

Contents

1	Introducción	1
2	Problema	1
3	$\det(A)$	2
4	Inversa	2
4.1	Fórmula	2
4.2	Montante	5
5	Bibliografía	7

1 Introducción

Las matrices son ordenaciones de números dispuestos en filas y columnas.
(Ayres, F. 1992) [1]

Ing. René Mario Montante Pardo

Nació el 14 de septiembre de 1933. Es egresado de la Facultad de Ingeniería Mecánica y Eléctrica de la Universidad de Nuevo León.

El desarrollo del Método Montante, que es un algoritmo para determinar soluciones de ecuaciones lineales, encontrar matrices de inversas, matrices de adjuntos y determinantes. El método es particular, porque se trabaja siempre con enteros, de tal manera que el resultado puede ser una fracción pero en ningún momento las cifras se redondean. La solución no es aproximada, sino exacta. [2]

2 Problema

De la siguiente matriz A , obtener:

- $\det(A)$
- $\text{inv}(A) \rightarrow \text{Método Joint}$
- $\text{inv}(A) \rightarrow \text{fórmula}$

$$A = \begin{bmatrix} 6 & -3 & 1 & -3 \\ 7 & 8 & -7 & 9 \\ 3 & -1 & -6 & 0 \\ -2 & 4 & 2 & -6 \end{bmatrix}$$

3 det(A)

$$A = 3 \begin{bmatrix} -3 & 1 & -3 \\ 8 & -7 & 9 \\ 4 & 2 & -6 \\ -3 & 1 & -3 \\ 8 & -7 & 9 \end{bmatrix} - (-1) \begin{bmatrix} 6 & 1 & -3 \\ 7 & -7 & 9 \\ -2 & 2 & -6 \\ 6 & 1 & -3 \\ 7 & -7 & 9 \end{bmatrix} - 6 \begin{bmatrix} 6 & -3 & -3 \\ 7 & 8 & 9 \\ -2 & 4 & -6 \\ 6 & -3 & -3 \\ 7 & 8 & 9 \end{bmatrix}$$

$$3\{-3 \cdot 7 \cdot 6 - 8 \cdot 2 \cdot 3 + 4 \cdot 1 \cdot 9 - 3 \cdot 7 \cdot 4 + 9 \cdot 2 \cdot 3 + 6 \cdot 1 \cdot 8\} = 3\{-120\} = -360$$

$$+1\{6 \cdot 7 \cdot 6 - 7 \cdot 2 \cdot 3 - 2 \cdot 1 \cdot 9 + 3 \cdot 7 \cdot 2 - 9 \cdot 2 \cdot 6 - 6 \cdot 1 \cdot 7\} = 168$$

$$-6\{6 \cdot 8 \cdot 6 - 7 \cdot 4 \cdot 3 + 2 \cdot 3 \cdot 9 - 3 \cdot 8 \cdot 2 - 9 \cdot 4 \cdot 6 - 6 \cdot 3 \cdot 7\} = -6\{-708\} = 4248$$

$$\det(A) = -360 + 168 + 4248 = 4056$$

4 Inversa

4.1 Fórmula

Se obtiene la minor matrix:

$$\begin{bmatrix} \begin{vmatrix} 8 & -7 & 9 \\ -1 & -6 & 0 \\ 4 & 2 & -6 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} 7 & -7 & 9 \\ 3 & -6 & 0 \\ -2 & 2 & -6 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} 7 & 8 & 9 \\ 3 & -1 & 0 \\ -2 & 4 & -6 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} 7 & 8 & -7 \\ 3 & -1 & -7 \\ -2 & 4 & 2 \end{vmatrix} \\ \begin{vmatrix} -3 & 1 & -3 \\ -1 & -6 & 0 \\ 4 & 2 & -6 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} 6 & 1 & -3 \\ 3 & -6 & 0 \\ -2 & 2 & -6 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} 6 & -3 & -3 \\ 3 & -1 & 0 \\ -2 & 4 & -6 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} 6 & -3 & 1 \\ 3 & -1 & -7 \\ -2 & 4 & 2 \end{vmatrix} \\ \begin{vmatrix} -3 & 1 & -3 \\ 8 & -7 & 9 \\ 4 & 2 & -6 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} 6 & 1 & -3 \\ 7 & -7 & 9 \\ -2 & 2 & -6 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} 6 & -3 & -3 \\ 7 & 8 & 9 \\ -2 & 4 & -6 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} 6 & -3 & 1 \\ 7 & 8 & -7 \\ -2 & 4 & 2 \end{vmatrix} \\ \begin{vmatrix} -3 & 1 & -3 \\ 8 & -7 & 9 \\ -1 & -6 & 0 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} 6 & 1 & -3 \\ 7 & -7 & 9 \\ 3 & -6 & 0 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} 6 & -3 & -3 \\ 7 & 8 & 9 \\ 3 & -1 & 0 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} 6 & -3 & 1 \\ 7 & 8 & -7 \\ 3 & -1 & -6 \end{vmatrix} \end{bmatrix}$$

Procedemos a obtener los determinantes de cada uno:

$$\begin{vmatrix} 8 & -7 & 9 \\ -1 & -6 & 0 \\ 4 & 2 & -6 \end{vmatrix}$$

$$288 - 18 + 216 + 42 = 528$$

$$\begin{vmatrix} 7 & -7 & 9 \\ 3 & -6 & 0 \\ -2 & 2 & -6 \end{vmatrix}$$

$$252 + 54 - 108 - 126 = 72$$

$$\begin{vmatrix} 7 & 8 & 9 \\ 3 & -1 & 0 \\ -2 & 4 & -6 \end{vmatrix}$$

$$42 + 108 - 18 + 144 = 276$$

$$\begin{vmatrix} 7 & 8 & -7 \\ 3 & -1 & -7 \\ -2 & 4 & 2 \end{vmatrix}$$

$$-14 - 84 + 96 + 14 + 168 - 48 = 132$$

$$\begin{vmatrix} -3 & 1 & -3 \\ -1 & -6 & 0 \\ 4 & 2 & -6 \end{vmatrix}$$

$$-108 + 6 - 72 - 6 = -180$$

$$\begin{vmatrix} 6 & 1 & -3 \\ 3 & -6 & 0 \\ -2 & 2 & -6 \end{vmatrix}$$

$$216 - 18 + 36 + 18 = 252$$

$$\begin{vmatrix} 6 & -3 & -3 \\ 3 & -1 & 0 \\ -2 & 4 & -6 \end{vmatrix}$$

$$36 - 36 + 6 - 54 = -48$$

$$\begin{vmatrix} 6 & -3 & 1 \\ 3 & -1 & -7 \\ -2 & 4 & 2 \end{vmatrix}$$

$$-12 + 12 - 36 - 2 + 144 + 18 = 124$$

$$\begin{vmatrix} -3 & 1 & -3 \\ 8 & -7 & 9 \\ 4 & 2 & -6 \end{vmatrix}$$

$$-126 - 48 + 36 - 84 + 54 + 48 = -120$$

$$\begin{vmatrix} 6 & 1 & -3 \\ 7 & -7 & 9 \\ -2 & 2 & -6 \end{vmatrix}$$

$$252 - 42 - 18 + 42 - 108 + 42 = 168$$

$$\begin{vmatrix} 6 & -3 & -3 \\ 7 & 8 & 9 \\ -2 & 4 & -6 \end{vmatrix}$$

$$-288 - 84 + 54 - 48 - 216 - 126 = -708$$

$$\begin{vmatrix} 6 & -3 & 1 \\ 7 & 8 & -7 \\ -2 & 4 & 2 \end{vmatrix}$$

$$96 + 28 - 42 + 16 + 168 + 42 = 308$$

$$\begin{vmatrix} -3 & 1 & -3 \\ 8 & -7 & 9 \\ -1 & -6 & 0 \end{vmatrix}$$

$$144 - 9 + 21 - 162 = -6$$

$$\begin{vmatrix} 6 & 1 & -3 \\ 7 & -7 & 9 \\ 3 & -6 & 0 \end{vmatrix}$$

$$126 + 27 - 63 + 324 = 414$$

$$\begin{vmatrix} 6 & -3 & -3 \\ 7 & 8 & 9 \\ 3 & -1 & 0 \end{vmatrix}$$

$$21 - 81 + 72 + 54 = 66$$

$$\begin{vmatrix} 6 & -3 & 1 \\ 7 & 8 & -7 \\ 3 & -1 & -6 \end{vmatrix}$$

$$-288 - 7 + 63 - 24 - 42 - 126 = -424$$

A partir de ahí obtenemos la matriz de cofactores:

$$\begin{bmatrix} 528 & -72 & 276 & -132 \\ 180 & 252 & 48 & 124 \\ -120 & -168 & -708 & -308 \\ 6 & 414 & -66 & -424 \end{bmatrix}$$

Sabemos que la adjunta es la transpuesta de la matriz de cofactores:

$$\begin{bmatrix} 528 & 180 & -120 & 6 \\ -72 & 252 & -168 & 414 \\ 276 & 48 & -708 & -66 \\ -132 & 124 & -308 & -424 \end{bmatrix}$$

Para obtener la inversa de la matriz A, solo hay que dividir la matriz adjunta entre el determinante:

$$\frac{1}{4056} \begin{bmatrix} 528 & 180 & -120 & 6 \\ -72 & 252 & -168 & 414 \\ 276 & 48 & -708 & -66 \\ -132 & 124 & -308 & -424 \end{bmatrix}$$

$$inv(A) = \begin{bmatrix} \frac{528}{4056} & \frac{180}{4056} & \frac{-120}{4056} & \frac{6}{4056} \\ \frac{-72}{4056} & \frac{252}{4056} & \frac{-168}{4056} & \frac{414}{4056} \\ \frac{276}{4056} & \frac{48}{4056} & \frac{-708}{4056} & \frac{-66}{4056} \\ \frac{-132}{4056} & \frac{124}{4056} & \frac{-308}{4056} & \frac{-424}{4056} \end{bmatrix}$$

$$inv(A) = \begin{bmatrix} \frac{22}{169} & \frac{15}{338} & \frac{-5}{169} & \frac{1}{676} \\ \frac{-3}{21} & \frac{338}{21} & \frac{-7}{169} & \frac{676}{69} \\ \frac{169}{23} & \frac{338}{2} & \frac{169}{-59} & \frac{676}{-11} \\ \frac{338}{-11} & \frac{169}{31} & \frac{338}{-77} & \frac{676}{-53} \\ \frac{338}{338} & \frac{1014}{1014} & \frac{1014}{1014} & \frac{507}{507} \end{bmatrix}$$

4.2 Montante

$$inv(A) = \begin{bmatrix} 6 & -3 & 1 & -3 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 7 & 8 & -7 & 9 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 3 & -1 & -6 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ -2 & 4 & 2 & -6 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$inv(A) = \begin{bmatrix} 6 & -3 & 1 & -3 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 69 & -49 & 75 & -7 & 6 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & -39 & 9 & -3 & 0 & 6 & 0 \\ 0 & 18 & 14 & -42 & 2 & 0 & 0 & 6 \end{bmatrix}$$

$$inv(A) = \begin{bmatrix} 69 & 0 & -13 & 3 & 8 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 69 & -49 & 75 & -7 & 6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -424 & 66 & -31 & -3 & 69 & 0 \\ 0 & 0 & 308 & -708 & 44 & -18 & 0 & 69 \end{bmatrix}$$

$$inv(A) = \begin{bmatrix} -424 & 0 & 0 & -6 & -55 & -19 & 13 & 0 \\ 0 & -424 & 0 & -414 & 21 & -39 & 49 & 0 \\ 0 & 0 & -424 & 66 & -31 & -3 & 69 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 4056 & -132 & 124 & -308 & -424 \end{bmatrix}$$

$$inv(A) = \begin{bmatrix} 4056 & 0 & 0 & 0 & 528 & 180 & 120 & 6 \\ 0 & 4056 & 0 & 0 & -72 & 252 & -168 & 414 \\ 0 & 0 & 4056 & 0 & 276 & 48 & -708 & -66 \\ 0 & 0 & 0 & 4056 & -132 & 124 & -308 & -424 \end{bmatrix}$$

$$inv(A) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & \frac{528}{4056} & \frac{180}{4056} & \frac{-120}{4056} & \frac{6}{4056} \\ 0 & 1 & 0 & 0 & \frac{-72}{4056} & \frac{252}{4056} & \frac{-168}{4056} & \frac{414}{4056} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & \frac{276}{4056} & \frac{48}{4056} & \frac{-708}{4056} & \frac{-66}{4056} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & \frac{-132}{4056} & \frac{124}{4056} & \frac{-308}{4056} & \frac{-424}{4056} \end{bmatrix}$$

$$inv(A) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & \frac{22}{169} & \frac{15}{338} & \frac{-5}{169} & \frac{1}{676} \\ 0 & 1 & 0 & 0 & \frac{-3}{169} & \frac{21}{338} & \frac{-7}{169} & \frac{69}{676} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & \frac{23}{169} & \frac{2}{338} & \frac{-59}{169} & \frac{-11}{676} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & \frac{338}{169} & \frac{31}{1014} & \frac{338}{1014} & \frac{676}{507} \end{bmatrix}$$

5 Bibliografía

References

- [1] Ayres, F. (1992) *Matrices* México: McGraw-Hill
- [2] Zavala, N. (SF) *Ing. René Mario Montante Pardo* Recuperado de <http://www.uanl.mx/emerito/ing-rene-mario-montante-pardo.html>