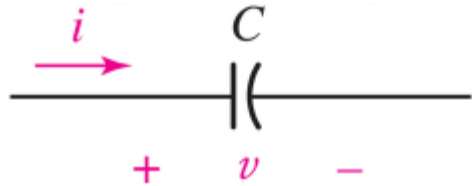
□ ولتاژ خازن نمی‌تواند به صورت آنی تغییر کند. چرا؟

□ اگر جهت جریان و ولتاژ را مطابق شکل زیر قراردادی بگیریم، اگر P مثبت بود، خازن در حال ذخیره انرژی و اگر منفی بود در حال پس‌دادن انرژی

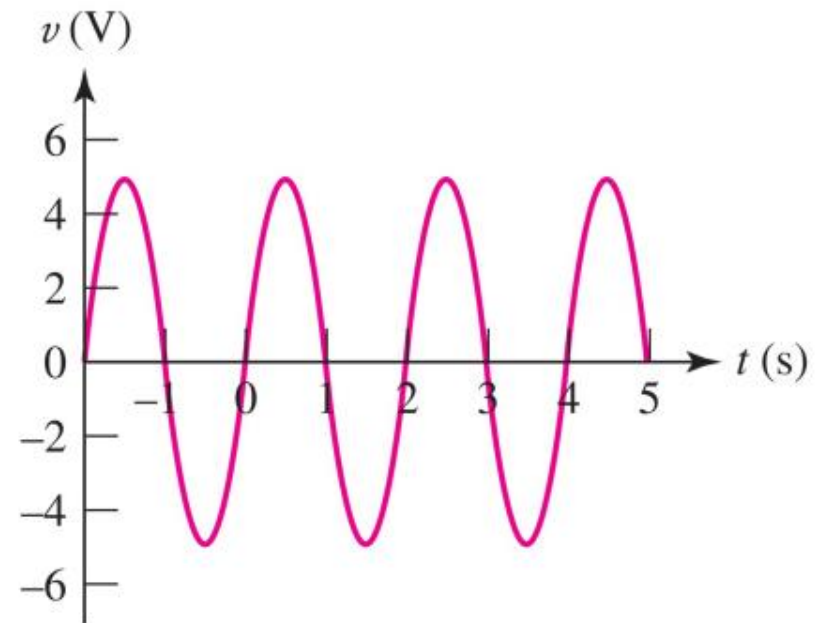
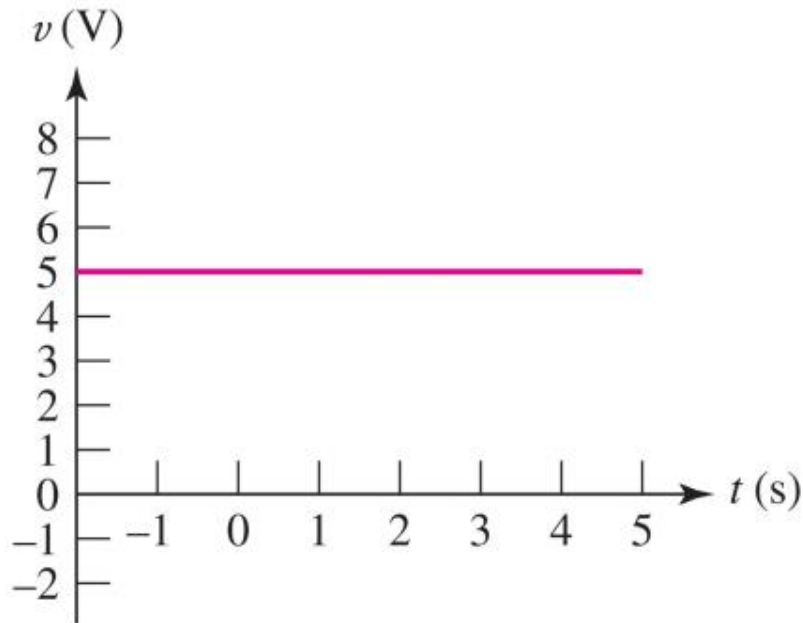


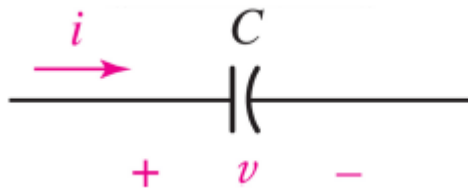
$$i = C \frac{dv}{dt}$$

مشخصه ولتاژ-جریان خازن: مثال 1

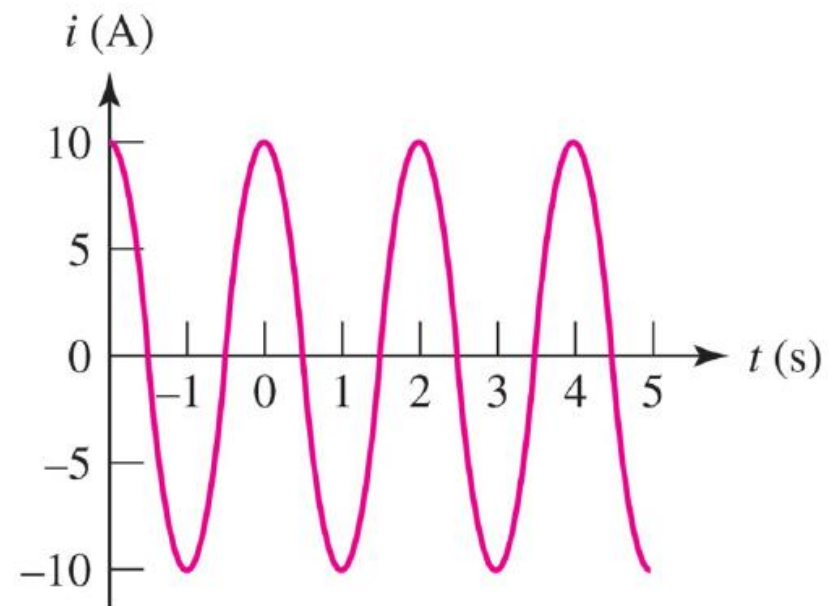
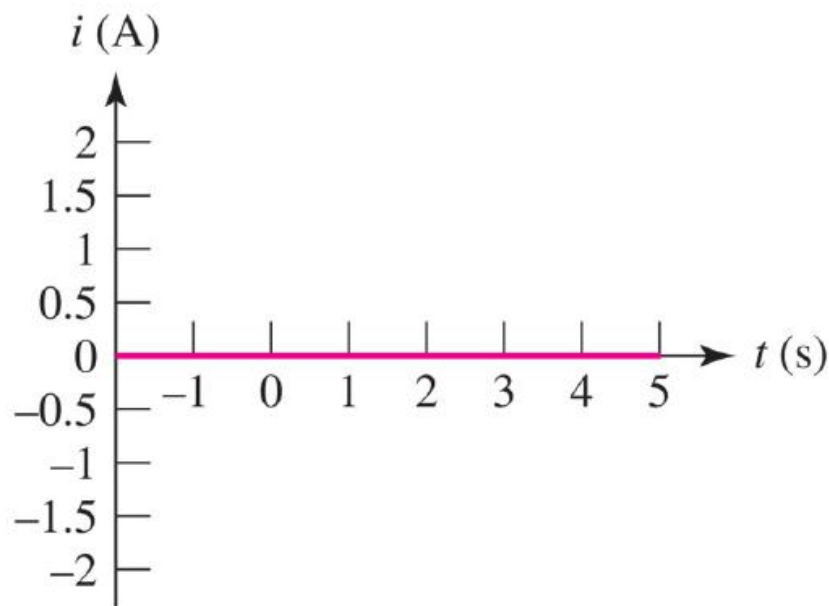


□ اگر ظرفیت خازن 2 فاراد باشد، جریان خازن را بیابید.



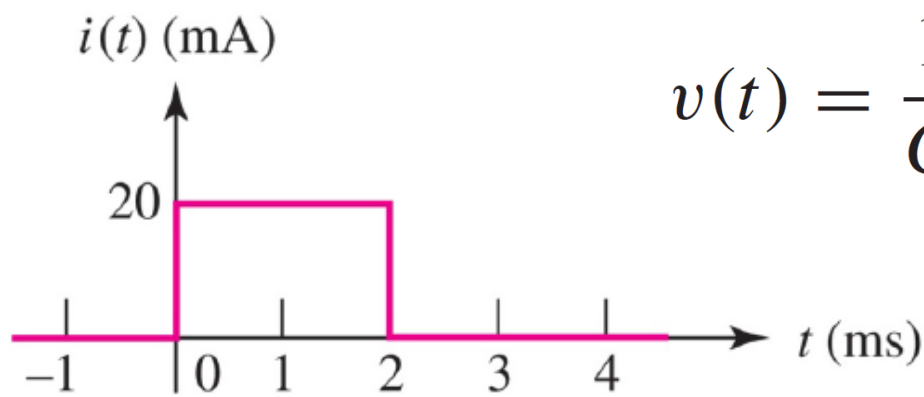


$$i(t) = 2dv/dt \quad \square$$



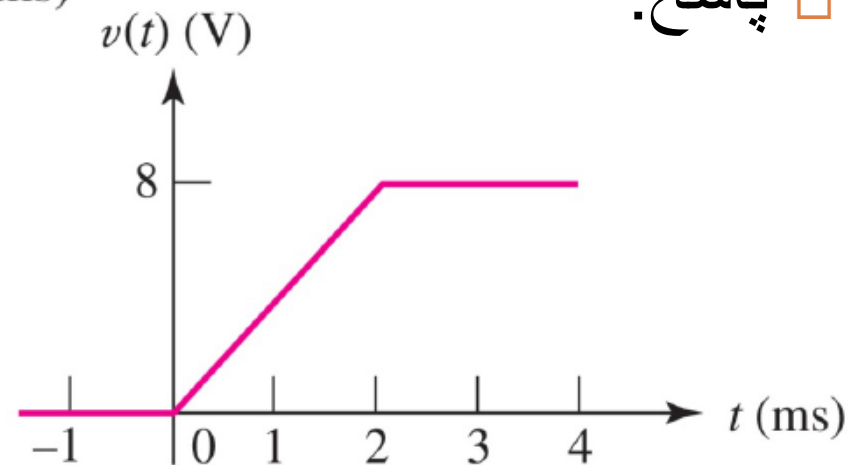
مشخصه ولتاژ-جریان خازن: مثال 2

□ اگر ظرفیت خازن 5 میکروفاراد باشد، ولتاژ خازن را بیابید.



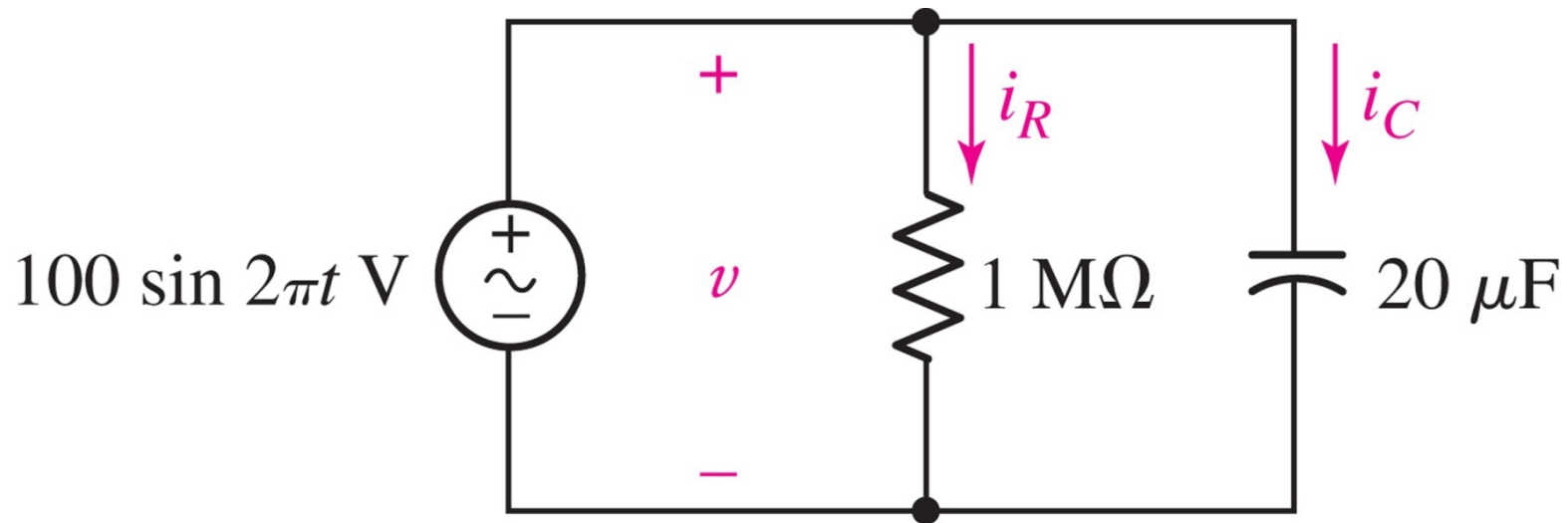
$$v(t) = \frac{1}{C} \int_{t_0}^t i(t') dt' + v(t_0)$$

□ پاسخ:

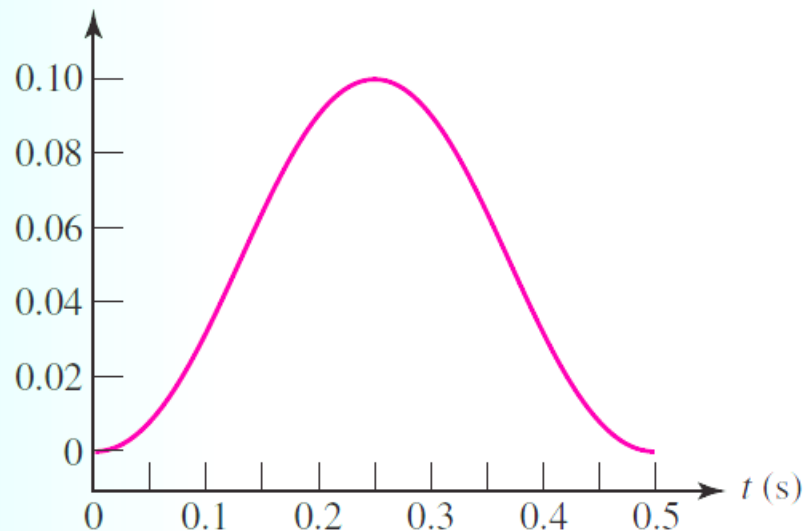


انرژی خازن: مثال

□ انرژی بیشینه ذخیره شده در خازن را در بازه زمانی 0 تا 0/5 ثانیه محاسبه کرده و جریان خازن و مقاومت را رسم کنید.



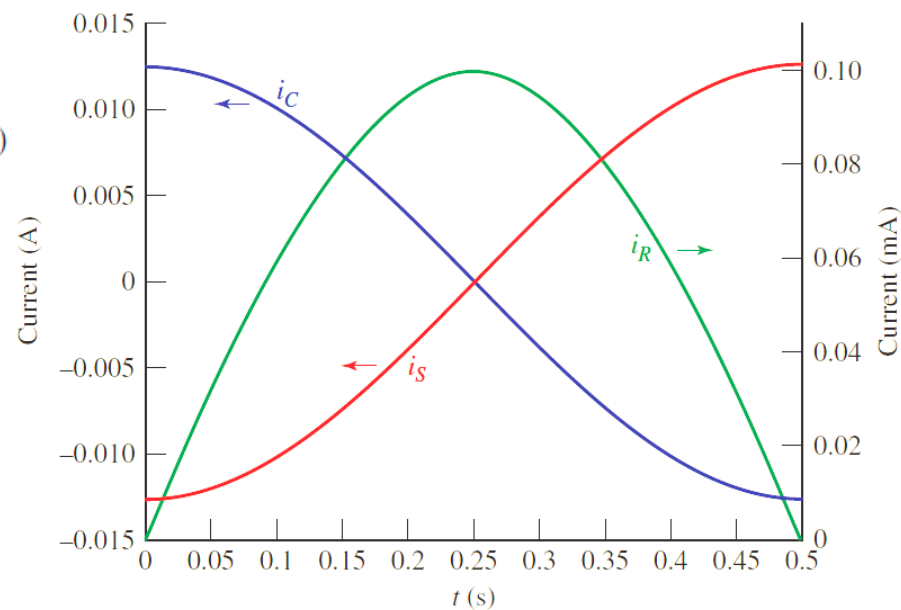
$$w_C(t) = 0.1 \sin^2 2\pi t \text{ (J)}$$



$$E_C = \frac{1}{2} C v^2 = 0.1 \sin^2 2\pi t$$

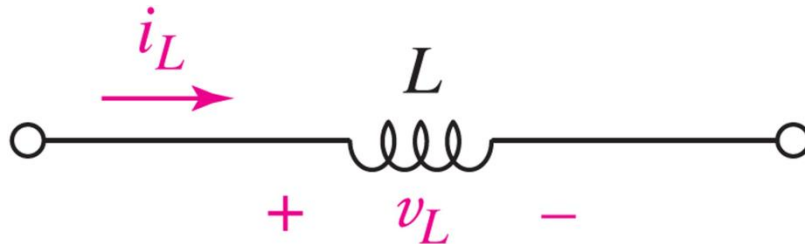
$$i_C = 20 \times 10^{-6} \frac{dv}{dt} = 0.004\pi \cos 2\pi t$$

$$i_R = \frac{v}{R} = 10^{-4} \sin 2\pi t$$



سلف (القاگر)

□ سلف ایده‌آل یک المان غیرفعال است.



□ رابطه ولتاژ-جریان سلف:

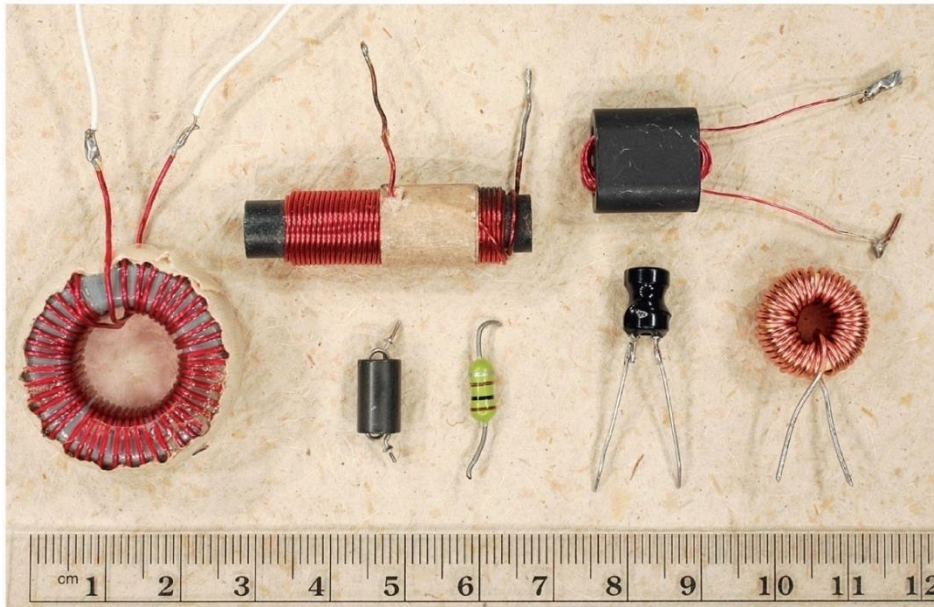
$$i(t) = \frac{1}{L} \int_{t_0}^t v dt' + i(t_0)$$

$$v = L \frac{di}{dt}$$

□ واحد القاوری سلف، هانری (H) است.

انواع سلف

□ سلفهای با هسته و بدون هسته در اندازه‌ها و القاوری مختلف از چند میکروهنری تا چند هانری



انرژی ذخیره شده در سلف

□ توان سلف:

$$p(t) = i(t)v(t) = i \left(L \frac{di}{dt} \right)$$

□ انرژی ذخیره شده در سلفی با جریان i :

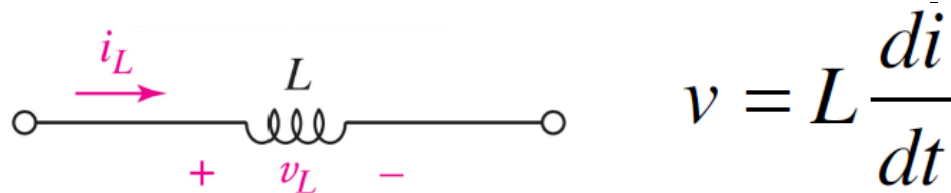
$$E = \int p dt = \int L i di = \frac{1}{2} L i^2$$

رفتار سلف

□ در مداری با منابع ثابت (DC)، سلف پس از شارژ اتصال کوتاه می‌شود. چرا؟

□ جریان سلف نمی‌تواند به صورت آنی تغییر کند. چرا؟

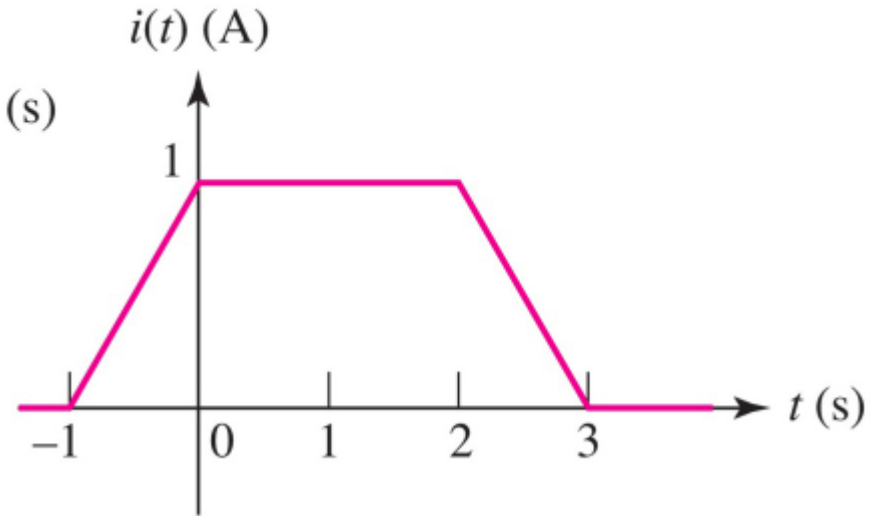
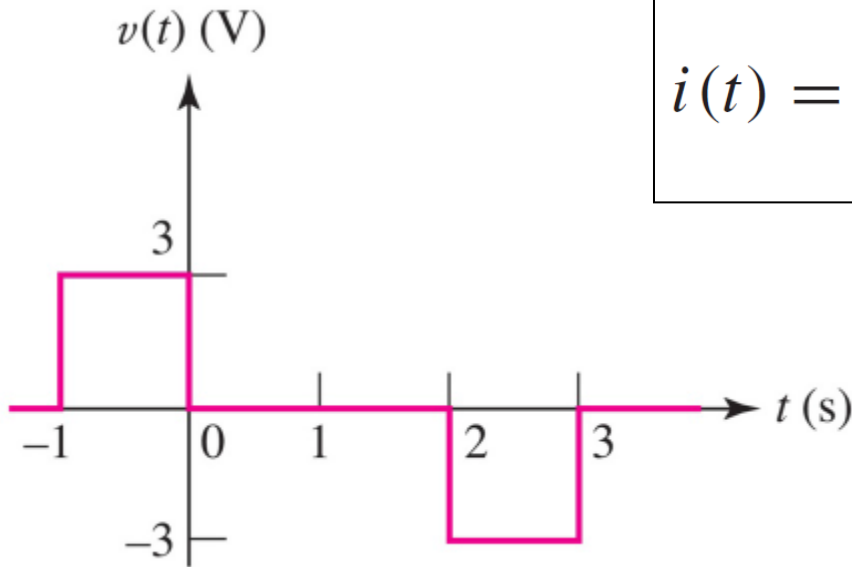
□ اگر جهت جریان و ولتاژ را مطابق شکل زیر قراردادی بگیریم، اگر P مثبت بود، سلف در حال ذخیره انرژی و اگر منفی بود در حال پس‌دادن انرژی است



مشخصه ولتاژ-جریان سلف: مثال

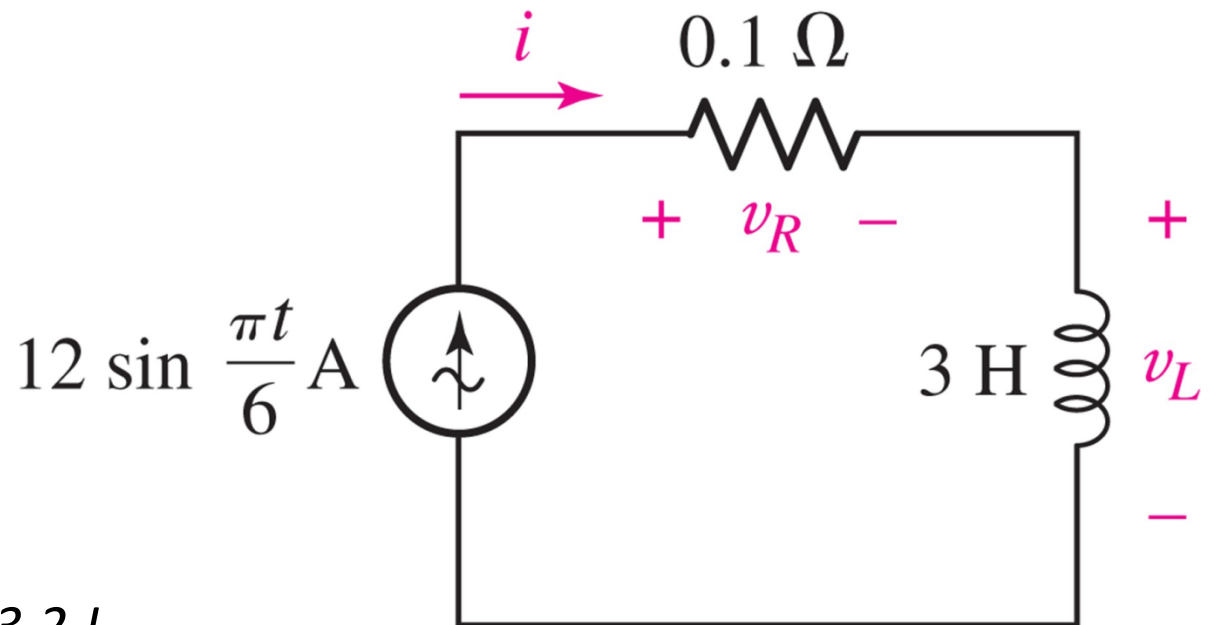
□ اگر القاوری سلف 3 هانری باشد، جریان آن را بیابید.

$$i(t) = \frac{1}{L} \int_{t_0}^t v dt' + i(t_0)$$



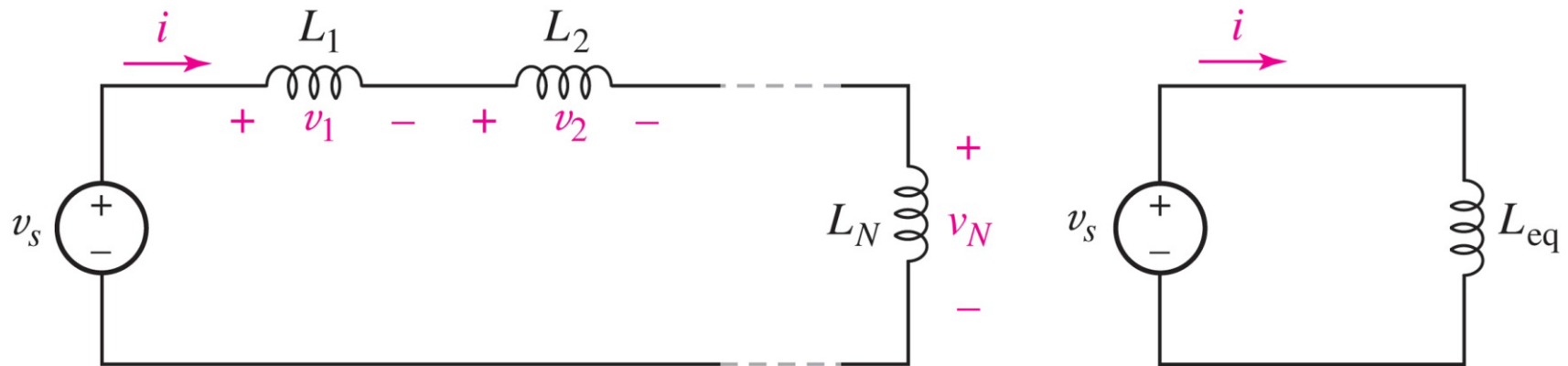
انرژی سلف: مثال

□ بیشینه انرژی ذخیره شده در سلف و همچنین کل انرژی تلف شده در مقاومت را در بازه زمانی 0 تا 6 ثانیه بیابید.



Answer: 216 J, 43.2 J

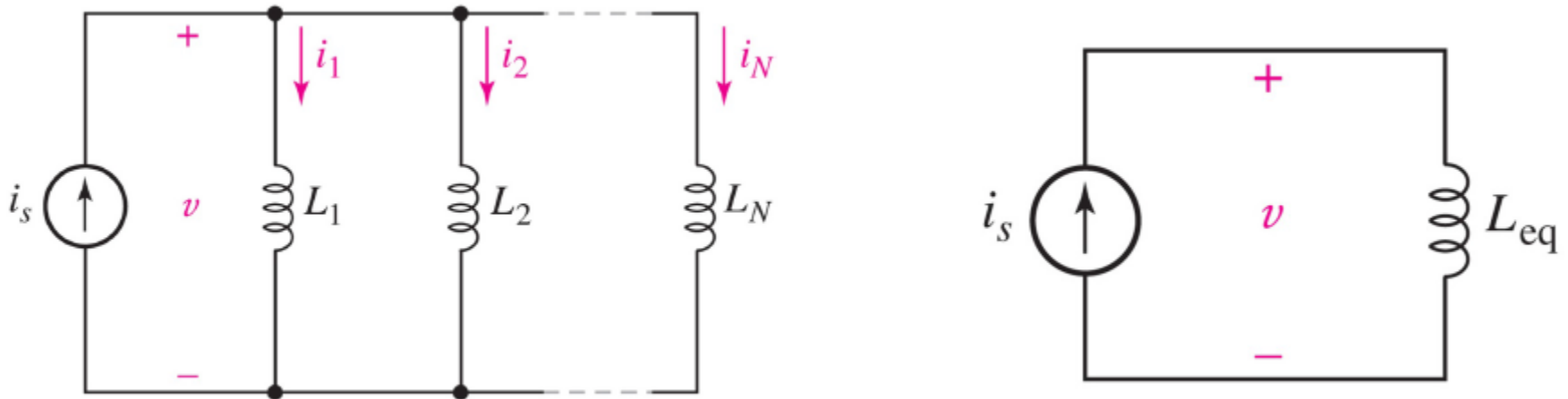
اتصال سری سلف‌ها



□ با استفاده از KVL می‌توان نشان داد:

$$L_{eq} = L_1 + L_2 + \cdots + L_N$$

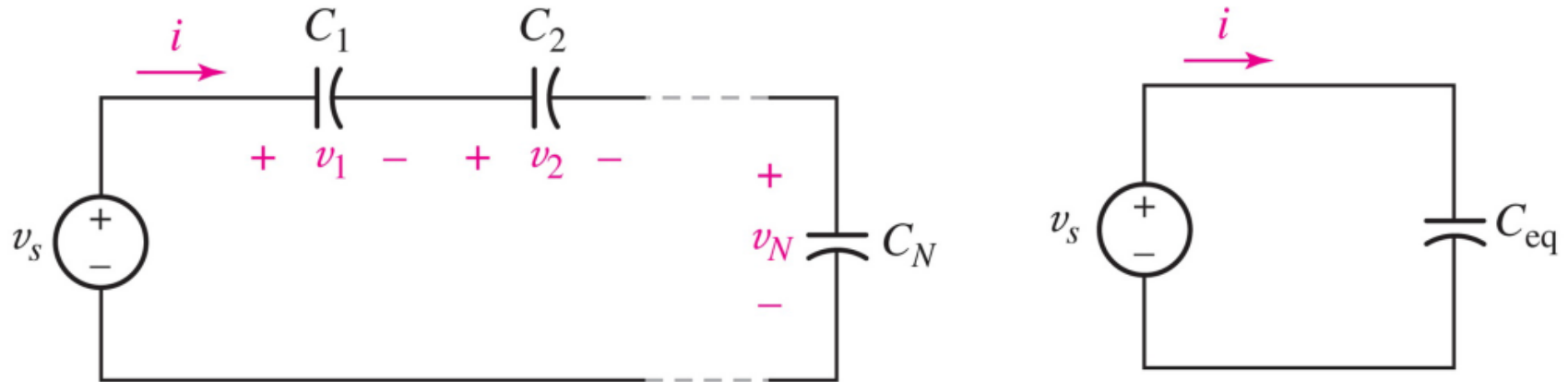
اتصال موازی سلف‌ها



□ با استفاده از KCL می‌توان نشان داد:

$$L_{eq} = \frac{1}{\frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} + \dots + \frac{1}{L_N}}$$

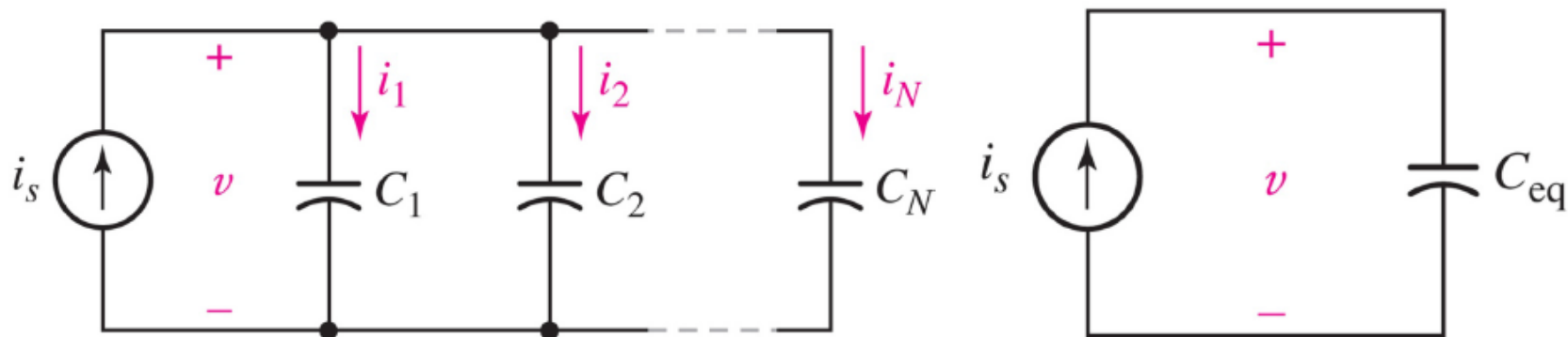
اتصال سری خازن‌ها



□ با استفاده از KVL می‌توان نشان داد:

$$C_{eq} = \frac{1}{\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots + \frac{1}{C_N}}$$

اتصال موازی خازن‌ها



□ با استفاده از KCL می‌توان نشان داد:

$$C_{eq} = C_1 + C_2 + \dots + C_N$$

محاسبه سلف و خازن معادل در اتصال دو المان

$$C_{eq} = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}$$

□ اتصال دو خازن سری:

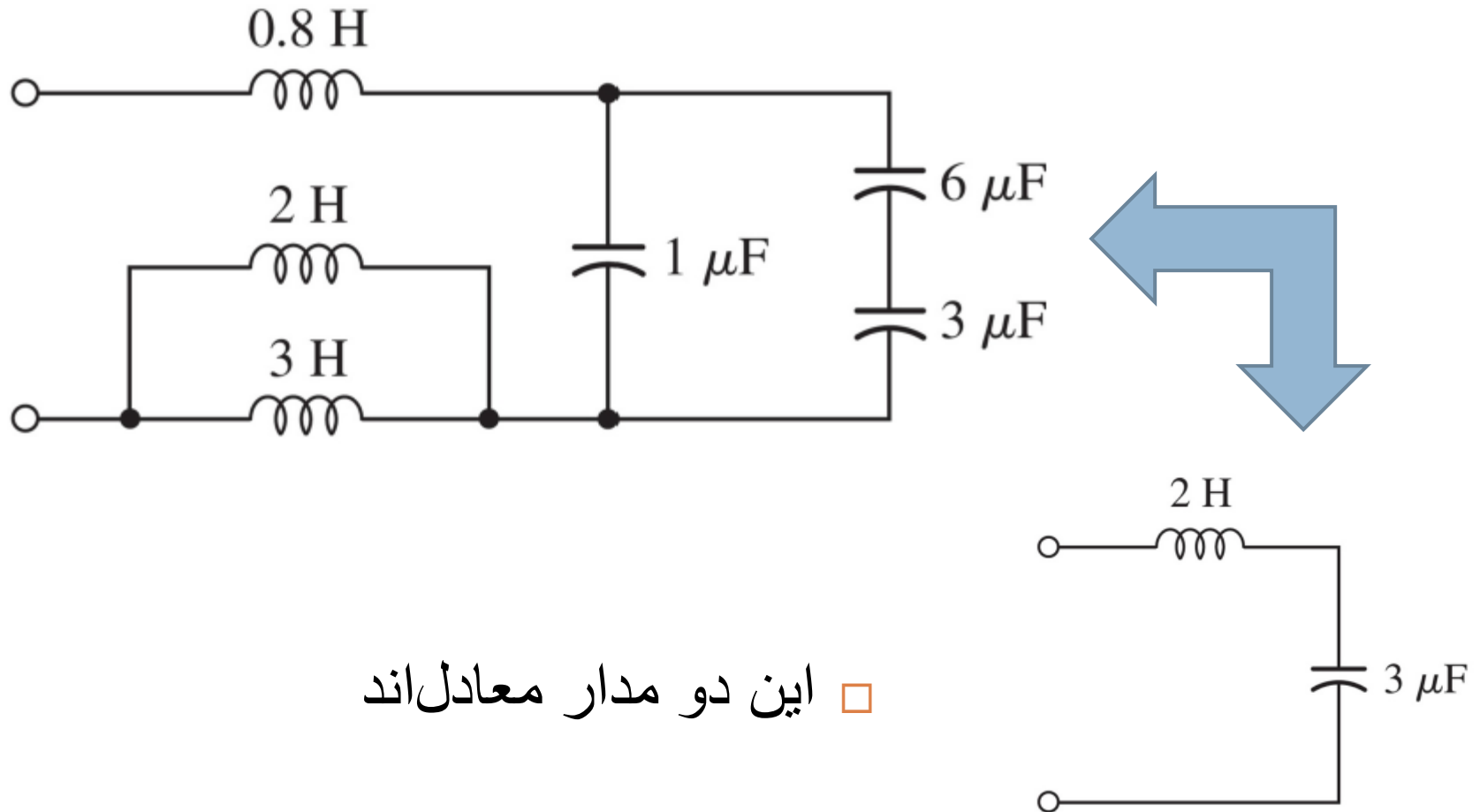
$$L_{eq} = \frac{L_1 L_2}{L_1 + L_2}$$

□ اتصال دو سلف موازی:

$$R_{eq} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

□ اتصال دو مقاومت موازی:

ساده‌سازی سلف‌ها و خازن‌ها: مثال



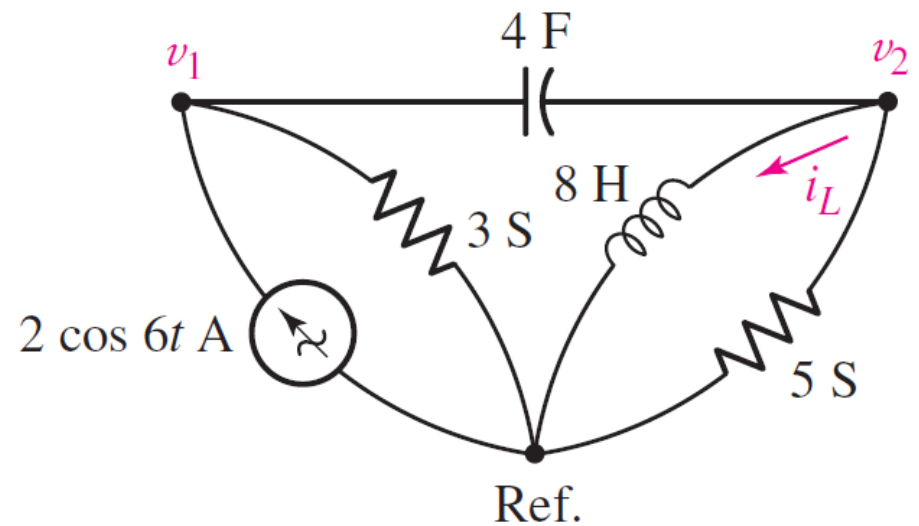
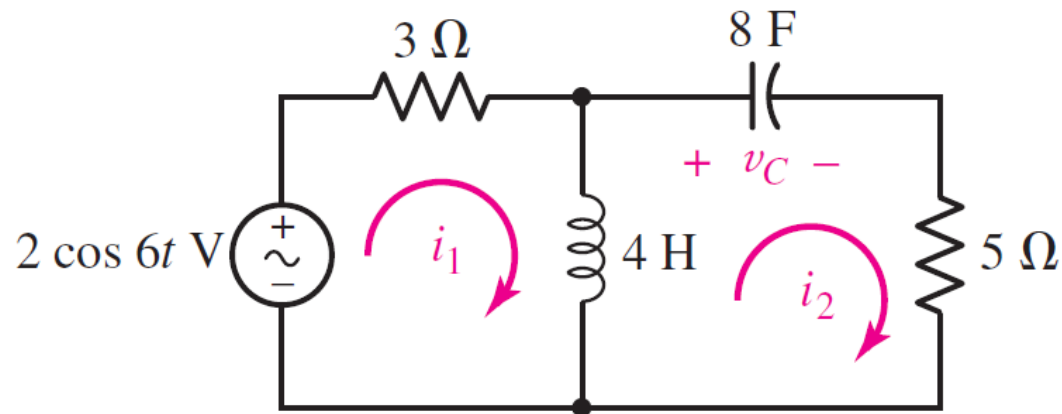
□ این دو مدار معادل‌اند

□ دو مدار **دوگان** یکدیگر هستند اگر:

□ معادلات جریان مش اولی با معادلات ولتاژ گره دومی برابر باشد. (و
همینطور برعکس)

دوگانی	
R	G
KVL	KCL
C	L
$v(t)$	$i(t)$
$v_s(t)$	$i_s(t)$
$v_C(0)$	$i_L(0)$

دوگانگی: مثال



تمرین کلاسی

□ معادلات گره را برای گره‌های v_1 و v_2 بنویسید. همچنین دوگان مدار را به دست آورده و معادلات جریان مش‌های آن را بنویسید.

