

Exercício 1

Um reagrupamento simples de uma série é tal que os termos positivos e negativos da série rearranjada ocorrem na mesma ordem que na série original. Vamos considerar reagrupamentos simples da série harmônica alternada com blocos de p termos positivos alternados por blocos de n termos negativos. Esses reagrupamentos podem ser descritos por

$$\underbrace{\left(1 + \cdots + \frac{1}{2p-1}\right)}_{p \text{ termos}} - \underbrace{\left(\frac{1}{2} + \cdots + \frac{1}{2n}\right)}_{n \text{ termos}} +$$

$$+ \underbrace{\left(\frac{1}{2p+1} + \cdots + \frac{1}{4p-1}\right)}_{p \text{ termos}} - \underbrace{\left(\frac{1}{2n+2} + \cdots + \frac{1}{4n}\right)}_{n \text{ termos}} + \cdots$$

Vamos considerar somas parciais que fazem o truncamento da série após a soma de k blocos positivos e negativos alternados, indicando essa soma parcial por s_k . É possível mostrar que

$$S = \lim_{k \rightarrow \infty} s_k = \ln 2 + \frac{1}{2} \ln \left(\frac{p}{n} \right)$$

1. Faça um programa em Python que permita calcular o valor da sequência (s_k) . Considere $p = 2$, $n = 1$ e $k = 100$. Determine o valor de s_{100} e calcule o erro da aproximação $S - s_{100}$.
2. Considerando $p = 2$, $n = 1$ calcule a sequência de erro $e_k = S - s_k$ e determine o menor valor de k para o qual $|e_k| < 0.0001$ (1.10^{-4}). Faça duas figuras uma com o gráfico de s_k em função de k e outra com e_k em função de k . Escolha as escalas adequadamente de forma que seja possível visualizar as informações relevantes. Se for necessário podem ser feitas mais figuras com trechos ampliados dos gráficos.

