# Clase 8

## Esquemas de argumento en lógica proposicional

### 8.1 Introducción

En la clase 2 se introdujo y definió ya la palabra argumento: conjunto de enunciados tal que uno de ellos, llamado conclusión, se sigue de los otros, a los que se llama premisas.

Además, vimos que hay dos clases de argumentos, los deductivos y los inductivos. Sería correcto decir que un argumento es deductivo cuando el paso de las premisas a la conclusión es analítico (necesario), y que es inductivo cuando ese paso es sintético (no necesario).

Sin embargo, la mayoría de los lógicos coinciden en reconocer que el argumento deductivo si no es el único, es el principal objeto de la lógica formal. No hay, pues, gran inconveniente en considerar, prácticamente, la palabra «argumento» como sinónimo de «argumento deductivo».

En esta clase definiremos y estudiaremos los argumentos en el marco de la lógica proposicional, utilizando los conceptos vistos en las clases previas para formar los argumentos y clasificarlos.

### 8.2 Argumentos en lógica proposicional

El concepto de argumento que repasamos en la introducción no cambia, sino que se adapta a su uso con las proposiciones de la lógica proposicional.

***Es así que un argumento constará de proposiciones en sus premisas y una proposición en su conclusión.***

**Ejemplo 1**

*Roberto hará el doctorado si y solo si obtuvo la licenciatura*
*Roberto hará el doctorado*

---

$\therefore$ *Roberto obtuvo la licenciatura*

Al argumento anterior lo podemos escribir de forma lineal de la siguiente manera:

*Roberto hará el doctorado si y solo si obtuvo la licenciatura. Roberto hará el doctorado. Por lo tanto, Roberto obtuvo la licenciatura.*

Las premisas de los argumentos son proposiciones, pudiendo ser simples o compuestas. Además, no hay un límite para la cantidad de premisas, pero cómo mínimo tiene que haber una.

Por otro lado, la conclusión también es una proposición, simple o compuesta, y en este caso cada argumento tiene siempre una única conclusión.

El modo tradicional de exponer los argumentos consiste en nombrar primero las premisas y luego la conclusión, ligadas mediante las frases "luego", "por lo tanto", "por consiguiente", etc. En general, esta relación entre las premisas y la conclusión se simboliza mediante tres puntos dispuestos en triángulo: ∴.

**Otros ejemplos de argumentos:**

**Ejemplo 2**

*Si Pablo atiende en clase y estudia, no se dará que fracase en los exámenes*
*Pablo no atiende en clase*
*Pablo fracasa en los exámenes*

---

∴ *Pablo no estudió*

**Ejemplo 3**

*Si acepto este trabajo o dejo de pintar por falta de tiempo, entonces no realizaré mis sueños*

*He aceptado el trabajo y he dejado de pintar por falta de tiempo.*

---

∴ *No realizaré mis sueños*

**Ejemplo 4**

*Si vamos a Córdoba, entonces llegaremos hasta las sierras.*

*Si vamos a las sierras entonces, si llegamos hasta el valle de Calamuchita visitaremos La Cumbrecita.*

*Si vamos al valle de Calamuchita, si visitamos La Cumbrecita podremos ver la cascada grande.*

---

∴ *Si vamos a Córdoba veremos la cascada grande*

## 8.3 Expresión simbólica de un argumento

Haciendo uso del lenguaje formal que ahora poseemos a partir de la lógica proposicional, los argumentos se podrían simbolizar utilizando las expresiones correspondientes a las fórmulas bien formadas.

Veamos el esquema de argumento para el **Ejemplo 2**.

Primero debemos explicitar el diccionario, es decir, el significado de cada proposición simple interviniente.

p: Pablo atiende en clase

q: Pablo estudia

r: Pablo fracasa en los exámenes

Luego, el argumento del **ejemplo 2** se puede expresar de la siguiente manera:

$(p \wedge q) \rightarrow \neg r$
$\neg p$
$r$

---

$\therefore\ \neg q$

Por otro lado, también es común sintetizar aún más el argumento haciendo uso del símbolo ├ (deductor). El deductor será el símbolo representativo de la relación formal de deducción. Mediante este símbolo, que se lee: “da lugar a”, “se sigue de”, “se deduce de”, la formalización de un argumento puede ser escrita en forma de renglón escribiendo primero la serie de premisas, separadas por comas, y después, tras el deductor, la conclusión.

En base a lo anterior, el ejemplo se escribiría así:

$$(p \wedge q) \rightarrow \neg r, \neg p, r \vdash \neg q$$

Que se puede leer:

$$(p \wedge q) \rightarrow \neg r, \neg p \text{ y } r \text{ dan lugar a } \neg q$$

Es importante recordar que, por el momento, no estamos analizando la verdad o falsedad de las premisas o la conclusión, solamente estamos definiendo el concepto de argumento.

A continuación, colocamos la expresión simbólica, utilizando la escritura lineal, para los ejemplos 1, 2, 3 y 4, presentados en la sección anterior.

**Ejemplo 1**

p: *Roberto hará el doctorado*

q: *Roberto obtuvo la licenciatura*

$p \leftrightarrow q, p \vdash q$

**Ejemplo 2**

p: Pablo atiende en clase

q: Pablo estudia

r: Pablo fracasa en los exámenes

$(p \wedge q) \rightarrow \neg r, \neg p, r \vdash \neg q$

**Ejemplo 3**

p: acepto este trabajo

q: dejo de pintar por falta de tiempo

r: realizaré mis sueños

$(p \vee q) \rightarrow \neg r, (p \wedge q) \vdash \neg r$

**Ejemplo 4**

p = ir a Córdoba.
q = llegar hasta las Sierras.
r = visitar La Cumbrecita.
s = ver la cascada grande.

$p \rightarrow q, p \rightarrow (q \rightarrow r), q \rightarrow (r \rightarrow s) \vdash (p \rightarrow s)$

## 8.4 Esquemas de argumento

En base a la expresión simbólica de un argumento, podemos definir lo que ya conocíamos como esquema de argumento.

Un esquema de argumento, como ya estudiamos en la clase 2, nos permite independizarnos de los significados de cada proposición, por ejemplo, *p* ya no sería únicamente la proposición "Pablo atiende en clase", sino que simplemente es la variable proposicional *p*, que luego podemos reemplazar, en caso de ser necesario, por cualquier proposición.

Por lo tanto, un esquema de argumento es la representación en lógica simbólica de la estructura de un argumento, es decir, independizándonos del significado de cada uno de ellos.

Veamos, por ejemplo, algunos esquemas de argumento:

1. $p \vee q, ( q \rightarrow r ) \wedge ( r \rightarrow s ) \vdash ( p \vee q ) \rightarrow s$
2. $(p \vee q) \text{->} r \wedge s, \neg r \vdash \neg s$
3. $( p \rightarrow q ) , [ q \rightarrow (r \wedge \neg s )] \vdash (r \vee s )$

Notemos que, en estos tres ejemplos previos, no nos interesó saber el significado, o diccionario, de cada proposición en cada argumento, pues estamos analizando la estructura del argumento en general.

Esto nos facilitará determinar cuándo estamos en presencia de un argumento válido o cuando estamos en presencia de uno inválido, y por lo tanto cualquier argumento con esa estructura será válido o inválido, independientemente de los significados de las proposiciones que lo componen.

### 8.4.1 Esquemas de argumentos válidos o inválidos

Si bien los argumentos constan de proposiciones, no son, sin embargo, como las proposiciones, verdaderos o falsos, sino bien construidos o mal construidos, correctos o incorrectos. Al argumento correcto se le llama también válido; y al incorrecto, inválido.

Pero utilizando los conceptos de verdad y falsedad cabe definir un argumento válido como un conjunto de enunciados tal que no es posible que los primeros (las premisas) sean verdaderos y el último (la conclusión) falso. Dicho de otro modo: ***en un argumento válido, la verdad de las premisas es incompatible con la falsedad de la conclusión.*** *O, dicho de otra manera, un argumento es inválido solo cuando a premisas verdaderas le corresponde una conclusión falsa.*

Observación: que esta definición no excluye la posibilidad de argumentos válidos que tengan una o más premisas falsas y conclusión falsa. Como, por ejemplo, éste:

*Si la tierra emite luz entonces la tierra es una estrella.*

*La tierra emite luz.*

*Por lo tanto, la tierra es una estrella.*

En este argumento es claro que el valor de verdad de la proposición: La tierra emite luz, es falso. También es falsa la conclusión, la tierra es una estrella.

Sin embargo, el esquema de argumento correspondiente:

$$( p \rightarrow q ) , q \vdash p$$

Es claramente válido, pues, por deducción, en cualquier caso, la verdad de sus premisas implica la verdad de la conclusión.

Es decir, sí que ambas premisas fuesen verdaderas, podríamos estar seguros de que la conclusión lo sería también, y no sólo por azar, sino por exigencia lógica, porque así lo exige la estructura formal del argumento.

### 8.4.2 Falacias

Por otro lado, puede ocurrir que un argumento pareciese válido cuando en realidad no lo es. En este caso estamos en presencia de lo que se conoce como una falacia, y entran en la categoría de argumentos inválidos.

Dentro de las falacias encontramos las falacias formales y las falacias informales.

Las falacias no formales o informales son razonamientos en los cuales lo que aportan las premisas no es adecuado para justificar la conclusión a la que se quiere llegar. Es decir, se quiere convencer no aportando buenas razones sino apelando a elementos no pertinentes o, incluso, irracionales. Cuando las premisas son informaciones acertadas, lo son, en todo caso, por una conclusión diferente a la que se pretende.

Un ejemplo típico es la Falacia ad hominem (Dirigido contra el hombre), es un razonamiento en el que, en vez de presentar razones adecuadas para rebatir una determinada posición o conclusión, se ataca o desacredita la persona que la defiende.

Es decir:

A afirma p,
A no es una persona digna de crédito.
Por lo tanto, no p.

Hay más falacias informales, sin embargo, nos interesan en particular las falacias formales, pues dichas falacias surgen de confundir razonamientos inválidos conocidos como si fuesen válidos.

**Falacias formales**

Las falacias formales son razonamientos no válidos pero que a menudo se aceptan por su semejanza con formas válidas de razonamiento o inferencia. Es decir, se produce un error de razonamiento lógico que pasa inadvertido.

**Afirmación del consecuente**

Razonamiento que partiendo de un condicional (si p, entonces q) y dándose o afirmando el segundo o consecuente, se concluye p, que es el primero o el antecedente.

Ejemplo:

"Si llueve, uso paraguas. Uso paraguas. Por lo tanto, llueve".

Esquema:

$(p \rightarrow q), q \vdash p$

Es un argumento falaz que tiene semejanza con el argumento válido o regla de inferencia conocida como **modus ponens** o afirmación del antecedente:

$$(p \rightarrow q),\ q \vdash p$$

**Negación del antecedente**

Razonamiento que partiendo de un condicional (si p, entonces q) y negando el primero, que es el antecedente, se concluye la negación q, que es el consecuente.

Ejemplo:

"Si llueve, uso paraguas; no llueve. Entonces, no uso paraguas".

Esquema:

$$(p \rightarrow q),\ \neg p \vdash \neg q$$

Es un argumento falaz que tiene semejanza con el argumento válido o regla de inferencia conocida como **modus tollens** o negación del consecuente:

$$(p \rightarrow q),\ \neg q \vdash \neg p$$

**Silogismo disyuntivo falaz**

Razonamiento que partiendo de una disyunción y, como segunda premisa, se afirma uno de los dos componentes de la disyunción, se concluye la negación del otro componente.

Ejemplo:

"Te gusta la música o te gusta la lectura; te gusta la música. Entonces no te gusta la lectura".

Esquema:

$$(p \vee q),\ p \vdash \neg q$$

Es un argumento falaz que mantiene semejanza con el argumento válido o regla de inferencia conocida como **silogismo disyuntivo** en el cual para una disyunción se niega uno de los dos componentes, lo cual implica que el otro es verdadero: $(p \vee q),\ \neg p \vdash q$

## 8.5 Tabla de verdad de un argumento

Si analizamos la estructura de un argumento, notamos que las premisas se deberían cumplir, en caso de ser verdaderas, todas al mismo tiempo, es decir, las premisas estarían unidas mediante una conjunción (∧).

Además, el "por lo tanto" que une las premisas con la conclusión es claramente equivalente a la implicación (→). Esto tiene sentido pues la implicación solo es falsa cuando a antecedente verdadero le corresponde consecuente falso, lo cual correspondería a un argumento inválido, es decir, cuando a premisas verdaderas le corresponde una conclusión falsa.

Por ejemplo, el siguiente argumento (el del **ejemplo 1**):

$$p \leftrightarrow q,\ p \vdash q$$

Es equivalente a la siguiente fórmula bien formada:

$$(\ p \leftrightarrow q \wedge p\ ) \rightarrow q$$

Ahora podemos plantear la tabla de verdad del argumento, incluyendo y repitiendo las columnas que sean necesarias para facilitar la resolución:

| p | q | p ↔ q | p ↔ q ∧ p | q | (p ↔ q ∧ p) → q |
|---|---|---|---|---|---|
| F | F | V | F | F | V |
| F | V | F | F | V | V |
| V | F | F | F | F | V |
| V | V | V | V | V | V |

Observamos que las celdas sombreadas en celeste corresponden a los posibles valores de las premisas (p ↔ q ∧ p), mientras que las celdas indicadas en naranja corresponden a los correspondientes valores de la conclusión (q).

El argumento solo sería inválido si a premisas verdaderas le correspondiese una conclusión falsa. Como esto no sucede, obtenemos que la tabla de verdad de (p↔ q ∧ p) → q es una tautología.

**Propiedad**: *Un argumento es válido si y solo si su tabla de verdad es una tautología. En caso contrario el argumento es inválido.*

Es así que podemos determinar si un argumento es válido o no observando su tabla de verdad.

Para concluir, si bien podemos decidir cuándo un argumento es válido, y cuando no lo es, mediante su tabla de verdad, hay ciertas reglas, denominadas reglas de inferencia, que nos permitirán determinarlo mediante deducciones lógicas.

De ese tema nos encargaremos la próxima clase.