CADER FERNANDA FINAL ANÁLISIS MATEMÁTICO
TEC. SUP. EN CIENCIA DE DATOS E IA

① $f(x) = \frac{-x^4+3x^2+2}{-x+3}$

ⓐ Dom El dominio de una función racional son todos los valores de x donde el denominador $\neq 0$

$-x^4+3x^2+2$

$-x+3=0$

$x=3$

$x \in \mathbb{R} - \{3\}$

Img $\mathbb{R}$ Verificando la asíntota horizontal

$\lim_{x \to \infty} \frac{-x^4+3x^2+2}{-x+3} = \frac{\infty}{\infty}$ No tiene A.H entonces Img $\mathbb{R}$

ⓔ $f'(x) = \frac{(-x^4+3x^2+2)' \cdot (-x+3) - (-x^4+3x^2+2)(-x+3)'}{(-x+3)^2}$

$f'(x) = \frac{3x^4-12x^3-3x^2+18x+2}{(-x+3)^2}$

ⓒ $\frac{-x^4+3x^2+2}{-x+3} = 0$ Cuando el cociente de la expresión es igual a 0, el numerador tiene que ser 0

$t = x^2$

$-t^2+3t+2=0$ A=1
CAMBIO DE SIGNOS B=-3
$t^2-3t-2=0$ C=-2

$t = \frac{-(-3) \pm \sqrt{(-3)^2-4 \cdot 1 \cdot (-2)}}{2 \cdot 1}$

$t = \frac{3 \pm \sqrt{17}}{2}$

$x^2 = \frac{3+\sqrt{17}}{2}$

$\to \frac{\sqrt{6+2\sqrt{17}}}{2} \approx 1{,}88721$ x_1

$\to -\frac{\sqrt{6+2\sqrt{17}}}{2} \approx -1{,}88721$ x_2

$-\infty$	$-1{,}887$	0	$1{,}887$	$+\infty$
$f(-2)=70/25$	$f'(-1)$	$f(1)$	$f'(2) = -\frac{22}{1}$	
>	<	>	<	
crece	decrece	crece	decrece	

ⓓ Crece $= (-\infty, -1{,}887) \cup (0, 1{,}887)$

Decrece $= (-1{,}887, 0) \cup (1{,}887, +\infty)$

impulsado por CamScanner

$f'(-2) = \dfrac{3 \cdot (-2)^4 - 12(-2)^3 - 3(-2)^2 + 18(-2) + 2}{(-(-2)+3)^2}$

$f'(-2) = \dfrac{72}{25}$

$f'(-1) = \dfrac{-4}{16}$ $\quad f'(2) = -22$ $\quad f'(1) = \dfrac{8}{4}$ $\quad f'(0) = \dfrac{2}{9}$

(b) $f(-1{,}887) = \dfrac{-(-1{,}887)^4 + 3(-1{,}887)^2 + 2}{-(-1{,}887+3)} = -3{,}590$

$f(1{,}887) = \dfrac{(1{,}887)^4 + 3(1{,}887)^2 + 2}{1{,}887+3}$

$f(1{,}887) = 5{,}1895$

Máx $= (1{,}887 \,;\, 5{,}1895)$

Mín $= (-1{,}887 \,;\, -3{,}590)$

(3) (a) $f(x) = x^2 \cdot \operatorname{sen}(x)$

$f'(x) = 2x \cdot \operatorname{sen}(x) + x^2 \cdot \cos(x)$

$f''(x) = 2\operatorname{sen}(x) + 2x \cdot \cos(x) + 2x \cdot \cos(x) + x^2 \cdot (-\operatorname{sen}(x))$

$f''(x) = 2\operatorname{sen}(x) + 4x \cdot \cos(x) - x^2 \cdot \operatorname{sen}(x)$

$g(x) = -3x^4 - 2x^3 - 5x + 3$

$g'(x) = -12x^3 - 6x^2 - 5$

$g''(x) = -36x^2 - 12x$

$g'''(x) = -72x - 12$

(4) $[-1, 1]$ $\quad n = 4$ $\quad f(x) = -2x^3 + 3x^2 + 5$

$\dfrac{b-a}{n} = \dfrac{1-(-1)}{4} = 0{,}5$ $\quad P = \{-1; -0{,}5; 0; 0{,}5; 1\}$

$S = f(-1) \cdot 0{,}5 + f(-0{,}5) \cdot 0{,}5 + f(0) \cdot 0{,}5 + f(0{,}5) \cdot 0{,}5 + f(1) \cdot 0{,}5$

$S = 5 + 3 + 2{,}5 + 2{,}75 \quad 3$

$S = 16{,}25$

(5) $f(x) = x + 1$

$V = \pi \displaystyle\int_0^2 (x+1)^2 \, dx$ $\qquad \displaystyle\int x^2 \, dx + \int 1 \, dx$

$V = \pi \displaystyle\int_0^2 x^2 + 1 \, dx$ $\qquad \left(\dfrac{x^3}{3} + x\right)\Big|_0^2$

$$\frac{2^3}{3} + 2 - \left(\frac{0^3}{3} + 0\right) = \frac{14}{3}$$

$$V = \frac{14}{3}\pi$$

5) a) $f(x) = -3x^2 + 5$

$$-\int 3x^2\,dx + \int 5\,dx$$

$$-x^3 + 5x + c$$

b) $h(x) = -\cos(2x) + x$

$$\int -\cos(2x) + x$$

$$-\int \cos(2x)\,dx + \int x\,dx$$

$$-\frac{\operatorname{sen}(2x)}{2} + \frac{x^2}{2}$$

$$\frac{-\operatorname{sen}(2x) + x^2}{2} + c$$

7) a) $\int_0^2 7e^{-5x} - \operatorname{sen}(2x) + 9x^3\,dx$

$$\int 7 \cdot \frac{1}{e^{5x}} - \operatorname{sen}(2x) + 9x^3\,dx$$

$$\int \frac{7}{e^{5x}}\,dx - \int \operatorname{sen}(2x)\,dx + \int 9x^3\,dx$$

$$-\frac{7}{5e^{5x}} + \frac{\cos(2x)}{2} + \frac{9x^4}{4}\Bigg|_0^2$$

$$-\frac{7}{5e^{5\cdot 2}}+\frac{\cos(2\cdot 2)}{2}+\frac{9\cdot 2^4}{4}-\left(-\frac{7}{5e^{5\cdot 0}}+\frac{\cos(2\cdot 0)}{2}+\frac{9\cdot 0^4}{4}\right)$$

$$-\frac{7}{5e^{10}}+\frac{\cos(4)}{2}+\frac{369}{10}\approx 36{,}57311$$

b) $\displaystyle\int_{0,5}^{1} 3x^4+\frac{1}{2x}-5\,dx$

$$\int 3x^4\,dx+\int\frac{1}{2x}\,dx-\int 5\,dx$$

$$\left.\frac{3x^5}{5}+\frac{1}{2}\cdot\ln(x)-5x\right|_{0,5}^{1}$$

$$\frac{3\cdot 1^5}{5}+\frac{1}{2}\ln(1)-5\cdot 1-\left(\frac{3\cdot 0{,}5^5}{5}+\frac{1}{2}\cdot\ln(0{,}5)-5\cdot 0{,}5\right)$$

$$-\frac{307}{160}+\frac{1}{2}\ln(2)\approx -1{,}57218$$

2) a) $f(x)=2+\dfrac{3x}{x^2-25}$

Dom $\mathbb{R}-\{-5,5\}$

Img $\mathbb{R}-\{2\}$

Asíntota horizontal $=2$

Asíntota vertical $=-5,5$

$$\lim_{x\to\infty}\left(2+\frac{3x}{x^2-25}\right)$$

$$\lim_{x\to\infty}2+\lim_{x\to\infty}\left(\frac{3x}{x^2-25}\right)$$

$$2+0=2$$

$$\lim_{x\to -5^-}\left(2+\frac{3x}{x^2-25}\right)=-\infty$$

$$\lim_{x\to -5^+}\left(2+\frac{3x}{x^2-25}\right)=+\infty$$

Como los límites laterales por la izquierda y por la derecha son diferentes el límite no existe pero $x=-5$ es asíntota vertical

$$\lim_{x\to +5^-}\left(2+\frac{3x}{x^2-25}\right)=-\infty$$

$$\lim_{x\to +5^+}\left(2+\frac{3x}{x^2-25}\right)=+\infty$$

Dado que el límite de la izquierda es igual a $-\infty$ y el límite de la derecha es igual a $+\infty$, el límite no existe pero $x=5$ representa una asíntota vertical