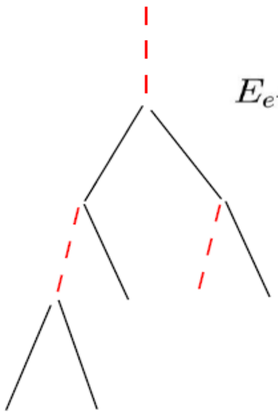
Chubascos Electromagnéticos



$$E_{e^+} = E_\gamma \; u$$

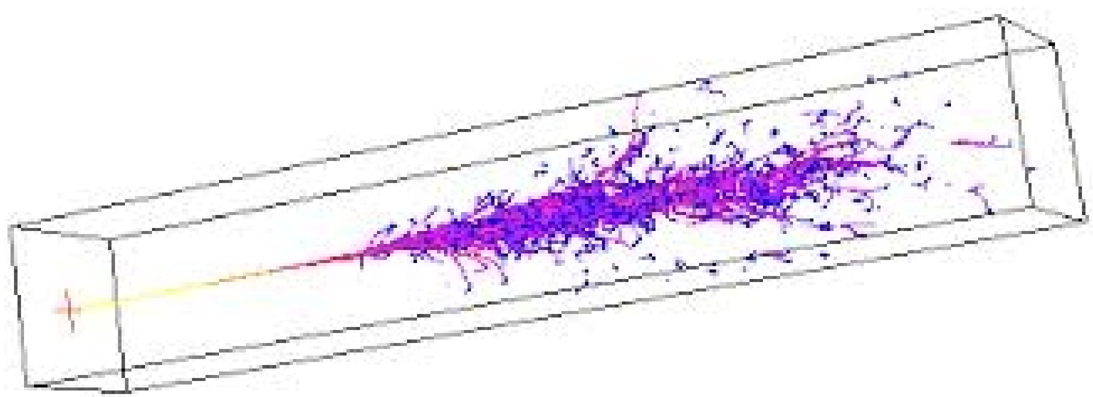
$$E_\gamma = E_e \; v$$

$\psi(u)$ Pair Production

$\varphi(v)$ Brems strahlung

Radiation Length
(Energy independent)

Vertices :
theoretically understood
(and scaling)



Chubascos Electromagnéticos

- Bremsstrahlung
- Produción de pares

- $N=2^t$
- $E(t) = E_0/2^t$
- E_C -» $dE/dx|_{rad}$

  $= dE/dx|_{ion}$

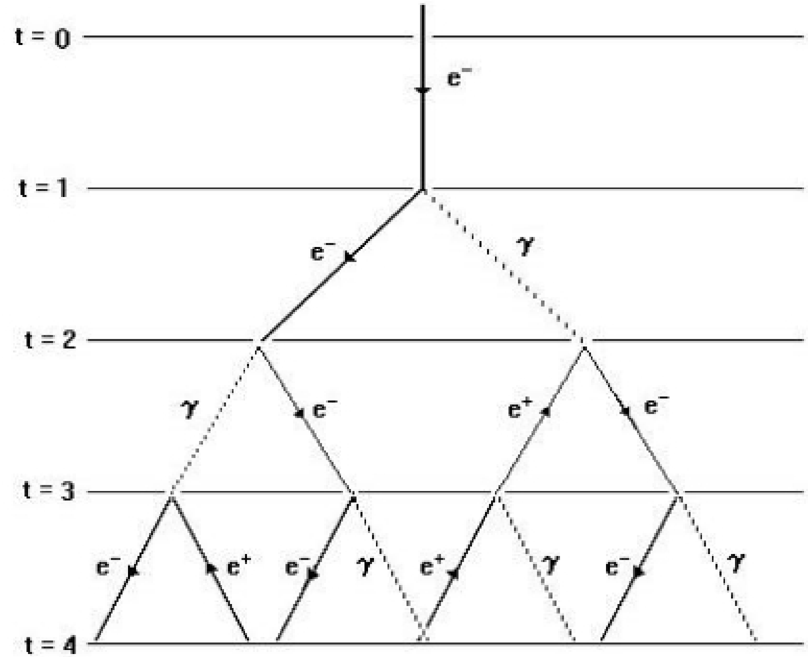


Fig 3.2(a) Schematic diagram of Cascade model.

Chubascos Electromagnéticos

- t_{max}=ln(E0/E_C)/ln2
- N_{max}=exp(t_{max}ln2)=E_0/E_C

- N(»E) = $\int^{t(E)}$ Ndt ~ (E_0/E)/ln2
- R(90%) ~ R_M = 21(X_0/E_C) E_C en MeV

Chubascos Electromagnéticos

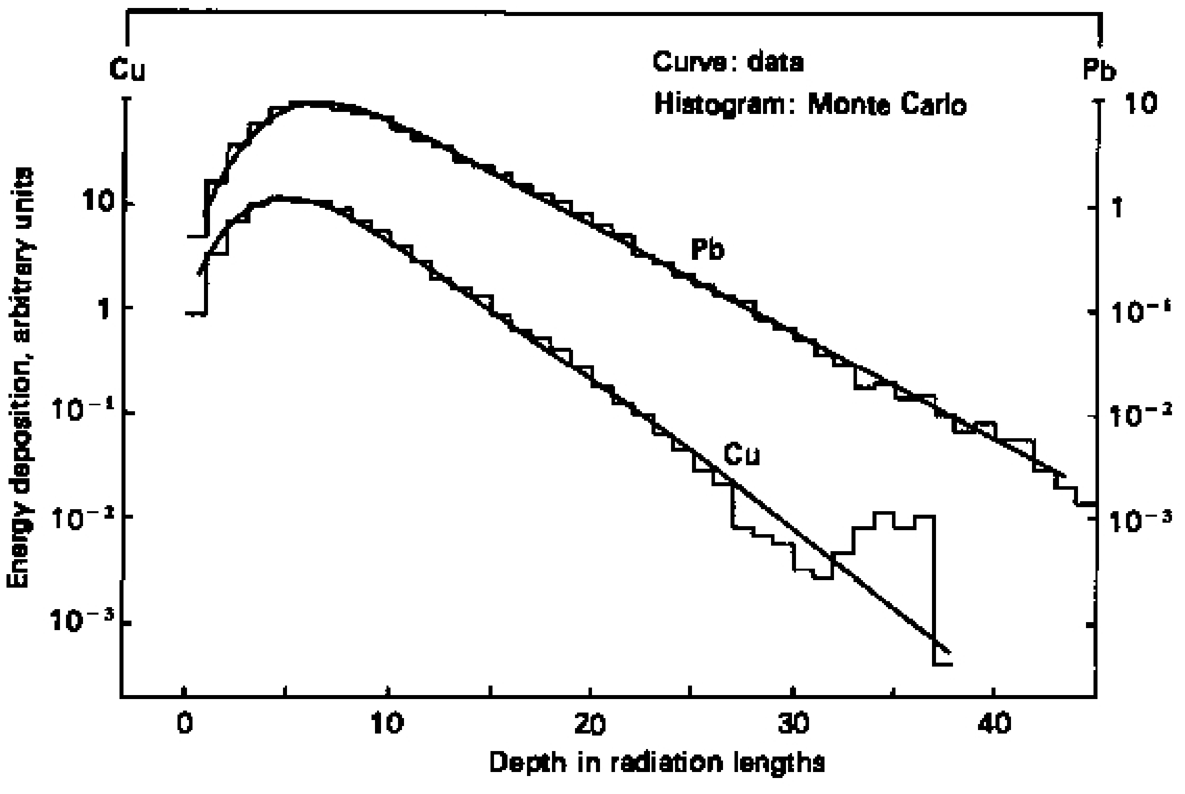


Fig. 11.14. Longitudinal distribution of energy deposition in a 6 GeV electron shower (after Bathow *et al.* 1970). Curves, data; histograms, Monte-Carlo result.

Chubascos Electromagnéticos

Material	Atomic No. (Z)	Critical Energy (E_c) (MeV)	Radiation Length (X_0) (g/cm^2)	Radiation Length (X_0) (cm)	Moliere Radius (R_M) (cm)
Beryllium	_4	116._	65.19	35.28	6.4
Carbon	_6	84._	42.70	18.8_	4.7
Aluminum	13	43._	24.01	8.9_	4.4
Iron	26	22._	13.84	1.76	1.7
Copper	29	20._	12.86	1.43	1.5
Tungsten	74	8.1	6.76	0.35	0.9
Lead	82	7.3	6.37	0.56	1.6
Uranium	92	6.5	6.00	0.32	1.0

Chubascos Electromagnéticos

La distribución de energía espacial de duchas electromagnéticas está dada por tres funciones de densidad de probabilidad (pdf)

$$dE(\vec{r}) = E\, f(t)dt\, f(r)dr\, f(\phi)d\phi,$$

describe las distribuciones de energía longitudinal, radial y azimutal. Aquí **t** denota la profundidad longitudinal del chubasco en unidades de X_0, **r** mide la distancia radial desde el eje del chubasco en radios de Moli'ere, y **φ** es el ángulo azimutal. El inicio de la chubasco es definido por el punto espacial donde se produce el primer proceso de bremsstrahlung electrones o positrones. Una distribución gamma se utiliza para la parametrización del perfil longitudinal de la chubasco. La distribución radial, **f(r)**, es descrita por un Ansatz de dos componentes. En **φ**, se supone que la energía se distribuye uniformemente:**f(φ) = 1/2π.**

Chubascos Electromagnéticos

Perfiles longitudinales de chubascos – medios homogéneos.

Los perfiles promedio de chubascos longitudinales pueden ser descritos por una distribución gamma

$$\left\langle \frac{1}{E}\frac{dE(t)}{dt} \right\rangle = f(t) = \frac{(\beta t)^{\alpha-1}\beta\exp(-\beta t)}{\Gamma(\alpha)}.$$

El centro de gravedad, <t> y la profundidad de la máxima, T, pueden calcularse de forma parámetro α y el parámetro β escalado según

$$\langle t\rangle = \frac{\alpha}{\beta}$$

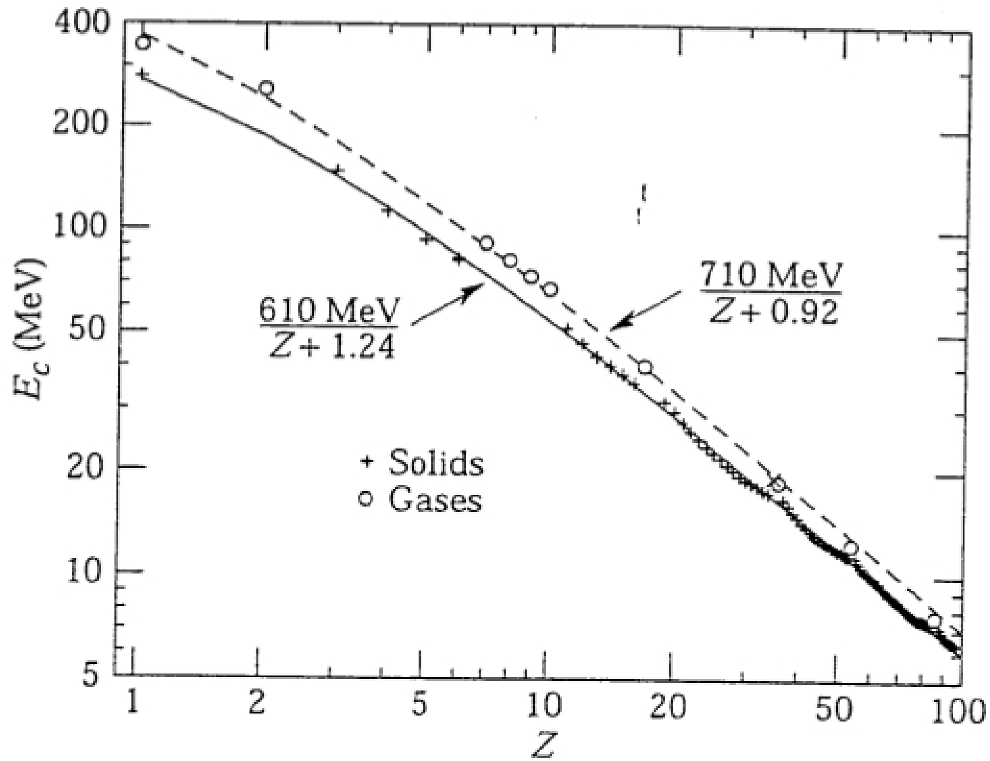
$$T = \frac{\alpha-1}{\beta}.$$

Chubascos Electromagnéticos

El desarrollo longitudinal de chubascos electromagnéticos en medios homogéneos ha sido estudiado analíticamente por Rossi. Un importante resultado de los cálculos utilizando la "aproximación B de Rossi" es que los momentos de chubasco longitudinal son iguales en diferentes materiales, las longitudes medidas en unidades de X_0 y energías en unidades de la energía crítica (E_c). Numéricamente, la Ec puede ser calculado de acuerdo con

$$E_c = 2.66 \left(X_0 \frac{Z}{A} \right)^{1.1} .$$

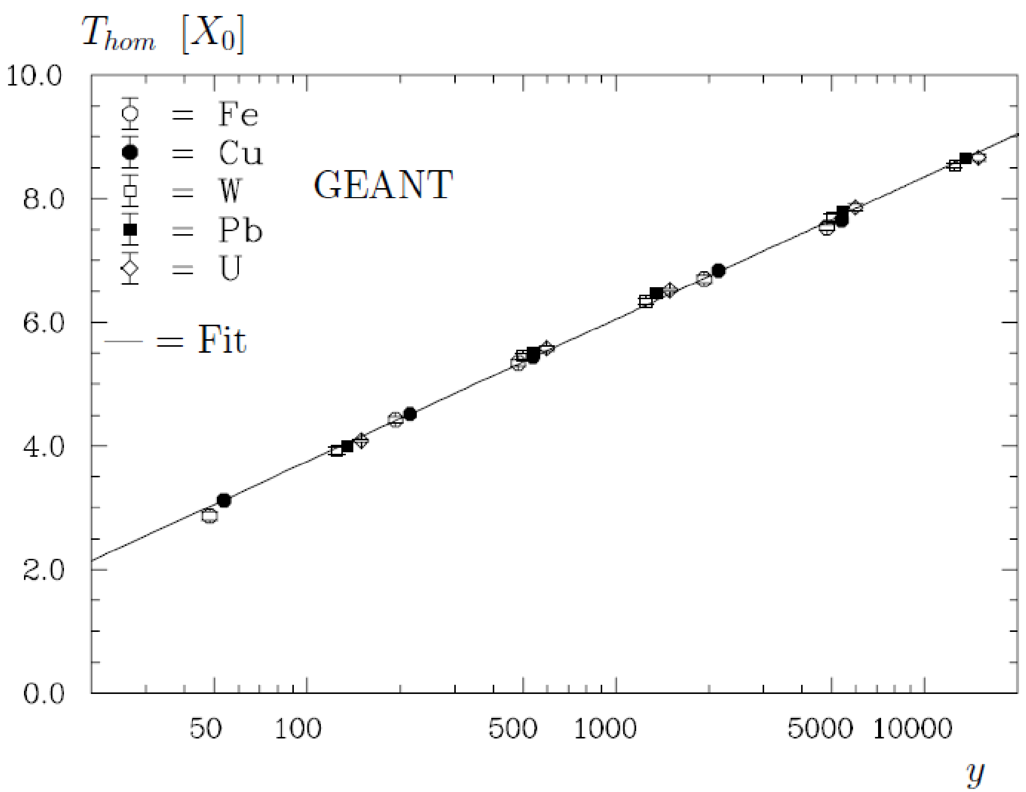
Chubascos Electromagnéticos



Chubascos Electromagnéticos

Para la profundidad del chubasco máxima de Rossi

$$T \propto \ln y = \ln \frac{E}{E_c}$$



Por lo tanto, es deseable utilizar T en la parametrización. Esto se demuestra en la figura, donde se traza la profundidad media de la chubasco máxima para varios media homogéneo, T_{hom}, versus y, en el rango de energía de 1 a 100 GeV.

Chubascos Electromagnéticos

Perfiles radiales de la cascada– medio homogéneo

Perfiles promedio de energía radial,

$$f(r) = \frac{1}{dE(t)} \frac{dE(t,r)}{dr},$$

$$\begin{aligned} f(r) &= p f_C(r) + (1-p) f_T(r) \\ &= p \frac{2r R_C^2}{(r^2 + R_C^2)^2} + (1-p) \frac{2r R_T^2}{(r^2 + R_T^2)^2} \end{aligned}$$

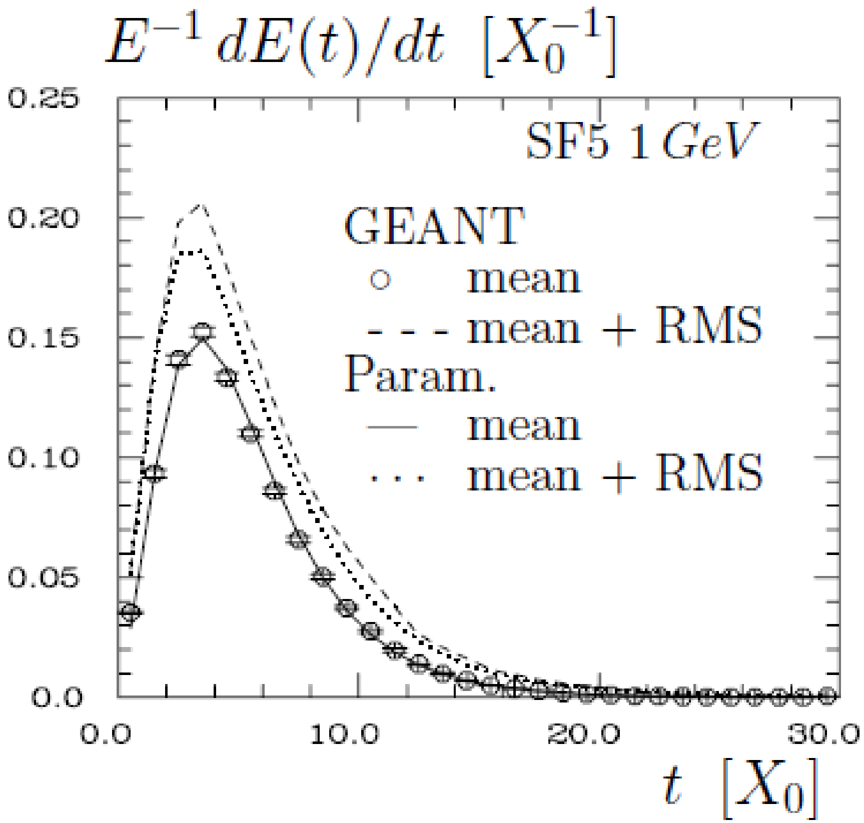
$$0 \le p \le 1.$$

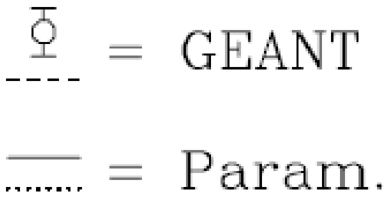
R_M (radio de Molière) por definición, es el radio de un cilindro que contiene en promedio 90% de la deposición de energía del chubasco.

$R_M = 0.0265\ X_0\ (Z + 1.2)$

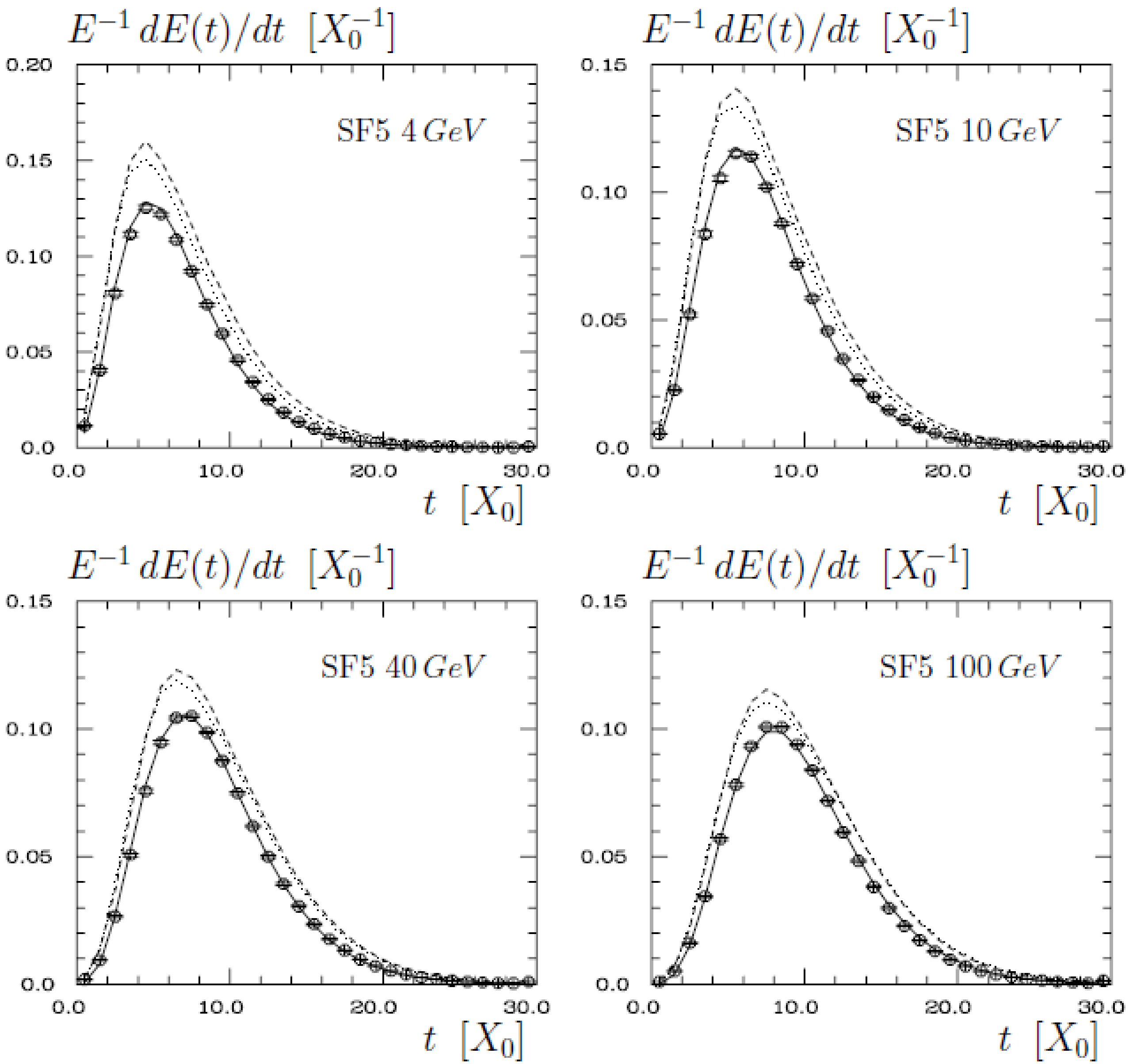
Chubascos Electromagnéticos

En la figura se comparan perfiles longitudinales de GEANT y simulaciones con parámetros para un calorímetro de vidrio de plomo (SF5). Estan dibujados los perfiles promedios y RMS (media + RMS en cada X_0 intervalo).





Chubascos Electromagnéticos



Chubascos Electromagnéticos

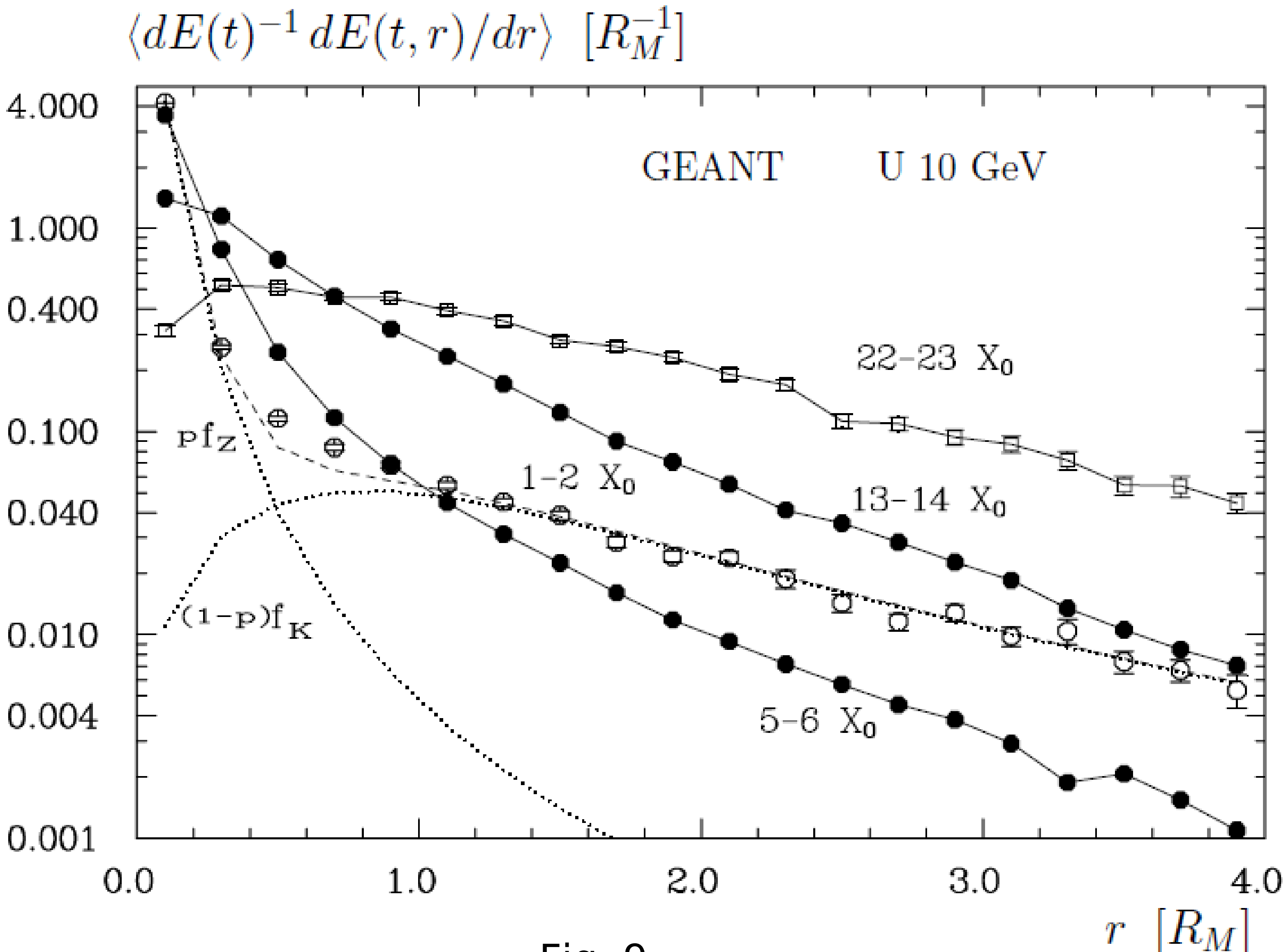


Fig. 9

Aquí RC (RT) es la mediana de la componente de núcleo (cola) y p es una probabilidad de dar el peso relativo del componente de núcleo. Para la profundidad de chubasco 1 − 2 X 0 el distribuciones f(r), pfC(r) y fT (1 − p) (r) también están indicadas en la figura 9.

La evolución de la RC, RT y p con creciente profundidad de ducha se muestra en la Fig.10 para 100 GeV chubasco en hierro y uranio. Utilizamos la variable τ = t/T, que mide la profundidad del chubasco en unidades de la profundidad máxima del chubasco, generalizar los perfiles radiales.

Chubascos Electromagnéticos

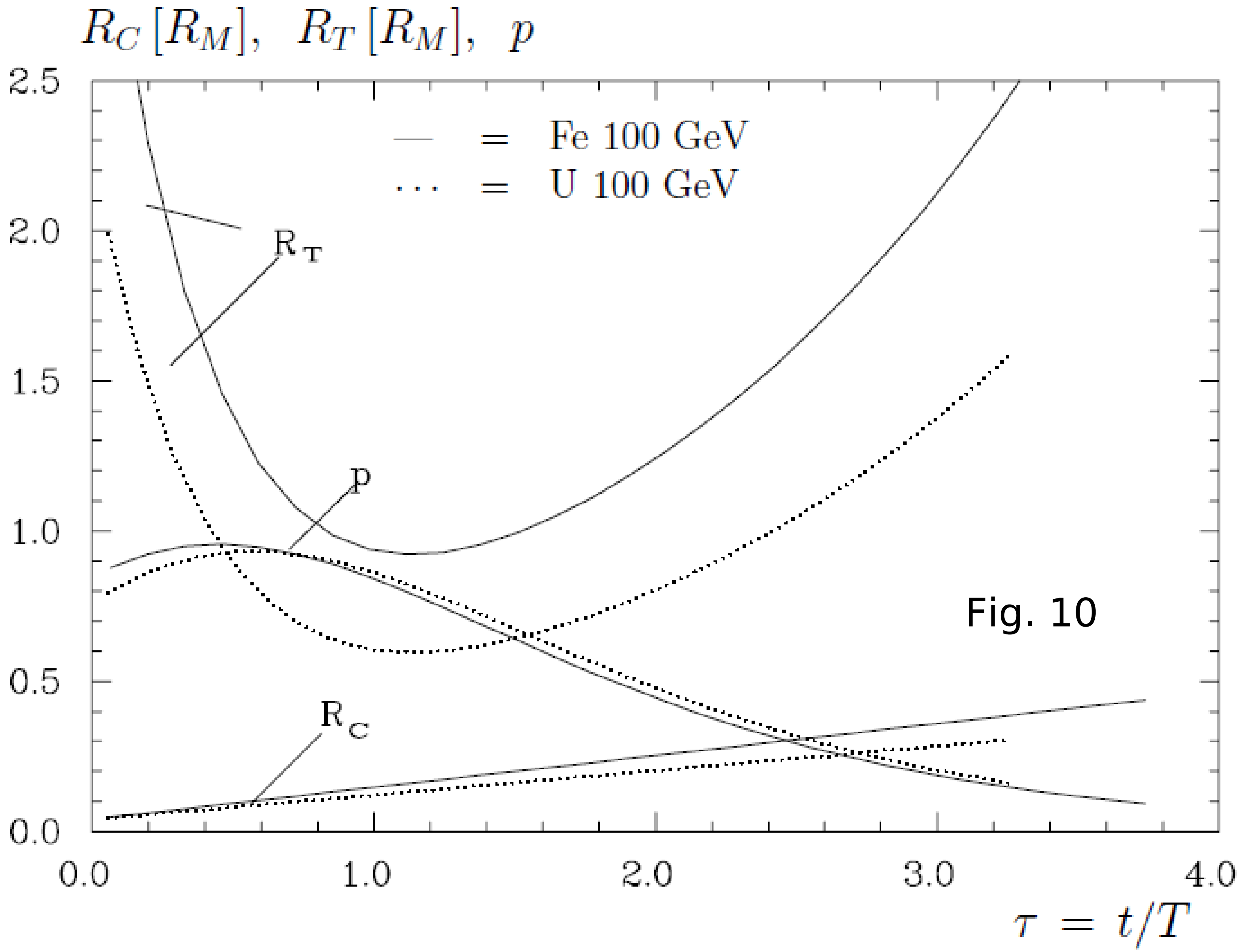


Fig. 10

Chubascos Electromagnéticos

27.4. Photon and electron interactions in matter

27.4.1. *Radiation length* : High-energy electrons predominantly lose energy in matter by bremsstrahlung, and high-energy photons by e^+e^- pair production. The characteristic amount of matter traversed for these related interactions is called the radiation length X_0, usually measured in g cm^{-2}. It is both (a) the mean distance over which a high-energy electron loses all but $1/e$ of its energy by bremsstrahlung, and (b) $\frac{7}{9}$ of the mean free path for pair production by a high-energy photon [35]. It is also the appropriate scale length for describing high-energy electromagnetic cascades. X_0 has been calculated and tabulated by Y.S. Tsai [36]:

$$\frac{1}{X_0} = 4\alpha r_e^2 \frac{N_A}{A}\left\{Z^2\left[L_{\rm rad} - f(Z)\right] + Z\,L'_{\rm rad}\right\} . \tag{27.20}$$

For $A = 1$ g mol^{-1}, $4\alpha r_e^2 N_A/A = (716.408 \text{ g cm}^{-2})^{-1}$. $L_{\rm rad}$ and $L'_{\rm rad}$ are given in Table 27.2. The function $f(Z)$ is an infinite sum, but for elements up to uranium can be represented to 4-place accuracy by

$$\begin{aligned} f(Z) = a^2\big[&(1+a^2)^{-1} + 0.20206 \\ &-0.0369\,a^2 + 0.0083\,a^4 - 0.002\,a^6\big] , \end{aligned} \tag{27.21}$$

where $a = \alpha Z$ [37].

Chubascos Electromagnéticos

Longitud donde la energía de un electrón se reduce a E/e

7/9 del camino libre medio de fotones

$$\frac{1}{X_0} = 4\alpha r_e^2 \frac{N_A}{A} \left\{ Z^2 \left[L_{\rm rad} - f(Z) \right] + Z\, L'_{\rm rad} \right\}$$

Table 27.2: Tsai's $L_{\rm rad}$ and $L'_{\rm rad}$, for use in calculating the radiation length in an element using Eq. (27.20).

Element	Z	$L_{\rm rad}$	$L'_{\rm rad}$
H	1	5.31	6.144
He	2	4.79	5.621
Li	3	4.74	5.805
Be	4	4.71	5.924
Others	> 4	$\ln(184.15\, Z^{-1/3})$	$\ln(1194\, Z^{-2/3})$

Chubascos Electromagnéticos

EVOLUCIÓN LONGITUDINAL media

para una

Chubasco puramente ELECTRO-magnético

$$\boxed{\begin{array}{c} n_e(E,t) \\ n_\gamma(E,t) \end{array}}$$

Dos funciones de la energía y la profundidad

Chubascos Electromagnéticos

SISTEMA de ecuaciones INTEGRO-diferenciales que describen la evolución con t de

$$n_e(E,t) \qquad\qquad n_\gamma(E,t)$$

para una determinada condición inicial.
Variación con t el número de fotones con energía e

$$\frac{\partial n_\gamma}{\partial t}(E,t) = \quad -n_\gamma(E,t)\ \int_0^1 du\ \psi(u)$$

$$+\int_E^\infty dE'\ \int_0^1 dv\ n_e(E',t)\ \varphi(v)\ \delta[E - v\,E']$$

Chubascos Electromagnéticos


OCTOBER, 1941 REVIEWS OF MODERN PHYSICS

Cosmic-Ray Theory

BRUNO ROSSI AND KENNETH GREISEN
Cornell University, Ithaca, New York

Chubascos Electromagnéticos

Kenneth Greisen NCAR Texas 1971

después del descubrimiento de 200 MeV fotones de la Nebulosa del cangrejo

Soluciones a las ecuaciones del Chubasco. Condición inicial:

$$\begin{cases} n_e(E,0) & = & 0 \\ n_\gamma(E,0) & = & \delta[E-E_0] \end{cases}$$

Photon of energy E_0

$$\begin{cases} n_e(E,0) & = & \delta[E-E_0] \\ n_\gamma(E,0) & = & 0 \end{cases}$$

Electron of energy E_0

Consideremos una población de electrones que tiene la forma espectral de una ley de energía ininterrumpida(unbroken) y sin fotones:

$$\left\{ \begin{array}{lcl} n_e(E,0) & = & K\ E^{-(s+1)} \\ n_\gamma(E,0) & = & 0 \end{array} \right.$$

Estudiar la evolución de la chubasco utilizando aproximación

Chubascos Electromagnéticos

$$\begin{cases} n_e(E,0) & = & K\ E^{-(s+1)} \\ n_\gamma(E,0) & = & 0 \end{cases}$$

$\boxed{\text{Initial condition}}$

Población de fotones y electrones siguen una ley de energía de la misma pendiente. Sólo el normalizar es una función de la profundidad de t

$$\begin{cases} n_e(E,t) & = & K_e(t)\ E^{-(s+1)} \\ n_\gamma(E,t) & = & K_\gamma(t)\ E^{-(s+1)} \end{cases}$$

$\boxed{\text{Depth evolution}}$

Coefficients $K_{e,\gamma}(t)$ are linear combinations of two exponential

$$K_{e,\gamma}(t) = a_{e,\gamma}\ e^{\lambda_1(s)\,t} + b_{e,\gamma}\ e^{\lambda_2(s)\,t}$$

Chubascos Electromagnéticos

Primero controla la convergencia (más rápida) en una relación dependiente de las gamma/e (grande y negativa).

El segundo exponencial describe la evolución (más lenta) de la población dos con una proporción constante.

$$\begin{cases} n_e(E,t) = K_e\ E^{-2} \\ n_\gamma(E,t) = K_\gamma\ E^{-2} \end{cases}$$

$$\boxed{S = 1}$$

Igual cantidad de energía por década de E

Chubascos Electromagnéticos

$$t \to t + dt$$

$$dn_e = -dn_\gamma = \left(-n_e \langle v \rangle + n_\gamma\, \sigma_0\right)\ dt$$

$$\frac{n_\gamma}{n_e} = \frac{\langle v \rangle}{\sigma_0} \iff dn_e = dn_\gamma = 0$$

La solución que no depende de profundidad

¿Qué podemos decir de $\lambda_1(s)$ sin cálculo explícito?

$$s = 1 \iff \lambda_1(s) = 0$$

E^{-2} igual potencia de espectro por década de E
Producción de pares y Bremsstrahlung "redistribución la energía", pero "nada puede cambiar"

Chubascos Electromagnéticos

$$s < 1 \quad \Longleftrightarrow \quad \lambda_1(s) > 0$$

Espectro más plana que E^{-2}

power per decade of E grows with E

$$s > 1 \quad \Longleftrightarrow \quad \lambda_1(s) < 0$$

Espectro más empinada que E^{-2}

disminuye la potencia por década de E con E

Insertar forma funcional de la solución de la ecuación de la chubasco.

$$\boxed{\begin{cases} n_e(E,t) &=& K_e\ E^{-(s+1)}\ e^{\lambda t} \\ n_\gamma(E,t) &=& K_\gamma\ E^{-(s+1)}\ e^{\lambda t} \end{cases}}$$

Chubascos Electromagnéticos

$$\frac{\partial n_e(E,t)}{\partial t} = -\int_0^1 dv \;\; \varphi(v) \;\left[n_e(E,t) - \frac{1}{1-v}\, n_e\left(\frac{E}{1-v},t\right)\right]$$

$$+2 \;\int_0^1 \frac{du}{u}\, \psi(u)\, n_\gamma\left(\frac{E}{u},t\right)$$

$$\frac{\partial n_\gamma(E,t)}{\partial t} = \int_0^1 \frac{dv}{v}\, \varphi(v)\, n_e\left(\frac{E}{v},t\right) - \sigma_0\, n_\gamma(E,t) \;.$$

Obtener conexión simple ecuación cuadrática s λ K_e/K_γ

Chubascos Electromagnéticos

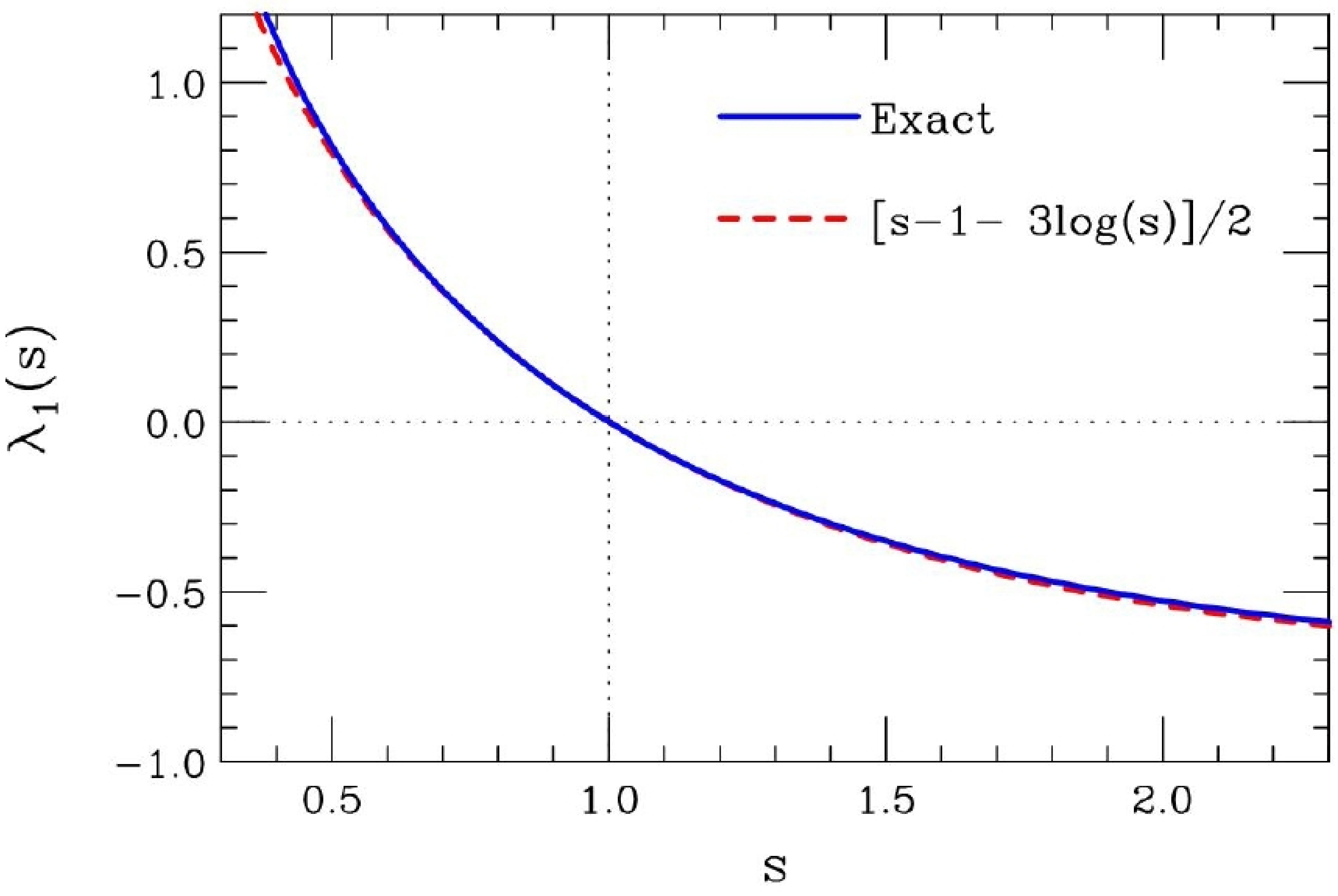
$$\boxed{\begin{aligned}\lambda_{1,2}(s) = -\frac{1}{2}\left(A(s)+\sigma_0\right) \\ \pm\frac{1}{2}\sqrt{\left(A(s)-\sigma_0\right)^2+4\,B(s)\,C(s)}\end{aligned}}$$

$$\begin{aligned}
A(s) &= \int_0^1 dv\ \varphi(v)\ \left[1-(1-v)^s\right] \\
&= \left(\frac{4}{3}+2\,b\right)\left(\frac{\Gamma'(1+s)}{\Gamma(1+s)}+\gamma\right)+\frac{s\ (7+5\,s+12\,b\ (2+s))}{6\ (1+s)\ (2+s)}
\end{aligned}$$

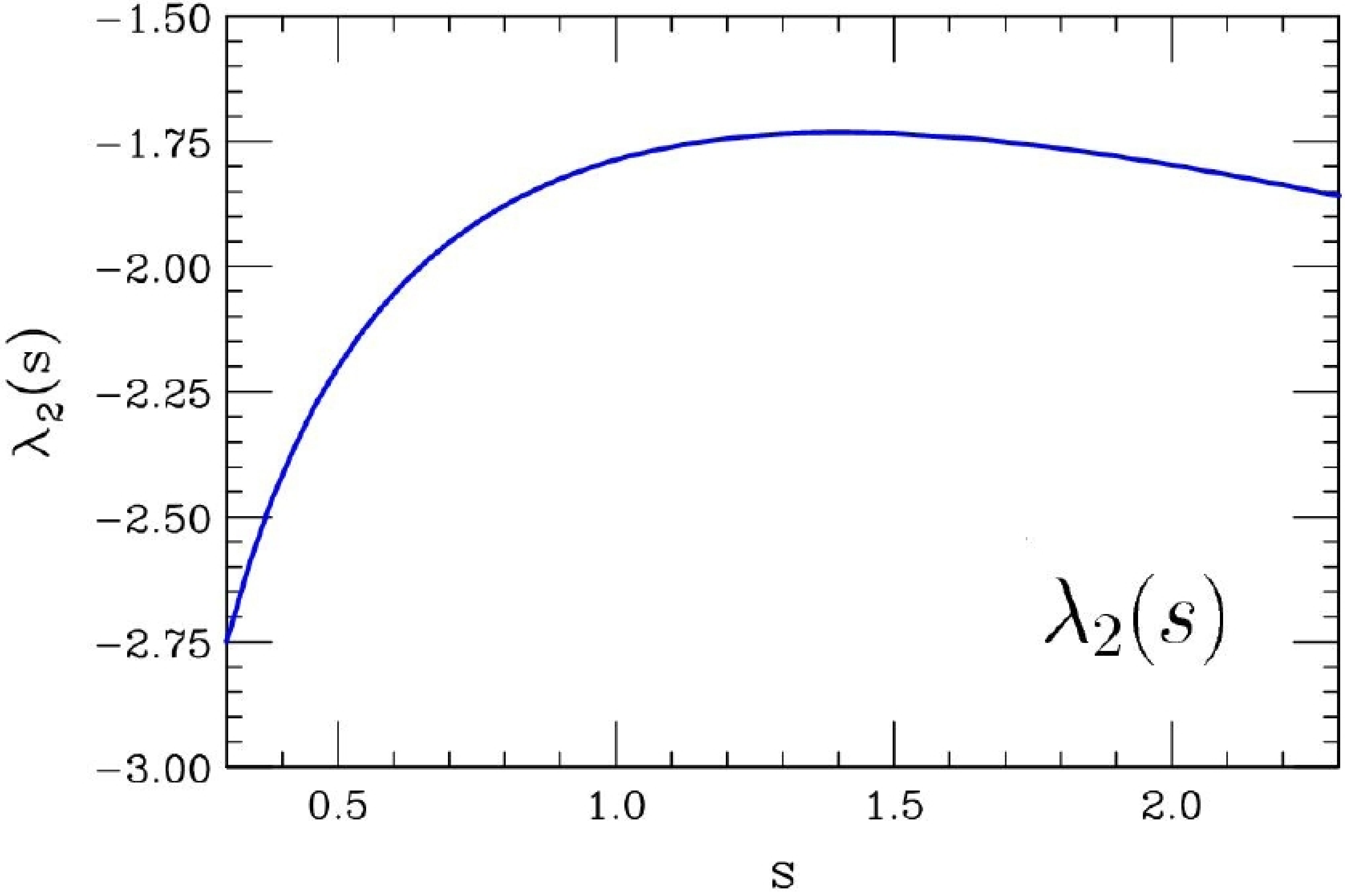
$$B(s) = 2\int_0^1 du\ u^s\ \psi(u) = \frac{2\ \left(14+11\,s+3\,s^2-6\,b\ (1+s)\right)}{3\ (1+s)\ (2+s)\ (3+s)}$$

$$C(s) = \int_0^1 dv\ v^s\ \varphi(v) = \frac{8+7\,s+3\,s^2+6\,b\ (2+s)}{3\,s\ (2+3\,s+s^2)}$$

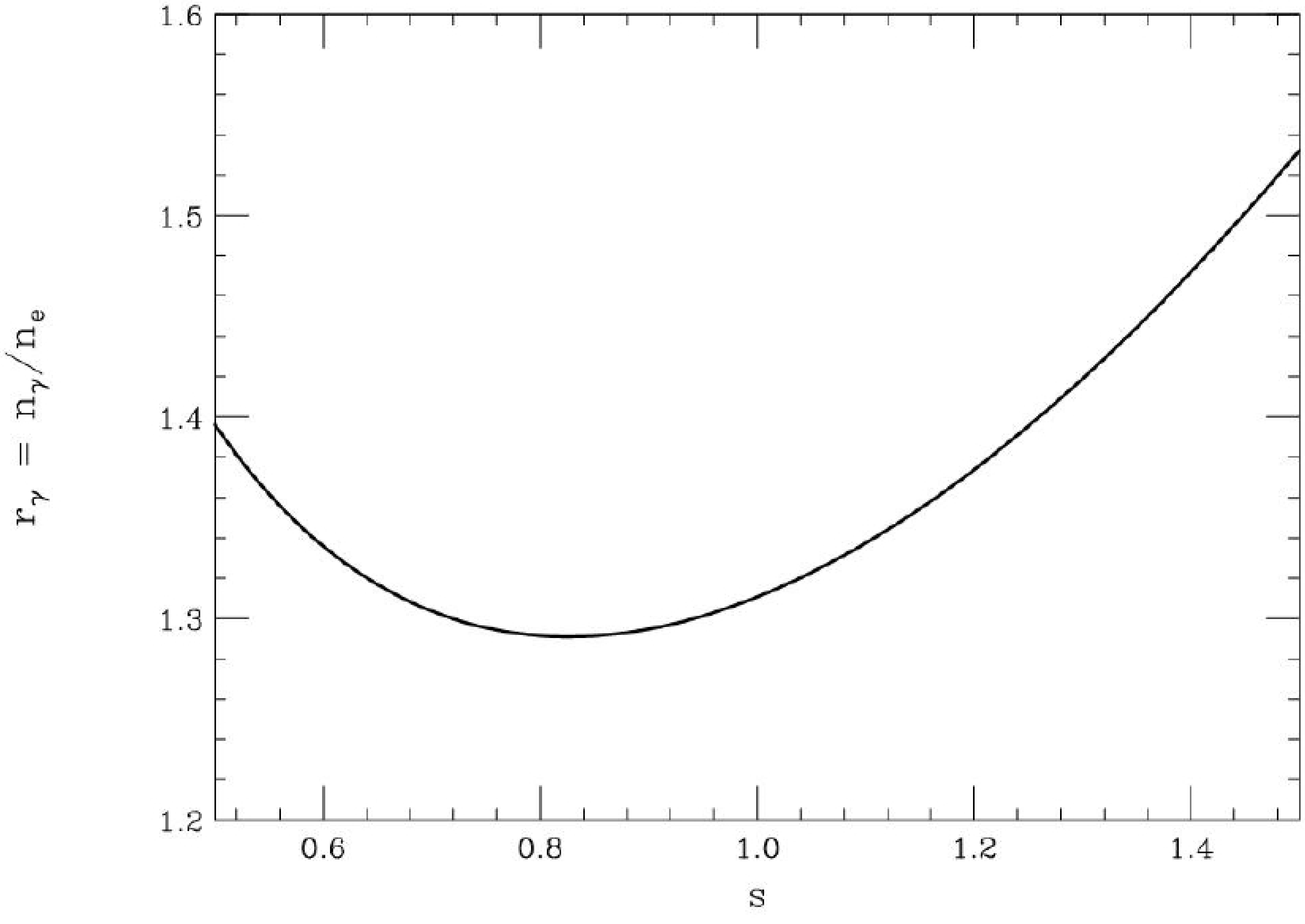
Chubascos Electromagnéticos



Chubascos Electromagnéticos



Chubascos Electromagnéticos



Chubascos Electromagnéticos

t-pendiente y E-pendiente están conectados

$$\lambda = \frac{1}{N(t)}\frac{dN(t)}{dt}$$

Evolución de espectro integral para el electrón

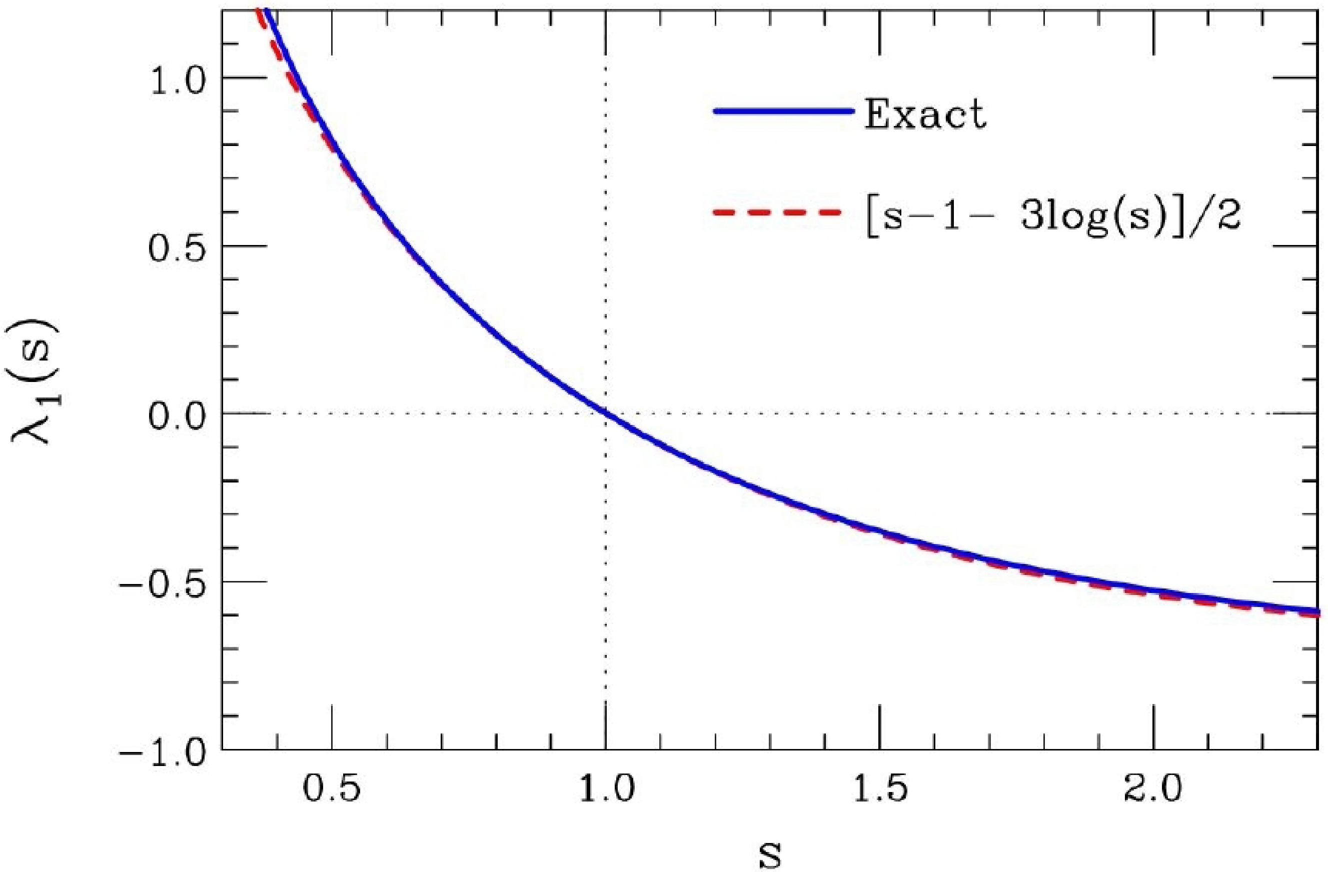
Puede deducir la edad (y la forma espectral)

$$s = \lambda_1^{-1}(\lambda) = \lambda_1^{-1}\left(\frac{1}{N(t)}\frac{dN(t)}{dt}\right)$$

$$n_e(E) \sim n_\gamma(E) \sim E^{-(s+1)}$$

Aproximado expresión analítica simple propuesta

$$\overline{\lambda}_1(s) = \frac{1}{2}\,(s - 1 - 3\,\ln s)$$



Chubascos Electromagnéticos

Incluyen los efectos de las pérdidas de ionización de electrones

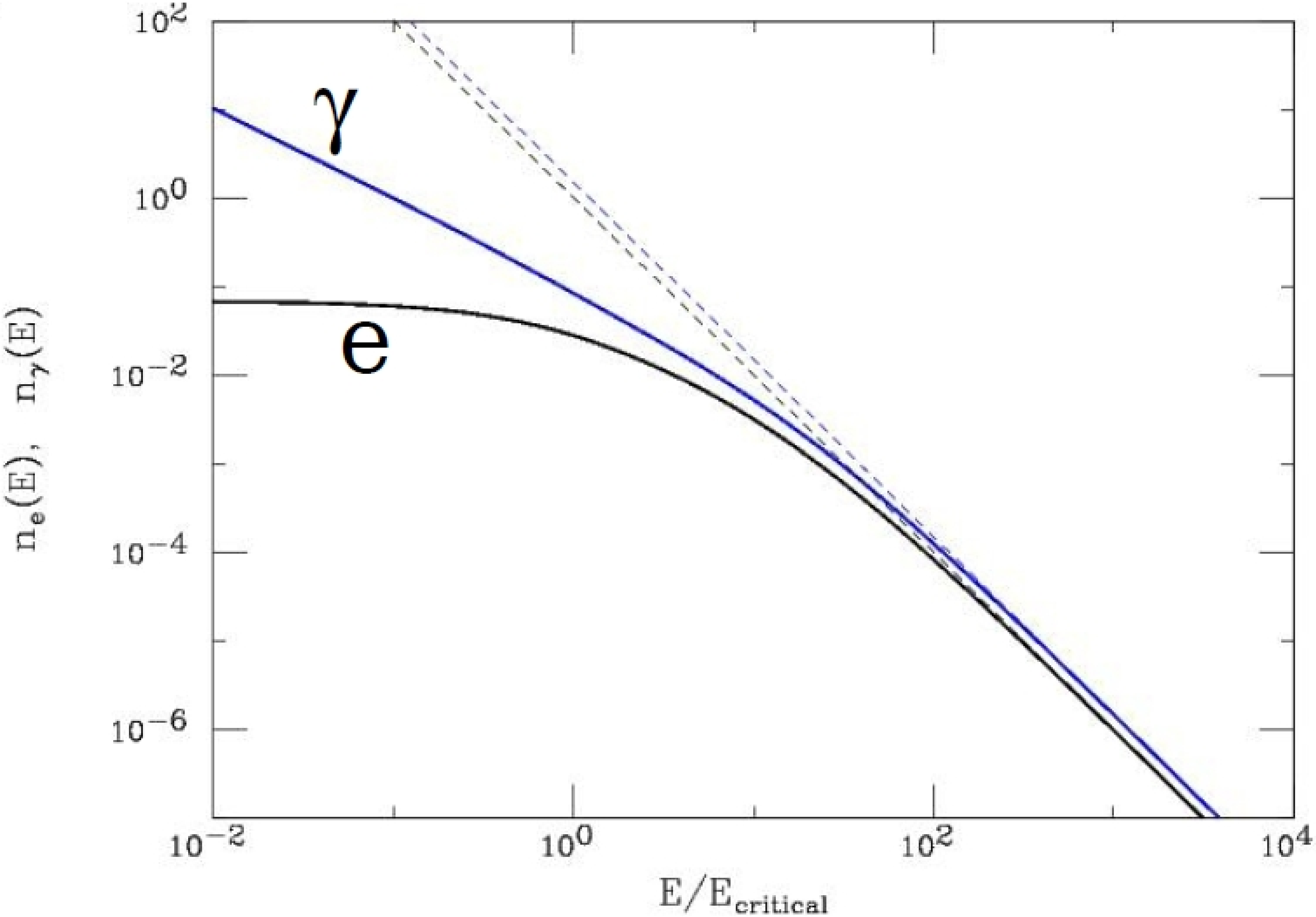
dE/dt = ε = constante = energía crítica

$$\frac{\partial n_e(E,t)}{\partial t} = -\int_0^1 dv \;\; \varphi_0(v) \;\; \left[n_e(E,t) - \frac{1}{1-v}\, n_e\left(\frac{E}{1-v}, t\right)\right]$$

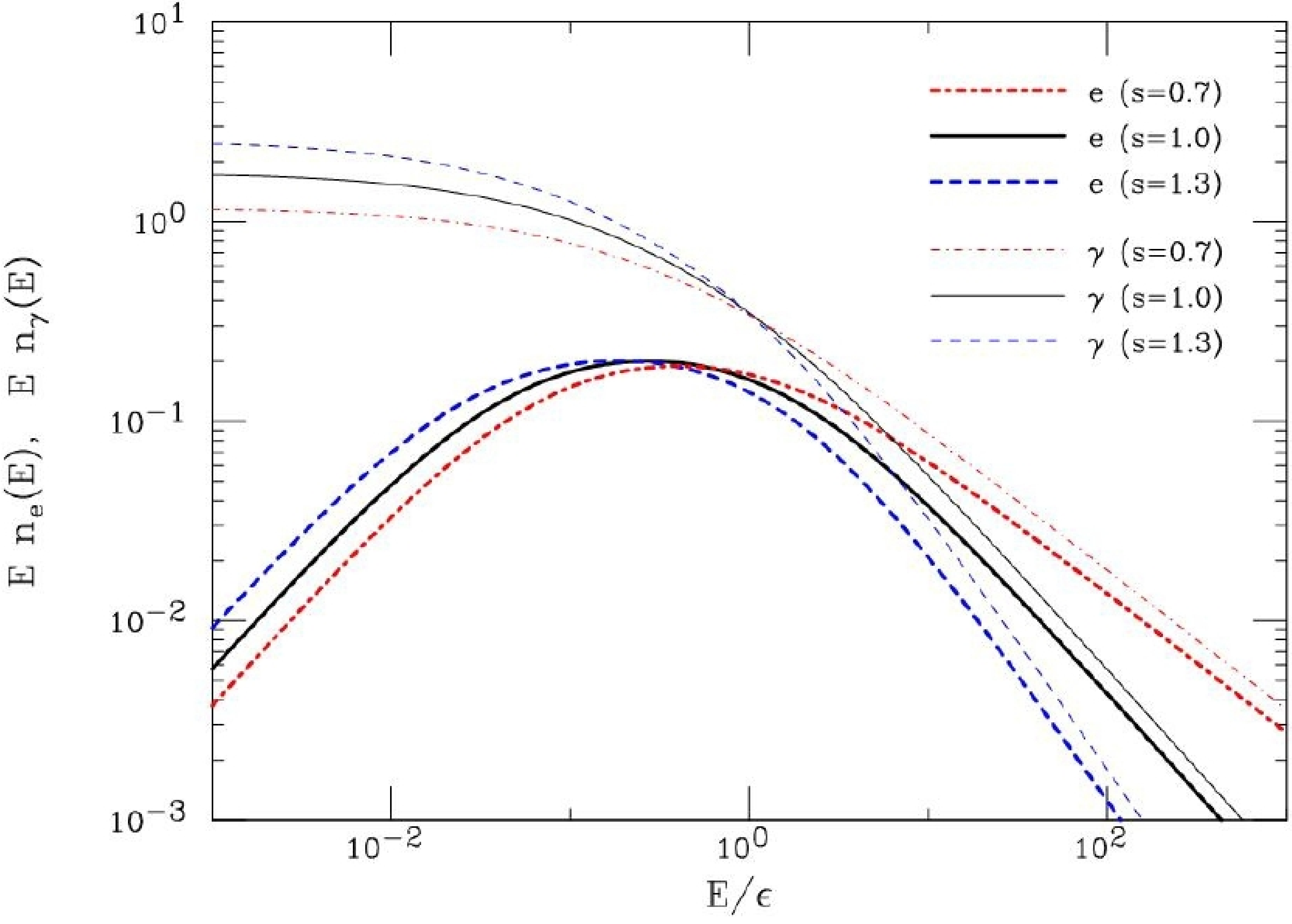
$$+2 \int_0^1 \frac{du}{u}\; \psi(u)\; n_\gamma \left(\frac{E}{u}, t\right) + \varepsilon\, \frac{\partial n_e(E,t)}{\partial E}$$

$$\frac{\partial n_\gamma(E,t)}{\partial t} = \int_0^1 \frac{dv}{v}\, \varphi(v)\, n_e\left(\frac{E}{v}, t\right) - \sigma_0\, n_\gamma(E,t)$$

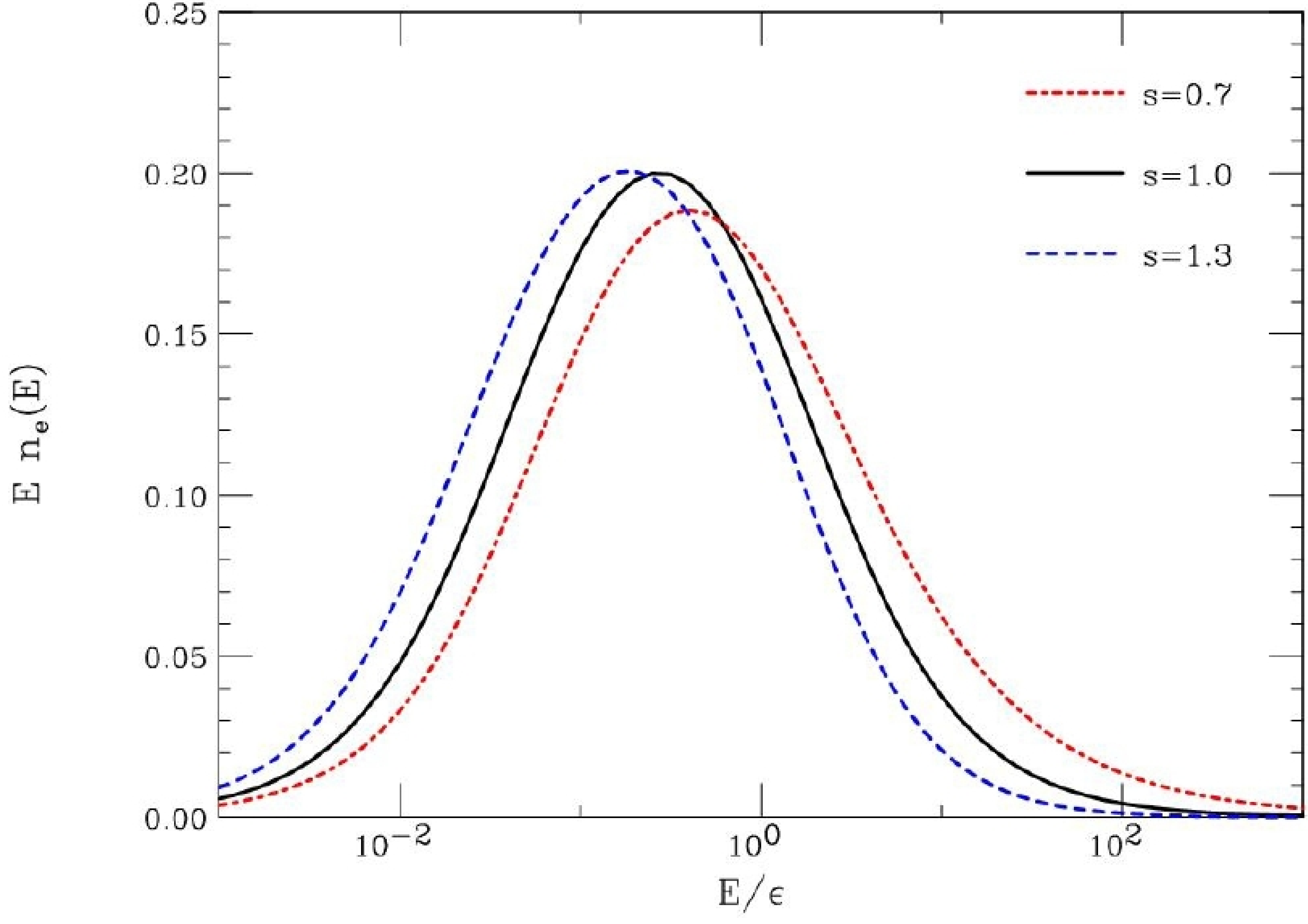
Chubascos Electromagnéticos



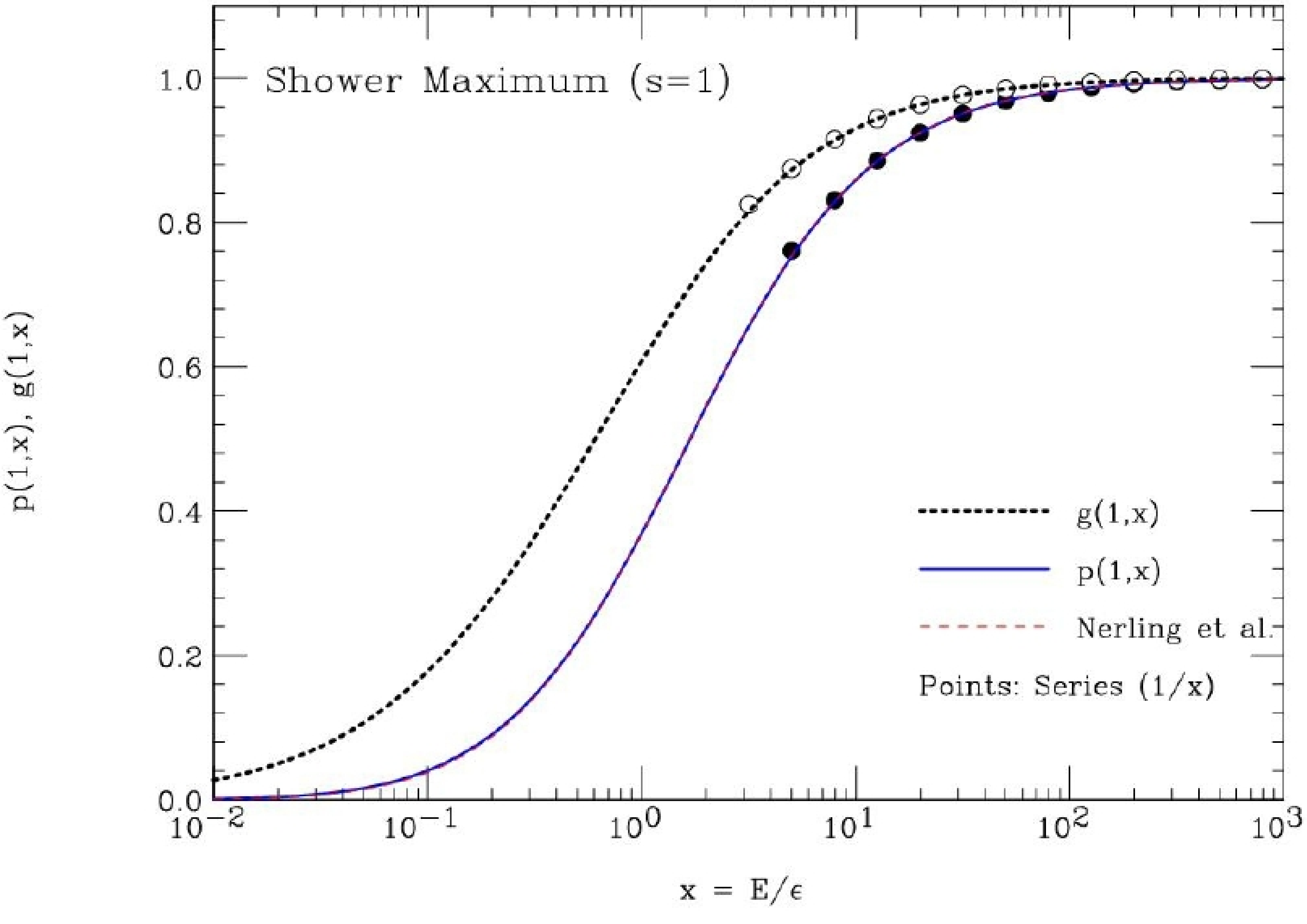
Chubascos Electromagnéticos



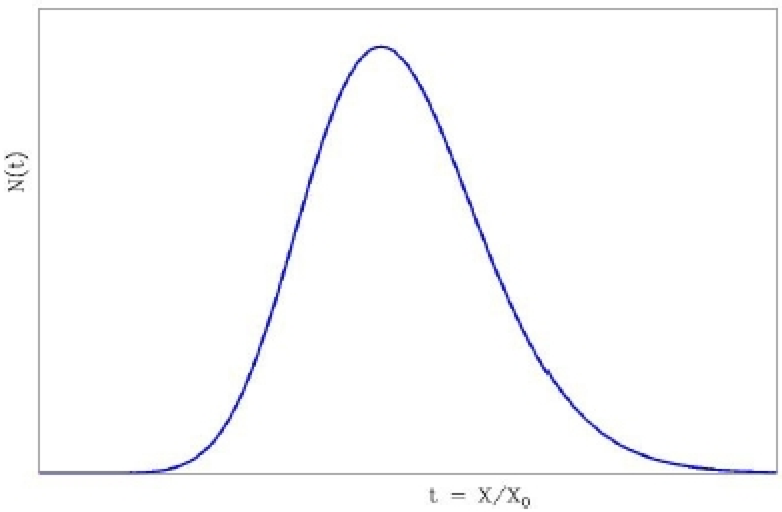
Chubascos Electromagnéticos



Chubascos Electromagnéticos



Concepto: edad de chubasco
Desarrollo longitudinal de chubasco



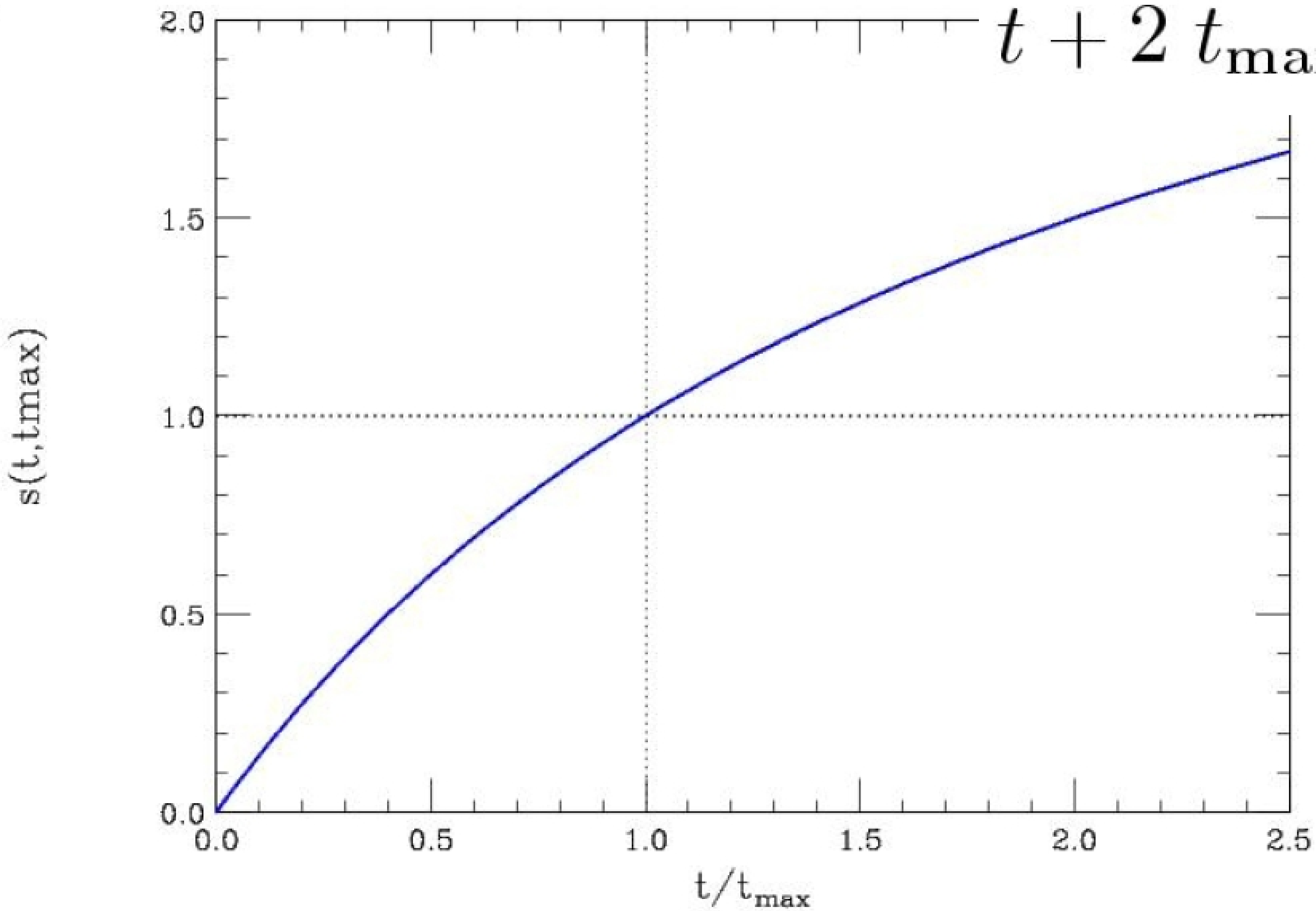
$$s = \frac{3\,t}{t + 2\,t_{\max}}$$

Máximum de chubasco: s = 1
Chubasco antes de máximum
s < 1
Chubasco después de

Chubascos Electromagnéticos

Age as a function of t/t_{max}

$$\frac{3\,t}{t + 2\,t_{\max}}$$



Chubascos Electromagnéticos

"Model Independent " Definition of AGE

$$\lambda = \frac{1}{N(t)} \frac{dN(t)}{dt} \qquad s = \lambda_1^{-1}(\lambda)$$

¿Qué la "universalidad" de desarrollo Longitudinal"?

Chubascos Electromagnéticos

$$\frac{dN_e(t)}{dt} = \lambda_1(s)\ N_e(t)$$

$$\boxed{\begin{gathered} \mathrm{S} = \frac{3\,t}{t + 2\,t_{\max}} \\[2em] \overline{\lambda}_1(s) = \frac{1}{2}\,(s - 1 - 3\,\ln s) \end{gathered}}$$

$$= \frac{1}{2}\left[\frac{3t}{t+2\,t_{\max}} - 1 - 3\,\log\left(\frac{3t}{t+2\,t_{\max}}\right)\right]\ N(t)$$

Differential Equation

Chubascos Electromagnéticos

Differential Equation

$$\frac{dN_e(t)}{dt} = \lambda_1(s)\ N_e(t)$$

$$= \frac{1}{2}\left[\frac{3t}{t+2\,t_{\max}} - 1 - 3\,\log\left(\frac{3t}{t+2\,t_{\max}}\right)\right]\ N(t)$$

Boundary Condition

$$N(t_{\max}) = N_{\max}$$

Solution : Greisen Profile

$$N_e(t) = N_{\max}\ e^{-t_{\max}}\ \exp\left[t\left(1-\frac{3}{2}\log\left(\frac{3t}{t+2\,t_{\max}}\right)\right)\right]$$

Chubascos Electromagnéticos

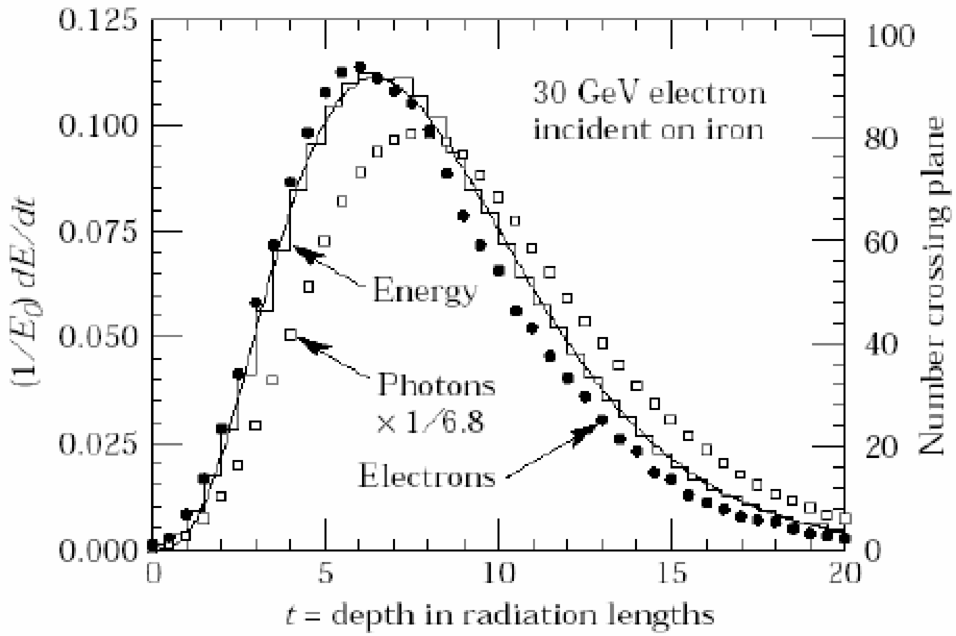
Para duchas reales el desarrollo longitudinal no es idéntico al "Perfil Greisen" y fluctúa de chubasco a chubasco

violaciones de la "universalidad"

Chubascos Electromagnéticos

2.2.4

Properties of em - showers



Longitudinal profil: $$\frac{dE}{dt} \propto t^{\alpha} e^{\beta t}$$

Shower maximum at $$t_{\max} = \ln \frac{E_0}{E_c} \frac{1}{\ln 2}$$

95% containment $$t_{95\%} \approx t_{\max} + 0.08Z + 9.6$$

Transverse extension: Moliere Radius $$R_M = X_0[g/cm^2] \cdot \frac{21\,\mathrm{MeV}}{E_c}$$

(95% of energy found within $2R_M$)

Chubascos Electromagnéticos

$$N_{\mathrm{Greisen}}(E_0, t) = \frac{0.31}{\sqrt{\ln(E_0/\varepsilon)}}\ \exp\left[t\left(1 - \frac{3}{2}\log\left(\frac{3t}{t + 2\ \ln(E_0/\varepsilon)}\right)\right)\right]$$