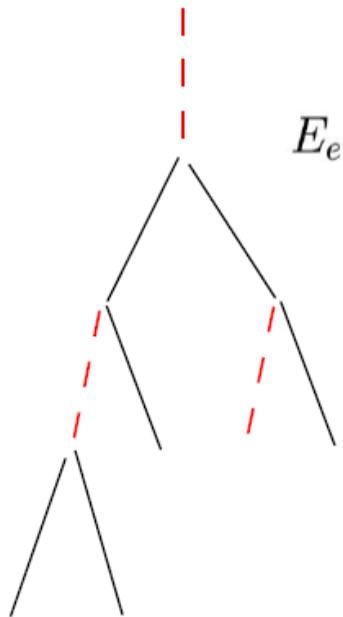


Chubascos Electromagnéticos



$$E_{e^+} = E_\gamma u$$

$$\psi(u)$$

Pair
Production

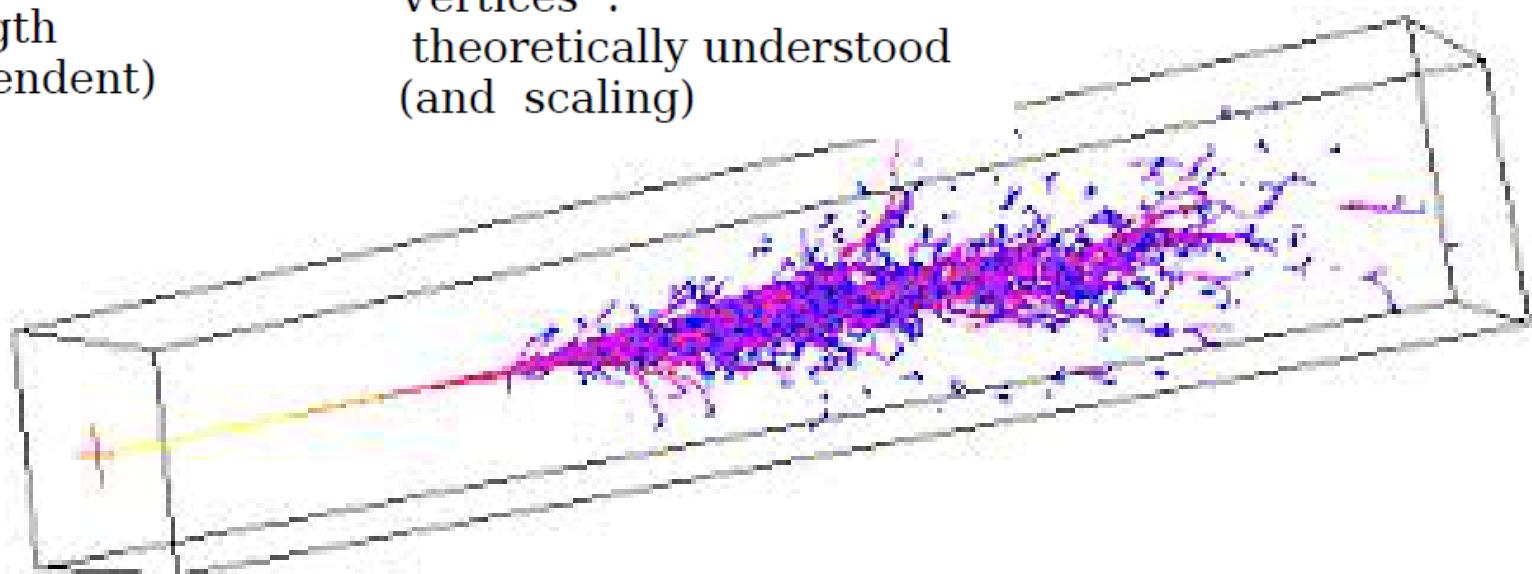
$$E_\gamma = E_e v$$

$$\varphi(v)$$

Brems
strahlung

Radiation Length
(Energy independent)

Vertices :
theoretically understood
(and scaling)



Chubascos Electromagnéticos

La distribución de energía espacial de duchas electromagnéticas está dada por tres funciones de densidad de probabilidad (pdf)

$$dE(\vec{r}) = E f(t) dt f(r) dr f(\phi) d\phi.$$

describir las distribuciones de energía longitudinal, radial y azimutal. Aquí t denota la profundidad longitudinal de chubasco en unidades de longitud de la radiación, r mide la distancia radial desde el eje de la chubasco en unidades Moli'ere radio, y ϕ es el ángulo azimutal. El inicio de la chubasco es definido por el punto de espacio, donde se produce el primer proceso de bremsstrahlung electrones o positrones. Una distribución gamma se utiliza para la parametrización del perfil longitudinal de la chubasco, calculables. La distribución radial, $f(r)$, es descrito por un Ansatz de dos componentes. En ϕ , se supone que la energía se distribuye uniformemente: $f(\phi) = 1/2\pi$.

Chubascos Electromagnéticos

Perfiles longitudinales de chubascos – medios homogéneos.

Es bien sabido que perfiles promedio de chubasco longitudinal pueden ser descritas por una distribución gamma

$$\left\langle \frac{1}{E} \frac{dE(t)}{dt} \right\rangle = f(t) = \frac{(\beta t)^{\alpha-1} \beta \exp(-\beta t)}{\Gamma(\alpha)}.$$

El centro de gravedad, $\langle t \rangle$ y la profundidad de la máxima, T , pueden calcularse de forma parámetro α y el parámetro β escalado según

$$\begin{aligned}\langle t \rangle &= \frac{\alpha}{\beta} \\ T &= \frac{\alpha - 1}{\beta}.\end{aligned}$$

Chubascos Electromagnéticos

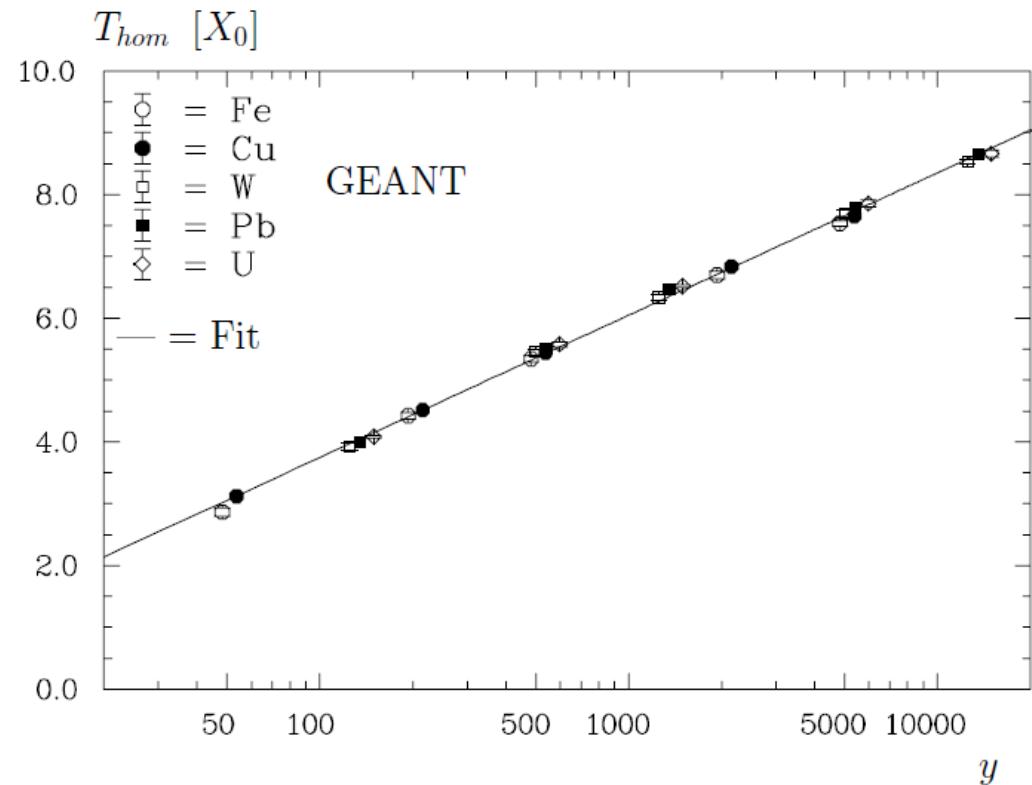
Desarrollo longitudinal chubasco electromagnéticas en medios homogéneos ha sido estudiado analíticamente por Rossi [10]. Un importante resultado de los cálculos utilizando "Rossi aproximación B" es que los momentos de chubasco longitudinal son iguales en diferentes materiales, longitudes de todos uno medidas en unidades de longitud de la radiación (X_0) y energías en las unidades de la energía crítica (E_c). Numéricamente, la E_c puede ser calculado de acuerdo con

$$E_c = 2.66 \left(X_0 \frac{Z}{A} \right)^{1.1} .$$

Chubascos Electromagnéticos

Para la profundidad del chubasco máxima de Rossi

$$T \propto \ln y = \ln \frac{E}{E_c}$$



Por lo tanto, es deseable utilizar T en la parametrización. Esto se demuestra en la figura, donde se traza la profundidad media de la chubasco máxima para varios medios homogéneos, T_{hom} , versus y , en el rango de energía de 1 a 100 GeV.

Chubascos Electromagnéticos

Radial shower profiles – homogeneous media

Average radial energy profiles,

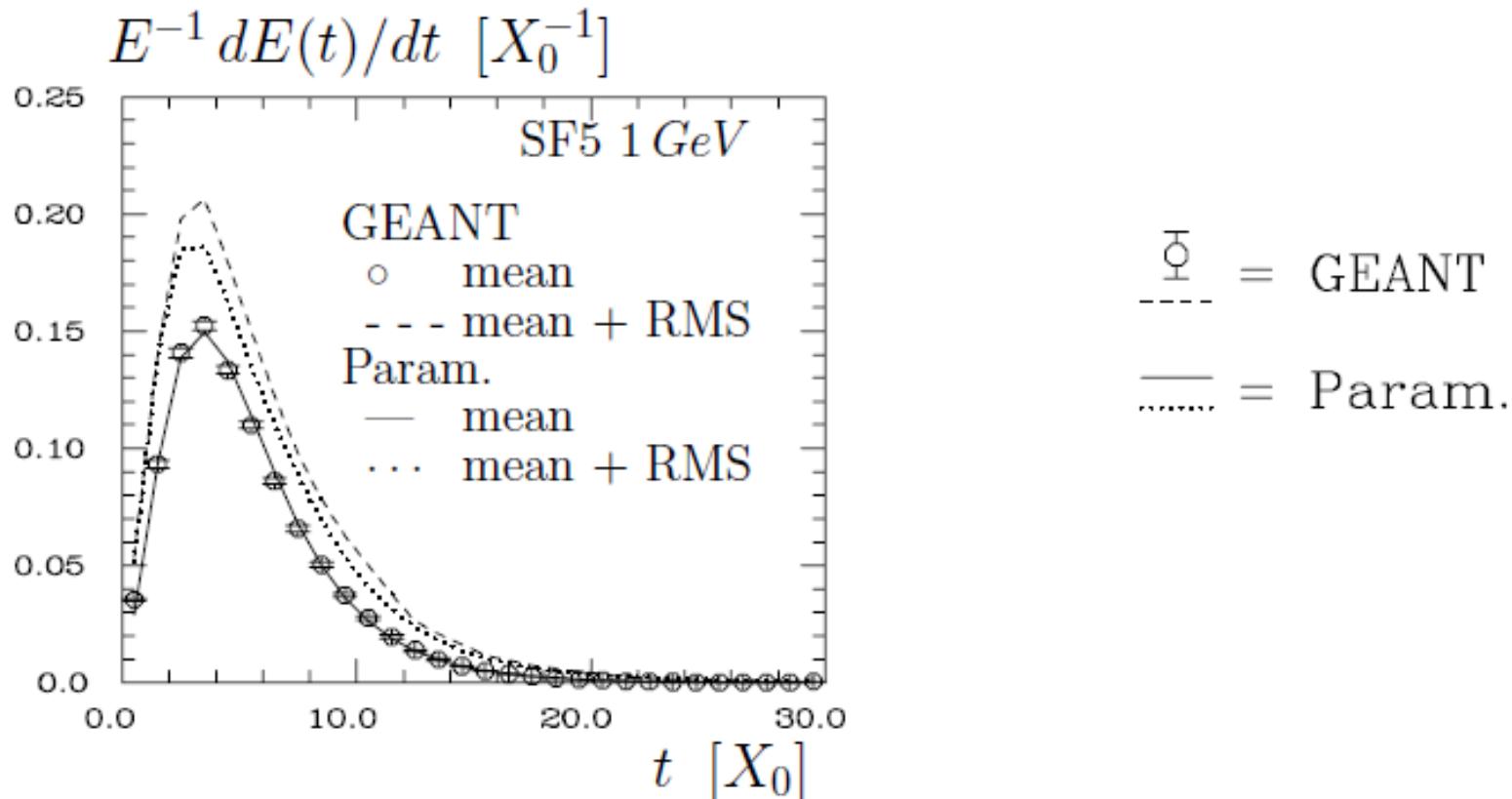
$$\begin{aligned} f(r) &= \frac{1}{dE(t)} \frac{dE(t, r)}{dr}, \\ f(r) &= pf_C(r) + (1 - p)f_T(r) \\ &= p \frac{2rR_C^2}{(r^2 + R_C^2)^2} + (1 - p) \frac{2rR_T^2}{(r^2 + R_T^2)^2} \\ &\quad 0 \leq p \leq 1. \end{aligned}$$

R_M (radio de Molière) por definición, es el radio de un cilindro que contiene en promedio 90% de la deposición de energía del chubasco.

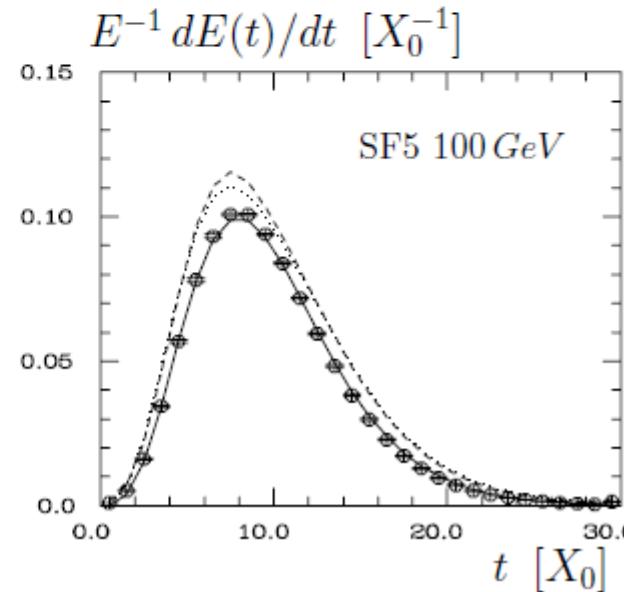
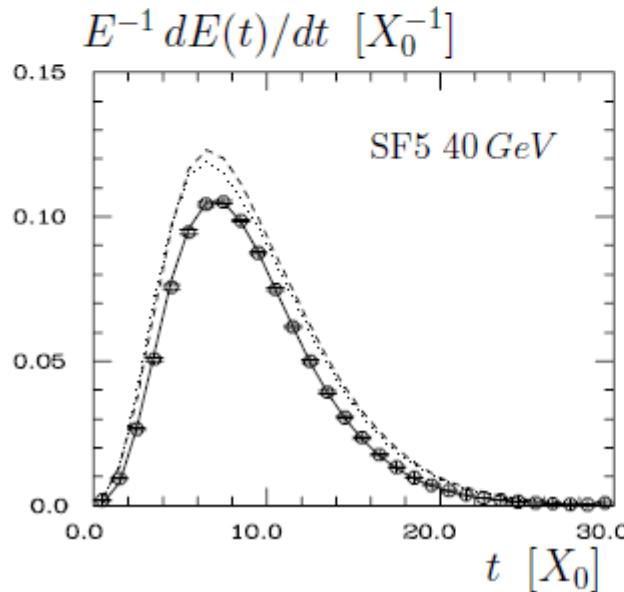
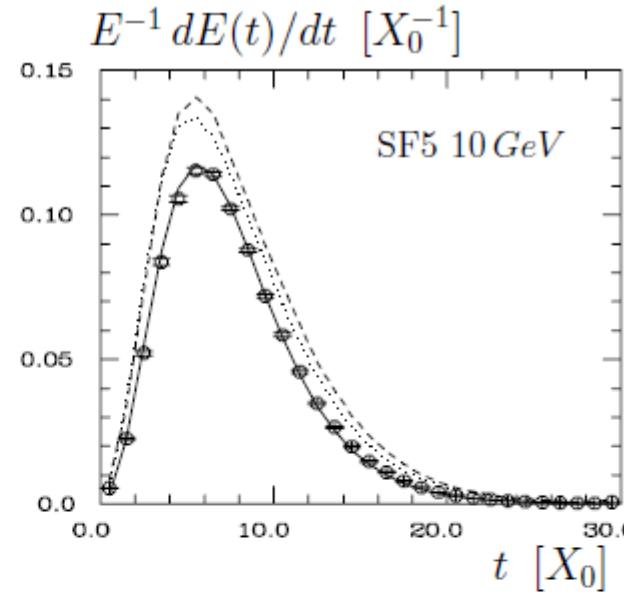
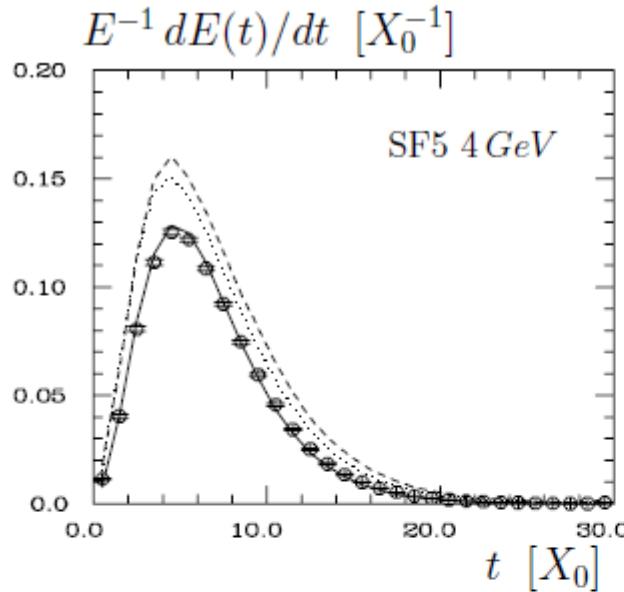
$$R_M = 0.0265 X_0 (Z + 1.2)$$

Chubascos Electromagnéticos

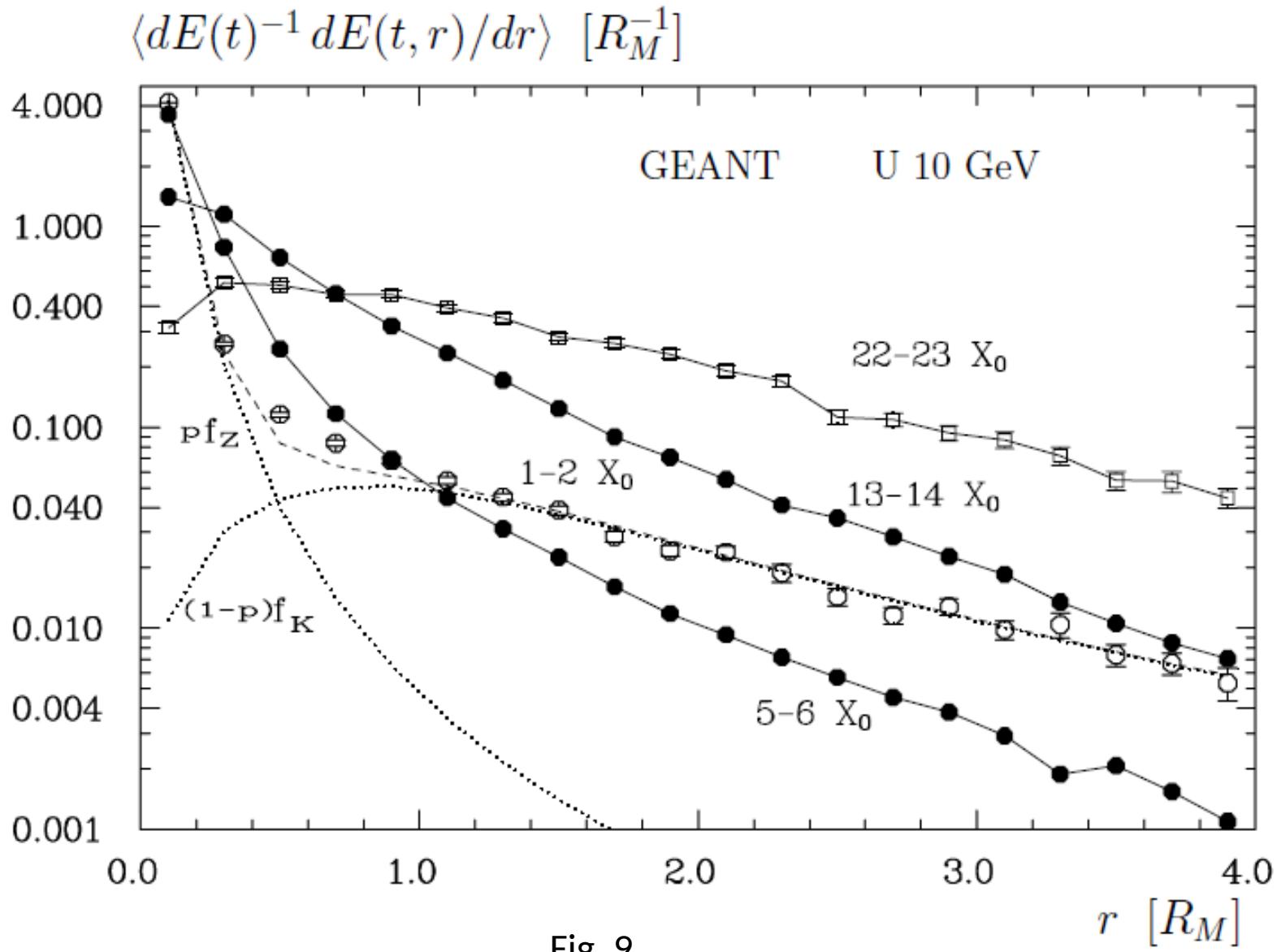
En la figura se comparan perfiles longitudinales de GEANT y simulaciones con parámetros para un calorímetro de vidrio de plomo (SF5). Están dibujados los perfiles promedios y RMS (media + RMS en cada X_0 intervalo).



Chubascos Electromagnéticos



Chubascos Electromagnéticos

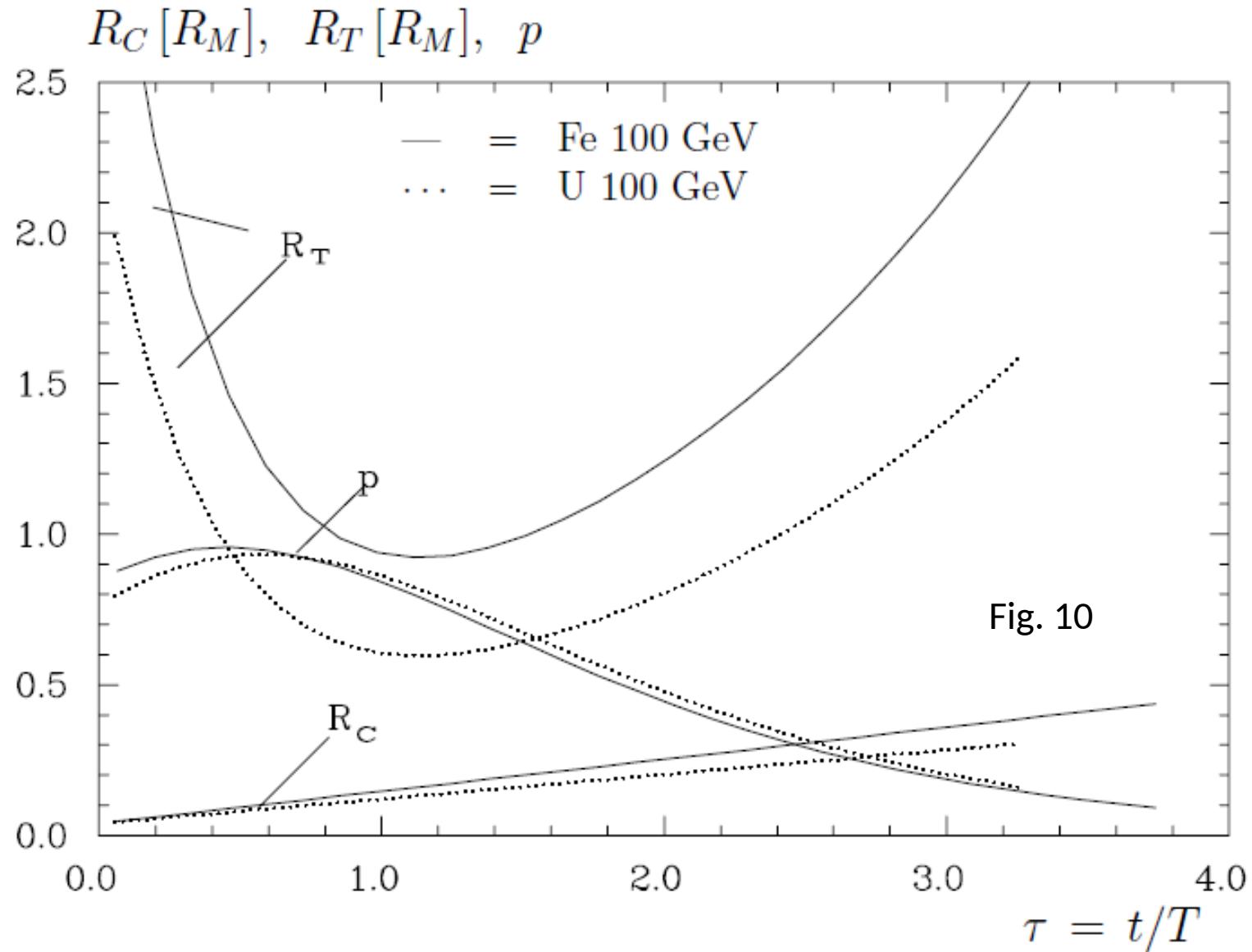


Chubascos Electromagnéticos

Aquí RC (RT) es la mediana de la componente de núcleo (cola) y p es una probabilidad de dar el peso relativo del componente de núcleo. Para la profundidad de chubasco $1 - 2 \times 0$ las distribuciones $f(r)$, $pfC(r)$ y $fT(1 - p)(r)$ también están indicadas en la figura 9.

La evolución de la RC , RT y p con creciente profundidad de ducha se muestra en la Fig.10 para 100 GeV chubasco en hierro y uranio. Utilizamos la variable $\tau = t/T$, que mide la profundidad del chubasco en unidades de la profundidad máxima del chubasco, generalizar los perfiles radiales.

Chubascos Electromagnéticos



Chubascos Electromagnéticos

27.4. Photon and electron interactions in matter

27.4.1. *Radiation length*: High-energy electrons predominantly lose energy in matter by bremsstrahlung, and high-energy photons by e^+e^- pair production. The characteristic amount of matter traversed for these related interactions is called the radiation length X_0 , usually measured in g cm⁻². It is both (a) the mean distance over which a high-energy electron loses all but $1/e$ of its energy by bremsstrahlung, and (b) $\frac{7}{9}$ of the mean free path for pair production by a high-energy photon [35]. It is also the appropriate scale length for describing high-energy electromagnetic cascades. X_0 has been calculated and tabulated by Y.S. Tsai [36]:

$$\frac{1}{X_0} = 4\alpha r_e^2 \frac{N_A}{A} \left\{ Z^2 [L_{\text{rad}} - f(Z)] + Z L'_{\text{rad}} \right\}. \quad (27.20)$$

For $A = 1 \text{ g mol}^{-1}$, $4\alpha r_e^2 N_A / A = (716.408 \text{ g cm}^{-2})^{-1}$. L_{rad} and L'_{rad} are given in Table 27.2. The function $f(Z)$ is an infinite sum, but for elements up to uranium can be represented to 4-place accuracy by

$$f(Z) = a^2 [(1 + a^2)^{-1} + 0.20206 \\ - 0.0369 a^2 + 0.0083 a^4 - 0.002 a^6], \quad (27.21)$$

where $a = \alpha Z$ [37].

Chubascos Electromagnéticos

Longitud donde la energía de un electrón se reduce a E/e

7/9 del camino libre medio de fotones

$$\frac{1}{X_0} = 4\alpha r_e^2 \frac{N_A}{A} \left\{ Z^2 [L_{\text{rad}} - f(Z)] + Z L'_{\text{rad}} \right\}$$

Table 27.2: Tsai's L_{rad} and L'_{rad} , for use in calculating the radiation length in an element using Eq. (27.20).

Element	Z	L_{rad}	L'_{rad}
H	1	5.31	6.144
He	2	4.79	5.621
Li	3	4.74	5.805
Be	4	4.71	5.924
Others	> 4	$\ln(184.15 Z^{-1/3})$	$\ln(1194 Z^{-2/3})$

Chubascos Electromagnéticos

EVOLUCIÓN LONGITUDINAL media

para una

Chubasco puramente ELECTRO-magnético

$$n_e(E, t)$$

$$n_\gamma(E, t)$$

Dos funciones
de la energía y
la profundidad

Chubascos Electromagnéticos

SISTEMA de ecuaciones INTEGRO-diferenciales
que describen la evolución con t de

$$n_e(E, t)$$

$$n_\gamma(E, t)$$

para una determinada condición inicial.

Variación con t el número de fotones con energía e

$$\frac{\partial n_\gamma}{\partial t}(E, t) = -n_\gamma(E, t) \int_0^1 du \psi(u)$$

$$+ \int_E^\infty dE' \int_0^1 dv n_e(E', t) \varphi(v) \delta[E - v E']$$

Chubascos Electromagnéticos

OCTOBER, 1941

REVIEWS OF MODERN PHYSICS

Cosmic-Ray Theory

BRUNO ROSSI AND KENNETH GREISEN

Cornell University, Ithaca, New York



Chubascos Electromagnéticos



Kenneth Greisen NCAR Texas
1971

después del descubrimiento
de 200 MeV fotones de la
Nebulosa del cangrejo

Chubascos Electromagnéticos

Soluciones a las ecuaciones del Chubasco.

Condición inicial:

$$\begin{cases} n_e(E, 0) = 0 \\ n_\gamma(E, 0) = \delta[E - E_0] \end{cases}$$

Photon of energy E_0

$$\begin{cases} n_e(E, 0) = \delta[E - E_0] \\ n_\gamma(E, 0) = 0 \end{cases}$$

Electron of energy E_0

Chubascos Electromagnéticos

Consideremos una población de electrones que tiene la forma espectral de una ley de energía ininterrumpida(unbroken) y sin fotones:

$$\begin{cases} n_e(E, 0) &= K E^{-(s+1)} \\ n_\gamma(E, 0) &= 0 \end{cases}$$

Estudiar la evolución de la chubasco utilizando aproximación

Chubascos Electromagnéticos

$$\begin{cases} n_e(E, 0) = K E^{-(s+1)} \\ n_\gamma(E, 0) = 0 \end{cases}$$

Initial condition

Población de fotones y electrones siguen una ley de energía de la misma pendiente. Sólo el normalizar es una función de la profundidad de t

$$\begin{cases} n_e(E, t) = K_e(t) E^{-(s+1)} \\ n_\gamma(E, t) = K_\gamma(t) E^{-(s+1)} \end{cases}$$

Depth evolution

Coefficients $K_{e,\gamma}(t)$ are linear combinations of two exponential

$$K_{e,\gamma}(t) = a_{e,\gamma} e^{\lambda_1(s)t} + b_{e,\gamma} e^{\lambda_2(s)t}$$

Chubascos Electromagnéticos

Primero controla la convergencia (más rápida) en una relación dependiente de la s gamma/e (grande y negativa).

El segundo exponencial describe la evolución (más lenta) de la población dos con una proporción constante

$$\begin{cases} n_e(E, t) = K_e E^{-2} \\ n_\gamma(E, t) = K_\gamma E^{-2} \end{cases}$$

$$S = 1$$

Igual cantidad de energía por década de E

Chubascos Electromagnéticos

$$t \rightarrow t + dt$$

$$dn_e = -dn_\gamma = (-n_e \langle v \rangle + n_\gamma \sigma_0) dt$$

$$\frac{n_\gamma}{n_e} = \frac{\langle v \rangle}{\sigma_0} \iff dn_e = dn_\gamma = 0 \quad \text{La solución que no depende de profundidad}$$

¿Qué podemos decir de $\lambda_1(s)$ sin cálculo explícito?

$$s = 1 \iff \lambda_1(s) = 0$$

E^{-2} igual potencia de espectro por década de E

Producción de pares y Bremsstrahlung "redistribución la energía", pero "nada puede cambiar"

Chubascos Electromagnéticos

$$s < 1 \iff \lambda_1(s) > 0$$

Espectro más plana que E^{-2}

power per decade of E grows with E

$$s > 1 \iff \lambda_1(s) < 0$$

Espectro más empinada que E^{-2}

disminuye la potencia por década de E con E

Insertar forma funcional de la solución de la ecuación de la chubasco.

$$\begin{cases} n_e(E, t) &= K_e E^{-(s+1)} e^{\lambda t} \\ n_\gamma(E, t) &= K_\gamma E^{-(s+1)} e^{\lambda t} \end{cases}$$

Chubascos Electromagnéticos

$$\frac{\partial n_e(E, t)}{\partial t} = - \int_0^1 dv \varphi(v) \left[n_e(E, t) - \frac{1}{1-v} n_e\left(\frac{E}{1-v}, t\right) \right]$$

$$+ 2 \int_0^1 \frac{du}{u} \psi(u) n_\gamma\left(\frac{E}{u}, t\right)$$

$$\frac{\partial n_\gamma(E, t)}{\partial t} = \int_0^1 \frac{dv}{v} \varphi(v) n_e\left(\frac{E}{v}, t\right) - \sigma_0 n_\gamma(E, t) .$$

Obtener conexión simple ecuación cuadrática

$$s \quad \lambda \quad K_e / K_\gamma$$

Chubascos Electromagnéticos

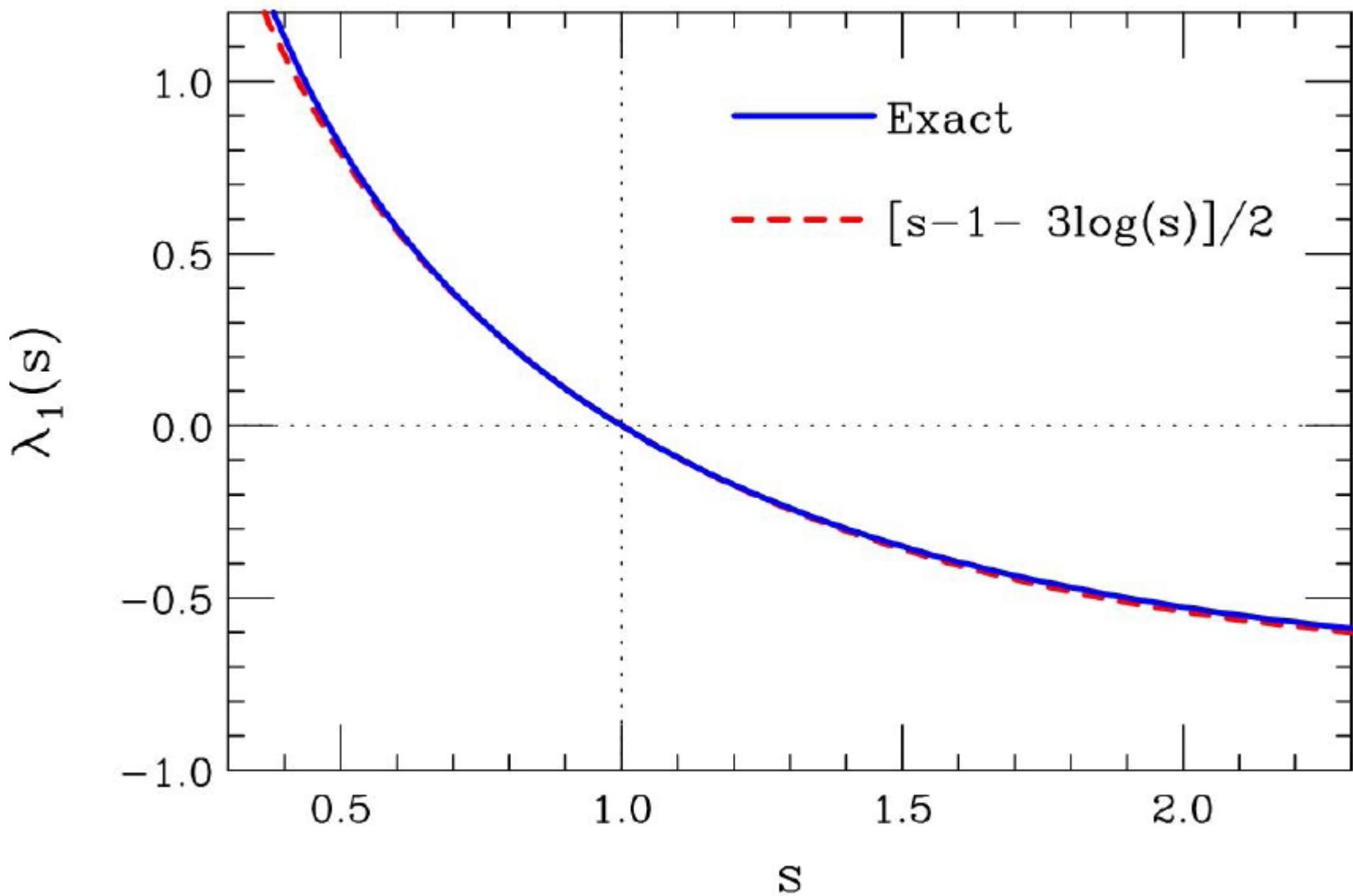
$$\lambda_{1,2}(s) = -\frac{1}{2} (A(s) + \sigma_0)$$
$$\pm \frac{1}{2} \sqrt{(A(s) - \sigma_0)^2 + 4 B(s) C(s)}$$

$$A(s) = \int_0^1 dv \varphi(v) [1 - (1-v)^s]$$
$$= \left(\frac{4}{3} + 2b \right) \left(\frac{\Gamma'(1+s)}{\Gamma(1+s)} + \gamma \right) + \frac{s (7 + 5s + 12b(2+s))}{6 (1+s) (2+s)}$$

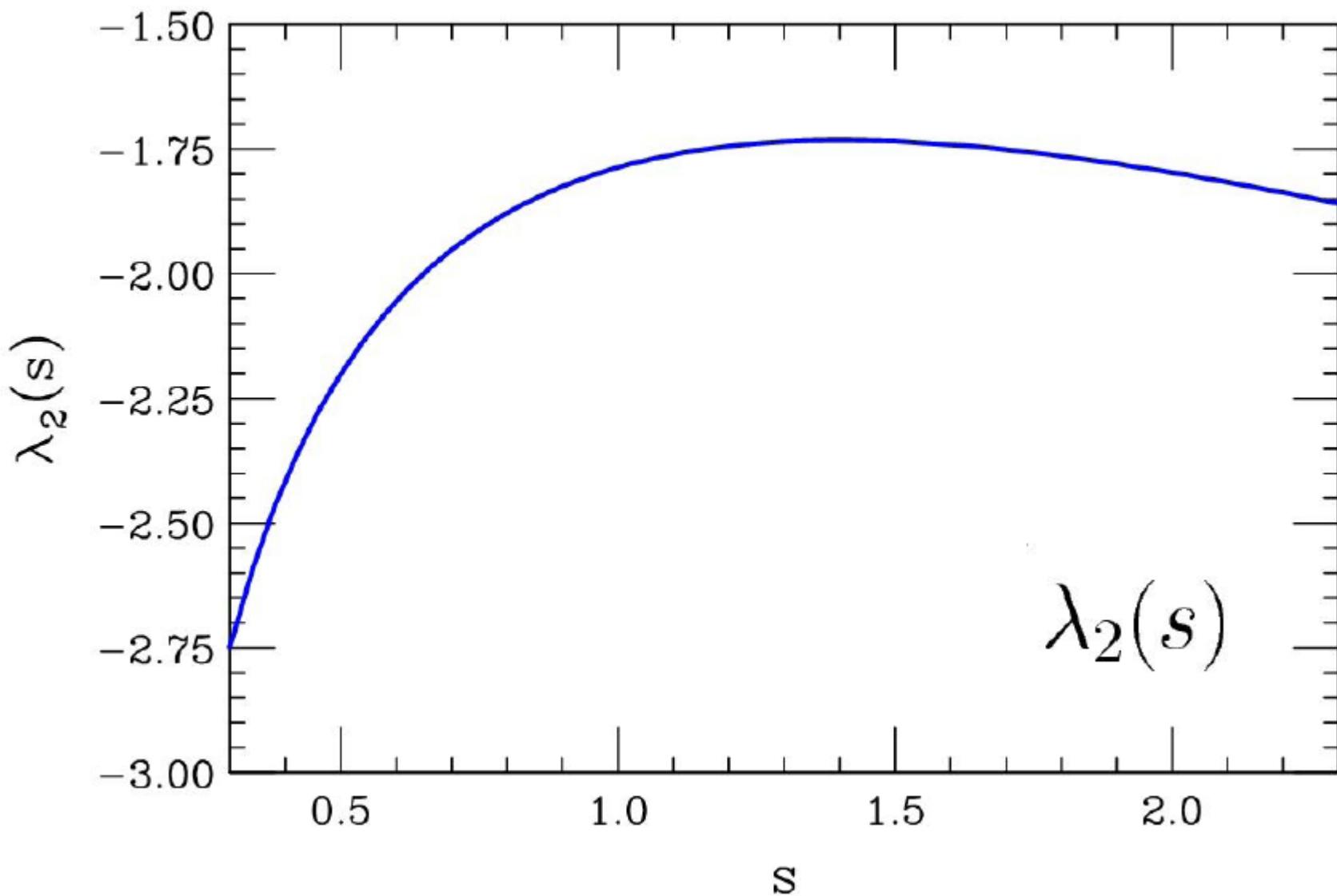
$$B(s) = 2 \int_0^1 du u^s \psi(u) = \frac{2 (14 + 11s + 3s^2 - 6b(1+s))}{3 (1+s) (2+s) (3+s)}$$

$$C(s) = \int_0^1 dv v^s \varphi(v) = \frac{8 + 7s + 3s^2 + 6b(2+s)}{3s (2+3s+s^2)}$$

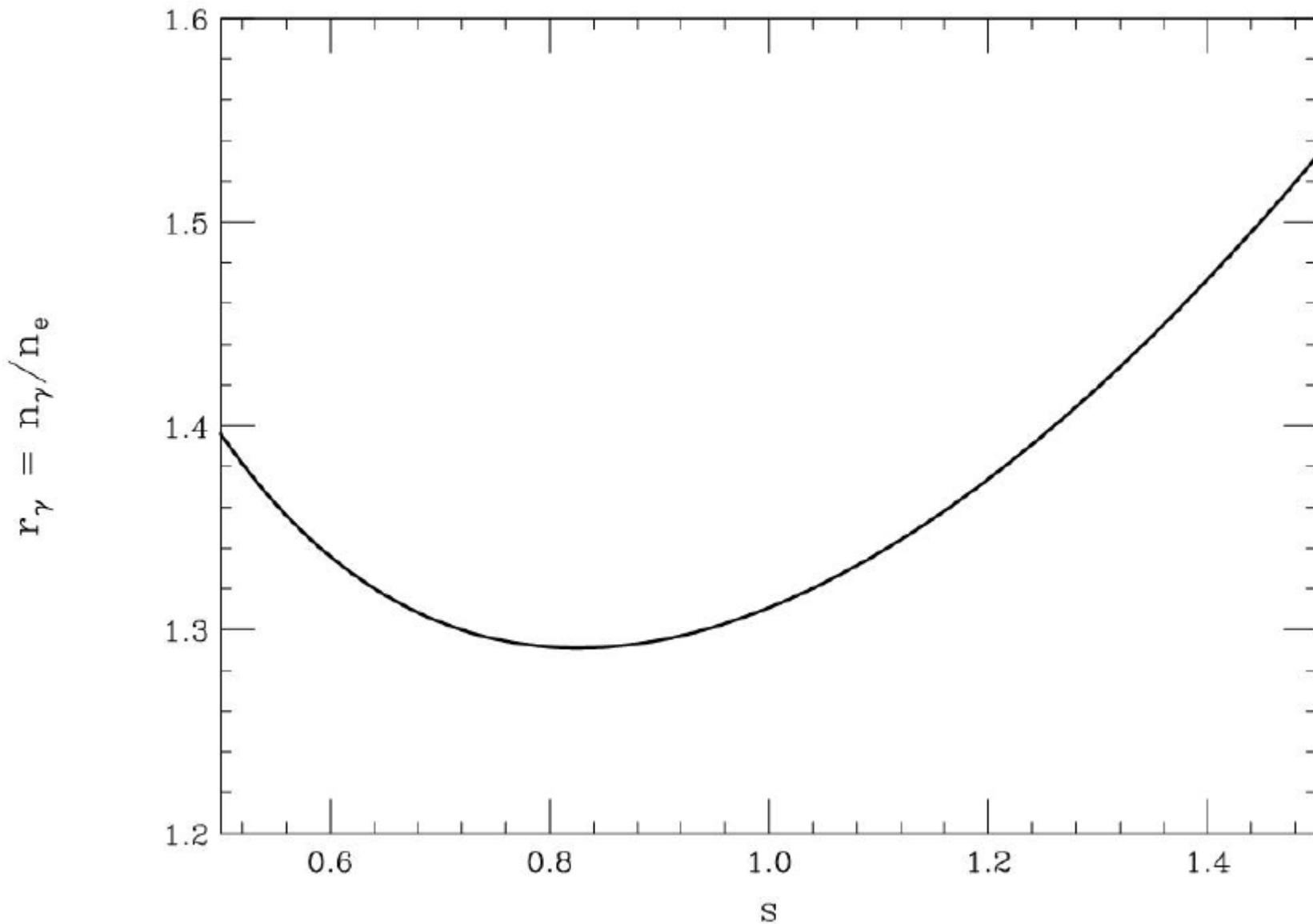
Chubascos Electromagnéticos



Chubascos Electromagnéticos



Chubascos Electromagnéticos



Chubascos Electromagnéticos

t-pendiente y E-pendiente están conectados

$$\lambda = \frac{1}{N(t)} \frac{dN(t)}{dt}$$

Evolución de espectro integral para el electrón

Puede deducir la edad (y la forma espectral)

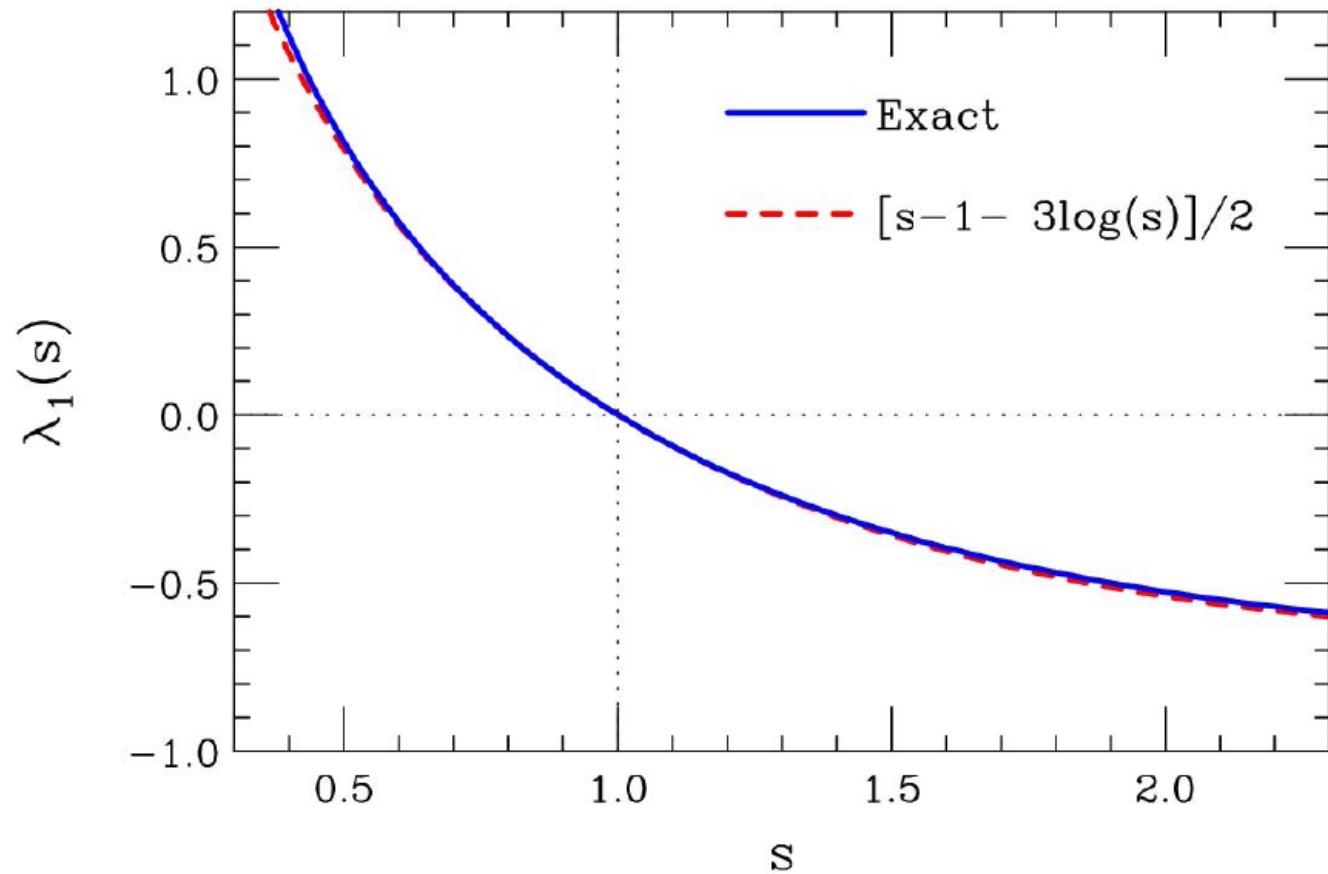
$$s = \lambda_1^{-1}(\lambda) = \lambda_1^{-1} \left(\frac{1}{N(t)} \frac{dN(t)}{dt} \right)$$

$$n_e(E) \sim n_\gamma(E) \sim E^{-(s+1)}$$

Chubascos Electromagnéticos

Aproximado expresión analítica simple propuesta por Greisen

$$\bar{\lambda}_1(s) = \frac{1}{2} (s - 1 - 3 \ln s)$$



Chubascos Electromagnéticos

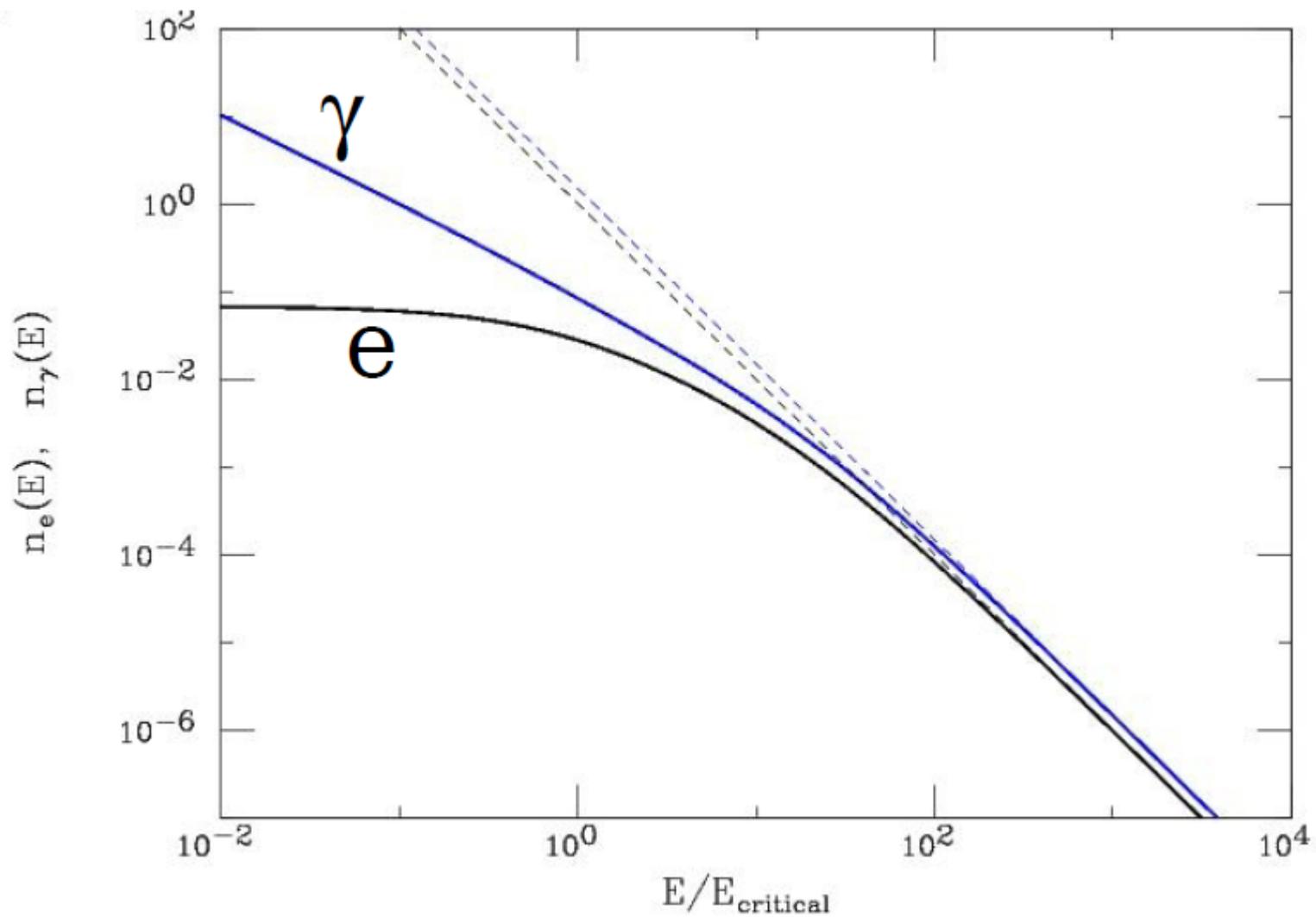
Incluyen los efectos de las pérdidas de ionización de electrones

$$\frac{dE}{dt} = \varepsilon = \text{constante} = \text{energía crítica}$$

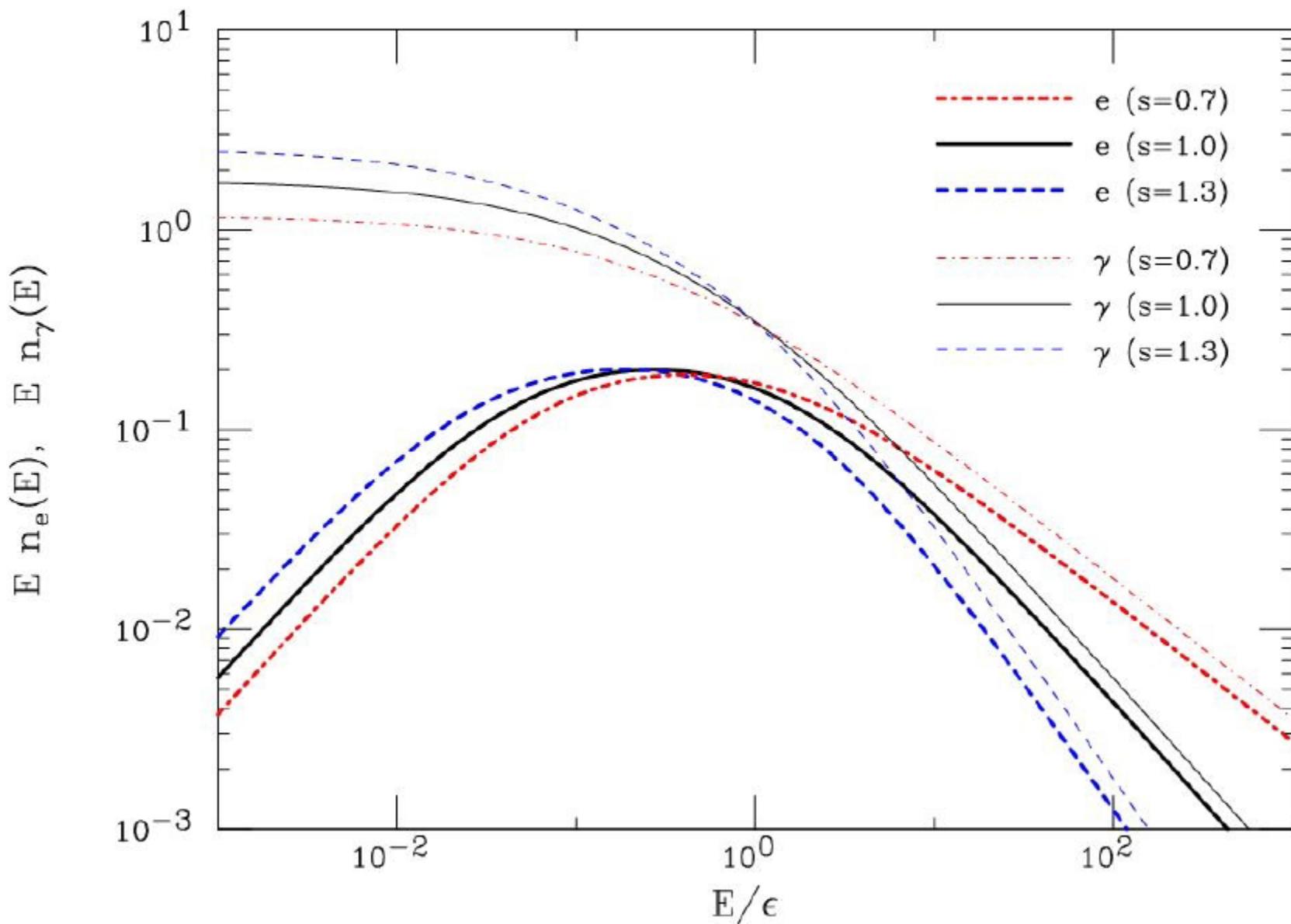
$$\begin{aligned}\frac{\partial n_e(E, t)}{\partial t} &= - \int_0^1 dv \varphi_0(v) \left[n_e(E, t) - \frac{1}{1-v} n_e\left(\frac{E}{1-v}, t\right) \right] \\ &\quad + 2 \int_0^1 \frac{du}{u} \psi(u) n_\gamma\left(\frac{E}{u}, t\right) + \varepsilon \frac{\partial n_e(E, t)}{\partial E}\end{aligned}$$

$$\frac{\partial n_\gamma(E, t)}{\partial t} = \int_0^1 \frac{dv}{v} \varphi(v) n_e\left(\frac{E}{v}, t\right) - \sigma_0 n_\gamma(E, t)$$

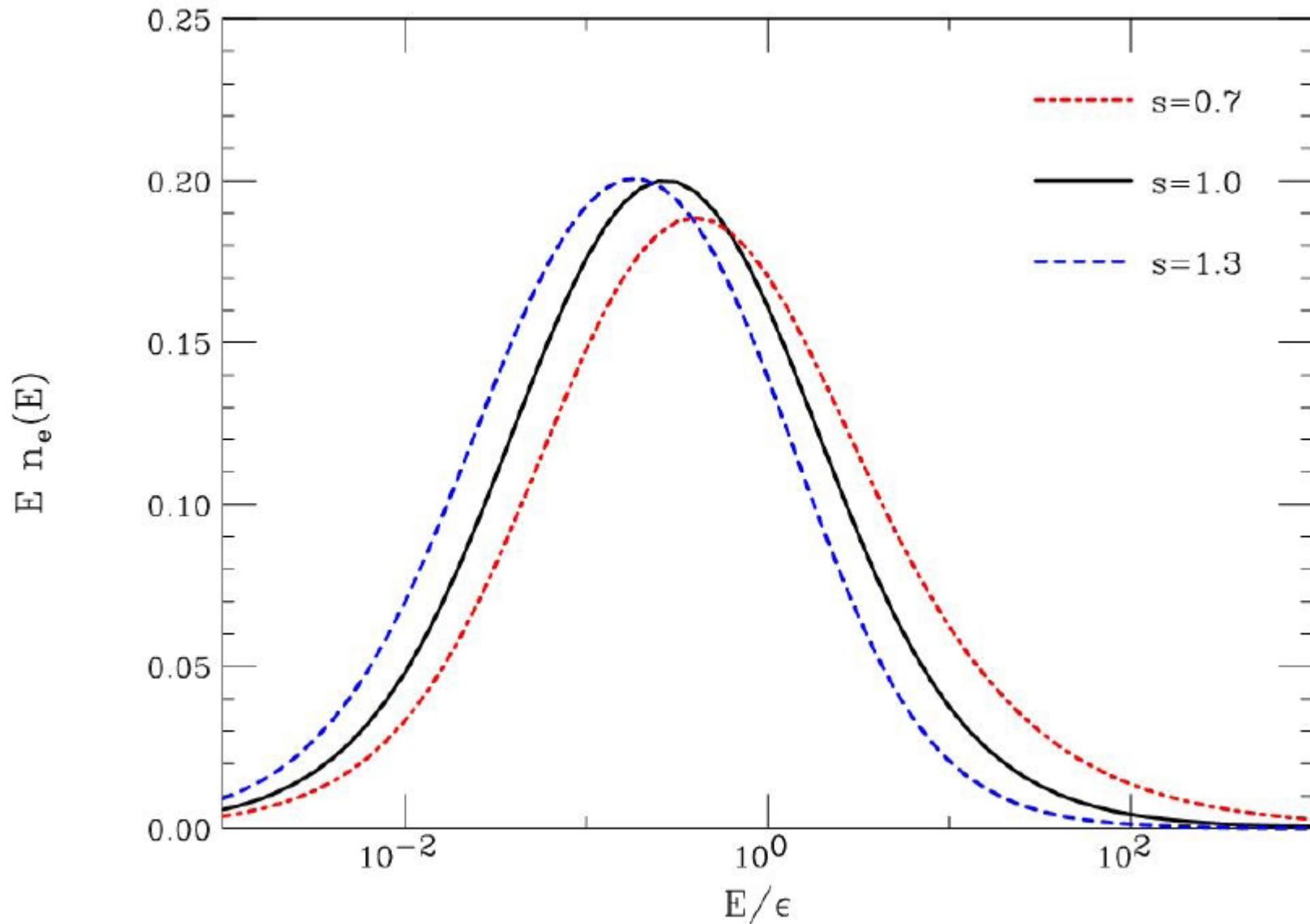
Chubascos Electromagnéticos



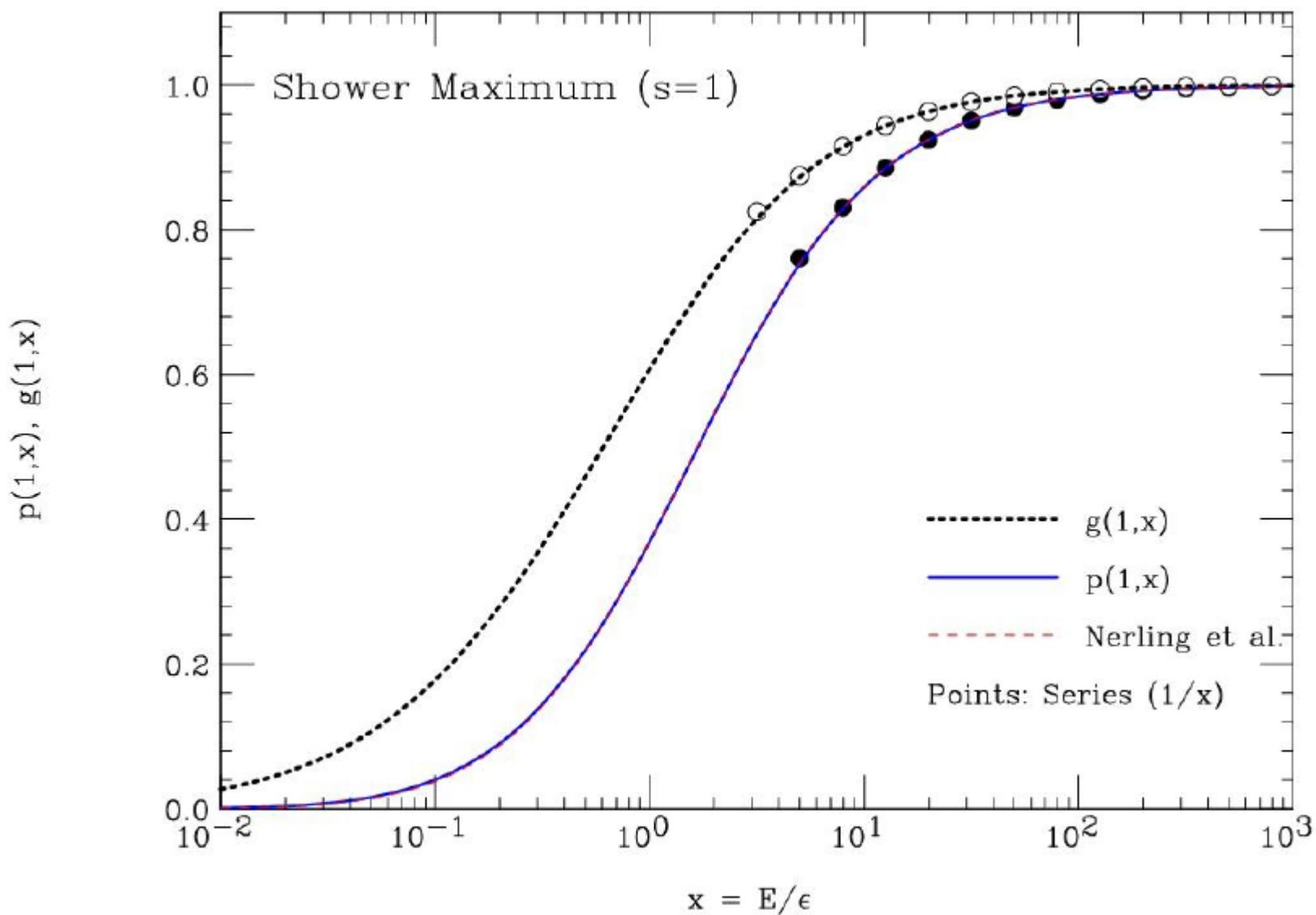
Chubascos Electromagnéticos



Chubascos Electromagnéticos



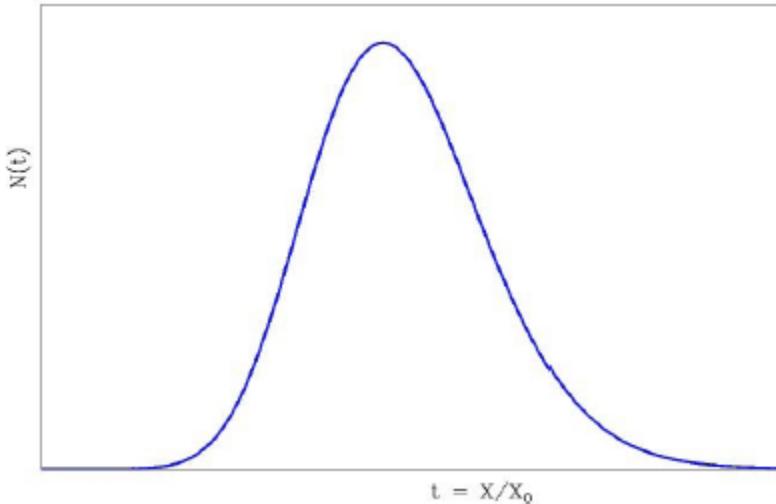
Chubascos Electromagnéticos



Chubascos Electromagnéticos

Concepto: edad de chubasco

Desarrollo longitudinal de chubasco



$$S = \frac{3t}{t + 2t_{\max}}$$

Máximo de chubasco: $s = 1$

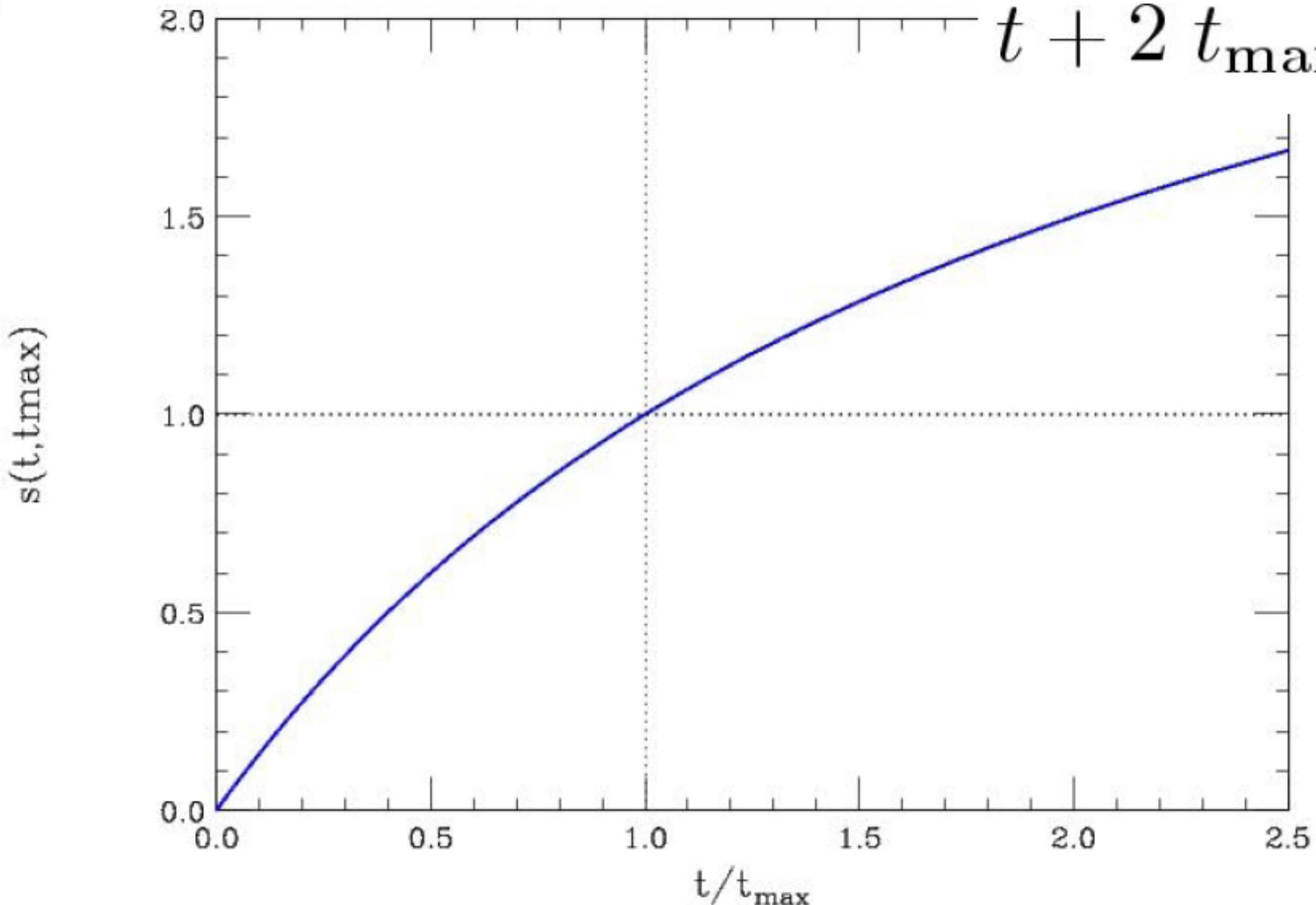
Chubasco antes de máximo $s < 1$

Chubasco después de máximo $s > 1$

Chubascos Electromagnéticos

Age as a function of t/t_{\max}

$$\frac{3t}{t + 2t_{\max}}$$



Chubascos Electromagnéticos

"Model Independent " Definition of AGE

$$\lambda = \frac{1}{N(t)} \frac{dN(t)}{dt} \quad s = \lambda_1^{-1}(\lambda)$$

¿Qué la "universalidad" de desarrollo
Longitudinal?

Chubascos Electromagnéticos

$$\frac{dN_e(t)}{dt} = \lambda_1(s) N_e(t)$$

$$s = \frac{3t}{t + 2 t_{\max}}$$

$$\bar{\lambda}_1(s) = \frac{1}{2} (s - 1 - 3 \ln s)$$

$$= \frac{1}{2} \left[\frac{3t}{t + 2 t_{\max}} - 1 - 3 \log \left(\frac{3t}{t + 2 t_{\max}} \right) \right] N(t)$$

Differential Equation

Chubascos Electromagnéticos

$$\frac{dN_e(t)}{dt} = \lambda_1(s) N_e(t)$$

Differential Equation

$$= \frac{1}{2} \left[\frac{3t}{t + 2t_{\max}} - 1 - 3 \log \left(\frac{3t}{t + 2t_{\max}} \right) \right] N(t)$$

$$N(t_{\max}) = N_{\max}$$

Boundary Condition

Solution : Greisen Profile

$$N_e(t) = N_{\max} e^{-t_{\max}} \exp \left[t \left(1 - \frac{3}{2} \log \left(\frac{3t}{t + 2t_{\max}} \right) \right) \right]$$

Chubascos Electromagnéticos

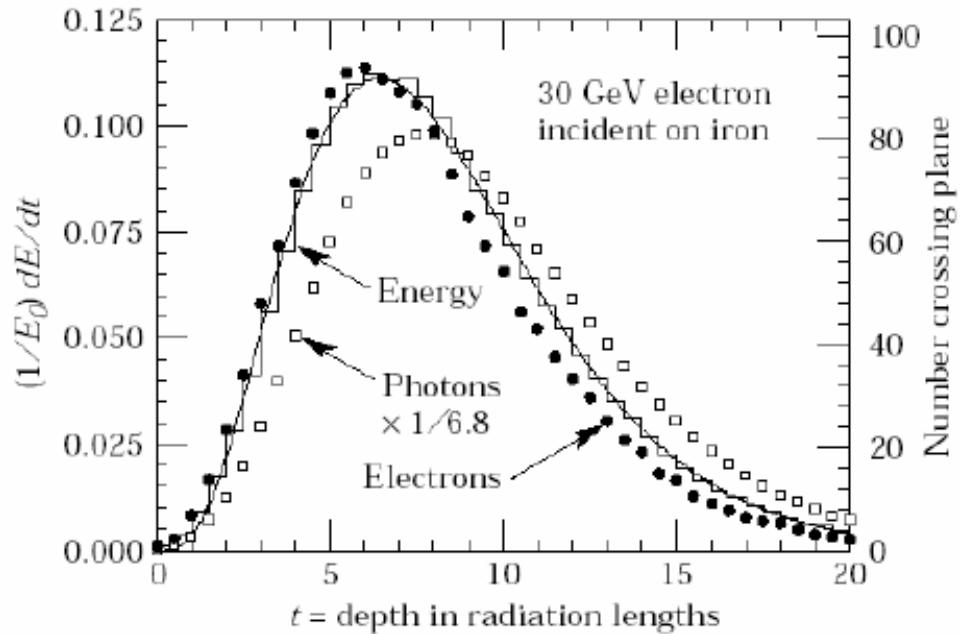
Para duchas reales el desarrollo longitudinal no es idéntico al "Perfil Greisen" y fluctúa de chubasco a chubasco

violaciones de la "universalidad"

Chubascos Electromagnéticos

2.2.4

Properties of em - showers



Longitudinal profil:

$$\frac{dE}{dt} \propto t^\alpha e^{-\beta t}$$

Shower maximum at

$$t_{\max} = \ln \frac{E_0}{E_c} \frac{1}{\ln 2}$$

95% containment

$$t_{95\%} \approx t_{\max} + 0.08Z + 9.6$$

Transverse extension: Moliere Radius

(95% of energy found within $2R_M$)

$$R_M = X_0 [g/cm^2] \cdot \frac{21 \text{ MeV}}{E_c}$$

Chubascos Electromagnéticos

$$N_{\text{Greisen}}(E_0, t) = \frac{0.31}{\sqrt{\ln(E_0/\varepsilon)}} \exp \left[t \left(1 - \frac{3}{2} \log \left(\frac{3t}{t + 2 \ln(E_0/\varepsilon)} \right) \right) \right]$$

