Capítulo 2

Control Predictivo Basado en Modelo (MPC) aplicado al control de sistemas de tráfico.

2.1. Introducción al MPC

El MPC, iniciales de "Model Predictive Control", se enmarca dentro de los controladores óptimos, es decir, de aquellos en los que las actuaciones responden a la optimización de un criterio. El criterio a optimizar, o función de coste, está relacionado con el comportamiento futuro del sistema, que se predice gracias a un modelo dinámico del mismo, denominado modelo de predicción (de ahí el término *predictivo basado en modelo*). El intervalo de tiempo futuro que se considera en la optimización se denomina *horizonte de predicción*.

Dado que el comportamiento futuro del sistema depende de las actuaciones que se aplican a lo largo del horizonte de predicción, son estas las variables de decisión respecto a las que se optimiza el criterio. La aplicación de estas actuaciones sobre el sistema conduciría a un control en bucle abierto. La posible discrepancia entre el comportamiento predicho y el comportamiento real del sistema crean la necesidad de imponer cierta robustez al sistema incorporando realimentación del mismo. Esta realimentación se consigue gracias a la técnica del horizonte deslizante que consiste en aplicar las actuaciones obtenidas durante un periodo de tiempo, tras el cual se muestrea el estado del sistema y se resuelve un nuevo problema de optimización. De esta manera, el horizonte de predicción se va deslizando a lo largo del tiempo.

Una de las propiedades más atractivas del MPC es su formulación abierta, que permite la incorporación de distintos tipos de modelos de predicción, sean lineales o no lineales, monovariables o multivariables, y la consideración de restricciones sobre las señales del sistema. Esto hace que sea una estrategia utilizada en muy diversas áreas del control. Además es una de las pocas técnicas que permiten controlar sistemas con restricciones incorporando estas en el propio diseño del controlador.

Estas características han hecho del control predictivo una de las escasas estrategias de control avanzado con un impacto importante en problemas de ámbito industrial. En este sentido es importante resaltar que el control predictivo se ha desarrollado en el mundo de la industria, y ha sido la comunidad investigadora la que se ha esforzado en dar un soporte teórico a los resultados prácticos obtenidos.

2.2. Formulación del MPC

El control predictivo está formado por los siguientes elementos [8]:

• Modelo de predicción:

Es el modelo matemático que describe el comportamiento esperado del sistema. Este modelo puede ser lineal o no lineal, en tiempo continuo o en tiempo discreto, en variables de estado o en entrada salida. El hecho de que el problema de optimización implicado se resuelva mediante el computador, así como la técnica de horizonte deslizante con la que se aplica la solución, hace que sea más natural considerar modelos discretos que continuos. Por ello, en lo que sigue se consideran modelos en tiempo discreto 2. Asimismo, dado que los modelos en el espacio de estados son más generales que los modelos entrada-salida, en lo que sigue se adopta dicha formulación. Se considera además que el origen es el punto de equilibrio en el que se quiere regular el sistema, lo cual no resta generalidad pues se puede conseguir con un cambio de variables adecuado. Así el modelo de predicción considerado tiene la forma:

$$x(k+1) = f(x(k), u(k))$$

Siendo x(k) el estado y u(k) las actuaciones sobre el sistema en el instante k.

En el caso en que el sistema presente incertidumbres, estas pueden aparecer en el modelo de predicción. En consecuencia, se considera su efecto en la predicción del comportamiento futuro del sistema, dependiendo éste del valor futuro de las incertidumbres que se consideren. A esta secuencia de incertidumbres futuras se denomina realización de las mismas.

Función de coste:

Es la función que indica el criterio a optimizar. Es una función definida positiva que expresa el coste asociado a una determinada evolución del sistema a lo largo del horizonte de predicción Np. Dado que el coste considera el comportamiento del sistema hasta un horizonte Nh, este depende del estado actual del sistema x(k) y de la secuencia de N actuaciones que se aplican durante el horizonte de predicción Nc. Usualmente se considera constante la señal de control tras el horizonte de control.

• Restricciones:

Indican los límites dentro de los cuales debe discurrir la evolución del sistema. La evolución de las señales de un sistema no debe exceder determinadas restricciones que, ya sea por límites físicos o bien por motivos de seguridad, se imponen al sistema. Por ejemplo, los límites de los actuadores forman parte de estas restricciones. La necesidad, generalmente por motivos económicos, de trabajar en puntos de operación cercanos a los límites físicos admisibles del sistema ha provocado la incorporación de dichas restricciones en la síntesis de los controladores.

Estas restricciones se suelen expresar como conjuntos X y U, generalmente cerrados y acotados, en los cuales deben estar contenidos los estados del sistema y las actuaciones en cada instante, de forma que:

$$x(k) \in X \lor k$$
$$u(k) \in U \lor k$$

Optimización:

Teniendo en cuenta todos estos elementos, el problema de optimización asociado al controlador predictivo que se debe resolver en cada instante es:

$$\min_{u(k)} J(x(k), u(k)) s. a.:$$

$$u(k+j|k) \in U \ para \ j = 0, 1, ..., Nc - 1$$

$$x(k+j|k) \in X \ para \ j = 0, 1, ..., Np - 1$$

$$x(k+j|k) = f(k+j|k, u(k+j|k) \ para \ j = 0, 1, ..., Np - 1$$

$$u(k+j|k) = u(k+j-1|k) \ para \ j = Nc, Nc + 1, ..., Np - 1$$

Este problema de optimización tiene como variables de decisión las actuaciones a lo largo del horizonte de control y depende de forma paramétrica del estado del sistema. Una vez obtenida la solución, según la estrategia del horizonte deslizante, se aplica la actuación obtenida para el instante siguiente y se vuelve a resolver en el siguiente periodo u(k|k) de muestreo.

2.3. Ventajas e Inconvenientes del MPC

Los controladores predictivos han tenido un notable éxito en el campo de la industria así como en la comunidad investigadora. Esto se debe a las propiedades que tienen estas técnicas de control, no exentas, por otro lado, de desventajas [9]. Entre las ventajas del MPC se pueden destacar:

- Formulación en el dominio del tiempo, flexible, abierta e intuitiva.
- Permite tratar con sistemas lineales y no lineales, monovariables y multivariables utilizando la misma formulación del controlador.
- La ley de control responde a criterios óptimos.
- Permite la incorporación de restricciones en la síntesis del controlador.

De todas estas ventajas, sin duda la más importante es la posibilidad de incorporar restricciones en el cálculo de las actuaciones, aspecto que las técnicas clásicas de control no permiten. Entre las desventajas de esta técnica de control se pueden citar las siguientes:

- Requiere el conocimiento de un modelo dinámico del sistema suficientemente preciso.
- Requiere un algoritmo de optimización, por lo que solo puede implementarse por un computador.
- Requiere un alto coste computacional, lo que hace difícil su aplicación a sistemas rápidos.
- Hasta hace relativamente poco, no se podía garantizar la estabilidad de los controladores, especialmente en el caso con restricciones. Esto hacía que el ajuste de estos controladores fuese heurístico y sin un conocimiento de cómo podían influirlos parámetros en la estabilidad.
- Resulta compleja la consideración de incertidumbres.

Merece la pena destacar que el control predictivo es una técnica muy potente que permite formular controladores para sistemas complejos y con restricciones. Esta potencia tiene un precio asociado: el coste computacional y la sintonización del controlador. Recientes avances en el campo del MPC proveen un conocimiento más profundo de estos controladores, obteniéndose resultados que permiten relajar estos requerimientos. Así por ejemplo, se han establecido condiciones generales para garantizar la estabilidad [10], condiciones bajo las cuales se puede relajar la optimalidad del controlador garantizando su estabilidad y se han desarrollado algoritmos eficientes para la resolución del problema.

2.4. Control Predictivo aplicado a sistemas de control de tráfico

Esta sección se centra en como las características del MPC afectan al control de sistemas de tráfico. Las principales razones por las que se usara control predictivo para resolver el problema del control del tráfico en tiempo real son:

- "Coordinación": El MPC es capaz de tratar de forma directa el problema multivariable, permitiendo así coordinar los distintos mecanismos de control de tráfico ("Ramp metering", "Control dinámico de velocidad"...).
- "Predicción": Se puede predecir el efecto de las acciones de control en el futuro teniendo en cuenta los valores típicos futuros de demanda de vehículos que entran y salen de la vía.
- La señal de control es calculada de forma óptima, permitiendo así minimizar el tiempo de circulación de los vehículos.
- Puede manejarse de forma explícita el problema no lineal.
- Puede tenerse consideración explicita de las restricciones en las variables.

Es importante tener en cuenta que nuestro sistema se verá afectado por distintas perturbaciones. Por un lado la demanda futura de vehículos es una perturbación estimable (teniendo en cuenta la de días anteriores) que deberá tenerse en cuenta de forma explícita. Por otro lado, se nos presentan perturbaciones medibles pero no estimables, como la congestión a la salida de la zona controlada. Estas variables serán

también incluidas explícitamente en el cálculo de la señal de control aunque no se podrán estimar sus valores futuros. Por último, perturbaciones provocadas por las condiciones atmosféricas o accidentes de tráfico no pueden ser medidas. El controlador debe realizar una estimación online de los parámetros del modelo para compensar estas perturbaciones no medibles. Para el trabajo, se considerará que los parámetros de la vía son constantes e iguales a los parámetros del modelo. Para una mayor exactitud de los resultados, los controladores deben ser simulados en modelos microscópicos de tráfico con la ayuda de un software de simulación como Aimsun o Paramics.

2.5. Antecedentes del Control Predictivo aplicado a sistemas de control de tráfico

El MPC ha sido probado con éxito en el control de sistemas de tráfico. En [17], 2 simulaciones usando "ramp metering" calculados con ALINEA (la técnica lineal de control de tráfico más implementada) y calculados con MPC son comparadas obteniendo un reducción del TTS (tiempo total empleado) de un 1.3% en el caso de ALINEA y de un 6.9% en el caso del control predictivo. En [12], los límites dinámicos de velocidad son determinados previamente sin optimizar un modelo macroscópico (teniendo en cuenta factores como el máximo flujo por un cuello de botella o los límites en la longitud de las colas). Posteriormente, las tasas de apertura de los ramp metering son calculadas usando MPC. En [12], la apertura de los ramp metering son calculadas previamente usando una estrategia dada (por ejemplo, ALINEA). Posteriormente, los VSL son calculados usando MPC y un modelo METANET simplificado. Con este algoritmo se obtiene una reducción del 31,8 % en el TTS. En [13], se demuestra que el cálculo conjunto de VSL y ramp metering en un entorno predictivo mejora substancialmente la respuesta del sistema.

Es importante señalar que la reducción del TTS depende en gran medida de las condiciones del tráfico. Es decir, para comparar adecuadamente dos algoritmos, ambos deben ser simulados en la misma red y con las mismas condiciones de entrada de vehículos.

2.6. Control Predictivo Distribuido

La mayoría de las implementaciones de control predictivo a sistemas en red dividen el sistema en pequeños subsistemas y aplican MPC individualmente a cada parte. Está demostrado que una estrategia de control totalmente descentralizada conlleva un comportamiento subóptimo del sistemas controlado, especialmente si los distintos subsistemas interaccionan fuertemente como en los sistemas de control de tráfico. En el lado opuesto, un control completamente centralizado de redes de gran escala es visto poco práctico e irreal para su aplicación a casos reales.

Los algoritmos MPC distribuidos [14] intentan resolver el problema usando una computación en paralelo en la cual los diferentes controladores predictivos que controlan cada subsistema se comunican entre sí para alcanzar la respuesta que tendría un controlador centralizado.

En el MPC comunicativo, las interacciones entre los distintos subsistemas son modeladas y tenidas en cuenta por los controladores vecinos. Es decir, en cada iteración, las trayectorias predichas son intercambiadas entre los controladores locales y el proceso de optimización es repetido. Si el algoritmo converge (probado para sistemas lineales, pero no para no lineales), el sistema alcanzará el "equilibrio de Nash". Sin embargo, este equilibrio es subóptimo para muchos sistemas en red, como los sistemas de tráfico. Esto es debido a que los controladores están teniendo en cuenta los efectos de otros controladores en el subsistema que le corresponde, pero no tienen en cuenta sus efectos en otros subsistemas. En otras palabras, los controladores se comunican pero no colaboran.

Con el objetivo de mejorar este funcionamiento, el MPC cooperativo puede ser usado. Estas técnicas modifican la función objetivo de los MPC locales incluyendo también las funciones de coste de ciertos controladores vecinos apropiadamente ponderadas. Si se usa el algoritmo "feasible cooperation based MPC" (FC-MPC), solo las variables locales correspondiente a cada subsistema son tomadas como variables de decisión. En [14], se prueba que el FC-MPC converge hacia el óptimo de controlador centralizado (Pareto-óptimo) en sistemas lineales. No hay resultados probados para sistemas no lineales. Sin embargo, en este trabajo es posible observar como para el control de sistemas de tráfico usando modelos METANET, el comportamiento centralizado es aproximado por el FC-MPC en pocas iteraciones.