

Clase 1

Historia de la lógica

1.1 Introducción

Podríamos decir que la lógica es la ciencia del razonamiento. El razonar tiene diversas aplicaciones, y tradicionalmente la argumentación es una aplicación importante. Los razonamientos que estudia la lógica se denominan argumentos, o esquemas de argumento. La tarea de la lógica consiste en descubrir lo que hace que un argumento (o una inferencia) sea efectivamente válido.

Por otro lado, la matemática, y en gran parte la informática y la programación, exige un lenguaje claro y preciso, es decir que no admita ambigüedades. Para lograrlo, se vale de la lógica simbólica o lógica matemática, que proporciona un significado exacto a cada expresión y da para cada símbolo un significado único.

En esta clase haremos un repaso por la historia de la lógica, quienes fueron los principales protagonistas en su evolución y cómo se fue aplicando a distintos ámbitos.

1.2 Los inicios de la lógica

Es difícil saber cuándo y dónde se inició el estudio de la lógica. Al tratar de ubicar un origen de la lógica, nos encontramos que está ligada a la evolución intelectual del ser humano. Podríamos decir que la lógica surge desde el primer momento en que el ser humano, al enfrentar a la naturaleza, infiere, deduce y razona, con el objetivo de entenderla y aprovecharla para su supervivencia.

En efecto, siendo la Lógica una ciencia del razonamiento y de la inferencia es sensato pensar que con el surgimiento del primer ser humano con capacidad de razonar y obtener deducciones o inferencias, erradas o no, apareció la semilla de la lógica.

De hecho, si hay algo que distingue al ser humano del resto de los animales y de las máquinas informáticas son sus capacidades de razonamiento lógico, o capacidades del pensamiento; esto es, razonar, deducir o inferir.

Pero, antes de continuar con la historia de la lógica debemos responder... ¿qué es la lógica?

Esta pregunta puede ser contestada desde distintos puntos de vista, desde la lógica filosófica, pasando por la lógica matemática y la computacional, hasta la lógica informal. Sin embargo, nosotros nos enfocaremos en la lógica matemática y relacionándola en ciertos momentos con la lógica computacional.

En primer lugar, debemos definir que es un argumento, pues la lógica, como mencioné en la introducción, estudia, entre otras cosas, la argumentación.

1.2.1 Los argumentos

Un argumento o razonamiento es una serie de frases en la cual, de la afirmación de las que preceden se sigue necesariamente la afirmación de la que va al final.

Por ejemplo:

Todo hombre es mamífero y todo mamífero es vertebrado. Por lo tanto, todo hombre es vertebrado.

Otro ejemplo:

Si hay riesgo de lluvia baja el barómetro, pero el barómetro no baja. Por lo tanto, no hay riesgo de lluvia.

Estos son dos ejemplos de argumentos válidos. En estos casos los argumentos son triviales y en realidad no hace falta conocimientos de lógica para decidir si son válidos o no, pero basta incrementar levemente su complejidad para que no resulta tan fácil resolver el problema. Eso es, en parte, lo que profundizaremos a lo largo de la materia.

Ahora podremos dar una definición de lógica desde el punto de vista matemático:

La lógica matemática es la disciplina que trata de métodos de razonamiento. En un nivel elemental, la lógica proporciona reglas y técnicas para determinar un argumento dado es válido o si no lo es. El razonamiento lógico se emplea en matemáticas para demostrar teoremas; en ciencias de la computación para verificar si son o no correctos los programas; en las ciencias física y naturales, para sacar conclusiones de experimentos; y en las ciencias sociales y en la vida cotidiana, para resolver una multitud de problemas. La lógica se usa en forma constante en el razonamiento necesario para realizar una diversidad de actividades.

1.3 Primer período: El nacimiento de la lógica matemática (600 a.C. - 300 a.C.)

Durante el periodo que abarca desde el año 600 a.C. hasta el 300 a.C., en Grecia, se desarrollaron los principios formales de las matemáticas. A este periodo se le conoce como periodo clásico, donde sus principales representantes son Platón, Aristóteles y Euclides. Durante este período, los griegos establecieron las matemáticas como proceso deductivo o de razonamiento lógico.

Las investigaciones en el campo de la Lógica fueron iniciadas por el filósofo griego **Demócrito** (460 a.C-370 a.C), quien fue el primero en formular la *Ley de la Razón Suficiente* cuyo contenido está basado en que *para que un conocimiento sea considerado como verdadero es necesario que existan suficientes fundamentos para tenerlo como tal.*

Luego Platón introduce sus ideas o abstracciones; Aristóteles presenta el razonamiento deductivo y sistematizado y Euclides, que es el personaje que mayor influencia tuvo en los matemáticos, establece el método axiomático. En

"Elementos", Euclides organiza pruebas deductivas dentro de una presentación sistemática, rigurosa y bien organizada de conocimiento matemático

Para todos estos personajes, la lógica fue fundamental. En particular, el objetivo de la lógica matemática es cuestionar y validar, con el mayor rigor, los conceptos y las reglas de deducción utilizados en matemáticas. La lógica permite definir exhaustivamente las reglas de la deducción matemática.



La antigua Grecia (ilustración), es el lugar y momento histórico en donde se ubica el surgimiento de la lógica como ciencia formal.

Platón (427-347 a.C.)

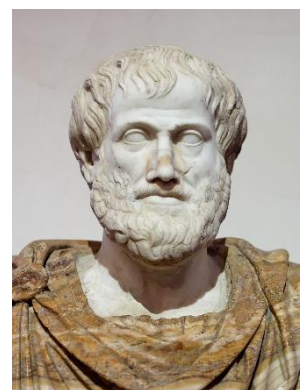
Del período de los matemáticos Griegos Clásicos, uno de los más conocidos fue Platón, debido a sus famosos libros: "Los Diálogos" y la "República".

Platón nació en Atenas aproximadamente en el año 429 a.C. En su escrito "Los Diálogos", Platón describe un estado ideal y la forma como los gobernantes ideales deberían ser educados según el, abarcando las siguientes áreas: Aritmética, Geometría Plana, Geometría Sólida, Astronomía y Música.

Aristóteles (384-332 a.C.)

Aristóteles es, por muchos, considerado el padre de la lógica. Fue discípulo de Platón y escribió alrededor de 200 obras. Entre dichas obras, los **tratados de lógica** de Aristóteles, conocidos como Organón, contienen el primer tratamiento sistemático de las leyes de pensamiento en relación con la adquisición de conocimiento.

Estos tratados representan el primer intento de establecer a la lógica como ciencia. Aristóteles da una clasificación de todos los conceptos o nociones (sustancias, cantidad, relación, acción, pasión, diferencia, propiedad y accidente) y trata las reglas del razonamiento silogístico¹.



Aristóteles

¹ Un silogismo es un razonamiento que está formado por dos premisas y una conclusión que es el resultado lógico que se deduce de las dos premisas.

Aristóteles propuso el razonamiento deductivo a partir de los silogismos aristotélicos, los cuales son de la forma:

*Si todos los HUMANOS son mortales y todos los GRIEGOS son HUMANOS
ENTONCES*

Todos los GRIEGOS son MORTALES

Un dato curioso es que Aristóteles no era inicialmente un matemático, sino un físico y amante de la Anatomía. Su gran poder de observación y capacidad deductiva lo llevó, según se cuenta, a tener rivalidad con su maestro Platón, quien a su vez era un estudioso del famoso matemático Pitágoras y discípulo de Sócrates.

Aristóteles propone tres leyes que se constituyen en los cimientos mismos de la lógica actual.

- La primera es la *Ley de la Identidad*, la cual expresa que una idea o concepto es idéntico a sí mismo. Como ley se expresa mediante la fórmula "A es A", significando con ello que en lugar de la idea o concepto "A" se puede colocar en su lugar cualquier pensamiento de contenido concreto y siempre se tendrá un juicio que se ajuste a la verdad.
- La segunda ley es la *Ley de Contradicción*, era considerada por Aristóteles como la más fundamental de todas las leyes de la Lógica. Su enunciado plantea que, si de dos juicios uno afirma algo respecto al objeto del pensamiento y otro lo niega, ambos no pueden ser verdaderos a la vez, por lo tanto, si uno es verdadero, el otro es falso.
- Por último, la *Ley del Tercero Excluido*, la cual afirma que en presencia de dos juicios que se nieguen mutuamente, uno de los dos tiene necesariamente que ser verdadero. En este caso no habrá la posibilidad de una tercera solución, ya que siempre será uno falso y el otro verdadero: nunca podrán ser los dos falsos o los dos verdaderos; de ahí que toda tercera solución queda excluida.

1.4 Segundo período: La lógica y las ciencias (1500 - 1800)

Después de la escuela clásica de los griegos, se presenta un periodo en el cual, en gran parte por decisión de las autoridades monárquicas y religiosas, se ralentizó el desarrollo de la ciencia en general. Llegado el renacimiento se inicia una nueva era en la cual se permite la revitalización de la ciencia y las matemáticas. Los representantes más destacados de esta etapa son Descartes, Newton y Leibniz. Este período abarca desde el año 1500 hasta el 1800.

René Descartes (1596-1650)

El enfoque de este filósofo y matemático francés se basa en la duda universal, que consiste de prescindir de cualquier conocimiento previo que no queda confirmado por la evidencia.

Descartes dudó de toda enseñanza recibida, de todo conocimiento adquirido, del testimonio de los sentidos e incluso de las verdades de orden racional.

Descartes aseguraba que: *Solo puede admitirse como verdadero lo que es evidente y está demostrado.*

Su declaración filosófica más conocida se manifiesta en la frase:

"Pienso, luego existo"

que se encuentra en "Discurso del método" (1637) y en "Principios de la Filosofía" (1644).

Como científico, se debe a Descartes, entre otras aportaciones de considerable importancia, la creación de la geometría analítica. Este desarrollo es importante para la ciencia porque permite el uso de métodos algebraicos en geometría.



René Descartes

Isaac Newton (1642-1727) es conocido por sus estudios acerca de la gravitación universal, el desarrollo del cálculo infinitesimal e importantes descubrimientos sobre óptica, así como las leyes que rigen la mecánica clásica. En tanto que **Gottfried Wilhelm Leibniz** (1646-1716) hizo importantes aportes al surgimiento y avance del cálculo diferencial e integral. Ambos científicos concordaban en la necesidad de un lenguaje riguroso, exacto y universal (un lenguaje puramente formal), para el cual la lógica sería fundamental.

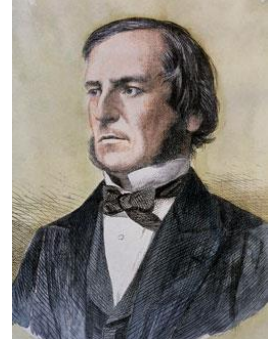
1.5 Tercer período: La formalización de las matemáticas (1821 - 1940)

Esta etapa se caracteriza por el resurgimiento de la formalización rigurosa de las matemáticas, que surgió en la etapa clásica griega. El uso de los infinitesimales fue una de las prácticas más notoria en la época renacentista, sin embargo, para dicha utilización se ofrecía una justificación formal.

El rigor del análisis matemático llegó con la eliminación de los infinitesimales y la presencia de los límites como argumentación. En este periodo se crea la lógica simbólica, la escuela formal, la lógica booleana (la que vimos en computación científica), el cálculo proposicional, la inducción matemática, el cálculo de secuentes. Personajes muy notables de esta etapa son: Peano, Hilbert, Frege, Boole, de Morgan, Gentzen, Russell, Gödel y Whitehead.

A **Giuseppe Peano** (1858-1932) se lo reconoce como el fundador de la lógica simbólica, según la cual cualquier enunciado verdadero debe poder ser deducido de los axiomas del sistema. Peano postuló los famosos "axiomas de Peano", un sistema de axiomas de segundo orden para la aritmética ideados por el matemático Giuseppe Peano en el siglo XIX, con los cuales se definen los *números naturales*.

George Boole (1815 - 1864) introduce la Lógica Booleana, en la que sólo se trabaja con dos valores: Falso y Verdadero (0 y 1). Con esto se introduce un álgebra para la lógica y además formula las leyes del Cálculo Proposicional.



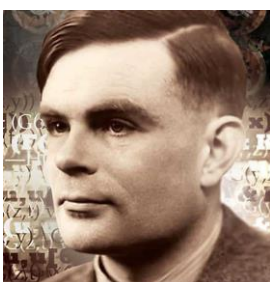
George Boole

Otro matemático de este periodo, cuyos aportes trabajaremos en la materia, fue **Augustus De Morgan** (1806 - 1871), quien hace un análisis de las leyes, símbolos y operaciones de la matemática. Morgan además obtiene las famosas "leyes de De Morgan" usadas hasta el momento en los procesos de deducción de la lógica moderna.

A **Rusell** y **Gödel** se deben los planteamientos de las limitantes de la lógica y de la ciencia en general. Los teoremas de incompletitud de Gödel establecen ciertas limitaciones lógicas sobre lo que es posible demostrar mediante un razonamiento matemático, y fueron de gran trascendencia en el mundo científico. Para darse una idea de la relevancia, estos teoremas han sido comparados en importancia a los planteamientos de Einstein sobre Teoría de la Relatividad.

1.6 Cuarto período: La Revolución Digital (1940 - 2005)

Este periodo tuvo su auge con la invención de la computadora digital y el acceso universal a redes de alta velocidad.



Alan Turing

Sin embargo, **Alan Turing** (1912-1954) une la lógica y la computación antes de que cualquier computadora fuera inventada. Alan Turing, matemático y lógico, fue pionero en la teoría de la computación y contribuyó en importantes análisis lógicos de los procesos computacionales. Las especificaciones para la computadora abstracta que él ideó (llamada la Máquina de Turing) resultó ser una de sus más importantes contribuciones a la teoría de la computación.

Turing nunca perdió la ilusión de que su máquina tenía una capacidad tal que, potencialmente, podría ser capaz de realizar cualquier cosa realizable por el cerebro humano, incluyendo la capacidad de poseer conciencia de sí mismo. Iniciando las primeras investigaciones acerca de la inteligencia artificial, Turing ideó el Test de Turing (1950), un criterio según el cual puede juzgarse la inteligencia de una máquina si sus respuestas en la prueba son indistinguibles de

las de un ser humano. Dicho test fue superado hace unos años², lo cual abrió el debate sobre la necesidad de actualizarlo, pues claramente no hemos llegado al desarrollo de una inteligencia artificial avanzada.

En este periodo **Norbert Weiner** (1894-1964) funda la ciencia de la cibernética, utilizando por primera vez dicha palabra y establece el desarrollo de la lógica experimental.

Por último, en esta época también se producen otros avances importantes en el campo de la lógica: **C. A. R. Hoare** (1934) presenta un sistema axiomático de los sistemas de programación que proporciona a una serie de reglas de inferencia para razonar sobre la corrección de programas con el rigor de la lógica matemática; y **E. W. Dijkstra** (1930-2002) un sistema de verificación y deducción de programas a partir de especificaciones, así como su famoso algoritmo de camino mínimo.

Otro de los científicos pioneros de la I.A., considerados en muchos casos su inventor³, **John McCarthy** (1927-2011), planteaba ideas muy convincentes acerca de los objetivos de la IA y el modo de alcanzarlos; sostenía que el camino para obtener la inteligencia maquina pasaba por un enfoque formal riguroso, en el cual los actos que componen la inteligencia son reducidos a una serie de relaciones o de axiomas lógicos que pueden expresarse en forma precisa en términos matemáticos.



J. McCarthy

1.7 Quinto período: La siguiente revolución Lógica

La denominada siguiente revolución lógica es la que corresponde al período actual, se basa en la asimilación práctica de las matemáticas y la computación dentro de la lógica. Se hará énfasis en que las computadoras exploten la información inteligentemente, pasando de las bases de datos a las bases de conocimientos. Se utiliza la lógica y los métodos formales (basados en métodos matemáticos) para dar soporte a nuestro trabajo, educación y entretenimiento.

En sistemas de software críticos, tales como sistemas de control de vuelo de aviones o sistemas de control de ascensores, los errores de software deben ser evitados. En la actualidad, existen técnicas y herramientas para asegurar la correctitud de sistemas crítico. Dichas técnicas de programación se modelan utilizando lenguajes basados en conceptos lógico-matemáticos. Las propiedades son especificadas normalmente a través de un tipo de lógica denominada "lógica temporal".

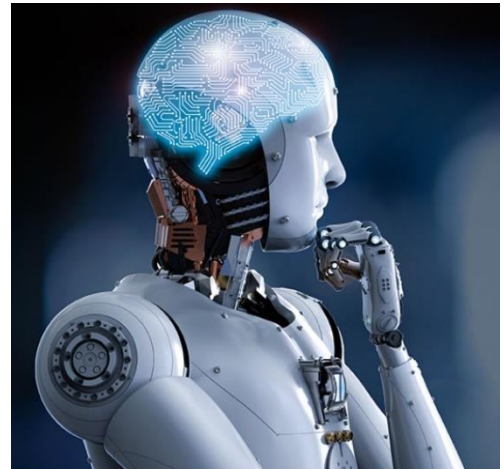
Por otro lado, el aprendizaje profundo (Deep Learning) está conformado por un conjunto de algoritmos de aprendizaje automático que persigue el aprendizaje de representaciones de datos. Se basa en estructuras lógicas y utiliza capas de redes

² [Un ordenador logra superar por primera vez el test de Turing](#)

³ [John McCarthy, el arranque de la inteligencia artificial](#)

neuronales para detectar determinadas características en los elementos percibidos, características que se hallan ocultas en los datos. Es utilizado para la clasificación de datos y la identificación de anomalías en patrones de datos.

Otro aspecto en el que la lógica está muy presente es en la inteligencia artificial, particularmente en la búsqueda del razonamiento artificial. El Razonamiento Artificial es un tipo de pseudo "pensamiento" que es llevado a cabo por las máquinas, computadoras y diversos elementos robóticos. Por supuesto, no se espera que reemplace al lenguaje natural y la inteligencia de los seres humanos, pero puede realizar una representación del conocimiento del cerebro humano y tratar de imitarlo desde un punto de vista probabilístico a través de las ciencias de la computación.



Los avances en IA son cada vez mayores, en parte gracias los aportes de la lógica.

Algunas de las aplicaciones de la Inteligencia Artificial son: la resolución de problemas complejos, la toma de decisiones de un modo imparcial, el aprendizaje profundo de los comportamientos humanos y sus redes neuronales, reconocimiento de patrones e implementación en el área de la robótica para que sea cada vez más autónoma. Para la inteligencia artificial se utilizan distintos enfoques de lógicas, principalmente la proposicional o la de primer orden, trataremos en esta materia; pero también otras lógicas, como la temporal.

En la lógica clásica, una proposición es verdadera o falsa, por ejemplo: Todas las mujeres son de Argentina, Jorge está en el parque, $a=1$, María estudia sistemas, etc.

Pero al considerar oraciones como: Está lloviendo, El parque está lleno, $I=1$ y $I=2$; las respuestas "verdadera" o "falsa" depende del momento (tiempo) y el espacio (sitio). Es decir, son proposiciones en que los valores de verdad dependen de tiempo. Por lo tanto, en la lógica temporal, la misma oración puede tener diferente valor de verdad a diferentes tiempos, una oración verdadera en cierto momento del pasado puede no ser verdadera ahora y una sentencia verdadera ahora puede no permanecer así en el futuro.

Aquí terminamos el apunte de esta clase sobre un breve repaso histórico. La siguiente clase comenzaremos con algunas definiciones formales.