



**ESPE**  
UNIVERSIDAD DE LAS FUERZAS ARMADAS  
INNOVACIÓN PARA LA EXCELENCIA

**DEPARTAMENTO DE ENERGÍA Y MECÁNICA**

**CARRERA DE INGENIERÍA PETROQUÍMICA**

**PROYECTO DE INVESTIGACIÓN**

**LUIS FERNANDO CEPEDA VACA**

**TEMA: MODELAMIENTO Y CONTROL MEDIANTE MPC DE UN MOLINO DE  
RODILLOS DE ALTA PRESIÓN (HPGR).**

**DIRECTOR: PhD. EDUARDO VYHMEISTER**

**CODIRECTOR: PhD. VICTOR ANDALUZ**

**LATACUNGA, (OCTUBRE) (2015)**

## **1. Título del proyecto**

Modelamiento y control mediante MPC de un molino de rodillos de alta presión (HPGR).

## **2. Unidad responsable**

Departamento de Energía y Mecánica

## **3. Responsables del proyecto**

Luis Fernando Cepeda Vaca

## **4. Colaboradores científicos**

Director: PhD. Eduardo Vyhmeister

Codirector: PhD. Victor Andaluz

## **5. Área de influencia**

Área de Ingeniería de Procesos

## **6. Línea de Investigación**

La línea de investigación que corresponde a este proyecto es el modelamiento y control mediante MPC de un molino de rodillos de alta presión.

## **7. Sub línea de Investigación**

La sub línea de investigación que corresponde a este proyecto es ingeniería de procesos.

## **8. Antecedentes**

Estudios realizados desde el año 2006 en Cerro Verde, Perú, de la puesta en marcha de la tecnología de molienda HPGR (Molino de Rodillos de Alta Presión en industrias que tratan rocas duras tales como: diamante, cemento y cobre han evidenciado que tiene como característica un uso más eficiente de la energía, mediante la generación de microfracturas, que revierten la tendencia al gigantismo en equipos posteriores al chancado terciario (chancado fino).

Debido al auge de esta tecnología, y partiendo de la investigación realizada (ALARCÓN Salas, Osvaldo. Modelación y Simulación Dinámica de un Molino de Rodillos de Alta Presión (HPGR), para Conminución de Minerales de Cobre. Tesis (Ingeniero Civil Químico y el grado Magíster en Ciencias de la Ingeniería, Mención Ingeniería Química). Santiago, Chile, Universidad de Santiago de Chile, 2012) acerca modelamiento de la misma, que tiene como finalidad representar

las etapas reales del proceso a través de tres sub-modelos descritos en una familia de ecuaciones (capacidad de tratamiento del equipo, consumo específico de energía y granulometría del producto) mediante símbolos y operaciones matemáticas, para su posterior utilización en el control del proceso mediante MPC.

Esta técnica es un método avanzado de control que ha estado en uso en las industrias de proceso: plantas químicas y refinerías desde 1980, teniendo como principal ventaja que el tiempo de actuación sea optimizado, mientras se mantiene en cuenta intervalos de tiempo futuros.

## **9. Planteamiento del Problema**

A pesar que la tecnología de molienda con rodillos a alta presión (HPGR), posee alrededor de veinte años de resultados exitosos en la industria que ocupan minerales con elevada dureza, se considera inmadura y su incorporación en el diseño de nuevos proyectos se ve limitada, entre otras cosas, por la ausencia de modelos validados que permitan la evaluación del desempeño del equipo en nuevos circuitos de conminución.

En la investigación realizada por ALARCÓN Salas, Osvaldo. Modelación y Simulación Dinámica de un Molino de Rodillos de Alta Presión (HPGR), para Conminución de Minerales de Cobre; se evidencia que existen parámetros como: el centro de masa de una franja de material en zona de capas de partículas (modelo de capacidad de tratamiento) y la potencia requerida para girar ambos rodillos (modelo de potencia consumida y consumo de energía específica), que pueden ser modelados de distinta manera para obtener un mejor resultado y su posterior empleo en el control mediante MPC del proceso.

## **10. Descripción resumida del proyecto**

En el siguiente proyecto se va a realizar el modelamiento y control mediante MPC de un molino de rodillos de alta presión (HPGR). Se obtendrá un modelo que constará de sub-modelos que serán representados mediante una familia de ecuaciones que lograrán predecir parámetros como: capacidad de tratamiento del equipo, consumo específico de energía y la granulometría del producto, en función de las características del producto a ser tratado, de las dimensiones del equipo y de las distintas condiciones operacionales de trabajo.

Además se va a realizar el control mediante MPC, el cuál emplea el modelo matemático, para optimizar el tiempo de actuación y tener control de las variables del proceso.

### **11. Justificación e importancia**

Al llevar a cabo el presente proyecto de investigación se obtendrá como resultado un modelo que represente el funcionamiento del molino de rodillos de alta presión (HPGR), siendo importante porque mediante la comparación de las variables de salida con los datos obtenidos en investigaciones previas validará el funcionamiento del modelo, demostrando que puede ser una tecnología apta para industrias que tratan con rocas de alta dureza.

Otro aspecto importante es, la realización de un sistema de control mediante MPC, el cual se enmarca dentro de los controladores óptimos, de aquellos en los que las actuaciones responden a la optimización de un criterio. Adicionalmente permite la incorporación de distintos modelos de predicción, sean lineales o no lineales, monovariantes o multivariantes, y la consideración de restricciones sobre las señales del sistema. Esto hace que sea una estrategia utilizada en muy diversas áreas de control. Además es una de las pocas técnicas que permiten controlar sistemas con restricciones incorporando estas en el propio diseño del controlador. Estas características han hecho del control predictivo una de las escasas estrategias de control avanzado con un impacto importante en problemas de ámbito industrial. En este sentido es importante recalcar que el control predictivo se ha desarrollado en el mundo de la industria, y ha sido la comunidad investigadora la que se ha esforzado en dar un soporte teórico a los resultados prácticos obtenidos.

### **12. Proyectos relacionados**

Alarcón, Osvaldo. (2012). *Modelación y simulación dinámica de un molino de rodillos de alta presión (HPGR), para conminución de minerales de cobre*. Santiago-Chile.

No existen proyectos relacionados en la Universidad de las Fuerzas Armadas ESPE-L.

## **Objetivos generales y específicos**

### **13.1. Objetivo General**

Realizar el modelamiento y control mediante MPC de un molino de rodillos de alta presión (HPGR).

### **13.2. Objetivos Específicos**

- Obtener el modelo matemático del molino de alta presión con las rectificaciones en parámetros como: el centro de masa de una franja de material en zona de capas de partículas (modelo de capacidad de tratamiento) y la potencia requerida para girar ambos rodillos (modelo de potencia consumida y consumo de energía específica).
- Programar en Matlab del modelo obtenido.
- Comparar los datos obtenidos con aquellos que se lograron en la investigación que fue el punto de partida.
- Obtener la respuesta de las variables de salida de interés: capacidad de tratamiento, consumo específico de energía, y distribución granulométrica del producto.
- Realizar el control del molino de rodillos de alta presión mediante MPC (multivariable).

## **13. Metas**

- Adquisición de información de las características y funcionamiento del molino de rodillos de alta presión y control mediante MPC (multivariable) hasta la última semana de octubre.
- Obtención del modelo matemático del molino de rodillos de alta presión HPGR con las respectivas modificaciones hasta la segunda semana de diciembre.
- Construcción de la codificación en Matlab hasta la primera semana de enero.
- Comparación de datos obtenidos hasta la tercera semana de enero.

- Elaboración del control mediante MPC hasta la tercera semana de febrero.
- Levantamiento de un documento en donde se evidencie lo realizado en la investigación hasta la segunda semana de marzo.

#### **14. Hipótesis**

Las modificaciones en parámetros como: el centro de masa de una franja de material en zona de capas de partículas (modelo de capacidad de tratamiento) y la potencia requerida para girar ambos rodillos (modelo de potencia consumida y consumo de energía específica), influirá directamente en variable de salida del proceso: granulometría del producto.

#### **Variables de la investigación**

- VARIABLE INDEPENDIENTE: Las modificaciones de parámetros en el modelo como: el centro de masa de una franja de material en zona de capas de partículas (modelo de capacidad de tratamiento) y la potencia requerida para girar ambos rodillos (modelo de potencia consumida y consumo de energía específica).
- VARIABLE DEPENDIENTE: Variable de salida del proceso: granulometría del producto.

#### **15. Marco Teórico**

Los procesos de conminución: chancado y molienda, corresponden a una de las operaciones más importantes en el procesamiento de minerales, principalmente por los costos asociados a la energía y aceros de molienda necesarios para obtener el grado de liberación requerido en procesos posteriores. Con la tecnología disponible, se necesitan múltiples etapas de reducción de tamaño con el fin de cumplir esta tarea. La cantidad de etapas determina el número y tipo de equipos necesarios, y de esta forma los consumos específicos de energía, agua y aceros. [2]

La clave en una operación de reducción de tamaño eficiente, entre otras consideraciones, consiste en realizar una aplicación de la energía de la forma más directa sobre las partículas, además de una conminución selectiva de los tamaños que necesitan ser reducidos. Lo anterior se consigue incorporando equipos de clasificación o que optimicen el uso de la energía en los mecanismos de ruptura. Es por esto que la molienda con rodillos a alta presión (HPGR: High Pressure Grinding Rolls) surge como una alternativa atractiva de ser evaluada en los procesos de conminución.

La tecnología de molienda que emplea rodillos de alta presión (HPGR) en la reducción del tamaño de minerales data a partir del siglo XX, teniendo como punto de partida los estudios del alemán Klaus Schönert a finales de los años setenta, el mismo que concluyó que a medida que aumenta la presión sobre el mineral, la aglomeración extraída desde el equipo presenta un incremento significativo en la porción de finos. [1]

La primera aplicación industrial de la tecnología HPGR se materializó en la industria del cemento a mediados de los años ochenta, posteriormente tener éxito en la industria del diamante a finales de la década. El desarrollo de nuevos materiales para revestimiento de los rodillos, fue el inicio para que la aplicación en industria de los minerales de hierro en la década de los noventa y en molienda de pellets con resultados favorables.

Las ventajas principales de la tecnología HPGR, respecto a otras tecnologías de reducción de tamaño, radican en la reducción de costos de operación, producto del uso eficiente de la energía en el mecanismo de ruptura y en la reducción del Work Index de Molienda de Bolas hasta en un 25%.

Dentro de las desventajas, se mencionan la ineficiencia del equipo al tratar minerales húmedos y arcillosos; minerales extremadamente duros y competentes; adición de complejidad al layout de la planta al agregar más equipos (chutes y correas); la ubicación geográfica del proyecto, de la cual depende el soporte otorgado por los proveedores y los elevados costos de capital, comparados con circuitos SABC. [2]

### ➤ Funcionamiento del HPGR

El molino de rodillos de alta presión (HPGR), consta de dos rodillos de rotación inversa montados en rodamientos que son soportados por un marco o bastidor. Estos rodillos de rotación inversa son puestos en movimiento de manera separada por dos motores que aportan con el movimiento angular fijo o variable, y además por un sistema de presión Hidro-neumático, el cual aporta con la fuerza aplicada por unidad de área sobre el lecho de mineral que avanza a través de ambos rodillos. Sin embargo el sistema de presión Hidro-neumático solo actúa sobre un rodillo que se desliza en el bastidor denominado “Rodillo Libre o Flotante”, el que además reacciona ante las fuerzas ejercidas desde la superficie del mineral. El otro rodillo, denominado “Rodillo Fijo”, solo se mantiene sujeto en el marco sin deslizamiento. [1]

Sobre los rodillos se monta un silo o tolva de alimentación revestido de un material de tipo cerámica que es resistente a la abrasión, que tiene como objetivo mantener constante y controlada la alimentación en la zona de molienda, generando una operación óptima con uso eficiente de la energía aplicada por los rodillos.

Esta tolva es la responsable de que su contenido ejerza una fuerte presión separante entre los rodillos, por lo cual es necesario la implementación de un sistema de reacción de torque para impedir una desviación en la dirección (Figura 1).

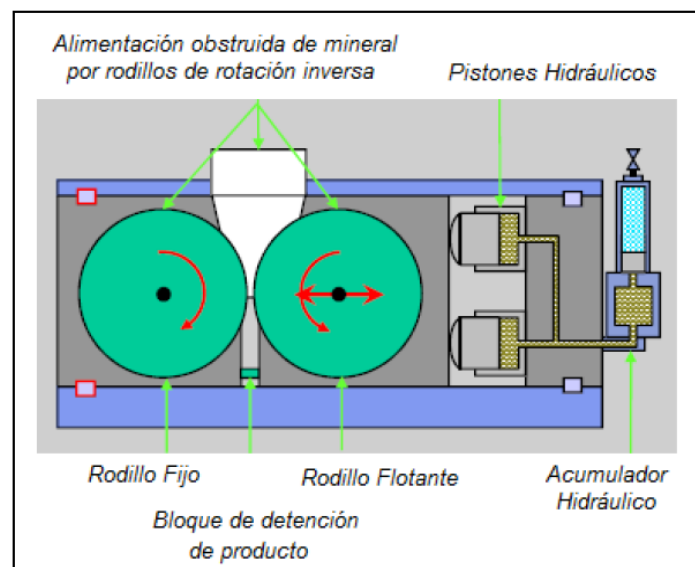


Figura 1 Molino de rodillos de alta presión, HPGR (Alarcón, 2012)



### ➤ Principio de operación del HPGR

La tecnología HPGR opera bajo la premisa de que la conminución se lleva a cabo por compresión y esfuerzos entre partículas en un lecho relleno, formado entre rodillos de rotación inversa (Figura 2).

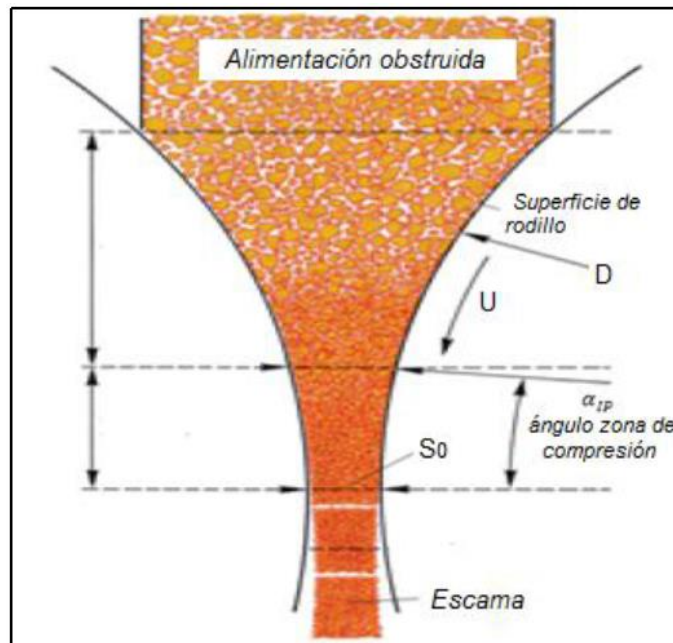


Figura 2 Zona de compresión dentro de un HPGR, (Alarcón, 2012)

En el HPGR se pueden visualizar dos zonas de trituración. En la primera etapa el material alimentado es atrapado por los rodillos, siendo sometidos a un proceso de aceleración con el objetivo de alcanzar la velocidad periférica de ellos. En esta zona se da el fenómeno de compresión simple de partículas, en donde el material es compactado gradualmente producto de la abertura cada vez más estrecha que se da en el equipo (Prechancado), produciéndose además una reorientación de las partículas que van rellendo los intersticios dejados por el mismo material. [1]

Luego el material pasa a la zona del ángulo de compresión, donde se produce un segundo mecanismo de ruptura denominado compresión de capas de partículas. En dicho mecanismo, las fuerzas de molienda son máximas logrando un contacto múltiple entre partículas, que se traduce finalmente en una desintegración y debilitamiento de una gran parte de ellas.

La escama formada es depositada en tolvas instaladas de preferencia a gran altura.

### ➤ Principales elementos constituyentes del HPGR

Los elementos mecánicos que constituyen el molino de rodillos HPGR, se clasifican en cuatro grupos: Prensa de cilindros, Alimentación del material a moles, Accionamiento con eje articulado de los cilindros y una instalación hidráulica.

Dentro de este grupo, los prototipos que tienen relación a la Prensa de cilindros y a la Alimentación de material a moler, conviene analizarlos, puesto que ambos son afectados de manera directa por las características físicas del material afectando el desempeño del HPGR, en cuanto a rendimiento y uso eficiente de la energía. [1]

### ➤ Estudios sobre la tecnología HPGR

Principalmente, los estudios se han basado en la medición de parámetros a escala de laboratorio, con el objeto de extrapolar estos datos y determinar el comportamiento mecánico del equipo en condiciones de operación (revestimientos de rodillos, diseño de tolva, relaciones ancho – diámetro de los rodillos con el porcentaje de finos, etc.).

*Tabla 1 Valores característicos de operación de equipos HPGR a escala industrial o piloto, (Alarcón, 2012)*

<b>Variables</b>	<b>Rango de operación</b>
Diámetro de rodillos, D	0,5 – 2,8 [m]
Largo de rodillos (ancho), L	0,2 – 1,8 [m]
Gap operacional, S0	0,02D – 0,03D [m]
Capacidad de tratamiento, Gs	30 – 3000 [ton/hora]
Fuerza de molienda, F	2000 – 20000 [kN]
Presión media, Rp	20 – 300 [bar]
Potencia instalada máxima, P	2 x 3000 [kW]
Velocidad periférica rodillos, U	$U \leq 1,35\sqrt{D}$ [m/s] si $D < 1,7$ [m] $U \leq D$ [m/s] si $D \geq 1,7$ [m]
Consumo de energía específica, W	1-3 [kWh/ton]

Con respecto a la formulación de ecuaciones que logren modelar matemáticamente el comportamiento del HPGR, los estudios no han sido muchos.

Taggart (1954) fue uno de los primeros autores que propuso ecuaciones para lograr describir al HPGR, principalmente encontrando una expresión para el ángulo que determina la división entre las dos zonas de conminución que existen en el equipo (zona de compresión de partículas aisladas y zona de compresión de capas de partículas). Sin embargo los mayores avances matemáticos fueron logrados por tesis dirigidas por el profesor Schönert, entre 1989 y 1992, con predicciones en la capacidad de tratamiento de mineral, potencia consumida por tratamiento y en la distribución de tamaños de partículas del producto.

### ➤ Modelos matemáticos de la tecnología HPGR

En la actualidad los modelos matemáticos se han perfeccionado con la incorporación de parámetros que permiten un buen ajuste de predicciones, siendo el más completo el que desarrollaron Morrel, Tondo Y Shi (Morrel et al.,1997), en condiciones de operación de estado estacionario. Este se divide en tres sub-modelos descritos por las ecuaciones 1 a 4, y que corresponden a: Modelo de capacidad de tratamiento, Modelo de potencia consumida y Modelo de la granulometría de producto. [1]

- Estudio de la capacidad de tratamiento

La expresión para la capacidad de tratamiento o tonelaje tratado por el HPGR, consiste en la dependencia de las siguientes variables:

$$G_s = 3600 \cdot \delta \cdot S_0 \cdot L \cdot U \quad (1)$$

Fuente: Alarcón, 2012

Donde:

$G_s$  : Capacidad de tratamiento, [ton/hora]

$S_0$  : Gap operacional, [m]

$\delta$  : Densidad aparente del mineral compactado, [ton/m<sup>3</sup>]

$L$  : Ancho de rodillos, [m]

$U$  : Velocidad periférica de rodillos, [m/s]

- Estudio de la potencia consumida

Para la Potencia Consumida de forma efectiva por el equipo HPGR, para lograr la cantidad de finos deseada, se llegó a la conclusión de que las variables físicas incidentes en el resultado corresponden a:

$$P = 2 \cdot \tau \cdot \frac{U}{D} \quad (2)$$

Fuente: Alarcón, 2012

Donde:

$P$  : Potencia consumida, [kW]

$\tau$  : Torque del motor, [kNm]

$D$  : Diámetro de rodillos, [m]

$U$  : Velocidad periférica de rodillos, [m/s]

- **Estudio de la granulometría del producto**

Las diferencias en la granulometría del producto de un HPGR encontradas en estudios anteriores, permite considerar dos zonas de molienda divididas por un ángulo de acción de fuerzas sobre el material triturado y tres mecanismos de fractura diferentes a partir de los cuales el material se convierte en fino (ver figura 3).

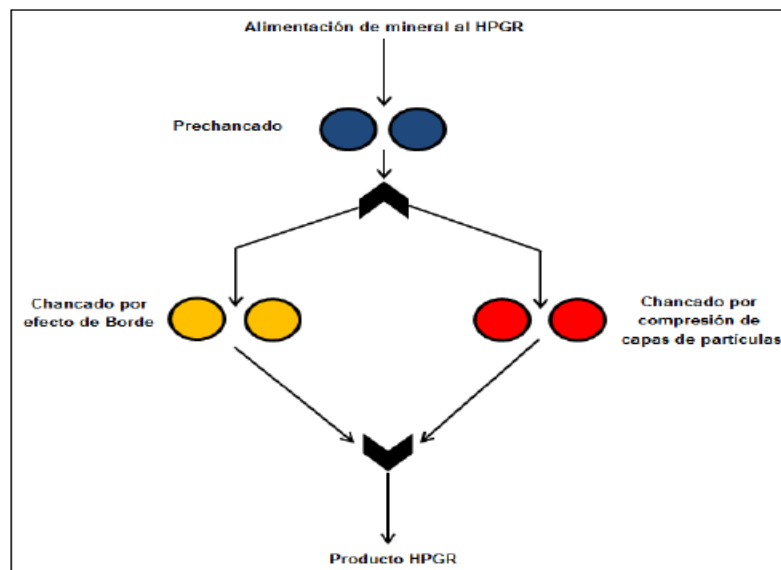


Figura 3 Estudio de la granulometría de producto del HPGR, de acuerdo al Modelo Morrel/Tondo/Shi, (Alarcón, 2012)

Durante la entrada del material a la zona de rodillos, este flujo másico va acelerando de acuerdo a la velocidad de los cilindros, encontrándose con un mecanismo de Pre-Chancado, en donde los gruesos mayores a un tamaño crítico (XC) son fracturados de la misma forma que ocurre en un chancador convencional de rodillos fijos. Las variables que inciden en el tamaño crítico de fractura son los expresados a continuación:

$$X_c = 0.5 \cdot \left[ (D + S_0) - \sqrt{(D + S_0)^2 - 4 \cdot \frac{D \cdot S_0 \cdot \delta}{\rho_a}} \right] \quad (3)$$

Fuente: Alarcón, 2012

Donde:

$X_c$  : *Tamaño crítico de partícula, [m]*

$\delta$  : *Densidad aparente del mineral compactado, [ton/m<sup>3</sup>]*

$\rho_a$  : *Densidad aparente del mineral alimentado, [ton/m<sup>3</sup>]*

$D$  : *Diámetro de rodillos, [m/s]*

$S_0$  : *Gap operacional, [m]*

Posteriormente el material ingresa a una segunda zona (compresión de capas de partículas), en donde existen dos mecanismos de fractura correspondientes al chancado por efecto de borde y chancado por compresión de capas de partículas, de acuerdo al perfil de presiones definido en el material entre rodillos.

La interfase entre ambos mecanismos de fractura, que define la diferencia entre producto de borde y centro en una misma zona de compresión (Morrel et al., 1997), es determinada de acuerdo a las siguientes variables:

$$f = \gamma \cdot \frac{S_0}{L} \quad (4)$$

Fuente: Alarcón, 2012

Donde:

$f$  : *Interfase entre producto de borde y centro*

$\gamma$  : *Parámetro de ajuste*

$L$  : *Ancho de rodillos, [m]*

$S_0$  : *Gap operacional, [m]*

Finalmente, para poder determinar la granulometría de producto HPGR, el modelo requiere un total de 11 parámetros que dependen de la función ruptura y de la curva de clasificación de producto pre-chancado, borde y centro (Daniel y Morrel, 2004).

#### ➤ **Control predictivo basado en el modelo (MPC)**

Es un algoritmo de control que computa una secuencia temporal discreta de las variables manipuladas a futuro con el objetivo de optimizar el comportamiento de la planta o proceso a controlar.

El criterio a optimizar, o función de coste, está relacionado con el comportamiento futuro del sistema, que se predice gracias a un modelo dinámico del mismo, denominado modelo de predicción (de ahí el termino predictivo basado en el modelo). El intervalo de tiempo futuro que se considera en la optimización se denomina horizonte de predicción.

Dado que el comportamiento futuro del sistema depende de las actuaciones que se aplican a lo largo del horizonte de predicción, son estas las variables de decisión respecto a las que se optimiza el criterio. La aplicación de estas actuaciones sobre el sistema conducirá a un control en bucle abierto. La posible discrepancia entre el comportamiento predicho y el comportamiento real crean la necesidad de imponer cierta robustez al sistema incorporando la realimentación del mismo. Esta realimentación se consigue gracias a la técnica del horizonte deslizante que consigue en aplicar las actuaciones obtenidas durante un periodo de tiempo, tras el cual se muestrea el estado del sistema y se resuelve un nuevo problema de optimización, de esta manera, el horizonte de predicción se va deslizando a lo largo del tiempo. [3]

Fue concebido para dar solución al control de plantas químicas y plantas de potencia. Actualmente puede encontrarse en diversas áreas: metalúrgica, automotriz, procesamiento de pulpa y papel, alimentos, robótica, etc.

Se posiciona como un campo muy amplio de métodos de control desarrollados en torno a ciertas ideas comunes:

- Uso explícito de un modelo para predecir la salida del proceso en futuros instantes de tiempo (horizonte de predicción).
- Cálculo de las señales de control minimizando una cierta función objetivo.
- Estrategia deslizante: en cada instante el horizonte se va desplazando hacia el futuro.

#### ➤ **Formulación del MPC**

El control predictivo está formado por los siguientes elementos:

- **Modelo de predicción**

Es el modelo matemático que describe el comportamiento esperado del sistema. Este modelo puede ser lineal o no lineal, en tiempo continuo o en tiempo discreto, en variables de estado o en entrada salida. El hecho de que el problema de optimización implicado se resuelva mediante el computador, así como la técnica de horizonte deslizante con la que se aplica la solución, hace que sea más natural considerar modelos discretos que continuos. Por ello, en lo que sigue se consideran modelos en tiempo discreto. Asimismo, dado que los modelos en el espacio de estados son más generales que los modelos entrada-salida, en lo que sigue se adopta dicha formulación. Se considera además que el origen es el punto de equilibrio en el que se quiere regular el sistema, lo cual no resta generalidad pues se puede conseguir con un cambio de variables adecuado. Así el modelo de predicción considerado tiene la forma: [3]

$$x(k+1) = f(x(k), u(k)) \quad (5)$$

Fuente: Feroldi, 2012

Donde:

$x(k)$  el estado y  $u(k)$  las actuaciones sobre el sistema en el instante  $k$ .

En el caso en que el sistema presente incertidumbres, estas pueden aparecer en el modelo de predicción. En consecuencia, se considera su efecto en la predicción del comportamiento futuro del sistema, dependiendo éste del valor futuro de las incertidumbres que se consideren. A esta secuencia de incertidumbres futuras se denomina realización de las mismas.

- **Función de coste**

Es la función que indica el criterio a optimizar. Es una función definida positiva que expresa el coste asociado a una determinada evolución del sistema a lo largo del horizonte de predicción  $N_p$ . Dado que el coste considera el comportamiento del sistema hasta un horizonte  $N_h$ , este depende del estado actual del sistema  $x(k)$  y de la secuencia de  $N$  actuaciones que se aplican durante el horizonte de predicción  $N_c$ . Usualmente se considera constante la señal de control tras el horizonte de control.

- **Restricciones**

Indican los límites dentro de los cuales debe discurrir la evolución del sistema. La evolución de las señales de un sistema no debe exceder determinadas restricciones que, ya sea por límites físicos o bien por motivos de seguridad, se imponen al sistema. Por ejemplo, los límites de los actuadores forman parte de estas restricciones. La necesidad, generalmente por motivos económicos, de trabajar en puntos de operación cercanos a los límites físicos admisibles del sistema ha provocado la incorporación de dichas restricciones en la síntesis de los controladores.

Estas restricciones se suelen expresar como conjuntos  $X$  y  $U$ , generalmente cerrados y acotados, en los cuales deben estar contenidos los estados del sistema y las actuaciones en cada instante, de forma que:



$$x(k) \in X \quad \forall k \quad (6)$$

$$u(k) \in U \quad \forall k \quad (7)$$

Fuente: Feroldi, 2012

- **Optimización**

Teniendo en cuenta todos estos elementos, el problema de optimización asociado al controlador predictivo que se debe resolver en cada instante es:

$$\min_{u(k)} J(x(k), u(k)) \text{ s. a. : } (8)$$

$$u(k+j|k) \in U \text{ para } j = 0, 1, \dots, N_c - 1 \quad (9)$$

$$x(k+j|k) \in X \text{ para } j = 0, 1, \dots, N_p - 1 \quad (10)$$

$$x(k+j|k) = f(k+j|k, u(k+j|k)) \text{ para } j = 0, 1, \dots, N_p - 1 \quad (11)$$

$$u(k+j|k) = u(k+j-1|k) \text{ para } j = N_c, N_c + 1, \dots, N_p - 1 \quad (12)$$

Fuente: Feroldi, 2012

Este problema de optimización tiene como variables de decisión las actuaciones a lo largo del horizonte de control y depende de forma paramétrica del estado del sistema. Una vez obtenida la solución, según la estrategia del horizonte deslizante, se aplica la actuación obtenida para el instante siguiente y se vuelve a resolver en el siguiente periodo  $u(k|k)$  de muestreo.

➤ **Ventajas e inconvenientes del MPC**

Los controladores predictivos han tenido un notable éxito en el campo de la industria así como en la comunidad investigadora. Esto se debe a las propiedades que tienen estas técnicas de control, no exentas, por otro lado, de desventajas.

Entre las ventajas del MPC se pueden destacar:

- Formulación en el dominio del tiempo, flexible, abierto e intuitivo.

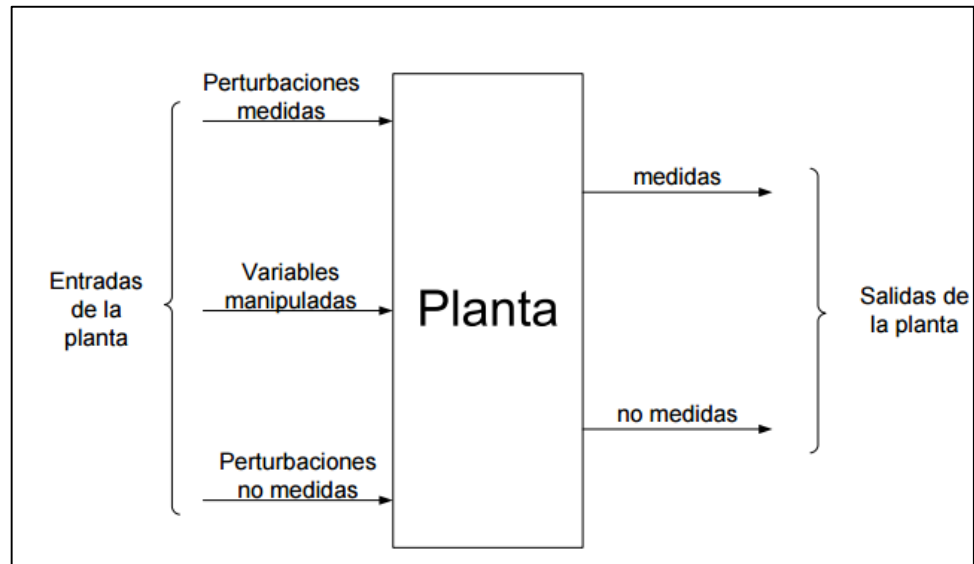
- Permite tratar con sistemas lineales y no lineales, monovariantes y multivariantes utilizando la misma formulación del controlador.
- La ley de control responde a criterios óptimos.
- Permite la incorporación de restricciones en la síntesis del controlador.

De todas estas ventajas, sin duda la más importante es la posibilidad de incorporar restricciones en el cálculo de las actuaciones, aspecto que las técnicas clásicas de control no permiten. Entre las desventajas de esta técnica de control se pueden citar las siguientes:

- Requiere el conocimiento de un modelo dinámico del sistema suficientemente preciso.
- Requiere un algoritmo de optimización, por lo que solo puede implementarse por un computador.
- Requiere un alto coste computacional, lo que hace difícil su aplicación a sistemas rápidos.
- Hasta hace relativamente poco, no se podía garantizar la estabilidad de los controladores, especialmente en el caso con restricciones. Esto hacía que el ajuste de estos controladores fuese heurístico y sin un conocimiento de cómo podían influirlos parámetros en la estabilidad.
- Resulta compleja la consideración de incertidumbres.

➤ **Construcción del modelo**

- **Tipos de entradas y salidas**



*Figura 4 Entradas y salidas para construcción del modelo, (Feroldi, 2012)*

El modelo matemático de la planta debe tener una buena descripción para capturar las dinámicas más significativas y debe ser lo suficientemente simple para poder llevar a cabo la optimización.

➤ **Modelos empleados para MPC**

- Lineales
  - Respuesta al escalón o impulso.
  - Espacio de estados o función de transferencia
- No lineales
  - Modelo de primeros principios
  - Múltiples modelos lineales
  - Redes neuronales
  - Modelos ARX, ARMAX, NARMAX
- Robustos
  - Modelo lineal + descripción de incertidumbre
- Híbridos
  - Mixed Logical Dynamical Systems
  - Piecewise Affine Systems

## **16. Fuentes y técnicas de recopilación de información y análisis de datos**

### **➤ Fuentes**

Como fuentes de información primarias se utilizará: libros, artículos científicos, además de tesis que hagan referencia al modelamiento del molino de rodillos de alta presión, así como de control predictivo mediante MPC.

Para el uso de fuentes secundarias se recopilará información de referencias de tesis y otros documentos existentes.

Además, dentro de las fuentes terciarias se tienen los compendios, directorios de títulos, revistas, autores, organizaciones científicas, catálogo de libros y otros.

### **➤ Métodos**

- **Método de Observación**

En esta investigación se conocerá el porqué del problema y el objeto de la investigación. En este método participaran todos los elementos de una investigación: como son el objeto de la observación, el sujeto, el ambiente que rodea la investigación, los medios de la observación y el cuerpo de conocimientos.

Estos son la base de conocimientos e información que se requiere para estructurar la respuesta. Permitiendo obtener información de los hechos tal y como ocurren en la realidad.

- **Método de Recolección de Información**

Esta investigación se centra principalmente en la recolección de datos simulados, coherentes y que sean comparables, esto servirá para tener un enfoque de la situación real de la investigación, en la que se suma la investigación bibliográfica.

- **Método científico**

Puesto que permite estudiar el problema realizado y encuentra una o varias soluciones de acuerdo a la comprobación de las hipótesis.

- **Método descriptivo**

Debido que ayudará a conocer aspectos básicos o puntos de partida de la investigación como por ejemplo la influencia que tiene el centro de masa en el modelo de capacidad de tratamiento.

- **Método Analítico sintético**

Permitirá analizar la información, organizar, seleccionar y presentar una síntesis o resultado.

- **Método Deductivo:**

Se empleará debido a que la investigación está destinada de lo general a lo particular.

➤ **Técnicas de Investigación**

- **La Observación**

Es una técnica que consiste en observar atentamente el fenómeno, hecho o caso, tomar información y registrarla para su posterior análisis.

## 17. Cronograma de actividades

[illegible]

## 18. Presupuesto

ORD.	DETALLE	COSTO USD.
1	Varios	\$ 20
TOTAL		\$ 20

Dentro del detalle varios incluyen: impresiones, copias, etc.

## 19. Bibliografía

- [1] Alarcón, Osvaldo. (2012). *Modelación y simulación dinámica de un molino de rodillos de alta presión (HPGR), para conminución de minerales de cobre*. Santiago-Chile.
- [2] Torres, Magín. (2010). *Modelación y simulación de molienda con rodillos a alta presión – HPGR*. Santiago - Chile
- [3] Feroldi, Diego. (2012). *Control predictivo basado en el modelo con restricciones*. Rosario Argentina.
- [4] (2001) *Control predictivo basado en modelo (MPC) aplicado al control de sistemas de tráfico*.