Métodos matemáticos para la ciencia e Ingeniería: Resolución de EDO's mediante métodos numéricos

Fernanda Pérez *(rut: 18.769.232-6)*

8 de Octubre, 2015

1 Pregunta1

1.1 Introducción

La ecuación 1 corresponde a la del oscilador de Van del Pool, el cual describe la dinámica de algunos circuitos eléctricos donde k es la constante elstica y μ es un coeficiente de roce.

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -kx - \mu(x^2 - a^2)\frac{dx}{dt} \tag{1}$$

Utilizando el cambio de variable $x(t) = ay(s)$ con $s(t) = t\sqrt{k}$, se tiene que:

$$\frac{dx}{dt} = a\frac{dy}{ds}\frac{ds}{dt} = a\sqrt{k}\frac{dy}{ds} \tag{2}$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} = \frac{d}{dt}(\frac{dx}{dt}) = \frac{d}{dt}(a\sqrt{k}\frac{dy}{ds}) = a\sqrt{k}\frac{d^2y}{ds^2}\frac{ds}{dt} = ak\frac{d^2y}{ds^2} \tag{3}$$

Reemplazando en ecuación 1:

$$ak\frac{d^2y}{ds^2} = -aky - \mu(a^2y^2 - a^2)a\sqrt{k}\frac{dy}{ds} \tag{4}$$

Luego se tiene que la ecuación 1 puede escribirse como:

$$\frac{d^2y}{ds^2} = -y - \mu^*(y^2 - 1)\frac{dy}{ds} \tag{5}$$

Con $\mu^* = a^2\mu k^{-1/2}$.

Se busca resolver la ecuación 5 numéricamente, utilizando Runge-Kutta de orden 3, para las siguientes condiciones iniciales:

- $\frac{dy}{ds} = 0; y = 0.1$
- $\frac{dy}{ds} = 0; y = 4$

Se utiliza $\mu^* = 1.232$.

1.2 Procedimiento