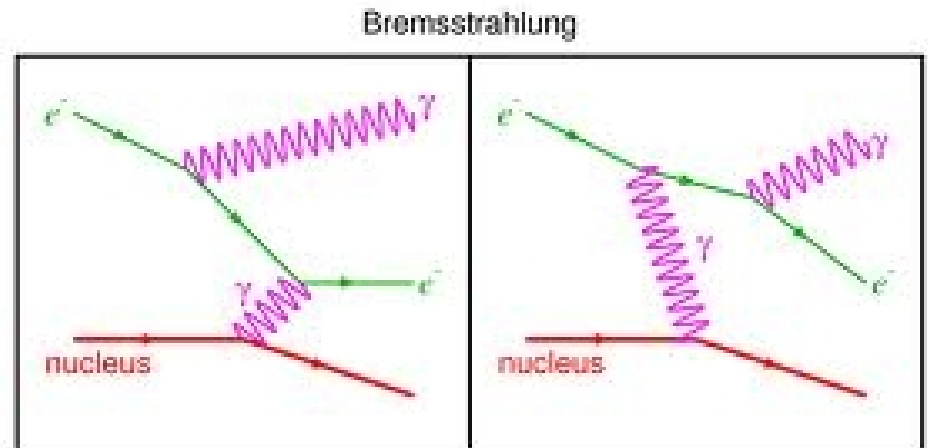
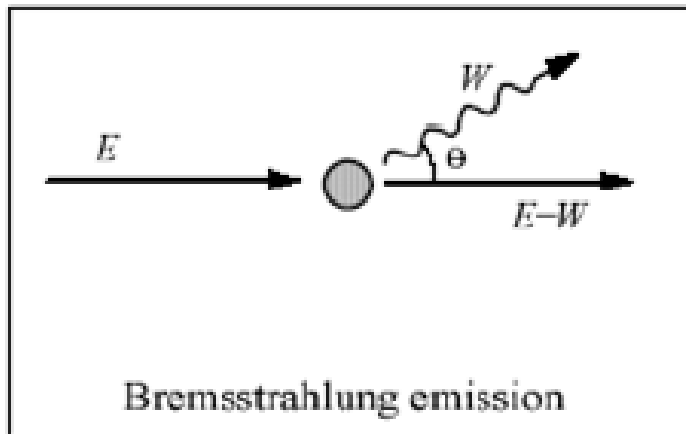


# Interacción radiación-materia

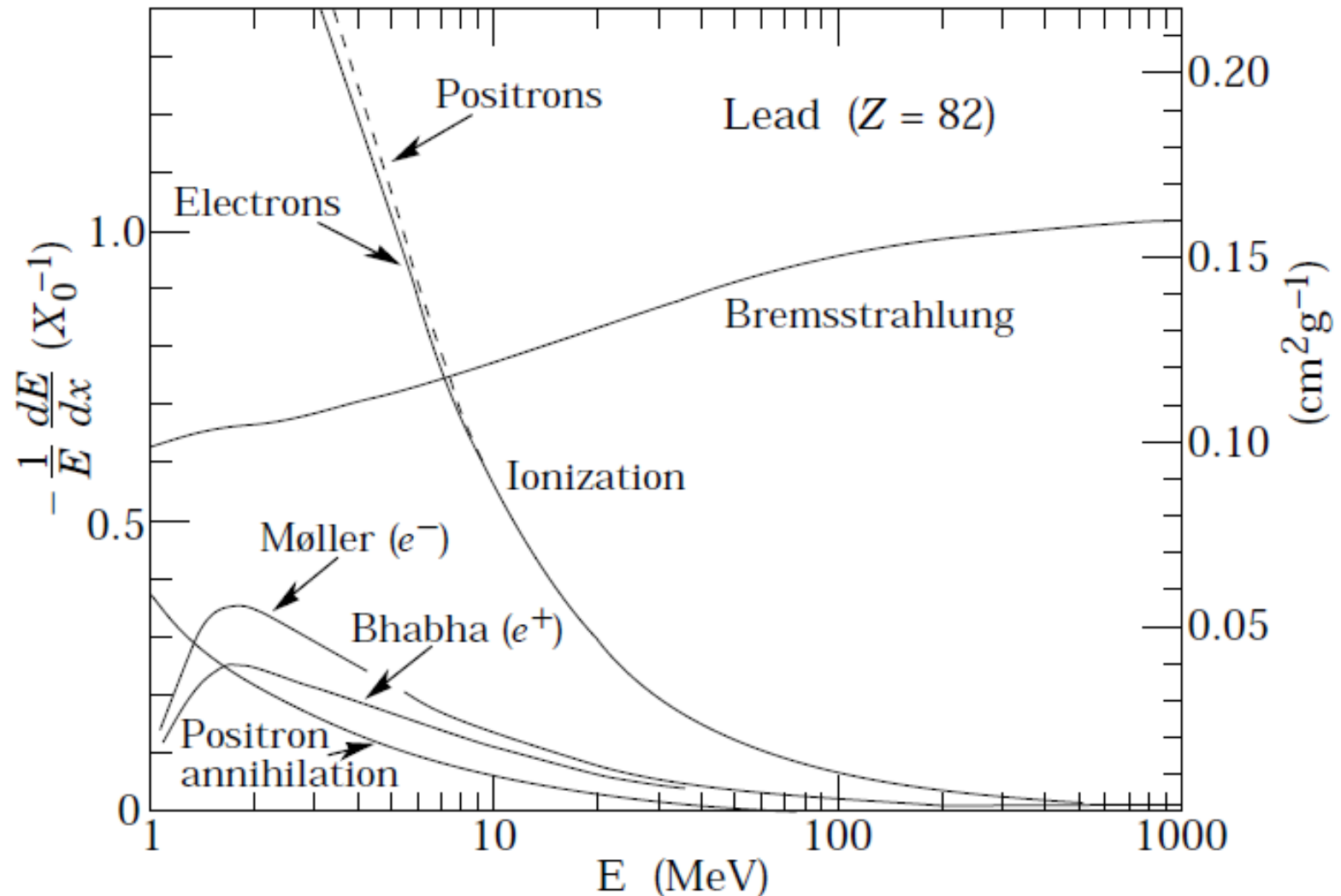
## Bremsstrahlung

**Bremsstrahlung** (del alemán bremsen "frenar" y Strahlung "radiación", o sea, "radiación de frenado") es una radiación electromagnética producida por la deceleración de una partícula cargada, como por ejemplo un electrón, cuando es desviada por otra partícula cargada, como por ejemplo un núcleo atómico. Este término también se usa para referirse al proceso por el que se produce la radiación. El Bremsstrahlung tiene un espectro continuo. El fenómeno fue descubierto por Nikola Tesla cuando hacía experimentos con altas frecuencias entre 1888 y 1897

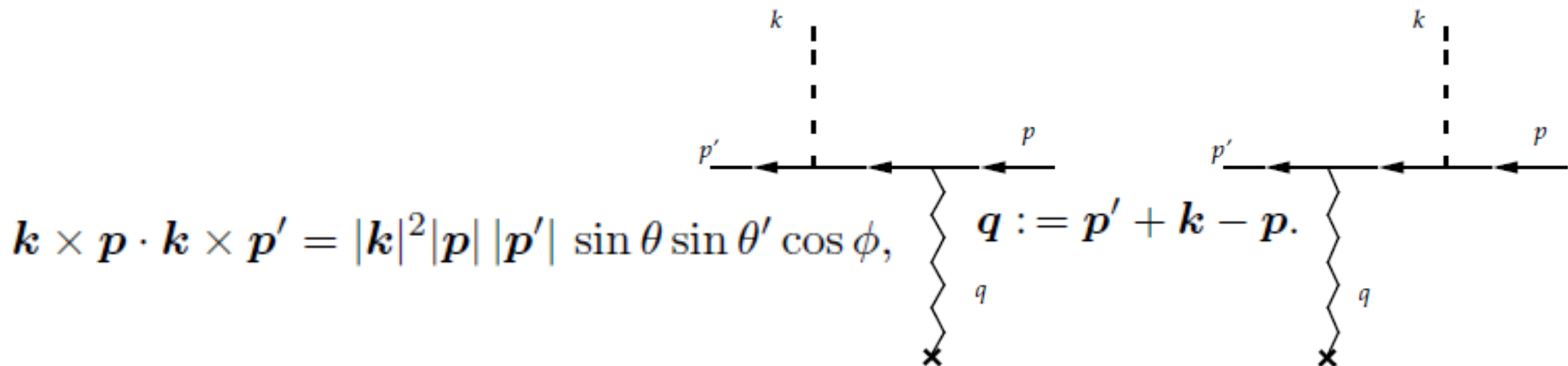


# Bremsstrahlung

## PDG (particle data group)



# Bremsstrahlung(Bethe Heitler form.)



The final expression is the *Bethe Heitler formula*

$$\begin{aligned}
 d\sigma = & \frac{d\omega}{\omega} d^2\Omega_{\text{ph}} d^2\Omega_{\text{el}} \frac{Z^2 e^6}{(4\pi\epsilon_0)^3} \frac{|\mathbf{p}'|}{|\mathbf{p}| |\mathbf{q}|^4} \\
 & \left\{ \frac{|\mathbf{p}'|^2 \sin^2 \theta'}{(\epsilon' - |\mathbf{p}'| \cos \theta')^2} (4\epsilon^2 - |\mathbf{q}|^2) + \frac{|\mathbf{p}|^2 \sin^2 \theta}{(\epsilon - |\mathbf{p}| \cos \theta)^2} (4\epsilon'^2 - |\mathbf{q}|^2) \right. \\
 & + \frac{2\omega^2 (|\mathbf{p}|^2 \sin^2 \theta + |\mathbf{p}'|^2 \sin^2 \theta')}{(\epsilon - |\mathbf{p}| \cos \theta)^2 (\epsilon' - |\mathbf{p}'| \cos \theta')^2} \\
 & \left. - \frac{2|\mathbf{p}| |\mathbf{p}'| \sin \theta \sin \theta' \cos \phi}{(\epsilon - |\mathbf{p}| \cos \theta)^2 (\epsilon' - |\mathbf{p}'| \cos \theta')^2} (4\epsilon\epsilon' - |\mathbf{q}|^2 + 2\omega^2) \right\},
 \end{aligned}$$

where  $\theta$  and  $\theta'$  are the angles between  $\mathbf{p}$ ,  $\mathbf{k}$  and  $\mathbf{p}'$ ,  $\mathbf{k}$ , respectively, where the angle  $\phi$  is defined by writing

# Bremsstrahlung

## PDG (particle data group)

At very high energies and except at the high-energy tip of the bremsstrahlung spectrum, the cross section can be approximated in the “complete screening case” as [38]

$$d\sigma/dk = (1/k)4\alpha r_e^2 \left\{ \left( \frac{4}{3} - \frac{4}{3}y + y^2 \right) [Z^2(L_{\text{rad}} - f(Z)) + Z L'_{\text{rad}}] + \frac{1}{9}(1-y)(Z^2 + Z) \right\} , \quad (27.26)$$

where  $y = k/E$  is the fraction of the electron’s energy transferred to the radiated photon. At small  $y$  (the “infrared limit”) the term on the second line ranges from 1.7% (low  $Z$ ) to 2.5% (high  $Z$ ) of the total. If it is ignored and the first line simplified with the definition of  $X_0$  given in Eq. (27.22), we have

$$\frac{d\sigma}{dk} = \frac{A}{X_0 N_A k} \left( \frac{4}{3} - \frac{4}{3}y + y^2 \right) . \quad (27.27)$$

This cross section (times  $k$ ) is shown by the top curve in Fig. 27.11.

This formula is accurate except in near  $y = 1$ , where screening may become

$$f(Z) = a^2[(1 + a^2)^{-1} + 0.20206 \\ - 0.0369 a^2 + 0.0083 a^4 - 0.002 a^6]$$

where  $a = \alpha Z$  [39].

# Bremsstrahlung

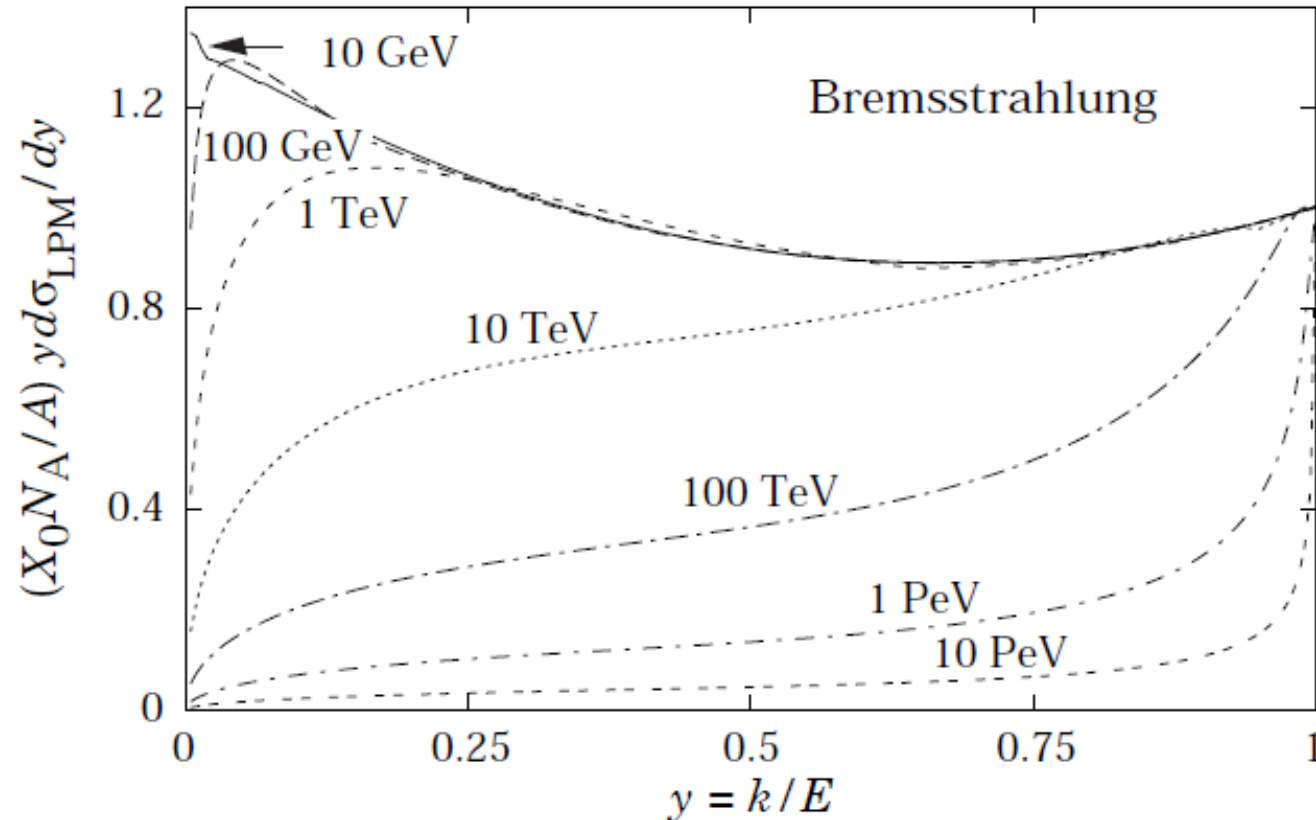
## PDG (particle data group)

**Table 27.2:** Tsai's  $L_{\text{rad}}$  and  $L'_{\text{rad}}$ , for use in calculating the radiation length in an element using Eq. (27.22).

Element	$Z$	$L_{\text{rad}}$	$L'_{\text{rad}}$
H	1	5.31	6.144
He	2	4.79	5.621
Li	3	4.74	5.805
Be	4	4.71	5.924
Others	$> 4$	$\ln(184.15 Z^{-1/3})$	$\ln(1194 Z^{-2/3})$

# Bremsstrahlung

## PDG (particle data group)



**Figure 27.11:** The normalized bremsstrahlung cross section  $k d\sigma_{LPM}/dk$  in lead versus the fractional photon energy  $y = k/E$ . The vertical axis has units of photons per radiation length.

# Bremsstrahlung

## PDG (particle data group)

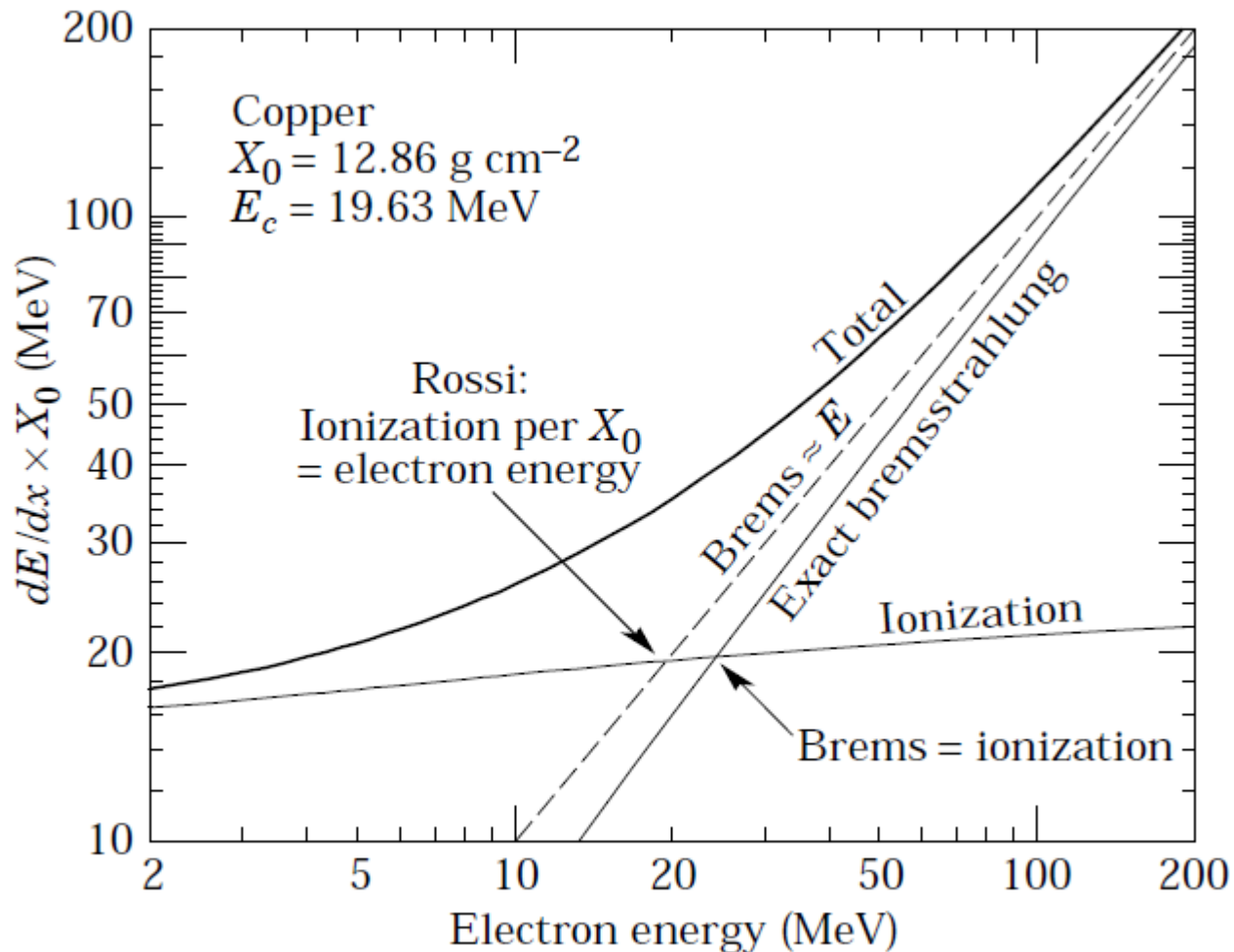


Figure 27.12: Two definitions of the critical energy  $E_c$ .

# Bremsstrahlung

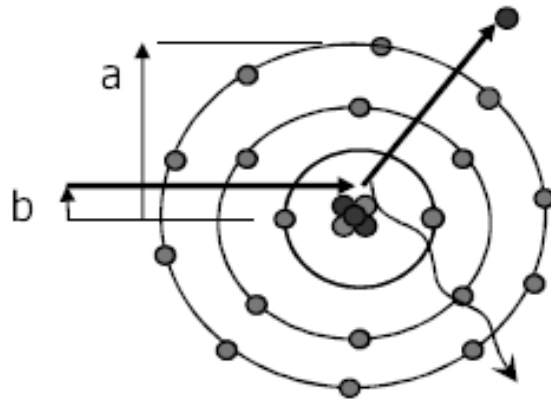
## PDG (particle data group)

the number of photons with energies between  $k_{\min}$  and  $k_{\max}$  emitted by an electron travelling a distance  $d \ll X_0$  is

$$N_\gamma = \frac{d}{X_0} \left[ \frac{4}{3} \ln \left( \frac{k_{\max}}{k_{\min}} \right) - \frac{4(k_{\max} - k_{\min})}{3E} + \frac{k_{\max}^2 - k_{\min}^2}{2E^2} \right] . \quad (27.28)$$



# Bremsstrahlung



Como resultado de la deceleración de los electrones en el campo eléctrico del núcleo. Las secciones eficaces aquí expuestas provienen de Koch y Motz (Reviews of Modern Physics 31, 4 (1959)). Esta emisión de fotones de bremsstrahlung depende del campo electrostático que ven los electrones en el núcleo. Consideremos  $E$  la energía total inicial del electrón incidente y sea  $E-W$  la energía total del fotón dispersado. En el modelo de Thomas-Fermi se define la variable

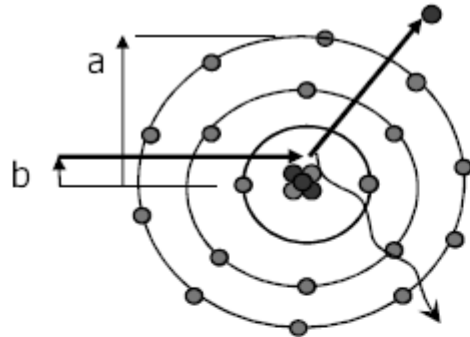
$$\xi = \frac{100 m_e c^2 W}{E(E-W) Z^{1/3}}$$

Esta variable está relacionada con el grado de apantallamiento nuclear por los electrones atómicos (screening), siendo cero para apantallamiento completo e infinito si no hay apantallamiento. El poder de frenado másico para este proceso viene dado por

$$E \gg \frac{m_e c^2 Z^{1/3}}{\alpha}; \quad \xi \approx 0$$

$$-\left(\frac{dE}{\rho dx}\right)_{\text{brem}} = 4 \frac{N_A}{A} \alpha r_e^2 Z^2 E \left[ \ln\left(\frac{183}{Z^{1/3}}\right) + \frac{1}{18} - f(Z) \right]$$

# Bremsstrahlung



A bajas energías el poder de frenado másico se puede escribir mediante

$$E \ll \frac{m_e c^2 Z^{1/3}}{\alpha}; \quad \xi \gg 1$$

$$-\left(\frac{dE}{\rho dx}\right)_{brem} = 4 \frac{N_A}{A} \alpha r_e^2 Z^2 E \left[ \ln\left(\frac{2E}{m_e c^2}\right) - \frac{1}{3} - f(Z) \right]$$

La función  $f(Z)$  es una corrección pequeña a la aproximación de Born. Esta función toma valores

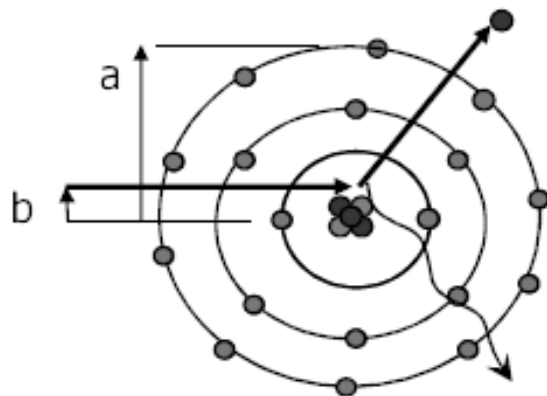
$$f(Z) = 1.202 \left(\frac{Z}{137}\right)^2 \quad \text{para } Z \text{ bajo}; \quad f(Z) = 0.925 \left(\frac{Z}{137}\right)^2 \quad \text{para } Z \text{ alto}$$

Si obviamos la dependencia logarítmica del poder de frenado para bremsstrahlung, podemos establecer que éste es proporcional a la energía del electrón incidente

$$\left(-\frac{dE}{\rho dx}\right)_{brem} \approx \frac{E}{X_0}$$

A  $X_0$  se conoce como longitud de radiación y se define a veces como el espesor que deja al electrón con una energía  $1/e$  de su energía inicial.

# Bremsstrahlung



La longitud de radiación para diferentes materiales viene dada por la expresión

$$X_0 = \frac{716.4 A}{Z(Z+1) \ln\left(\frac{287}{\sqrt{Z}}\right)} \left(\frac{g}{cm^2}\right)$$

Si dividimos  $X_0$  por la densidad de material encontraremos la longitud de radiación en el material. Por ejemplo en el caso de Si es de 9.4 cm. En el caso de una mezcla de elementos la longitud de radiación se obtiene mediante las fracciones en peso de cada elemento, esto es

$$\frac{1}{X_0} = \sum_{i=1}^n \omega_i \frac{1}{X_i}$$

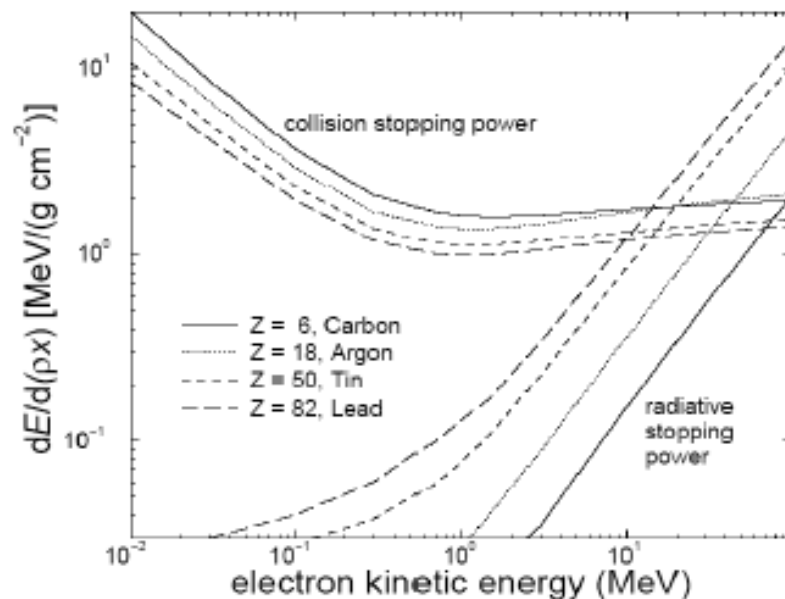
Es importante señalar las dependencias en el número atómico y másico del material de las pérdidas de energías producidas por colisión y por bremsstrahlung

$$\left(-\frac{dE}{\rho dx}\right)_{col} \propto \frac{N_A Z}{A}$$

$$\left(-\frac{dE}{\rho dx}\right)_{brem} \propto \frac{N_A Z^2}{A}$$

$$\Rightarrow \frac{\left(-\frac{dE}{\rho dx}\right)_{brem}}{\left(-\frac{dE}{\rho dx}\right)_{col}} \propto Z$$

# Bremsstrahlung



Las pérdidas de energía de los electrones se pueden dividir en pérdidas por colisiones y por radiación de frenado de la forma

$$\left( \frac{dE}{\rho dx} \right) = \left( \frac{dE}{\rho dx} \right)_{col} + \left( \frac{dE}{\rho dx} \right)_{rad}$$

Las pérdidas por radiación son dominantes a alta energía mientras que las pérdidas por colisión son dominantes a baja energía. En la Figura se aprecia que ambos mecanismos de frenado se igualan a una energía que depende de Z.

Mientras que la dependencia en Z del poder de frenado por colisión es reducida, la dependencia del poder de frenado por radiación es muy marcada. Definimos la energía crítica como aquella para la cual las pérdidas por colisión y radiación se igualan

$$\left( \frac{dE}{\rho dx} \right)_{E_c, rad} = \left( \frac{dE}{\rho dx} \right)_{E_c, col} \quad \Rightarrow \quad E_c \approx \frac{610}{Z+1.24} (MeV)$$

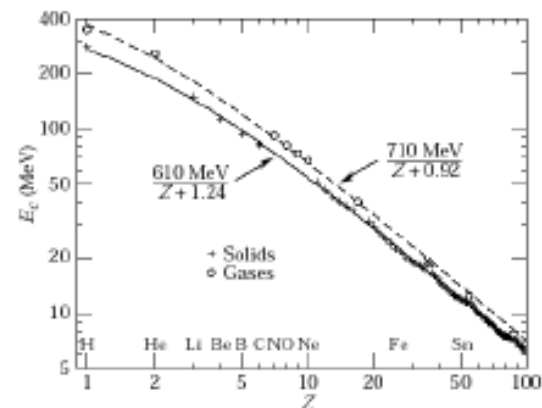


Figure 27.12: Electron critical energy for the chemical elements, using Rossi's definition [3]. The fits shown are for solids and liquids (solid line) and gases (dashed line). The rms deviation is 2.2% for the solids and 4.0% for the gases. (Computed with code supplied by A. Fassó.)

Para Si esta energía crítica es de 40 MeV.

# Bremsstrahlung

En el límite de alta energía es posible establecer aproximadamente el cociente entre las pérdidas de energía de radiación y colisión. Este cociente es proporcional a la energía cinética (E) del electrón

$$\frac{\left(\frac{dE}{\rho dx}\right)_{rad}}{\left(\frac{dE}{\rho dx}\right)_{col}} \approx \frac{E \cdot Z}{1600 m_e c^2}$$

La constante del denominador tiene una cierta incertidumbre (Apendice E del attix) e incluso una cierta dependencia logarítmica en la energía del electrón.

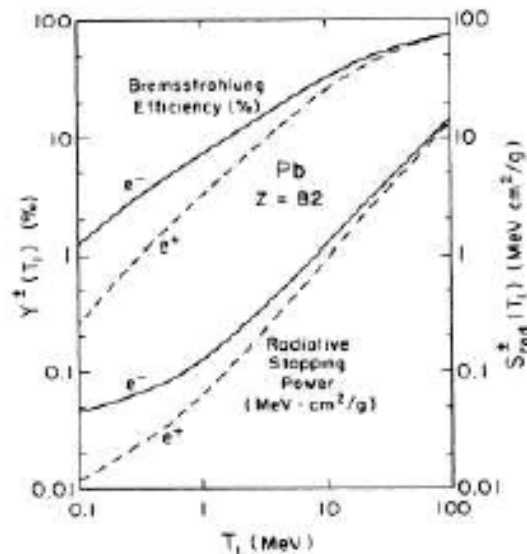


FIG. 6. Positron and electron differences in lead ( $Z=82$ ), for the radiative stopping power, in  $\text{MeV cm}^2/\text{g}$ , and for the bremsstrahlung efficiency, in percent, as a function of the incident particle kinetic energy  $T_1$ . Dashed curves are for positrons and solid curves for electrons. The + and - signs represent positron and electron cases, respectively.

Definimos la fracción emitida como radiación  $y(T)$  para un electrón de energía cinética  $T$  como

$$y(T) = \frac{\left(\frac{dE}{\rho dx}\right)_{rad}}{\left(\frac{dE}{\rho dx}\right)}$$

Esta fracción depende de  $T$  aumentando con la energía cinética del electrón (ver gráfica)

# Bremsstrahlung

Aparte de la definición de la fracción (instantánea) de energía radiada, tiene interés definir la fracción neta  $Y(T_0)$  de energía radiada por un electrón (o positrón) cuya energía cinética inicial es  $T_0$  hasta que se detiene en el medio material

$$y(T) = \frac{\left( \frac{dT}{\rho dx} \right)_{rad}}{\left( \frac{dT}{\rho dx} \right)}$$

$$Y(T_0) = \bar{y}(T_0) = \frac{\int_0^{T_0} dT \left( \frac{dT}{\rho dx} \right)_{rad} \left( \frac{dT}{\rho dx} \right)^{-1}}{T_0} = \frac{1}{T_0} \int_0^{T_0} dT y(T)$$

El valor medio de esta fracción de energía emitida como radiación es aquella constante  $g$  que usamos para relacionar el coeficiente másico de absorción de energía frente al coeficiente másico de transferencia de energía en el caso de fotones.

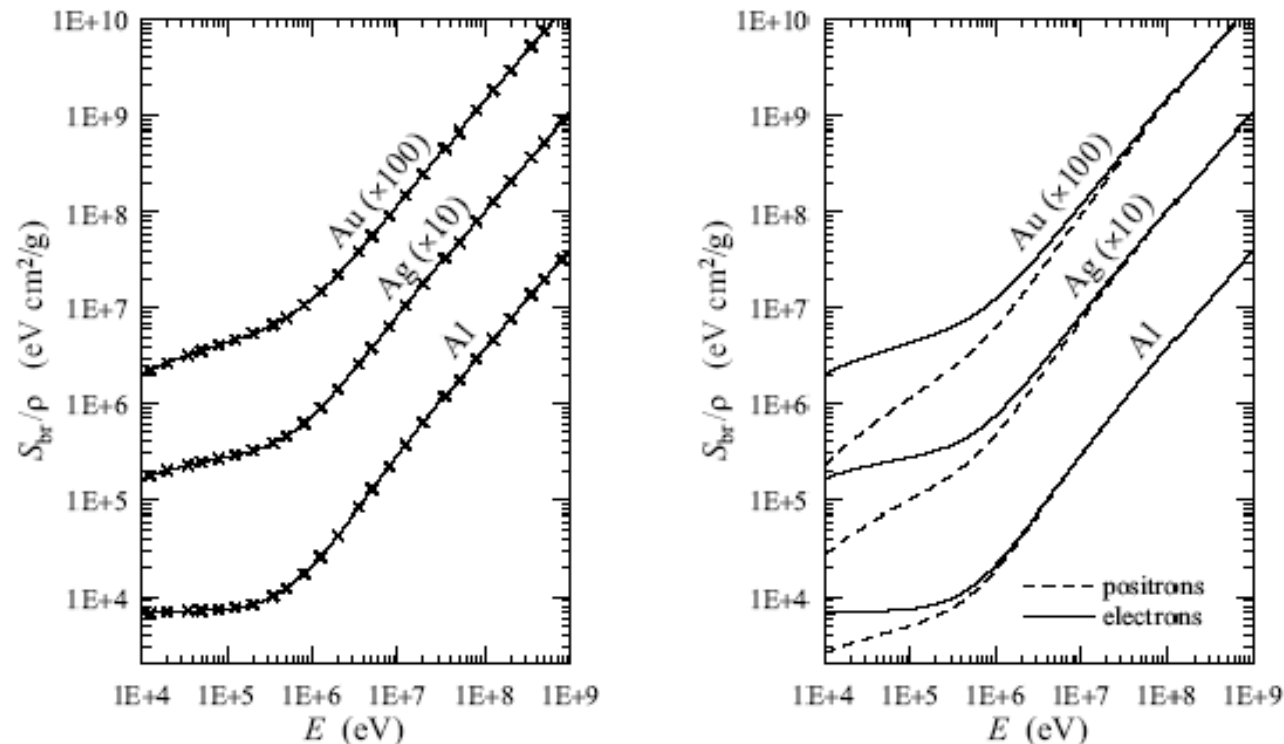
$$\mu_{tr}(1 - g) = \mu_{en}$$

$$g = \bar{Y} = \frac{\int_0^{T_{max}} dT Y(T) \left( \frac{d\sigma}{dT} \right)_{KN}^{\gamma}}{\int_0^{T_{max}} dT \left( \frac{d\sigma}{dT} \right)_{KN}^{\gamma}}$$

Donde en esta expresión la sección eficaz hace referencia a la sección eficaz de Compton y  $T_{max}$  es la máxima energía transferida por el fotón al electrón del medio.

# Bremsstrahlung

## Poder de frenado por radiación



**Figure 3.13:** Radiative stopping power  $S_{br}/\rho$  for electrons and positrons in Al, Ag ( $\times 10$ ) and Au ( $\times 100$ ) as a function of the kinetic energy. Solid and dashed curves are results from the present model. Crosses are data from the ICRU37 report (1984) (also in Berger and Seltzer, 1982).

Poderes de frenado por radiación en metales (Au, Ag, Al) (Penelope) como función de la energía cinética de los electrones y positrones.



# Bremsstrahlung

## Bremsstrahlung. Producción de rayos X

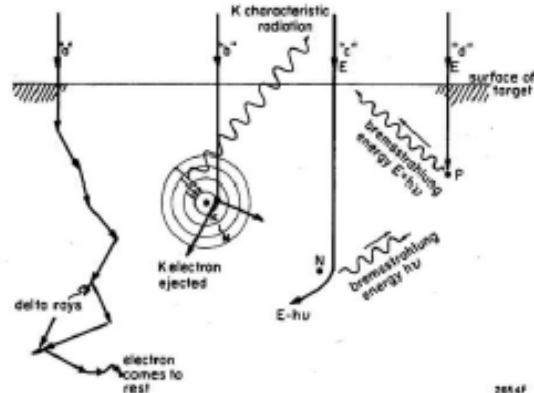


Figure 2-14. Typical electron interactions with a target. (a) Electron suffers ionizational losses, giving rise to delta rays and eventually heat. (b) The electron ejects a K electron, giving rise to characteristic radiation. (c) Collision between an electron of energy  $E$  and a nucleus, leading to bremsstrahlung of energy  $h\nu$ . The electron recedes from the "collision" with energy  $E - h\nu$ . (d) Rare collision when the electron is completely stopped in one collision, giving rise to a photon of energy  $E = h\nu$ .

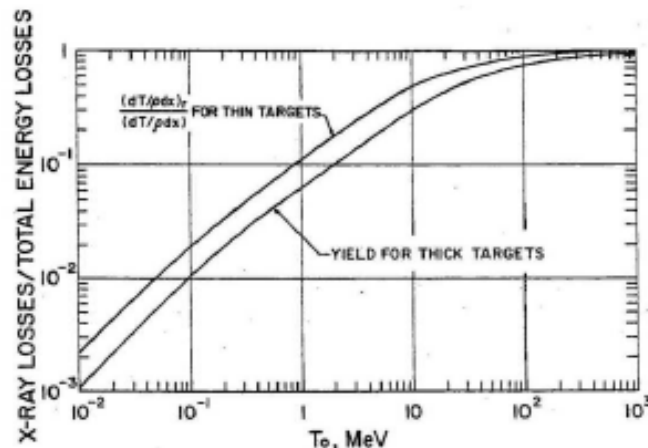


FIGURE 9.4. Fraction of electron energy losses that are spent in bremsstrahlung x-ray production in thin (upper curve) or thick (lower curve) tungsten targets (data after Berger and Seltzer, 1983). Upper curve: Eq. (9.2); lower curve: radiation yield (fraction of the incident electron kinetic energy  $T_0$  that goes into x-ray production as the particle slows to a stop in a thick target).

Los haces de rayos X son una de las técnicas más usadas en diagnóstico y terapia. Cuando lanzamos un haz de partículas cargadas (normalmente electrones) contra un blanco se producen diferentes tipos de colisiones (según hemos visto) con los átomos del medio. De todas ellas solo una pequeña fracción excitan niveles característicos de los átomos del blanco o bien producen fotones por bremsstrahlung.

Si consideramos las pérdidas por radiación (Attix) aproximadamente se pueden parametrizar como

$$\left( \frac{dT}{\rho dx} \right)_{rad} \approx \frac{T \cdot Z}{C + T \cdot Z}$$

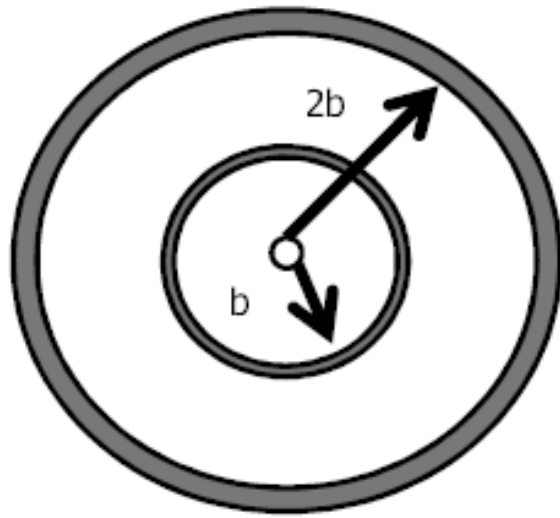
T en MeV

Donde C varía para Tungsteno desde 336 a 10 keV, 649 a 1 MeV hasta 775 a 100 MeV. La mayor parte de la energía se emplea en procesos de excitación, ionización que finalmente se convierte en calor. Para un haz de 100 keV (radiodiagnóstico) sólo el 1% de su energía se convierte en radiación de frenado para un blanco grueso de tungsteno ( $Z=74$ ).



# Bremsstrahlung

## Bremsstrahlung. Producción de rayos X. Haz primario



En el caso de una colisión de un electrón hemos visto que la transferencia de momento en la colisión es proporcional a  $1/b$  siendo  $b$  el parámetro de impacto. Así la energía del fotón (su momento) es proporcional en un suceso individual a  $1/b$

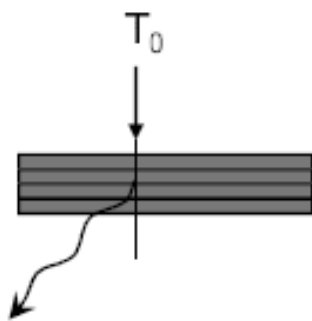
$$h\nu \propto \frac{1}{b}$$

Si consideramos la sección eficaz diferencial asociada al parámetro de impacto  $b$ , ésta tiene un valor  $2nb \cdot db$ . Mientras que si duplicamos el parámetro de impacto la sección eficaz diferencial el doble con un valor  $4nb \cdot db$ . Por tanto se producen el doble de colisiones con parámetro de impacto entre  $2b$  y  $2b+db$  que colisiones con parámetro de impacto entre  $b$  y  $b+db$ , sin embargo los fotones producidos en las primeras colisiones tienen la mitad de energía que los fotones que se producen en las segundas. Se cumple así que si  $N$  es el número de fotones producidos por bremsstrahlung con energía  $h\nu$

$$N_{h\nu} \otimes h\nu \approx cte$$

# Bremsstrahlung

## Bremsstrahlung. Producción de rayos X. Haz primario



Consideremos un haz monoenergético de electrones que incide sobre un blanco metálico. Si consideramos el parámetro de impacto  $b$  respecto al núcleo de un átomo del blanco, haremos el ansatz (Sommerfeld, Kramers) de que la energía del fotón de bremsstrahlung  $h\nu$  es proporcional a  $1/b$ .

Esta asunción significa que si los electrones inciden sobre una lámina delgada, la fluencia de energía emitida con energías  $h\nu$  entre 0 y la energía cinética  $T_0$  del electrón es constante. Por tanto, el espectro energético de la fluencia de energía de los fotones producidos en lámina delgada es plano. (La fluencia de energía es plana!)

Dividimos el blanco (grueso) en  $n$  láminas finas de material superpuestas. Cuando el electrón atraviesa la primera lámina produce radiación de frenado con fluencia en energía constante entre 0 y  $T_0$ . Al penetrar en la segunda lámina consideramos que tiene energía cinética  $T_1 = T_0 - \Delta T$ , y se producen fotones con fluencia en energía constante entre 0 y  $T_1$ . Al incidir sobre la tercera lámina tendremos  $T_2 = T_1 - \Delta T$  y un espectro plano de fluencia en energía entre 0 y  $T_2$ . Y así sucesivamente.

$$\left( \frac{dT}{\rho dx} \right)_{rad} \approx \frac{1}{137} \left( \frac{e^2}{m_e c^2} \right)^2 \left( \frac{N_A Z^2}{A} \right) (T + m_e c^2) \bar{B}_r$$

$$\left( \frac{dT}{\rho dx} \right)_{rad} \approx 5.80 \times 10^{-28} \frac{cm^2}{atomo} \left( \frac{N_A Z^2}{A} \right) (T + 0.511) \frac{16}{3} \approx 9.52 \times 10^{-4} \left( \frac{Z^2}{A} \right) \frac{cm^2 MeV}{g}$$

# Bremsstrahlung. Producción de rayos X. Haz primario

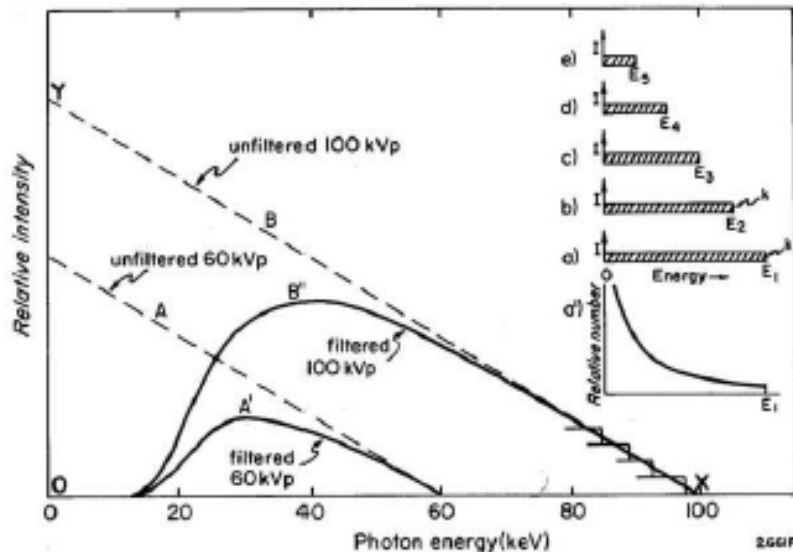


Figure 2-15. Relative energy or intensity  $I$ , in each photon energy interval produced when a beam of monoenergetic electrons of energy  $E_e$  bombard a thin target. The distribution  $a'$  is the data of a converted to a number distribution. Curves  $b$ ,  $c$ ,  $d$ , and  $e$  are thin target intensity spectra similar to a but for electron energies of  $E_5$ ,  $E_4$ ,  $E_3$ , and  $E_2$ . The main diagram shows *thick target* spectra (dotted lines  $A$  and  $B$ ) produced by the superposition of many thin target spectra when the target is bombarded with 60 and 100 keV electrons. The solid curves  $A'$  and  $B'$  were obtained from  $A$  and  $B$  by taking into account the attenuation of 2 mm Al.

La suma de todos los espesores másicos hasta que el electrón se detiene es el alcance del electrón en el medio material correspondiente a su energía cinética inicial  $T_0$ . Por lo tanto obtenemos finalmente  $R$  en MeV

$$R = 9.52 \times 10^{-4} \left( \frac{Z^2}{A} \right) N_e \mathfrak{R}(T_0)$$

$$R'(h\nu) = C N_e Z (h\nu_{\max} - h\nu), \quad 0 < h\nu < h\nu_{\max} = T_0$$

En general, tendremos que la energía emitida como radiación de frenado en la capa  $n$  será

$$R_n = 9.52 \times 10^{-4} \left( \frac{Z^2}{A} \right) N_e \frac{T_0 - (n-1)\Delta T}{T_0} \rho t_1$$

La energía total emitida como radiación de frenado viene dada por

$$R = 9.52 \times 10^{-4} \left( \frac{Z^2}{A} \right) N_e \rho t_1 \sum_{n=1}^N \frac{T_0 - (n-1)\Delta T}{T_0}$$

Donde se verifica que

$$\rho t_1 \sum_{n=1}^N \frac{T_0 - (n-1)\Delta T}{T_0} = \mathfrak{R}(T_0)$$

La suma de la radiación producida en todas las láminas da lugar a una distribución de intensidad frente a la energía triangular conocida como "espectro de Kramers" (Kramers 1923), cuya área total bajo debe corresponderse a la fórmula anterior aproximadamente.

# Bremsstrahlung. Producción de rayos X. Haz primario

Usando la fórmula anterior podemos calcular la potencia emitida  $P$  como rayos X por un tubo. Normalmente la operación del tubo se caracteriza por el kilovoltaje de aceleración de los electrones (que nos da  $T_0$ ) y la corriente de electrones  $I = e \, dN_e/dt$ . Por tanto

$$R = 9.52 \times 10^{-4} \left( \frac{Z^2}{A} \right) N_e \mathfrak{R}(T_0)$$

$$P(W) = 9.52 \times 10^2 \left( \frac{Z^2}{A} \right) I \mathfrak{R}(T_0)$$

Siendo  $W$  la potencia supuesta despreciando la absorción en el propio blanco y el la carcasa del tubo de la radiación X. Por otra parte esta misma cantidad se puede calcular usando la fracción neta de radiación  $Y(T_0)$  ya que se verifica que ( $T_0$  en MeV)

$$R = T_0 N_e Y(T_0)$$

$$P(W) = 10^6 T_0 I Y(T_0)$$

Veamos un ejemplo: supongamos un tubo de rayos X que tiene un blanco de tungsteno y que opera a 150 kV con una corriente de 1mA. Por tanto  $Z=74$ ,  $A=183.85$ ,  $T_0=150$  keV. Si vamos a las tablas encontraremos  $R_{csda}=5.7E-2$  g/cm<sup>2</sup>  $Y(T_0)=1.5E-2$ , por lo tanto

$$P(W) = 9.52 \times 10^2 \left( \frac{Z^2}{A} \right) I \mathfrak{R}(T_0) = 9.52 \times 10^2 \left( \frac{(74)^2}{183.85} \right) \cdot 10^{-3} \cdot 5.7 \cdot 10^{-2} = 1.6 \, W$$

$$P(W) = 10^6 T_0 I Y(T_0) = 10^6 0.15 \cdot 10^{-3} \cdot 1.5 \cdot 10^{-2} = 2.25 \, W$$

Se observa una diferencia de más de un 30% debido a las aproximaciones hechas. El cálculo usando  $Y(T_0)$  tabulado es el más exacto. Obsérvese que la potencia empleada por la fuente de alta tensión es 150kV x 1mA= 150 W mientras que la potencia emitida como RX es 2.25W. La eficiencia de emisión de radiación X es del 1.5% en este caso.

# Bremsstrahlung. Producción de rayos X. Haz primario

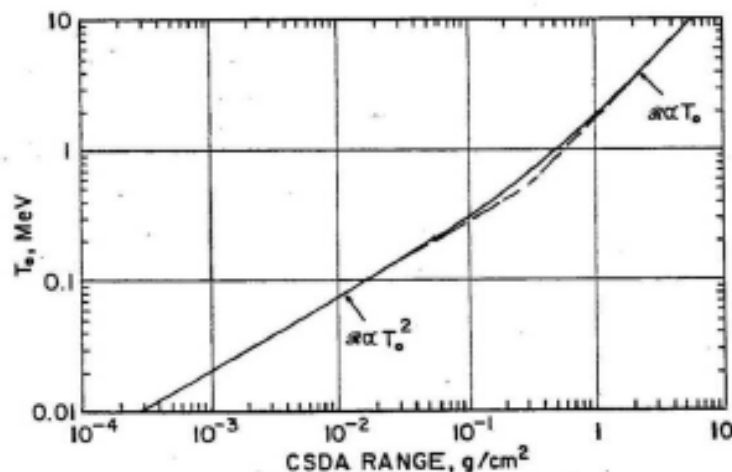


FIGURE 8.10. CSDA range ( $\approx 1.05 t_{\max}$ ) of electrons in carbon. Note dependence upon  $T_0$  above 0.1 MeV and upon  $T_0^2$  below 0.1 MeV.  $t_{\max}$  is comparable for higher  $Z$ -values as well. Data after Berger and Seltzer (1983); see Appendix E tables.

Si queremos obtener una relación entre la radiación emitida por el tubo y el kilovoltaje (la energía cinética  $T_0$  de los electrones) basta estudiar la dependencia del alcance de los electrones con  $T_0$ . A bajas energías se puede suponer que

$$\left(\frac{Z}{A}\right) \mathfrak{R}(T_0) \approx k T_0^2$$

Con  $k$  del orden de  $1 \text{ g cm}^{-2} \text{ MeV}^{-2}$

$$R = 9.52 \times 10^{-4} \left(\frac{Z^2}{A}\right) N_e \mathfrak{R}(T_0) \approx 9.52 \times 10^{-4} Z N_e T_0^2$$

La potencia en watt viene dada entonces por la expresión (donde  $T_0$  está en MeV e  $I$  en ampére)

$$P(W) \approx 10^3 Z I T_0^2$$

Recordemos que  $T_0$  es igual a la tensión de aceleración en MV. Por lo tanto en el régimen no relativista aproximadamente la potencia emitida se comporta cuadráticamente con la tensión (i.e. si duplicamos el kilovoltaje la potencia total emitida es cuadruplicada). Este resultado se corresponde con el espectro primario rectangular cuya área se cuadruplica al duplicar el kilovoltaje ( $h\nu_{\max}$ ). El espectro triangular "primario" nunca se observa en la práctica ya que los fotones de muy baja energía son absorbidos en el tubo. Esto provoca un incremento en la dependencia efectiva de la potencia con el kilovoltaje donde el exponente del voltaje (de  $T_0$ ) está más bien cercano a 3 (en lugar de 2).



# Bremsstrahlung. Producción de rayos X.

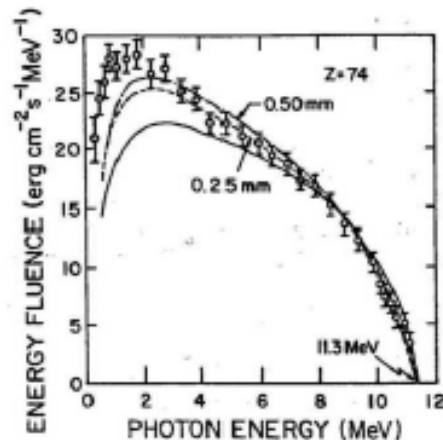
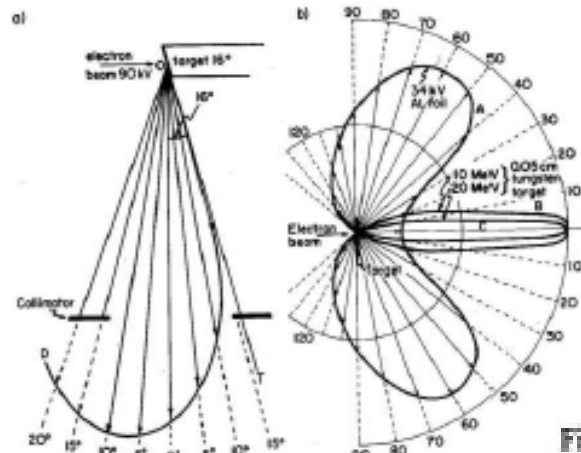


FIGURE 9.8. Bremsstrahlung intensity (energy-flux density) spectrum in the  $0^\circ$  direction for 11.3-MeV electrons on a 1.5-mm tungsten target, as measured with a Compton spectrometer (points). The Bethe-Heitler thin-target spectrum, modified by the photon absorption in window materials, is shown by the solid curve (lower). The dashed curves show corresponding theoretical spectra for 10-mil (1-mm) and 20-mil (2-mm) tungsten targets corrected for attenuation in the target material as well. (After Motz et al., 1955. Reproduced with permission from J. W. Motz and The American Physical Society.)

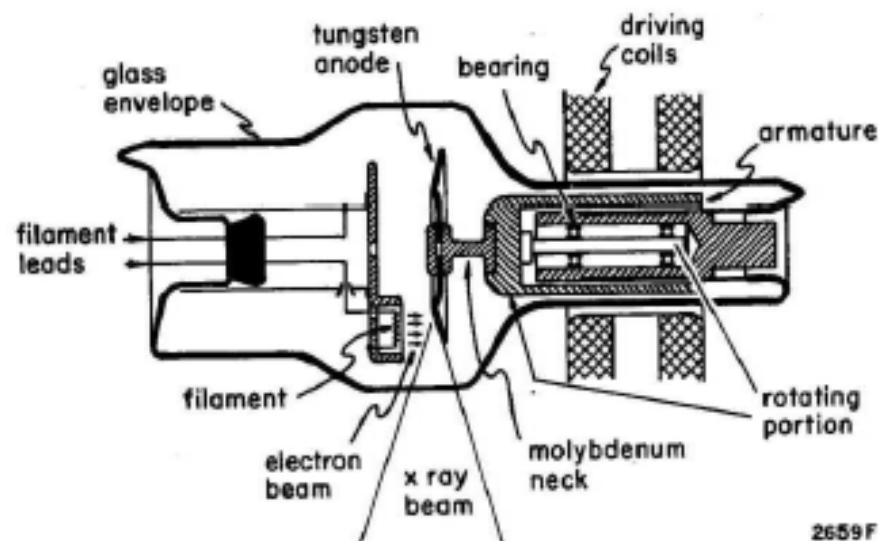
Cuando aumentamos la energía de los electrones hasta una situación relativista, la fracción de energía emitida por bremsstrahlung aumenta (i.e. en tungsteno a 10 MeV llega a ser de un 30%). La probabilidad de emisión de un fotón de energía  $h\nu$  es aproximadamente proporcional a  $1/h\nu$ . Se obtiene por tanto un espectro con un máximo de intensidad a energías muy inferiores a la energía máxima ( $T_0$ ). En caso de electrones de 10 MeV en tungsteno el pico está situado alrededor de 2 MeV (emisión hacia delante).



Otro de los aspectos relevantes del aumento de la energía de los electrones es que, en blancos finos a baja energía la emisión máxima se obtiene a ángulos elevados respecto al momento del electrón. Cuando la energía del electrón es del orden de 10 MeV, sin embargo, prácticamente toda la radiación de frenado se emite hacia delante (ver figura).

Figure 2-16. Polar diagram showing the variation of the intensity of x rays with angle produced by the electron bombardment of various targets. Curve A, 34 keV electrons bombarding a thin aluminum foil due to Honerjäger (H2). Curves B and C, 10 and 20 MeV electrons bombarding a thin 0.05 cm tungsten target as calculated by Schiff (S2). Curve D typical intensity distribution for a diagnostic x ray tube with a 16° thick tungsten target, with the beam taken at right angles to the electron beam and excited at 90 kV, (Courtesy of K.W. Taylor).

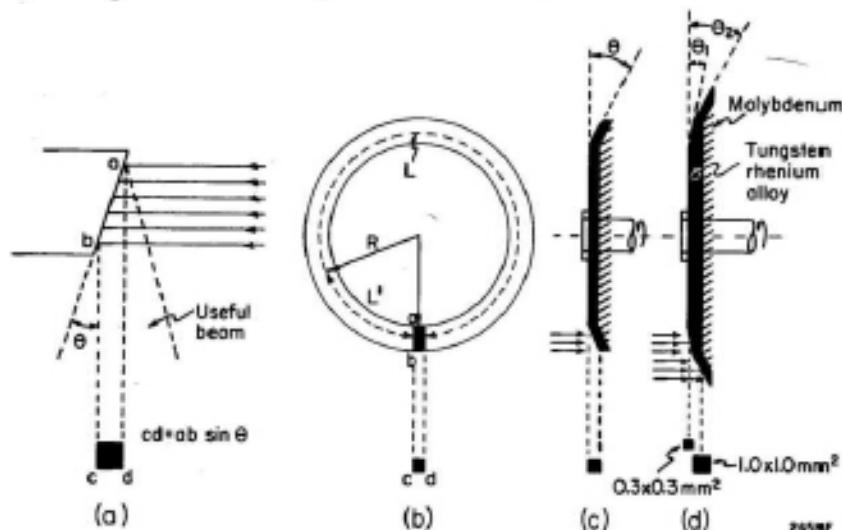
# Bremsstrahlung. Producción de rayos X. Tubos de RX



2659 F

Figure 2-8. Rotating anode tube, adapted from diagram by Philips.

En los tubos de RX de diagnóstico se soluciona el considerable aporte de calor al blanco haciéndolo girar mediante una bobina y un estator. De esta manera, el haz de electrones incide sobre el disco del blanco en diferentes puntos en cada instante de tiempo.



2659 F

Figure 2-7. Diagrams illustrating anode construction and focal spots. (a) Line focus fixed anode. (b) Line focus rotating anode, viewed from the end. (c) Line focus rotating anode viewed from the side. (d) Alternative arrangement of rotating anode using two separate "tracks" at different angles as in the Siemens "Biangulix" series.

Los tubos de ánodo fijo suelen consistir en una pieza metálica refrigerada y en forma de cuña, de modo que el calor se reparta en una superficie mucho mayor que la del haz proyectado de fotones en la dirección transversa al haz de electrones.

Los tubos de diagnóstico pueden contar con dos tamaños diferentes de foco dependientes del filamento que se escoja y de la inclinación relativa del blanco.

# Bremsstrahlung