



**Universidad de Chile**  
**Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas**  
**Departamento de Ingeniería de Minas**

MODELACIÓN Y SIMULACIÓN DE MOLIENDA CON RODILLOS  
A ALTA PRESIÓN – HPGR

TESIS PARA OPTAR AL GRADO DE MAGÍSTER EN CIENCIAS DE LA INGENIERÍA  
MENCIÓN METALURGIA EXTRACTIVA

MEMORIA PARA OPTAR AL TÍTULO DE INGENIERO CIVIL DE MINAS

MAGÍN EDUARDO TORRES RUBILAR

PROFESOR GUÍA:  
ALDO CASALI BACELLI

MIEMBROS DE LA COMISIÓN:  
WILLY KRACHT GAJARDO  
RAÚL CASTRO RUIZ  
ÓSCAR ALRUIZ GONZÁLEZ

SANTIAGO DE CHILE  
ABRIL 2010

# Resumen

Los procesos de conminución corresponden a una de las operaciones más importantes en el procesamiento de minerales, principalmente por los costos asociados a la cantidad de energía y aceros de molienda necesarios para obtener el grado de liberación requerido en procesos posteriores. La molienda con rodillos a alta presión (*HPGR: High Pressure Grinding Rolls*) surge como una alternativa atractiva en las operaciones de reducción de tamaño, debido al uso eficiente de la energía en el mecanismo de ruptura y en la reducción del Work Index de Molienda de Bolas (etapa de conminución posterior habitual) hasta en un 25%, producto de la generación de micro fracturas.

Aunque esta tecnología lleva más de veinte años de resultados exitosos en la industria del cemento, fierro y diamantes, aún se considera inmadura en la industria del cobre y su incorporación en el diseño de nuevos proyectos se ve limitada, entre otras cosas, por la ausencia de modelos validados que permitan la evaluación del desempeño del equipo en nuevos circuitos de conminución.

En esta tesis se presenta un modelo fenomenológico y en estado estacionario, para estimar la capacidad de tratamiento, potencia consumida y granulometría del producto de un HPGR a escala piloto. Las expresiones de capacidad de tratamiento y potencia consumida han sido deducidas a partir de ecuaciones de la física newtoniana, mientras que para el modelo de granulometría se ha utilizado el enfoque de balances poblacionales microscópicos junto con las relaciones de tasa y forma de ruptura propuestas por la teoría clásica de la conminución.

Para realizar el ajuste de los parámetros del modelo y validar su capacidad de predicción, se ha utilizado resultados de pruebas piloto ejecutadas con muestras de dos litologías pertenecientes a Minera Esperanza (Antofagasta Minerals). Las pruebas piloto para ambas litologías fueron realizadas en las instalaciones de dos fabricantes de equipos HPGR en Alemania: KHD Humboldt Wedag y Polysius AG.

El modelo estima, a escala piloto, los consumos específicos de energía de forma satisfactoria (coeficiente  $R^2 = 80\%$ ), así como las curvas de granulometría de los productos (raíz de la media de los errores al cuadrado menor al 4%). Sin embargo, se debe evaluar la calidad predictiva del modelo con resultados de equipos a escala industrial y, como trabajo futuro, diseñar pruebas de laboratorio que permitan la determinación de los parámetros del modelo y su escalamiento a nivel industrial.

# Abstract

Comminution is the most important operations in mineral processing, essentially for the high costs associated to energy and grinding media consumption required to obtain the desired liberation size for downstream processes. The High Pressure Grinding Rolls (HPGR), appears as an attractive choice in size reduction processes, due to an efficient use of energy in the breakage mechanism and in the decrease of the Ball Mill Bond's Work Index (common posterior comminution stage) up to 25%, as a result of the generation of microfractures.

Although this technology has over twenty years of successful results in clinker, iron and diamonds industry, is considered immature for the copper industry, and its integration on greenfield and brownfield projects is limited, among other causes for the absence of proven mathematical models able to measure the performance of this equipment on the designed comminution circuits.

A new phenomenological and steady state model, for the throughput, power draw and particle size distribution for a pilot scale HPGR is developed and presented in this Thesis. The mathematical expressions for the throughput capacity and power draw are deducted from classical mechanics equations, while a microscopic population balance and the rate and breakage functions are used for the particle size distribution model.

To fit the model parameters and test the predictive capability of the model, several results from pilot scale tests performed with samples of two ore types belonging to Minera Esperanza (Antofagasta Minerals) are used. The tests were performed at the facilities of two HPGR manufacturers located in Germany.

The model predictions at pilot scale, are successful for the specific energy consumptions (correlation coefficient  $R^2 = 80\%$ ) and the particle size distribution of the product (root mean square error less than 4%). However, it remains to fit and test the model with full scale HPGR results and, as a future work, the design of laboratory tests and procedures able to estimate and scale up the model parameters.

# Agradecimientos

A mis padres y hermano: Eliana, Magín y Roberto, por su incondicional apoyo y amor durante mi vida. Agradezco sus consejos, valores y enseñanzas; sepan que éste trabajo es para ustedes.

Al profesor Aldo Casali por el gran apoyo durante mis estudios, en el desarrollo de esta Tesis y de la publicación asociada a ella. Espero que esta no sea la última vez que trabajemos juntos.

A mí estimado amigo y consejero Juan Luis Yarmuch. Este trabajo es una de las consecuencias de aquellas interminables conversaciones en que intentábamos arreglar al mundo.

Al Departamento de Ingeniería de Minas, sus profesores, funcionarios y compañeros de carrera. Sepan que gracias y junto a ustedes pasé los mejores años de mi vida: Juanita Vergara, Marcela Muñoz, Verónica Möller, Lilian Salinas, Ingrid Thiele, Víctor Basaure y Oscar Vicencio, siempre los recuerdo gratamente.

Agradezco de forma especial a los señores Holger Bannach, Luis Bernal y Juan Carlos Salas de Antofagasta Minerals, quienes aportaron con el financiamiento y resultados de pruebas piloto para el desarrollo de este trabajo, además de valiosos comentarios y correcciones.

A Víctor Hugo Gallardo, Wilson Muñoz y Oscar Torres por su colaboración en la visita realizada a la planta Los Colorados de la Compañía Minera Huasco.

A las siguientes personas, con quienes tuve la oportunidad de conocer en diversos congresos y que, en amenas conversaciones, aportaron al desarrollo de esta Tesis: Xiaowei Pan (APCOM 2007); Jaime Sepúlveda (Workshop SAG 2007); Fernando Torres, Mike Daniel y Chris Morley (Procemin 2008).

A Anglo American Chile, que en cuyas faenas hice mis prácticas profesionales y que gracias a la beca otorgada pude concluir mis estudios en la Universidad.

A las siguientes personas, que sin pensarlo, han influido profundamente en mi formación académica y profesional: Ricardo Letelier, Willy Kracht, Leticia Conca, Raúl Castro, Gabriel Riveros, Luis Cifuentes, Julián Ortiz, Alexis Torres, Andrés Espinoza, Víctor Grunwald, Pedro Ossandón, Ramón del Río y Hugo Rojas.

Finalmente, quisiera agradecer de mi querida profesora Gianna Vallebuona (Q.E.P.D): usted fue la que inició el interés por el área de Procesamiento de Minerales y fue la principal precursora de que estudiara un postgrado. Siempre la recuerdo en mis pensamientos.

# Índice General

1. Introducción.....	1
1.1. Objetivos de esta Tesis.....	2
1.1.1. Objetivo General .....	2
1.1.2. Objetivos Específicos .....	3
2. Revisión Bibliográfica.....	4
2.1. Introducción .....	4
2.2. Descripción de la Molienda con rodillos a Alta Presión.....	5
2.3. Características mecánicas del equipo.....	6
2.3.1. Geometría de los Rodillos .....	7
2.3.2. Revestimientos .....	7
2.3.3. Diseño del chute de alimentación.....	9
2.4. Operación de la molienda con rodillos a alta presión .....	10
2.5. Estudios realizados sobre tecnología HPGR.....	11
2.5.1. Modelo Morrell / Tondo / Shi para HPGR.....	14
2.5.2. Razón de escalamiento piloto – industrial.....	16
2.6. Aplicaciones Industriales .....	17
2.6.1. Circuitos para mejorar la eficiencia energética .....	17
2.6.2. Circuitos diseñados para eliminar “cuellos de botella” .....	19
2.6.3. Circuitos para aumentar beneficios metalúrgicos .....	20
2.7. Experiencia HPGR en Roca Dura.....	21
2.7.1. Experiencia HPGR en Cerro Verde .....	21
2.7.2. HPGR en planta Los Colorados – CMH .....	22
2.7.3. Experiencia HPGR en Los Bronces – Anglo American Chile.....	24
2.7.4. Evaluación de alternativa HPGR en divisiones de Codelco Chile.....	25
2.7.5. Evaluación de alternativa HPGR en Esperanza – Antofagasta Minerals.....	26
3. Metodología.....	27
3.1. Análisis de pruebas piloto .....	27
3.2. Desarrollo del modelo .....	27
3.3. Desarrollo de un simulador .....	28
3.4. Ajuste de parámetros y validación del modelo .....	28
4. Análisis de Datos Experimentales .....	29
4.1. Campaña de pruebas piloto realizadas con mineral de Esperanza.....	29
4.1.1. Resultados de pruebas piloto realizadas por KHD Humboldt Wedag .....	29

4.1.2. Resultados de pruebas piloto realizadas por Polysius AG .....	30
4.2. Análisis de resultados de las pruebas piloto .....	31
4.2.1. Efecto de la presión y la velocidad en la granulometría .....	31
4.2.2. Relación entre razón de reducción y consumo específico de energía .....	34
5.2.3. Curvas de eficiencias de molienda .....	35
5. Modelo Mejorado de HPGR .....	36
5.1. Modelo de capacidad de tratamiento .....	37
3.2. Modelo de potencia .....	39
3.3. Modelo de granulometría .....	40
6. Validación del Modelo de HPGR .....	47
6.1. Validación del modelo de consumo específico de energía .....	47
6.2. Validación del Modelo de Granulometría .....	48
6.2.1. Validación Cruzada .....	48
6.3. Resultados de la campaña de validación y ajuste de parámetros .....	55
6.3.1. Análisis de sensibilidad de parámetros .....	55
6.3.2. Curvas de función ruptura y función selección .....	56
7. Ejemplos de Aplicación .....	58
7.1. Introducción .....	58
7.2. Dimensionamiento de HPGR a partir de pruebas piloto .....	58
7.3. Simulación de HPGR en serie .....	60
8. Conclusiones .....	61
8.1. Conclusiones .....	61
8.2. Análisis comparativo con el modelo HPGR de Morrell / Tondo / Shi .....	62
8.3. Recomendaciones .....	63
Referencias .....	65
Anexo A: Resultados de Pruebas Piloto .....	69
Anexo B: Estimaciones del modelo para ambas litologías y fabricantes .....	91
Anexo C: Código fuente de la librería HPGR .....	113
Anexo D: Referencia de la Librería HPGR .....	119
Anexo E: Publicación Minerals Engineering .....	123

# Índice de Tablas

Tabla 1. Vida útil de revestimientos tachonados (según fabricante KHD) .....	9
Tabla 2. Valores típicos de operación para HPGR.....	10
Tabla 3. Resumen de estimación de costos para alternativas de molienda de Cerro Verde.....	22
Tabla 4. Resumen de estimación de costos para alternativas de molienda del proyecto de expansión Los Bronces.....	25
Tabla 5. Resumen de condiciones y resultados de pruebas realizadas para mineral Porfídico (KHD).....	30
Tabla 6. Resumen de condiciones y resultados de pruebas realizadas para mineral Andesítico (KHD).....	30
Tabla 7. Resumen de condiciones y resultados de pruebas realizadas para mineral Porfídico (Polysius).....	31
Tabla 8. Resumen de condiciones y resultados de pruebas realizadas para mineral Andesítico (Polysius).....	31
Tabla 9. Errores de Ajuste y Validación del modelo para ambas litologías y fabricantes .....	51
Tabla 10. Parámetros del modelo para ambas litologías y fabricantes.....	51
Tabla 11. Capacidad predictiva del modelo para pruebas realizadas en KHD con mineral porfídico .....	52
Tabla 12. Capacidad predictiva del modelo para pruebas realizadas en KHD con mineral andesítico.....	52
Tabla 13. Capacidad predictiva del modelo para pruebas realizadas en Polysius con mineral porfídico y andesítico .....	53
Tabla 14. Análisis de sensibilidad de parámetros.....	55

# Índice de Figuras

Fig. 1. Esquema de funcionamiento del HPGR (de Napier-Munn et al., 1996).....	5
Fig. 2. Ángulos característicos de las zonas de molienda dentro de un HPGR.....	6
Fig. 3. Diseño de los rodillos: (a) Rodillos sólidos, (b) Llantas sobre un eje y (c) Segmentos..	7
Fig. 4. Superficies de revestimientos para rodillos: (a) welded, (b) chevron, (c) studded y (d) HEXADUR. (de Daniel et al., 2004).....	8
Fig. 5. Esquema del modelo Morrell / Tondo / Shi para granulometría de molienda HPGR (de Daniel et al., 2004) .....	15
Fig. 6. Circuito de chancado en 3 etapas (CCI) para molienda unitaria.....	17
Fig. 7. Circuito de chancado en 3 etapas (HPGR Directo) para molienda unitaria.....	18
Fig. 8. Circuito de chancado en 3 etapas (HPGR Directo) para molienda de bolas (CCI) .....	19
Fig. 9. HPGR para mejorar la capacidad de tratamiento de molienda de bolas .....	20
Fig. 10. HPGR en circuito abierto y reemplazando a chancador terciario, previo a operaciones de lixiviación en pilas.....	21
Fig. 11. HPGR en planta Los Colorados .....	23
Fig. 12. Efecto de la presión de operación sobre la razón de reducción R80.....	32
Fig. 13. Relación entre tonelaje tratado y velocidad periférica de los rodillos .....	33
Fig. 14. Relación entre razón de reducción y velocidad periférica de los rodillos.....	33
Fig. 15. Relación entre razón de reducción y consumo específico de energía .....	34
Fig. 16. Eficiencias de molienda para todas las combinaciones mineral-fabricante .....	35
Fig. 17. Esquema de un HPGR, indicando las zonas de conminución y las variables a considerar en la modelación .....	37
Fig. 18. Diagrama cuerpo libre simplificado de un rodillo en un HPGR, indicando la presión de operación $R_p$ , la fuerza de compresión, $F$ , su componente vertical y el torque resultante, $\tau$ .....	39
Fig. 19. Esquema del modelo de granulometría .....	41
Fig. 20. Discretización del rodillo, distribución de presión parabólica y las distribuciones de tamaño de producto del borde y del centro .....	42
Fig. 21. Validación del modelo de consumo específico de energía .....	47
Fig. 22. Campañas y subconjuntos de datos utilizados para el ajuste (gris claro) y la validación (gris oscuro) de un conjunto de cinco pruebas ( $N_C = 10$ )......	49
Fig. 23. Estimación de las granulometrías del borde, centro y total para la prueba K-P3 .....	53
Fig. 24. Estimación de las granulometrías del borde, centro y total para la prueba K-A5.....	54
Fig. 25. Estimación de las granulometrías del borde, centro y total para la prueba P-P4 .....	54



Fig. 26. Estimación de las granulometrías del borde, centro y total para la prueba P-A1 .....	55
Fig. 27. Curvas de la función ruptura para todas las combinaciones fabricante y mineral .....	56
Fig. 28. Gráficas de las tasas de ruptura para todas las combinaciones fabricante-mineral.....	57
Fig. 29. Granulometría de producto de HPGR en serie.....	60

# Lista de Símbolos

$a$	Fracción de mineral producido por los bordes del rodillo
$B_i$	Matriz de ruptura acumulada (Austin y Luckie)
$b_{ij}$	Matriz de ruptura retenida (Austin y Luckie)
$D$	Diámetro del rodillo, m
$d_{100}$	Tamaño máximo de partícula en una distribución de tamaños
$E$	Número de bloques que aportan a la distribución de tamaños del borde
$F$	Fuerza de molienda, kN
$f$	Parámetro del modelo Morrell / Shi / Tondo correspondiente a la fracción de material de la alimentación que se reduce de tamaño en los bordes
$f_{ia}$	Distribución de tamaño retenida en la alimentación al HPGR
$f_i^{ip}$	Distribución de tamaños retenida en la alimentación a la zona de compresión de capas de partículas
$f_i^{sp}$	Distribución de tamaños retenida en la alimentación a la zona de compresión de partículas aisladas
$G_S$	Tonelaje, t/h
$H_k$	Holdup o inventario de mineral en el bloque k
$L$	Largo del rodillo, m
$m_c$	Capacidad de tratamiento específica, t s /m <sup>3</sup> h
$m_f$	Capacidad de tratamiento específica, t s /m <sup>3</sup> h
$N_B$	Número de bloques utilizados en la discretización del rodillo
$P$	Potencia, kW
$p_i^C$	Distribución de tamaños retenida del producto del centro del HPGR
$p_i^E$	Distribución de tamaños retenida del producto de los bordes de un HPGR
$p_i^{HPGR}$	Distribución de tamaños retenida del producto del HPGR
$p_i^{SP}$	Distribución de tamaño retenida en el producto de la zona de compresión de partícula aislada
$P_k$	Potencia proporcional ejercida en el bloque k
$R$	Vector posición de la capa de mineral dentro de la zona de compresión inter partícula
$R_P$	Presión de operación de los rodillos, bar
$s_0$	Gap operacional, m
$S_{i,k}$	Tasa de ruptura para una clase de tamaño i en el bloque k
$S_i^E$	Tasa específica de ruptura para un tamaño i (Herbst y Fuerstenau), t/kWh

$U$	Velocidad periférica de los rodillos, m/s
$v_z$	Velocidad vertical de la capa de partículas, m/s
$W$	Consumo específico de energía, kWh/t
$x_c$	Tamaño crítico, m
$x_i$	Tamaño correspondiente a la i-ésima clase en una distribución
$y_k$	Posición del centro de cada bloque
$z^*$	Distancia recorrida por las partículas en la zona de compresión de capas de partículas

## Letras Griegas

$\alpha_1$	Parámetro de la función ruptura (Austin y Luckie)
$\alpha_2$	Parámetro de la función ruptura (Austin y Luckie)
$\alpha_3$	Parámetro de la función ruptura (Austin y Luckie)
$\alpha_{IP}$	Ángulo de compresión inter partícula
$\alpha_{SP}$	Ángulo de compresión de partícula aislada
$\beta$	Ángulo de acción de la fuerza de molienda
$\gamma$	Parámetro de ajuste del modelo HPGR Morrell / Shi / Tondo
$\delta$	Densidad del producto del HPGR, t/m <sup>3</sup>
$\rho$	Densidad aparente del mineral, t/m <sup>3</sup>
$\tau$	Torque, kN m
$\zeta_1$	Parámetro de la función selección (Herbst y Fuerstenau)
$\zeta_2$	Parámetro de la función selección (Herbst y Fuerstenau)

# Glosario

CCI	: Circuito Cerrado Inverso. Circuito cerrado de conminución en que primero el mineral se clasifica y luego se reduce de tamaño.
CMH	: Compañía Minera Huasco.
HPGR	: High Pressure Grinding Rolls.
JKMRC	: Julius Kruttschnitt Mineral Research Centre.
SABC	: Circuito de molienda semiautógena en que el producto del molino SAG, se clasifica en un harnero y su sobretamaño se chanca para posteriormente ser recirculado tanto al molino SAG (SABC-A), a la alimentación de los molinos de bolas (SABC-B) o a ambos (SABC-AB).
SAG	: Molienda semiautógena, molienda que utiliza mineral y bolas de acero como medios de molienda.
O/F	: Overflow o producto fino de un hidrococlón.
O/S	: Oversize o sobretamaño.
R <sub>80</sub>	: Razón que indica cuánto del 80% pasante del producto se redujo de tamaño del 80% pasante de la alimentación.
RMSE	: Raíz de la suma de los errores cuadráticos medios.
U/F	: <i>Underflow</i> o descarga gruesa de un hidrociclón..
U/S	: <i>Undersize</i> o bajotamaño.
UCS	: <i>Unconfined compressive strenght</i> , resistencia de la roca intacta a la compresión uniaxial.
WCI	: Tipo de acero blanco y fundido rico en Cromo.
Wi	: Work index. Energía necesaria para moler una tonelada corta de tamaño “infinito” hasta un 80% pasante bajo 100 micrones.

## Capítulo 1

# 1. Introducción

Los procesos de conminución: chancado y molienda, corresponden a una de las operaciones más importantes en el procesamiento de minerales, principalmente por los costos asociados a la energía y aceros de molienda necesarios para obtener el grado de liberación requerido en procesos posteriores. Con la tecnología disponible, se necesitan múltiples etapas de reducción de tamaño con el fin de cumplir esta tarea. La cantidad de etapas determina el número y tipo de equipos necesarios, y de esta forma los consumos específicos de energía, agua y aceros.

La clave en una operación de reducción de tamaño eficiente, entre otras consideraciones, consiste en realizar una aplicación de la energía de la forma más directa sobre las partículas, además de una conminución selectiva de los tamaños que necesitan ser reducidos. Lo anterior se consigue incorporando equipos de clasificación o que optimicen el uso de la energía en los mecanismos de ruptura. Es por esto que la molienda con rodillos a alta presión (HPGR: High Pressure Grinding Rolls) surge como una alternativa atractiva de ser evaluada en los procesos de conminución.

La génesis de la tecnología HPGR se encuentra en los estudios de ruptura mediante compresión de capas de partículas desarrollados por el profesor Schönert durante la década de los ochenta (Klymowsky et al., 2002), demostrando la eficiencia energética de dicho mecanismo.

La primera aplicación industrial de la tecnología HPGR se materializó en la industria del cemento (1985-86), posteriormente se aplicó con éxito en la industria del diamante (1987). El desarrollo de nuevos materiales para revestimientos de los rodillos, permitió la entrada de la tecnología a la industria de los minerales de hierro (1994) y en molienda de pellets con resultados favorables (Klymowsky et al., 2002).

Las ventajas principales de la tecnología HPGR, respecto a otras tecnologías de reducción de tamaño, radican en la reducción de costos de operación, producto del uso eficiente de la energía en el mecanismo de ruptura y en la reducción del Work Index de Molienda de Bolas hasta en un 25%, producto de la generación de micro fracturas (Bearman, 2006; Daniel 2008).

Dentro de las desventajas, se mencionan la ineficiencia del equipo al tratar minerales húmedos y arcillosos; minerales extremadamente duros y competentes; adición de complejidad al layout de la planta al agregar más equipos (chutes y correas); la ubicación geográfica del proyecto, de la cual depende el soporte otorgado por los proveedores y los elevados costos de capital, comparados con circuitos SABC (Oestreicher and Spollen, 2006).

El éxito de la tecnología en la industria de minerales industriales, diamantes y fierro, sumada a la experiencia en cobre y oro de Cyprus Sierrita en E.E.U.U. (Klymowsky et al., 2002), Cerro Verde en Perú (Danilkewich y Hunter, 2006), Bendigo Mining Limited en Australia (Pyke et al., 2006) y PPRust North en Sudáfrica (Rule, 2006), han promovido la evaluación de la tecnología en nuevos proyectos de expansión en Los Bronces en Chile (Ostreicher y Spollen, 2006), PT Freeport en Indonesia (Mular y Mosher, 2006) y Lone Tree en E.E.U.U (Seidel et al., 2006), así como en nuevos proyectos mineros como Esperanza (Chile). En particular, se ha evaluado el comportamiento del equipo como alternativa a circuitos SABC, al considerar a la Molienda SAG como una tecnología madura que no presentará avances considerables en el corto plazo. A esto se suma la tendencia creciente de escasez energética, la escasez de fuentes de agua para procesos y el aumento de los costos de medios de molienda y revestimientos de molinos que la molienda SAG no ha podido considerar. Pese a todos los estudios disponibles, en la industria chilena del cobre, la tecnología aún se considera inmadura y su incorporación en el diseño de nuevos proyectos se ve limitada, entre otras causas, por la ausencia de modelos validados que permitan la evaluación del desempeño de circuitos de conminución.

## **1.1. Objetivos de esta Tesis**

### *1.1.1. Objetivo General*

Desarrollo de un modelo, fenomenológico y en estado estacionario, de la molienda con rodillos a alta presión para un mineral de cobre.

*1.1.2. Objetivos Específicos*

- Desarrollo de un documento con el estado del arte de la tecnología HPGR.
- Análisis de la metodología y de los resultados asociados a las pruebas a escala piloto realizadas con mineral de Esperanza en las instalaciones de Polysius y KHD.
- Desarrollo de un modelo, fenomenológico y estado estacionario, de la capacidad de tratamiento, potencia consumida y distribución granulométrica del producto para un HPGR.
- Ajuste de parámetros del modelo y validación del mismo con los datos de pruebas piloto.
- Desarrollo de un simulador computacional estable que permita evaluar la solución del modelo bajo distintos escenarios.

## Capítulo 2

# 2. Revisión Bibliográfica

### 2.1. Introducción

El origen de la tecnología de rodillos con molienda a alta presión – HPGR se remonta a inicios del siglo XX, donde se utilizó principalmente en la briquetización de carbón (Klymowsky *et al.*, 2006). La aplicación del equipo en procesos de conminución fue producto del resultado de los estudios de compresión de partículas realizados por el profesor Klaus Schönert a finales de los setenta y comienzos de los ochenta (Klymowsky *et al.*, 2002).

La tecnología fue introducida en la industria del cemento en el año 1985 y posteriormente se aplicó con éxito en la industria del diamante (1987). El desarrollo de nuevos materiales para revestimientos de los rodillos, permitió la aplicación exitosa de la tecnología a la industria del hierro (1994). Esta historia de éxito es la que ha llevado a la minería metálica (las llamadas operaciones en roca dura) a buscar en esta tecnología una alternativa a los procesos de molienda “convencionales” en las plantas concentradoras, introduciendo el equipo en la industria del oro (2002) y en la del cobre (2005) (Patzelt *et al.*, 2006).

La alternativa HPGR resulta atractiva principalmente por la reducción de costos operacionales (Ostreicher y Spollen, 2006), asociados a la reducción de medios de molienda y en el consumo específico de energía. Además existen beneficios metalúrgicos (Bearman, 2006; Klymowsky *et al.*, 2002), asociados a los mecanismos de ruptura inherentes al equipo.

La curva de distribución de tamaños en la descarga de un HPGR es más amplia y fina que la de los chancadores convencionales, las partículas presentan microfracturas (Daniel, 2008) que ayudan en la reducción del Work Index de Bond para molienda de bolas hasta en un 25% y que además favorecen a los procesos de lixiviación, obteniendo mayores recuperaciones a un menor tiempo de riego tanto en minerales de oro como de cobre (Klymowsky *et al.*, 2002).



Existe una “conminución selectiva” para agregados de minerales de dureza heterogénea (Kapur *et al*, 1992) como en cualquier equipo de conminución. La misma energía será aplicada a todas las clases de materiales, lo que se traduce en una mayor liberación del material más blando y en una menor del más duro.

En la actualidad existen tres fabricantes reconocidos de equipos HPGR, todos con su casa matriz en Alemania: Polysius AG, KHD Humboldt Wedag GmbH y Maschinenfabrik Köppern GmbH & Co. KG.

## 2.2. Descripción de la Molienda con rodillos a Alta Presión

El HPGR consta de dos rodillos que giran en direcciones opuestas y que descansan en un sistema de rodamientos sobre un marco. La presión es aplicada sólo a uno de los rodillos mediante un sistema hidro-neumático mientras que el otro se mantiene en una posición fija dentro del marco. El marco del rodillo libre, sobre el cual se aplica la presión, desliza sobre una superficie de teflón y su movimiento está gobernado por las fuerzas que actúan tanto desde la superficie del mineral como del sistema de aplicación de presión. La alimentación se realiza por medio de un chute ubicado en la parte superior de los rodillos, el cual se encuentra revestido con materiales de alta resistencia a la abrasión, y que además está equipado con un sistema de control de nivel, de modo de asegurar la formación de un lecho de partículas continuo en la zona de molienda (Figura 1).

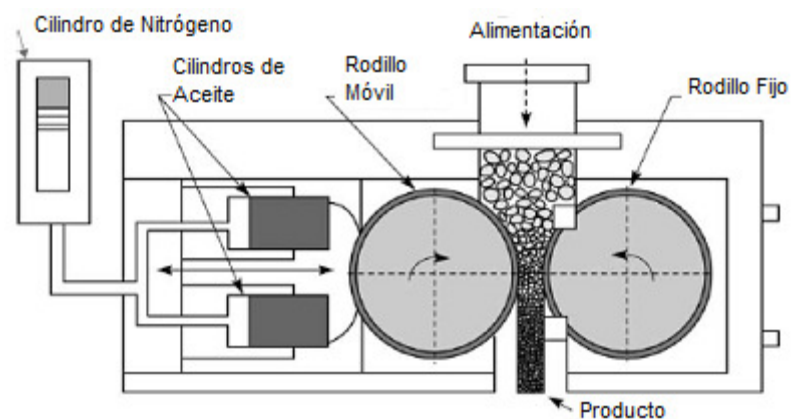


Fig. 1. Esquema de funcionamiento del HPGR (de Napier-Munn et al., 1996)

Dentro del equipo se identifican dos zonas de ruptura, definidas por los ángulos indicados en la Figura 2. Dentro de la zona entre el ángulo de compresión inter-partícula,  $\alpha_{IP}$ , y el ángulo

de compresión de partícula aislada,  $\alpha_{SP}$ , el mecanismo de ruptura principal corresponde a la compresión simple. La región descrita entre el ángulo  $\alpha_{IP}$  y  $\alpha = 0$ , corresponde a la compresión de capas de partículas como el mecanismo de ruptura principal (Klymowsky *et al.*, 2002).

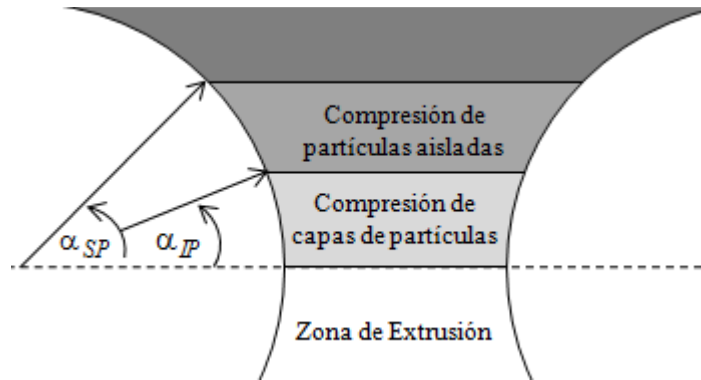


Fig. 2. Ángulos característicos de las zonas de molienda dentro de un HPGR

El mineral se compacta gradualmente a medida que avanza por las zonas definidas por éstos ángulos, naturalmente la densidad aparente del mineral aumenta y llega a valores de hasta el 90% de la densidad real en la zona de extrusión. Cuando el producto del HPGR presenta un alto grado de compactación, se denomina queque.

La formación de queques está directamente relacionada con la competencia del mineral ( $UCS > 100$ ) lo cual genera problemas de aglomeración (Klymowsky *et al.*, 2006). El problema de desaglomeración se ha resuelto parcialmente al instalar chutes de traspaso de gran altura. De éste modo el queque se disgrega producto del impacto generado al caer de una altura considerable.

### 2.3. Características mecánicas del equipo

Los equipos HPGR se componen principalmente de 2 rodillos, un sistema hidro – neumático, la carcasa del equipo, un sistema de marcos deslizante, un chute de alimentación de compuerta variable y un sistema de lubricación.

### 2.3.1. Geometría de los Rodillos

La característica que define a la geometría de los rodillos corresponde a la razón Largo/Diámetro. Dependiendo de esta razón se observan distintas características en la operación y diseño de los equipos: En los rodillos de razones  $L/D < 1$  se ejercen torques de altas magnitudes, lo que se traduce en mayor potencia requerida. Mientras que para los rodillos de razones  $L/D > 1$ , se deben utilizar rodamientos que posean un sistema de corrección del desalineamiento del rodillo móvil.

Las diferencias entre fabricantes se observan, entre otras características, por los valores de la razón  $L/D$ : Polysius fabrica equipos con razones  $L/D < 1$  en comparación a Köppern y KHD, que utilizan rodillos con una razón  $L/D > 1$ .

### 2.3.2. Revestimientos

Los revestimientos del HPGR se caracterizan por el diseño de los rodillos (Figura 3) y el tipo de superficie a utilizar (Figura 4).

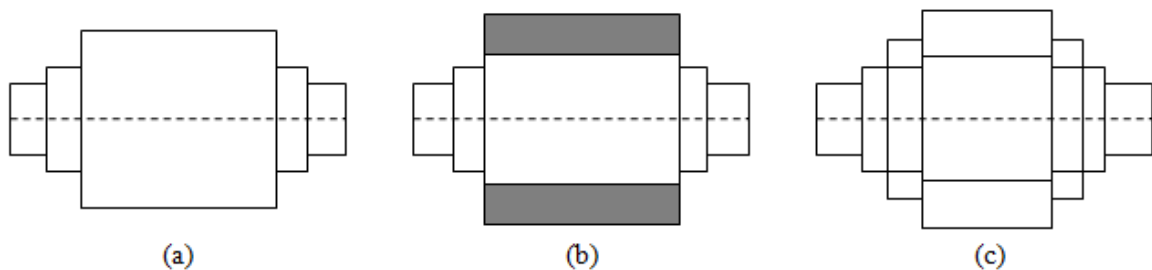


Fig. 3. Diseño de los rodillos: (a) Rodillos sólidos, (b) Llantas sobre un eje y (c) Segmentos

El diseño de los rodillos a escoger depende de la inversión realizada y de las políticas de mantención adoptadas por la compañía. Los rodillos sólidos pueden ser forjados o fundidos y se utilizan principalmente en la industria del cemento, la mayor desventaja observada en este tipo de diseño corresponde a las altas tasas de desgaste y a la inconveniencia de cambiar la pieza completa al momento de realizar una mantención.

Los rodillos compuestos por llantas adosadas en un eje han sido utilizados con éxito en la industria de minerales metálicos y no metálicos, poseen bajas tasas de desgaste y costos de

operación y no existe una restricción sobre la presión de operación del equipo. Por último, el diseño por segmentos no es aplicable en operaciones que requieren altas presiones de molienda y posee altos costos de operación y altas tasas de desgaste (Klymowsky *et al.*, 2002).

La superficie de los revestimientos (Figura 4) dependerá de las características del mineral a tratar. Los patrones en la superficie determinan los ángulos de compresión y generan el roce necesario para inducir el movimiento del lecho de partículas entre los rodillos, es decir, la capacidad de tratamiento depende de la superficie de rodillos a utilizar.

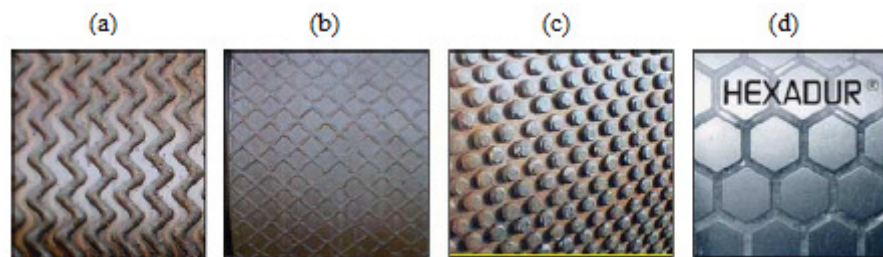


Fig. 4. Superficies de revestimientos para rodillos: (a) welded, (b) chevron, (c) studded y (d) HEXADUR. (de Daniel et al., 2004)

En rocas abrasivas, se opta por escoger la superficie tachonada (studded), que es fabricada por KHD y Polysius, o la superficie HEXADUR, la cual es fabricada por Köppern. El material utilizado en la fabricación de los rodillos corresponde a un acero blanco fundido y rico en cromo (WCI), el cual se compone de carburos eutécticos de tipo  $M_7C_3$  en una matriz de acero martensítico. Este material posee baja resistencia a la fractura, lo que aumenta la frecuencia de eventos de quiebres de rodillos. Sin embargo, las nuevas piezas se están fabricando con una aleación de níquel y hierro fundido denominada Ni-hard ( $Fe_{82}-Cr_9-Ni_5-C_3$ ), la cual posee alta resistencia a la fractura y es más robusto que el WCI (Broeckman y Gardula, 2005).

Los rodillos tachonados consisten en un patrón regular de pequeños cilindros de carburo de tungsteno soldados en una matriz de Ni-hard o WCI, mientras que la superficie HEXADUR está compuesta por hexágonos de material de cerámico en una matriz de acero. Los hexágonos se encuentran unidos por un material de menor dureza y que permite la acumulación de finos, del mismo modo que los espacios entre los cilindros en la superficie tachonada. Es por esta razón que se denominan revestimientos autógenos, puesto que los finos acumulados en los intersticios ayudan en la molienda (Broeckman y Gardula, 2005).

La Tabla 1 muestra las duraciones mínimas y máximas alcanzadas por el revestimiento tachonado. Los valores máximos se alcanzan al aumentar la vida útil de los rodillos aplicando soldadura de mayor tenacidad en los espacios disponibles gracias al desgaste de los cilindros de carburo de tungsteno. Esta práctica fue observada en terreno en la planta de la mina Los Colorados, donde se logró aumentar la vida de los rodillos hasta en 3 meses.

Tabla 1. Vida útil de revestimientos tachonados (según fabricante KHD)

Mineral	Horas de operación	
	Mínimo	Máximo
Menas de hierro (pellets)	14.000	36.000
Menas de hierro	6.000	14.600
Menas de oro	4.000	6.000
Kimberlitas	4.000	6.000
Fosfatos	6.000	8.000

Aunque la superficie HEXADUR no es muy popular en rocas abrasivas, los fabricantes aseguran una vida útil de hasta 25.000 horas (Broeckman y Gardula, 2005).

### 2.3.3. *Diseño del chute de alimentación*

El diseño del chute de alimentación al HPGR es de suma importancia en la operación del equipo. La forma de alimentación de la correa determina la segregación del mineral dentro del chute y por lo tanto la homogeneidad de la distribución de tamaños en la zona anterior a la formación de capas de partículas. En la correa se produce una mayor acumulación de mineral en el centro y del mismo modo, el diseño y llenado de la tolva determina el flujo de mineral: tolvas con ángulos de descarga bajos permiten la formación de zonas muertas en los extremos de la misma. Esto explica el que los extremos del rodillo se desgasten a una tasa menor.

El material que recubre la tolva es cerámico con el objeto de maximizar su vida útil y evitar la adhesión de partículas de mayor humedad en las paredes del mismo. Con el fin de asegurar la formación de una capa de partículas, los chutes poseen una compuerta variable que permite el control de tonelaje sobre el lecho de mineral.

## 2.4. Operación de la molienda con rodillos a alta presión

La operación del equipo no presenta mayores problemas, salvo por fallas en componentes mecánicos y en los lazos de control. Sin embargo, resulta interesante mencionar algunos comentarios realizados por el personal de la planta Los Colorados (CMH) con respecto a las variables críticas del proceso y en particular sobre la granulometría.

Independiente de la velocidad periférica de los rodillos y la presión de operación, la granulometría constituye una de las variables más influyentes en la operación del equipo. En general se recomienda alimentar al equipo con una proporción de finos tal que permita rellenar los intersticios entre partículas de mayor tamaño, lo que asegura que la presión aplicada a la capa de mineral efectivamente se utilizará en la conminución y no en el reacomodo de partículas (comunicación personal de Víctor Hugo Gallardo, CMH 2008).

La Tabla 2 resume características de diversos equipos, tanto a escala piloto como industrial, y rangos de operación para minerales de oro, cobre y hierro (Klymowsky *et al.*, 2002).

Tabla 2. Valores típicos de operación para HPGR

Ítem	Valores típicos
Diámetro de Rodillos $D$ , m	0,5 – 2,8
Largo de Rodillos $L$ , m	0,2 – 1,8
Gap operacional, m	0,02 $D$ – 0,03 $D$
Capacidad de Tratamiento, tph	20 – 3.000
Fuerza de molienda, kN	2.000 – 20.000
Presión media, bar	20 – 300
Máx. Potencia Instalada, kW	$3.000 \times 2$
Velocidad de rodillos $U$ , m/s	$U \leq 1.35\sqrt{D}$ , para $D < 1.7$ m $U \leq D$ , para $D \geq 1.7$ m
Consumo específico de energía, kWh/t	1 – 3

El operador de sala de control deberá mantener los rangos operacionales del equipo dentro de los indicados en la Tabla 2. La estrategia de operación observada para la maximización de tonelaje, consiste en mantener invariante a la presión de operación y sólo modificar la velocidad periférica de los rodillos.

Existe otro problema operacional importante, asociado a la segregación de material dentro del chute de alimentación. Para rodillos con razones Largo/Diámetro mayores a 1, existe el riesgo

de que las partículas se acomoden de tal forma que las gruesas se ubiquen en un extremo del rodillo y las finas en el opuesto. Lo anterior provoca el desalineamiento de los rodillos o una diferencia entre el gap operacional entre un extremo y otro. El operador corrige esta situación aumentando la presión del par de cilindros de aceite ubicados en el gap de mayor longitud (comunicación personal de Óscar Torres, CMH 2008).

## 2.5. Estudios realizados sobre tecnología HPGR

Taggart en su Handbook for Mineral Dressing (Taggart, 1954), menciona los primeros estudios y aplicaciones del uso de rodillos (Spring Rolls) en procesos de conminución. En particular define una relación para el ángulo de compresión de partícula aislada (Ec. 1) en función del diámetro de los rodillos,  $D$  (m), la separación entre rodillos o gap operacional,  $s_0$  (m), y el tamaño máximo de partícula,  $d_{100}$  (m).

$$\cos(\alpha_{IP}) = \frac{s_0 + D}{d_{100} + D} \quad (1)$$

Klymowsky en tanto (Klymowsky *et al*, 2002), define relaciones para el ángulo de compresión de partícula aislada (Ec. 2) en función del diámetro máximo,  $d_{100}$  (m), el gap operacional,  $s_0$  (m), y el diámetro del rodillo,  $D$  (m).

$$\cos(\alpha_{IP}) = 1 - \left( \frac{d_{100}}{s_0} - 1 \right) \frac{s_0}{D} \quad (2)$$

Para el ángulo de compresión inter partícula (Ec. 3), se define en función de la densidad del producto compactado,  $\delta$  (t/m<sup>3</sup>), la densidad aparente del mineral,  $\rho_a$  (t/m<sup>3</sup>), el gap operacional,  $s_0$  (m), y el diámetro de los rodillos,  $D$  (m).

$$\cos(\alpha_{IP}) = 1 - \left( \frac{\delta}{\rho_a} - 1 \right) \frac{s_0}{D} \quad (3)$$

Las relaciones para predecir la capacidad de tratamiento y la potencia consumida fueron propuestas inicialmente por Taggart (Taggart, 1954), sin embargo los avances más considerables se realizaron en el Institut für Aufbereitung und Vereilung de la Teschnitat

Universität Clausthal, donde el profesor Schönert dirigió diversas tesis sobre tecnología HPGR. De esos trabajos se destacan los desarrollados por Schwetchen (1990), Müller (1989) y Lubjuhn (1992).

Schwetchen realizó una serie de pruebas utilizando distintos materiales: Cuarzo, Caliza, Clinker Portland, Kieserita y un mineral de Plomo/Zinc. El estudio del comportamiento de estos diversos materiales dentro del equipo, permitió determinar relaciones entre la fuerza específica de molienda y la cantidad de finos producidos por el equipo (Schwetchen, 1987). Por otra parte, Müller encontró que la forma de ruptura de las partículas en la compresión multicapa depende de la dureza, la granulometría, la humedad del mineral y la velocidad de los rodillos (Müller, 1989).

Estudios sobre la capacidad de tratamiento y la distribución de presiones sobre el rodillo fueron realizados como parte de la tesis de Doctorado de Lubjuhn. En su trabajo, Lubjuhn define a la presión como la variable que afecta mayoritariamente a la granulometría del producto y explica las diferencias de granulometrías en los bordes y centro del rodillo, asociando la forma de la distribución de presión axial como factor determinante (Lubjuhn, 1992). Lubjuhn determinó experimentalmente los perfiles de presión tanto axial como periférico, y concluyó que el perfil de presión axial sigue la forma de una parábola invertida y que esta forma es invariante con el tipo de mineral tratado (Lubjuhn, 1992).

Klymowsky (Klymowsky *et al.*, 2002), influenciado por los trabajos de Schönert y sus estudiantes, postula dos expresiones para la Capacidad de Tratamiento Específica ( $ts/m^3h$ ),  $m_C \bullet$  (Ec. 4) y  $m_F \bullet$  (Ec. 5). La capacidad de tratamiento específica corresponde al tonelaje tratado por un HPGR de rodillos de 1 metro de largo por 1 metro de diámetro. Dicho valor se utiliza en el dimensionamiento de equipos y para el primer caso (Ec. 4) depende del gap operacional,  $s_0$  (m), el diámetro de los rodillos,  $D$  (m), y la densidad del producto compactado,  $\delta$  ( $t/m^3$ ).

$$m_C \bullet = 3.600 \left( \frac{s_0}{D} \right) \delta \quad (4)$$



La otra expresión propuesta por Klymowsky depende de la capacidad de tratamiento,  $G_S$  (t/h), el diámetro de los rodillos,  $D$  (m), el largo de los rodillos,  $L$  (m), y la velocidad periférica de los rodillos,  $U$  (m/s).

$$m_f \bullet = \frac{G_S}{D L U} \quad (5)$$

Definidas ambas relaciones, se puede predecir el comportamiento del material en la zona de compresión mediante la relación mc/mf. Al obtener una relación mc/mf < 1, se produce el llamado fenómeno de extrusión, en donde el material abandona la zona de compresión a una velocidad mayor que la de los rodillos. A una razón mc/mf > 1, se produce el fenómeno de “resbalamiento” de partículas sobre la superficie de los rodillos en la zona de alimentación (Klymowsky *et al.*, 2002). Si bien ambas relaciones se denominan capacidad de tratamiento, es mejor considerarlas como un indicador del cortocircuito.

La presión ejercida por los rodillos controla la granulometría del producto y se encuentra relacionada con la potencia necesaria. De este modo se define la Fuerza Específica de Molienda,  $F_{SP}$  (N/mm<sup>2</sup>), en función de la Fuerza de Molienda,  $F$  (kN), el diámetro del rodillo,  $D$  (m), y el largo del rodillo,  $L$  (m), como se muestra en la Ec. 6 (Klymowsky *et al.*, 2006):

$$F_{SP} = \frac{F}{1000 D L} \quad (6)$$

Del mismo modo, se define la presión promedio,  $p_{ave}$  (Mpa), y la presión máxima,  $p_{max}$  (MPa), ejercida sobre los rodillos (Klymowsky *et al.*, 2002) en función del ángulo de compresión de capas de partículas,  $\alpha_{IP}$ , y la fuerza específica de molienda,  $F_{SP}$  (N/mm<sup>2</sup>), de la siguiente forma:

$$p_{ave} = 2 \frac{F_{SP}}{\alpha_{ip}} \quad (7)$$

$$p_{max} = \frac{F_{SP}}{k \cdot \alpha_{ip}} \quad (8)$$

En la Ec. 8, la constante  $k$ , es difícil de determinar y es utilizada principalmente en la industria del cemento (0,18 – 0,23) (Klymowsky *et al.*, 2002).

La potencia consumida de cada motor,  $P$  (kW), corresponde al producto de la fuerza de molienda,  $F$  (kN), por la velocidad periférica de los rodillos,  $U$  (m/s). El valor de  $\beta$  corresponde al ángulo de acción de la fuerza de molienda y su valor es aproximadamente la mitad del ángulo de compresión inter partícula (Kymowsky *et al.*, 2006).

$$P = F \sin(\beta) U \quad (9)$$

El consumo específico de energía,  $W$  (kWh/t), es entonces el cociente entre la potencia total consumida,  $P$  (kW), y el tonelaje tratado,  $G_S$  (t/h).

$$W = 2 \frac{P}{G_S} \quad (10)$$

#### 2.5.1. Modelo Morrell / Tondo / Shi para HPGR

Se ha mencionado que la formulación de ecuaciones para describir el comportamiento del HPGR nace con los estudios realizados por Taggart (Taggart, 1954), sin embargo la mayoría de los estudios realizados sobre esta tecnología se centran en las tasas de desgaste de los revestimientos, futuras aplicaciones y resultados de pruebas de laboratorio y a escala piloto realizadas para estudios de factibilidad de la inclusión del HPGR en futuros proyectos de expansión.

En la actualidad, el modelo más completo de la molienda con rodillos a alta presión corresponde al desarrollado por Morrell, Tondo y Shi en el JKMRC (Morrell *et al.*, 1997).

El modelo Morrell / Tondo / Shi de molienda HPGR consiste de tres partes: un modelo de capacidad de tratamiento, un modelo de potencia consumida y un modelo de granulometría. La capacidad de tratamiento,  $G_S$  (t/h), se calcula en función de la velocidad periférica de los rodillos,  $U$  (m/s), el largo de los rodillos,  $L$  (m), la densidad del producto compactado,  $\delta$  (t/m<sup>3</sup>), y el gap operacional,  $s_0$  (m).

$$G_S = 3.600 U L \delta s_0 \quad (11)$$

La potencia efectiva,  $P$  (kW), se calcula a partir de la medición del torque del motor,  $\tau$  (kN m), la velocidad periférica de los rodillos,  $U$  (m/s) y el diámetro de los rodillos,  $D$  (m).

$$P = 2 \tau \frac{U}{D} \quad (12)$$

El modelo de granulometría considera tres etapas de molienda y dos de clasificación, tal como se observa en la Figura 5.

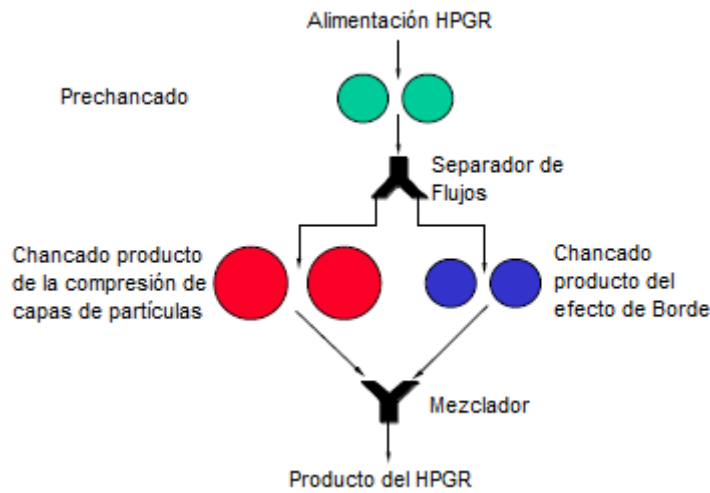


Fig. 5. Esquema del modelo Morrell / Tondo / Shi para granulometría de molienda HPGR (de Daniel et al., 2004)

La primera clasificación se produce en la etapa de prechancado, donde las partículas superiores a el tamaño crítico,  $x_C$  (m), se chancarían del mismo modo que en un chancador de rodillos convencional (dos rodillos fijos). El tamaño crítico se expresa en función del diámetro del rodillo,  $D$  (m), el gap operacional,  $s_0$  (m), la densidad del producto compactado,  $\delta$  (t/m<sup>3</sup>), y la densidad aparente del mineral,  $\rho_a$  (t/m<sup>3</sup>), tal como se muestra en la Ec. 13:

$$x_C = 0,5 \left\{ (D + s_0) - \sqrt{(D + s_0)^2 - 4 \frac{D s_0 \delta}{\rho_a}} \right\} \quad (13)$$

La segunda clasificación está determinada por la interfase entre la zona de conminución del producto de los bordes y del centro,  $f$ . Dicha interfase se calcula mediante la Ec. 14 y

depende de un parámetro de ajuste,  $\gamma$ , el gap operacional,  $s_0$  (m), y el largo de los rodillos,  $L$  (m).

$$f = \gamma \frac{s_0}{L} \quad (14)$$

En el modelo Morrell / Tondo / Shi, se ha adoptado el modelo de Whiten / Awachi / Anderson (Whiten, 1973) de chancado para modelar las distribuciones de tamaño de las zonas de pre-chancado, bordes y centro. Lo anterior genera un modelo de al menos 11 parámetros: 2 obtenidos de la función ruptura y tres tripleteas de K que definen las curvas de clasificación (Daniel y Morrell, 2004).

### 2.5.2. Razón de escalamiento piloto – industrial

Daniel ajustó los parámetros del modelo de Morrell / Tondo / Shi con las pruebas realizadas en un HPGR de laboratorio AMDEL de 250 mm de diámetro con mineral de faenas de De Beers, Rio Tinto y BHP Billiton. Posteriormente ajustó los parámetros del mismo modelo pero con resultados de muestras obtenidas del producto de los HPGR a escala industrial de las compañías ya mencionadas.

Finalmente, con los sets de parámetros del modelo para diversos minerales a escala de laboratorio e industrial, definió un factor de escalamiento (Ec. 15) asumiendo que la relación Diámetro/gap se mantiene constante (Daniel y Morrell, 2004).

$$\text{Factor de escalamiento} = \frac{D_{\text{industrial}}}{D_{\text{laboratorio}}} = \frac{(s_0)_{\text{industrial}}}{(s_0)_{\text{laboratorio}}} \quad (15)$$

## 2.6. Aplicaciones Industriales

Basado en las ventajas y limitaciones del equipo, Morley propone tres familias de circuitos que integran la tecnología HPGR con el fin de obtener un beneficio específico en el proceso (Morley, 2006), dicha clasificación se extiende a continuación:

### 2.6.1. Circuitos para mejorar la eficiencia energética

El HPGR puede ser utilizado como una alternativa a circuitos de chancado previos a molienda SAG o molienda unitaria. El flowsheet mostrado en la Figura 6 fue diseñado para tratar minerales de alta dureza, de modo de minimizar la cantidad de equipos y correas instaladas. Sin embargo se aprecian desventajas operacionales, tales como el control de material particulado en suspensión, la alta carga circulante del circuito de chancado y que la alimentación del HPGR con una distribución de tamaños truncada provoque un desgaste acelerado de revestimientos.

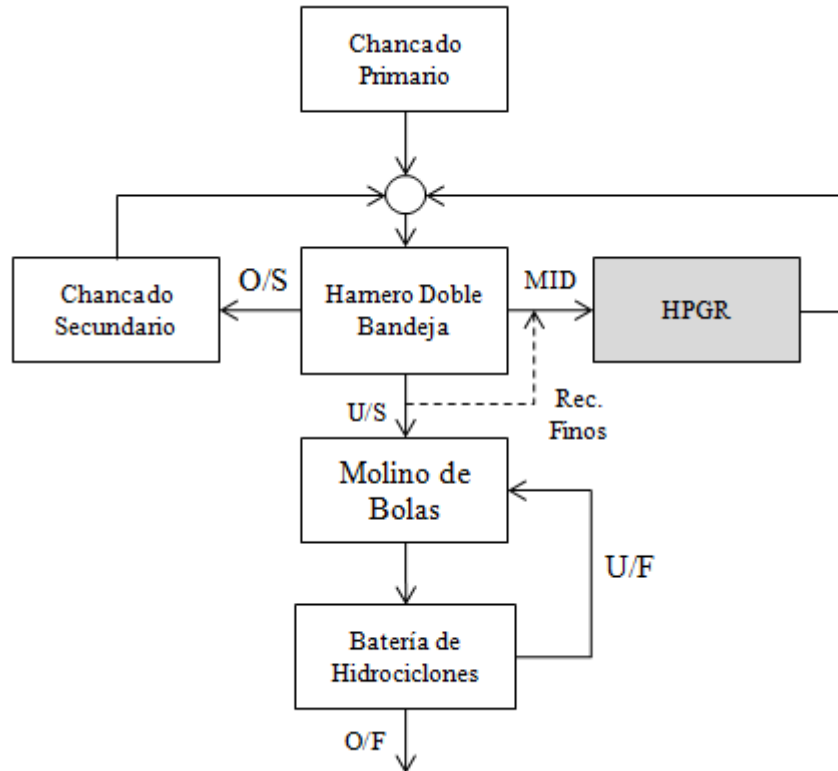


Fig. 6. Circuito de chancado en 3 etapas (CCI) para molienda unitaria

Por otro lado, el circuito anterior (Figura 6) alimenta al equipo con una granulometría que posee una baja proporción de finos. Este factor, como se ha mencionado anteriormente, incide negativamente en la operación del HPGR al no contar con partículas finas que rellenen los intersticios en el lecho compactado de partículas

Las Figuras 7 y 8, ilustran un circuito similar al presentado en la Figura 6. En los cuales, se reducen los problemas de alta carga circulante y el HPGR no se alimenta con una distribución de tamaños truncada. Entre las desventajas se observan una mayor adición de correas, un difícil control de polvo y difícil operación cuando la alimentación del chancador primario presente una cantidad de finos tal que comprometa la eficiencia de la operación de chancado secundario.

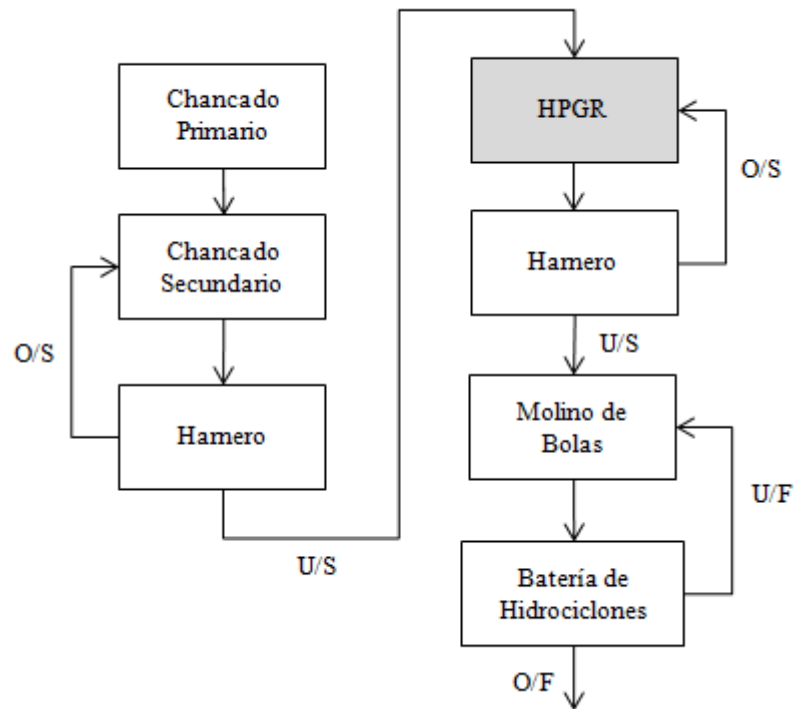


Fig. 7. Circuito de chancado en 3 etapas (HPGR Directo) para molienda unitaria

La adición de agua en el circuito de la Figura 8, se realiza con fines de mejorar la eficiencia de clasificación del harnero al controlar el material particulado en suspensión y al desaglomerar el queque o producto del HPGR.

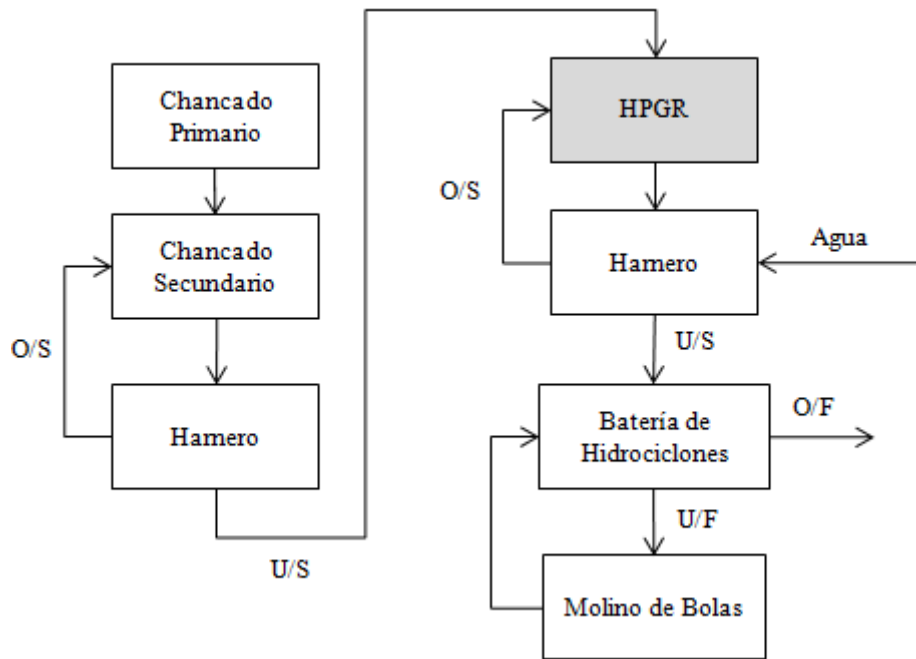


Fig. 8. Circuito de chancado en 3 etapas (HPGR Directo) para molienda de bolas (CCI)

#### 2.6.2. Circuitos diseñados para eliminar “cuellos de botella”

Los HPGR, al necesitar un área de instalación menor que otros equipos de reducción de tamaño, se convierten en una alternativa ideal para ser utilizados como equipos de aumento de capacidad de tratamiento de líneas de chancado terciario o molienda unitaria. Sin embargo, el desempeño de los equipos en chancado de pebbles no ha sido satisfactorio. El HPGR presenta problemas operacionales al tratar distribuciones de tamaños truncadas, la fuerza ejercida sobre los rodillos es desperdiciada en los intersticios formados por las partículas y termina por distribuirse y aplicarse en el rodillo mismo. La consecuente aplicación de una fuerza sobre lechos de mineral de distribuciones de tamaños truncadas provoca un desgaste acelerado de los rodillos y, en el peor de los casos, el quiebre de los mismos.

La mejor aplicación del HPGR corresponde al reemplazo de chancado terciario y anterior a molienda unitaria, ya que mejora la capacidad de tratamiento de la molienda de bolas y reduce el consumo específico de energía. En la Figura 9, se presenta una alternativa similar, pero utilizando al HPGR como equipo de chancado cuaternario.

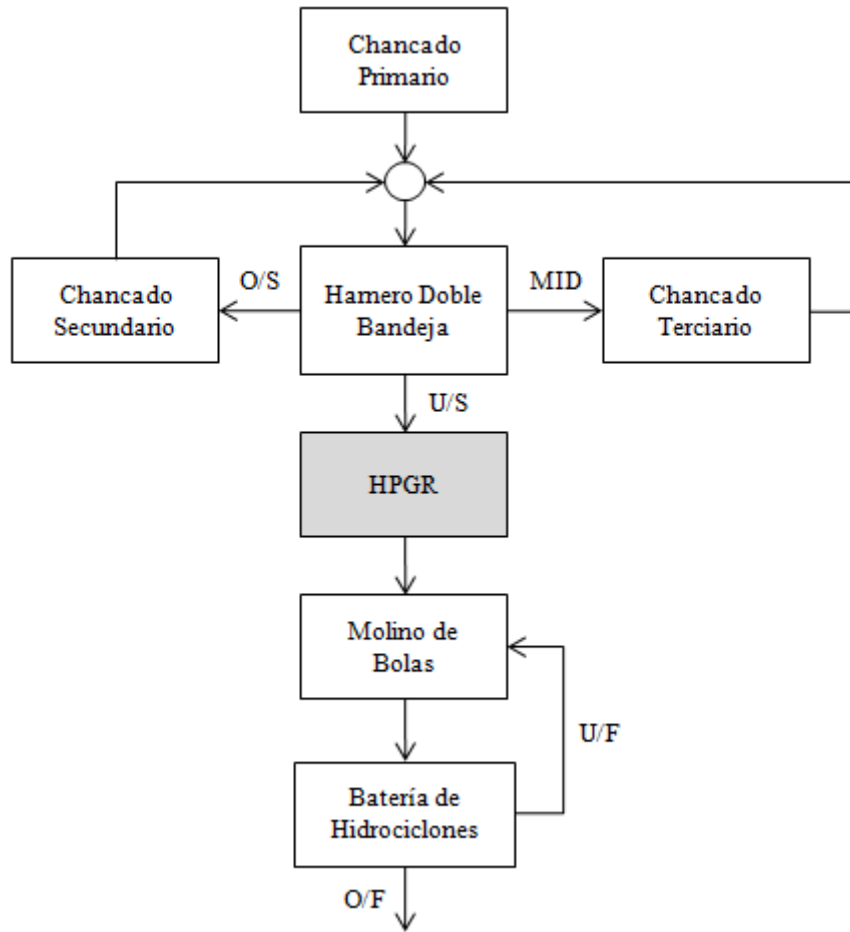


Fig. 9. HPGR para mejorar la capacidad de tratamiento de molienda de bolas

### 2.6.3. Circuitos para aumentar beneficios metalúrgicos

En páginas anteriores, se ha mencionado el beneficio de utilizar HPGR para incrementar la recuperación en operaciones de lixiviación. La Figura 10, muestra al HPGR como alternativa a chancado terciario previo a operaciones de lixiviación en pila. Existe una variante del circuito de la Figura 10, en la cual se recirculan los productos del borde en caso de tratar mineral muy competente.



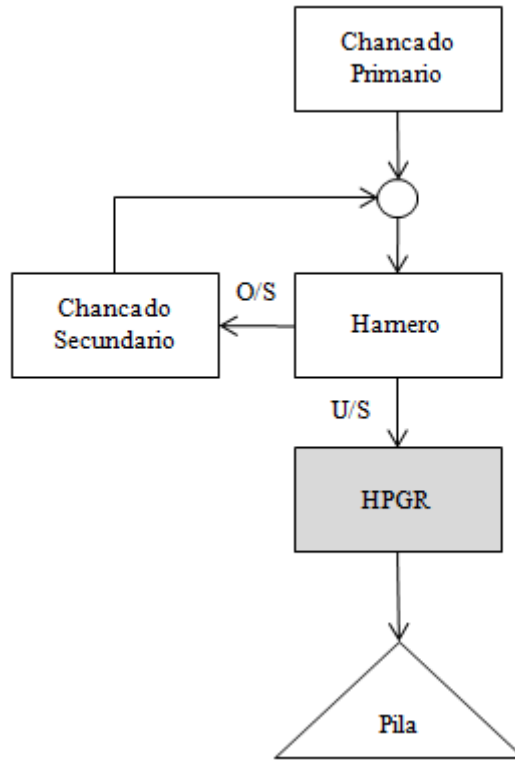


Fig. 10. HPGR en circuito abierto y reemplazando a chancador terciario, previo a operaciones de lixiviación en pilas

## 2.7. Experiencia HPGR en Roca Dura

### 2.7.1. Experiencia HPGR en Cerro Verde

La planta de Cerro Verde, perteneciente a Freeport-McMoran Copper & Gold Inc, se encuentra ubicada cerca de la ciudad de Arequipa (Perú). Actualmente, la planta produce 200 millones de libras de cobre catódico por año, gracias a la lixiviación de mineral ROM y proveniente de las etapas de chancado.

Cerro Verde posee reservas de cobre sulfurado (mineral primario) de 1.4 billones de toneladas a una ley media del 0,49%. La presencia de bajas leyes motivó a los ingenieros a buscar soluciones innovadoras con el fin de mejorar el beneficio del proyecto, para lo cual se consideró al HPGR y al Molino de Torre dentro de los posibles circuitos propuestos de la nueva planta, principalmente por los bajos consumos de energía (Vanderbeek *et al.*, 2006).

Se realizaron evaluaciones comparativas, incluyendo al HPGR como chancado terciario dentro de una molienda unitaria, contra la alternativa SABC. El resumen de la estimación de costos para ambas alternativas se indica en la tabla 3.

Tabla 3. Resumen de estimación de costos para alternativas de molienda de Cerro Verde

Costos	HPGR	SABC
Costo de Capital, MUS\$	237,5	184,4
Costo Operacional, US\$/t	1,32	1,69

Independiente de los altos costos de capital, la compañía se decidió por la alternativa HPGR al presentar mejores tasas de retorno, mejor *ramp-up* en la puesta en marcha del proyecto y mejores condiciones de seguridad, al requerir menos personal en las operaciones de mantención. En el proyecto se consideró que la molienda SAG ha llegado a un punto de madurez tan alto, que la incorporación de equipos de diámetros mayores a 40 pies resulta riesgosa. Este hecho corresponde a la primera aplicación de la tecnología HPGR en minería del cobre (Vanderbeek *et al.*, 2006).

Durante el año 2006 se construyó la concentradora de Cerro Verde, con una molienda unitaria de 102.800 tpd de tratamiento. La reducción de tamaño comienza con un chancador primario de 60×113 pulgadas, posteriormente el mineral se reduce de tamaño en un circuito cerrado inverso con 4 chancadoras de conos MP-1000. La etapa de chancado terciario es realizada por 4 HPGR de 2,4 m de diámetro y 1,6 m de largo, con una potencia instalada de 2×2500 kW. Los consumos energéticos de la planta no superan las 15 kWh/t (Vanderbeek *et al.*, 2006).

### 2.7.2. HPGR en planta Los Colorados – CMH

La planta Los Colorados se encuentra ubicada a aproximadamente 70 kilómetros al noroeste de la ciudad de Vallenar y es propiedad de la Compañía Minera del Pacífico. En las instalaciones se realizan los procesos de chancado y concentración magnética con el fin de enviar el producto a la planta pellets, de propiedad de la misma empresa.

La planta posee capacidad para tratar aproximadamente 2.000 tph de un mineral compuesto principalmente por óxidos de fierro y sílice, que puede alcanzar hasta un 25% en peso. El HPGR es utilizado como chancado terciario en circuito cerrado directo.



Fig. 11. HPGR en planta Los Colorados

El objetivo del chancado es entregar un producto 100% -1/4 pulg. De acuerdo a las litologías existentes y a las calidades de producto requeridas, el mineral se clasifica según el contenido de magnetita: El mineral tipo RD posee mayor dureza (Work index de 14 kWh/t) y altas leyes de Fierro (60%) mientras que el mineral tipo BÁSICO es más blando y posee menores leyes de Fierro (54%).

Durante el año 1994 se realizaron pruebas piloto con mineral tipo RD en la planta de pellets con el fin de dimensionar el equipo actual. De dichas pruebas, el entonces alumno de la Universidad de Atacama Hugo Vicencio realizó su memoria de título en un modelo de potencia del equipo. Pese a todos los estudios, los motores del equipo quedaron sobredimensionados, lo que obligó a los ingenieros a buscar las condiciones óptimas de operación de presión mediante prueba y error (comunicación personal de Wilson Muñoz, CMH 2008).

Puesto que se realizaron pruebas con mineral tipo RD (competente), se observó la formación de queques en el producto del equipo, lo que obligó a la incorporación de desaglomeradores en el proceso. Estos equipos con el tiempo fueron dados de baja al ser innecesarios: el queque se rompe fácilmente gracias a la vibración de los harneros y por otro lado los chutes de traspaso entre la correa de descarga del HPGR y las correas de alimentación a harneros

poseen una altura suficiente como para romper estos aglomerados (comunicación personal de Wilson Muñoz, CHM 2008).

En el año 1998, la planta y el HPGR comienzan a operar según el circuito actual. El HPGR instalado corresponde a un equipo KHD Humboldt Wedag con rodillos de 1.700 mm de diámetro y 1.800 mm de largo con dos motores de 1850 kW cada uno, dispuestos en extremos opuestos del equipo (comunicación personal de Wilson Muñoz, CHM 2008).

El revestimiento utilizado en los rodillos corresponde al tipo tachonado (studded) y su vida útil de operación no superaba las 8.000 horas. Se consiguió aumentar la vida útil de rodillos usados hasta 12.000 hrs soldando los mismos patrones de dibujo del revestimiento con un tipo de soldadura de mayor resistencia. Del mismo modo, la vida útil de la capa de teflón que permite el deslizamiento del rodillo móvil en el bastidor fue aumentada hasta en un año agregando una línea de aire de limpieza a presión (comunicación personal de Óscar Torres, CMH 2008).

El equipo se ha comportado como se esperaba en términos de tonelaje tratado y consumo específico de energía (0.9 kWh/t). Sin embargo, no se han realizado muchos estudios acerca de granulometría debido a la necesidad de detener correas para el muestreo (comunicación personal de Óscar Torres, CMH 2008).

### *2.7.3. Experiencia HPGR en Los Bronces – Anglo American Chile*

Durante el año 2007, se instaló un equipo MAGRO de Polysius cuyas dimensiones del rodillo corresponden a 950 mm de diámetro y 350 mm de largo. El equipo fue alimentado con mineral de las correas de retorno de chancado de pebbles y del producto de las plantas de pre chancado 1 y 2. El objetivo de la instalación del equipo piloto fue evaluar al HPGR como alternativa en el proyecto de expansión Los Bronces.

Posteriormente, se realizaron pruebas con mineral de Los Bronces en las instalaciones de Polysius con el fin de comparar a la alternativa HPGR con molienda SAG. Aunque se apreciaron ventajas en la disminución de consumos específicos de energía y costos operacionales, la alternativa HPGR fue desechada al no contar con información suficiente de

la tecnología, a diferencia de la molienda SAG (Ostreicher y Spollen, 2006). La tabla 4 muestra el resumen de la estimación de costos para ambas alternativas de molienda.

Tabla 4. Resumen de estimación de costos para alternativas de molienda del proyecto de expansión Los Bronces

Costos	HPGR	SABC
Costo de Capital, MUS\$	266,7	228,2
Costo Operacional, US\$/t	1,48	1,85

La evaluación económica realizada, indicaba un aumento en el 10% del VAN del proyecto con HPGR, así como un aumento en el 17% de la TIR.

Finalmente, el centro de investigación y desarrollo de Anglo American situado en Sudáfrica (Anglo Research) instaló un HPGR piloto (300 mm × 70 mm) y realizó pruebas con minerales de diversas faenas de Anglo American plc, entre ellas El Soldado y Los Bronces. Los resultados obtenidos de las pruebas confirmaron las ventajas energéticas del equipo y además encontraron que al operar el HPGR piloto a bajas presiones se obtenían mejoras en las recuperaciones de las etapas de flotación (van Drunick y Smit, 2006).

#### *2.7.4. Evaluación de alternativa HPGR en divisiones de Codelco Chile*

Durante el año 1988, La División Chuquicamata de Codelco Chile realizó pruebas con un equipo Polysius el cual fue alimentado con escoria de la fundición. Este hecho es considerado como la primera aplicación del HPGR en roca dura. Los resultados de las pruebas no fueron satisfactorios, pero permitieron avanzar a los ingenieros de Polysius en la integración del equipo en la industria de metales base..

Durante el año 2008, se instaló un equipo piloto en la división El Teniente con el fin de evaluar el comportamiento del equipo, con minerales de diversas divisiones de Codelco Chile, para considerar esta alternativa en futuros proyectos de expansión (comunicación personal Fernando Torres, Codelco Div. El Teniente 2008).

*2.7.5. Evaluación de alternativa HPGR en Esperanza – Antofagasta Minerals*

El depósito de cobre y oro Esperanza, perteneciente a Antofagasta Minerals, se encuentra ubicado cerca del pueblo de Sierra Gorda en la región de Antofagasta. El depósito posee reservas de 535 millones de toneladas con una ley de cobre de 0,57% y 0,27 g/t de oro (Lamberg y Bernal, 2008). Durante el año 2006 se enviaron muestras de dos litologías, pórfido y andesita, a las instalaciones de KHD y Polysius para realizar pruebas piloto con el fin de evaluar la instalación de equipos HPGR en la futura concentradora. Finalmente, se decidió diseñar la planta con tecnología SAG. Los resultados de las pruebas realizadas se utilizaron para validar el modelo desarrollado en esta Tesis.

### Capítulo 3

## 3. Metodología

Las etapas de trabajo realizadas en el desarrollo de esta Tesis, contemplan en primer lugar la recopilación de estudios e información relevante a la tecnología de molienda de rodillos a alta presión. El paso siguiente es el desarrollo de un modelo en estado estacionario, basado en los fenómenos físicos asociados a los mecanismos de ruptura del equipo. Se desea un modelo predictivo de capacidad de tratamiento, potencia y granulometría en función de variables operacionales y características del mineral. Posteriormente, se desarrolla un programa computacional que permite realizar los ajustes de parámetros y validación del modelo con el fin de evaluar las soluciones del modelo bajo diversos escenarios. El programa debe ser estable, de fácil distribución y amistoso, para lo cual se programará como complemento de Microsoft Excel.

Los datos utilizados para realizar el ajuste y la validación se obtienen de los resultados de pruebas piloto realizadas con muestras de mineral de Esperanza (Antofagasta Minerals) en instalaciones de dos fabricantes de HPGR (KHD Humboldt Wedag GmbH y Polysius AG).

### 3.1. Análisis de pruebas piloto

Se construirá una base de datos de las pruebas realizadas con mineral de Esperanza en equipos piloto KHD y Polysius, con el objetivo de identificar variables críticas en la operación del equipo y las posibles dependencias entre ellas. Del mismo modo, un análisis exploratorio de los datos permite identificar, de antemano, diferencias entre fabricantes.

### 3.2. Desarrollo del modelo

Un modelo satisfactorio de un equipo de conminución considera la capacidad de tratamiento, potencia consumida y granulometría de producto. Estudiando la geometría del HPGR, se

realizará un diagrama de cuerpo libre sobre el cual se deducirán las expresiones para capacidad de tratamiento y potencia, a partir de las ecuaciones de la física newtoniana.

Una aproximación para resolver el problema de estimación de granulometría, consiste en utilizar modelos de balance poblacional (King, 2000). Esta aproximación ha generado modelos de molienda que son utilizados en la actualidad.

### **3.3. Desarrollo de un simulador**

Con el objetivo de realizar las campañas de ajuste de parámetros y validación, es necesario construir un programa computacional que permita la ejecución de las rutinas anteriormente mencionadas. Para este caso se aprovecharán las ventajas que tiene el software Microsoft Excel: El complemento SOLVER, que permite resolver el problema del ajuste de parámetros y la herramienta Visual Basic for Applications para la programación del código del modelo.

Se ha escogido al software Microsoft Excel, puesto que corresponde al software de hojas de cálculo más utilizado en el mercado. Además se asegura la ejecución del simulador en la mayoría de los sistemas.

El simulador se ha programado como un complemento de Microsoft Excel.

### **3.4. Ajuste de parámetros y validación del modelo**

Previa realización del ordenamiento de los datos de pruebas piloto, se utilizará la metodología de validación cruzada para obtener resultados que permitan la evaluación de la capacidad predictiva del modelo. Dicha metodología se explicará en el Capítulo 6.



## Capítulo 4

# 4. Análisis de Datos Experimentales

## 4.1. Campaña de pruebas piloto realizadas con mineral de Esperanza

Antofagasta Minerals consideró la alternativa HPGR en el diseño inicial de la planta concentradora de Esperanza, para lo cual envió muestras de dos litologías presentes en su yacimiento, clasificadas como Pórfido y Andesita, a las instalaciones de dos fabricantes de HPGR ubicados en Alemania: KHD Humboldt Wedag y Polysius AG. Estas muestras fueron procesadas en equipos piloto variando diversas condiciones de operación.

Puesto que en el diseño inicial la alternativa HPGR estaba considerada posterior al chancado secundario y anterior a la molienda de bolas (unitaria), las muestras de mineral fueron chancadas y clasificadas hasta obtener un tamaño máximo de 40 mm. Posteriormente, submuestras de 150 kg fueron obtenidas mediante roleo y cuarteo para caracterización del mineral y para ejecutar pruebas en los equipos piloto.

La gravedad específica de ambas litologías fue medida por KHD y corresponden a 2,74 para el mineral porfídico y 2,80 para el mineral andesítico.

### 4.1.1. Resultados de pruebas piloto realizadas por KHD Humboldt Wedag

El equipo piloto utilizado por KHD, corresponde a una unidad RP 80/25 que posee rodillos tachonados de 800 mm de diámetro y 250 mm de largo. En las pruebas realizadas, la velocidad periférica,  $U$ , y la presión de operación,  $R_p$ , varían. Los resultados de las pruebas en circuito abierto se resumen en las Tablas 5 y 6 (KHD Project B.09.1017.7.001, 2006). Las granulometrías de las pruebas de circuito abierto para ambas litologías se encuentran detalladas en el anexo A.

Tabla 5. Resumen de condiciones y resultados de pruebas realizadas para mineral Porfídico (KHD)

Muestra	K-P1	K-P2	K-P3	K-P4	K-P5	K-P6	K-P7
Velocidad Periférica, m/s	0,67	0,37	0,67	0,97	0,67	0,66	0,66
Humedad, %	3,5	3,5	3,5	3,5	3,5	6,1	2,0
Gap operacional, mm	19,0	17,2	17,3	16,7	16,1	16,2	18,2
Grosor del producto compactado, mm	23,7	21,1	22,7	21,7	22,4	21,9	23,8
Presión de operación, bar	41	61	61	60	76	76	61
Presión específica, N/mm <sup>2</sup>	2,5	3,7	3,7	3,7	4,7	4,7	3,8
Tonelaje, tph	32,9	17,1	31	43,8	30,2	30,9	31,5
Tonelaje específico, ts/m <sup>3</sup> h	247	233	233	227	226	234	237
Potencia neta, kW	47,4	35,3	63,1	89,6	72,5	76,6	62,2
Consumo específico de energía, kWh/t	1,44	2,06	2,03	2,04	2,4	2,48	1,98

Tabla 6. Resumen de condiciones y resultados de pruebas realizadas para mineral Andesítico (KHD)

Muestra	K-A1	K-A2	K-A3	K-A4	K-A5	K-A6
Velocidad Periférica, m/s	0,67	0,37	0,67	0,97	0,66	0,66
Humedad, %	2,5	2,5	2,5	2,5	2,5	4,0
Gap operacional, mm	17	16	16	17	15	15
Grosor del producto compactado, mm	21,6	20,9	21,3	22,0	21,0	19,5
Presión de operación, bar	39	60	60	60	75	59
Presión específica, N/mm <sup>2</sup>	2,4	3,7	3,7	3,7	4,7	3,6
Tonelaje, tph	31,9	17,6	31,3	45,0	30,0	31,8
Tonelaje específico, ts/m <sup>3</sup> h	239	236	234	232	228	240
Potencia neta, kW	44,1	33,5	63,5	93,6	71,8	62,8
Consumo específico de energía, kWh/t	1,38	1,91	2,03	2,08	2,39	1,98

#### 4.1.2. Resultados de pruebas piloto realizadas por Polysius AG

El equipo piloto utilizado por Polysius AG corresponde al modelo REGRO, que posee rodillos tachonados de 710 mm de diámetro y 210 mm de largo. En las pruebas, la velocidad periférica fue mantenida constante e igual a 0,29 m/s mientras que la presión de operación varía entre 30 y 50 bar. El resumen de resultados generales y condiciones de operación se muestran en las tablas 7 y 8 (Polysius Project No. 2337 2603, 2006). Al igual que con los resultados de KHD, las granulometrías de las pruebas realizadas en circuito abierto para ambas litologías se encuentran en el Anexo A.

Tabla 7. Resumen de condiciones y resultados de pruebas realizadas para mineral Porfídico (Polysius)

Muestra	P-P1	P-P2	P-P3	P-P4
Velocidad Periférica, m/s	0,29	0,29	0,29	0,29
Presión de operación, bar	30	40	50	40
Tonelaje específico, ts/m <sup>3</sup> h	260	252	251	213
Consumo específico de energía, kWh/t	1,00	1,38	1,71	1,57

Tabla 8. Resumen de condiciones y resultados de pruebas realizadas para mineral Andesítico (Polysius)

Muestra	P-A1	P-A2	P-A3	P-A4
Velocidad Periférica, m/s	0,29	0,29	0,29	0,29
Presión de operación, bar	30	40	50	40
Tonelaje específico, ts/m <sup>3</sup> h	277	274	267	157
Consumo específico de energía, kWh/t	1,04	1,47	1,92	2,23

## 4.2. Análisis de resultados de las pruebas piloto

### 4.2.1. Efecto de la presión y la velocidad en la granulometría

La presión y la velocidad periférica de los rodillos corresponden a las únicas variables que el operador del equipo puede modificar durante la operación del equipo. Los resultados de las pruebas piloto han permitido evaluar el efecto de ambas sobre la granulometría. En el estudio del efecto de la velocidad sólo se han considerado las pruebas realizadas por KHD, al ser el único fabricante que varió la velocidad en la ejecución.

Al observar las tendencias en la Figura 12, se aprecia un aumento en la razón de reducción,  $R_{80}$ , a medida que se aumenta la presión de operación, independiente del fabricante y tipo de mineral. A mayor fuerza de compresión, se inducen mayores esfuerzos sobre la capa de partículas, lo que provoca mayor reducción de tamaño.

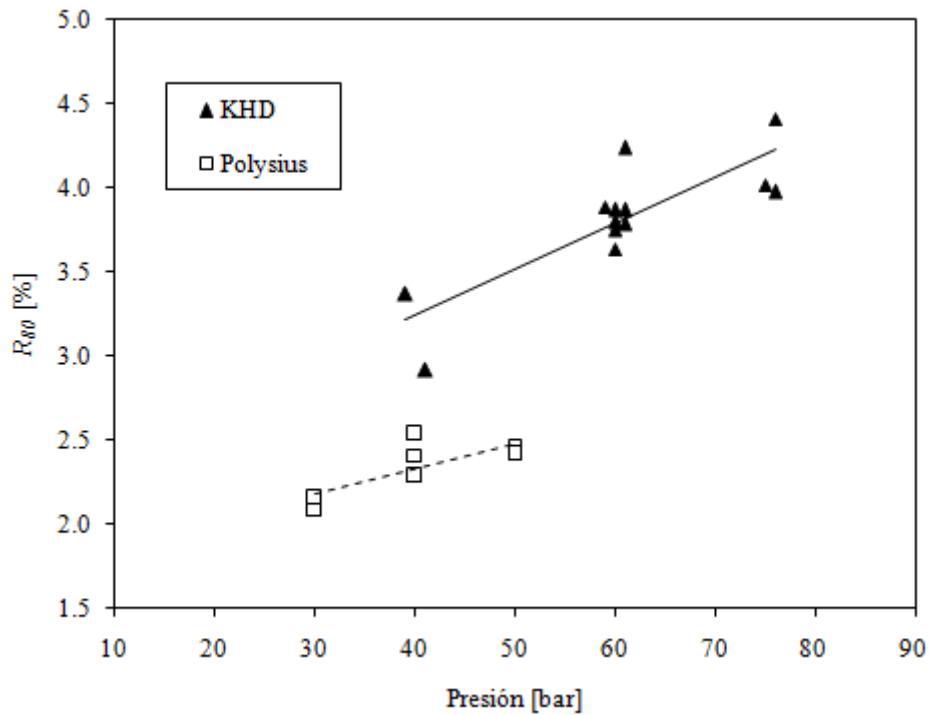


Fig. 12. Efecto de la presión de operación sobre la razón de reducción  $R_{80}$

El efecto de la velocidad sobre la razón de reducción es mínimo. Cabe destacar en la Figura 14, que se obtienen distintas razones de reducción para un mismo valor de la velocidad periférica (en torno a 0,65), esto se explica al considerar pruebas en que la presión también varía y, como se ha observado en la Figura 12, incide en mayor grado sobre el  $R_{80}$ .

Sin embargo, se aprecia una tendencia muy leve a disminuir la razón de reducción a medida que se aumenta la velocidad periférica. Esto se explica al minimizar los tiempos de residencia en las zonas de compresión, lo que provoca menos reducción de tamaño.

Aunque la variable velocidad no afecta mayoritariamente a la reducción de tamaño, si lo hace en el caso de la capacidad de tratamiento. La relación entre ambas variables se muestra en la Figura 13. En tal caso sólo se consideraron las pruebas realizadas por KHD, puesto que son las únicas en las que se ha medido el tonelaje.

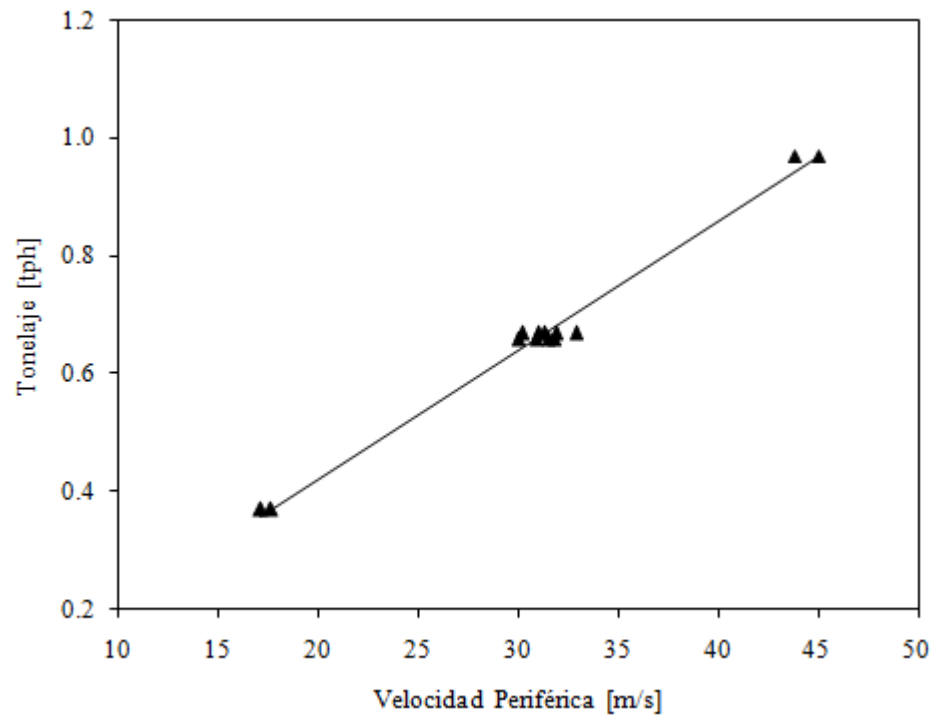


Fig. 13. Relación entre tonelaje tratado y velocidad periférica de los rodillos

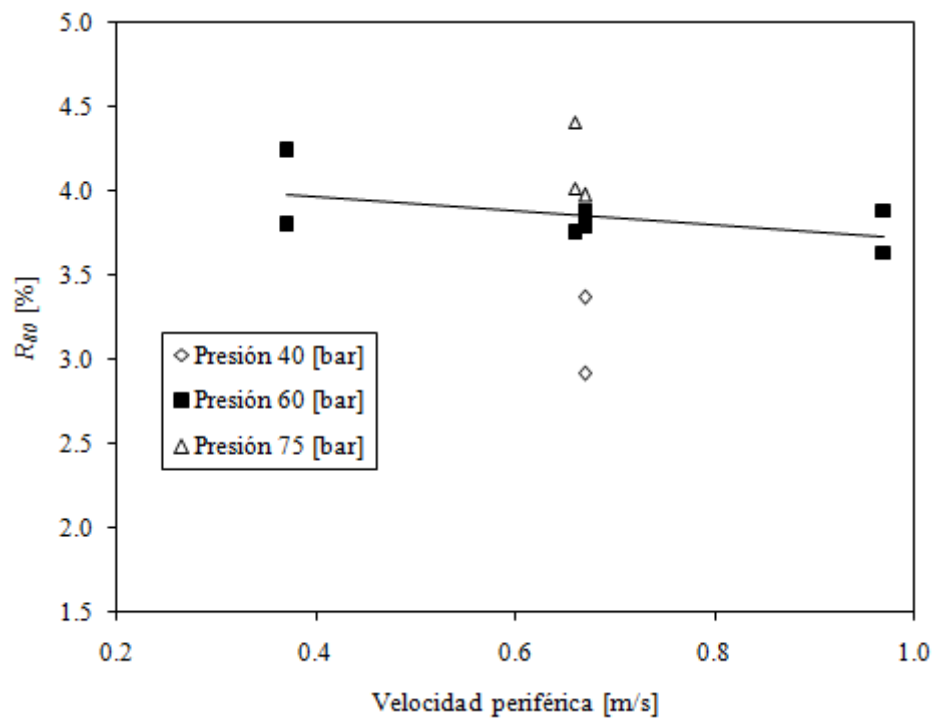


Fig. 14. Relación entre razón de reducción y velocidad periférica de los rodillos

#### 4.2.2. Relación entre razón de reducción y consumo específico de energía

A partir de la teoría desarrollada por Bond, que relaciona el consumo energético con la razón de reducción, es natural observar si existe relación alguna entre ambas variables en la molienda con rodillos a alta presión.

La clave del consumo energético en el HPGR radica en la potencia necesaria para girar los rodillos y la presión aplicada sobre el lecho compactado de mineral. En la Figura 15, se observa una tendencia creciente por parte de la razón de reducción a medida que aumenta el consumo energético. Si el lector observa la Figura 12 y la compara con la Figura 15, podrá notar muy pocas diferencias, esto se explica al notar que la presión está directamente relacionada con la potencia y con el consumo de energía para una capacidad de tratamiento constante (velocidad invariante). Dado que las pruebas de Polysius se realizaron a velocidad constante (incidente en la potencia y en la capacidad de tratamiento), la pendiente de la recta de correlación es distinta a la de KHD.

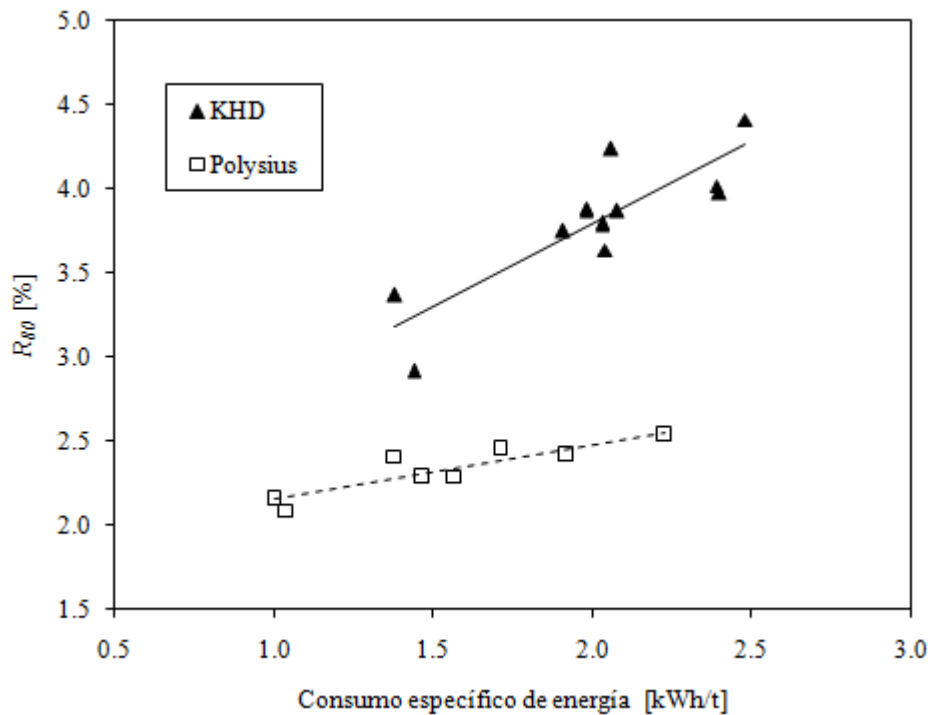


Fig. 15. Relación entre razón de reducción y consumo específico de energía

### 5.2.3. Curvas de eficiencias de molienda

Las curvas de eficiencias de molienda indican la capacidad del equipo de producir mineral de una clase de tamaño. El HPGR fue utilizado en las pruebas como alternativa a chancado terciario previo a una molienda unitaria. La eficiencia de molienda entonces, se medirá en referencia al valor máximo aceptado por los equipos de transporte de pulpa (aproximadamente ½ pulgada).

La Figura 16, muestra las eficiencias de molienda promedio para todas las combinaciones mineral-fabricante. Para un tamaño de ½ pulgada (12,2 mm) se observa un 80% de eficiencia para todos los fabricantes y mineral. En particular, independiente del tipo de fabricante y mineral tratado, las curvas de eficiencia son similares para todas las combinaciones de fabricantes y equipos hasta los 10 mm. Bajo este valor se aprecian diferencias entre el tipo de mineral tratado, siendo las eficiencias de molienda mayores cuando el equipo trata mineral porfídico.

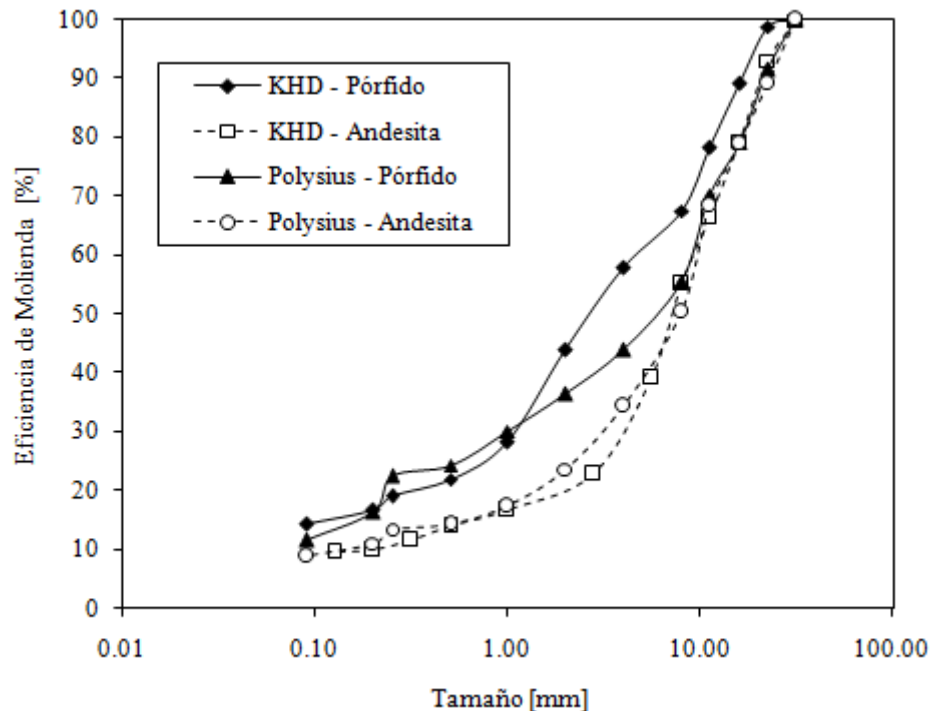


Fig. 16. Eficiencias de molienda para todas las combinaciones mineral-fabricante

## Capítulo 5

# 5. Modelo Mejorado de HPGR

### 5.1. Introducción

El modelo de molienda con rodillos a alta presión presentado en esta Tesis, corresponde a una familia de ecuaciones que predicen la capacidad de tratamiento, potencia consumida y distribución de tamaños del producto en función de las características del mineral, dimensiones del equipo y condiciones operacionales.

La estructura del modelo está basada en el trabajo desarrollado por Morrell et al. (Morrell *et al.*, 1997) en el JKMRC. Ambos modelos, el propuesto por Morrell y el presentado en esta tesis, se incluye el efecto de prechancado de partículas sobre cierto tamaño. Sin embargo, en el modelo desarrollado en esta tesis se presenta una nueva formulación para la predicción de las diferencias de granulometría a lo largo del rodillo (bordes y centro).

Las ecuaciones del modelo se deducen a partir de los fenómenos físicos que gobiernan la operación del equipo: balances de masa para el modelo de capacidad de tratamiento, ecuaciones de la física newtoniana para el modelo de consumo de potencia así como el modelo de balances poblacionales para el modelo de granulometría.

El flujo de partículas dentro de las zonas de reducción de tamaño del HPGR se encuentra limitado por la superficie de los rodillos y se modela como flujo pistón. Ésta hipótesis es aceptada por diversos fabricantes e investigadores y constituye el criterio principal utilizado en la modelación.

La Figura 17 muestra un esquema conceptual del HPGR, el cual ha sido utilizado para desarrollar las expresiones matemáticas del modelo propuesto.



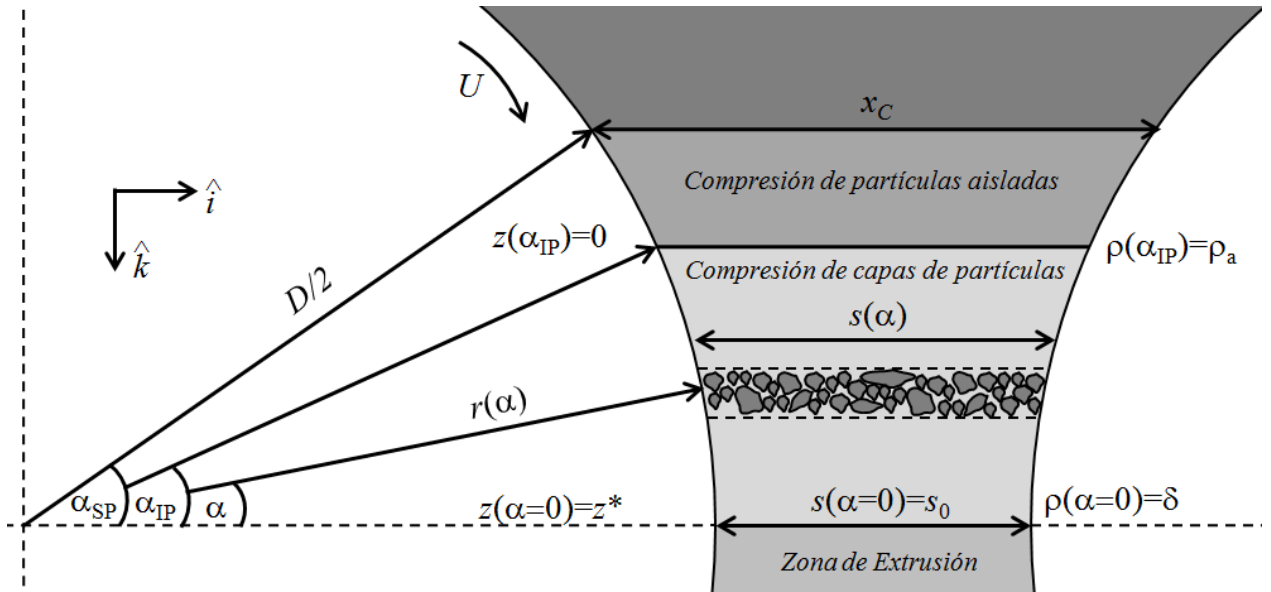


Fig. 17. Esquema de un HPGR, indicando las zonas de conminución y las variables a considerar en la modelación

### 5.1. Modelo de capacidad de tratamiento

El tonelaje teórico tratado por un HPGR de diámetro  $D$  (m), largo  $L$  (m) y gap operacional  $s_0$  (m), ha sido calculado mediante un balance de masas en estado estacionario de una franja de mineral entre la zona de compresión de capas de partículas ( $\alpha = \alpha_{IP}$ ) y la zona de extrusión ( $\alpha = 0$ ). El vector posición  $r(\alpha)$  que determina el centro de masas de una franja de mineral de ancho  $s(\alpha)$  está descrito en la Ecuación 16.

$$r(\alpha) = \frac{1}{2}(D + s_0) \hat{i} + \frac{D}{2} \sin \alpha \hat{k} \quad (16)$$

La velocidad de la franja,  $v(\alpha)$  (m/s), se calcula como la primera derivada del vector posición. Al considerar a la velocidad angular de los rodillos constante e igual a  $2U/D$ , la velocidad de la franja queda definida por:

$$v(\alpha) = \frac{D}{2} \frac{2U}{D} \cos \alpha \hat{k} = U \cos \alpha \hat{k} \quad (17)$$

En la ecuación anterior,  $U$  corresponde a la velocidad periférica de los rodillos (m/s), y es considerada constante al igual que la velocidad angular.

La densidad de la franja de mineral para cualquier ángulo  $\alpha$  es  $\rho(\alpha)$ . A la entrada de la zona de compresión de capas de partículas ( $\alpha = \alpha_{IP}$ ),  $\rho(\alpha_{IP})$  corresponde a la densidad aparente del mineral,  $\rho_a$ . Del mismo modo, la densidad de la franja a la salida de la zona de compresión de capas de partículas ( $\alpha = 0$ ) corresponde a la densidad del producto  $\delta$ .

De esta manera se puede definir el flujo de la franja de mineral,  $G_S$  (t/h), con las expresiones de densidad de la franja de mineral,  $\rho(\alpha)$  (t/m<sup>3</sup>), ancho de la franja,  $s(\alpha)$  (m), largo del rodillo,  $L$  (m) y velocidad periférica de los rodillos,  $U$  (m/s), tal como se muestra en la ecuación 18:

$$G_S(\alpha) = 3.600 \rho(\alpha) s(\alpha) L U \cos(\alpha) \quad (18)$$

El ancho de la franja de mineral,  $s(\alpha)$  (m), es función del gap operacional,  $s_0$  (m), diámetro de los rodillos,  $D$  (m) y el ángulo  $\alpha$ :

$$s(\alpha) = s_0 + D (1 - \cos \alpha) \quad (19)$$

En la condición de estado estacionario, la diferencia de tonelaje entre la zona de compresión de capas de partículas ( $\alpha = \alpha_{IP}$ ) y la zona de extrusión ( $\alpha = 0$ ) es igual a cero. Al reemplazar éstos valores de  $\alpha$  en la Ec. 20 se obtiene una ecuación cuadrática, cuyas incógnitas corresponden a los cosenos del ángulo de compresión de capas de partículas,  $\alpha_{IP}$ .

$$\rho_a D \cos^2 \alpha_{IP} - \rho_a (s_0 + D) \cos \alpha_{IP} + \delta s_0 = 0 \quad (20)$$

De las soluciones de la ecuación anterior (Ec. 20), sólo se considera la que posee el valor máximo, puesto que es la única que entrega valores aceptables para  $\alpha_{IP}$ . La solución depende del diámetro del rodillo,  $D$  (m), el gap operacional,  $s_0$  (m), la densidad del producto compactado,  $\delta$  (t/m<sup>3</sup>), y la densidad aparente del mineral,  $\rho_a$  (t/m<sup>3</sup>), y se muestra en la Ec. 21.

$$\cos \alpha_{IP} = \frac{1}{2D} \left[ (s_0 + D) + \sqrt{(s_0 + D)^2 - \frac{4s_0\delta D}{\rho_a}} \right] \quad (21)$$

La expresión de Klymowsky para el cálculo del ángulo de compresión de capas de partículas corresponde a una simplificación del cuadrado de los cosenos de la Ec. 20 al considerarlo muy pequeño.

Finalmente, la capacidad de tratamiento,  $G_S$  (t/h), puede ser calculada con la Ec. 18 en función de la densidad del producto del mineral en la zona de extrusión,  $\delta$  (t/m<sup>3</sup>), del gap operacional,  $s_0$  (m), largo del rodillo,  $L$  (m) y velocidad periférica de los rodillos,  $U$  (m/s). En particular, el valor de  $G_S$  en la zona de extrusión ( $\alpha = 0$ ) es independiente del ángulo, puesto que se ha impuesto la condición de estado estacionario en la resolución del problema.

$$G_S = 3.600 \delta s_0 L U \quad (22)$$

### 3.2. Modelo de potencia

El modelo de potencia para HPGR se puede ilustrar en la Figura 18, en la cual se muestra un diagrama de cuerpo libre en un HPGR. La fuerza aplicada al mineral en la zona de compresión de capas de partículas se denomina Fuerza de Compresión,  $F$  (kN), la cual se calcula multiplicando la presión de operación,  $R_P$  (bar), por el área proyectada de aplicación en el rodillo (en metros).

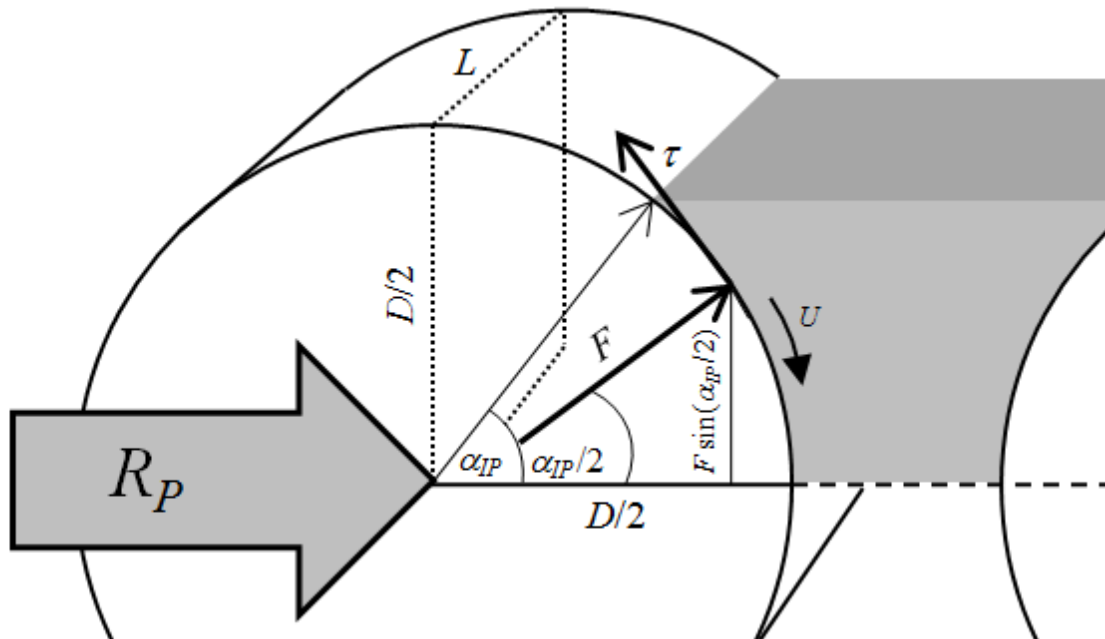


Fig. 18. Diagrama cuerpo libre simplificado de un rodillo en un HPGR, indicando la presión de operación  $R_P$ , la fuerza de compresión,  $F$ , su componente vertical y el torque resultante,  $\tau$

De éste modo:

$$F = 100 R_p \frac{D}{2} L \quad (23)$$

El valor del ángulo de acción de la fuerza de compresión sobre la capa de mineral, corresponde a la mitad del ángulo de compresión de capas de partículas,  $\alpha_{IP}$  (Klymowsky *et al.*, 2006). La componente vertical de ésta fuerza ejerce un torque,  $\tau$  (kN m), en cada rodillo, el cual puede ser escrito como:

$$\tau = F \sin\left(\frac{\alpha_{IP}}{2}\right) \frac{D}{2} \quad (24)$$

La potencia requerida,  $P$  (kW), para girar ambos rodillos es igual al doble del torque multiplicado por la velocidad angular de los rodillos o equivalente al doble de la fuerza de compresión,  $F$  (kN), multiplicada por la velocidad periférica,  $U$  (m/s). La potencia total consumida es entonces:

$$P = 2 F \sin\left(\frac{\alpha_{IP}}{2}\right) U \quad (25)$$

El consumo específico de energía,  $W$  (kWh/t), se expresa como la razón entre la potencia consumida,  $P$  (kW), (Ec. 25) y el tonelaje tratado,  $G_S$  (t/h), (Ec. 22), de modo que:

$$W = \frac{P}{G_S} \quad (26)$$

### 3.3. Modelo de granulometría

La reducción de tamaño dentro del HPGR se considera como una serie de dos etapas de reducción de tamaño, cada una con distintos mecanismos de ruptura. La Figura 19 muestra la estructura del modelo de granulometría.

En la zona de compresión de partículas aisladas, definida entre los ángulos  $\alpha_{SP}$  y  $\alpha_{IP}$  (ver Figura 17), las partículas de tamaño mayor a un cierto tamaño crítico  $x_C$  serán reducidas de tamaño instantáneamente debido a la compresión de las caras del rodillo (Daniel *et al.*, 2004; Morrell *et al.*, 1997). El tamaño crítico,  $x_C$  (m), se obtiene al reemplazar el ángulo de compresión de capas de partículas  $\alpha_{IP}$  en la Ec. 19, como se muestra a continuación:

$$x_C = s(\alpha_{IP}) = s_0 + D(1 - \cos \alpha_{IP}) \quad (27)$$

Para la distribución de tamaños de partículas del producto de la zona de compresión de partículas aisladas,  $p_i^{SP}$ , sólo se considera un tamaño en la función clasificación del modelo de chancado de Whiten (Whiten, 1973), dicho tamaño está definido por el espacio de admisión entre los rodillos, el cual es equivalente al tamaño crítico (Ec. 27). La granulometría de esta zona se calcula multiplicando la matriz de ruptura retenida,  $b_{il}$ , por las fracciones retenidas de partículas de clase de tamaño superior al tamaño crítico,  $f_l^{SP}$ , tal como se muestra en la Ec. 28.

$$p_i^{SP} = \sum_{l=1}^N b_{il} f_l^{SP}(x > x_C) W = \frac{P}{G_S} \quad (28)$$

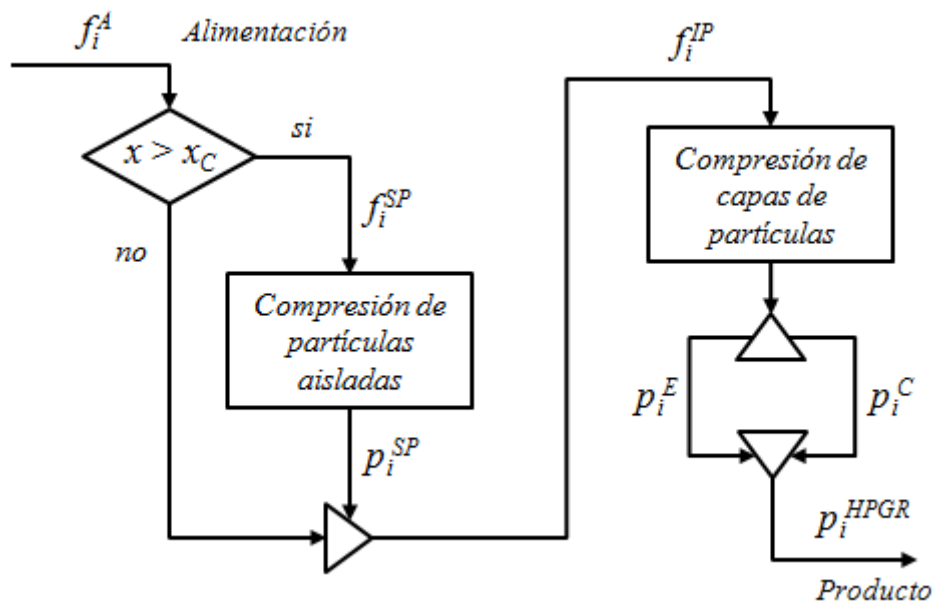


Fig. 19. Esquema del modelo de granulometría

El producto de la zona de compresión de partículas aisladas se compone con la fracción de material de tamaño menor o igual al tamaño crítico  $x_C$ , formando capas de partículas que poseen una distribución de tamaños  $f_i^{IP}$ , que alimentan a la zona de compresión de capas de partículas. Diversos autores (Daniel y Morrell, 2004; Klymowsky *et al.*, 2002; Patzelt *et al.*, 2006) han observado dos distribuciones de tamaños en el producto del HPGR: una más gruesa a los bordes,  $p_i^E$ , y una más fina al centro,  $p_i^C$ . Este fenómeno se explica por la forma parabólica en que la presión se distribuye a lo largo del rodillo (Lubjuhn, 1992). Siguiendo esta aproximación, el rodillo en que se aplica la presión se discretiza en  $N_B$  bloques (ver Figura 20). En cada uno de los bloques, se aplica una fuerza de compresión proporcional al valor de la parábola en esa posición, lo que impacta en las tasas de ruptura de cada bloque. De ésta forma se obtienen distribuciones de tamaños más gruesas a los bordes y más finas al centro.

En cada bloque, el material se reduce de tamaño gradualmente hasta que alcanza la zona de extrusión, de este modo la propiedad intensiva  $m_{i,k}$  (fracción retenida en peso de la clase  $i$  en cada bloque  $k$ ) depende de la posición vertical  $z$ . Se ha utilizado el modelo de balance poblacional microscópico con la condición de estado estacionario y con los supuestos de flujo pistón a velocidad constante,  $v_z$ , en la dirección  $z$ ; para estimar las fracciones retenidas de las  $N$  clases de tamaños para los  $N_B$  bloques.

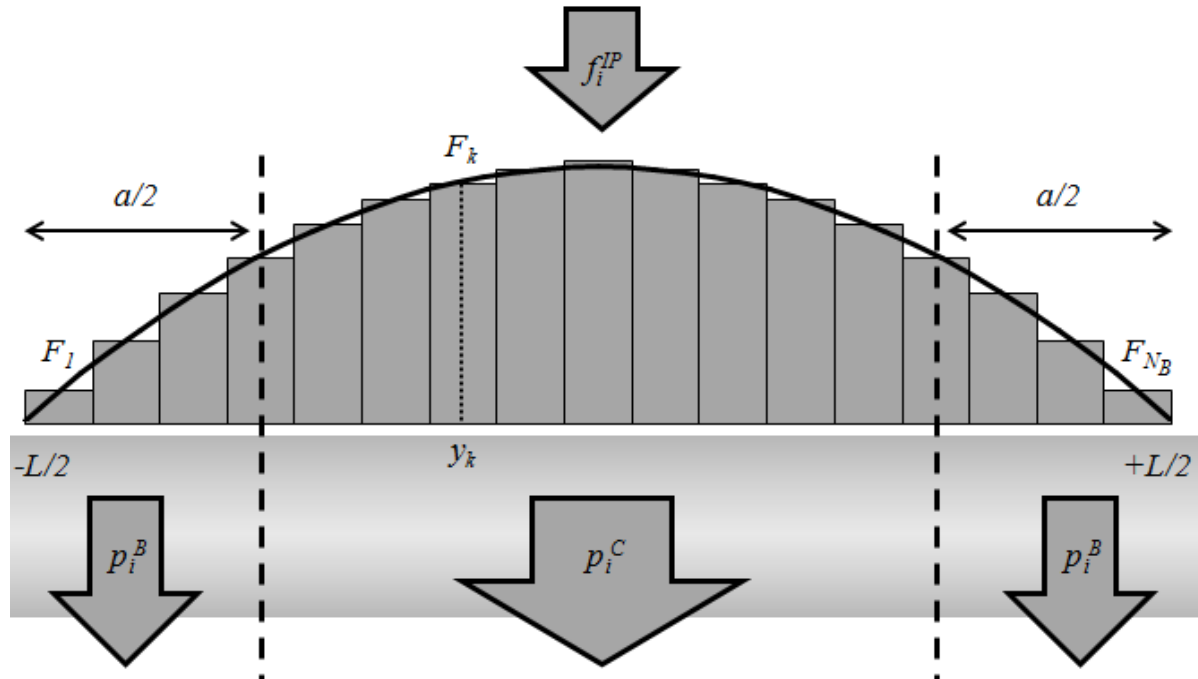


Fig. 20. Discretización del rodillo, distribución de presión parabólica y las distribuciones de tamaño de producto del borde y del centro

Bajo éstas consideraciones, el modelo de granulometría consiste en un sistema de  $N \times N_B$  ecuaciones diferenciales, cada una para la clase de tamaño  $i$  ( $i = 1, \dots, N$ ) dentro de cada bloque  $k$  ( $k = 1, \dots, N_B$ ). La forma general del sistema de ecuaciones se muestra en la Ec. 29.

$$v_z \frac{d}{dz} m_{i,k}(z) = \sum_{j=1}^{i-1} S_{j,k} b_{ij} m_{j,k}(z) - S_{i,k} m_{i,k}(z) \quad (29)$$

Con las condiciones de borde:

$$m_{i,k}(z=0) = f_i^{IP} \quad \text{y} \quad m_{i,k}(z=z^*) = p_{i,k}$$

En la ecuación anterior,  $S_{i,k}$  corresponde a la tasa de ruptura de las partículas de clase  $i$  en cada bloque  $k$ , mientras que  $b_{ij}$  corresponde a la fracción de partículas de clase “ $j$ ” que por conminución son reducidas a la clase “ $i$ ”. Producto de la propiedad de normalizabilidad de la función ruptura y con el fin de acotar el número de parámetros, el valor de  $b_{ij}$  se considera invariante tanto para la zona de compresión de partículas aisladas como para cada uno de los bloques de la zona de compresión de capas de partículas. Asimismo, en las condiciones de borde,  $p_{i,k}$  corresponde a la fracción retenida en peso de la clase  $i$  en el producto de cada bloque  $k$ .

La distancia vertical recorrida por la franja de mineral desde la zona de compresión de capas de partículas hasta la zona de extrusión,  $z^*$  (m), se puede calcular geométricamente (ver Figura 17) a partir del diámetro del rodillo,  $D$  (m), tal como se muestra en la siguiente ecuación:

$$z^* = \frac{D}{2} \sin(\alpha_{IP}) \quad (30)$$

La ecuación 29 es similar en estructura al modelo cinético de molienda batch, el cual ha sido resuelto analíticamente por Reid (Reid, 1965). Entonces, la solución para el sistema de  $N$  clases de tamaños ( $i = 1, \dots, N$ ) y  $N_B$  bloques ( $k = 1, \dots, N_B$ ) se escribe, como:

$$p_{i,k} = \sum_{j=1}^i A_{ij,k} \exp\left(-\frac{S_{j,k}}{v_z} z^*\right) \quad (31)$$

La matriz  $A_{ij,k}$  está determinada por:

$$A_{ij,k} = \begin{cases} 0 & i < j \\ \sum_{l=j}^{i-1} \frac{b_{il} S_{l,k}}{S_{i,k} - S_{j,k}} A_{lj,k} & i > j \\ f_i^{IP} - \sum_{l=1}^{i-1} A_{il,k} & i = j \end{cases} \quad (32)$$

Para la función ruptura,  $b_{ij}$ , se utiliza la expresión funcional propuesta por Austin y Luckie (Austin y Luckie, 1972):

$$B_i(x_i) = \alpha_1 \left(\frac{x_i}{x_2}\right)^{\alpha_2} + (1 - \alpha_1) \left(\frac{x_i}{x_2}\right)^{\alpha_3} \quad (33)$$

En la ecuación anterior,  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$  y  $\alpha_3$  corresponden a parámetros del modelo que requieren ser ajustados con datos experimentales;  $x_2$  corresponde al tamaño asociado a la segunda clase de la serie simple utilizada en el análisis granulométrico. La forma retenida,  $b_{ij}$ , se determina a partir de la forma acumulada,  $B_i$ , de la siguiente forma:

$$b_{ij} = \begin{cases} B_{i-j+1} - B_{i-j+2} & i > j \\ 1 - \sum_j b_{ij} & i = n \\ 0 & i \leq j \end{cases} \quad (34)$$

Para la tasa de ruptura, o función selección, se utiliza la expresión funcional desarrollada por Herbst y Fuerstenau (Herbst y Fuerstenau, 1980; King, 2002), la cual se muestra en la Ec. 35. La ventaja de utilizar esta expresión radica en las relaciones de escalamiento de la tasa específica de ruptura,  $S_i^E$  (t/kWh), mediante el cociente entre potencia,  $P_k$  (kW), y Holdup,  $H_k$  (t), tal como se muestra en la Ec. 36.



$$\ln(S_i^E / S_1^E) = \zeta_1 \ln(\bar{x}_i / \bar{x}_1) + \zeta_2 \ln(\bar{x}_i / \bar{x}_1)^2 \quad (35)$$

$$S_{i,k} = \frac{P_k}{H_k} S_i^E \quad (36)$$

En la ecuación 35,  $\zeta_1$ ,  $\zeta_2$  y  $S_1^E$  corresponden a parámetros del modelo que requieren ser ajustados con datos experimentales.

El inventario de material o Holdup,  $H_k$  (t), de cada bloque  $k$ , en la zona de compresión de capas de partículas, se calcula como sigue:

$$H_k = \frac{1}{N_B} G_S \frac{z^*}{3,600 U} \quad (37)$$

Como se ha mencionado anteriormente, el perfil de presiones ejercidas a lo largo del rodillo se puede representar por una distribución parabólica (Lubjuhn, 1992). De acuerdo a esto, la potencia consumida por cada bloque,  $P_k$  (kW), puede ser calculada utilizando la Ec. 25 como se muestra en la Ec. 38.

$$P_k = 2 F \sin\left(\frac{\alpha_{IP}}{2}\right) U \frac{(L^2 - 4 y_k^2)}{\sum_{j=1}^{N_B} (L^2 - 4 y_j^2)} \quad (38)$$

En la ecuación anterior,  $y_k$ , corresponde a la posición del centro de cada bloque (ver Figura 15), y es calculado como:

$$y_k = \frac{L}{2N_B} (2k - N_B - 1) \quad (39)$$

Sea  $a$  la fracción de mineral producido por los bordes del rodillo. El número de bloques  $E$  que aportan a la distribución de tamaños del borde corresponden a  $0,5 a N_B$ . El valor de  $a$  se obtiene mediante ajustes de parámetros con datos experimentales y su valor no supera 0,3 para rodillos de gran diámetro.

La distribución de tamaños del producto de los bordes,  $p_i^E$  (ver Figura 14), se calcula mediante la granulometría conjunta de las contribuciones de los  $E$  bloques de un extremo del rodillo. Se han utilizado las funciones matemáticas piso y techo para indicar la ponderación de cada bloque en la distribución del borde:

$$p_i^E = \frac{1}{E} \left[ \sum_{k=1}^{\lfloor E \rfloor} p_{i,k} + (E - \lfloor E \rfloor) p_{i, \lceil E \rceil} \right] \quad (40)$$

La distribución de tamaños del producto total,  $p_i^{HPGR}$ , se puede calcular como el promedio de todos los bloques (Ec. 41) o como la distribución conjunta de los bordes,  $p_i^E$ , y el centro,  $p_i^C$  (ver Figura 14).

$$p_i^{HPGR} = \frac{1}{N_B} \sum_{k=1}^{N_B} p_{i,k} \quad (41)$$

Finalmente la distribución de tamaños del producto del centro, es calculada mediante un balance por tamaños utilizando la Ec. 42 de la siguiente forma:

$$p_i^C = \frac{1}{1-a} (p_i^{HPGR} - a p_i^E) \quad (42)$$

## Capítulo 6

# 6. Validación del Modelo de HPGR

### 6.1. Validación del modelo de consumo específico de energía

En el Capítulo 5 se presentaron las ecuaciones del modelo de capacidad de tratamiento (Ec. 22) y potencia consumida (Ec. 25). Al observar la estructura de éstas ecuaciones se aprecia que sólo dependen de las variables de operación y de las dimensiones del rodillo. Del mismo modo, al observar los datos experimentales, se aprecia la ausencia de la medición del tonelaje en las pruebas realizadas por Polysius. Sin embargo, en todas las pruebas realizadas por los dos fabricantes se ha medido el consumo específico de energía. La combinación de ambas ecuaciones (Ec. 22 y Ec. 25) permiten evaluar la capacidad predictiva del modelo de consumo específico de energía, tal como se muestra en la Figura 21.

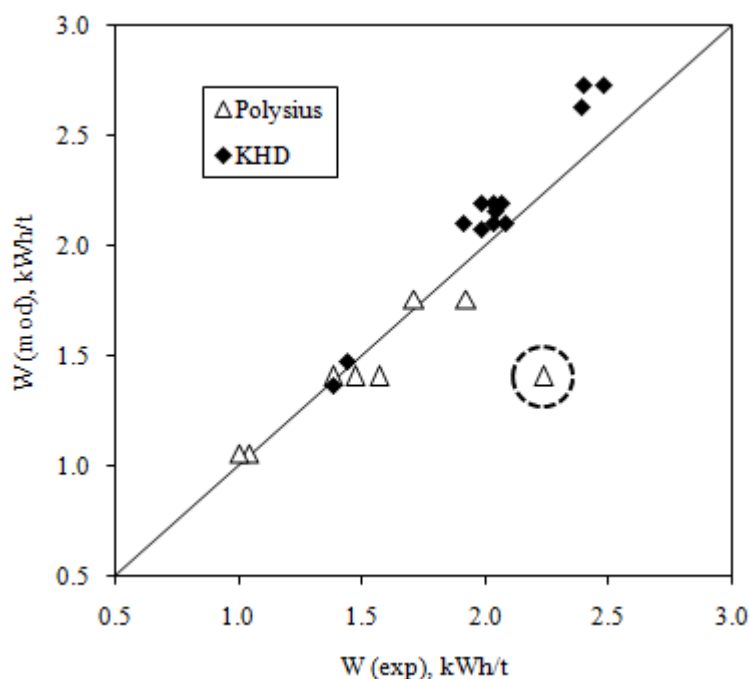


Fig. 21. Validación del modelo de consumo específico de energía

El coeficiente de correlación  $R^2$  para los datos experimentales y modelados es de 80%. Sin embargo al no considerar la prueba marcada en líneas punteadas (correspondiente a P-A4) el coeficiente de correlación aumenta a 96%.

## 6.2. Validación del Modelo de Granulometría

### 6.2.1. Validación Cruzada

Para evaluar las capacidades de ajuste y predicción del modelo, se ha optado por realizar una validación cruzada sobre las pruebas, diferenciando litología y fabricante. Ante la escasez de pruebas disponibles, se utilizará un tipo de validación cruzada en la cual, para  $N$  datos, se selecciona un subconjunto de  $K$  datos para validar la capacidad predictiva del modelo ajustado con los  $(N - K)$  datos restantes. De esta forma se han realizado  $N_C$  ajustes y validaciones, de las cuales se han calculado los respectivos errores cuadráticos medios. El número de posibles ajustes se puede calcular con la Ec. 43:

$$N_C = \frac{N!}{K!(N - K)!} \quad (43)$$

La Figura 22, muestra todas las combinaciones posibles de subconjuntos a utilizar para el ajuste (gris claro) y para la validación (gris oscuro) de un conjunto total de 5 pruebas.

Campaña	Tests					Err. Validación	Err. Ajuste
1	Test 1	Test 2	Test 3	Test 4	Test 5	EVA 1	EAJ 1
2	Test 1	Test 2	Test 3	Test 4	Test 5	EVA 2	EAJ 2
3	Test 1	Test 2	Test 3	Test 4	Test 5	EVA 3	EAJ 3
4	Test 1	Test 2	Test 3	Test 4	Test 5	EVA 4	EAJ 4
5	Test 1	Test 2	Test 3	Test 4	Test 5	EVA 5	EAJ 5
6	Test 1	Test 2	Test 3	Test 4	Test 5	EVA 6	EAJ 6
7	Test 1	Test 2	Test 3	Test 4	Test 5	EVA 7	EAJ 7
8	Test 1	Test 2	Test 3	Test 4	Test 5	EVA 8	EAJ 8
9	Test 1	Test 2	Test 3	Test 4	Test 5	EVA 9	EAJ 9
10	Test 1	Test 2	Test 3	Test 4	Test 5	EVA 10	EAJ 10

Fig. 22. Campañas y subconjuntos de datos utilizados para el ajuste (gris claro) y la validación (gris oscuro) de un conjunto de cinco pruebas ( $N_C = 10$ )

Los errores totales de ajuste (Ec. 44) y de validación (Ec. 45) se han calculado mediante los promedios de los errores asociados a cada campaña:

$$EAJ_{TOTAL} = \frac{1}{N_C} \sum_{i=1}^{N_C} EAJ_i \quad (44)$$

$$EVA_{TOTAL} = \frac{1}{N_C} \sum_{i=1}^{N_C} EVA_i \quad (45)$$

Al utilizar ésta metodología, se elimina el sesgo de los errores de ajuste y validación al considerar todos los datos para realizar ambos procedimientos.

El procedimiento de ajuste de parámetros consiste en la resolución del siguiente problema de optimización: Minimizar la suma de los residuos al cuadrado entre las clases de las distribuciones retenidas en peso de los datos experimentales y estimados, sujeto a las restricciones sobre los parámetros (King, 2002) indicadas a continuación:

$$\min : \sum_{i=1}^N (p_i^{EXP} - p_i^{SIM})^2$$

Sujeto a:

$$\begin{aligned} 0 &\leq \alpha_1 \leq 1 \\ 0 &< \alpha_2 < \alpha_3 \\ 0 &< S_1^E \\ -2 \zeta_2 \ln \sqrt{2^{N-1}} &< \zeta_1 \\ \zeta_2 &< 0 \\ 0 &< a < 0,3 \end{aligned} \tag{46}$$

El problema anterior se resuelve numéricamente utilizando el método del gradiente descendente, el cual se incluye en el software de hojas de cálculo MS – Excel dentro el complemento SOLVER. Del mismo modo, se ha programado una librería denominada HPGR.xla, en la cual se incluye el modelo HPGR y funciones para realizar cálculos asociados al ajuste y validación.

Los errores calculados, corresponden a la raíz de la media de la suma de las diferencias al cuadrado (RMSE), cuya expresión se muestra en la Ec. 47:

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (f_i^{EXP} - f_i^{SIM})^2}{N - 1 - P}} \tag{47}$$

La expresión anterior se encuentra corregida por el número de parámetros, que en este caso corresponden a 9 ( $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$ ,  $\alpha_3$ ,  $S_1^E$ ,  $\zeta_1$ ,  $\zeta_2$  y  $a$ ).

La Tabla 9 resume los errores totales de ajuste y validación, resultados de las campañas de validación cruzada.

Tabla 9. Errores de Ajuste y Validación del modelo para ambas litologías y fabricantes

Error, %	KHD		Polysius	
	Pórfido	Andesita	Pórfido	Andesita
<i>Errores de Ajuste</i>				
Centro	3,07 ± 0,25	2,57 ± 0,11	3,10 ± 0,25	2,10 ± 0,34
Bordes	4,28 ± 0,31	5,09 ± 0,16	3,56 ± 0,72	2,56 ± 0,83
Total	2,11 ± 0,19	2,38 ± 0,16	2,49 ± 0,15	1,49 ± 0,27
<i>Errores de Validación</i>				
Centro	3,48 ± 0,90	2,90 ± 0,40	3,35 ± 0,39	2,58 ± 0,41
Bordes	4,54 ± 0,86	5,24 ± 0,49	3,76 ± 0,71	3,17 ± 0,83
Total	2,42 ± 0,55	2,68 ± 0,32	2,67 ± 0,16	2,07 ± 0,37

Del mismo modo, se han obtenido los parámetros del modelo para cada litología y fabricante, los cuales se indican en la Tabla 10.

Con los parámetros obtenidos, se han comparado las soluciones del modelo con los datos experimentales bajo las mismas condiciones de operación. Para verificar la capacidad predictiva, se ha calculado el error RMSE, así como pruebas de bondad Chi – Cuadrado y  $R^2$ . Para un 95% de confianza y (*Número de datos – número de parámetros + 1*) parámetros, la hipótesis nula ( $H_0$ : Las distribuciones son iguales) es cierta si el valor del estadístico Chi – Cuadrado es menor a 11,07 (Himmelblau, 1970). El valor del estadístico se calcula mediante la Ec. 48.

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^N \frac{(f_i^{EXP} - f_i^{MOD})^2}{f_i^{EXP}} \quad (48)$$

El resumen de las evaluaciones, diferenciando mineral y fabricante, se muestran en las Tablas 11, 12, y 13.

Tabla 10. Parámetros del modelo para ambas litologías y fabricantes

Datos	Parámetros del Modelo						
	$\alpha_1$	$\alpha_2$	$\alpha_3$	$S_I^E$	$\zeta_1$	$\zeta_2$	$a$
<i>KHD</i>							
Mineral Porfídico	0,15	0,21	5,96	0,75	-1,23	-0,62	0,24
Mineral Andesítico	0,12	0,18	5,38	1,51	-0,16	-0,42	0,24
<i>Polysius</i>							
Mineral Porfídico	0,73	0,28	25,51	3,89	1,37	-0,19	0,28
Mineral Andesítico	0,26	0,16	2,01	2,84	0,54	-0,46	0,29

Tabla 11. Capacidad predictiva del modelo para pruebas realizadas en KHD con mineral porfídico

Prueba	K-P1	K-P2	K-P3	K-P4	K-P5	K-P6	K-P7
<i>Raíz del error cuadrático medio</i>							
Centro	4,84	2,72	1,82	2,51	4,47	3,57	2,50
Bordes	6,17	6,10	3,80	3,28	3,89	3,61	3,44
Total	2,73	2,80	1,03	1,43	3,10	2,06	1,95
<i>Prueba de bondad Chi – Cuadrado</i>							
Centro	V	V	V	V	V	V	V
Bordes	F	F	V	V	V	V	V
Total	V	F	V	V	V	V	V
<i>Coefficiente de correlación R<sup>2</sup></i>							
Centro	100	100	100	100	100	100	100
Bordes	99	100	100	100	100	100	99
Total	100	100	100	100	100	100	100

Tabla 12. Capacidad predictiva del modelo para pruebas realizadas en KHD con mineral andesítico

Prueba	K-A1	K-A2	K-A3	K-A4	K-A5	K-A6
<i>Raíz del error cuadrático medio</i>						
Centro	3,49	2,31	2,53	2,08	2,88	2,63
Bordes	4,69	5,72	5,40	5,76	4,90	4,14
Total	3,63	2,61	2,40	2,16	1,98	2,11
<i>Prueba de bondad Chi – Cuadrado</i>						
Centro	V	V	V	V	V	V
Bordes	V	F	F	F	V	V
Total	V	V	V	V	V	V
<i>Coefficiente de correlación R<sup>2</sup></i>						
Centro	99	100	100	100	100	100
Bordes	99	100	100	100	100	100
Total	99	100	100	100	100	100



Tabla 13. Capacidad predictiva del modelo para pruebas realizadas en Polysius con mineral porfídico y andesítico

Prueba	P-P1	P-P2	P-P3	P-P4	P-A1	P-A2	P-A3	P-A4
<i>Raíz del error cuadrático medio</i>								
Centro	3,67	2,91	3,64	2,60	2,36	2,50	1,83	2,14
Bordes	5,25	2,98	2,44	3,65	4,91	1,20	2,32	2,41
Total	2,86	2,46	2,55	2,30	1,20	1,50	1,98	2,00
<i>Prueba de bondad Chi – Cuadrado</i>								
Centro	F	V	V	V	V	V	V	V
Bordes	F	V	V	V	V	V	V	V
Total	V	V	V	V	V	V	V	V
<i>Coefficiente de correlación <math>R^2</math></i>								
Centro	99	99	100	99	100	100	100	100
Bordes	99	100	99	99	99	100	100	100
Total	99	99	100	99	100	100	100	100

En las Figuras 23, 24, 25 y 26 se muestran algunas de las estimaciones del modelo realizadas para ambas litologías y fabricantes. Las soluciones del modelo para todas las pruebas realizadas con ambas litologías y fabricantes se encuentran en el Anexo B.

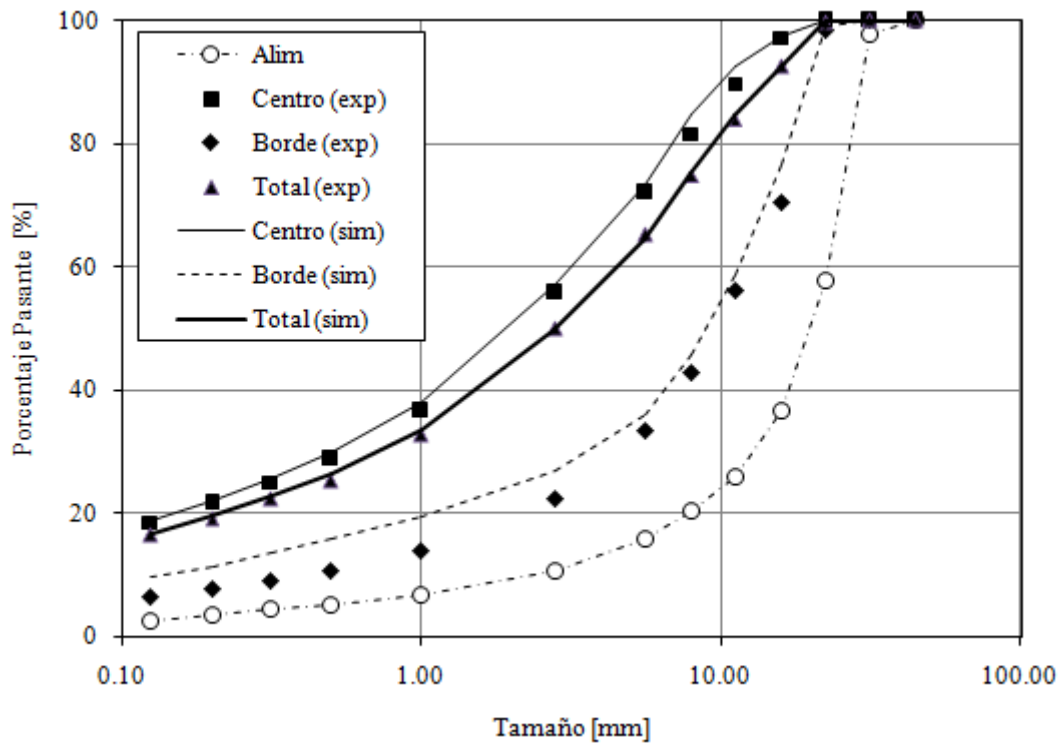


Fig. 23. Estimación de las granulometrías del borde, centro y total para la prueba K-P3

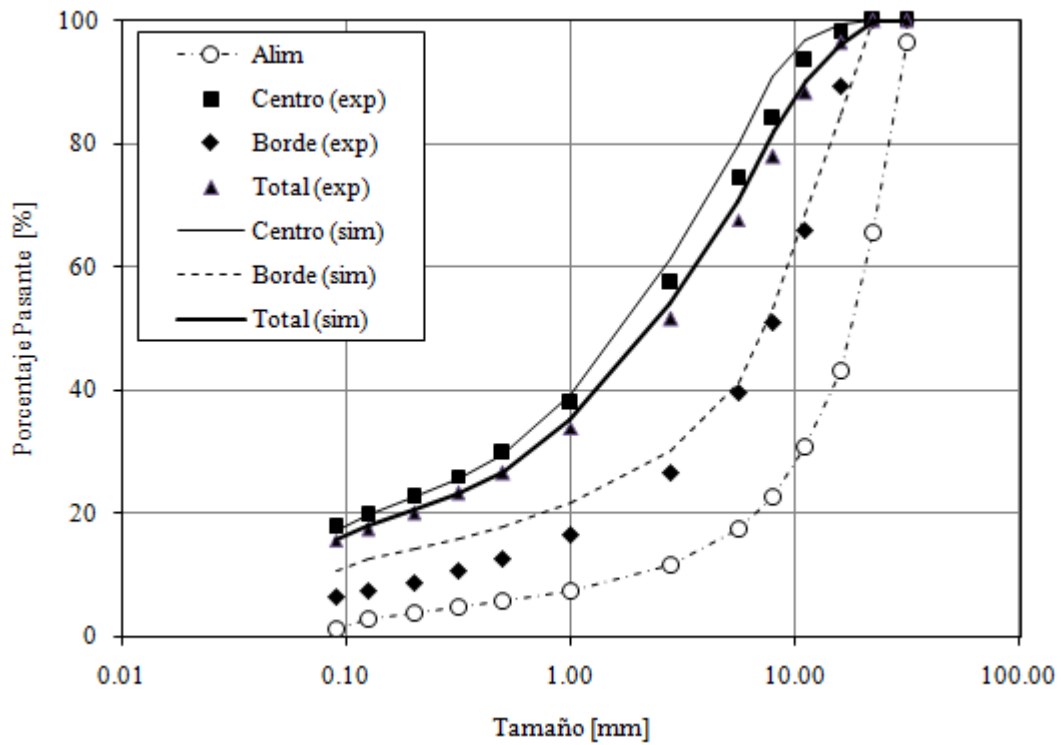


Fig. 24. Estimación de las granulometrías del borde, centro y total para la prueba K-A5

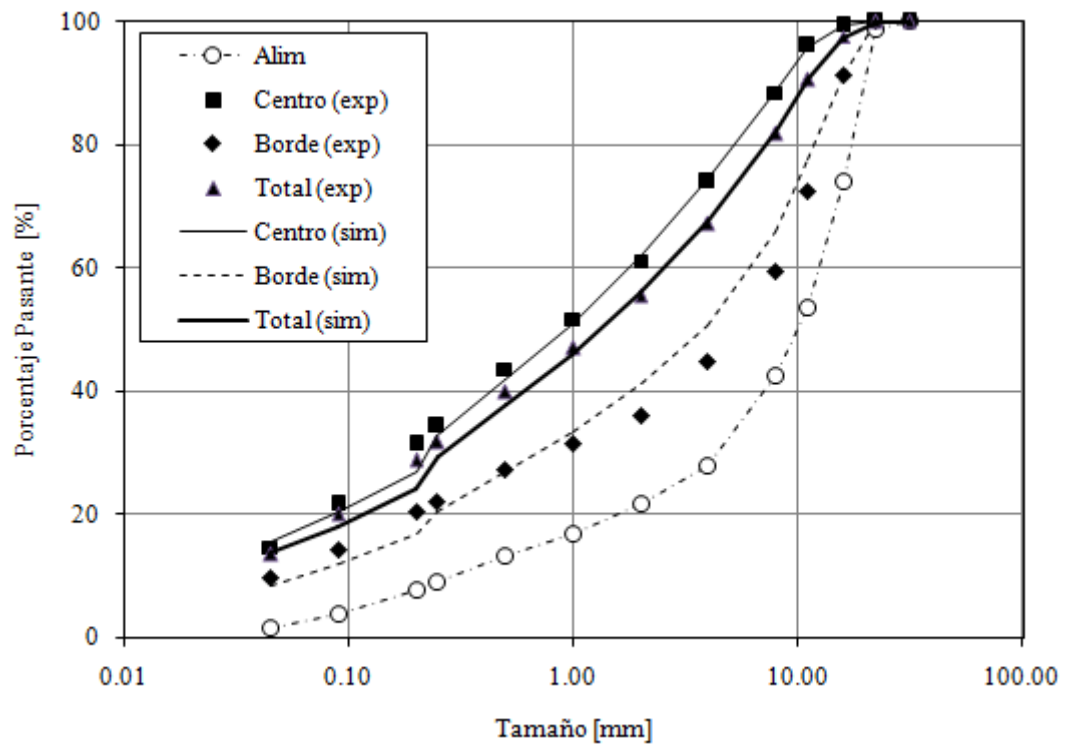


Fig. 25. Estimación de las granulometrías del borde, centro y total para la prueba P-P4

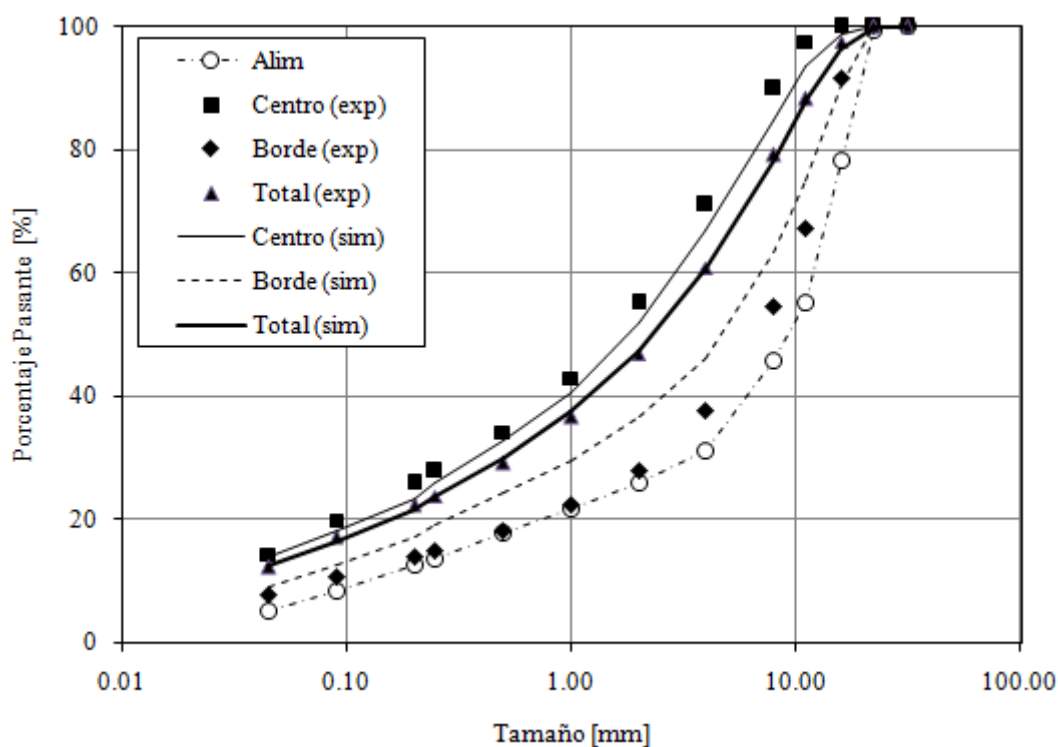


Fig. 26. Estimación de las granulometrías del borde, centro y total para la prueba P-A1

### 6.3. Resultados de la campaña de validación y ajuste de parámetros

#### 6.3.1. Análisis de sensibilidad de parámetros

El análisis de sensibilidad de parámetros se ha realizado calculando la variación porcentual del error total del mejor ajuste a medida que se varían los parámetros, de forma independiente, en un +5,0%; +2,5%; -2,5% y -5,0%. Los resultados de las variaciones del error del ajuste para cada parámetro se muestran en la Tabla 14.

Tabla 14. Análisis de sensibilidad de parámetros

Variación, %	Porcentaje de variación del error de ajuste, %						
	$\alpha_1$	$\alpha_2$	$\alpha_3$	$S_I^E$	$\zeta_1$	$\zeta_2$	$a$
-5,0	1,87	1,36	-6,51	3,17	-3,31	-3,78	3,10
-2,5	0,92	0,61	-2,43	2,01	-1,20	-1,39	1,80
+2,5	-1,10	-0,70	2,21	-2,88	1,04	1,23	-2,40
+5,0	-3,22	-1,89	5,10	-8,61	2,29	2,78	-6,86

En la tabla anterior interesa observar los valores que poseen menor influencia sobre la variación del error total:  $\alpha_2$ ,  $\alpha_7$  y  $\zeta_1$ . Esto implica que dichos parámetros se pueden considerar invariantes en el procedimiento de ajuste de parámetros, naturalmente el valor de los parámetros dependerá de las condiciones de molienda y del tipo de mineral utilizado en las pruebas. Efecto que será discutido a continuación.

### 6.3.2. Curvas de función ruptura y función selección

Al observar las curvas de las funciones ruptura y selección, se puede obtener información acerca del efecto del mineral y del equipo en la molienda. La Figura 27, muestra las curvas de función ruptura acumulada, dichas curvas han sido calculadas a partir de los parámetros  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$  y  $\alpha_3$ ; los cuales fueron obtenidos mediante el procedimiento de ajuste de parámetros (Tabla 10).

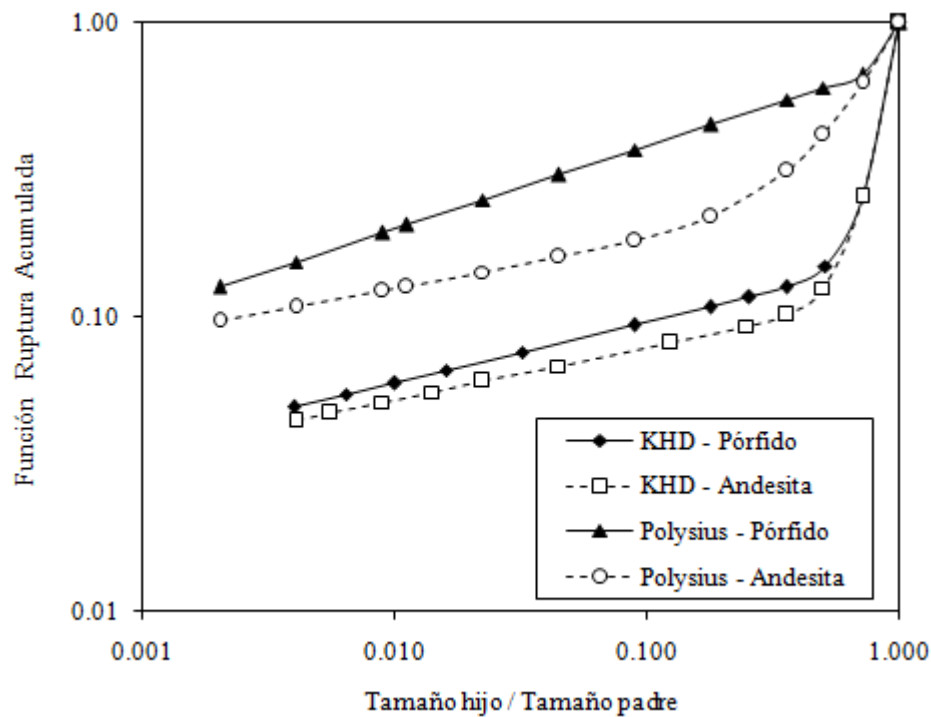


Fig. 27. Curvas de la función ruptura para todas las combinaciones fabricante y mineral

De la Figura 27, se observa que ambas funciones son similares entre un mismo fabricante. Sin embargo, los parámetros obtenidos de las pruebas realizadas por Polysius muestran una notoria diferencia entre sí.

Del mismo modo, se han obtenido los parámetros para la función selección. La Figura 28, muestra las curvas de las tasas de ruptura, cuyos parámetros  $S_I^E$ ,  $\zeta_1$  y  $\zeta_2$  fueron obtenidos mediante el ajuste de parámetros.

De la Figura 28. se aprecia una similitud en la tendencia de las curvas entre ambos fabricantes, principalmente en el mineral tratado por Polysius. Sin embargo, la diferencia mayoritaria entre todas corresponde al valor máximo o a la tasa de ruptura del primer tamaño ( $S_I^E$ ).

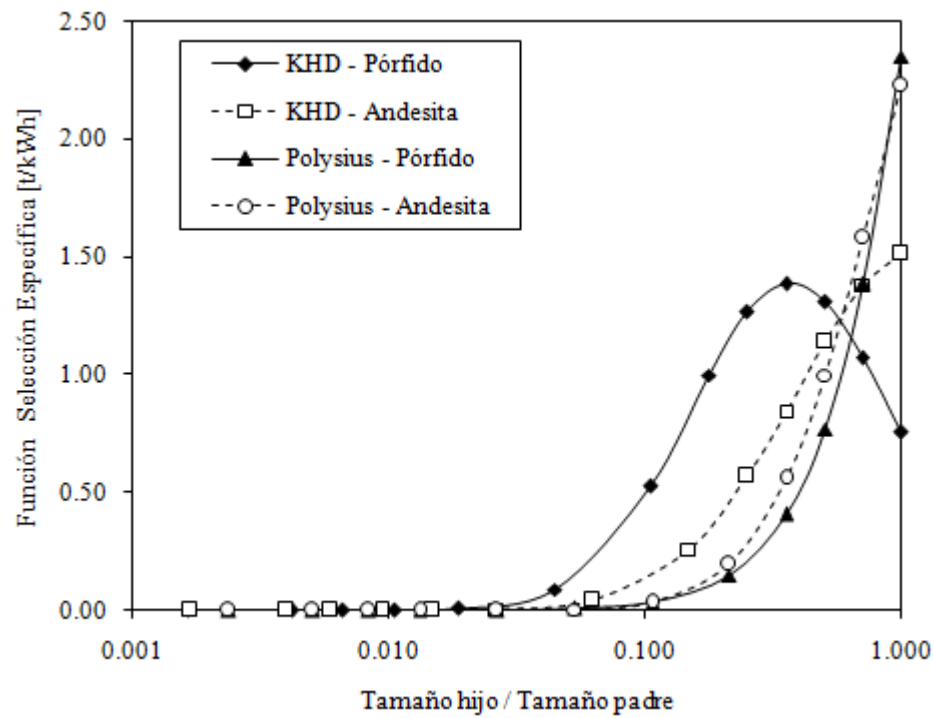


Fig. 28. Gráficas de las tasas de ruptura para todas las combinaciones fabricante-mineral

## Capítulo 7

# 7. Ejemplos de Aplicación

### 7.1. Introducción

El objetivo principal del desarrollo del modelo y de la construcción de un simulador es apoyar en el desarrollo de evaluación de la alternativa HPGR en proyectos de ingeniería. En este capítulo se mostrarán las soluciones a dos problemáticas de diseño.

### 7.2. Dimensionamiento de HPGR a partir de pruebas piloto

El problema de dimensionamiento de HPGR consiste en buscar las dimensiones de rodillos que permitan tratar el tonelaje deseado y buscar los parámetros de operación (presión y potencia), de modo que se obtengan granulometrías similares a las obtenidas en escala piloto o laboratorio.

En el trabajo de Klymowsky se han observado rangos de operación de las variables del HPGR (ver Tabla 2). Tales rangos de valores son aplicables tanto a nivel piloto como a nivel industrial (Klymowsky *et al.*, 2002). Sin embargo, a nivel industrial se observan presiones de operación mayores a las observadas en escala piloto (sobre 90 bar). En el capítulo anterior se ha mostrado el efecto directo de la presión sobre la razón de reducción y de seguro no se obtendrán las granulometrías deseadas a nivel industrial con las mismas condiciones de operación de escala piloto.

Daniel propuso un escalamiento de HPGR de nivel piloto a industrial mediante la razón entre los diámetros de ambos equipos (Ec. 15). La relación fue desarrollada bajo el supuesto de la conservación de la proporción diámetro/gap.

En este caso, para el escalamiento se ha considerado constante el consumo específico de energía del equipo de laboratorio e industrial (Ec. 49).

$$W_{lab} = W_{ind} \quad (49)$$

Al reemplazar las expresiones de tonelaje (Ec. 22) y potencia (Ec. 25) en la Ec. 49 bajo los supuestos de ángulo de compresión constantes,  $(\alpha_{IP})_{lab} = (\alpha_{IP})_{ind}$ , e igual densidad de producto compactado, se ha obtenido la expresión para la presión de operación a nivel industrial,  $(R_P)_{ind}$  (bar), en función de la densidad del producto compactado,  $\delta$  (t/m<sup>3</sup>), el gap operacional,  $s_0$  (m), el diámetro de los rodillos,  $D$  (m), y el seno del ángulo de compresión de capas de partículas,  $\alpha_{IP}$ .

$$(R_P)_{ind} = W_{lab} \frac{36 (s_0)_{ind} \delta}{D_{ind} \sin(\alpha_{IP})} \quad (50)$$

La invariabilidad de la energía específica con el escalamiento (Ec. 49) también define una relación entre las presiones de operación ( $R_P$ ) a escala piloto/laboratorio e industrial, Ec. 51.

$$\frac{(R_P)_{lab} D_{lab}}{(s_0)_{lab}} = \frac{(R_P)_{ind} D_{ind}}{(s_0)_{ind}} \quad (51)$$

Las dimensiones de los rodillos se determinan en función del tonelaje de tratamiento deseado con la Ec. 22. Es importante mencionar que los rodillos se dimensionan con el tonelaje efectivo del balance. Es decir, considerando la carga circulante en caso que se requiera incluir un equipo en un circuito cerrado.

Para el ejercicio de dimensionamiento de una planta de 40 ktpd (1.816 tph para una disponibilidad del 95%), se ha utilizado el resultado de la prueba piloto P-A3. El diámetro de los rodillos se calcula con los siguientes supuestos: Razón  $L/D = 0,90$ ;  $U = D$ ;  $\delta = 0,85 \rho_s$ ; y  $s_0 = 0,025 D$ . Estas consideraciones fueron obtenidas de las condiciones de operación mostradas en la Tabla 2.

Entonces, para tratar 40 ktpd (disponibilidad del 95%) se necesita un HPGR de diámetro 2,1 m y largo 1,9 m, la potencia del motor es de  $2 \times 960$  kW. La velocidad periférica de operación

corresponde a 2,1 m/s. La presión de operación se mantiene constante e igual a 50 bar, siempre y cuando se mantenga constante la relación diámetro/gap.

En la industria se observan presiones de operación mayores, debido a que la distancia entre los rodillos es variable. Es deber del operador mantener el gap fijo, de modo que no se corra el riesgo de desalineamiento de los rodillos. Para modificar el gap de operación sin sacrificar tonelaje, el operador aplica una presión de operación mayor a la de las pruebas de laboratorio, pero con el costo de un aumento del consumo específico de energía.

### 7.3. Simulación de HPGR en serie

Utilizando las condiciones de operación de la prueba K-P3 ( $R_p = 61$  bar;  $U = 0,67$  m/s), se ha simulado la granulometría de producto total de tres HPGR en serie. Todos los equipos se encuentran operando a la misma velocidad periférica y presión.

La granulometría de los productos simulados de cada HPGR se muestra en la Figura 29. Las razones de reducción entre cada etapa de molienda son: 2,7; 3,3 y 2,7. La razón de reducción global del circuito es de aproximadamente 25.

Sin duda, se obtienen resultados satisfactorios al agregar equipos en serie. Prácticamente se llegan a razones de reducción equivalentes a molienda de bolas e incluso a granulometrías con un 30%  $-200\ \mu\text{m}$ .

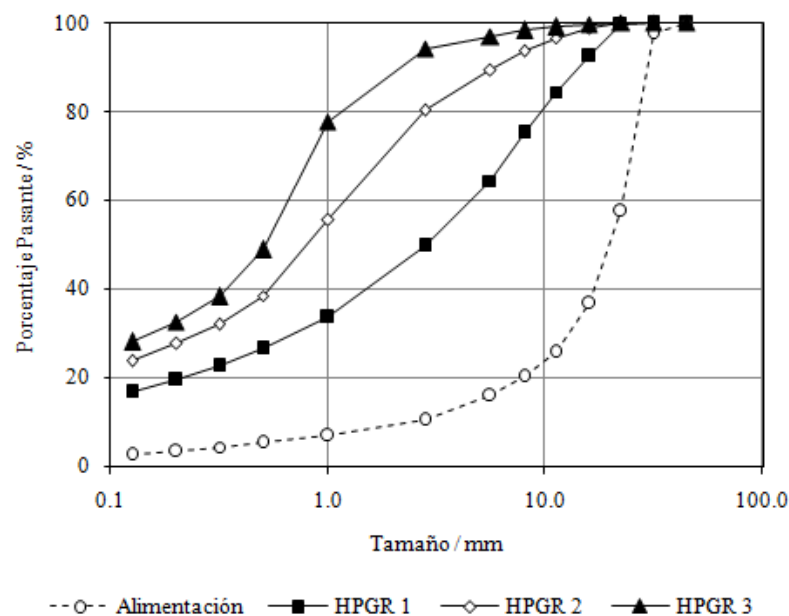


Fig. 29. Granulometría de producto de HPGR en serie



## Capítulo 8

# 8. Conclusiones

### 8.1. Conclusiones

Se ha desarrollado un modelo, fenomenológico y en estado estacionario, de la molienda con rodillos a alta presión en función de variables de operación, características del equipo y del mineral.

De los resultados de las pruebas piloto se puede apreciar la dependencia de la presión de operación y del consumo específico de energía en la distribución de tamaño, por otro lado la velocidad periférica de los rodillos sólo afecta al cálculo de la capacidad de tratamiento y no se aprecia un efecto relevante sobre la granulometría del producto.

De las curvas de eficiencia de molienda, se aprecia la dependencia de las curvas con el tipo de mineral. Para tamaños más bajos, se obtienen eficiencias más altas con el mineral porfídico. Del mismo modo se aprecia que para cierto tamaño, (10 mm) las curvas de eficiencia de molienda aumentan su pendiente.

Los resultados del ajuste de parámetros indican que los parámetros dependen sólo del fabricante. En el caso de KHD, se aprecian similitudes en las curvas de la función ruptura, pero no así de la función selección. Para el caso de Polysius, las curvas de función ruptura y selección son considerablemente distintas.

Los parámetros  $\alpha_2$ ,  $\alpha_I$  y  $\zeta_1$  se pueden considerar invariantes en el procedimiento de ajuste de parámetros, al influir en menor grado a la variación del error total. Esto reduce el número de parámetros del modelo en ciertas condiciones de operación.

La capacidad predictiva del modelo es satisfactoria, para la predicción del consumo específico de energía, se obtiene un  $R^2$  del 80% (96% si no se considera la última prueba). Para el modelo de granulometría, se obtienen errores menores al 4% en la predicción de la curva de producto total. Para el caso de las curvas de producto de borde y centro, las pruebas de bondad Chi-Cuadrado fallan para 8 de los 48 datos. Sin embargo, el error de modelación para estas curvas no supera el 7%.

El HPGR, como equipo de conminución aislado, no reemplazará al molino SAG al poseer razones de reducción bajas (menores de 4). Es la molienda unitaria, que integra al HPGR como equipo de chancado terciario, la que se verá como una alternativa atractiva en comparación a los circuitos SABC. La molienda unitaria deja de ser un circuito de baja capacidad de tratamiento: la tendencia al gigantismo de los equipos de chancado y de los molinos de bolas aumentarán la capacidad de tratamiento y, al considerar a la alternativa HPGR como chancado terciario, la capacidad de tratamiento aumentará aún más al bajar el work index de la molienda de bolas. El aumento del costo de la energía aumentará la brecha entre los costos operacionales de los circuitos convencionales de molienda y los que incluyen al HPGR. En la actualidad, con los estudios realizados sobre tecnología HPGR y sus aplicaciones, no existe excusa al rechazar esta alternativa por falta de conocimiento.

## 8.2. Análisis comparativo con el modelo HPGR de Morrell / Tondo / Shi

Aunque en ambos modelos la expresión para la capacidad de tratamiento del equipo es idéntica, se aprecian dos ventajas importantes del modelo desarrollado en esta Tesis.

Morrell *et al.* (1997) no incluyen a la variable presión en el cálculo de la potencia necesaria (Ec. 12). Por lo que dicha ecuación no aporta en cálculos de dimensionamiento de equipos, puesto que se necesita medir directamente el torque del motor para obtener el valor de la potencia.

El modelo de granulometría se basa en la existencia de tres modelos de chancado independientes y asociados a las tres zonas de reducción de tamaño: prechancado, borde y centros. El modelo de chancado utilizado corresponde al de Whiten / Andersen / Awachi. En este caso, se tienen 12 parámetros a ajustar (tres por cada modelo). Estos parámetros son independientes entre sí y no guardan relación alguna con la variable de mayor incidencia en la

granulometría del HPGR: la presión. Por lo tanto, el modelo Morrell / Tondo / Shi falla si se desean realizar simulaciones a distintas presiones de operación. Daniel y Morrell (2004) indican que, en la operación normal de un HPGR, la granulometría de producto final depende principalmente del resultado de la zona de reducción de tamaño del centro. La zona de bordes y prechancado, sólo aportan a la precisión de la solución.

El modelo desarrollado en esta Tesis, presenta una nueva aproximación en la predicción de la granulometría. En ella se utiliza un enfoque asociado a los fenómenos que gobiernan el funcionamiento del equipo y no al ajuste de modelos previos. La potencia es relevante en el cálculo de la granulometría y, a diferencia del modelo de Morrell *et al.*, las zonas de conminución están definidas por los mecanismos de ruptura observados en el equipo.

Por último, el modelo presentado en esta Tesis posee sólo 7 parámetros que requieren ser ajustados, en comparación con los 15 del modelo de Morrell / Tondo / Shi. Un buen modelo es simple y emula a la operación real con la menor cantidad de parámetros, lo que se traduce en un menor costo computacional en el procedimiento de ajuste de los mismos. Por otro lado, al aumentar la cantidad de parámetros, se genera un modelo sólo para un caso en particular y, al no existir restricciones sobre los mismos, se puede lograr ajustes excelentes bajo condiciones irreales.

### 8.3. Recomendaciones

La mayoría de los estudios disponibles en la actualidad se centran en aspectos mecánicos del HPGR. Esto se debe principalmente al problema de la duración de los revestimientos, una de las razones principales de rechazo de esta alternativa tecnológica. Sin embargo, se han realizado avances importantes en este tema, por lo que la investigación de la tecnología HPGR se debe centrar en aspectos asociados al proceso.

Se debe idear una metodología de obtención de los parámetros del modelo presentado en esta Tesis a partir de resultados de pruebas de laboratorio. Daniel y Morrell (2004) menciona la posibilidad de realizar ensayos con prensas de pistón. Sobre el mismo trabajo se debe validar el modelo presentado con datos obtenidos a escala industrial, con el fin de probar la robustez del modelo y de encontrar relaciones de escalamiento de los parámetros.

El trabajo futuro consiste en seguir mejorando los modelos disponibles de molienda HPGR y construir relaciones de escalamiento. La condición de estado estacionario resulta útil en las bases de proyectos de ingeniería o en la planificación del largo plazo, sin embargo el verdadero desafío se encuentra en generar modelos dinámicos, que poseen la ventaja de crear estrategias de control en el corto plazo.

## Referencias

- Austin, L. G. and Luckie, P. T., Estimation of non-normalized breakage distribution parameters from batch grinding. *Powder Technology*, 1972, 5(5), 267-277.
- Bearman, R., High-pressure grinding rolls – characterizing and defining process performance for engineers. In *Advances in Comminution*, ed. S. Kawatra. SME Inc., Littleton, 2006, pp. 3-14.
- Broeckmann, C. and Gardula, A., Developments in High Pressure Grinding Rolls Technology for Base and Precious Metal Minerals Preprocessing. In *Proc. of the 37<sup>th</sup> Annual Meeting of the Canadian Mineral Processors*. Ottawa, 2005, pp. 285-299.
- Daniel, M.J. and Morrell, S., HPGR model verification and scale-up. *Minerals Engineering*, 2004, 17(11-12), 1149-1161.
- Danilkewich, H. and Hunter, I., HPGR challenges and growth opportunities. In *Proc. International Conference on Autogenous and Semiautogenous Grinding Technology 2006*, ed. M.J. Allan, K. Major, B.C. Flintoff, B. Klein and A.L. Mular. Department of Mining Engineering, University of British Columbia, Vancouver, B.C., 2006, Vol. IV, pp. 27-44.
- Herbst, J.A. and Fuerstenau, D.W., Scale-up procedure for continuous grinding mill design using population balance models. *International Journal of Mineral Processing*, 1980, 7, 1-31.
- Himmelblau, D. M., *Process Analysis by Statistical Methods*, 1<sup>st</sup> edition. 1970, Sterling Swift, Texas.
- High Pressure Grinding & Grindability Tests on Copper Ore for the Esperanza Project of Antofagasta Minerals carried out at the Polysius Research Centre. Project No. 2337 2603. 05-09-2006.

- Kapur, P. C., Suhdir G. S., Fuerstenau, D. W. Grinding of Heterogeneous Mixtures in a High – Pressure Roll Mill. In *Comminution – Theory and Practice*, ed. K. Kawatra. SME Inc., Littleton, 1992, Chapter 8, pp. 109-123.
- King, R. P. *Modeling & Simulation of Mineral Processing Systems*, 1<sup>st</sup> edn. 2002, Butterworth – Heineman, Oxford. Chapter 5 – Comminution Operations, pp. 127 – 210.
- Klymowsky, R., Patzelt, N., Knecht, J. and Burchardt, E., Selection and sizing of high pressure grinding rolls. In *Proc. Mineral processing plant design, practice and control*, ed. A. Mular, D. Halbe and D. Barratt. SME Inc., Littleton, 2002, Vol. 1, pp. 636-668.
- Klymowsky, R., Patzelt, N., Knecht, J. and Burchardt, E., An overview of HPGR technology. In *Proc. International Conference on Autogenous and Semiautogenous Grinding Technology 2006*, ed. M.J. Allan, K. Major, B.C. Flintoff, B. Klein and A.L. Mular. Department of Mining Engineering, University of British Columbia, Vancouver, B.C., 2006, Vol. IV, pp. 11-26.
- Lamberg, P. and Bernal, L. Flash Flotation – from Pilot to full Size Installation at Esperanza. In *Proc. Procemin 2008, V International Mineral Processing Seminar*, ed. R. Kuyvenhoven, C. Gómez and A. Casali. 2008. Departamento de Ingeniería de Minas, Universidad de Chile, Santiago, 2008, pp. 251-256.
- Lubjuhn, U., Materialtransport und Druckverteilung im Spalt der Gutbett-Walzenmühle. Dissertation TU Clausthal, Fortschritt-Berichte VDI Reihe 3, Nr. 298, VDI-Verlag, Düsseldorf 1992.
- Maxton, D., van der Meer, F., Gruendken, A. KHD Humboldt Wedag – 150 years of innovation new developments for the KHD roller press. In *Proc. International Conference on Autogenous and Semiautogenous Grinding Technology 2006*, ed. M.J. Allan, K. Major, B.C. Flintoff, B. Klein and A.L. Mular. Department of Mining Engineering, University of British Columbia, Vancouver, B.C., 2006, Vol. IV, pp. 206-221.
- Morley, C., High-pressure grinding rolls – a technology review. In *Advances in Comminution*, ed. S. Kawatra. SME Inc., Littleton, 2006, pp. 15-39.

- Morrell, S., Shi, F., Tondo, L.A., Modelling and scale-up of high pressure grinding rolls. In: Proc. XX International Mineral Processing Congress. IMPC, Aachen, Germany, 1997.
- Müller, F., Hochdruckzerkleinerung im Gutbett bei Variation von Feuchte und Beanspruchungsgeschwindigkeit. Dissertation TU Clausthal, 1989.
- Oestreicher, C. and Spollen, C.F., HPGR versus SAG mill selection for the Los Bronces grinding circuit expansion. In *Proc. International Conference on Autogenous and Semiautogenous Grinding Technology 2006*, ed. M.J. Allan, K. Major, B.C. Flintoff, B. Klein and A.L. Mular. Department of Mining Engineering, University of British Columbia, Vancouver, B.C., 2006, Vol. IV, pp. 110-123.
- Patzelt, N., Klymowsky, R., Knecht, J. And Burchardt, E., High-pressure grinding rolls for gold/copper applications. In *Advances in Comminution*, ed. S. Kawatra. SME Inc., Littleton, 2006, pp. 51-67.
- Pyke, P., Johansen, G., English, D., Iane, G., Hayward, T., Gardula, A. Application of HPGR Technology in Processing Gold Ore in Australia. In *Proc. International Conference on Autogenous and Semiautogenous Grinding Technology 2006*, ed. M.J. Allan, K. Major, B.C. Flintoff, B. Klein and A.L. Mular. Department of Mining Engineering, University of British Columbia, Vancouver, B.C., 2006, Vol. IV, pp. 80 – 93.
- Reid, K. J., A solution to the batch grinding equation. *Chemical Engineering Science*, 1965, 20(11), 953-963.
- Rule, C. The Development Of A Process Flowsheet For the New Anglo Platinum, Pprust North Concentrator, Incorporating HPGR Technology. In *Proc. International Conference on Autogenous and Semiautogenous Grinding Technology 2006*, ed. M.J. Allan, K. Major, B.C. Flintoff, B. Klein and A.L. Mular. Department of Mining Engineering, University of British Columbia, Vancouver, B.C., 2006, Vol. IV, pp. 94 – 109.
- Schwetchen, D., Trocken- und Naßmahlung spröder Materialien in der Gutbett-Walzenmühle. Dissertation TU Clausthal, 1987.

- Seidel, J., Logan, T. C., LeVier, K. M., Veillette, G. Case Study – Investigation of HPGR Suitability for Two Gold/Copper Prospects. In *Proc. International Conference on Autogenous and Semiautogenous Grinding Technology 2006*, ed. M.J. Allan, K. Major, B.C. Flintoff, B. Klein and A.L. Mular. Department of Mining Engineering, University of British Columbia, Vancouver, B.C., 2006, Vol. IV, pp. 140 – 153.
- Taggart, A. F. 1954. Handbook of Mineral Dressing. John Wiley & Sons, New York. Section 4 – Crushing, Art. 8 – Rolls, pp. 55 – 76.
- Test Report on HPGR Grinding of Esperanza Copper Ore for Antofagasta Minerals PLC. Chile, KHD Humboldt Wedag. KHD Humboldt Wedag GmbH, Project B.09.1017.7.001. 18-05-2006.
- van Drunick, W. and Smit, I., Energy efficient comminution - HPGR experience at Anglo research. In *Proc. International Conference on Autogenous and Semiautogenous Grinding Technology 2006*, ed. M.J. Allan, K. Major, B.C. Flintoff, B. Klein and A.L. Mular. Department of Mining Engineering, University of British Columbia, Vancouver, B.C., 2006, Vol. IV, pp. 124-139.
- Vanderbeek, J. L., Linde, T. B., Brack, W. S., Mardsen, J. O. 2006. HPGR Implementation at Cerro Verde. In *Proc. International Conference on Autogenous and Semiautogenous Grinding Technology 2006*, ed. M.J. Allan, K. Major, B.C. Flintoff, B. Klein and A.L. Mular. Department of Mining Engineering, University of British Columbia, Vancouver, B.C., 2006, Vol. IV, pp. 45-61.
- Whiten, W. J. The simulation of crushing plants. *Applications of computer methods in the mineral industry, APCOM 10*. African Institute of Mining and Metallurgy, 1973, Johannesburg, pp. 317-323.



## **Anexo A: Resultados de Pruebas Piloto**

## RESUMEN PRUEBA PILOTO HPGR MODELO RP 80/25

No. Prueba	1
Código	K-P1
Fabricante	KHD
<b>Mineral</b>	Pórfido
Densidad, t/m <sup>3</sup>	2.74
Humedad, %	3.5

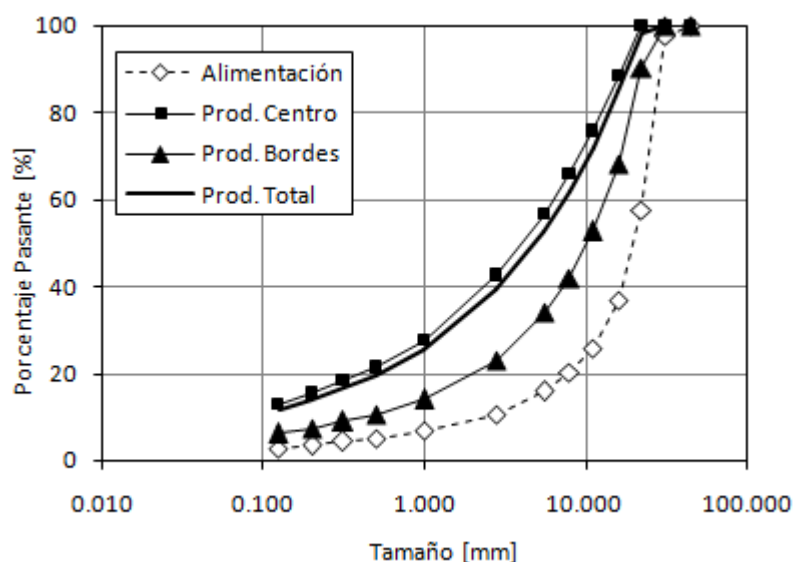
Condiciones de Operación	
Diámetro Rodillos, mm	0.80
Largo Rodillos, mm	0.25
Velocidad Periférica, m/s	0.67
Presión de operación, bar	41

### Mediciones

Gap operacional, mm	19
Grosor del producto compactado, mm	23.7
Tonelaje, tph	32.9
Capacidad de tratamiento específica, ts/m <sup>3</sup> h	247
Presión específica, N/mm <sup>2</sup>	2.5
Potencia Neta, kW	47.4
Consumo específico de energía, kWh/t	1.44

### Granulometrías

Tamaño mm	Porcentaje Pasante, %			
	Alimentación	Prod. Centro	Prod. Bordes	Prod. Total
45.000	100.00	100.00	100.00	100.00
31.500	97.61	100.00	100.00	100.00
22.400	57.60	100.00	90.33	98.36
16.000	36.71	88.33	67.97	84.87
11.200	25.81	75.71	52.69	71.80
8.000	20.32	65.93	41.76	61.82
5.600	15.91	56.70	33.89	52.82
2.800	10.49	42.50	23.06	39.19
1.000	6.75	27.55	14.00	25.25
0.500	5.16	21.32	10.54	19.49
0.315	4.31	18.28	8.92	16.69
0.200	3.43	15.42	7.40	14.06
0.125	2.58	12.91	6.13	11.75



## RESUMEN PRUEBA PILOTO HPGR MODELO RP 80/26

No. Prueba	2
Código	K-P2
Fabricante	KHD
<b>Mineral</b>	Pórfido
Densidad, t/m <sup>3</sup>	2.74
Humedad, %	3.5

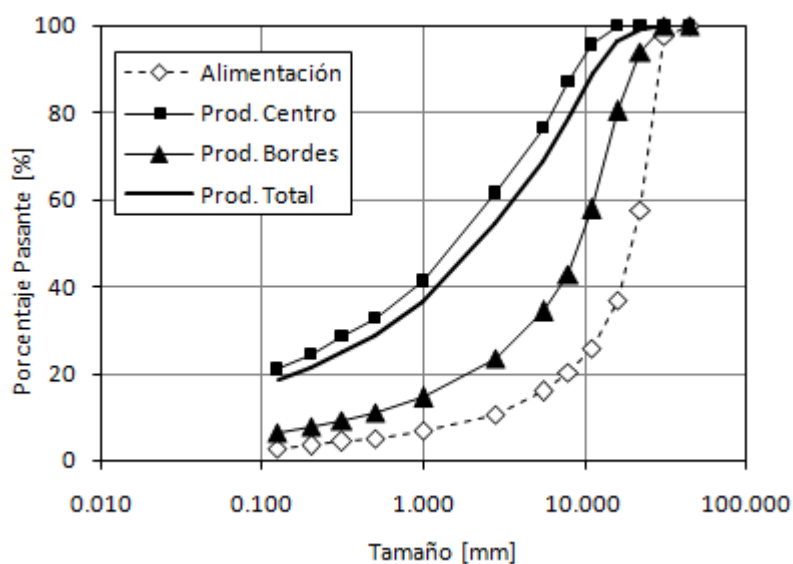
Condiciones de Operación	
Diámetro Rodillos, mm	0.80
Largo Rodillos, mm	0.25
Velocidad Periférica, m/s	0.37
Presión de operación, bar	61

### Mediciones

Gap operacional, mm	17.2
Grosor del producto compactado, mm	21.1
Tonelaje, tph	17.1
Capacidad de tratamiento específica, ts/m <sup>3</sup> h	233
Presión específica, N/mm <sup>2</sup>	3.7
Potencia Neta, kW	35.3
Consumo específico de energía, kWh/t	2.06

### Granulometrías

Tamaño mm	Porcentaje Pasante, %			
	Alimentación	Prod. Centro	Prod. Bordes	Prod. Total
45.000	100.00	100.00	100.00	100.00
31.500	97.61	100.00	100.00	100.00
22.400	57.60	100.00	93.95	98.92
16.000	36.71	100.00	80.24	96.46
11.200	25.81	95.54	57.71	88.77
8.000	20.32	86.83	42.83	78.95
5.600	15.91	76.48	34.23	68.91
2.800	10.49	61.42	23.33	54.60
1.000	6.75	41.17	14.47	36.39
0.500	5.16	32.53	10.96	28.67
0.315	4.31	28.36	9.29	24.95
0.200	3.43	24.42	7.75	21.43
0.125	2.58	20.94	6.44	18.34



## RESUMEN PRUEBA PILOTO HPGR MODELO RP 80/27

No. Prueba	3
Código	K-P3
Fabricante	KHD
<b>Mineral</b>	Pórfido
Densidad, t/m3	2.74
Humedad, %	3.5

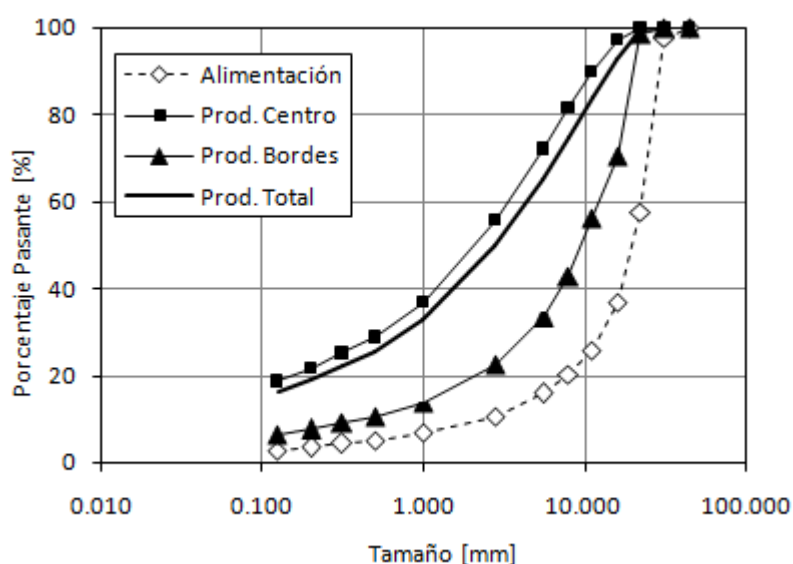
<b>Condiciones de Operación</b>	
Diámetro Rodillos, mm	0.80
Largo Rodillos, mm	0.25
Velocidad Periférica, m/s	0.67
Presión de operación, bar	61

### Mediciones

Gap operacional, mm	17.3
Grosor del producto compactado, mm	22.7
Tonelaje, tph	31
Capacidad de tratamiento específica, ts/m3h	233
Presión específica, N/mm2	3.7
Potencia Neta, kW	63.1
Consumo específico de energía, kWh/t	2.03

### Granulometrías

Tamaño mm	Porcentaje Pasante, %			
	Alimentación	Prod. Centro	Prod. Bordes	Prod. Total
45.000	100.00	100.00	100.00	100.00
31.500	97.61	100.00	100.00	100.00
22.400	57.60	100.00	98.37	99.71
16.000	36.71	97.21	70.54	92.52
11.200	25.81	89.76	56.16	83.85
8.000	20.32	81.55	42.81	74.73
5.600	15.91	71.97	33.41	65.18
2.800	10.49	55.77	22.48	49.91
1.000	6.75	36.68	13.84	32.66
0.500	5.16	28.77	10.58	25.27
0.315	4.31	25.08	9.03	22.26
0.200	3.43	21.60	7.58	19.13
0.125	2.58	18.57	6.36	16.42



# RESUMEN PRUEBA PILOTO HPGR MODELO RP 80/28

No. Prueba	4
Código	K-P4
Fabricante	KHD
<b>Mineral</b>	Pórfido
Densidad, t/m3	2.74
Humedad, %	3.5

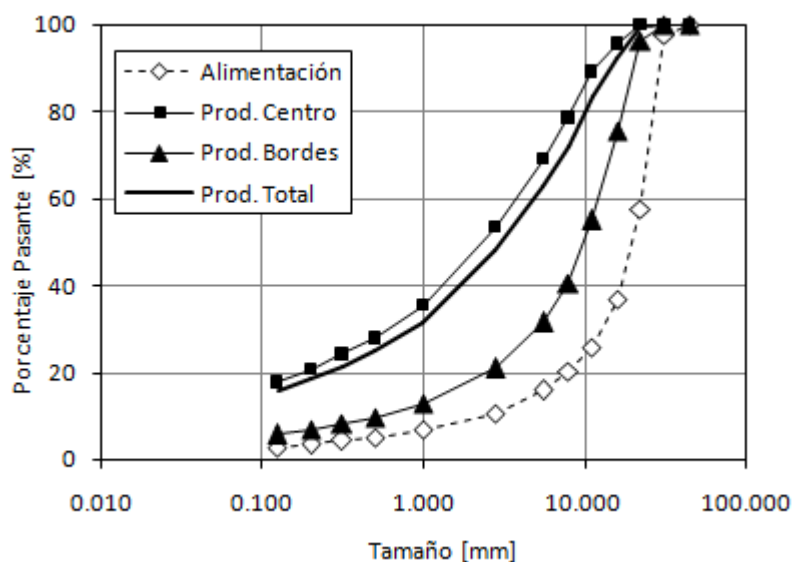
Condiciones de Operación	
Diámetro Rodillos, mm	0.80
Largo Rodillos, mm	0.25
Velocidad Periférica, m/s	0.97
Presión de operación, bar	60

## Mediciones

Gap operacional, mm	16.7
Grosor del producto compactado, mm	21.7
Tonelaje, tph	43.8
Capacidad de tratamiento específica, ts/m3h	227
Presión específica, N/mm2	3.7
Potencia Neta, kW	89.6
Consumo específico de energía, kWh/t	2.04

## Granulometrías

Tamaño mm	Porcentaje Pasante, %			
	Alimentación	Prod. Centro	Prod. Bordes	Prod. Total
45.000	100.00	100.00	100.00	100.00
31.500	97.61	100.00	100.00	100.00
22.400	57.60	100.00	96.05	99.33
16.000	36.71	95.54	75.51	92.16
11.200	25.81	89.01	54.94	83.25
8.000	20.32	78.40	40.55	72.00
5.600	15.91	69.02	31.43	62.67
2.800	10.49	53.36	20.95	47.88
1.000	6.75	35.35	12.78	31.54
0.500	5.16	27.81	9.76	24.76
0.315	4.31	24.17	8.31	21.49
0.200	3.43	20.74	6.95	18.41
0.125	2.58	17.74	5.79	15.72



## RESUMEN PRUEBA PILOTO HPGR MODELO RP 80/29

No. Prueba	5
Código	K-P5
Fabricante	KHD
<b>Mineral</b>	Pórfido
Densidad, t/m <sup>3</sup>	2.74
Humedad, %	3.5

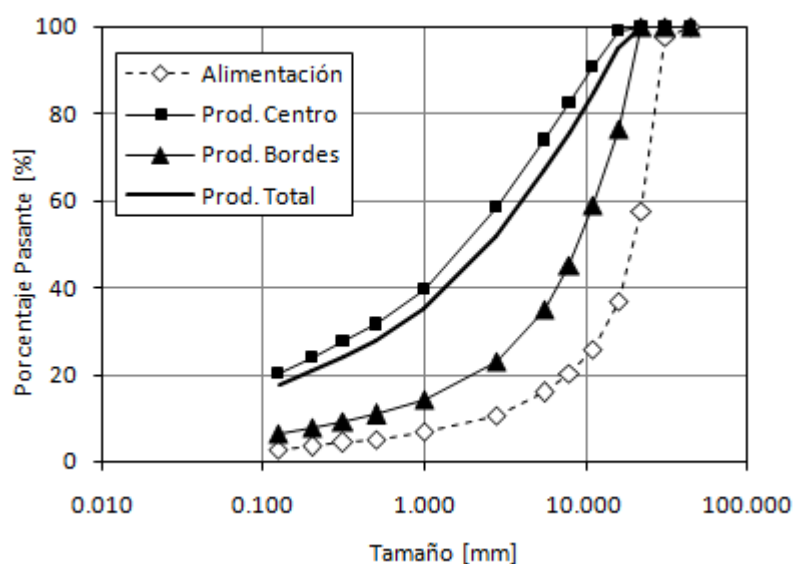
Condiciones de Operación	
Diámetro Rodillos, mm	0.80
Largo Rodillos, mm	0.25
Velocidad Periférica, m/s	0.67
Presión de operación, bar	76

### Mediciones

Gap operacional, mm	16.1
Grosor del producto compactado, mm	22.4
Tonelaje, tph	30.2
Capacidad de tratamiento específica, ts/m <sup>3</sup> h	226
Presión específica, N/mm <sup>2</sup>	4.7
Potencia Neta, kW	72.5
Consumo específico de energía, kWh/t	2.4

### Granulometrías

Tamaño mm	Porcentaje Pasante, %			
	Alimentación	Prod. Centro	Prod. Bordes	Prod. Total
45.000	100.00	100.00	100.00	100.00
31.500	97.61	100.00	100.00	100.00
22.400	57.60	100.00	100.00	100.00
16.000	36.71	99.05	76.52	94.93
11.200	25.81	90.69	58.75	84.84
8.000	20.32	82.36	45.10	75.54
5.600	15.91	73.86	34.97	66.75
2.800	10.49	58.31	23.04	51.86
1.000	6.75	39.59	14.13	34.93
0.500	5.16	31.48	10.83	27.70
0.315	4.31	27.54	9.24	24.19
0.200	3.43	23.76	7.74	20.83
0.125	2.58	20.34	6.46	17.80



# RESUMEN PRUEBA PILOTO HPGR MODELO RP 80/30

No. Prueba	6
Código	K-P6
Fabricante	KHD
<b>Mineral</b>	Pórfido
Densidad, t/m3	2.74
Humedad, %	6.1

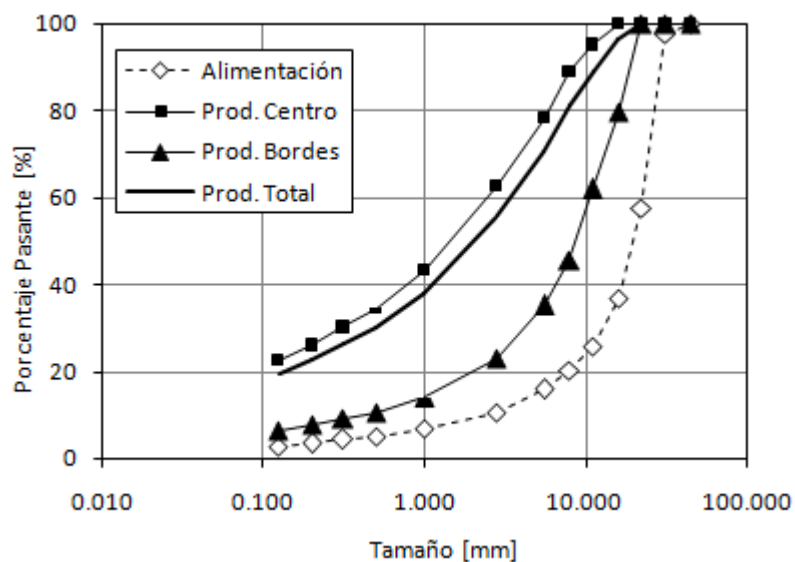
Condiciones de Operación	
Diámetro Rodillos, mm	0.80
Largo Rodillos, mm	0.25
Velocidad Periférica, m/s	0.66
Presión de operación, bar	76

## Mediciones

Gap operacional, mm	16.2
Grosor del producto compactado, mm	21.9
Tonelaje, tph	30.9
Capacidad de tratamiento específica, ts/m3h	234
Presión específica, N/mm2	4.7
Potencia Neta, kW	76.6
Consumo específico de energía, kWh/t	2.48

## Granulometrías

Tamaño mm	Porcentaje Pasante, %			
	Alimentación	Prod. Centro	Prod. Bordes	Prod. Total
45.000	100.00	100.00	100.00	100.00
31.500	97.61	100.00	100.00	100.00
22.400	57.60	100.00	100.00	100.00
16.000	36.71	100.00	79.63	96.39
11.200	25.81	95.05	61.83	89.17
8.000	20.32	88.71	45.68	81.10
5.600	15.91	78.07	35.18	70.48
2.800	10.49	62.52	22.99	55.53
1.000	6.75	43.18	13.99	38.01
0.500	5.16	34.43	10.68	30.23
0.315	4.31	30.14	9.12	26.42
0.200	3.43	26.01	7.65	22.76
0.125	2.58	22.39	6.40	19.56



# RESUMEN PRUEBA PILOTO HPGR MODELO RP 80/31

No. Prueba	7
Código	K-P7
Fabricante	KHD
<b>Mineral</b>	Pórfido
Densidad, t/m3	2.74
Humedad, %	2

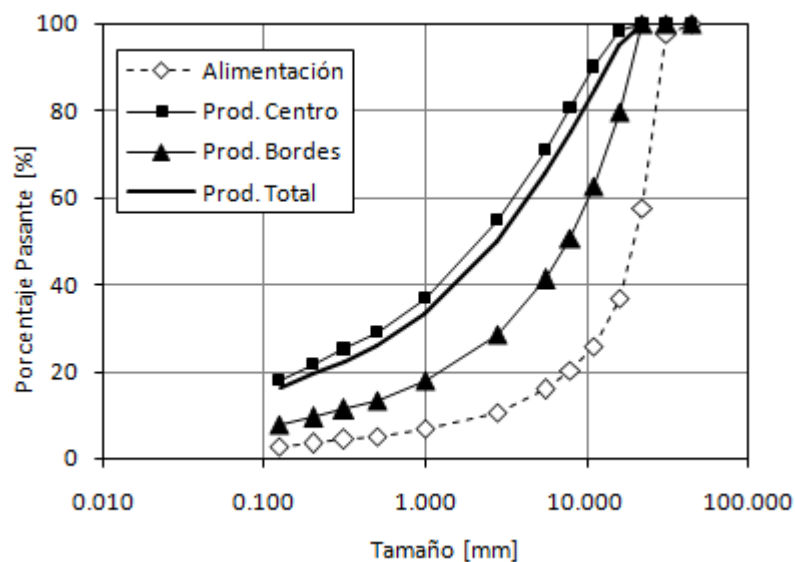
Condiciones de Operación	
Diámetro Rodillos, mm	0.80
Largo Rodillos, mm	0.25
Velocidad Periférica, m/s	0.66
Presión de operación, bar	61

## Mediciones

Gap operacional, mm	18.2
Grosor del producto compactado, mm	23.8
Tonelaje, tph	31.5
Capacidad de tratamiento específica, ts/m3h	237
Presión específica, N/mm2	3.8
Potencia Neta, kW	62.2
Consumo específico de energía, kWh/t	1.98

## Granulometrías

Tamaño mm	Porcentaje Pasante, %			
	Alimentación	Prod. Centro	Prod. Bordes	Prod. Total
45.000	100.00	100.00	100.00	100.00
31.500	97.61	100.00	100.00	100.00
22.400	57.60	100.00	100.00	100.00
16.000	36.71	98.23	79.70	94.77
11.200	25.81	90.01	62.68	84.90
8.000	20.32	80.53	50.66	74.94
5.600	15.91	70.98	41.17	65.41
2.800	10.49	54.74	28.57	49.84
1.000	6.75	36.73	17.87	33.20
0.500	5.16	28.87	13.36	25.97
0.315	4.31	24.99	11.21	22.42
0.200	3.43	21.65	9.43	19.36
0.125	2.58	18.04	7.66	16.09





# RESUMEN PRUEBA PILOTO HPGR MODELO RP 80/32

No. Prueba	8
Código	K-A1
Fabricante	KHD
<b>Mineral</b>	Andesita
Densidad, t/m3	2.8
Humedad, %	2.5

## Condiciones de Operación

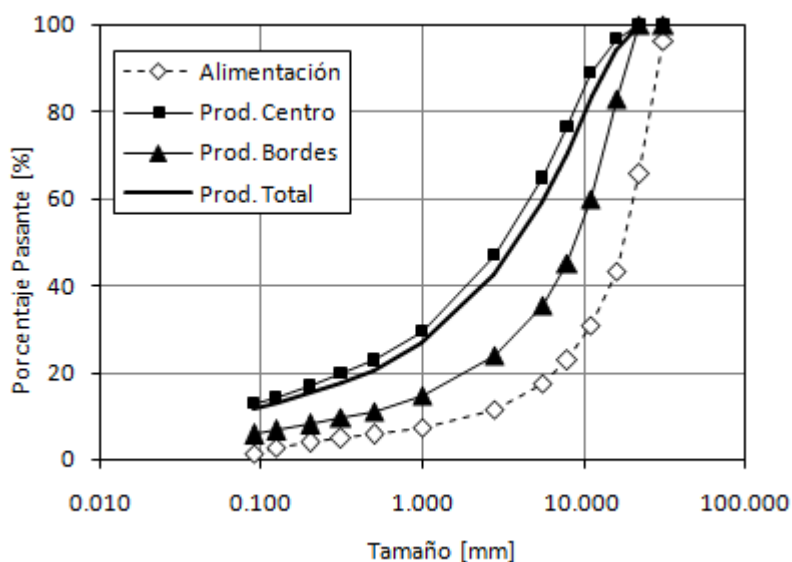
Diámetro Rodillos, mm	0.80
Largo Rodillos, mm	0.25
Velocidad Periférica, m/s	0.67
Presión de operación, bar	39

## Mediciones

Gap operacional, mm	17
Grosor del producto compactado, mm	21.6
Tonelaje, tph	31.9
Capacidad de tratamiento específica, ts/m3h	239
Presión específica, N/mm2	2.4
Potencia Neta, kW	44.1
Consumo específico de energía, kWh/t	1.38

## Granulometrías

Tamaño mm	Porcentaje Pasante, %			
	Alimentación	Prod. Centro	Prod. Bordes	Prod. Total
31.500	96.32	100.00	100.00	100.00
22.400	65.50	100.00	100.00	100.00
16.000	43.26	96.77	82.80	94.19
11.200	30.93	88.77	59.73	83.39
8.000	22.68	76.38	45.21	70.62
5.600	17.47	64.68	35.32	59.25
2.800	11.59	46.79	23.83	42.54
1.000	7.42	29.41	14.64	26.68
0.500	5.75	22.70	11.14	20.57
0.315	4.86	19.66	9.55	17.79
0.200	3.88	16.76	8.01	15.14
0.125	2.79	14.24	6.59	12.82
0.090	1.31	12.71	5.78	11.43



# RESUMEN PRUEBA PILOTO HPGR MODELO RP 80/33

No. Prueba	9
Código	K-A2
Fabricante	KHD
<b>Mineral</b>	Andesita
Densidad, t/m3	2.8
Humedad, %	2.5

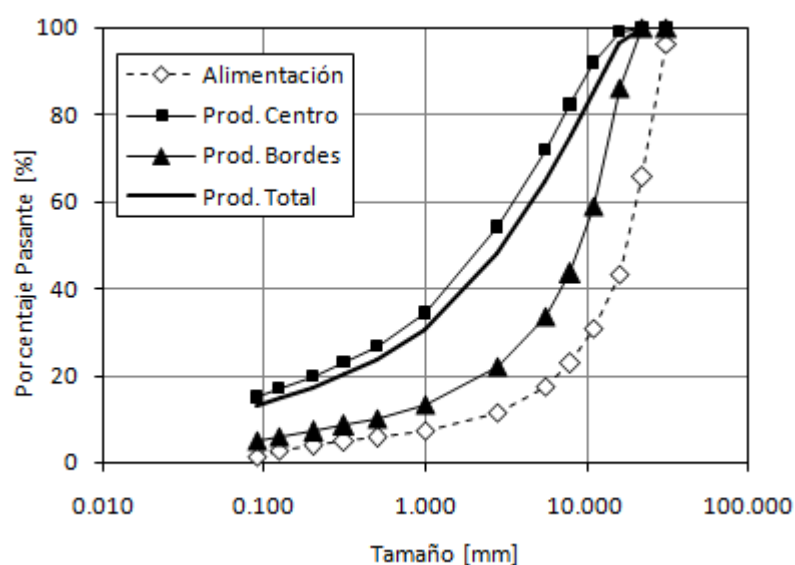
Condiciones de Operación	
Diámetro Rodillos, mm	0.80
Largo Rodillos, mm	0.25
Velocidad Periférica, m/s	0.37
Presión de operación, bar	60

## Mediciones

Gap operacional, mm	16
Grosor del producto compactado, mm	20.9
Tonelaje, tph	17.6
Capacidad de tratamiento específica, ts/m3h	236
Presión específica, N/mm2	3.7
Potencia Neta, kW	33.5
Consumo específico de energía, kWh/t	1.91

## Granulometrías

Tamaño mm	Porcentaje Pasante, %			
	Alimentación	Prod. Centro	Prod. Bordes	Prod. Total
31.500	96.32	100.00	100.00	100.00
22.400	65.50	100.00	100.00	100.00
16.000	43.26	98.91	86.00	96.52
11.200	30.93	91.80	58.99	85.73
8.000	22.68	82.13	43.49	74.98
5.600	17.47	71.74	33.53	64.67
2.800	11.59	54.03	22.00	48.10
1.000	7.42	34.30	13.16	30.39
0.500	5.75	26.55	9.99	23.49
0.315	4.86	23.01	8.52	20.33
0.200	3.88	19.62	7.09	17.30
0.125	2.79	16.88	5.84	14.67
0.090	1.31	14.90	5.15	13.10



# RESUMEN PRUEBA PILOTO HPGR MODELO RP 80/34

No. Prueba	10
Código	K-A3
Fabricante	KHD
<b>Mineral</b>	Andesita
Densidad, t/m3	2.8
Humedad, %	2.5

## Condiciones de Operación

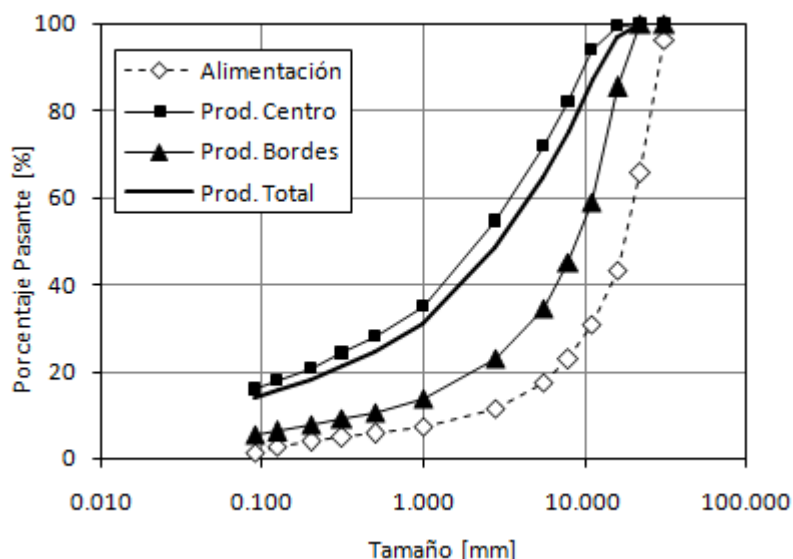
Diámetro Rodillos, mm	0.80
Largo Rodillos, mm	0.25
Velocidad Periférica, m/s	0.67
Presión de operación, bar	60

## Mediciones

Gap operacional, mm	16
Grosor del producto compactado, mm	21.3
Tonelaje, tph	31.3
Capacidad de tratamiento específica, ts/m3h	234
Presión específica, N/mm2	3.7
Potencia Neta, kW	63.5
Consumo específico de energía, kWh/t	2.03

## Granulometrías

Tamaño mm	Porcentaje Pasante, %			
	Alimentación	Prod. Centro	Prod. Bordes	Prod. Total
31.500	96.32	100.00	100.00	100.00
22.400	65.50	100.00	100.00	100.00
16.000	43.26	99.48	85.34	96.85
11.200	30.93	93.80	58.78	87.29
8.000	22.68	81.95	45.22	75.12
5.600	17.47	71.67	34.56	64.77
2.800	11.59	54.52	23.00	48.66
1.000	7.42	35.04	13.80	31.09
0.500	5.75	27.96	10.56	24.72
0.315	4.86	24.06	9.10	21.28
0.200	3.88	20.58	7.75	18.19
0.125	2.79	17.96	6.23	15.78
0.090	1.31	15.89	5.48	13.95



## RESUMEN PRUEBA PILOTO HPGR MODELO RP 80/35

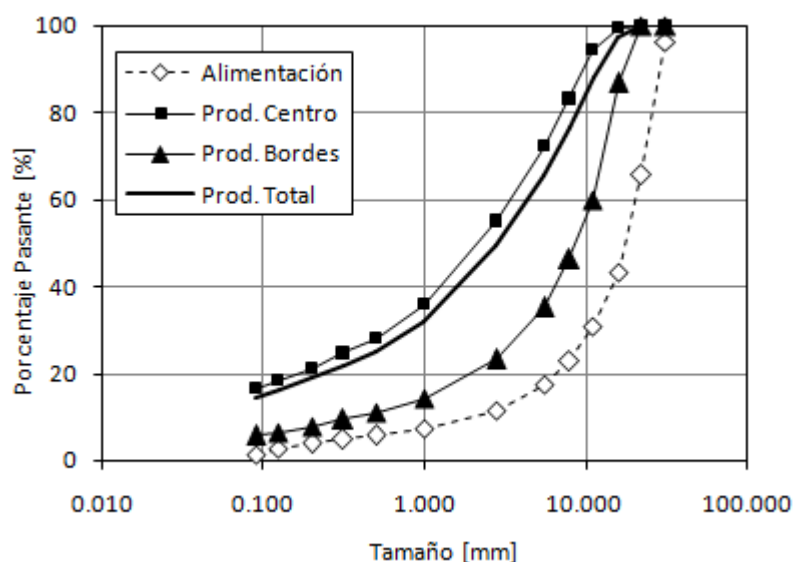
No. Prueba	11	<b>Condiciones de Operación</b>	
Código	K-A4	Diámetro Rodillos, mm	0.80
Fabricante	KHD	Largo Rodillos, mm	0.25
<b>Mineral</b>	Andesita	Velocidad Periférica, m/s	0.97
Densidad, t/m <sup>3</sup>	2.8	Presión de operación, bar	60
Humedad, %	2.5		

### Mediciones

Gap operacional, mm	17
Grosor del producto compactado, mm	22
Tonelaje, tph	45
Capacidad de tratamiento específica, ts/m <sup>3</sup> h	232
Presión específica, N/mm <sup>2</sup>	3.7
Potencia Neta, kW	93.6
Consumo específico de energía, kWh/t	2.08

### Granulometrías

Tamaño mm	Porcentaje Pasante, %			
	Alimentación	Prod. Centro	Prod. Bordes	Prod. Total
31.500	96.32	100.00	100.00	100.00
22.400	65.50	100.00	100.00	100.00
16.000	43.26	99.53	86.74	97.19
11.200	30.93	94.20	59.85	87.91
8.000	22.68	83.04	46.24	76.31
5.600	17.47	72.21	35.23	65.45
2.800	11.59	54.99	23.27	49.19
1.000	7.42	35.83	14.35	31.90
0.500	5.75	28.16	11.05	25.03
0.315	4.86	24.66	9.47	21.88
0.200	3.88	21.26	7.89	18.81
0.125	2.79	18.24	6.47	16.09
0.090	1.31	16.43	5.67	14.46



# RESUMEN PRUEBA PILOTO HPGR MODELO RP 80/36

No. Prueba	12
Código	K-A5
Fabricante	KHD
<b>Mineral</b>	Andesita
Densidad, t/m3	2.8
Humedad, %	2.5

## Condiciones de Operación

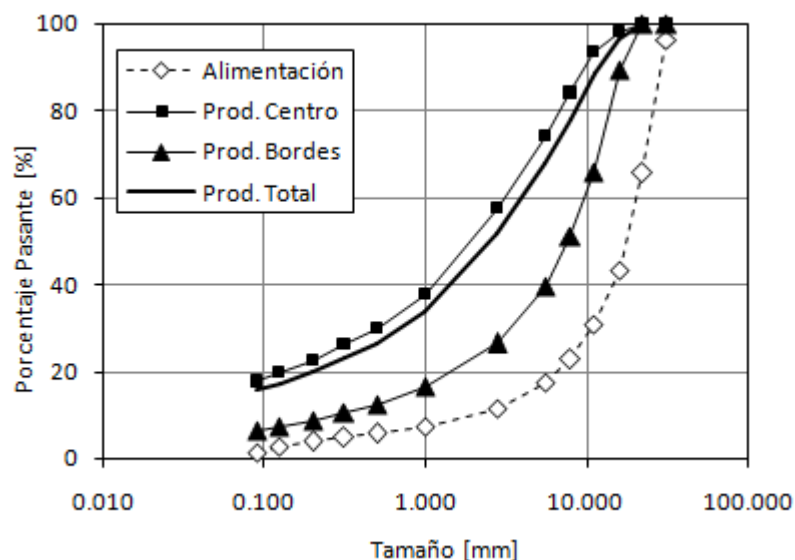
Diámetro Rodillos, mm	0.80
Largo Rodillos, mm	0.25
Velocidad Periférica, m/s	0.66
Presión de operación, bar	75

## Mediciones

Gap operacional, mm	15
Grosor del producto compactado, mm	21
Tonelaje, tph	30
Capacidad de tratamiento específica, ts/m3h	228
Presión específica, N/mm2	4.7
Potencia Neta, kW	71.8
Consumo específico de energía, kWh/t	2.39

## Granulometrías

Tamaño mm	Porcentaje Pasante, %			
	Alimentación	Prod. Centro	Prod. Bordes	Prod. Total
31.500	96.32	100.00	100.00	100.00
22.400	65.50	100.00	100.00	100.00
16.000	43.26	97.96	89.35	96.34
11.200	30.93	93.50	65.87	88.31
8.000	22.68	84.00	50.92	77.78
5.600	17.47	74.21	39.45	67.67
2.800	11.59	57.44	26.47	51.61
1.000	7.42	37.84	16.59	33.84
0.500	5.75	29.76	12.53	26.52
0.315	4.86	26.07	10.64	23.17
0.200	3.88	22.55	8.82	19.97
0.125	2.79	19.64	7.31	17.33
0.090	1.31	17.73	6.36	15.59



## RESUMEN PRUEBA PILOTO HPGR MODELO RP 80/37

No. Prueba	13
Código	K-A6
Fabricante	KHD
<b>Mineral</b>	Andesita
Densidad, t/m3	2.8
Humedad, %	4

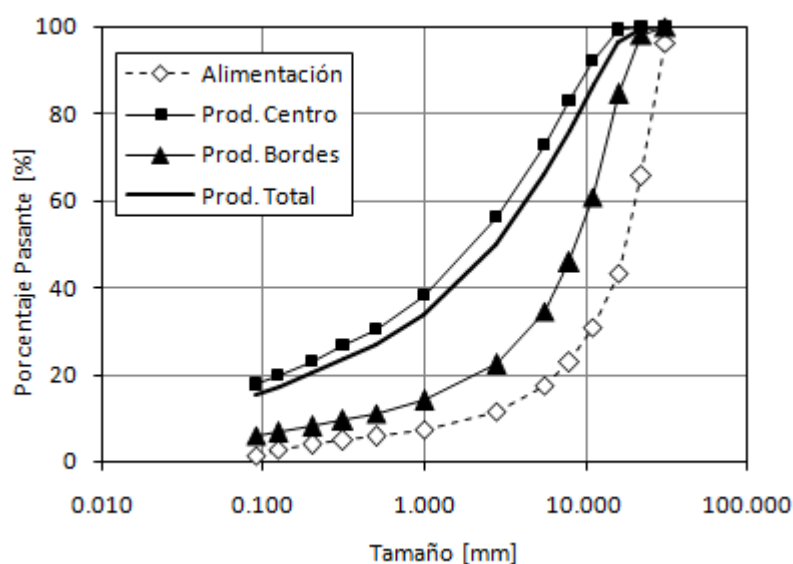
Condiciones de Operación	
Diámetro Rodillos, mm	0.80
Largo Rodillos, mm	0.25
Velocidad Periférica, m/s	0.66
Presión de operación, bar	59

### Mediciones

Gap operacional, mm	15
Grosor del producto compactado, mm	19.5
Tonelaje, tph	31.8
Capacidad de tratamiento específica, ts/m3h	240
Presión específica, N/mm2	3.6
Potencia Neta, kW	62.8
Consumo específico de energía, kWh/t	1.98

### Granulometrías

Tamaño mm	Porcentaje Pasante, %			
	Alimentación	Prod. Centro	Prod. Bordes	Prod. Total
31.500	96.32	100.00	100.00	100.00
22.400	65.50	100.00	97.92	99.63
16.000	43.26	99.18	84.51	96.54
11.200	30.93	92.08	60.77	86.44
8.000	22.68	82.75	45.74	76.09
5.600	17.47	72.59	34.39	65.72
2.800	11.59	56.08	22.25	49.99
1.000	7.42	38.13	14.06	33.80
0.500	5.75	30.36	10.98	26.87
0.315	4.86	26.64	9.47	23.55
0.200	3.88	22.93	7.98	20.24
0.125	2.79	19.68	6.61	17.33
0.090	1.31	17.61	5.80	15.49



## RESUMEN PRUEBA PILOTO HPGR MODELO REGRO

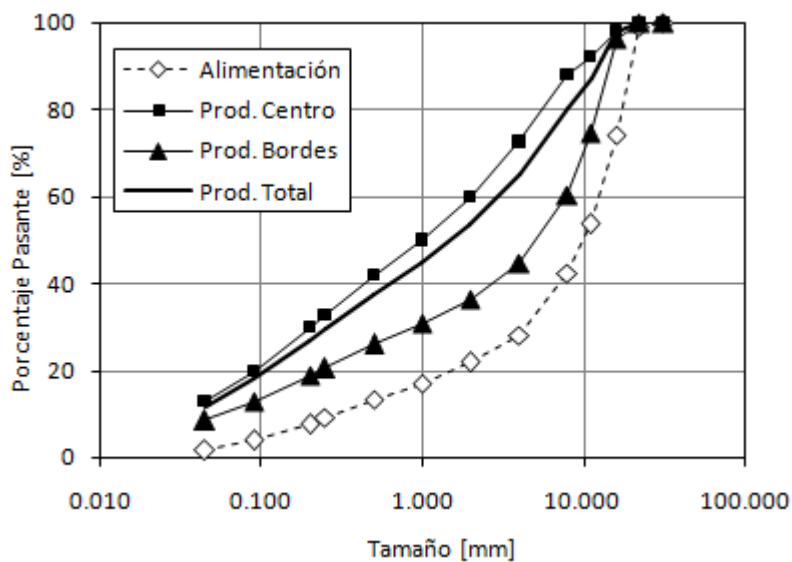
No. Prueba	14	<b>Condiciones de Operación</b>	
Código	P-P1	Diámetro Rodillos, mm	0.71
Fabricante	Polysius	Largo Rodillos, mm	0.21
<b>Mineral</b>	Pórfido	Velocidad Periférica, m/s	0.29
Densidad, t/m <sup>3</sup>	2.74	Presión de operación, bar	30
Humedad, %	N/A		

### Mediciones

Gap operacional, mm	N/A
Grosor del producto compactado, mm	N/A
Tonelaje, tph	N/A
Capacidad de tratamiento específica, ts/m <sup>3</sup> h	260
Presión específica, N/mm <sup>2</sup>	N/A
Potencia Neta, kW	N/A
Consumo específico de energía, kWh/t	1

### Granulometrías

Tamaño mm	Porcentaje Pasante, %			
	Alimentación	Prod. Centro	Prod. Bordes	Prod. Total
31.500	100.00	100.00	100.00	100.00
22.400	98.80	100.00	100.00	100.00
16.000	74.00	98.10	96.30	97.60
11.200	53.60	92.10	74.60	87.30
8.000	42.40	87.90	60.20	80.30
4.000	28.00	72.50	44.60	64.90
2.000	21.80	59.80	36.20	53.30
1.000	16.90	49.90	30.90	44.70
0.500	13.40	41.80	26.00	37.40
0.250	9.10	32.70	20.50	29.40
0.200	7.60	29.80	18.70	26.70
0.090	3.80	19.80	12.70	17.90
0.045	1.60	12.80	8.50	11.60



## RESUMEN PRUEBA PILOTO HPGR MODELO REGRO

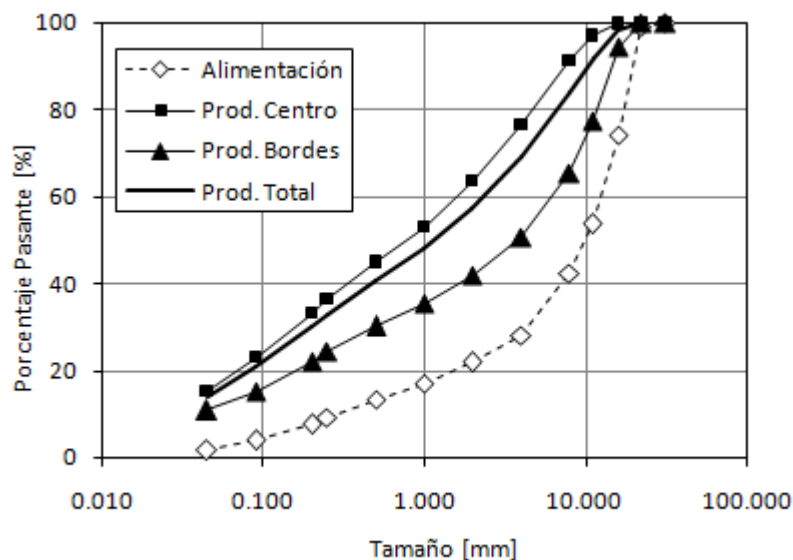
No. Prueba	15	<b>Condiciones de Operación</b>	
Código	P-P2		
Fabricante	Polysius		
<b>Mineral</b>	Pórfido		
Densidad, t/m <sup>3</sup>	2.74		
Humedad, %	N/A		

### Mediciones

Gap operacional, mm	N/A
Grosor del producto compactado, mm	N/A
Tonelaje, tph	N/A
Capacidad de tratamiento específica, ts/m <sup>3</sup> h	252
Presión específica, N/mm <sup>2</sup>	N/A
Potencia Neta, kW	N/A
Consumo específico de energía, kWh/t	1.38

### Granulometrías

Tamaño mm	Porcentaje Pasante, %			
	Alimentación	Prod. Centro	Prod. Bordes	Prod. Total
31.500	100.00	100.00	100.00	100.00
22.400	98.80	100.00	100.00	100.00
16.000	74.00	99.70	94.20	98.10
11.200	53.60	96.90	77.40	91.50
8.000	42.40	91.20	65.30	84.00
4.000	28.00	76.30	50.50	69.10
2.000	21.80	63.40	42.00	57.40
1.000	16.90	52.80	35.50	47.90
0.500	13.40	44.90	30.10	40.80
0.250	9.10	36.20	24.30	32.90
0.200	7.60	33.10	22.20	30.00
0.090	3.80	23.00	15.20	20.80
0.045	1.60	15.30	10.80	14.00





## RESUMEN PRUEBA PILOTO HPGR MODELO REGRO

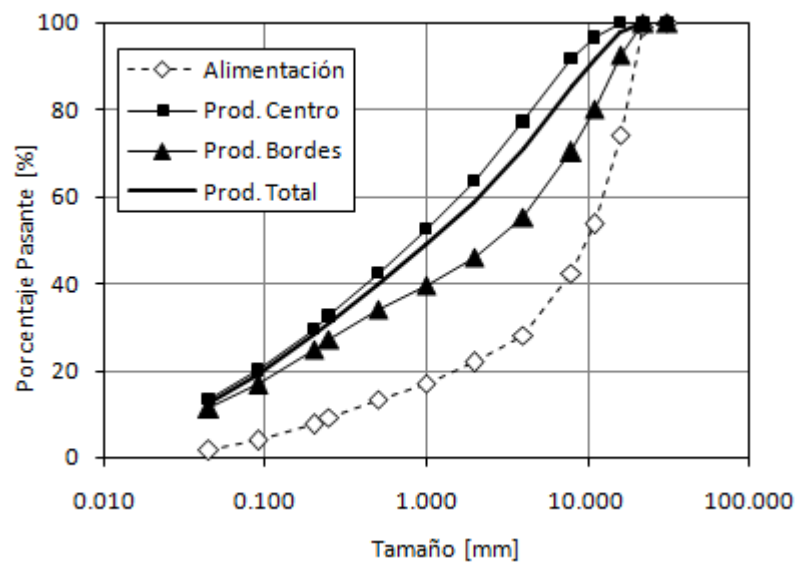
No. Prueba	16	<b>Condiciones de Operación</b>	
Código	P-P3	Diámetro Rodillos, mm	0.71
Fabricante	Polysius	Largo Rodillos, mm	0.21
<b>Mineral</b>	Pórfido	Velocidad Periférica, m/s	0.29
Densidad, t/m3	2.74	Presión de operación, bar	50
Humedad, %	N/A		

### Mediciones

Gap operacional, mm	N/A
Grosor del producto compactado, mm	N/A
Tonelaje, tph	N/A
Capacidad de tratamiento específica, ts/m3h	251
Presión específica, N/mm2	N/A
Potencia Neta, kW	N/A
Consumo específico de energía, kWh/t	1.71

### Granulometrías

Tamaño mm	Porcentaje Pasante, %			
	Alimentación	Prod. Centro	Prod. Bordes	Prod. Total
31.500	100.00	100.00	100.00	100.00
22.400	98.80	100.00	100.00	100.00
16.000	74.00	100.00	92.60	97.90
11.200	53.60	96.40	80.20	91.80
8.000	42.40	91.70	70.20	85.50
4.000	28.00	77.10	55.20	70.80
2.000	21.80	63.40	45.90	58.40
1.000	16.90	52.50	39.60	48.80
0.500	13.40	42.30	33.90	39.90
0.250	9.10	32.40	27.20	30.90
0.200	7.60	29.40	24.80	28.10
0.090	3.80	20.00	16.80	19.10
0.045	1.60	13.20	11.20	12.60



## RESUMEN PRUEBA PILOTO HPGR MODELO REGRO

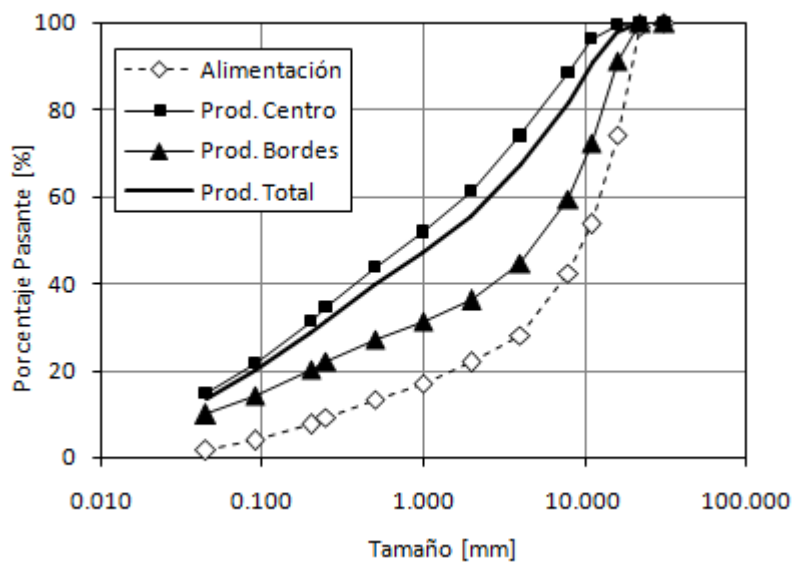
No. Prueba	17	<b>Condiciones de Operación</b>	
Código	P-P4	Diámetro Rodillos, mm	0.71
Fabricante	Polysius	Largo Rodillos, mm	0.21
<b>Mineral</b>	Pórfido	Velocidad Periférica, m/s	0.29
Densidad, t/m3	2.74	Presión de operación, bar	40
Humedad, %	N/A		

### Mediciones

Gap operacional, mm	N/A
Grosor del producto compactado, mm	N/A
Tonelaje, tph	N/A
Capacidad de tratamiento específica, ts/m3h	213
Presión específica, N/mm2	N/A
Potencia Neta, kW	N/A
Consumo específico de energía, kWh/t	1.57

### Granulometrías

Tamaño mm	Porcentaje Pasante, %			
	Alimentación	Prod. Centro	Prod. Bordes	Prod. Total
31.500	100.00	100.00	100.00	100.00
22.400	98.80	100.00	100.00	100.00
16.000	74.00	99.40	91.10	97.50
11.200	53.60	96.10	72.30	90.60
8.000	42.40	88.40	59.30	81.70
4.000	28.00	73.90	44.60	67.20
2.000	21.80	61.10	36.10	55.40
1.000	16.90	51.70	31.40	47.00
0.500	13.40	43.60	27.20	39.80
0.250	9.10	34.40	22.10	31.60
0.200	7.60	31.40	20.30	28.80
0.090	3.80	21.70	14.20	20.00
0.045	1.60	14.60	9.80	13.50



## RESUMEN PRUEBA PILOTO HPGR MODELO REGRO

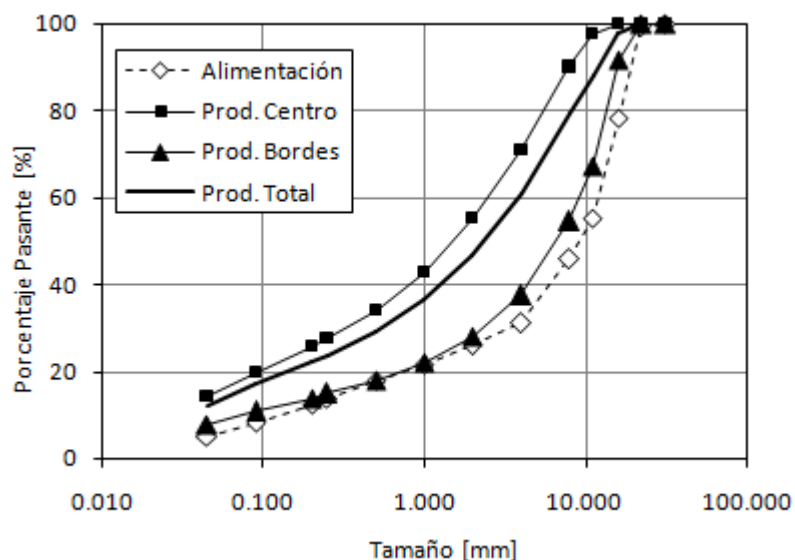
No. Prueba	18	<b>Condiciones de Operación</b>	
Código	P-A1		
Fabricante	Polysius		
<b>Mineral</b>	Andesita		
Densidad, t/m <sup>3</sup>	2.8		
Humedad, %	N/A	Diámetro Rodillos, mm	0.71
		Largo Rodillos, mm	0.21
		Velocidad Periférica, m/s	0.29
		Presión de operación, bar	30

### Mediciones

Gap operacional, mm	N/A
Grosor del producto compactado, mm	N/A
Tonelaje, tph	N/A
Capacidad de tratamiento específica, ts/m <sup>3</sup> h	277
Presión específica, N/mm <sup>2</sup>	N/A
Potencia Neta, kW	N/A
Consumo específico de energía, kWh/t	1.04

### Granulometrías

Tamaño mm	Porcentaje Pasante, %			
	Alimentación	Prod. Centro	Prod. Bordes	Prod. Total
31.500	100.00	100.00	100.00	100.00
22.400	99.20	100.00	100.00	100.00
16.000	78.20	100.00	91.70	97.50
11.200	55.20	97.50	67.10	88.20
8.000	45.80	89.90	54.50	79.10
4.000	31.10	71.00	37.50	60.80
2.000	25.90	55.10	27.90	46.80
1.000	21.70	42.90	22.20	36.50
0.500	17.80	34.10	18.00	29.20
0.250	13.70	27.70	14.90	23.80
0.200	12.50	25.80	13.90	22.20
0.090	8.40	19.80	10.80	17.00
0.045	5.10	14.30	7.80	12.30



## RESUMEN PRUEBA PILOTO HPGR MODELO REGRO

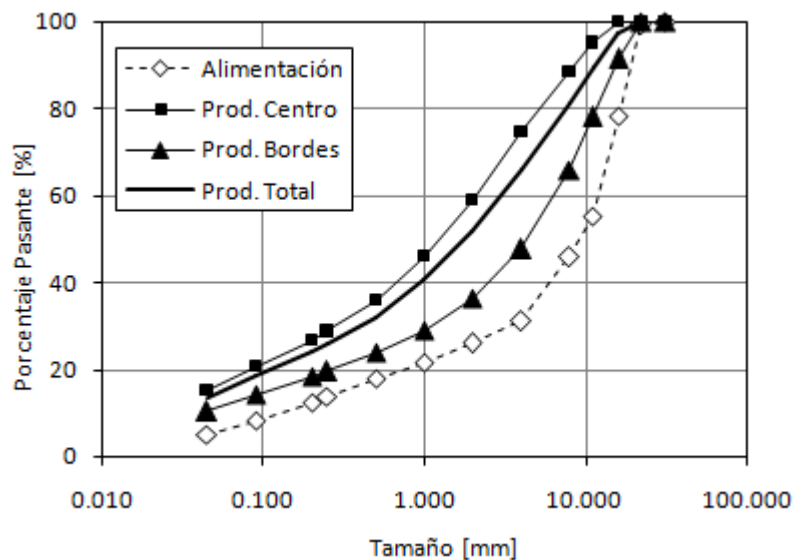
No. Prueba	19	<b>Condiciones de Operación</b>	
Código	P-A2	Diámetro Rodillos, mm	0.71
Fabricante	Polysius	Largo Rodillos, mm	0.21
<b>Mineral</b>	Andesita	Velocidad Periférica, m/s	0.29
Densidad, t/m <sup>3</sup>	2.8	Presión de operación, bar	40
Humedad, %	N/A		

### Mediciones

Gap operacional, mm	N/A
Grosor del producto compactado, mm	N/A
Tonelaje, tph	N/A
Capacidad de tratamiento específica, ts/m <sup>3</sup> h	274
Presión específica, N/mm <sup>2</sup>	N/A
Potencia Neta, kW	N/A
Consumo específico de energía, kWh/t	1.47

### Granulometrías

Tamaño mm	Porcentaje Pasante, %			
	Alimentación	Prod. Centro	Prod. Bordes	Prod. Total
31.500	100.00	100.00	100.00	100.00
22.400	99.20	100.00	100.00	100.00
16.000	78.20	100.00	91.40	97.20
11.200	55.20	95.00	78.00	89.50
8.000	45.80	88.40	65.70	81.00
4.000	31.10	74.60	47.60	65.80
2.000	25.90	59.00	36.20	51.60
1.000	21.70	45.90	29.10	40.40
0.500	17.80	35.90	24.00	32.00
0.250	13.70	28.70	19.60	25.70
0.200	12.50	26.70	18.30	24.00
0.090	8.40	20.60	14.10	18.50
0.045	5.10	15.20	10.30	13.60



## RESUMEN PRUEBA PILOTO HPGR MODELO REGRO

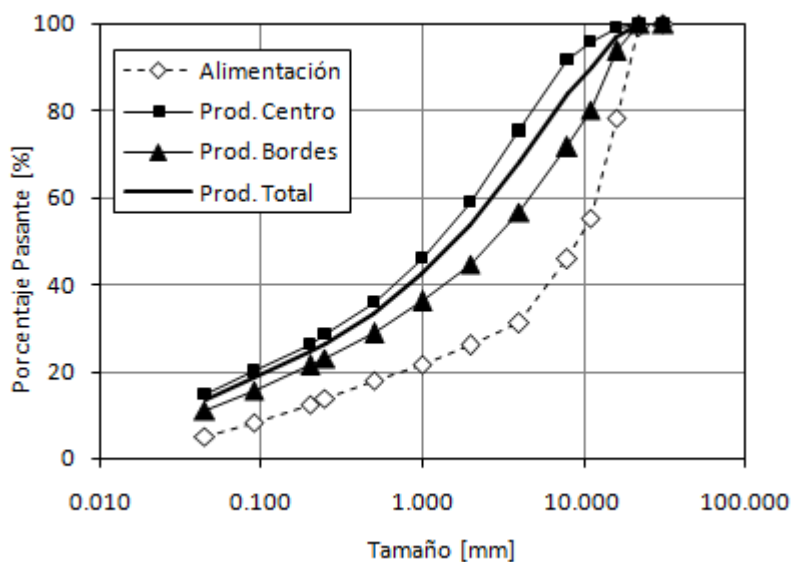
No. Prueba	20	<b>Condiciones de Operación</b>	
Código	P-A3	Diámetro Rodillos, mm	0.71
Fabricante	Polysius	Largo Rodillos, mm	0.21
<b>Mineral</b>	Andesita	Velocidad Periférica, m/s	0.29
Densidad, t/m3	2.8	Presión de operación, bar	50
Humedad, %	N/A		

### Mediciones

Gap operacional, mm	N/A
Grosor del producto compactado, mm	N/A
Tonelaje, tph	N/A
Capacidad de tratamiento específica, ts/m3h	267
Presión específica, N/mm2	N/A
Potencia Neta, kW	N/A
Consumo específico de energía, kWh/t	1.92

### Granulometrías

Tamaño mm	Porcentaje Pasante, %			
	Alimentación	Prod. Centro	Prod. Bordes	Prod. Total
31.500	100.00	100.00	100.00	100.00
22.400	99.20	100.00	100.00	100.00
16.000	78.20	99.00	93.70	97.00
11.200	55.20	95.70	80.00	89.80
8.000	45.80	91.50	71.60	84.00
4.000	31.10	75.30	56.50	68.20
2.000	25.90	59.00	44.60	53.60
1.000	21.70	46.00	36.10	42.30
0.500	17.80	35.80	28.70	33.10
0.250	13.70	28.40	23.00	26.40
0.200	12.50	26.30	21.30	24.40
0.090	8.40	20.00	15.70	18.40
0.045	5.10	14.80	10.90	13.30



## RESUMEN PRUEBA PILOTO HPGR MODELO REGRO

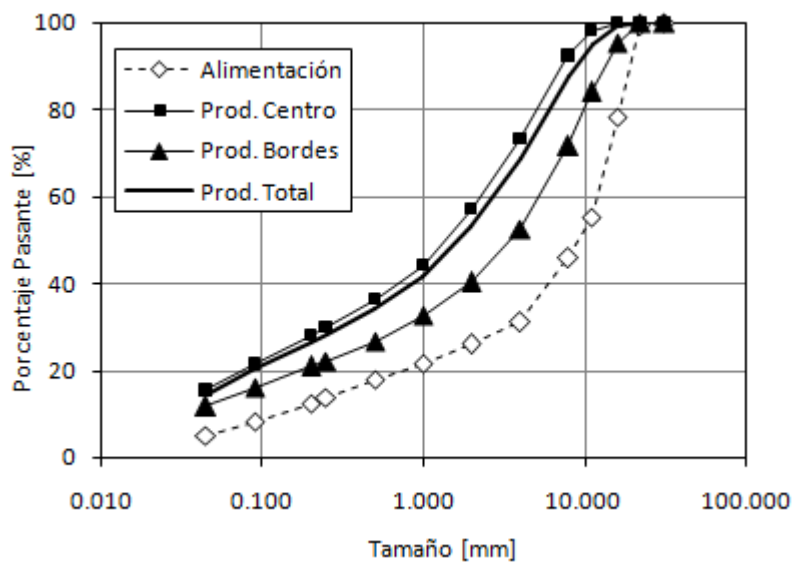
No. Prueba	21	<b>Condiciones de Operación</b>	
Código	P-A4		
Fabricante	Polysius		
<b>Mineral</b>	Andesita		
Densidad, t/m3	2.8		
Humedad, %	N/A		

### Mediciones

Gap operacional, mm	N/A
Grosor del producto compactado, mm	N/A
Tonelaje, tph	N/A
Capacidad de tratamiento específica, ts/m3h	157
Presión específica, N/mm2	N/A
Potencia Neta, kW	N/A
Consumo específico de energía, kWh/t	2.23

### Granulometrías

Tamaño mm	Porcentaje Pasante, %			
	Alimentación	Prod. Centro	Prod. Bordes	Prod. Total
31.500	100.00	100.00	100.00	100.00
22.400	99.20	100.00	100.00	100.00
16.000	78.20	100.00	95.20	98.90
11.200	55.20	98.00	84.00	94.80
8.000	45.80	92.20	71.60	87.50
4.000	31.10	73.30	52.40	68.60
2.000	25.90	56.90	40.20	53.10
1.000	21.70	44.30	32.60	41.70
0.500	17.80	36.40	26.70	34.20
0.250	13.70	29.90	22.20	28.10
0.200	12.50	27.90	20.90	26.30
0.090	8.40	21.30	16.10	20.20
0.045	5.10	15.40	11.70	14.60



## **Anexo B: Estimaciones del modelo para ambas litologías y fabricantes**

### Estimación de granulometría y consumo específico de energía

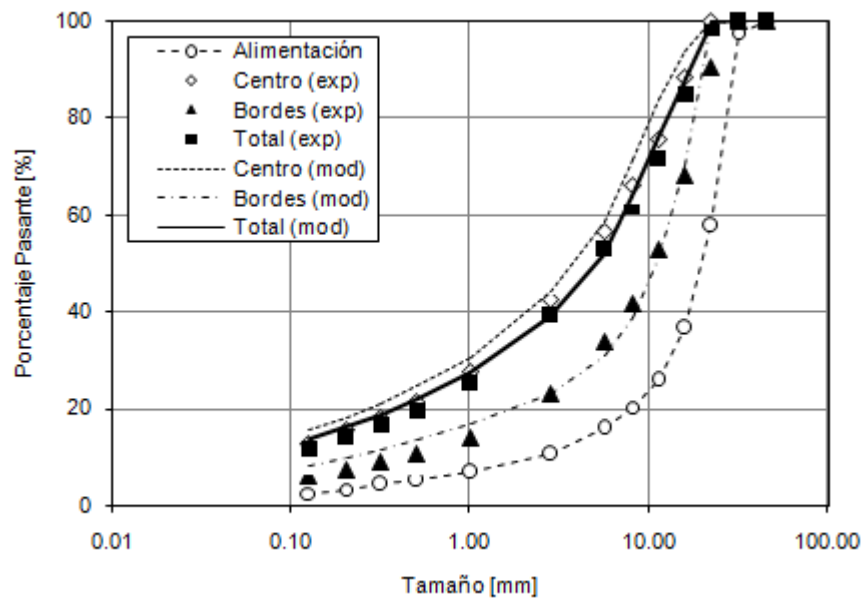
<b>No. Prueba</b>	<b>1</b>	<b>Parámetros del Modelo</b>	
<b>Código Prueba</b>	<b>K-P1</b>	alfa 1	0.15
Fabricante	KHD	alfa 2	0.21
Mineral	Pórfido	alfa 3	5.96
		S1E	0.75
<b>Variables de Entrada</b>		zeta 1	-1.23
Densidad, t/m3	2.74	zeta 2	-0.62
Densidad Aparente, t/m3	1.62	a	0.24
Velocidad Periférica, m/s	0.67	Diámetro Rodillo, m	0.80
Presión de Operación, bar	41	Largo Rodillo, m	0.25

### Consumo Específico de Energía

Experimental	1.44	Modelado	1.47
--------------	------	----------	------

### Granulometrías

tamaño mm	Acumulado Pasante / %						
	Alim	Experimental			Modelado		
		Centro	Bordes	Total	Centro	Bordes	Total
45.000	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
31.500	97.61	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
22.400	57.60	100.00	90.33	98.36	99.71	98.91	99.52
16.000	36.71	88.33	67.97	84.87	93.73	70.20	88.08
11.200	25.81	75.71	52.69	71.80	83.83	50.97	75.94
8.000	20.32	65.93	41.76	61.82	71.55	38.97	63.73
5.600	15.91	56.70	33.89	52.82	58.41	30.81	51.79
2.800	10.49	42.50	23.06	39.19	44.01	23.07	38.98
1.000	6.75	27.55	14.00	25.25	30.57	16.77	27.26
0.500	5.16	21.32	10.54	19.49	24.56	13.48	21.90
0.315	4.31	18.28	8.92	16.69	21.08	11.45	18.77
0.200	3.43	15.42	7.40	14.06	18.06	9.71	16.06
0.125	2.58	12.91	6.13	11.75	15.43	8.18	13.69
		Error			4.84	6.17	2.73





### Estimación de granulometría y consumo específico de energía

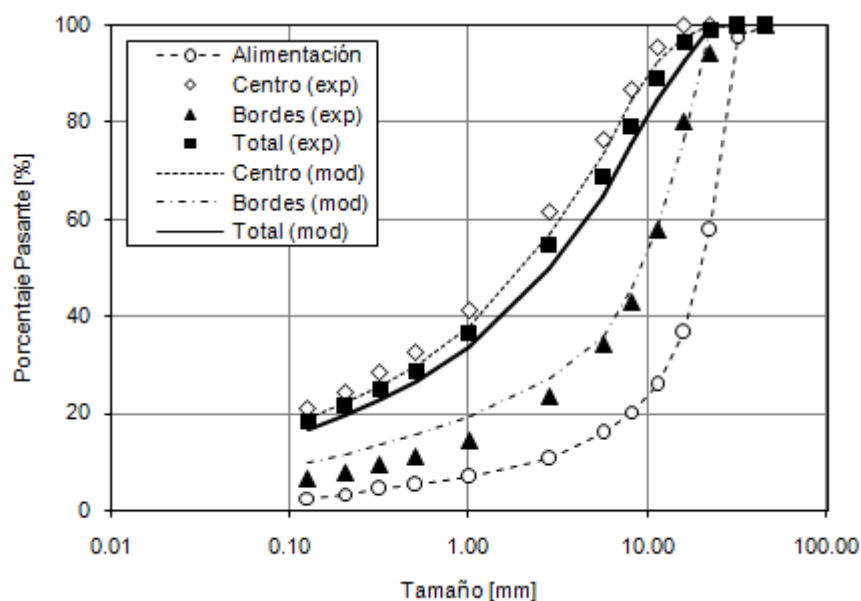
<b>No. Prueba</b>	<b>2</b>	<b>Parámetros del Modelo</b>	
<b>Código Prueba</b>	<b>K-P2</b>	alfa 1	0.15
Fabricante	KHD	alfa 2	0.21
Mineral	Pórfido	alfa 3	5.96
		S1E	0.75
<b>Variables de Entrada</b>		zeta 1	-1.23
Densidad, t/m <sup>3</sup>	2.74	zeta 2	-0.62
Densidad Aparente, t/m <sup>3</sup>	1.62	a	0.24
Velocidad Periférica, m/s	0.37	Diámetro Rodillo, m	0.80
Presión de Operación, bar	61	Largo Rodillo, m	0.25

### Consumo Específico de Energía

Experimental	2.06	Modelado	2.19
--------------	------	----------	------

### Granulometrías

tamaño mm	Acumulado Pasante / %						
	Alim	Experimental			Modelado		
		Centro	Bordes	Total	Centro	Bordes	Total
45.000	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
31.500	97.61	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
22.400	57.60	100.00	93.95	98.92	99.87	99.11	99.69
16.000	36.71	100.00	80.24	96.46	97.54	76.52	92.49
11.200	25.81	95.54	57.71	88.77	92.61	58.65	84.46
8.000	20.32	86.83	42.83	78.95	84.65	45.68	75.30
5.600	15.91	76.48	34.23	68.91	73.39	36.05	64.43
2.800	10.49	61.42	23.33	54.60	57.02	27.01	49.82
1.000	6.75	41.17	14.47	36.39	37.97	19.53	33.54
0.500	5.16	32.53	10.96	28.67	29.80	15.76	26.43
0.315	4.31	28.36	9.29	24.95	25.61	13.43	22.69
0.200	3.43	24.42	7.75	21.43	22.07	11.41	19.51
0.125	2.58	20.94	6.44	18.34	18.92	9.66	16.70
		Error			2.72	6.10	2.80



### Estimación de granulometría y consumo específico de energía

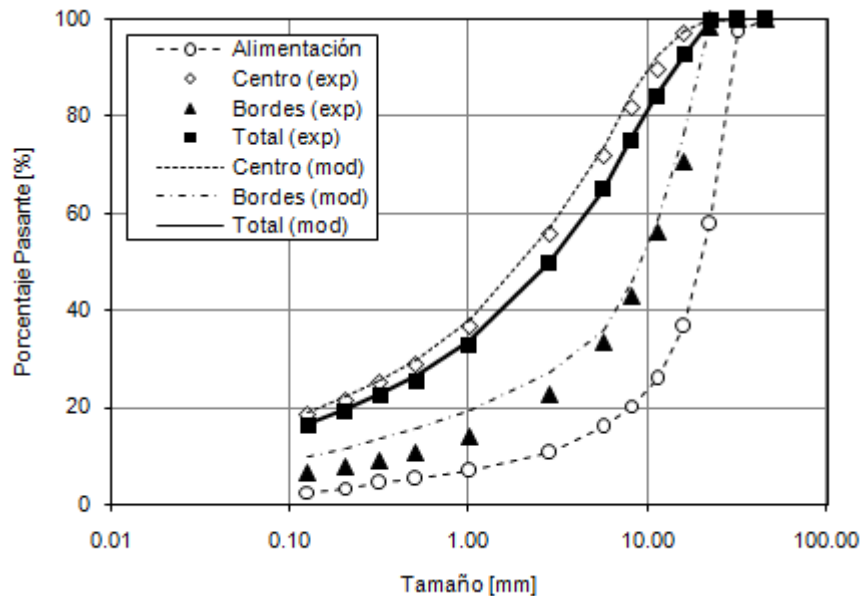
<b>No. Prueba</b>	<b>3</b>	<b>Parámetros del Modelo</b>	
<b>Código Prueba</b>	<b>K-P3</b>	alfa 1	0.15
Fabricante	KHD	alfa 2	0.21
Mineral	Pórfido	alfa 3	5.96
		S1E	0.75
<b>Variables de Entrada</b>		zeta 1	-1.23
Densidad, t/m3	2.74	zeta 2	-0.62
Densidad Aparente, t/m3	1.62	a	0.24
Velocidad Periférica, m/s	0.67	Diámetro Rodillo, m	0.80
Presión de Operación, bar	61	Largo Rodillo, m	0.25

### Consumo Específico de Energía

Experimental	2.03	Modelado	2.19
--------------	------	----------	------

### Granulometrías

tamaño mm	Acumulado Pasante / %						
	Alim	Experimental			Modelado		
		Centro	Bordes	Total	Centro	Bordes	Total
45.000	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
31.500	97.61	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
22.400	57.60	100.00	98.37	99.71	99.87	99.11	99.69
16.000	36.71	97.21	70.54	92.52	97.54	76.52	92.49
11.200	25.81	89.76	56.16	83.85	92.61	58.65	84.46
8.000	20.32	81.55	42.81	74.73	84.65	45.68	75.30
5.600	15.91	71.97	33.41	65.18	73.39	36.05	64.43
2.800	10.49	55.77	22.48	49.91	57.02	27.01	49.82
1.000	6.75	36.68	13.84	32.66	37.97	19.53	33.54
0.500	5.16	28.77	10.58	25.27	29.80	15.76	26.43
0.315	4.31	25.08	9.03	22.26	25.61	13.43	22.69
0.200	3.43	21.60	7.58	19.13	22.07	11.41	19.51
0.125	2.58	18.57	6.36	16.42	18.92	9.66	16.70
		Error			1.82	3.80	1.03



### Estimación de granulometría y consumo específico de energía

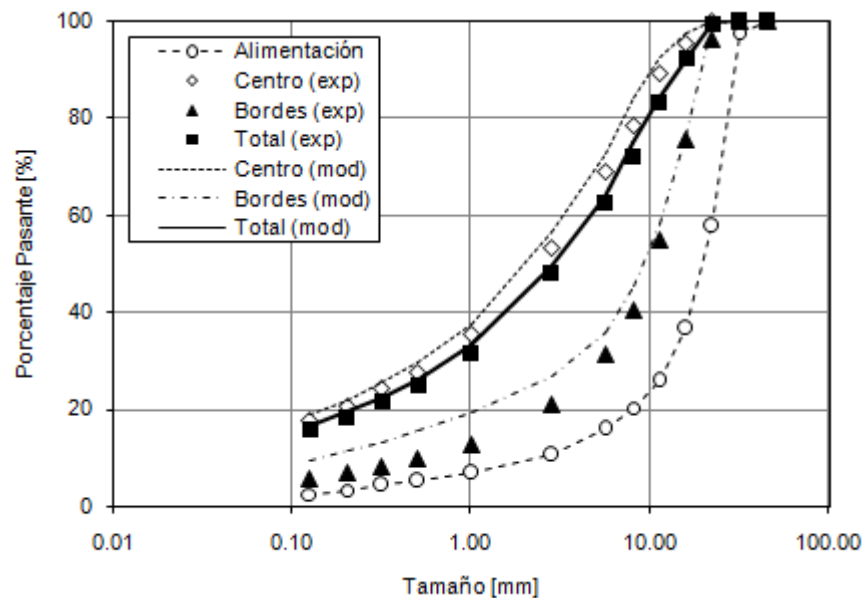
<b>No. Prueba</b>	<b>4</b>	<b>Parámetros del Modelo</b>	
<b>Código Prueba</b>	<b>K-P4</b>	alfa 1	0.15
Fabricante	KHD	alfa 2	0.21
Mineral	Pórfido	alfa 3	5.96
		S1E	0.75
<b>Variables de Entrada</b>		zeta 1	-1.23
Densidad, t/m3	2.74	zeta 2	-0.62
Densidad Aparente, t/m3	1.62	a	0.24
Velocidad Periférica, m/s	0.97	Diámetro Rodillo, m	0.80
Presión de Operación, bar	60	Largo Rodillo, m	0.25

### Consumo Específico de Energía

Experimental	2.04	Modelado	2.15
--------------	------	----------	------

### Granulometrías

tamaño mm	Acumulado Pasante / %						
	Alim	Experimental			Modelado		
		Centro	Bordes	Total	Centro	Bordes	Total
45.000	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
31.500	97.61	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
22.400	57.60	100.00	96.05	99.33	99.87	99.11	99.68
16.000	36.71	95.54	75.51	92.16	97.42	76.25	92.34
11.200	25.81	89.01	54.94	83.25	92.31	58.29	84.15
8.000	20.32	78.40	40.55	72.00	84.16	45.35	74.84
5.600	15.91	69.02	31.43	62.67	72.76	35.78	63.88
2.800	10.49	53.36	20.95	47.88	56.41	26.81	49.31
1.000	6.75	35.35	12.78	31.54	37.63	19.39	33.26
0.500	5.16	27.81	9.76	24.76	29.58	15.65	26.23
0.315	4.31	24.17	8.31	21.49	25.42	13.33	22.52
0.200	3.43	20.74	6.95	18.41	21.90	11.33	19.36
0.125	2.58	17.74	5.79	15.72	18.77	9.59	16.57
		Error			2.51	3.28	1.43



### Estimación de granulometría y consumo específico de energía

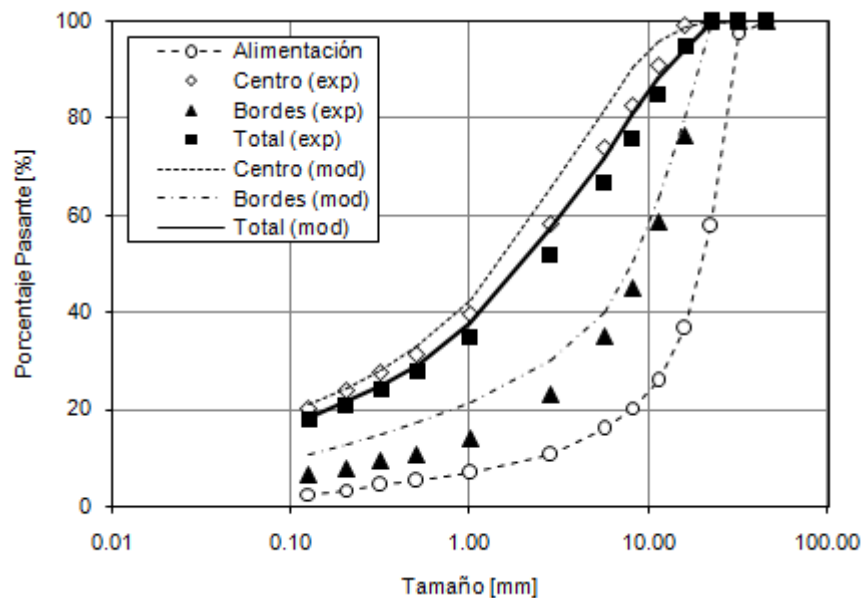
<b>No. Prueba</b>	<b>5</b>	<b>Parámetros del Modelo</b>	
<b>Código Prueba</b>	<b>K-P5</b>	alfa 1	0.15
Fabricante	KHD	alfa 2	0.21
Mineral	Pórfido	alfa 3	5.96
		S1E	0.75
<b>Variables de Entrada</b>		zeta 1	-1.23
Densidad, t/m <sup>3</sup>	2.74	zeta 2	-0.62
Densidad Aparente, t/m <sup>3</sup>	1.62	a	0.24
Velocidad Periférica, m/s	0.67	Diámetro Rodillo, m	0.80
Presión de Operación, bar	76	Largo Rodillo, m	0.25

### Consumo Específico de Energía

Experimental	2.40	Modelado	2.73
--------------	------	----------	------

### Granulometrías

tamaño mm	Acumulado Pasante / %						
	Alim	Experimental			Modelado		
		Centro	Bordes	Total	Centro	Bordes	Total
45.000	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
31.500	97.61	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
22.400	57.60	100.00	100.00	100.00	99.93	99.23	99.76
16.000	36.71	99.05	76.52	94.93	98.72	80.06	94.24
11.200	25.81	90.69	58.75	84.84	95.85	63.52	88.09
8.000	20.32	82.36	45.10	75.54	90.49	50.42	80.88
5.600	15.91	73.86	34.97	66.75	81.53	39.98	71.56
2.800	10.49	58.31	23.04	51.86	65.48	29.97	56.96
1.000	6.75	39.59	14.13	34.93	42.68	21.50	37.60
0.500	5.16	31.48	10.83	27.70	32.79	17.36	29.09
0.315	4.31	27.54	9.24	24.19	28.15	14.81	24.95
0.200	3.43	23.76	7.74	20.83	24.34	12.61	21.52
0.125	2.58	20.34	6.46	17.80	20.91	10.71	18.46
		Error			4.47	3.89	3.10



### Estimación de granulometría y consumo específico de energía

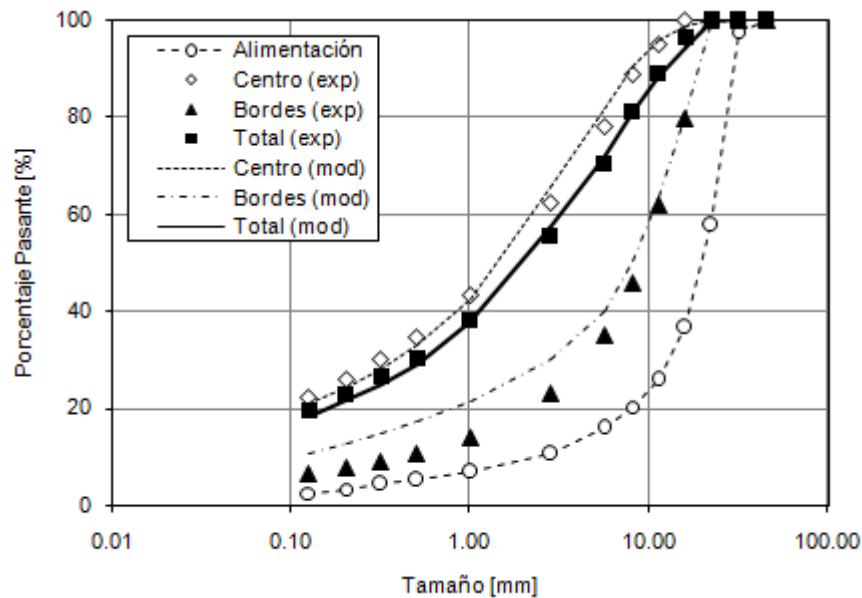
<b>No. Prueba</b>	<b>6</b>	<b>Parámetros del Modelo</b>	
<b>Código Prueba</b>	<b>K-P6</b>	alfa 1	0.15
Fabricante	KHD	alfa 2	0.21
Mineral	Pórfido	alfa 3	5.96
		S1E	0.75
<b>Variables de Entrada</b>		zeta 1	-1.23
Densidad, t/m3	2.74	zeta 2	-0.62
Densidad Aparente, t/m3	1.62	a	0.24
Velocidad Periférica, m/s	0.66	Diámetro Rodillo, m	0.80
Presión de Operación, bar	76	Largo Rodillo, m	0.25

### Consumo Específico de Energía

Experimental	2.48	Modelado	2.73
--------------	------	----------	------

### Granulometrías

tamaño mm	Acumulado Pasante / %						
	Alim	Experimental			Modelado		
		Centro	Bordes	Total	Centro	Bordes	Total
45.000	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
31.500	97.61	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
22.400	57.60	100.00	100.00	100.00	99.93	99.23	99.76
16.000	36.71	100.00	79.63	96.39	98.72	80.06	94.24
11.200	25.81	95.05	61.83	89.17	95.85	63.52	88.09
8.000	20.32	88.71	45.68	81.10	90.49	50.42	80.88
5.600	15.91	78.07	35.18	70.48	81.53	39.98	71.56
2.800	10.49	62.52	22.99	55.53	65.48	29.97	56.96
1.000	6.75	43.18	13.99	38.01	42.68	21.50	37.60
0.500	5.16	34.43	10.68	30.23	32.79	17.36	29.09
0.315	4.31	30.14	9.12	26.42	28.15	14.81	24.95
0.200	3.43	26.01	7.65	22.76	24.34	12.61	21.52
0.125	2.58	22.39	6.40	19.56	20.91	10.71	18.46
		Error			3.57	3.61	2.06



## Estimación de granulometría y consumo específico de energía

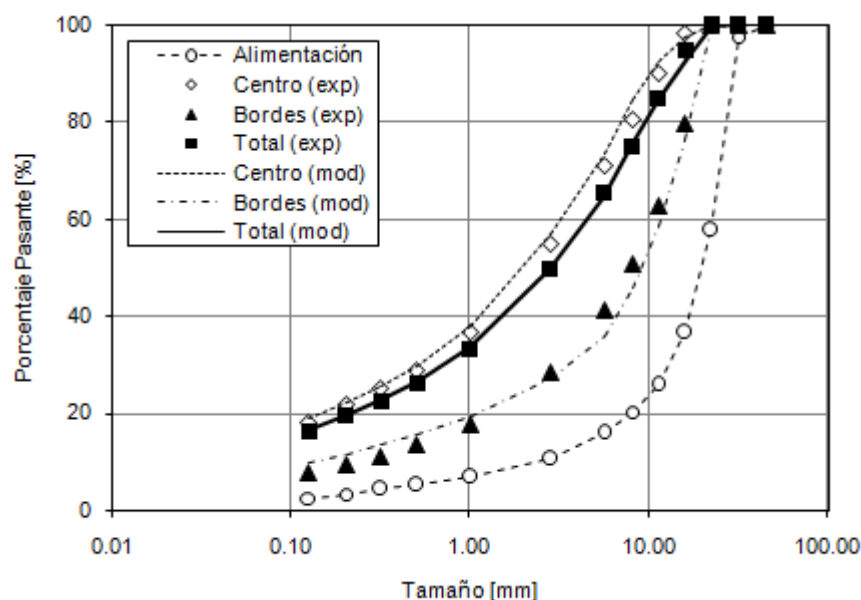
<b>No. Prueba</b>	<b>7</b>	<b>Parámetros del Modelo</b>	
<b>Código Prueba</b>	<b>K-P7</b>	alfa 1	0.15
Fabricante	KHD	alfa 2	0.21
Mineral	Pórfido	alfa 3	5.96
		S1E	0.75
<b>Variables de Entrada</b>		zeta 1	-1.23
Densidad, t/m3	2.74	zeta 2	-0.62
Densidad Aparente, t/m3	1.62	a	0.24
Velocidad Periférica, m/s	0.66	Diámetro Rodillo, m	0.80
Presión de Operación, bar	61	Largo Rodillo, m	0.25

### Consumo Específico de Energía

Experimental	1.98	Modelado	2.19
--------------	------	----------	------

### Granulometrías

tamaño mm	Acumulado Pasante / %						
	Alim	Experimental			Modelado		
		Centro	Bordes	Total	Centro	Bordes	Total
45.000	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
31.500	97.61	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
22.400	57.60	100.00	100.00	100.00	99.87	99.11	99.69
16.000	36.71	98.23	79.70	94.77	97.54	76.52	92.49
11.200	25.81	90.01	62.68	84.90	92.61	58.65	84.46
8.000	20.32	80.53	50.66	74.94	84.65	45.68	75.30
5.600	15.91	70.98	41.17	65.41	73.39	36.05	64.43
2.800	10.49	54.74	28.57	49.84	57.02	27.01	49.82
1.000	6.75	36.73	17.87	33.20	37.97	19.53	33.54
0.500	5.16	28.87	13.36	25.97	29.80	15.76	26.43
0.315	4.31	24.99	11.21	22.42	25.61	13.43	22.69
0.200	3.43	21.65	9.43	19.36	22.07	11.41	19.51
0.125	2.58	18.04	7.66	16.09	18.92	9.66	16.70
		Error			2.50	3.44	1.95



## Estimación de granulometría y consumo específico de energía

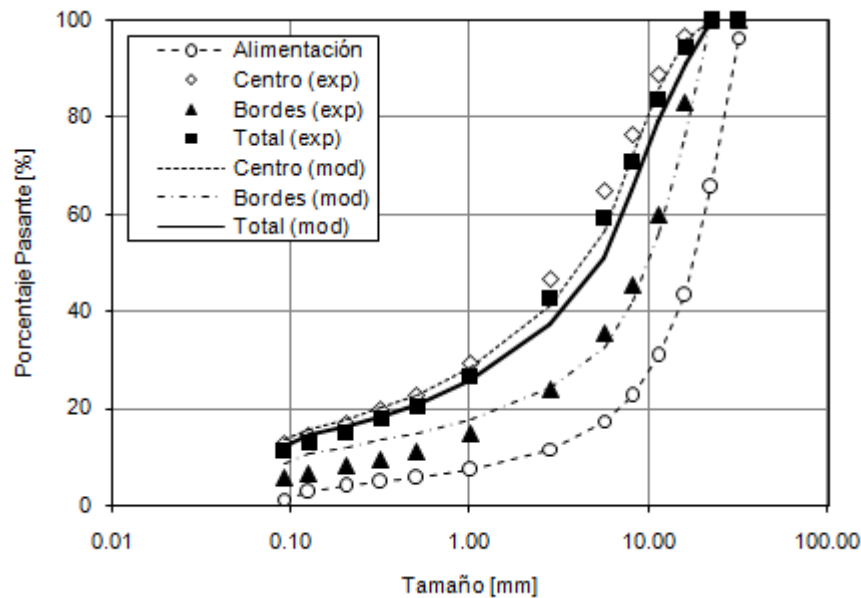
<b>No. Prueba</b>	<b>8</b>	<b>Parámetros del Modelo</b>	
<b>Código Prueba</b>	<b>K-A1</b>	alfa 1	0.12
Fabricante	KHD	alfa 2	0.18
Mineral	Andesita	alfa 3	5.38
		S1E	1.51
<b>Variables de Entrada</b>		zeta 1	-0.16
Densidad, t/m <sup>3</sup>	2.80	zeta 2	-0.42
Densidad Aparente, t/m <sup>3</sup>	1.66	a	0.24
Velocidad Periférica, m/s	0.67	Diámetro Rodillo, m	0.80
Presión de Operación, bar	39	Largo Rodillo, m	0.25

### Consumo Específico de Energía

Experimental	1.38	Modelado	1.37
--------------	------	----------	------

### Granulometrías

tamaño mm	Acumulado Pasante / %						
	Alim	Experimental			Modelado		
		Centro	Bordes	Total	Centro	Bordes	Total
31.500	96.32	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
22.400	65.50	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
16.000	43.26	96.77	82.80	94.19	95.71	75.87	90.95
11.200	30.93	88.77	59.73	83.39	86.06	56.29	78.91
8.000	22.68	76.38	45.21	70.62	72.04	42.02	64.83
5.600	17.47	64.68	35.32	59.25	56.73	32.57	50.93
2.800	11.59	46.79	23.83	42.54	41.25	24.21	37.16
1.000	7.42	29.41	14.64	26.68	28.37	17.81	25.84
0.500	5.75	22.70	11.14	20.57	22.85	14.95	20.95
0.315	4.86	19.66	9.55	17.79	20.11	13.40	18.50
0.200	3.88	16.76	8.01	15.14	17.82	11.94	16.41
0.125	2.79	14.24	6.59	12.82	15.70	10.46	14.44
0.090	1.31	12.71	5.78	11.43	13.42	8.68	12.28
		Error			3.49	4.69	3.63



### Estimación de granulometría y consumo específico de energía

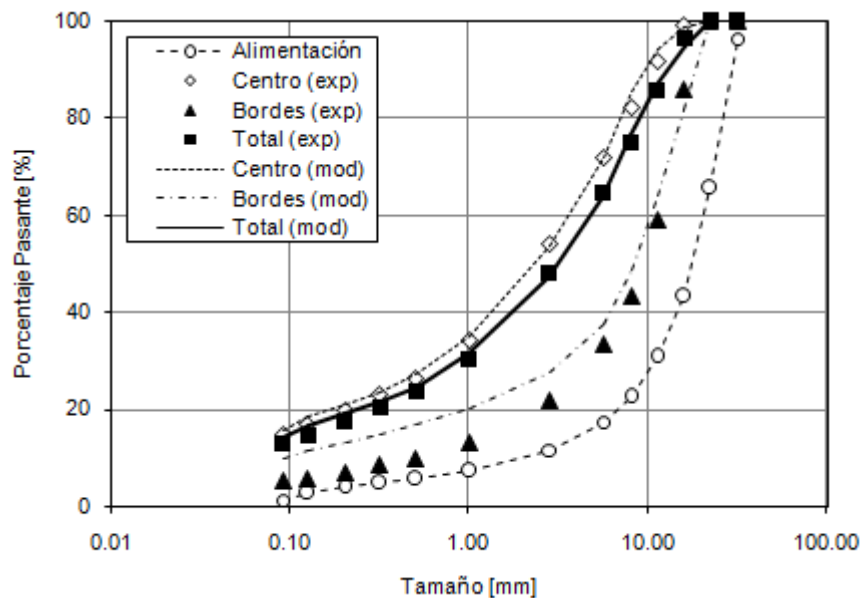
<b>No. Prueba</b>	<b>9</b>	<b>Parámetros del Modelo</b>	
<b>Código Prueba</b>	<b>K-A2</b>	alfa 1	0.12
Fabricante	KHD	alfa 2	0.18
Mineral	Andesita	alfa 3	5.38
		S1E	1.51
<b>Variables de Entrada</b>		zeta 1	-0.16
Densidad, t/m <sup>3</sup>	2.80	zeta 2	-0.42
Densidad Aparente, t/m <sup>3</sup>	1.66	a	0.24
Velocidad Periférica, m/s	0.37	Diámetro Rodillo, m	0.80
Presión de Operación, bar	60	Largo Rodillo, m	0.25

### Consumo Específico de Energía

Experimental	1.91	Modelado	2.11
--------------	------	----------	------

### Granulometrías

tamaño mm	Acumulado Pasante / %						
	Alim	Experimental			Modelado		
		Centro	Bordes	Total	Centro	Bordes	Total
31.500	96.32	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
22.400	65.50	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
16.000	43.26	98.91	86.00	96.52	98.61	81.81	94.58
11.200	30.93	91.80	58.99	85.73	94.23	63.97	86.97
8.000	22.68	82.13	43.49	74.98	85.33	48.82	76.57
5.600	17.47	71.74	33.53	64.67	71.82	37.58	63.60
2.800	11.59	54.03	22.00	48.10	53.53	27.71	47.33
1.000	7.42	34.30	13.16	30.39	35.02	20.11	31.44
0.500	5.75	26.55	9.99	23.49	27.12	16.73	24.62
0.315	4.86	23.01	8.52	20.33	23.63	14.92	21.54
0.200	3.88	19.62	7.09	17.30	20.89	13.28	19.07
0.125	2.79	16.88	5.84	14.67	18.39	11.66	16.78
0.090	1.31	14.90	5.15	13.10	15.82	9.77	14.36
		Error			2.31	5.72	2.61





### Estimación de granulometría y consumo específico de energía

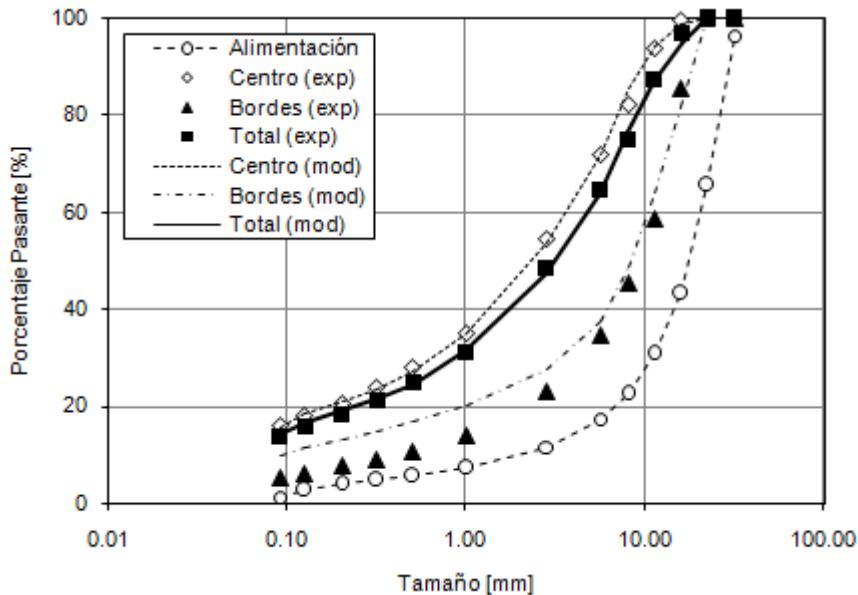
<b>No. Prueba</b>	<b>10</b>	<b>Parámetros del Modelo</b>	
<b>Código Prueba</b>	<b>K-A3</b>	alfa 1	0.12
Fabricante	KHD	alfa 2	0.18
Mineral	Andesita	alfa 3	5.38
		S1E	1.51
<b>Variables de Entrada</b>		zeta 1	-0.16
Densidad, t/m3	2.80	zeta 2	-0.42
Densidad Aparente, t/m3	1.66	a	0.24
Velocidad Periférica, m/s	0.67	Diámetro Rodillo, m	0.80
Presión de Operación, bar	60	Largo Rodillo, m	0.25

### Consumo Específico de Energía

Experimental	2.03	Modelado	2.11
--------------	------	----------	------

### Granulometrías

tamaño mm	Acumulado Pasante / %						
	Alim	Experimental			Modelado		
		Centro	Bordes	Total	Centro	Bordes	Total
31.500	96.32	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
22.400	65.50	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
16.000	43.26	99.48	85.34	96.85	98.61	81.81	94.58
11.200	30.93	93.80	58.78	87.29	94.23	63.97	86.97
8.000	22.68	81.95	45.22	75.12	85.33	48.82	76.57
5.600	17.47	71.67	34.56	64.77	71.82	37.58	63.60
2.800	11.59	54.52	23.00	48.66	53.53	27.71	47.33
1.000	7.42	35.04	13.80	31.09	35.02	20.11	31.44
0.500	5.75	27.96	10.56	24.72	27.12	16.73	24.62
0.315	4.86	24.06	9.10	21.28	23.63	14.92	21.54
0.200	3.88	20.58	7.75	18.19	20.89	13.28	19.07
0.125	2.79	17.96	6.23	15.78	18.39	11.66	16.78
0.090	1.31	15.89	5.48	13.95	15.82	9.77	14.36
		Error			2.53	5.40	2.40



### Estimación de granulometría y consumo específico de energía

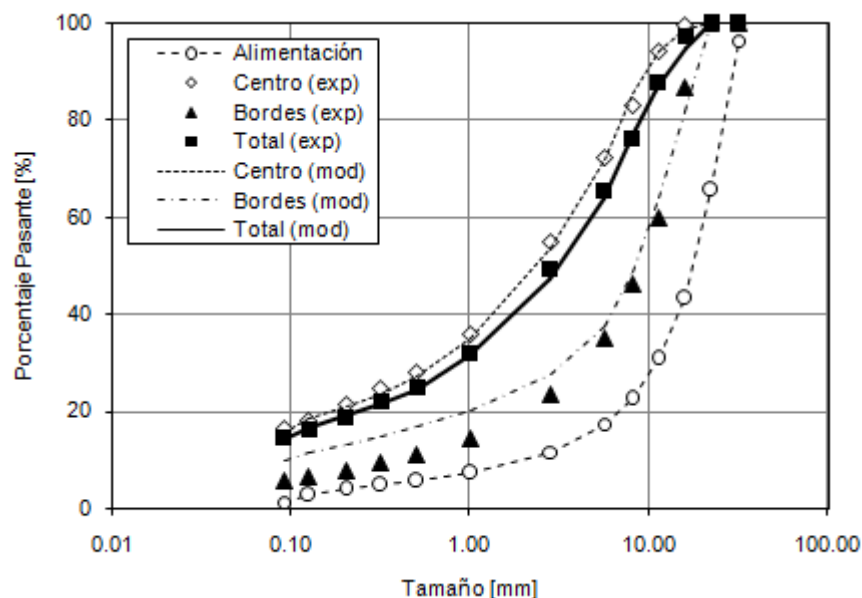
<b>No. Prueba</b>	<b>11</b>	<b>Parámetros del Modelo</b>	
<b>Código Prueba</b>	<b>K-A4</b>	alfa 1	0.12
Fabricante	KHD	alfa 2	0.18
Mineral	Andesita	alfa 3	5.38
		S1E	1.51
<b>Variables de Entrada</b>		zeta 1	-0.16
Densidad, t/m <sup>3</sup>	2.80	zeta 2	-0.42
Densidad Aparente, t/m <sup>3</sup>	1.66	a	0.24
Velocidad Periférica, m/s	0.97	Diámetro Rodillo, m	0.80
Presión de Operación, bar	60	Largo Rodillo, m	0.25

### Consumo Específico de Energía

Experimental	2.08	Modelado	2.11
--------------	------	----------	------

### Granulometrías

tamaño mm	Acumulado Pasante / %						
	Alim	Experimental			Modelado		
		Centro	Bordes	Total	Centro	Bordes	Total
31.500	96.32	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
22.400	65.50	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
16.000	43.26	99.53	86.74	97.19	98.61	81.81	94.58
11.200	30.93	94.20	59.85	87.91	94.23	63.97	86.97
8.000	22.68	83.04	46.24	76.31	85.33	48.82	76.57
5.600	17.47	72.21	35.23	65.45	71.82	37.58	63.60
2.800	11.59	54.99	23.27	49.19	53.53	27.71	47.33
1.000	7.42	35.83	14.35	31.90	35.02	20.11	31.44
0.500	5.75	28.16	11.05	25.03	27.12	16.73	24.62
0.315	4.86	24.66	9.47	21.88	23.63	14.92	21.54
0.200	3.88	21.26	7.89	18.81	20.89	13.28	19.07
0.125	2.79	18.24	6.47	16.09	18.39	11.66	16.78
0.090	1.31	16.43	5.67	14.46	15.82	9.77	14.36
		Error	2.08	5.76	2.16		



### Estimación de granulometría y consumo específico de energía

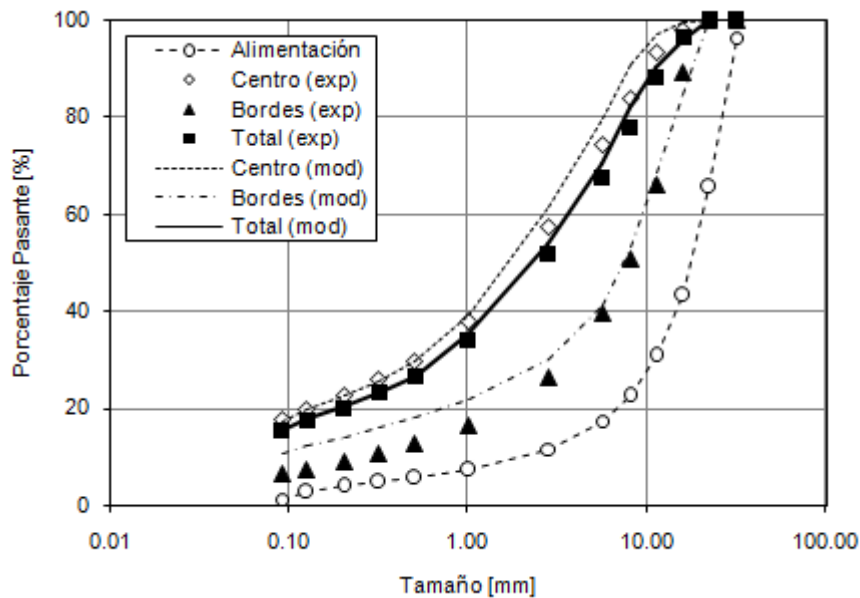
<b>No. Prueba</b>	<b>12</b>	<b>Parámetros del Modelo</b>	
<b>Código Prueba</b>	<b>K-A5</b>	alfa 1	0.12
Fabricante	KHD	alfa 2	0.18
Mineral	Andesita	alfa 3	5.38
		S1E	1.51
<b>Variables de Entrada</b>		zeta 1	-0.16
Densidad, t/m <sup>3</sup>	2.80	zeta 2	-0.42
Densidad Aparente, t/m <sup>3</sup>	1.66	a	0.24
Velocidad Periférica, m/s	0.66	Diámetro Rodillo, m	0.80
Presión de Operación, bar	75	Largo Rodillo, m	0.25

### Consumo Específico de Energía

Experimental	2.39	Modelado	2.63
--------------	------	----------	------

### Granulometrías

tamaño mm	Acumulado Pasante / %						
	Alim	Experimental			Modelado		
		Centro	Bordes	Total	Centro	Bordes	Total
31.500	96.32	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
22.400	65.50	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
16.000	43.26	97.96	89.35	96.34	99.35	84.83	95.86
11.200	30.93	93.50	65.87	88.31	96.89	68.50	90.07
8.000	22.68	84.00	50.92	77.78	90.89	53.36	81.88
5.600	17.47	74.21	39.45	67.67	79.85	41.18	70.56
2.800	11.59	57.44	26.47	51.61	61.43	30.23	53.94
1.000	7.42	37.84	16.59	33.84	39.27	21.68	35.05
0.500	5.75	29.76	12.53	26.52	29.54	17.91	26.75
0.315	4.86	26.07	10.64	23.17	25.57	15.92	23.25
0.200	3.88	22.55	8.82	19.97	22.58	14.16	20.56
0.125	2.79	19.64	7.31	17.33	19.86	12.44	18.08
0.090	1.31	17.73	6.36	15.59	17.11	10.48	15.52
		Error			2.88	4.90	1.98



### Estimación de granulometría y consumo específico de energía

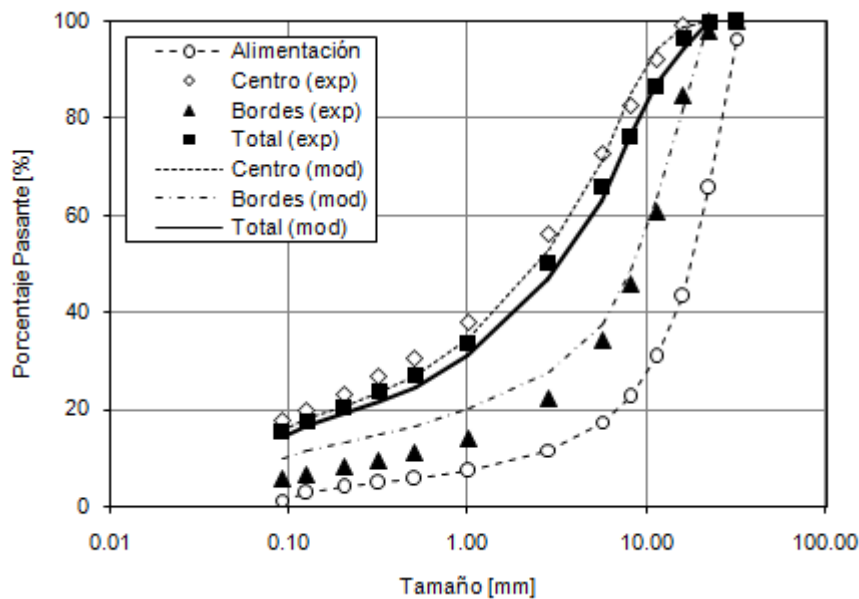
<b>No. Prueba</b>	<b>13</b>	<b>Parámetros del Modelo</b>	
<b>Código Prueba</b>	<b>K-A6</b>	alfa 1	0.12
Fabricante	KHD	alfa 2	0.18
Mineral	Andesita	alfa 3	5.38
		S1E	1.51
<b>Variables de Entrada</b>		zeta 1	-0.16
Densidad, t/m <sup>3</sup>	2.80	zeta 2	-0.42
Densidad Aparente, t/m <sup>3</sup>	1.66	a	0.24
Velocidad Periférica, m/s	0.66	Diámetro Rodillo, m	0.80
Presión de Operación, bar	59	Largo Rodillo, m	0.25

### Consumo Específico de Energía

Experimental	1.98	Modelado	2.07
--------------	------	----------	------

### Granulometrías

tamaño mm	Acumulado Pasante / %						
	Alim	Experimental			Modelado		
		Centro	Bordes	Total	Centro	Bordes	Total
31.500	96.32	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
22.400	65.50	100.00	97.92	99.63	100.00	100.00	100.00
16.000	43.26	99.18	84.51	96.54	98.54	81.58	94.47
11.200	30.93	92.08	60.77	86.44	93.99	63.64	86.70
8.000	22.68	82.75	45.74	76.09	84.86	48.51	76.13
5.600	17.47	72.59	34.39	65.72	71.20	37.34	63.07
2.800	11.59	56.08	22.25	49.99	52.97	27.55	46.86
1.000	7.42	38.13	14.06	33.80	34.72	20.00	31.19
0.500	5.75	30.36	10.98	26.87	26.94	16.65	24.47
0.315	4.86	26.64	9.47	23.55	23.49	14.85	21.42
0.200	3.88	22.93	7.98	20.24	20.77	13.22	18.96
0.125	2.79	19.68	6.61	17.33	18.28	11.60	16.68
0.090	1.31	17.61	5.80	15.49	15.72	9.72	14.28
		Error			2.63	4.14	2.11



### Estimación de granulometría y consumo específico de energía

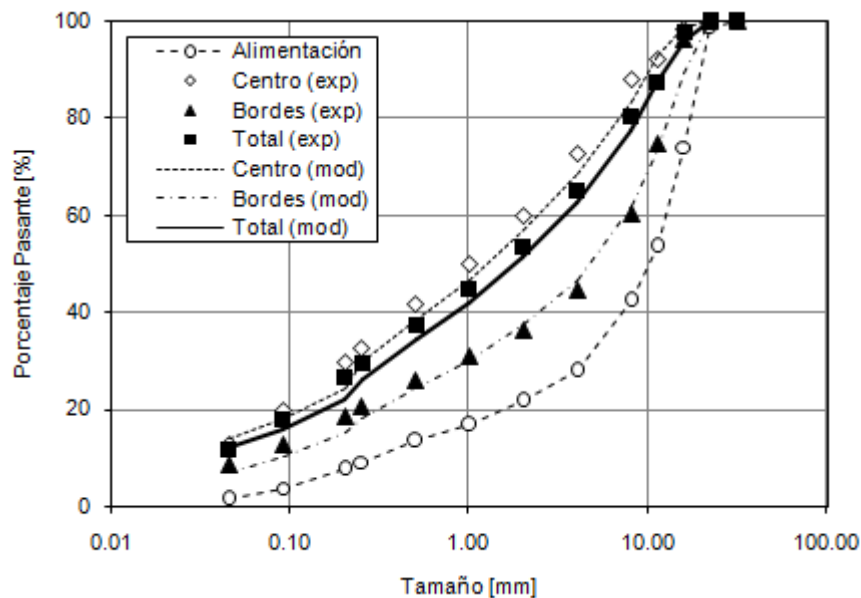
<b>No. Prueba</b>	<b>14</b>	<b>Parámetros del Modelo</b>	
<b>Código Prueba</b>	<b>P-P1</b>	alfa 1	0.73
Fabricante	Polysius	alfa 2	0.28
Mineral	Pórfido	alfa 3	25.51
		S1E	3.89
<b>Variables de Entrada</b>		zeta 1	1.37
Densidad, t/m3	2.70	zeta 2	-0.19
Densidad Aparente, t/m3	1.63	a	0.28
Velocidad Periférica, m/s	0.29	Diámetro Rodillo, m	0.71
Presión de Operación, bar	30	Largo Rodillo, m	0.21

### Consumo Específico de Energía

Experimental	1.00	Modelado	1.06
--------------	------	----------	------

### Granulometrías

tamaño mm	Acumulado Pasante / %						
	Alim	Experimental			Modelado		
		Centro	Bordes	Total	Centro	Bordes	Total
31.500	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
22.400	98.80	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
16.000	74.00	98.10	96.30	97.60	98.66	89.09	95.98
11.200	53.60	92.10	74.60	87.30	92.72	73.64	87.36
8.000	42.40	87.90	60.20	80.30	83.57	61.89	77.48
4.000	28.00	72.50	44.60	64.90	68.53	46.56	62.36
2.000	21.80	59.80	36.20	53.30	56.87	37.71	51.49
1.000	16.90	49.90	30.90	44.70	46.65	30.27	42.05
0.500	13.40	41.80	26.00	37.40	38.20	24.50	34.35
0.250	9.10	32.70	20.50	29.40	29.54	18.23	26.36
0.200	7.60	29.80	18.70	26.70	24.43	15.14	21.82
0.090	3.80	19.80	12.70	17.90	18.20	10.33	15.99
0.045	1.60	12.80	8.50	11.60	13.86	7.14	11.97
		Error	3.67	5.25	2.86		



### Estimación de granulometría y consumo específico de energía

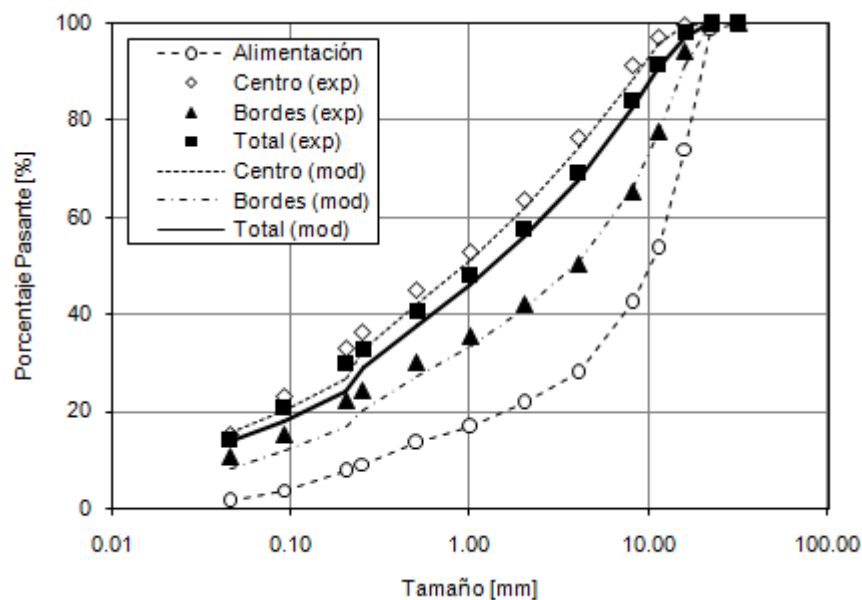
<b>No. Prueba</b>	<b>15</b>	<b>Parámetros del Modelo</b>	
<b>Código Prueba</b>	<b>P-P2</b>	alfa 1	0.73
Fabricante	Polysius	alfa 2	0.28
Mineral	Pórfido	alfa 3	25.51
		S1E	3.89
<b>Variables de Entrada</b>		zeta 1	1.37
Densidad, t/m <sup>3</sup>	2.70	zeta 2	-0.19
Densidad Aparente, t/m <sup>3</sup>	1.63	a	0.28
Velocidad Periférica, m/s	0.29	Diámetro Rodillo, m	0.71
Presión de Operación, bar	40	Largo Rodillo, m	0.21

### Consumo Específico de Energía

Experimental	1.38	Modelado	1.41
--------------	------	----------	------

### Granulometrías

tamaño mm	Acumulado Pasante / %						
	Alim	Experimental			Modelado		
		Centro	Bordes	Total	Centro	Bordes	Total
31.500	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
22.400	98.80	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
16.000	74.00	99.70	94.20	98.10	99.45	91.28	97.16
11.200	53.60	96.90	77.40	91.50	95.87	77.50	90.71
8.000	42.40	91.20	65.30	84.00	88.50	66.01	82.18
4.000	28.00	76.30	50.50	69.10	74.24	50.63	67.61
2.000	21.80	63.40	42.00	57.40	61.92	41.25	56.12
1.000	16.90	52.80	35.50	47.90	51.05	33.28	46.06
0.500	13.40	44.90	30.10	40.80	41.94	27.01	37.75
0.250	9.10	36.20	24.30	32.90	32.63	20.30	29.17
0.200	7.60	33.10	22.20	30.00	26.98	16.84	24.13
0.090	3.80	23.00	15.20	20.80	20.31	11.78	17.92
0.045	1.60	15.30	10.80	14.00	15.66	8.37	13.61
Error					2.91	2.98	2.46



## Estimación de granulometría y consumo específico de energía

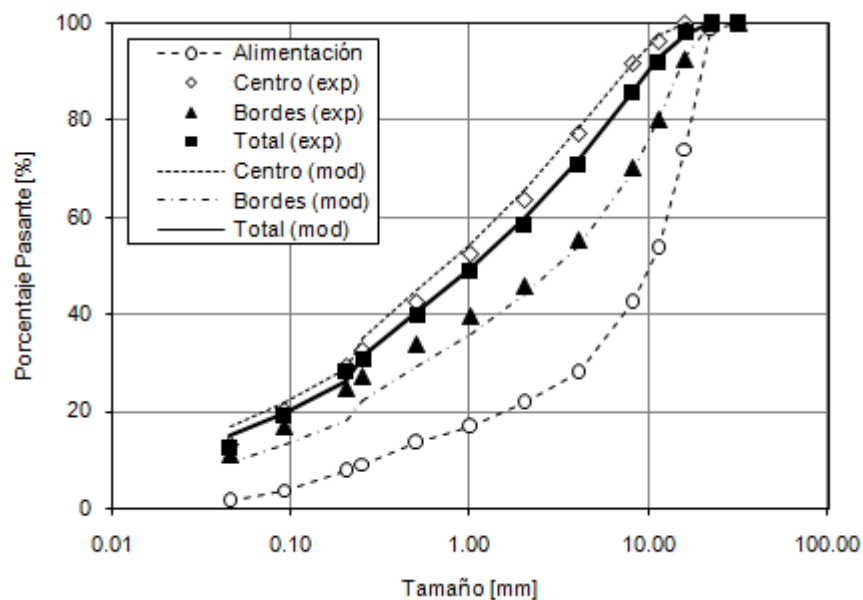
<b>No. Prueba</b>	<b>16</b>	<b>Parámetros del Modelo</b>	
<b>Código Prueba</b>	<b>P-P3</b>	alfa 1	0.73
Fabricante	Polysius	alfa 2	0.28
Mineral	Pórfido	alfa 3	25.51
		S1E	3.89
<b>Variables de Entrada</b>		zeta 1	1.37
Densidad, t/m <sup>3</sup>	2.70	zeta 2	-0.19
Densidad Aparente, t/m <sup>3</sup>	1.63	a	0.28
Velocidad Periférica, m/s	0.29	Diámetro Rodillo, m	0.71
Presión de Operación, bar	50	Largo Rodillo, m	0.21

### Consumo Específico de Energía

Experimental	1.71	Modelado	1.76
--------------	------	----------	------

### Granulometrías

tamaño mm	Acumulado Pasante / %						
	Alim	Experimental			Modelado		
		Centro	Bordes	Total	Centro	Bordes	Total
31.500	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
22.400	98.80	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
16.000	74.00	100.00	92.60	97.90	99.77	92.86	97.83
11.200	53.60	96.40	80.20	91.80	97.61	80.59	92.83
8.000	42.40	91.70	70.20	85.50	91.83	69.47	85.55
4.000	28.00	77.10	55.20	70.80	78.52	54.11	71.66
2.000	21.80	63.40	45.90	58.40	65.75	44.28	59.72
1.000	16.90	52.50	39.60	48.80	54.41	35.87	49.20
0.500	13.40	42.30	33.90	39.90	44.81	29.17	40.42
0.250	9.10	32.40	27.20	30.90	35.02	22.09	31.39
0.200	7.60	29.40	24.80	28.10	28.94	18.30	25.96
0.090	3.80	20.00	16.80	19.10	21.94	13.03	19.43
0.045	1.60	13.20	11.20	12.60	17.03	9.44	14.90
		Error			3.64	2.44	2.55



## Estimación de granulometría y consumo específico de energía

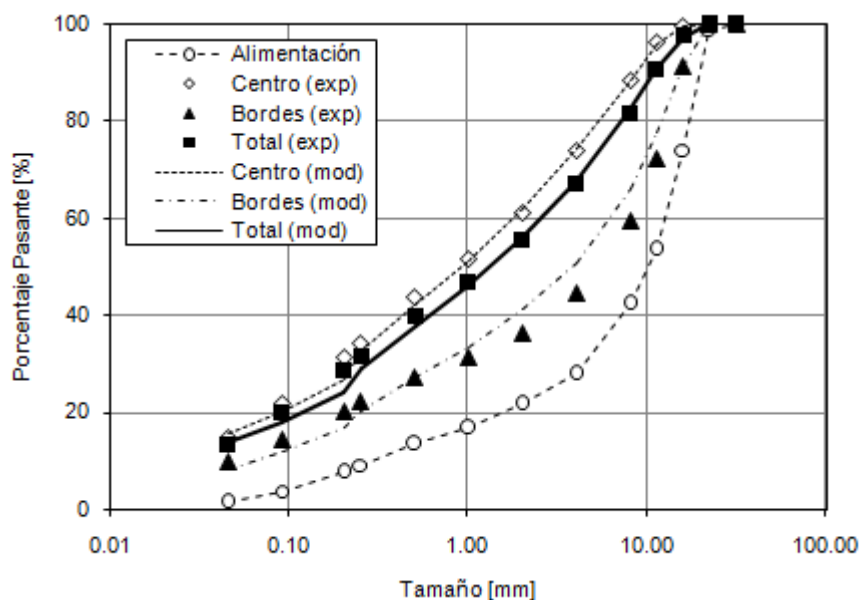
<b>No. Prueba</b>	<b>17</b>	<b>Parámetros del Modelo</b>	
<b>Código Prueba</b>	<b>P-P4</b>	alfa 1	0.73
Fabricante	Polysius	alfa 2	0.28
Mineral	Pórfido	alfa 3	25.51
		S1E	3.89
<b>Variables de Entrada</b>		zeta 1	1.37
Densidad, t/m <sup>3</sup>	2.70	zeta 2	-0.19
Densidad Aparente, t/m <sup>3</sup>	1.63	a	0.28
Velocidad Periférica, m/s	0.29	Diámetro Rodillo, m	0.71
Presión de Operación, bar	40	Largo Rodillo, m	0.21

### Consumo Específico de Energía

Experimental	1.57	Modelado	1.41
--------------	------	----------	------

### Granulometrías

tamaño mm	Acumulado Pasante / %						
	Alim	Experimental			Modelado		
		Centro	Bordes	Total	Centro	Bordes	Total
31.500	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
22.400	98.80	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
16.000	74.00	99.40	91.10	97.50	99.45	91.28	97.16
11.200	53.60	96.10	72.30	90.60	95.87	77.50	90.71
8.000	42.40	88.40	59.30	81.70	88.50	66.01	82.18
4.000	28.00	73.90	44.60	67.20	74.24	50.63	67.61
2.000	21.80	61.10	36.10	55.40	61.92	41.25	56.12
1.000	16.90	51.70	31.40	47.00	51.05	33.28	46.06
0.500	13.40	43.60	27.20	39.80	41.94	27.01	37.75
0.250	9.10	34.40	22.10	31.60	32.63	20.30	29.17
0.200	7.60	31.40	20.30	28.80	26.98	16.84	24.13
0.090	3.80	21.70	14.20	20.00	20.31	11.78	17.92
0.045	1.60	14.60	9.80	13.50	15.66	8.37	13.61
Error					2.60	3.65	2.30





### Estimación de granulometría y consumo específico de energía

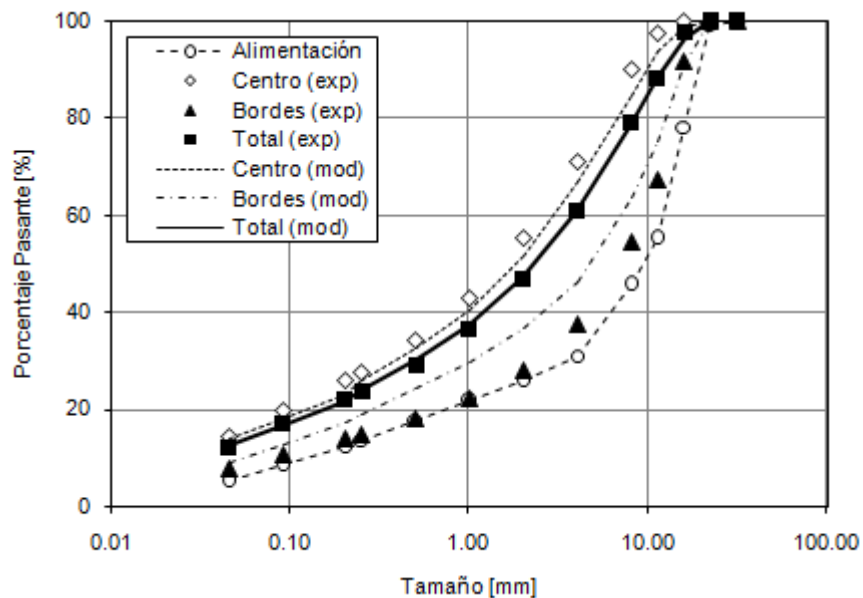
<b>No. Prueba</b>	<b>18</b>	<b>Parámetros del Modelo</b>	
<b>Código Prueba</b>	<b>P-A1</b>	alfa 1	0.26
Fabricante	Polysius	alfa 2	0.16
Mineral	Andesita	alfa 3	2.01
		S1E	2.84
<b>Variables de Entrada</b>		zeta 1	0.54
Densidad, t/m <sup>3</sup>	2.70	zeta 2	-0.46
Densidad Aparente, t/m <sup>3</sup>	1.63	a	0.29
Velocidad Periférica, m/s	0.29	Diámetro Rodillo, m	0.71
Presión de Operación, bar	30	Largo Rodillo, m	0.21

### Consumo Específico de Energía

Experimental	1.04	Modelado	1.06
--------------	------	----------	------

### Granulometrías

tamaño mm	Acumulado Pasante / %						
	Alim	Experimental			Modelado		
		Centro	Bordes	Total	Centro	Bordes	Total
31.500	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
22.400	99.20	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
16.000	78.20	100.00	91.70	97.50	98.72	90.65	96.34
11.200	55.20	97.50	67.10	88.20	93.64	75.14	88.19
8.000	45.80	89.90	54.50	79.10	84.81	63.44	78.52
4.000	31.10	71.00	37.50	60.80	66.86	46.02	60.73
2.000	25.90	55.10	27.90	46.80	51.75	36.61	47.30
1.000	21.70	42.90	22.20	36.50	40.56	29.63	37.34
0.500	17.80	34.10	18.00	29.20	32.58	24.16	30.11
0.250	13.70	27.70	14.90	23.80	25.94	19.07	23.92
0.200	12.50	25.80	13.90	22.20	23.16	17.22	21.42
0.090	8.40	19.80	10.80	17.00	18.05	12.71	16.48
0.045	5.10	14.30	7.80	12.30	13.92	9.04	12.48
		Error			2.36	4.91	1.20



### Estimación de granulometría y consumo específico de energía

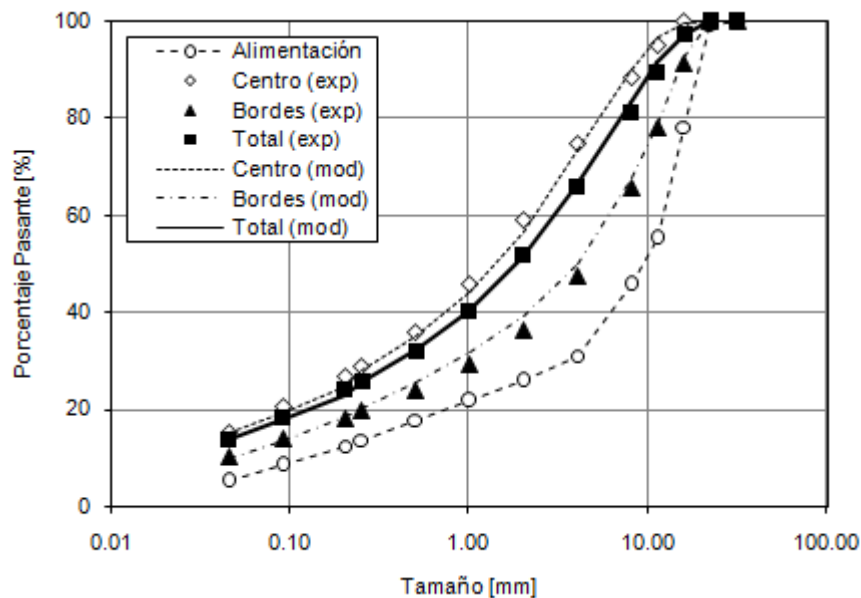
<b>No. Prueba</b>	<b>19</b>	<b>Parámetros del Modelo</b>	
<b>Código Prueba</b>	<b>P-A2</b>	alfa 1	0.26
Fabricante	Polysius	alfa 2	0.16
Mineral	Andesita	alfa 3	2.01
		S1E	2.84
<b>Variables de Entrada</b>		zeta 1	0.54
Densidad, t/m <sup>3</sup>	2.70	zeta 2	-0.46
Densidad Aparente, t/m <sup>3</sup>	1.63	a	0.29
Velocidad Periférica, m/s	0.29	Diámetro Rodillo, m	0.71
Presión de Operación, bar	40	Largo Rodillo, m	0.21

### Consumo Específico de Energía

Experimental	1.47	Modelado	1.41
--------------	------	----------	------

### Granulometrías

tamaño mm	Acumulado Pasante / %						
	Alim	Experimental			Modelado		
		Centro	Bordes	Total	Centro	Bordes	Total
31.500	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
22.400	99.20	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
16.000	78.20	100.00	91.40	97.20	99.46	92.51	97.41
11.200	55.20	95.00	78.00	89.50	96.59	79.01	91.42
8.000	45.80	88.40	65.70	81.00	89.95	67.55	83.36
4.000	31.10	74.60	47.60	65.80	73.29	49.82	66.38
2.000	25.90	59.00	36.20	51.60	56.61	39.35	51.53
1.000	21.70	45.90	29.10	40.40	44.00	31.62	40.36
0.500	17.80	35.90	24.00	32.00	35.15	25.71	32.37
0.250	13.70	28.70	19.60	25.70	27.94	20.35	25.71
0.200	12.50	26.70	18.30	24.00	24.86	18.34	22.94
0.090	8.40	20.60	14.10	18.50	19.54	13.72	17.83
0.045	5.10	15.20	10.30	13.60	15.27	9.96	13.71
		Error			2.50	1.20	1.50



### Estimación de granulometría y consumo específico de energía

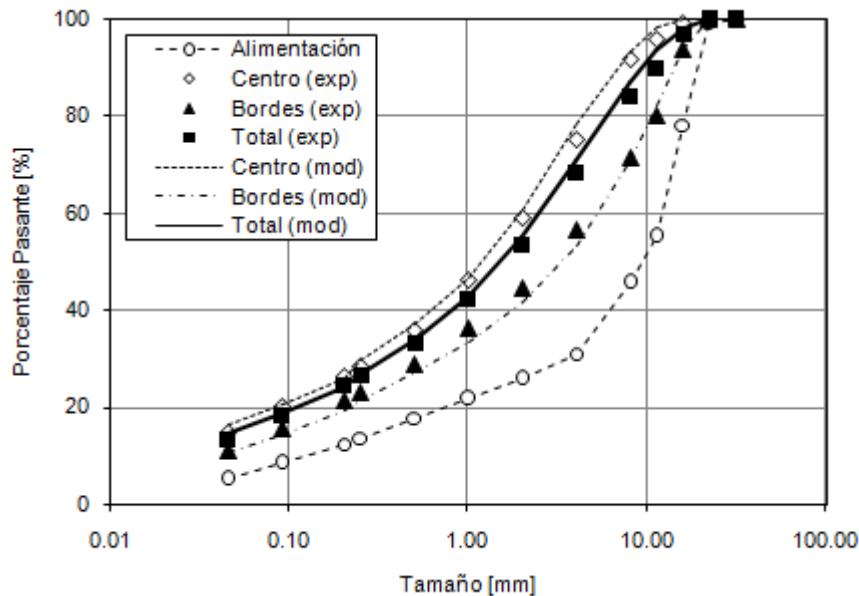
<b>No. Prueba</b>	<b>20</b>	<b>Parámetros del Modelo</b>	
<b>Código Prueba</b>	<b>P-A3</b>	alfa 1	0.26
Fabricante	Polysius	alfa 2	0.16
Mineral	Andesita	alfa 3	2.01
		S1E	2.84
<b>Variables de Entrada</b>		zeta 1	0.54
Densidad, t/m <sup>3</sup>	2.70	zeta 2	-0.46
Densidad Aparente, t/m <sup>3</sup>	1.63	a	0.29
Velocidad Periférica, m/s	0.29	Diámetro Rodillo, m	0.71
Presión de Operación, bar	50	Largo Rodillo, m	0.21

### Consumo Específico de Energía

Experimental	1.92	Modelado	1.76
--------------	------	----------	------

### Granulometrías

tamaño mm	Acumulado Pasante / %						
	Alim	Experimental			Modelado		
		Centro	Bordes	Total	Centro	Bordes	Total
31.500	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
22.400	99.20	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
16.000	78.20	99.00	93.70	97.00	99.76	93.85	98.02
11.200	55.20	95.70	80.00	89.80	98.15	82.08	93.42
8.000	45.80	91.50	71.60	84.00	93.31	71.05	86.76
4.000	31.10	75.30	56.50	68.20	78.27	53.20	70.90
2.000	25.90	59.00	44.60	53.60	60.51	41.81	55.01
1.000	21.70	46.00	36.10	42.30	46.76	33.39	42.82
0.500	17.80	35.80	28.70	33.10	37.18	27.08	34.20
0.250	13.70	28.40	23.00	26.40	29.50	21.47	27.13
0.200	12.50	26.30	21.30	24.40	26.15	19.30	24.14
0.090	8.40	20.00	15.70	18.40	20.68	14.59	18.89
0.045	5.10	14.80	10.90	13.30	16.29	10.76	14.66
		Error			1.83	2.32	1.98



### Estimación de granulometría y consumo específico de energía

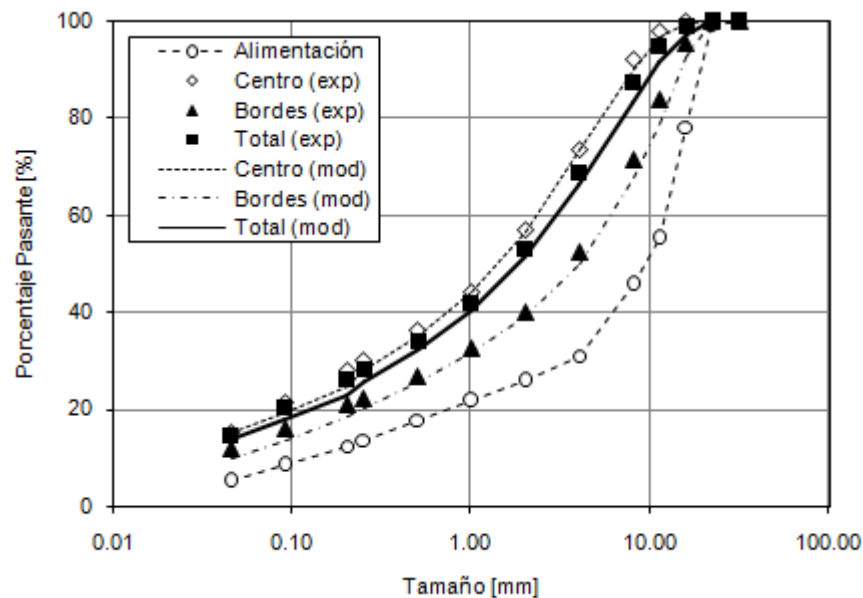
<b>No. Prueba</b>	<b>21</b>	<b>Parámetros del Modelo</b>	
<b>Código Prueba</b>	<b>P-A4</b>	alfa 1	0.26
Fabricante	Polysius	alfa 2	0.16
Mineral	Andesita	alfa 3	2.01
		S1E	2.84
<b>Variables de Entrada</b>		zeta 1	0.54
Densidad, t/m <sup>3</sup>	2.70	zeta 2	-0.46
Densidad Aparente, t/m <sup>3</sup>	1.63	a	0.29
Velocidad Periférica, m/s	0.29	Diámetro Rodillo, m	0.71
Presión de Operación, bar	40	Largo Rodillo, m	0.21

### Consumo Específico de Energía

Experimental	2.23	Modelado	1.41
--------------	------	----------	------

### Granulometrías

tamaño mm	Acumulado Pasante / %						
	Alim	Experimental			Modelado		
		Centro	Bordes	Total	Centro	Bordes	Total
31.500	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
22.400	99.20	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
16.000	78.20	100.00	95.20	98.90	99.46	92.51	97.41
11.200	55.20	98.00	84.00	94.80	96.59	79.01	91.42
8.000	45.80	92.20	71.60	87.50	89.95	67.55	83.36
4.000	31.10	73.30	52.40	68.60	73.29	49.82	66.38
2.000	25.90	56.90	40.20	53.10	56.61	39.35	51.53
1.000	21.70	44.30	32.60	41.70	44.00	31.62	40.36
0.500	17.80	36.40	26.70	34.20	35.15	25.71	32.37
0.250	13.70	29.90	22.20	28.10	27.94	20.35	25.71
0.200	12.50	27.90	20.90	26.30	24.86	18.34	22.94
0.090	8.40	21.30	16.10	20.20	19.54	13.72	17.83
0.045	5.10	15.40	11.70	14.60	15.27	9.96	13.71
Error					2.14	2.41	2.00



## **Anexo C: Código fuente de la librería HPGR**

```

PUBLIC FUNCTION HPGR(PARS_EQ AS VARIANT, CARAC AS VARIANT, PARAMS AS VARIANT, TAM AS VARIANT,
FALIM AS VARIANT, RES AS INTEGER) AS VARIANT

'CALCULA LA SOLUCIÓN DEL MODELO HPGR
'HPGR([CARACTERÍSTICAS EQUIPO],[CARACT. MINERAL],[PARÁMETROS],[TAMAÑOS],[% PASANTE ALIM],
RESULTADO)
'RES = 1: DENSIDAD DE PRODUCTO
'RES = 2: ÁNGULO DE COMPRESIÓN
'RES = 3: TONELAJE
'RES = 4: POTENCIA
'RES = 5: W
'RES = 6: PRODUCTO CENTRO
'RES = 7: PRODUCTO BORDES
'RES = 8: PRODUCTO TOTAL

'CARACTERÍSTICAS DEL EQUIPO
D = PARS_EQ(1, 1)
L = PARS_EQ(2, 1)
S0 = PARS_EQ(3, 1)
U = PARS_EQ(4, 1)
RP = PARS_EQ(5, 1)

'VARIABLES
RS = CARAC(1, 1)
RA = CARAC(2, 1)

'PARÁMETROS
ALPHA1 = PARAMS(1, 1)
ALPHA2 = PARAMS(2, 1)
ALPHA3 = PARAMS(3, 1)
S1E = PARAMS(4, 1)
Z1 = PARAMS(5, 1)
Z2 = PARAMS(6, 1)
A = PARAMS(7, 1)

'GRANULOMETRÍA ALIMENTACIÓN
N = TAM.ROWS.COUNT
KI = 1

FOR I = 1 TO N
    IF FALIM(I, 1) = FALIM(I + 1, 1) THEN KI = KI + 1
NEXT I

N = N - KI + 1

DIM X AS VARIANT
DIM FUA AS VARIANT
DIM FIA AS VARIANT

REDIM X(1 TO N, 1 TO 1)
REDIM FUA(1 TO N, 1 TO 1)
REDIM FIA(1 TO N, 1 TO 1)

FOR I = 1 TO N
    FUA(I, 1) = FALIM(I + KI - 1, 1)
    X(I, 1) = TAM(I + KI - 1, 1)
NEXT I

FOR I = 1 TO N - 1
    FIA(I, 1) = FUA(I, 1) - FUA(I + 1, 1)
NEXT I
FIA(N, 1) = FUA(N, 1)

'MODELO DE TONELAJE

'DENSIDAD DEL QUEQUE
RQ = RS * 0.85
'ÁNGULO DE COMPRESIÓN INTER PARTÍCULA
AIP = WORKSHEETFUNCTION.ACOS((1 / (2 * D) * ((S0 + D) + SQR((S0 + D) ^ 2 - 4 * D * S0 * RQ /
RA))))
'TONELAJE TRATADO
GS = S0 * RQ * L * U * 3600

'MODELO DE POTENCIA

'FUERZA DE MOLIENDA (KN)
F = 100 * RP * D / 2 * L
'POTENCIA (KW)
P = 2 * F * SIN(AIP / 2) * U

```

```

'CONSUMO ESPECÍFICO DE ENERGÍA
W = P / GS

'MODELO DE GRANULOMETRÍA

'MATRIZ RUPTURA B, BIJ (AUSTIN Y LUCKIE)
DIM B AS VARIANT
REDIM B(1 TO N, 1 TO 1)

B(1, 1) = 1
FOR I = 2 TO N
  B(I, 1) = ALPHA1 * (X(I, 1) / X(2, 1)) ^ ALPHA2 + (1 - ALPHA1) * (X(I, 1) / X(2, 1)) ^ ALPHA3
NEXT I

DIM BIJ AS VARIANT
REDIM BIJ(1 TO N, 1 TO N)

FOR J = 1 TO N
  SBIJ = 0
  FOR I = 1 TO N - 1
    IF I > J THEN
      BIJ(I, J) = B(I - J + 1, 1) - B(I - J + 2, 1)
      SBIJ = SBIJ + BIJ(I, J)
    ELSE
      BIJ(I, J) = 0
    END IF
  NEXT I
  BIJ(N, J) = 1 - SBIJ
NEXT J

'MEDIA GEOMÉTRICA DE TAMAÑOS
DIM XP AS VARIANT
REDIM XP(1 TO N, 1 TO 1)

FOR I = 1 TO N - 1
  XP(I, 1) = SQR(X(I, 1) * X(I + 1, 1))
NEXT I
XP(N, 1) = X(N, 1) / 2

'VECTOR DE TASAS DE RUPTURA (HERBST Y FUERSTENAU)
DIM SIE AS VARIANT
REDIM SIE(1 TO N, 1 TO 1)

FOR I = 1 TO N
  SIE(I, 1) = S1E * EXP(Z1 * LOG(XP(I, 1) / XP(1, 1)) + Z2 * LOG(XP(I, 1) / XP(1, 1)) ^ 2)
NEXT I

'TAMAÑO CRÍTICO (MM)
XC = 1000 * (D * (1 - COS(AIP)) + S0)

'PRECHANCADO
DIM FISP AS VARIANT
DIM FIBP AS VARIANT
DIM PISP AS VARIANT
DIM FIIP AS VARIANT
REDIM FISP(1 TO N, 1 TO 1)
REDIM FIBP(1 TO N, 1 TO 1)
REDIM PISP(1 TO N, 1 TO 1)
REDIM FIIP(1 TO N, 1 TO 1)

IF X(1, 1) > XC THEN
  SFISP = 0

FOR I = 1 TO N
  IF X(I, 1) >= XC THEN
    FISP(I, 1) = FIA(I, 1)
    FIBP(I, 1) = 0
    SFISP = SFISP + FIA(I, 1)
  ELSE
    FISP(I, 1) = 0
    FIBP(I, 1) = FIA(I, 1)
  END IF
NEXT I

FOR I = 1 TO N
  FISP(I, 1) = 100 * FISP(I, 1) / SFISP
  FIBP(I, 1) = 100 * FIBP(I, 1) / (100 - SFISP)
NEXT I

```

```

PISP = WORKSHEETFUNCTION.MMULT(BIJ, FISP)

'ALIMENTACIÓN A COMPRESIÓN MULTICAPA
FOR I = 1 TO N
  FIIP(I, 1) = (SFISP * PISP(I, 1) + (100 - SFISP) * FIBP(I, 1)) / 100
NEXT I

ELSE
  FIIP = FIA
END IF

'DISTRIBUCIÓN DE PRESIÓN
NB = 31
DIM PK AS VARIANT
REDIM PK(1 TO NB, 1 TO 1)

FOR K = 1 TO NB
  XK = L / (2 * NB) * (2 * K - NB - 1)
  PK(K, 1) = -1 * (4 * XK ^ 2 - L ^ 2)
  SPK = SPK + PK(K, 1)
NEXT K

'POTENCIA POR BLOQUE
FOR K = 1 TO NB
  PK(K, 1) = P * PK(K, 1) / SPK
NEXT

'HOLDUP Y TIEMPO DE RESIDENCIA
Z = D / 2 * SIN(AIP)
TAU = Z / (U * 3600)
HK = GS * TAU / NB

'MATRIZ DE REID
DIM AIJ AS VARIANT
REDIM AIJ(1 TO N, 1 TO N)

AIJ(1, 1) = FIIP(1, 1)
FOR I = 1 TO N
  FOR J = 1 TO N

    IF I < J THEN
      AIJ(I, J) = 0
    ELSEIF I > J THEN
      SAIJ = 0
      FOR K = J TO I - 1
        SAIJ = SAIJ + BIJ(I, K) * SIE(K, 1) * AIJ(K, J) / (SIE(I, 1) - SIE(J, 1))
      NEXT K
      AIJ(I, J) = SAIJ
    ELSE
      SAIJ = 0
      FOR K = 1 TO I - 1
        SAIJ = SAIJ + AIJ(I, K)
      NEXT K
      AIJ(I, J) = FIIP(I, 1) - SAIJ
    END IF

  NEXT J
NEXT I

DIM PIT AS VARIANT
REDIM PIT(1 TO N, 1 TO NB)

FOR I = 1 TO N
  FOR J = 1 TO NB
    PIT(I, J) = EXP(-1 * SIE(I, 1) * (PK(J, 1) / HK) * Z / (U * 3600))
  NEXT J
NEXT I

'PRODUCTO BLOQUES
PIT = WORKSHEETFUNCTION.MMULT(AIJ, PIT)

DIM PIHPGR AS VARIANT
REDIM PIHPGR(1 TO N, 1 TO 1)

FOR I = 1 TO N
  SPIT = 0
  FOR J = 1 TO NB
    SPIT = SPIT + PIT(I, J)
  NEXT J
NEXT I

```



```

        PIHPGR(I, 1) = SPIT / NB
    NEXT J
NEXT I

'PRODUCTO BORDES Y CENTRO
E = A * NB / 2
DIM PIB AS VARIANT
DIM PIC AS VARIANT
REDIM PIB(1 TO N, 1 TO 1)
REDIM PIC(1 TO N, 1 TO 1)

FOR I = 1 TO N
    SPIB = 0
    FOR K = 1 TO INT(E)
        SPIB = SPIB + PIT(I, K)
    NEXT K
    PIB(I, 1) = (SPIB + (E - INT(E)) * PIT(I, INT(E) + 1)) / E
    PIC(I, 1) = (PIHPGR(I, 1) - A * PIB(I, 1)) / (1 - A)
NEXT I

'ACUMULADO PASANTE
DIM PUB AS VARIANT
DIM PUC AS VARIANT
DIM PUHPGR AS VARIANT
REDIM PUB(1 TO N + KI - 1, 1 TO 1)
REDIM PUC(1 TO N + KI - 1, 1 TO 1)
REDIM PUHPGR(1 TO N + KI - 1, 1 TO 1)

FOR I = 1 TO KI
    PUB(I, 1) = 100
    PUC(I, 1) = 100
    PUHPGR(I, 1) = 100
NEXT I

FOR I = KI + 1 TO N + KI - 1
    PUB(I, 1) = PUB(I - 1, 1) - PIB(I - KI, 1)
    PUC(I, 1) = PUC(I - 1, 1) - PIC(I - KI, 1)
    PUHPGR(I, 1) = PUHPGR(I - 1, 1) - PIHPGR(I - KI, 1)
NEXT I

SELECT CASE RES
CASE 1      'DENSIDAD SOLIDO
    HPGR = RQ
CASE 2      'TONELAJE
    HPGR = AIP * 180 / 3.14159265358979
CASE 3      'POTENCIA
    HPGR = GS
CASE 4      'CEE
    HPGR = P
CASE 5      'PRODUCTO CENTRO
    HPGR = W
CASE 6      'PRODUCTO BORDE
    HPGR = PUC
CASE 7      'PRODUCTO BORDE
    HPGR = PUB
CASE ELSE   'PRODUCTO TOTAL
    HPGR = PUHPGR
END SELECT

END FUNCTION

PUBLIC FUNCTION STATS(FUE AS VARIANT, FUS AS VARIANT, RES AS INTEGER) AS VARIANT
'CALCULA ÍNDICES ESTADÍSTICOS PARA AJUSTE Y VALIDACIÓN
'STATS([DATOS EXPERIMENTALES], [DATOS SIMULADOS], RESULTADO)
'RES = 1: SUMA DE RESIDUOS AL CUADRADO
'RES = 2: ERROR DE MODELACIÓN
'RES = 3: ESTADÍSTICO CHI CUADRADO
'RES = 4: TEST CHI CUADRADO

'CONVERSIÓN A PORCENTAJE RETENIDO
N = FUE.ROWS.COUNT

DIM FIE AS VARIANT
DIM FIS AS VARIANT
REDIM FIE(1 TO N, 1 TO 1)
REDIM FIS(1 TO N, 1 TO 1)

FOR I = 1 TO N - 1

```

```

    FIE(I, 1) = FUE(I, 1) - FUE(I + 1, 1)
    FIS(I, 1) = FUS(I, 1) - FUS(I + 1, 1)
NEXT I
FIE(N, 1) = FUE(N, 1)
FIS(N, 1) = FUS(N, 1)

X2 = 0
DF = 0
SS = 0
FOR I = 1 TO N
    SS = SS + (FIS(I, 1) - FIE(I, 1)) ^ 2
    IF FIE(I, 1) <> 0 THEN
        X2 = X2 + (FIS(I, 1) - FIE(I, 1)) ^ 2 / FIE(I, 1)
        DF = DF + 1
    END IF
NEXT I
DF = DF - 1 - 7

DN = 0
FOR I = 1 TO N
    D = ABS(FUE(I, 1) - FUS(I, 1))
    IF D > DN THEN DN = D
NEXT I

SELECT CASE RES
CASE 1 'SUMA RESIDUOS AL CUADRADO
    STATS = SS
CASE 2 'ERROR
    STATS = SQR(SS / DF)
CASE 3 'ESTADÍSTICO CHI2
    STATS = X2
CASE ELSE 'TEST CHI CUADRADO
    IF X2 < WORKSHEETFUNCTION.CHIINV(0.05, DF) THEN
        STATS = 1
    ELSE
        STATS = 0
    END IF
END SELECT
END FUNCTION


```

## **Anexo D: Referencia de la Librería HPGR**

## SIMULADOR HPGR

El simulador HPGR se encuentra incluido como una función de Microsoft Excel, escrita en VBA (*Visual Basic for Applications*), en una librería o complemento denominado *HPGR.xla*.

### Instalación de la librería (Microsoft Office 2007)

- 1) Abra **Microsoft Excel**
- 2) Haga clic en el Botón **Microsoft Office**  y, a continuación, haga clic en **Opciones de Excel**.
- 3) Haga clic en **Complementos** y, en el cuadro **Administrar**, seleccione **Complementos de Excel**.
- 4) Haga clic en **Ir**. En el cuadro **Complementos disponibles**, active la casilla de verificación **Complemento HPGR** y, a continuación, haga clic en **Aceptar**. Si el **Complemento HPGR** no aparece en la lista del cuadro **Complementos disponibles**, haga clic en **Examinar** para buscar el complemento en la carpeta donde lo ha descargado.
- 5) Si se le indica que el **Complemento HPGR** no está instalado actualmente en el equipo, haga clic en **Sí** para instalarlo.
- 6) Una vez cargado el **Complemento HPGR**, las funciones de la librería estarán disponibles para su uso.

### Función HPGR

La función HPGR entrega la solución del modelo.

Uso:

$= HPGR([parámetros\ del\ equipo],[características\ del\ mineral],[parámetros\ del\ modelo], [vector\ de\ tamaños],[vector\ de\ porcentajes\ pasantes\ de\ alimentación],resultado)$

$$= HPGR \left( \begin{bmatrix} D \\ L \\ s_0 \\ U \\ R_P \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} \rho_s \\ \rho_a \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \\ S_1^E \\ \zeta_1 \\ \zeta_2 \\ a \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_N \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} Fua_1 \\ \vdots \\ Fua_N \end{bmatrix}, res \right)$$

Parámetros del equipo: Corresponden a las características del equipo utilizado en la simulación:

D	Diámetro del rodillo, m
L	Largo del rodillo, m
$s_0$	Gap operacional, m
$U$	Velocidad periférica de rodillos, m/s
$R_P$	Presión de operación, bar

**NOTA:** Cada dato del vector debe ser ingresado respetando el orden y todos deben estar en la misma columna de la hoja de cálculo.

Características del mineral: Propiedades del mineral utilizado en la prueba:

$\rho_s$	Densidad del sólido, $t/m^3$
$\rho_a$	Densidad aparente, $t/m^3$

Parámetros del modelo: Corresponden a los parámetros de la función ruptura (Austin y Luckie, 1972), función selección (Herbst y Fuerstenau, 1980) y al parámetro de fracción de producto de borde.

$\alpha_1$	Parámetro función ruptura ( $0 \leq \alpha_1 \leq 1$ )
$\alpha_2$	Parámetro función ruptura ( $0 \leq \alpha_2$ )
$\alpha_3$	Parámetro función ruptura ( $\alpha_2 < \alpha_3$ )
$S_I^E$	Tasa de ruptura específica del primer tamaño ( $0 < S_I^E$ )
$\zeta_1$	Parámetro de tasa de ruptura ( $-2 \zeta_2 \ln(2^{(N-1)*0.5}) < \zeta_1$ )
$\zeta_2$	Parámetro de tasa de ruptura ( $\zeta_2 < 0$ )
$a$	Parámetro de fracción de producto de borde ( $0 < a < 0,49$ )

Vector de tamaños: Vector de N clases de tamaños (mm), se recomienda que sigan una serie simple.

Vector de porcentajes pasantes de la alimentación: Vector de N valores que corresponden a la granulometría de alimentación.

Resultado: Corresponde a un número entero entre 1 y 8 que entrega resultados específicos de la simulación.

1	Densidad del producto compactado, $t/m^3$
2	Ángulo de compresión de capas de partículas, °
3	Capacidad de tratamiento, tph
4	Potencia consumida, kW
5	Consumo específico de energía, kWh/t
6	Vector de granulometría pasante de producto del centro, %
7	Vector de granulometría pasante de producto del borde, %
8	Vector de granulometría pasante de producto total, %

**NOTA:** La función HPGR corresponde a una función matricial, por lo tanto si se desean obtener granulometrías, el usuario debe seleccionar el área de salida (N celdas) e ingresar la función con la combinación de teclas CTRL + SHIFT + ENTER.

### **Función STATS**

La función STATS entrega estadísticas básicas entre dos distribuciones de tamaño.

*Uso:*

$= STATS([datos\ observados],[datos\ estimados], resultado)$
--

Datos observados: Corresponden a los datos observados o experimentales, se deben ingresar en porcentaje pasante.

Datos estimados: Corresponden a los datos obtenidos de la solución del modelo.

Resultado: Entero entre 1 y 4 que determina el resultado de la función.

1	Suma de residuos al cuadrado
2	Error de modelación (RMSE)
3	Estadístico Chi Cuadrado
4	Test de Chi Cuadrado para un 95% de confianza

## **Anexo E: Publicación Minerals Engineering**



Contents lists available at ScienceDirect

## Minerals Engineering

journal homepage: [www.elsevier.com/locate/mineng](http://www.elsevier.com/locate/mineng)

## A novel approach for the modelling of high-pressure grinding rolls

M. Torres, A. Casali \*

Mining Engineering Department, University of Chile, Chile

## ARTICLE INFO

## Article history:

Received 3 December 2008

Accepted 28 April 2009

Available online 22 May 2009

## Keywords:

Modelling

Grinding

Sulphide ores

## ABSTRACT

The HPGR technology has become more attractive to the copper industry because of its high throughput capacities and its low specific energy consumptions. A HPGR model, able to give enough information based on pilot plant testing, in order to back up HPGR engineering studies, was developed. The model was based on the physical phenomena of the grinding operation. The model parameters were fitted with pilot scale test results, corresponding to a Chilean copper ore, classified in two lithologies (andesitic and porphyritic ores). Some sets of data were not used in the fitting stage, to test the predictive capability of the model. The pilot scale tests were performed at the facilities of two HPGR manufacturers, changing operating pressure and rolls peripheral velocity (only one of the manufacturers). The simulated specific energy consumptions and particle size distributions, compared with the experimental data, were considered good enough. The model was able to predict adequately throughput capacity, specific energy consumption and particle size distributions of the edge, centre and total products.

© 2009 Elsevier Ltd. All rights reserved.

## 1. Introduction

High-pressure grinding rolls (HPGR) technology has struggled for acceptance into the hard-rock mining sector, has had many advances in this sector, but is still regarded as an “immature” technology (Bearman, 2006). It has been applied to progressively harder, tougher and more abrasive materials, generally successfully, but not without some problems (Morley, 2006).

The HPGR consists of two counter-rotating rolls mounted in heavy-duty frictionless bearings, enclosed in a strong frame. Pressure is applied to one of the rolls that can move linearly by means of a hydro-pneumatic spring system, while the other roll is held in a fixed position in the frame (Klymowsky et al., 2002). The pressure exerted by the hydraulic system on the floating roll, that allows horizontal movement of the moving roll, largely determines comminution performance. Typically, operating pressures are in the range of 5–10 MPa, but can be as high as 18 MPa. For the largest machines, this translates to forces of up to 25,000 kN (Morley, 2006). The rolls are driven by separate motors and can be operated at fixed or variable speed (Klymowsky et al., 2002). In most mineral applications, the roll surfaces are protected by implanting tungsten carbide studs that help to form an autogenous wear layer on the rolls and improve the drawing of the material into the rolls (Klymowsky et al., 2002).

Roll diameters of industrial and semi-industrial units vary from 0.8 to 2.8 m. Capacities range from 50 to up to 3000 t/h. Energy consumption is between 1 and 3 kWh/t (Klymowsky et al., 2002).

There are currently three recognized manufactured of HPGR machines, namely Polysius, KHD Humboldt Wedag and Köppern, all based in Germany (Morley, 2006).

At present, the three HPGR producers will all give guarantees of throughput and useful life of their equipment, as long as they complete sufficient representative test work (Danilkeiwich and Hunter, 2006). The test work will require obtaining ore representative samples and sending around 1000–1500 kg samples to the manufacturers and they will run HPGR amenability tests. After this phase is completed, pilot or semi-industrial testing with additional samples will be required. HPGR suppliers stipulate that scale-up of pilot units should be done with caution. The main objectives of material testing are to determine: the ore suitability to HPGR grinding, the parameters required for sizing (specific throughput and specific grinding force), the achievable product size distribution and the abrasiveness of the ore (Klymowsky et al., 2002). In terms of energy consumption, the traditional Bond theory to estimate the energy requirements can not be used because it grossly underestimates the actual grinding energy of the HPGR (van Dru-nick and Smit, 2006).

Several tests have been developed in order to quantify the behaviour of different ores in the various crushing and grinding applications (Bond work index, JK Drop weight test, SAG power index, etc.). However, none of these tests can be applied to high-pressure grinding (Patzelt et al., 2006). Accordingly, the only remaining alternative is the use of pilot or semi-industrial testing data. The properties of an ore have a far greater impact on achievable fines production than the grinding force (Patzelt et al., 2006). The product fineness is controlled by the grinding force applied to the material bed between the rolls, causing micro-cracks and breakage of

\* Corresponding author. Tel.: +56 2 9784477.

E-mail address: [dirdimin@ing.uchile.cl](mailto:dirdimin@ing.uchile.cl) (A. Casali).



the particles. The correlation between particle breakage and the grinding force required needs to be determined for each material.

At present, in a greenfield hard-rock application, to include HPGR in a flow sheet relies on its ability to provide a significant reduction in comminution costs at a similar operating availability (Danilkevich and Hunter, 2006). Testing methods and quantity of sample to be tested is yet to be defined. New methods and approaches are being developed, but some gaps exist and in particular the requirements for ore body variability testing. Circuit design issues also remain to be a point of discussion (Danilkevich and Hunter, 2006).

Successful pilot-plant testing carried out in the last years has proven the operational reliability of HPGR technology in hard rock applications. As an important result for the copper industry six HPGRs were commissioned in two copper concentrators in 2006, four in South America and two in Indonesia (Patzelt et al., 2006). In both cases, the producers' decision was based on the energy savings and low operating costs of the HPGRs, compared with those obtained with alternative technologies.

A relevant case is the conceptual engineering study for the Los Bronces expansion project (Oestreicher and Spollen, 2006). In this study a HPGR circuit and a SAG circuit were designed and compared for an 80,000 t/d expansion. This operation is located in Chile and it is among the largest copper resources in the world. As in this case at least in other three Chilean mining operations or projects the HPGR technology is under consideration and pilot-plant testing has been carried out or will be performed in the near future.

With respect to modelling of the high-pressure grinding roll, the most important work was done by Morrell and some co-authors (Morrell et al., 1997; Daniel and Morrell, 2004). The Morrell et al. model consists of three parts: a model for the prediction of product size distribution, a throughput model and a power consumption component. The throughput model uses a standard plug flow model. The power consumption is based on the throughput and the specific grinding energy,  $E$ . To model the product size distribution three separately defined processes (assumed as independent breakage mechanisms) are modelled and then combined.

In the pre-crusher zone, if particle are bigger than a certain critical size, they will be broken directly by the roll faces as would occur in a conventional roll crusher. For Klymowsky et al. (2002) the largest particle nipped between the rolls in the compression zone would be about 1.5 times the gap. Larger particles would cause the separation of the rolls and the collapse of the compression zone, with the resulting reduction in grinding efficiency.

The Morrell et al. model considers that breakage at the edge of the rolls is different to that at the centre and is more similar to that occurring in a conventional roll crusher (Daniel and Morrell, 2004). This edge effect explains the proportion of relatively coarse particles seen in HPGR products. No compressed bed breakage is assumed to take place in this zone. The interface between the compression zone and the edge effect zone is represented by a fraction of the original feed material which undergoes single particle comminution.

Since the HPGR technology is based on applying high pressures, the compression zone is by far the most important comminution zone, as it is where the majority of the breakage processes take place. Under normal HPGR process conditions the edge and pre-crusher parts of the model are not dominant, but contribute to the overall accuracy (Daniel and Morrell, 2004).

Several aspects of this model, regarding the prediction of product size distribution, are not well explained or are not detailed. For example, with respect to some parameters as the ore specific split factor or the correction factor used in the equation to predict throughput, are they fitting parameters? Must be determined experimentally? With respect to the compression zone, what is the model describing the breakage in this zone? How is included

the rolls speed, which has an effect (Lim et al., 1997) on the shape of the product size distributions, particularly at the coarser sizes, producing a steeper size distribution? The rolls speed is included in the throughput predictor, as well as indirectly in the power draw predictor, but it should also be considered for the prediction of the product size distribution. The predictions of this model were considered good for the authors, but also strongly dependent of the characteristics of the material being tested and is said to be ore specific (Daniel and Morrell, 2004).

The main goal of this work is to model the HPGR operation, for the development of a simulator able to give enough information, based on pilot plant testing, in order to back up the continuation to more advanced steps in potential HPGR engineering studies. The HPGR model will be fitted with pilot data, corresponding to a Chilean copper ore. Some sets of data will be kept apart and will not be used in the fitting stage, to test the predictive capability of the model.

## 2. Modelling

The high-pressure grinding rolls model presented in this paper is a set of equations that on the basis of the ore characteristics, equipment dimensions and operating conditions is able to predict the equipment performance in terms of throughput, power consumption and particle size distribution of the product.

The model structure has its basis on the work developed by Morrell et al. at the JKMRRC. Both models, the proposed by Morrell et al. (Daniel and Morrell, 2004) and the one presented here, include the pre crusher effect for certain particle sizes, nevertheless a novel approach for the prediction of the different particle sizes along the roll axis (edge and centre) is presented.

The model equations are based on physical phenomena that govern the operation: mass balances for throughput estimation, physics equations for the power consumption and a population balance model for the particle size distribution.

The stream of particles inside the comminution zones in the HPGR is limited by the roll surfaces and the liner patterns, and it is modelled as a plug flow. This hypothesis has been accepted by researchers and manufacturers (Daniel and Morrell, 2004).

The plug flow hypothesis is the base of the modelling; the applying of this criterion in the deduction of the model equations is discussed next.

As it has been discussed, the HPGR model is made up of three sub-models which predict the throughput, power draw and the particle size distribution. Fig. 1 shows a general schema of the HPGR, which had been used to develop the mathematical expressions of the model.

### 2.1. Throughput model

The theoretical tonnage treated by a HPGR of diameter  $D$  (m), length  $L$  (m) and operating gap  $s_0$  (m), is calculated from a steady-state mass balance of the ore flowing in the particle bed compression zone. In Fig. 1, the centre of mass of a band of ore with width  $s(\alpha)$  is defined by the position vector  $r(\alpha)$ . The motion equation is described as a function of the angle  $\alpha$  as follows:

$$r(\alpha) = \frac{1}{2}(D + s_0)\hat{i} + \frac{D}{2}\sin\alpha\hat{k} \quad (1)$$

Thus, the velocity of the band,  $v(\alpha)$ , is calculated by the first derivative of the position vector shown in Eq. (1). Considering that the rolls angular velocity is constant and equal to  $2U/D$ , being  $U$  the peripheral velocity (m/s), the resulting velocity of the band is shown in Eq. (2) as follows:

$$v(\alpha) = \frac{D}{2}\frac{2U}{D}\cos\alpha\hat{k} = U\cos\alpha\hat{k} \quad (2)$$

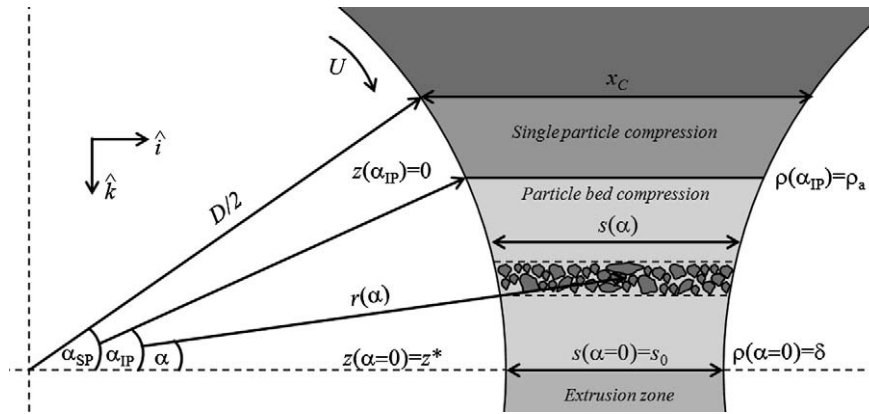


Fig. 1. Conceptual schema of the HPGR.

The density of the ore band at any angle  $\alpha$  is  $\rho(\alpha)$ . At the beginning of the particle bed compression zone (defined by the angle  $\alpha = \alpha_{IP}$ ),  $\rho(\alpha)$  is equivalent to the feed bulk density,  $\rho_a$ . Also, be  $\delta$  the ore band density at the extrusion zone ( $\alpha = 0$ ).

The tonnage of the ore band,  $G_S$  (t/h), with  $\rho(\alpha)$  expressed in  $t/m^3$ , is written as a function of the angle  $\alpha$  in Eq. (3).

$$G_S(\alpha) = 3600\rho(\alpha)s(\alpha)LU \cos \alpha \quad (3)$$

The width of the ore band as a function of the angle  $\alpha$  can be expressed as:

$$s(\alpha) = s_0 + D(1 - \cos \alpha) \quad (4)$$

Under steady state conditions the difference of tonnage between the beginning and the end of the particle bed compression zone is equal to zero. Using Eqs. (3) and (4), with the corresponding  $\alpha$  values and considering that  $\rho(\alpha_{IP}) = \rho_a$  and  $\rho(\alpha = 0) = \delta$ , the following quadratic equation, whose unknown values are the cosines of the inter particle compression angle, is obtained:

$$\rho_a D \cos^2 \alpha_{IP} - \rho_a (s_0 + D) \cos \alpha_{IP} + \delta s_0 = 0 \quad (5)$$

Only the higher root is considered in the solution, because it is the only one to give acceptable values for the  $\alpha_{IP}$  angle (the smaller root gives smaller cosines and too higher angles). The solution is shown in Eq. (6).

$$\cos \alpha_{IP} = \frac{1}{2D} \left[ (s_0 + D) + \sqrt{(s_0 + D)^2 - \frac{4s_0\delta D}{\rho_a}} \right] \quad (6)$$

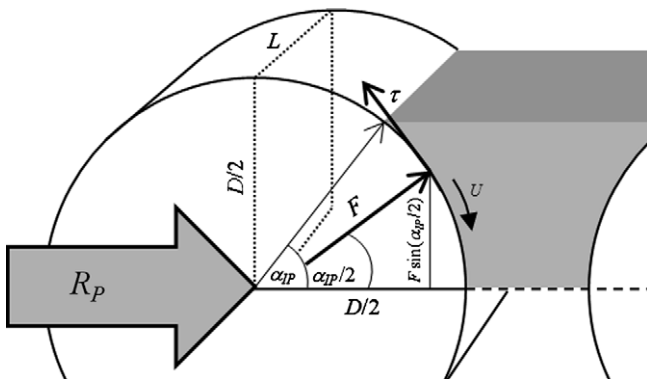


Fig. 2. Simplified force diagram in a HPGR of roll width  $D$  and length  $L$ . The operating pressure  $R_p$ , the compression force,  $F$ , its vertical component and the resulting torque,  $\tau$ , are shown. The dotted lines inside the roll represent the projected area where the operating pressure is exerted.

Thus, the throughput can be calculated with Eq. (3) at any of the borders. In particular at the extrusion zone ( $\alpha = 0$ ), the throughput can be calculated as:

$$G_S = 3600\delta s_0 LU \quad (7)$$

## 2.2. Power draw model

Fig. 2 shows a forces diagram in the HPGR. The force applied to the material at the particle bed compression zone is called the Compression Force,  $F$  (kN), which is calculated using the rolls operating pressure,  $R_p$  (bar), multiplied by the projected area where it is applied, as it is shown in Eq. (8). Since the HPGR is operated in a choke fed condition, the applied pressure is distributed only in the upper right half of the roll (as it is shown in Fig. 2). Then the projected area considered should be  $\frac{D}{2}L$ .

$$F = 100R_p \frac{D}{2}L \quad (8)$$

Eq. (8) is similar in structure as the one proposed by Austin (1997) for the calculation of the grinding pressure, but was obtained by a direct relation.

Klymowsky et al. (2006) recommends a value for the angle of action of this force as half the inter particle compression angle  $\alpha_{IP}$ . The vertical component of this force exerts a torque  $\tau$  (kN m) in each roll, which can be written (see Fig. 2) as:

$$\tau = F \sin \left( \frac{\alpha_{IP}}{2} \right) \frac{D}{2} \quad (9)$$

As the power required to spin both rolls is equal to twice the torque multiplied by the rolls angular velocity, then the total power draw  $P$  (kW) can be expressed as:

$$P = 2F \sin \left( \frac{\alpha_{IP}}{2} \right) U \quad (10)$$

The specific energy consumption  $W$  (kWh/t) is expressed as the ratio between the power draw (kW) and the throughput (t/h), as follows:

$$W = \frac{P}{G_S} \quad (11)$$

## 2.3. Particle size distribution model

The HPGR is considered as a series of two size reduction stages. The differences between the stages are the breakage mechanisms. Fig. 3 shows the structure for the particle size distribution model.

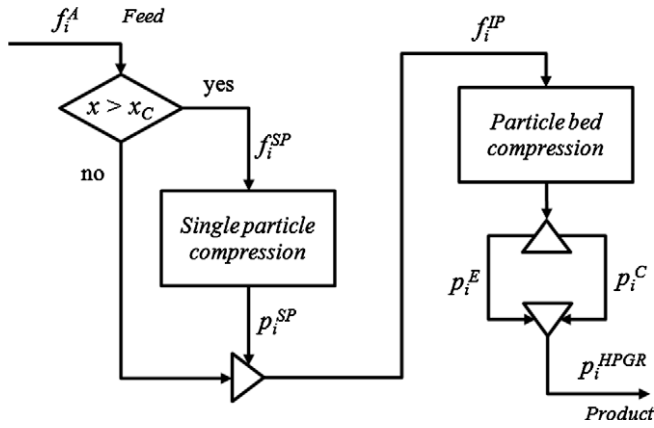


Fig. 3. Particle size distribution model schema.

In the single particle compression zone, located between the angles  $\alpha_{SP}$  and  $\alpha_{IP}$  (see Fig. 1), particles larger than a certain size  $x_C$  are broken instantly due to compression by the rolls (Daniel and Morrell, 2004). The critical size  $x_C$  is obtained by replacing the inter particle compression angle  $\alpha_{IP}$  in Eq. (4), as follows:

$$x_C = s(\alpha_{IP}) = s_0 + D(1 - \cos \alpha_{IP}) \quad (12)$$

The product size distribution of the single particle compression zone,  $p_i^{SP}$ , can be written, assuming that every particle will break instantaneously at the same rate, as follows:

$$p_i^{SP} = \sum_{l=1}^N b_{il} f_l^{SP} \quad (13)$$

where  $b_{il}$  is the fraction of particles of size “l”, which by comminution is reduced to size “i”;  $f_l^{SP}$  is the fraction in size class “l” of the mineral going to the single particle compression stage (class of size  $x > x_C$ ).

The product of the single particle compression zone rejoins with the fraction of material of size lesser or equal than the critical size  $x_C$ , forming beds of particles with a particle size distribution,  $f_i^{IP}$ , which feed the inter particle compression zone. According to several authors (Klymowsky et al., 2002; Daniel and Morrell, 2004; Patzelt et al., 2006) the particle bed compression zone produces two different particle size distributions, at the edge (more coarse),  $p_i^E$ , and at the centre of the rolls,  $p_i^C$ . Lubjuhn (1992) explained this phenomenon when he found that the pressure profile exerted over the rolls is similar to a parabola, as it is shown in Fig. 4. Following this approach, the roll where the pressure is applied was discret-

ized on  $N_B$  blocks. In each one, a different compression force depending on the pressure profile is applied. Accordingly, each one of these blocks will have a particular power consumption and a particular rate of breakage. Obviously, the product will be coarser on the edge of rolls due to lower rates of breakage.

On each block, the material is broken gradually as it reaches the extrusion zone. The intensive property  $m_{i,k}$  (mass fraction retained by weight in size class  $i$ , in each block  $k$ ) is a function of the vertical position,  $z$  (see Fig. 1), so a microscopic population balance model is applied for each of the  $N$  size classes. The model required is a steady state model. A plug flow condition is assumed as well as a constant velocity in the  $z$  direction,  $v_z$ .

Under these considerations, the model equation consists in a system of  $N \times N_B$  differential equations, each one for the size class  $i$  ( $i = 1, \dots, N$ ) in each block  $k$  ( $k = 1, \dots, N_B$ ; see Fig. 4), as the one shown in Eq. (14).

$$v_z \frac{d}{dz} m_{i,k}(z) = \sum_{j=1}^{i-1} S_{j,k} b_{ij} m_{j,k}(z) - S_{i,k} m_{i,k}(z) \quad (14)$$

where  $S_{i,k}$  is the rate of breakage of particles of size  $i$  in each block  $k$ ;  $b_{ij}$  is the fraction of particles of size “j”, that by comminution is reduced to size “i”. It is considered independent of the block and is assumed that it has the same value than the corresponding to the single particle compression zone.

To solve these equations the following border conditions are used:

$$m_{i,k}(z=0) = f_i^{IP} \text{ and } m_{i,k}(z=z^*) = p_{i,k}$$

where  $p_{i,k}$  is the mass fraction retained by weight in size class  $i$ , in the product of each block  $k$ ,  $z^*$  is the vertical distance from the entrance to the particle bed compression zone to the extrusion zone, which can be calculated geometrically (see Fig. 1) as follows,

$$z^* = \frac{D}{2} \sin(\alpha_{IP}) \quad (15)$$

Eq. (14) is similar to the batch grinding kinetic equation, which has been solved analytically (Reid, 1965). The system solution for the  $N$  size classes and the  $N_B$  blocks is written as follows,

$$p_{i,k} = \sum_{j=1}^i A_{ij,k} \exp\left(-\frac{S_{j,k}}{v_z} z^*\right) \quad (16)$$

where

$$A_{ij,k} = \begin{cases} 0 & i < j \\ \sum_{l=j}^{i-1} \frac{b_{il} S_{l,k}}{S_{i,k} - S_{l,k}} A_{lj,k} & i > j \\ f_i^{IP} - \sum_{l=1}^{i-1} A_{il,k} & i = j \end{cases} \quad (17)$$

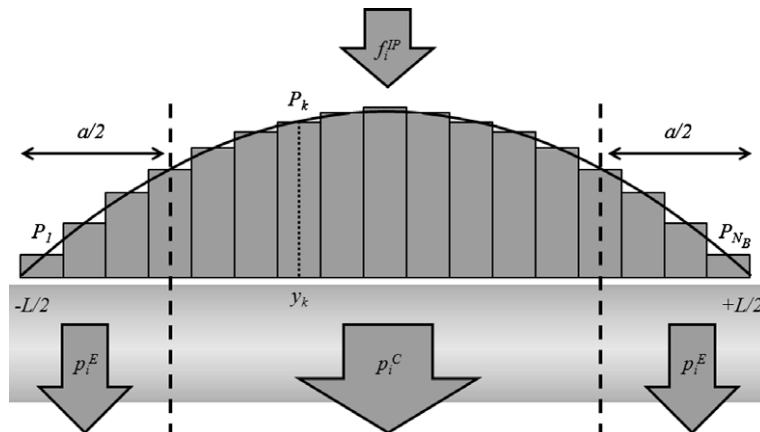


Fig. 4. Discretization of the roll, its pressure profile and the resulting edge and centre particle size distributions.

For the breakage functions,  $b_{ij}$ , the functional expression (Austin and Luckie, 1972) presented in Eq. (18) will be used.

$$B_i(x_i) = \alpha_1 \left( \frac{x_i}{x_2} \right)^{\alpha_2} + (1 - \alpha_1) \left( \frac{x_i}{x_2} \right)^{\alpha_3} \quad (18)$$

where  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$  and  $\alpha_3$  are model parameters to be adjusted with the experimental data.  $B_i$  is the cumulative form of the  $b_{ij}$  functions, determined as follows,

$$b_{ij} = \begin{cases} B_{i-j+1} - B_{i-j+2} & i > j \\ 1 - \sum_j b_{ij} & i = n \\ 0 & i \leq j \end{cases} \quad (19)$$

For the breakage rate, the functional expression (Herbst and Fuerstenau, 1980) presented in Eq. (20) is used. The advantage of using this expression lies on the scale up relationship among the specific rate of breakage,  $S_i^E$ , invariant, and the quotient between Power,  $P_k$  and Holdup,  $H_k$ , which will vary depending on the block  $k$  considered, as it is shown in Eq. (21).

$$\ln(S_i^E/S_1^E) = \zeta_1 \ln(\bar{x}_i/\bar{x}_1) + \zeta_2 \ln(\bar{x}_i/\bar{x}_1)^2 \quad (20)$$

$$S_{i,k} = \frac{P_k}{H_k} S_i^E \quad (21)$$

where  $\zeta_1$ ,  $\zeta_2$  and  $S_i^E$  are model parameters to be adjusted with the experimental data.

The Holdup of each block  $k$ , at the particle bed compression zone, is calculated as follows,

$$H_k = \frac{1}{N_B} G_S \frac{z^*}{3600U} \quad (22)$$

As was above mentioned (Lubjuhn, 1992) the pressure profile exerted over the rolls may be represented by a parabola. Accordingly, the power consumption by each block,  $P_k$ , can be calculated using Eq. (10) as it is shown in Eq. (23),

$$P_k = 2F \sin\left(\frac{\alpha_{IP}}{2}\right) U \frac{(L^2 - 4y_k^2)}{\sum_{j=1}^{N_B} (L^2 - 4y_j^2)} \quad (23)$$

where  $y_k$  corresponds to the position of the centre of block  $k$  (see Fig. 4), which is calculated as follows,

$$y_k = \frac{L}{2N_B} (2k - N_B - 1) \quad (24)$$

Be  $a$  the fraction of ore produced in the edges of the rolls. The number of blocks  $E$  considered to calculate the particle size distribution of the edge product is equal to  $0.5 a N_B$ .

In mathematics the floor function,  $[E]$ , is defined as the largest integer less than or equal to  $E$ . Also the ceiling function,  $\lceil E \rceil$ , is defined as the smallest integer not less than  $E$ . With these definitions, the particle size distribution of the edges product,  $p_i^E$  (see Fig. 3), is calculated as:

$$p_i^E = \frac{1}{E} \left[ \sum_{k=1}^{[E]} p_{i,k} + (E - [E]) p_{i, \lceil E \rceil} \right] \quad (25)$$

The particle size distribution of the total product,  $p_i^{\text{HPGR}}$  (see Fig. 3), can be calculated as the joint distribution of the edge,  $p_i^E$ , and centre,  $p_i^C$ , zones (Eq. (27)) or as the average of all the blocks, as it is shown in Eq. (26).

$$p_i^{\text{HPGR}} = \frac{1}{N_B} \sum_{k=1}^{N_B} p_{i,k} \quad (26)$$

The particle size distribution of the centre product then, is calculated by balance using Eq. (27) as follows,

$$p_i^C = \frac{1}{1-a} (p_i^{\text{HPGR}} - a p_i^E) \quad (27)$$

A working example, showing the step-by-step calculation results for one prediction, is presented in Appendix A.

### 3. Experimental data

To test the potential use of HPGR technology in the feasibility studies for a new project, an important Chilean copper producer decided to send several samples of two lithologies present in their ore to two HPGR manufacturers. These samples were treated in pilot units changing different operating conditions.

The deposit is located in northern Chile and its ore is classified in two main geological units: Porphyritic and Andesitic copper ore. To match the feed requirements for the equipment, the samples were crushed and screened to an approximate top size of 40 mm. Sub-samples of 150 kg were taken by coning and quartering for ore characterisation and to perform the tests on the pilot scale HPGR.

The grinding tests consisted in a series of open and locked circuit tests to measure the specific energy consumption,  $W$ , and the particle size distribution of the product as a function of variables such as the roll operating pressure and peripheral velocity. For model validation purposes, only the open circuit tests will be considered in this work.

The specific gravity of both andesitic and porphyritic ore were measured by the first manufacturer, being 2.74 for the porphyritic ore and 2.80 for the andesitic ore.

The pilot HPGR used by the first manufacturer, M1, has studded rolls of 800 mm of diameter and 250 mm of length. In the tests, the rolls peripheral velocity,  $U$ , and the operating pressure,  $R_p$ , are operating variables. The results of the open circuit tests done by this manufacturer are shown in Tables 1 and 2.

The pilot HPGR used by the second manufacturer, M2, also has studded rolls, but of 710 mm of diameter and 210 mm of length. In the tests, the rolls peripheral velocity,  $U$ , was constant at 0.29 m/s while the operating pressure  $R_p$ , was variable between 30 and 50 bar. The results of the tests done by the second manufacturer are shown in Tables 3 and 4.

Selected results, corresponding to manufacturer M1, are shown in Fig. 5. These results show that for different operating pressures,  $R_p$ , different product size distributions are obtained, as can be observed from the comparison of M1-P1 vs. M1-P6 and M1-A1 vs. M1-A5 (same ore, different  $R_p$ ). It is also evident that if the ore is different but the operating pressure is the same, different product size distributions are obtained. However, the effect is very small, especially with a higher  $R_p$ , as can be observed from the comparison of M1-P6 vs. M1-A5. With a lower  $R_p$  the differences are more evident (M1-P1 vs. M1-A1). In the case of manufacturer M2, almost the same situation is observed, with a small effect of the operating pressure (lower  $R_p$  were used) and also a very small effect caused by the different ore treated.

### 4. Model fitting and validation

As was explained in chapter 2, the HPGR model developed in this work, consists in a throughput equation (Eq. (7)) and a power draw equation (Eq. (10)), combined in a specific energy consumption equation (Eq. (11)); and a particle size distribution model (Eqs. (16), (25), (26), and (27)). The prediction quality of the specific energy consumption model is shown in Fig. 6. All data values were used in the validation because the specific energy consumption model is general and do not consider specific parameters for each manufacturer-ore type combination.

The correlation coefficient for the modelled and experimental values is 80%. As can be seen in Fig. 6, a single experimental data



**Table 1**

Summary of open circuit tests results performed by manufacturer M1 with porphyritic copper ore.

Test	Feed	M1-P1	M1-P2	M1-P3	M1-P4	M1-P5	M1-P6	M1-P7
<i>Operating conditions</i>								
$U$ (m/s)		0.67	0.37	0.67	0.97	0.67	0.66	0.66
$R_p$ (bar)		41	61	61	60	76	76	61
Size (mm)	Percent passing (%)							
45.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
31.50	97.61	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
22.40	57.60	98.36	98.92	99.71	99.33	100.00	100.00	100.00
16.00	36.71	84.87	96.46	92.52	92.16	94.93	96.39	94.77
11.20	25.81	71.80	88.77	83.85	83.25	84.84	89.17	84.90
8.00	20.32	61.82	78.95	74.73	72.00	75.54	81.10	74.94
5.60	15.91	52.82	68.91	65.18	62.67	66.75	70.48	65.41
2.80	10.49	39.19	54.60	49.91	47.88	51.86	55.53	49.84
1.00	6.75	25.25	36.39	32.66	31.54	34.93	38.01	33.20
0.50	5.16	19.49	28.67	25.27	24.76	27.70	30.23	25.97
0.32	4.31	16.69	24.95	22.26	21.49	24.19	26.42	22.42
0.20	3.43	14.06	21.43	19.13	18.41	20.83	22.76	19.36
0.13	2.58	11.75	18.34	16.42	15.72	17.80	19.56	16.09
<i>Specific power consumption</i>								
$W$ (kWh/t)		1.44	2.06	2.03	2.04	2.40	2.48	1.98

**Table 2**

Summary of open circuit tests results performed by manufacturer M1 with andesitic copper ore.

Test	Feed	M1-A1	M1-A2	M1-A3	M1-A4	M1-A5	M1-A6
<i>Operating conditions</i>							
$U$ (m/s)		0.67	0.37	0.67	0.97	0.66	0.66
$R_p$ (bar)		39	60	60	60	75	59
Size (mm)	Percent passing (%)						
31.50	96.32	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
22.40	65.50	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	99.63
16.00	43.26	94.19	96.52	96.85	97.19	96.34	96.54
11.20	30.93	83.39	85.73	87.29	87.91	88.31	86.44
8.00	22.68	70.62	74.98	75.12	76.31	77.78	76.09
5.60	17.47	59.25	64.67	64.77	65.45	67.67	65.72
2.80	11.59	42.54	48.10	48.66	49.19	51.61	49.99
1.00	7.42	26.68	30.39	31.09	31.90	33.84	33.80
0.50	5.75	20.57	23.49	24.72	25.03	26.52	26.87
0.32	4.86	17.79	20.33	21.28	21.88	23.17	23.55
0.20	3.88	15.14	17.30	18.19	18.81	19.97	20.24
0.13	2.79	12.82	14.67	15.78	16.09	17.33	17.33
0.09	1.31	11.43	13.10	13.95	14.46	15.59	15.49
<i>Specific power consumption</i>							
$W$ (kWh/t)		1.38	1.91	2.03	2.08	2.39	1.98

**Table 3**

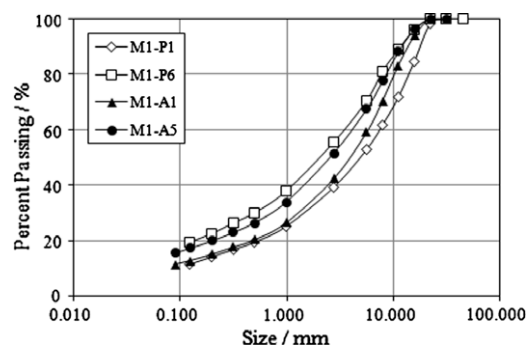
Summary of open circuit tests results performed by manufacturer M2 with porphyritic copper ore.

Test	Feed	M2-P1	M2-P2	M2-P3	M2-P4
<i>Operating conditions</i>					
$U$ (m/s)		0.29	0.29	0.29	0.29
$R_p$ (bar)		30	40	50	40
Size (mm)	Percent passing (%)				
31.50	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
22.40	99.20	100.00	100.00	100.00	100.00
16.00	78.20	97.60	98.10	97.90	97.50
11.20	55.20	87.30	91.50	91.80	90.60
8.00	45.80	80.30	84.00	85.50	81.70
4.00	31.10	64.90	69.10	70.80	67.20
2.00	25.90	53.30	57.40	58.40	55.40
1.00	21.70	44.70	47.90	48.80	47.00
0.50	17.80	37.40	40.80	39.90	39.80
0.25	13.70	29.40	32.90	30.90	31.60
0.20	12.50	26.70	30.00	28.10	28.80
0.09	8.40	17.90	20.80	19.10	20.00
0.05	5.10	11.60	14.00	12.60	13.50
<i>Specific power consumption</i>					
$W$ (kWh/t)		1.00	1.38	1.71	1.57

**Table 4**

Summary of open circuit tests results performed by manufacturer M2 with andesitic copper ore.

Test	Feed	M2-A1	M2-A2	M2-A3	M2-A4
<i>Operating conditions</i>					
$U$ (m/s)		0.29	0.29	0.29	0.29
$R_p$ (bar)		30	40	50	40
Size (mm)	Percent passing (%)				
31.50	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
22.40	99.20	100.00	100.00	100.00	100.00
16.00	78.20	97.50	97.20	97.00	98.90
11.20	55.20	88.20	89.50	89.80	94.80
8.00	45.80	79.10	81.00	84.00	87.50
4.00	31.10	60.80	65.80	68.20	68.60
2.00	25.90	46.80	51.60	53.60	53.10
1.00	21.70	36.50	40.40	42.30	41.70
0.50	17.80	29.20	32.00	33.10	34.20
0.25	13.70	23.80	25.70	26.40	28.10
0.20	12.50	22.20	24.00	24.40	26.30
0.09	8.40	17.00	18.50	18.40	20.20
0.05	5.10	12.30	13.60	13.30	14.60
<i>Specific power consumption</i>					
$W$ (kWh/t)		1.04	1.47	1.92	2.23

**Fig. 5.** Experimental product size distributions. Manufacturer M1 and almost the same peripheral velocity,  $U$ . M1-P1 and M1-P6 (porphyritic ore,  $R_p = 41$  and 76 bar, respectively). M1-A1 and M1-A5 (andesitic ore,  $R_p = 39$  and 75 bar, respectively).

(marked in the figure) seems to be out of order. Without considering that specific point, the correlation coefficient would be 96%.

For each set of data (Tables 1–4), corresponding to a manufacturer-ore type combination, the parameters of the HPGR

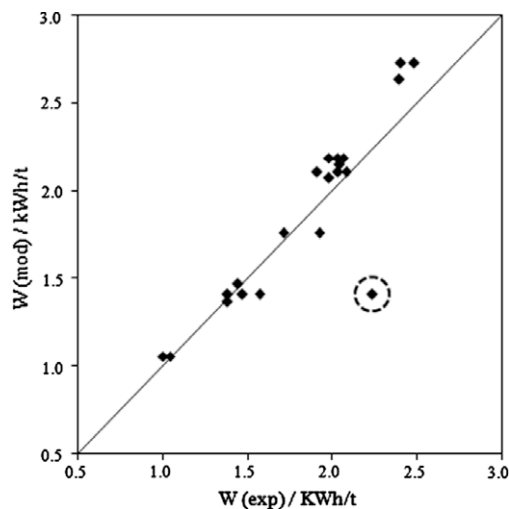


Fig. 6. Validation of the specific energy consumption equation.

particle size distribution model (Eqs. (16), (25), (26), and (27)) were fitted. The experimental data of each set were randomly split in two subsets: one for fitting the model parameters (training set) and the remaining one for validation purposes (validation set). The fitting procedure considered two steps. In the first step, all model parameters were fitted to the data corresponding to each lithology, for both manufacturers simultaneously. In the second

step, the breakage parameters ( $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$ ,  $\alpha_3$ ) obtained in the previous step were kept constant, while the rest of the model parameters were fitted separately for each manufacturer.

The model parameters were estimated using the gradient descent algorithm to minimize the sum of least squares between the experimental data and the modelled data. As a goodness of fit indicator, the correlation coefficient ( $R^2$ ) and the chi-square statistic ( $\chi^2$ ) were determined. The results of the model fitting procedure are shown in Table 5.

For a 95% confidence interval and 5 degrees of freedom calculated as: number of size classes – (number of model parameters + 1), the null hypothesis (the modelled and experimental particle size distributions are equal) is accepted if the chi-square statistic is less than 11.1 (Himmelblau, 1970). The results show a good fitting ( $R^2 > 98\%$ ) and ( $\chi^2 < 11.1$ ), however in some of the edge (3) and total (1) distributions the chi-square test fails although the  $R^2$  indicator is greater than 98%.

The model parameters obtained for each ore and manufacturer are shown in Table 6.

#### 4.1. Validation of the particle size distribution model

For validation purposes the remaining subsets of data were compared with simulation results obtained with the model, using as fixed parameters those parameters obtained by the model fitting procedure shown above (Table 6). Table 7 shows the predictive capability indicators comparing the predicted and the experimental data corresponding to the validation subsets.

Table 5

Mean square error and goodness of fit indicators of the training subset.

Test	Mean square error,%			$\chi^2$ statistic			$R^2$		
	Centre	Edge	Total	Centre	Edge	Total	Centre	Edge	Total
<i>Manufacturer M1, porphyritic ore</i>									
M1-P1	4.53	5.77	2.88	5.57	12.73	3.85	1.00	0.99	1.00
M1-P2	3.77	6.39	3.19	1.27	15.82	11.42	1.00	1.00	1.00
M1-P5	3.64	4.25	2.99	5.58	7.20	3.13	0.99	1.00	1.00
M1-P6	2.42	4.18	1.82	1.28	7.62	1.97	1.00	1.00	1.00
M1-P7	2.62	3.28	2.53	3.13	3.05	2.27	1.00	1.00	1.00
<i>Manufacturer M1, andesitic ore</i>									
M1-A1	2.80	4.44	2.94	3.09	6.85	3.66	1.00	1.00	1.00
M1-A2	2.29	6.16	2.74	2.87	12.06	3.77	1.00	1.00	1.00
M1-A3	2.63	5.79	2.59	5.68	10.16	3.72	1.00	1.00	1.00
M1-A5	2.71	5.23	2.28	4.45	8.86	2.85	1.00	1.00	1.00
<i>Manufacturer M2, porphyritic ore</i>									
M2-P2	3.85	3.72	3.46	8.98	6.96	7.50	1.00	1.00	1.00
M2-P3	4.94	3.44	3.30	8.84	6.17	6.14	1.00	1.00	1.00
<i>Manufacturer M2, andesitic ore</i>									
M2-A1	3.58	3.82	1.74	8.23	4.46	2.07	1.00	1.00	1.00
M2-A3	2.25	3.17	2.15	4.60	4.63	3.64	1.00	1.00	1.00

Table 6

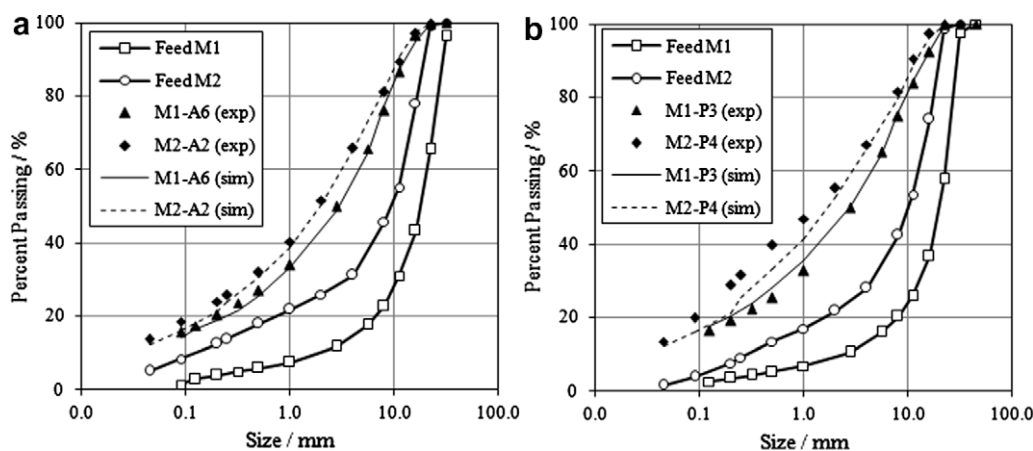
Model parameters for each manufacturer and ore type.

Data set	Model Parameters						
	$\alpha_1$	$\alpha_2$	$\alpha_3$	$S_{f1}^E$	$\zeta_1$	$\zeta_2$	$a$
<i>Porphyritic ore</i>							
Manufacturer M1	0.20	0.20	3.51	0.66	−1.26	−0.70	0.22
Manufacturer M2				2.38	0.69	0.03	0.34
<i>Andesitic ore</i>							
Manufacturer M1	0.13	0.15	2.86	1.43	−0.06	−0.46	0.21
Manufacturer M2				3.68	1.28	0.11	0.26
Acceptable variation (%) <sup>a</sup>	7.48	10.01	4.13	3.94	3.98	4.29	21.05

<sup>a</sup> Parameter confidence limit. Possible relative variation of each parameter value, causing that the increase in the model fitting error does not exceed 5%.

**Table 7**  
Predictive capability of the particle size distribution model.

Test	Mean square error (%)			$\chi^2$ statistic			$R^2$		
	Centre	Edge	Total	Centre	Edge	Total	Centre	Edge	Total
<i>Manufacturer M1, porphyritic ore</i>									
M1-P3	2.30	3.86	1.80	1.75	6.34	1.45	1.00	1.00	1.00
M1-P4	2.56	3.79	2.01	2.32	9.37	1.87	1.00	1.00	1.00
<i>Manufacturer M1, andesitic ore</i>									
M1-A4	2.20	6.13	2.31	5.70	10.50	4.02	1.00	1.00	1.00
M1-A6	2.44	4.41	2.12	3.95	10.41	4.03	1.00	1.00	1.00
<i>Manufacturer M2, porphyritic ore</i>									
M2-P1	4.53	5.45	3.91	14.16	21.43	10.64	0.99	1.00	0.99
M2-P4	3.63	3.95	3.17	6.96	8.08	5.87	1.00	0.99	1.00
<i>Manufacturer M2, andesitic ore</i>									
M2-A2	2.49	1.85	1.52	3.05	1.46	1.93	1.00	1.00	1.00
M2-A4	3.23	3.55	2.87	5.11	5.77	6.27	1.00	1.00	1.00



**Fig. 7.** Experimental and predicted curves of the total product particle size distribution for each manufacturer and each ore type. (a) Andesitic ore and (b) Porphyritic ore.

The prediction quality is good for the particle size distribution of the total products. The correlation coefficient values are all over 98%, but the chi-square test fails in two of the predictions (centre and edge for the same test) of product size distribution.

In Fig. 7 the validation graphs, with the particle size distribution of the total product, for each manufacturer and each ore type are shown.

## 5. Conclusions

A phenomenological and steady-state model of the HPGR was developed as a function of operating variables, equipment specifications and ore characteristics. A novel approach was used in the estimation of the product size distributions.

The results of the pilot scale tests (Tables 1–4) showed the energy savings of the HPGR, the specific energy consumption was less than 3 kWh/t and the model was quite accurate in this prediction.

The results of the model fitting procedure showed that the parameters of the selection function are manufacturer-dependent. The selection function curves for each manufacturer were very similar, independently of the ore. Between manufacturers M1 and M2, greater differences were observed for coarser sizes, but quite small for the finer ones. With respect to the parameter  $a$  (edge fraction) the values for manufacturer M1 were quite similar (see Table 6).

The experimental results showed that for different operating pressures,  $R_p$ , different product size distributions were obtained (see Fig. 5). It was also evident that the ore type caused a small effect, especially when a higher  $R_p$  was used, with a lower  $R_p$

the differences were more evident (see Fig. 5). The differences of grinding between both manufacturers (see Fig. 7) are explained by the differences in the operating pressure  $R_p$ . While the manufacturer M1 tests shown in Fig. 7a were performed at higher  $R_p$  values (59–60 bar), the manufacturer M2 tests shown in Fig. 7b corresponded to lower  $R_p$  values (30–40 bar). These  $R_p$  differences explain the different size reduction more than the different manufacturer.

Although the chi-square goodness of fit tests failed in few (4 out of 39) of all particle size distributions, the model fit is good. For the fitting of the total particle size distributions, mean square errors lower than 3.46% with an average of 2.66%, were obtained.

Finally, the predictive capability of the model is accurate, a correlation coefficient  $R^2$  greater than 80% for the prediction of the specific energy consumption (96% if a questionable test is not used). In the prediction of the particle size distributions, the chi-square tests failed in two (out of 24) of the particle size distributions (centre and edge for the same test). For the prediction of the total particle size distributions, mean square errors lower than 3.91% with an average of 2.46%, were obtained.

## Appendix A. Simulation example

The following calculations were made for a HPGR of  $D = 1.00$  m and  $L = 0.75$  m operating at  $R_p = 60$  bar. The ore density is  $\rho = 2.7$  t/m<sup>3</sup> and the bulk density is  $\rho_a = 1.6$  t/m<sup>3</sup>. The operating gap, the roll peripheral velocity and the density of the product at the extrusion zone were calculated by estimations mentioned by Klymowsky et al. (2002):  $s_0 = 0.03D$ ,  $U = D$  and  $\delta = 0.85\rho$ . Then,

$$\begin{aligned}s_0 &= 0.03 \text{ m} \\ U &= 1.00 \text{ m/s} \\ \delta &= 2.3 \text{ t/m}^3\end{aligned}$$

#### A.1. Determination of throughput and inter particle compression angle

Step 1: Calculate the inter particle compression angle from Eq. (6):

$$\alpha_{IP} = \arccos \left( \frac{1}{2 \times 1.00} [(0.03 + 1.00) + \sqrt{(0.03 + 1.00)^2 - \frac{4 \times 0.03 \times 2.30 \times 1.00}{1.60}}] \right) = 9.47^\circ$$

Step 2: Calculate the HPGR throughput from Eq. (7):

$$G_s = 3600 \times 2.30 \times 0.03 \times 0.75 \times 1.00 = 186.3 \text{ tph}$$

#### A.2. Power draw and specific energy consumption calculation

Step 1: Calculate the compression force from Eq. (8)

$$F = 100 \times 60 \times \frac{1.00}{2} \times 0.75 = 2250 \text{ kN}$$

Step 2: Calculate the total power draw from Eq. (10)

$$P = 2 \times 2250 \sin \left( \frac{9.47}{2} \right) \times 1.00 = 371.46 \text{ kW}$$

Step 3: Calculate the specific energy consumption from Eq. (11) as

$$W = \frac{371.46}{186.30} = 1.99 \text{ kWh/t}$$

#### A.3. Particle size distribution calculation

The calculations were done using the parameters for Andesitic ore and Manufacturer 1 and a given particle size distribution of the feed. For simplification purposes, three blocks ( $N_B = 3$ ) and three size classes were considered.

Size (mm)	Percent passing (%)
50.80	100.00
25.40	50.00
12.70	25.00

Step 1: Calculate the breakage and specific selection matrices from Eqs. (18)–(20).

$$b_{ij} = \begin{pmatrix} 0.00 & 0.00 & 0.00 \\ 0.76 & 0.00 & 0.00 \\ 0.24 & 1.00 & 0.00 \end{pmatrix}, \quad S_i^E = \begin{pmatrix} 1.43 & 0.00 & 0.00 \\ 0.00 & 1.19 & 0.00 \\ 0.00 & 0.00 & 0.40 \end{pmatrix}$$

Step 2: Calculate the height of the particle bed compression zone from Eq. (15).

$$z^* = \frac{1.00}{2} \sin(9.47) = 0.08 \text{ m}$$

Step 3: Calculate the critical size from Eq. (12)

$$x_c = 0.03 + 1.00(1 - \cos(9.47)) = 0.04 \text{ m} = 40 \text{ mm}$$

The class sizes considered in the feed are lower than the critical size, from Fig. 3 all the ore was crushed by particle bed compression.

Step 4: Calculate the holdup of each block using Eq. (22)

$$H_k = \frac{1}{3} \times 186.30 \times \frac{0.08}{3600 \times 1.00} = 1.38 \times 10^{-3} \text{ t}$$

Step 5: Calculate the centre and the power of each block using Eqs. (24) and (23)

$$\begin{aligned}y_1 &= \frac{0.75}{2 \times 3} (2 \times 1 - 3 - 1) = -0.25, \quad y_2 = 0, \quad y_3 = 0.25 \\ P_1 &= 371.46 \\ &\times \frac{(0.75^2 - 4 \times 0.25^2)}{(0.75^2 - 4 \times 0.25^2) + (0.75^2 - 4 \times 0.00^2) + (0.75^2 - 4 \times 0.25^2)} \\ &= 96.58 \text{ kW} \\ P_2 &= 174.59 \text{ kW} \\ P_3 &= 96.58 \text{ kW}\end{aligned}$$

Step 6: Calculate the rate of breakage of each block using Eq. (21)

$$\begin{aligned}S_{1,1} &= \frac{96.58}{1.38 \times 10^{-3}} 1.43 = 100079.28, \quad 1/h = 27.80 \text{ 1/s}, \\ S_{2,1} &= 23.13 \text{ 1/s}, \quad S_{3,1} = 7.78 \text{ 1/s} \\ S_{2,1} &= 50.25 \text{ 1/s}, \quad S_{2,2} = 41.82 \text{ 1/s}, \quad S_{2,3} = 14.06 \text{ 1/s} \\ S_{3,1} &= 27.80 \text{ 1/s}, \quad S_{3,2} = 23.13 \text{ 1/s}, \quad S_{3,3} = 7.78 \text{ 1/s}\end{aligned}$$

Step 7: Calculate the particle size distribution of each size class and block using Eq. (16)

$$\begin{aligned}p_{1,1} &= p_{1,3} = 50 \exp \left( -\frac{27.80}{1.00} 0.08 \right) = 5.41 \\ p_{2,1} &= p_{2,3} = \frac{0.76 \times 27.80}{23.13 - 27.80} 50 \exp \left( -\frac{27.80}{1.00} 0.08 \right) \\ &\quad + \left( 50 - \frac{0.76 \times 27.80}{23.13 - 27.80} 50 \right) \exp \left( -\frac{23.13}{1.00} 0.08 \right) = 18.94 \\ p_{3,1} &= p_{3,3} = 100 - p_{2,1} - p_{1,1} = 75.65 \\ p_{1,2} &= 0.90 \\ p_{2,2} &= 9.34 \\ p_{1,3} &= 90.57\end{aligned}$$

Step 8: Calculate the total particle size distribution from Eq. (26)

$$\begin{aligned}p_1^{\text{HPGR}} &= \frac{1}{3} (5.41 + 0.90 + 5.41) = 3.91 \\ p_2^{\text{HPGR}} &= 15.74 \\ p_3^{\text{HPGR}} &= 80.31\end{aligned}$$

Step 9: Calculate the edge particle size distribution from Eq. (25)

$$\begin{aligned}E &= 0.50 \times 0.21 \times 3.00 = 0.32 (0.5a N_B) \\ p_1^E &= \frac{1}{0.32} [0.32 \times 5.41] = 5.41 \\ p_2^E &= 18.94 \\ p_3^E &= 75.65\end{aligned}$$

Step 10: Calculate the centre particle size distribution from Eq. (27)

$$\begin{aligned}p_1^C &= \frac{1}{1 - 0.21} (3.91 - 0.21 \times 5.41) = 3.51 \\ p_2^C &= 14.89 \\ p_3^C &= 81.60\end{aligned}$$

#### References

- Austin, L.G., 1997. Mill power for high-pressure grinding rolls in coal grinding. *Minerals and Metallurgical Processing* 14 (3), 18–26.



- Austin, L.G., Luckie, P.T., 1972. Estimation of non-normalized breakage distribution parameters from batch grinding. *Powder Technology* 5 (5), 267–277.
- Bearman, R., 2006. High-pressure grinding rolls – characterizing and defining process performance for engineers. In: Kawatra, S. (Ed.), *Advances in Comminution*. SME Inc., Littleton, pp. 3–14.
- Daniel, M.J., Morrell, S., 2004. HPGR model verification and scale-up. *Minerals Engineering* 17 (11–12), 1149–1161.
- Danilkewich, H., Hunter, I., 2006. HPGR challenges and growth opportunities. In: Allan, M.J., Major, K., Flintoff, B.C., Klein, B., Mular, A.L. (Eds.), *Proc. International Conference on Autogenous and Semiautogenous Grinding Technology 2006*, vol. IV. Department of Mining Engineering, University of British Columbia, Vancouver, B.C., pp. 27–44.
- Herbst, J.A., Fuerstenau, D.W., 1980. Scale-up procedure for continuous grinding mill design using population balance models. *International Journal of Mineral Processing* 7, 1–31.
- Himmelblau, D.M., 1970. *Process Analysis by Statistical Methods*, first ed. Sterling Swift, Texas.
- Klymowsky, R., Patzelt, N., Knecht, J., Burchardt, E., 2002. Selection and sizing of high pressure grinding rolls. In: Mular, A., Halbe, D., Barratt, D. (Eds.), *Proc. Mineral processing plant design, practice and control*, vol. 1. SME Inc., Littleton, pp. 636–668.
- Klymowsky, R., Patzelt, N., Knecht, J., Burchardt, E., 2006. An overview of HPGR technology. In: Allan, M.J., Major, K., Flintoff, B.C., Klein, B., Mular, A.L. (Eds.), *Proc. International Conference on Autogenous and Semiautogenous Grinding Technology 2006*, vol. IV. Department of Mining Engineering, University of British Columbia, Vancouver, B.C., pp. 11–26.
- Lim, W.I.L., Campbell, J.J., Tondo, L.A., 1997. The effect of rolls speed and rolls surface pattern on high pressure grinding rolls performance. *Minerals Engineering* 10 (4), 401–419.
- Lubjuhn, U., 1992. Axiale Druckverteilung. <[www.yellow-bridge.de/Gbw/druck\\_axial.htm](http://www.yellow-bridge.de/Gbw/druck_axial.htm)>.
- Morley, C., 2006. High-pressure grinding rolls – a technology review. In: Kawatra, S. (Ed.), *Advances in Comminution*. SME Inc., Littleton, pp. 15–39.
- Morrell, S., Shi, F., Tondo, L.A., 1997. Modelling and scale-up of high pressure grinding rolls. In: *Proc. XX International Mineral Processing Congress. IMPC*, Aachen, Germany.
- Oestreicher, C., Spollen, C.F., 2006. HPGR versus SAG mill selection for the Los Bronces grinding circuit expansion. In: Allan, M.J., Major, K., Flintoff, B.C., Klein, B., Mular, A.L. (Eds.), *Proc. International Conference on Autogenous and Semiautogenous Grinding Technology 2006*, vol. IV. Department of Mining Engineering, University of British Columbia, Vancouver, B.C., 2006, pp. 110–123.
- Patzelt, N., Klymowsky, R., Knecht, J., Burchardt, E., 2006. High-pressure grinding rolls for gold/copper applications. In: Kawatra, S. (Ed.), *Advances in Comminution*. SME Inc., Littleton, pp. 51–67.
- Reid, K.J., 1965. A solution to the batch grinding equation. *Chemical Engineering Science* 20 (11), 953–963.
- van Drunick, W., Smit, I., 2006. Energy efficient comminution – HPGR experience at Anglo research. In: Allan, M.J., Major, K., Flintoff, B.C., Klein, B., Mular, A.L. (Eds.), *Proc. International Conference on Autogenous and Semiautogenous Grinding Technology 2006*, vol. IV. Department of Mining Engineering, University of British Columbia, Vancouver, B.C., pp. 124–139.