

# حل تمرین سری اول

حل تمرین درس مدارهای منطقی

# خواص جبر بول

دسته ۱  
دسته ۲

شماره  
خاصیت

نام خاصیت

۱)  $a + 0 = a$   $a \cdot 1 = a$  عضو همانی، عضو خنثی (identity)

۲)  $a + 1 = 1$   $a \cdot 0 = 0$  عضو صفر، غلبه

۳)  $a + a = a$   $a \cdot a = a$  خودتوانی (idempotency)

۴)  $a + \bar{a} = 1$   $a \cdot \bar{a} = 0$  مکمل پذیری (complementarity)

۵)  $\bar{\bar{a}} = a$   $\bar{\bar{a}} = a$  involution

۶)  $a + b = b + a$   $a \cdot b = b \cdot a$  جابجایی (commutative)

۷)	$a + (b + c) = (a + b) + c$ $= a + b + c$	$a.(b.c) = (a.b).c$ $= a.b.c$	شرکت پذیری، انجمنی (associative)
۸)	$a.(b + c) = a.b + a.c$	$a + b.c = (a + b).(a + c)$	توزیع پذیری، پخشی (distributive)
۹)	$a.(a + b) = a$	$a + a.b = a$	جذب (absorption) (covering)
۱۰)	$a.(\bar{a} + b) = a.b$	$a + \bar{a}.b = a + b$	شبه جذب، کاهش (elimination)
۱۱)	$a.b + a.\bar{b} = a$	$(a + b).(a + \bar{b}) = a$	Uniting (combining)
۱۲)	$\overline{(a + b)} = \bar{a}.\bar{b}$	$\overline{(a.b)} = \bar{a} + \bar{b}$	دمورگان
۱۳)	$a.b + \bar{a}.c + b.c =$ $a.b + \bar{a}.c$	$(a + b).(\bar{a} + c).(b + c) =$ $(a + b).(\bar{a} + c)$	اجماع (consensus)

### اثبات خاصیت ۹ (جذب):

$$۹-۱) a.(a + b)$$

$$= (a + 0).(a + b)$$

(۰ عضو خنثی برای + است)

$$= a + 0.b$$

(از  $a$  فاکتور گرفتیم یعنی از خاصیت ۲-۸ استفاده کردیم)

$$= a + 0 = a$$

(۰ در عمل AND غلبه می کند و  $0.b = 0$ )

$$۹-۲) a + a.b$$

$$= a.1 + a.b$$

(۱ عضو خنثی برای عمل AND است)

$$= a.(1 + b)$$

(از  $a$  فاکتور گرفتیم یعنی از خاصیت ۱-۸ استفاده کردیم)

$$= a.1 = a$$

( $1 + b = 1$  و  $a.1 = a$  می باشد)

### اثبات خاصیت ۱۰ (شبه جذب):

$$۱۰-۱) a.(a + b)$$

$$= a.a + a.b$$

( $a$  را پخش کردیم)

$$= 0 + a.b$$

$$(a.a = 0)$$

$$= a.b$$

(۰ برای + خنثی است)

$$۱۰-۲) a + a.b$$

$$= (a + a).b$$

( $a$  را روی  $a.b$  پخش کردیم)

$$= 1.(a + b)$$

$$(a + a = 1)$$

$$= a + b$$

(۱ برای عمل AND خنثی است)



اثبات خاصیت ۱۳ (اجماع):

$$۱۳-۱) a.b + \bar{a}.c + b.c$$

$$= a.b + \bar{a}.c + (a + \bar{a}).b.c$$

$$(a + \bar{a} = 1)$$

$$= a.b + \bar{a}.c + a.b.c + \bar{a}.b.c$$

$$= \underbrace{(a.b + a.b.c)}_{\text{جذب}} + \underbrace{(\bar{a}.c + \bar{a}.b.c)}_{\text{جذب}} = a.b + \bar{a}.c$$

$$۱۳-۲) (a + b)(\bar{a} + c)(b + c)$$

$$= (a + b)(\bar{a} + c)(a.\bar{a} + b + c)$$

$$= (a + b)(\bar{a} + c)(a + b + c)(\bar{a} + b + c) = (a + b)(\bar{a} + c)$$

جذب      جذب

1. عبارات زیر را ساده کنید (30 نمره).

a)  $(\bar{A} + \bar{B} + \bar{C})(B + \bar{C})(A + \bar{C})$

a)  $(\bar{A} + \bar{B} + \bar{C})(B + \bar{C})(A + \bar{C}) = \left[ \bar{C} + \underbrace{(\bar{A} + \bar{B})B}_{\text{شبه جذب}} \right] (A + \bar{C})$

$= (\bar{C} + \bar{A}B)(A + \bar{C}) = \bar{C} + \underbrace{\bar{A}BA}_0 = \boxed{\bar{C}}$

Handwritten notes in Persian: "خالق نورگیری" (Xalq-e Noor-giri) is written twice, once under the first expression and once under the second.

1. عبارات زیر را ساده کنید (30 نمره).

• b)  $AB + \bar{A}CD + BCD$

$$b) \underbrace{AB}_{f_1} + \underbrace{\bar{A}CD}_{f_2} + \underbrace{BCD}_{f_1, f_2} \stackrel{\text{اجاع}}{=} \boxed{AB + \bar{A}CD}$$

1. عبارات زیر را ساده کنید (30 نمره).

• C)  $\overline{(A+B)(\bar{B}+C) + \bar{A}\bar{B}C + (A+\bar{B})(AB+C)}$

$$\begin{aligned}
 \text{C) } \overline{(A+B)(\bar{B}+C) + \bar{A}\bar{B}C + (A+\bar{B})(AB+C)} &= \overline{\underline{\underline{A\bar{B}}} + \underline{\underline{AC}} + \underbrace{\bar{B}\bar{B}}_0 + \underline{\underline{BC}} + \bar{A}\bar{B}C + \underline{\underline{AB}} + \underline{\underline{AC}}} \\
 &= \overline{\underline{\underline{A\bar{B}}} + \underline{\underline{AC}} + \bar{B}\bar{B} + \underline{\underline{BC}} + \bar{A}\bar{B}C + \underline{\underline{AB}} + \underline{\underline{AC}}} \\
 &= \overline{\underline{\underline{A(\bar{B}+B)}} + \underline{\underline{AC}} + \underline{\underline{C(\bar{B}+B)}} + \bar{A}\bar{B}C} = \overline{\underline{\underline{A}} + \underline{\underline{C}} + \underline{\underline{AC}} + \bar{A}\bar{B}\bar{C}} \\
 &= \underline{\underline{A+C}} = \boxed{\bar{A} \cdot \bar{C}}
 \end{aligned}$$



2. دوگان عبارت زیر را بدست آورید (10 نمره).

$$\bullet \overline{(A + B) \cdot (B + C) \cdot (\bar{A} + C) + 1}$$

$$\overline{(A + B) \cdot (B + C) \cdot (\bar{A} + C) + 1} = \overline{[(A \cdot B) + (B \cdot C) + (\bar{A} \cdot C)] \cdot 0} \quad (۲)$$

3. با استفاده از جدول درستی، درستی یا نادرستی تساوی زیر را مشخص نمایید (15 نمره).

$$\overline{\overline{A}(A+B) + \overline{B}(A+B)} = \overline{\overline{A}(A+B)} \cdot \overline{\overline{B}(A+B)}$$

(۴)

$$\overline{\overline{A}(A+B) + \overline{B}(A+B)} = \overline{\overline{A}(A+B)} \cdot \overline{\overline{B}(A+B)}$$

A	B	$\overline{A}$	$\overline{B}$	$A+B$	$\overline{A}(A+B)$	$\overline{B}(A+B)$	$\overline{\overline{A}(A+B) + \overline{B}(A+B)}$	$\overline{\overline{A}(A+B)} \cdot \overline{\overline{B}(A+B)}$
0	0	1	1	0	0	0	0	1
1	1	0	0	1	0	0	0	1
1	0	0	1	1	0	1	1	0
0	1	1	0	1	1	0	1	0

$\overline{\overline{A}(A+B)}$	$\overline{\overline{B}(A+B)}$	$\overline{\overline{A}(A+B)} \cdot \overline{\overline{B}(A+B)}$
1	1	1
1	1	1
1	0	0
0	1	0

سویچت ری درست است.

4. یک سیستم کنترل کیفیت هوای محیط (که در متون فنی آن را HVAC می‌نامند) را در نظر بگیرید. این سیستم مجهز به حسگرهای دما و رطوبت هوا است و با استفاده از یک الگوریتم ساده، دمای محیط را با تنظیم درجه حرارت باد خروجی، شدت باد، و میزان رطوبت آن کنترل می‌کند (20 نمره).

الف) ابتدا مانند آنچه که در اسلایدها دیده‌اید، ورودی‌ها، خروجی‌ها و رفتار این سیستم را تعیین کنید.  
ورودی‌ها: دمای هوای محیط (آنالوگ)

رطوبت هوای محیط (آنالوگ)

خروجی: سیگنال‌های فرمان به محرک‌ها جهت کم و زیاد کردن درجه حرارت باد خروجی، شدت باد و میزان رطوبت (آنالوگ)  
رفتار سیستم: اگر دمای محیط از مقدار مشخصی بیش‌تر بود، سیستم فرمان زیاد کردن شدت باد و کم کردن درجه حرارت باد خروجی را می‌دهد.  
اگر دمای محیط از مقدار مشخصی کم‌تر بود، سیستم فرمان زیاد کردن شدت باد و زیاد کردن درجه حرارت باد خروجی را می‌دهد.  
اگر رطوبت محیط از مقدار مشخصی بیش‌تر بود، سیستم فرمان کم کردن میزان رطوبت محیط را می‌دهد.  
اگر رطوبت محیط از مقدار مشخصی کم‌تر بود، سیستم فرمان زیاد کردن میزان رطوبت محیط را می‌دهد.

ب) آیا این سیستم نیاز به مبدل سیگنال آنالوگ به دیجیتال و یا دیجیتال به آنالوگ دارد؟ توضیح دهید.

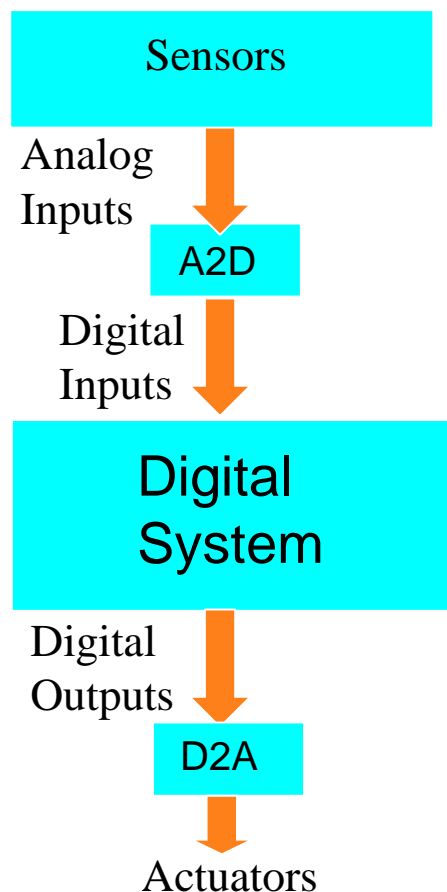
بله،

2 مبدل نیاز است:

(1) A2D برای تبدیل ورودی آنالوگ به ورودی دیجیتال

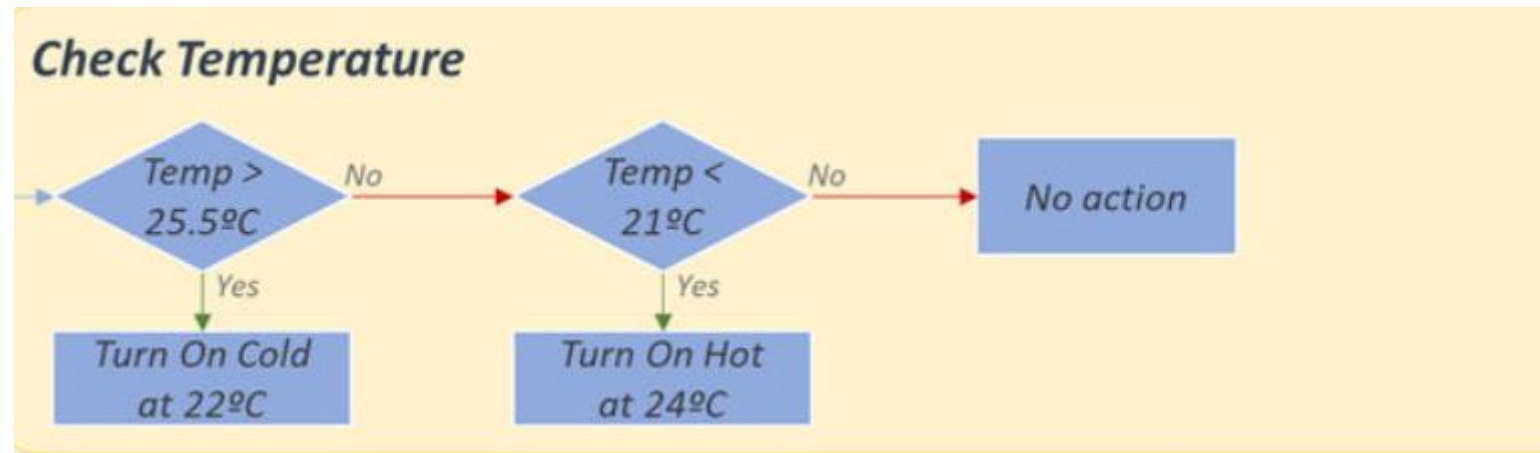
(2) D2A برای تبدیل خروجی دیجیتال به خروجی آنالوگ

ابتدا ورودی های آنالوگ سیستم به دیجیتال تبدیل می شوند و سیستم دیجیتال به وسیله ی ورودی های دیجیتال تصمیم گیری را انجام می دهد و سپس خروجی به صورت دیجیتال را بر می گرداند. در انتها خروجی دیجیتال به آنالوگ و به صورت یک سیگنال فرمان تبدیل می شود.



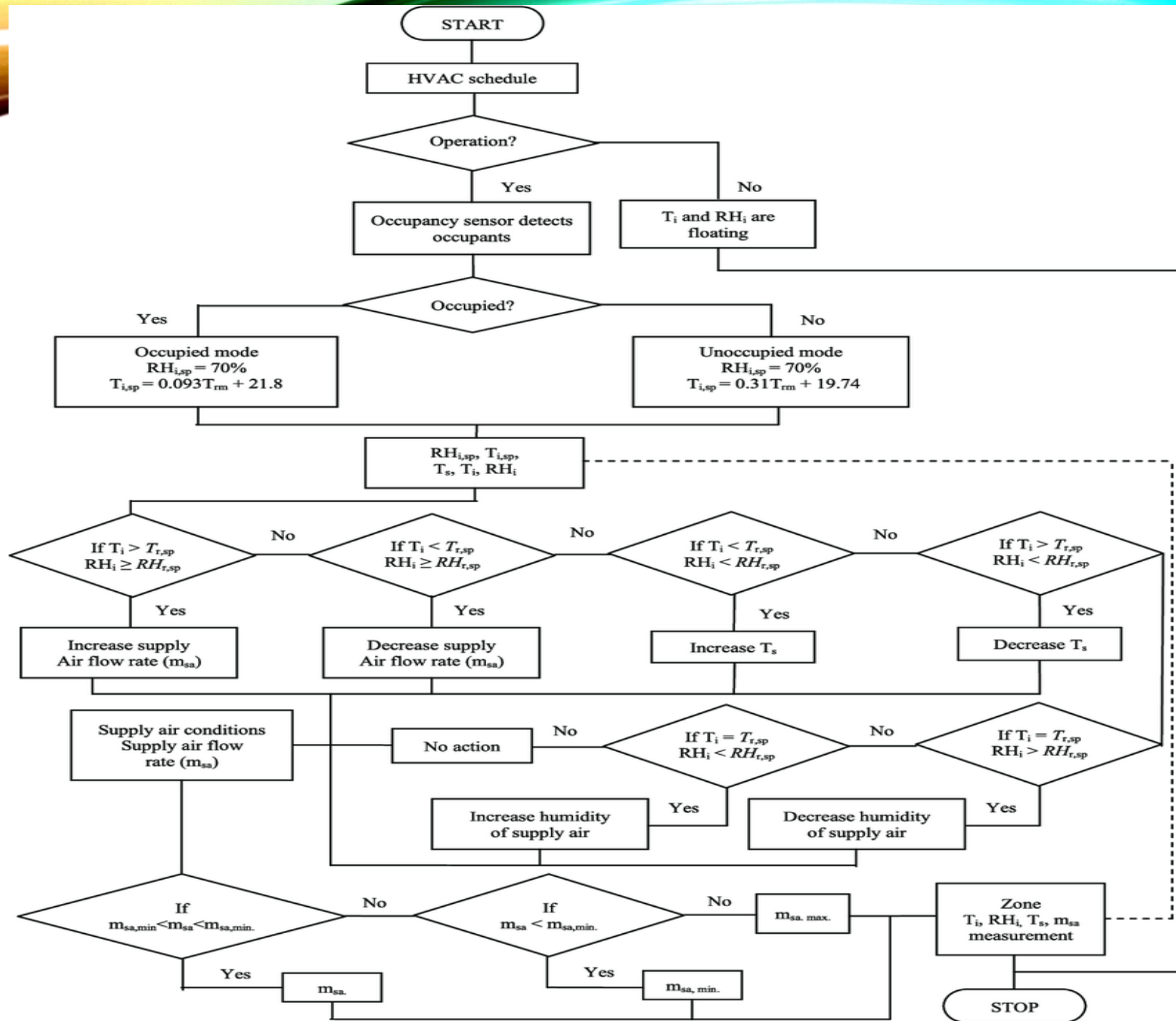
پ) بخش اختیاری: با فرض وجود دو حسگر دما و دو حسگر رطوبت در چهار گوشه یک اتاق، آیا می‌توانید یک الگوریتم ساده (به یک زبان طبیعی) برای تعیین وضعیت خروجی بنویسید؟

مثال ساده برای کنترل دما :





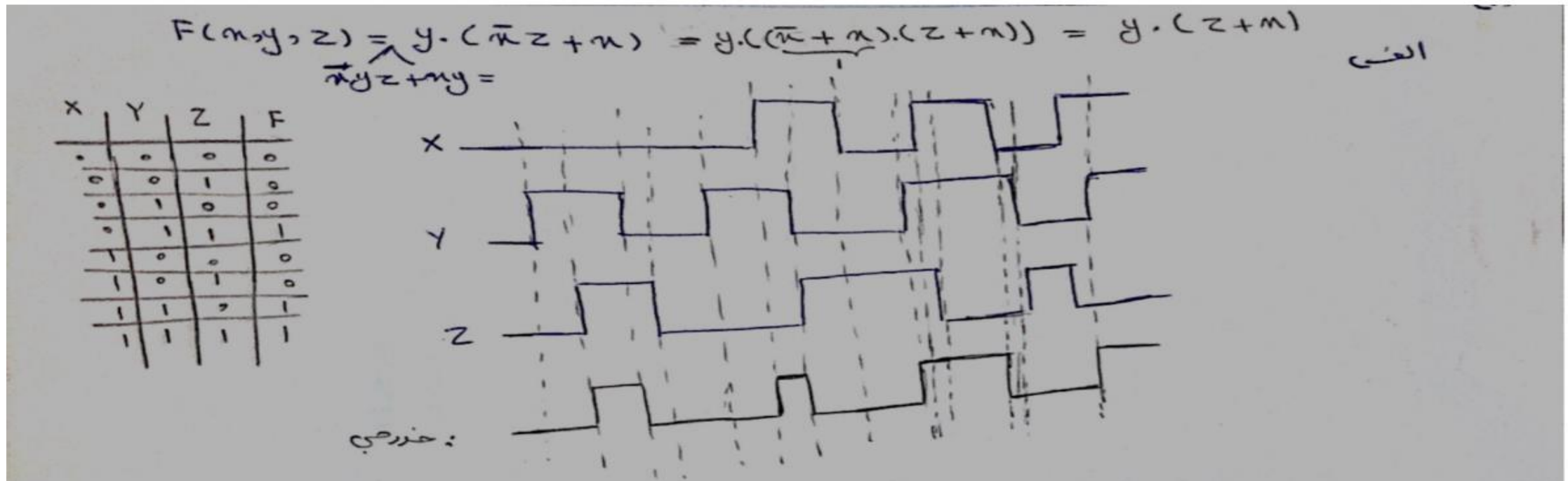
اختیاری :  
فلوچارت یک  
نمونه سیستم  
کنترل کیفیت  
دمای محیط  
را بررسی  
کرده و  
الگوریتم آن  
را بنویسد.



1. تابع بولی زیر را در نظر بگیرید (25 نمره).

$$F(x, y, z) = \bar{x}yz + xy$$

- الف) دیاگرام زمانی زیر تغییرات ورودی‌های این تابع را نشان می‌دهد. شکل موج خروجی این تابع را صرف نظر از تأخیر گیت‌ها رسم نمایید.



ب) مدار معادل این تابع را پیاده‌سازی کنید.

$$F(x, y, z) = \bar{x}yz + xy$$

