

نمایش اعداد

سیستم نمایش اعداد

• مبنا (base):

مبنای r : ارقام محدود به $[0, r-1]$

- دسیمال: $(379)_{10}$

- باینری: $(01011101)_2$

- اکتال: $(372)_8$

- هگزادسیمال: $(23D9F)_{16}$

- $A=10, B=11, \dots, F=15$

• نیازها:

محاسبات در هر سیستم

تبدیل از یک سیستم به سیستم دیگر

سیستم نمایش اعداد (دسیمال)

◀ اعداد دسیمال:

- دو بخش صحیح و اعشاری

$$A_{n-1} A_{n-2} \dots A_1 A_0 . A_{-1} A_{-2} \dots A_{-m+1} A_{-m}$$

که A_i عددی بین 0 تا 9 و با وزن 10^i است.

سیستم نمایش اعداد (دسیمال)

The value of

$$A_{n-1} A_{n-2} \dots A_1 A_0 . A_{-1} A_{-2} \dots A_{-m+1} A_{-m}$$

is calculated by

$$\sum_{i=n-1..0} (A_i * 10^i) + \sum_{i=-m..-1} (A_i * 10^i)$$

مثال:

$$(126.53)_{10}$$

$$= 1*10^2 + 2*10^1 + 6*10^0 + 5*10^{-1} + 3*10^{-2}$$

سیستم نمایش اعداد (حالت کلی)

- “base” r (radix r)

- $$N = A_{n-1} * r^{n-1} + A_{n-2} * r^{n-2} + \dots + A_1 * r + A_0 + A_{-1} * r^{-1} + A_{-2} * r^{-2} + \dots + A_{-m} * r^{-m}$$

Most
Significant
Digit (MSD)



Least
Significant
Digit (LSD)



سیستم نمایش اعداد (حالت کلی)

• مثال: $r = 6$

$$(312.4)_6 = 3*6^2 + 1*6^1 + 2*6^0 + 4*6^{-1} \\ = (116.66)_{10}$$

◀ تبدیل از مبناي r به مبناي 10 با رابطه بالا انجام می شود.

اعداد باینري (مبنای 2)

کامپیوترها داده ها را به صورت رشته ای از "بیت ها" نمایش می دهند.

- بیت: 0 یا 1

مبنای 2: ارقام 0 یا 1

• مثال:

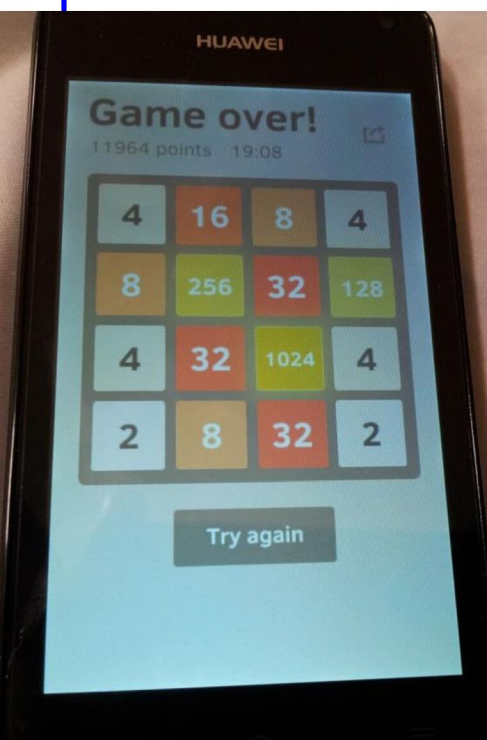
$$(101101.10)_2 = 1*2^5 + 0*2^4 + 1*2^3 + 1*2^2 + 0*2^1 + 1*2^0 + 1*2^{-1} + 0*2^{-2}$$

$$\begin{aligned} \text{(in decimal)} &= 32 + 0 + 8 + 4 + 0 + 1 + \frac{1}{2} + 0 \\ &= (45.5)_{10} \end{aligned}$$

اعداد باينري

$$\begin{array}{cccccccccccc} 32 & 16 & 8 & 4 & 2 & 1 & & .5 & .25 & .125 & .0625 \\ (1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & . & 1 & 0 & 1 & 1)_B = (53.6785)_D \end{array}$$

توان هاي 2



n	2^n	n	2^n	n	2^n
0	1	8	256	16	65,536
1	2	9	512	17	131,072
2	4	10	1,024	18	262,144
3	8	11	2,048	19	524,288
4	16	12	4,096	20	1,048,576
5	32	13	8,192	21	2,097,152
6	64	14	16,384	22	4,194,304
7	128	15	32,768	23	8,388,608

Memorize at least through 2^{12}

اعداد اکتال (مبنای 8)

• مبنای 8:

◀ ارقام 0 تا 7

• مثال:

$$\begin{aligned}(762)_8 &= 7*8^2 + 6*8^1 + 2*8^0 \\ (\text{in decimal}) &= 448 + 48 + 2 \\ &= (498)_{10}\end{aligned}$$

اعداد هگزادسیمال (مبنای 16)

• مبنای 16:

ارقام 0, ..., 9, A, B, C, D, E, F

• مثال:

$$\begin{aligned}(3FB)_{16} &= 3 * 16^2 + 15 * 16^1 + 11 * 16^0 \\ (\text{in decimal}) &= 768 + 240 + 11 \\ &= (1019)_{10}\end{aligned}$$

تبدیل میناها

◀ هر مینا (r) ← دسیمال: آسان (گفته شده)

◀ دسیمال ← هر مینای r

◀ دسیمال ← باینری

◀ اکتال ← باینری و برعکس

◀ هگزادسیمال ← باینری و برعکس

تبدیل دسیمال به هر مبنای r

• بخش صحیح:

• تقسیم متوالی بر r

• خواندن باقیمانده ها به بالا.

$$34,761_{10} = (?)_{16}$$

16		34,761		
16		2,172	rem	9
16		135	rem	12 = C
16		8	rem	7
		0	rem	8

↑
Read up

$$34,761_{10} = 87C9_{16}$$

تبدیل دسیمال به هر مبنای r

• بخش اعشاری:

• ضرب متوالی در r

• خواندن بخش صحیح ها به پایین.

$$0.78125_{10} = (?)_{16}$$

$$0.78125 \times 16 = 12.5 \quad \text{int} = 12 = \text{C}$$

$$0.5 \times 16 = 8.0 \quad \text{int} = 8$$

Read
down

$$0.78125_{10} = 0.\text{C}8_{16}$$

تبدیل دسیمال به هر مبنای r

• مثالی دیگر

$$0.1_{10} = (?)_2$$

$$0.1 \times 2 = 0.2 \quad \text{int} = 0$$

$$0.2 \times 2 = 0.4 \quad \text{int} = 0$$

$$0.4 \times 2 = 0.8 \quad \text{int} = 0$$

$$0.8 \times 2 = 1.6 \quad \text{int} = 1$$

$$0.6 \times 2 = 1.2 \quad \text{int} = 1$$

$$0.2 \times 2 = 0.4 \quad \text{int} = 0$$

$$0.4 \times 2 = 0.8 \quad \text{int} = 0$$



Read
down

$$0.1_{10} = 0.\overline{00011}_2$$

اعداد در مبناهاي مختلف

Decimal (base 10)	Binary (base 2)	Octal (base 8)	Hexadecimal (base 16)
00	0000	00	0
01	0001	01	1
02	0010	02	2
03	0011	03	3
04	0100	04	4
05	0101	05	5
06	0110	06	6
07	0111	07	7
08	1000	10	8
09	1001	11	9
10	1010	12	A
11	1011	13	B
12	1100	14	C
13	1101	15	D
14	1110	16	E
15	1111	17	F

Memorize at least Binary and Hex

دسیمال ← باینری

• فرض: N یک عدد دسیمال

1. بزرگترین عددی که توان 2 است و با تفریق آن عددی مثبت (N_1) حاصل می شود پیدا کن.

2. یک عدد 1 در MSB (محل ارزش عدد) قرار بده.

3. مرحله 1 را با عدد N_1 تکرار کن.

➤ در بیت مربوط عدد 1 قرار بده.

➤ وقتی اختلاف صفر شد توقف کن.

دسیمال ← باینری

مثال:

- $N = (717)_{10}$

$$717 - 512 = 205 = N_1$$

$$205 - 128 = 77 = N_2$$

$$77 - 64 = 13 = N_3$$

$$13 - 8 = 5 = N_4$$

$$5 - 4 = 1 = N_5$$

$$1 - 1 = 0 = N_6$$

$$\rightarrow (717)_{10} = 2^9 + 2^7 + 2^6$$

$$= (1 \ 0 \ 1 \ 1 \ 0 \ 0 \ 1 \ 1 \ 0 \ 1)_2$$

$$512 = 2^9$$

$$128 = 2^7$$

$$64 = 2^6$$

$$8 = 2^3$$

$$4 = 2^2$$

$$1 = 2^0$$

$$+ 2^3 + 2^2 + 2^0$$

باینري به اکتال باینري به هگز

• باینري به اکتال

$$8 = 2^3 \blacktriangleleft$$

← هر 3 بیت باینري به یک بیت اکتال تبدیل مي شود.

• باینري به هگزادسیمال

$$16 = 2^4 \blacktriangleleft$$

← هر 4 بیت باینري به یک بیت هگزادسیمال تبدیل مي شود.

Binary \leftrightarrow Octal

$(11010101000.1111010111)_2$

$(011|010|101|000|.|111|101|011|100)_2$

$(\begin{array}{ccccccc} \updownarrow & \updownarrow & \updownarrow & \updownarrow & \updownarrow & \updownarrow & \updownarrow & \updownarrow & \updownarrow \\ 3 & 2 & 5 & 0 & . & 7 & 5 & 3 & 4 \end{array})_8$

Binary \leftrightarrow Hex

$(110\ 1010\ 1000\ .\ 1111\ 0101\ 11)_2$

$(0110|1010|1000|.|1111|0101|1100)_2$



$(6\ A\ 8\ .\ F\ 5\ C)_{16}$

Octal ↔ Hex

• از طریق باینری انجام دهید:

Hex → Binary → Octal
Octal → Binary → Hex

تبدیل ها (مثال)

• جدول را پر کنید:

Decimal	Binary	Octal	Hex
329.3935	?	?	?
?	10101101.011	?	?
?	?	336.5	?
?	?	?	F9C7.A