

Actividad 9

Física Computacional 1

Teoría de Estabilidad de las Soluciones de las Ecuaciones Diferenciales Ordinarias

María Fernanda Vences Mendoza

19 de marzo del 2021

1 Introducción

La **teoría de estabilidad** se refiere a la estabilidad de las soluciones de ecuaciones diferenciales ó trayectorias de un sistema dinámico bajo pequeñas perturbaciones de las condiciones iniciales.

La **Teoría Cualitativa de Ecuaciones Diferenciales** y **Sistemas Dinámicos** se enfoca en las propiedades asintóticas de las soluciones y sus trayectorias cuando el tiempo tiende a infinito. El ejemplo más sencillo de este tipo de comportamiento son los puntos de equilibrio o puntos fijos y las órbitas periódicas.

Se define un punto de equilibrio x para la ecuación diferencial

$$\frac{dx}{dt} = f(t, x)$$

si $f(t, x) = 0$ para todo tiempo t .

Cuando la función f no depende explícitamente del tiempo t , $f(x(t))$, se dice que el sistema de ecuaciones es un **sistema autónomo**

Los puntos de equilibrio o puntos críticos ($f(x(t)) = 0$), se pueden clasificar de acuerdo a los signos de los eigenvalores de la linearización de la ecuación respecto a los puntos de equilibrio. Esto es, se evalúa la matriz Jacobiana de la ecuación en cada punto de equilibrio y se buscan los eigenvalores.

El comportamiento de la solución del sistema en la vecindad de cada punto de equilibrio puede ser determinado cualitativamente.

Un punto de equilibrio es **hiperbólico** si **ninguno** de sus eigenvalores tienen parte real cero. Si todos los eigenvalores tienen **parte real negativa**, el punto de equilibrio es **estable**. Si al menos un eigenvalores

tiene parte **real positiva**, entonces la solución es **inestable**. Si al menos un eigenvalor tiene parte **real negativa** y **al menos uno tiene parte real positiva**, el punto de equilibrio se le conoce como **punto silla**.

Estudiaremos problemas de valor inicial en el caso de los sistemas autónomos

$\frac{dx}{dt} = Ax$, con $x(0) = x_0$. Donde A es una matriz cuadrada de dimensiones $n \times n$.

2 Retroalimentación

Esta actividad si estuvo un poco complicada, no es que fuera difícil sino que fueron muchos ejercicios que realizar. Aun que fueron muchos ejercicios si ayudó mucho ya que se entendió un poco mejor que es lo que se estaba haciendo de acuerdo a las ecuaciones que se nos proporcionó