# Reporte$_E D$

Fermin Delgado Rubalcava

04/05/2021

## 1 Introducion

En la siguiente actividad se muestra la caracterizacion de las familias mas importantes de ecuaciones diferenciales parciales con el objetivo de mostrar los metodos con los cuales se consigue una solucion. Ademas tambien el objetivo del reporte es resumir el contenido que abarcaron las ultimas 3 actividades del curso de Fisica computacional, con el fin de dejar evidencia y absorver mejor el aprendizaje del mismo

## 2 Familias de ecuaciones diferenciales

Una ecuacion diferencial parcial es toda aquella funcion que tiene la siguiente forma general

$$A\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + 2B\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + C\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + D\frac{\partial u}{\partial x} + E\frac{\partial u}{\partial y} + F = 0$$

donde A,B,C,...,G (valores constante) y u (funcion matematica) estan en funcion de las variables independientes 'x' o 'y' integran las partes de la forma general de una ecuacion diferencial parcial.

Esta forma general se puede clasificar analizando el determinante que forma la ecuacion con algunos de sus valores constantes, entonces

$$Z = \begin{bmatrix} B & A \\ C & B \end{bmatrix}$$

Donde dependiendo del valor del determinante podemos saber si la ecuacion es de tipo hiperbolica, parabolica o eliptica

### 2.1 Parabolicas

Si el resultado del determinante cumple que

- $B^2 - 4AC$=

Entonces se catagoriza a la ecuacion como tipo parabolica, este tipo de ecuaciones cuanto mas aumenta el tiempo las curvas se van volviendo mas suaves, debido a la presencia de mecanismos disipativos

Ejemplo de una ecuacion parabolica es la ecuacion de calor

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \kappa \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right)$$

### 2.2 Hiperbolicas

En el caso de las ecuaciones hiperbolicas si el determinante cumple con

- $B^2 - 4AC < 0$

entonces se clasificara la ecuacion como hiperbolica.

Algo caracteristico de las soluciones de este tipo de ecuaciones es que presentan discontinuidades en las condiciones iniciales de frontera lo que propaga al resto del dominio, esto es debido a que no poseen el mismo mecanismo disipativo, este tipo de ecuaciones se relacionan mucho con la propagacion de ondas

Un ejemplo seria la ecuacion de onda que se describe como

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + f(x,t)$$

### 2.3 Elipticas

Por ultimo si el determinante resulta que

- $B^2 - 4AC > 0$ La ecuacion es de tipo eliptica, sus soluciones en el interior de su dominio son suaves, un ejemplo seria la ecuacion de Laplace la cual es

$$^2 f = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial z^2} = 0$$

## 3 Tipos de condiciones en la frontera

Las condiciones de las fronteras es informacion extra que se le impone como condicion a las soluciones de una ecuacion diferencial, por lo cual se obtiene el valor de la funcion sobre las fronteras de esta

### 3.1 Tipo Dirichlet

Tambien conocida como condicion de fronteras fijas, es usada cuando se le especifican los valores de la solucion que se requiere en la frontera del dominio

### 3.2 Tipo Neumann

La condicion tipo Neumann o de segundo tipo. Es una condicion que se especifica a traves del valor de las derivadas en la frontera del dominio

### 3.3 Robin

La condicion tipo robin es una condicion que se representa como una combinacion lineal de condiciones de tipo Dirichlet y de Neumman

## 4 Metodo de diferencias finitas

El metodo de diferencias finitas es una aproximacion numerica a la solucion de una ecuacion diferencial. Emplea las series de taylor para dar un aproximado a las derivadas de la ecuacion, y es que aunque no se obtenga una expresion analitica de la solucion, es realmente util considerando que a veces es imposible encontrar una.

Este metodo hace el tiempo y espacio discretos en un numero finito de intervalos o pasos,consiste en dado un punto y su imagen, se indaga en el valor en su alrededor a traves de un diferencial en su dominio, entonces haciendo la aproximacion con Taylor hacia adelante se obtiene lo que es llamado diferencias finitas de $f'(x_0)$ hacia enfrente, porque involucra un punto hacia enfrente de la derivada. Luego haciendo el mismo procedimiento pero hacia atras del punto del dominio, con este valor obtenido, se promedia con el anterior que se obtuvo y se obtiene una diferencia finita centrada centrada de orden superior. Por ultimo se aplica el mismo procedimiento que se describio en el parrafo pero para la segunda derivada y se obtiene ahora la diferencia finita centrada de segundo orden

## 5 Ecuacion de calor, algoritmo y solucion.

La ecuacion de calor como ya se menciono es de tipo parabolico, describe el flujo de calor a traves de los cambios de temperatura en una region. Para simplificar utilizaremos la ecuacion de calor para el caso de una sola dimencion espacial, entonces se obtiene que $\frac{\partial u}{\partial t} = k(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2})$ , Luego procedemos a aplicar el metodo de diferencia finita centrada de segundo orden. Por ultimo se escoje la condicion de frontera que se desea utilizar.A continuacion se presenta el enlace a github para ver una actividad sobre este tipo de ecuacion

Actividad 10.

## 6 Ecuacion de onda, algoritmo y solucion

La ecuacion de onda es de tipo hiperbolico, describe la propagacion de ondas como por ejemplo la presion de una onda acustica. Se tiene que para el caso de una sola dimencion obtenemos que $\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = c^2(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}) + f(x,t)$, despues de esto se necesitaria definir 4 condiciones, 2 iniciales y 2 de frontera. Y tambien el valor de c que podria ser la raiz cuadrada de la velocidad de propagacion de informacion. Se proseguiria a aplicar el metodo de diferencia finita centrada de segundo orden.

Tambien otra cosa a tener en cuenta es que para iniciar el algoritmo se tendra que calcular el primer nivel de u(x,k), a traves de la informacion proporcionada en las condiciones iniciales.A continuacion se presenta el enlace a github para ver una actividad sobre este tipo de ecuacion

Actividad 11

# 7 Ecuacion de Poisson, algoritmo y solucion

La ecuacion de Poisson es de tipo eliptico, usualmente aparece en problemas de campos electricos y campos gravitatorios, y es la generalizacion de la ecuacion de Laplace, se puede resolver con condiciones en la frontera de tipo Dirichlet o de Neumann, ademas cabe decir que no hay dependencia en el tiempo. Cuando se tiene una condicion tipo Neumann se utiliza el metodo de diferencias finitas centradas. A continuacion se presenta el enlace a github para ver una actividad sobre este tipo de ecuacion

Actividad 12

# 8 Conclusion

En conclusion este reporte logra cumplir su cometido de simplificar y esquematizar el contenido que se vio de la resolucion de ecuaciones de derivadas parciales, ademas ayuda como preludio a futuros cursos ya que este fue un tema totalmente nuevo que no habiamos visto, pero el que ahora se tiene las herramientas computacionales que nos van a ayudar en un futuro, dando al estudiante un cierto grado de familiaridad y sirve de introduccion al mismo

# 9 Bibliografia

PARTIAL DIFFERENTIAL EQUATION. (2021, April 30). In Wikipedia. https://en.wikipedia. org/wiki/Partial differential equation

DIRICHLET BOUNDARY CONDITION. (2021, April 21). In Wikipedia. https://en.wikipedia. org/wiki/Dirichlet boundary condition

NEUMANN BOUNDARY CONDITION. (2021, March 16). In Wikipedia. https://en.wikipedia. org/wiki/Neumann boundary condition

ROBIN BOUNDARY CONDITION. (2020, December 9). In Wikipedia. https://en.wikipedia. org/wiki/Robin boundary condition

FINITE DIFFERENCE METHOD. (2021, April 14). In Wikipedia. https://en.wikipedia.org/ wiki/Finite difference method